مراجعة عامة لوحدة التكامل للفروع المشتركة

السؤال الأول

الأستاذ : أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

جد التكاملات الآتية :

١	$\int_{0}^{1} \sqrt[3]{\text{س}}\ \text{دس}$	٢	$\int_{-3} (\pi + \sqrt{2})\ \text{دس}$
٣	$\int_{1}^{2} (2\text{س}^3 + \sqrt{\text{س}})\ \text{دس}$	٤	$\int \text{س}^2 (2\text{س}^2 + 5\text{س})\ \text{دس}$
٥	$\int \sqrt{\text{س}} \left(\sqrt{\text{س}} + \frac{5}{\sqrt{\text{س}}}\right) \text{دس}$	٦	$\int \frac{\sqrt[3]{\text{س}} - \sqrt[4]{\text{س}}}{\text{س}}\ \text{دس}$
٧	$\int \frac{6\text{س}^3 + 8\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2}\ \text{دس}$	٨	$\int \frac{\text{س}^3 - \sqrt[3]{\text{س}} + \text{س}}{\text{س}^2}\ \text{دس}$
٩	$\int \frac{\sqrt{\text{س}}\ \text{جتا س} - \sqrt{\text{س}}}{\sqrt{\text{س}}}\ \text{دس}$	١٠	$\int \left(\frac{1}{\text{س}} + 3\text{هـ}^{\text{س}}\right) \text{دس}$
١١	$\int \left(\text{جا}\,2\text{س} + \frac{3}{\text{س}}\right) \text{دس}$	١٢	$\int (\text{جا}\,3\text{س} - \text{جتا}\,5\text{س})\ \text{دس}$
١٣	$\int (4\,\text{قا}^2\text{س} - 3\,\text{جا س})\ \text{دس}$	١٤	$\int (\sqrt{\text{ص}} + \text{هـ}^{\text{ص}} - 4\,\text{جتا}\,3\text{ص})\ \text{دص}$
١٥	$\int \frac{\text{س}^2 + 3\text{س}}{\text{س} + 3}\ \text{دس}$	١٦	$\int \frac{\text{س}^2 - 5\text{س} + 6}{\text{س} - 2}\ \text{دس}$
١٧	$\int \frac{\text{س} + 4}{\text{س}^2 - \text{س} - 20}\ \text{دس}$	١٨	$\int \text{ظا}\,5\text{س}\ \text{جتا}\,5\text{س}\ \text{دس}$

الأستاذ : أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١٩	$\int ٥\, هـ^{١-٢س}\, دس$	٢٠	$\int ٢\, هـ^{٢س+١} + جتا(٥س-٢)\, دس$
٢١	$\int ٤س\, هـ^{س^٢}\, دس$	٢٢	$\int ٢(٥س+٧)^{١٠}\, دس$
٢٣	$\int \frac{س^٣+٥}{\sqrt[٣]{س^٤+٢٠س}}\, دس$	٢٤	$\int هـ^{س}(هـ^{س}+٣)^{٦}\, دس$
٢٥	$\int_{٠}^{٣} س^٢(س^٣-٥)^{٣}\, دس$	٢٦	$\int_{-١}^{٠} \frac{٢س}{٣س^٢+١}\, دس$
٢٧	$\int_{٠}^{٤} \frac{س}{\sqrt{٢٥-س^٢}}\, دس$	٢٨	$\int \frac{٤س-٦}{\sqrt{س^٢-٣س+١}}\, دس$
٢٩	$\int_{١}^{٢} (٣س-٢)^{٤}\, دس$	٣٠	$\int س(س+٢)^{٥}\, دس$
٣١	$\int_{٠}^{٢} \frac{٥}{٢س+١}\, دس$	٣٢	$\int \frac{س+٣}{س^٢+٦س+٤}\, دس$
٣٣	$\int ٣س^٢\, هـ^{س^٣+٢}\, دس$	٣٤	$\int جتاس\, هـ^{جاس}\, دس$
٣٥	$\int قاس(قاس+جتاس)\, دس$	٣٦	$\int \frac{ظاس}{قاس}\, دس$
٣٧	$\int (س^٢+١)\, جتا(س^٣+٣س)\, دس$	٣٨	$\int جا^{٣}س\, جتاس\, دس$
٣٩	$\int ٥س\, قا^{٢}(س^٢+٣)\, دس$	٤٠	$\int \frac{س^٣-س}{س+١}\, دس$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الثاني

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١) اذا كان ق(س) = $\int \frac{٥س + ١}{٢س}$ دس جد قَ(١)

٢) اذا كان قَ(س) = ٦س^{٢} + ٤س ، وكان ق(١) = ٧ ، جد ق(٣)

٣) اذا كان $\int$ قَ(س) دس = ٤س^{٢} + ١ ، وكان ق(١) = ٢ ، جد قَ(-١) ، ق(٣)

٤) اذا كان $\int$ ق(س) دس = س^{٣} + جـ ، جد $\int_{١}^{٤}$ ق(س) دس

٥) اذا كان ق(٣) = -١ ، ق(٤) = -٤ جد $\int_{٣}^{٤}$ قَ(س) دس

٦) اذا كان ق(-١) = ٣ ، ق(-٤) = ٦ جد $\int_{-١}^{٢}$ قَ(س-٣) دس

٧) إذا كان ق(س) = س^{٣} + $\int \frac{\sqrt{س}}{س + ١}$.دس + $\int_{٢}^{٤} \frac{س^{٣} + ١}{س}$.دس فجد قَ(س)

٨) اذا كان $\int$ قَ(س) دس = هـ$^{١ - س^{٢}}$ + ٤ هـ وكان قَ(أ) = -٢أ جد قيم الثابت أ

٩) اذا كان $\int$ قَ(س) دس = لو$_{هـ}$(س^{٢} - ٣) + ٥ وكان قَ(أ) = ٢أ جد قيم الثابت أ

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١٠) اذا كان ق(٤) = ٧ ، ق(١) = -٢ ، جد $\int_{-١}^{٢}$ ٣س قَ(س^{٢}) دس

١١) اذا كان ق(أ) = ١٢ ، ق(٠) = ٦ وكان $\int_{٠}^{أ}$ (قَ(س) – هـ^{س}) دس = ٠ جد هـ^{أ}

السؤال الثالث

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١) اذا كان $\int_{-1}^{3} ق(س)\, دس = ٦$ ، $\int_{3}^{-1} \frac{هـ(س)}{٢}\, دس = -٥$ جد ما يلي :

أ) $\int_{-1}^{3} (٤ ق(س) - ٣ هـ(س))\, دس$ ب) $\int_{-1}^{3} (٦س^{٢} - هـ(س) + ٢)\, دس$

٢) اذا كان $\int_{1}^{2} ٣ ق(س)\, دس = ٨$ جد $\int_{2}^{1} (٢س^{٢} + ٤ ق(س))\, دس$

٣) اذا كان $\int_{0}^{2} \frac{ق(س)}{٢}\, دس = ٣$ ، $\int_{4}^{2} (ق(س) + ٥)\, دس = ١٢$

جد $\int_{4}^{0} (٢ ق(س) - ٤)\, دس$

٤) اذا كان $\int_{-1}^{3} ق(س)\, دس = ١٠$ ، $\int_{3}^{-1} (٢ - \frac{ق(س)}{٢} + ٢ ك س)\, دس = ١٣$ جد ك

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س + ٤ & ، -٢ \le س \le ١ \\ ٣س^{٢} + ٣ & ، ١ \le س \le ٤ \end{cases}$

فاحسب ١) $\int_{-2}^{1} ق(س) .دس$ ٢) $\int_{0}^{3} ق(س) .\, دس$

٣) $\int_{-2}^{4} ق(س)\, دس$ ٤) $\int_{2}^{0} \frac{١}{٢} ق(س)\, دس$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٦) جد قيمة الثابت (أ) في كل مما يلي :

١- $\int_{0}^{أ} ٤أ س\, دس = ٣٢$ ٢- $\int_{1}^{أ} (٢س + ٧)\, دس = ٥٢$

٣- $\int_{1}^{أ} (٢س + أ)\, دس = -١$ ٤- $\int_{3}^{أ} هـ^{س}\, دس = ٠$

٥- $\int_{أ}^{2} (٤س - ١)\, دس = -٣أ$ ٦- $\int_{0}^{أ} (٢س - ٤)\, دس = ١٥$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الرابع

١) اذا كان قَ(س) = ٢س + ٤س^{٣} ، جد قاعدة الاقتران ق(س)
علما بأن الاقتران يمر بالنقطة (١ ، ٨)

٢) اذا كان ميل المماس عند اي نقطة على منحنى ق(س) يعطى بالعلاقة ٣س^{٢} + ٥
جد قاعدة الاقتران ق(س) اذا كان الاقتران يمر بالنقطة (-١ ، ٢)

٣) اذا كان ميل المماس عند اي نقطة على منحنى ق(س) يعطى بالعلاقة هـ^{٢س}
جد قاعدة الاقتران ق(س) اذا كان الاقتران يمر بالنقطة (٠ ، ١)

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٤) اذا كان ميل المماس يعطى بالعلاقة (٢س -١)^{٣} ، جد قاعدة الاقتران ق(س)
اذا كان الاقتران يمر بالنقطة (١ ، ٣)

٥) اذا كان ميل المماس عند اي نقطة على منحنى ق(س) يعطى بالعلاقة (س+٢) (٢س-١)
وكان ق(٠) = ٣ ، جد قاعدة الاقتران ق(س)

٦) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث تعطى سرعته ع(ن) = ٣(ن+١)^{٢} جد المسافة
التي يقطعها الجسم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علما بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ١

٧) يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع ثابت مقداره ت(ن) = ٤ م/ث^{٢} ، جد المسافة
التي يقطعها الجسيم بعد مرور ن ثانية ، علما بأن سرعته الابتدائية ع(٠)= ٢ ،
وموضعه الابتدائية ف(٠)=٨

٨) يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث ان تسارعه ت(ن) = ٤ ن +٣ ، جد سرعة الجسم
بعد ٥ ثواني اذا كانت سرعته الابتدائية ع(٠) = ٢

٩) يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث ان تسارعه ت(ن) =أ ن +٢ ، اذا علمت أن سرعة الجسم
الابتدائية ع(٠) = ٤ وسرعته بعد ثانية ١٠ م/ث ، جد قيمة الثابت أ

السؤال الخامس

١) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = $س^٢$ + ٣ ومحور السينات والمستقيمين س = ١ ، س = ٤

٢) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = $س^٢$ -١ ومحور السينات والمستقيمين س = ٢ ، س = ٥

٣) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = $س^٢$ -٤ ومحور السينات في الفترة [٠ ، ٣]

٤) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = ٢س -٦ ومحور السينات في الفترة [١ ، ٤]

٥) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = س - $س^٢$ ومحور السينات

٦) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = $س^٢$ - ٤ س ومحور السينات

٧) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = ٩ - $س^٢$ ومحور السينات

٨) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = $س^٢$ - ٥س -٦ ومحور السينات

٩) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = س - $س^٣$ ومحور السينات

١٠) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = $س^٢$ و هـ(س) = ٨ – $س^٢$

١١) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = ١- $س^٢$ و هـ(س) = $س^٢$ – ١

١٢) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = ٦س و هـ(س) = ٣ $س^٢$

١٣) جد المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) = س + ٦ و هـ(س) = $س^٢$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

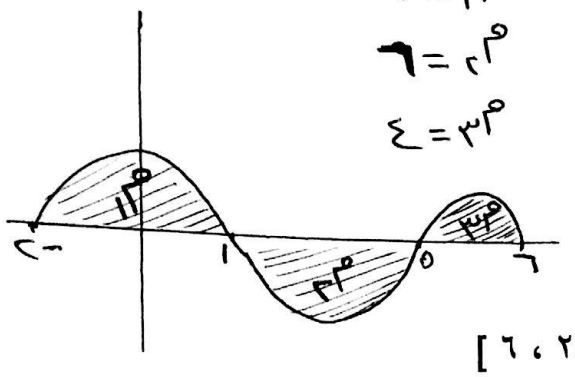
السؤال السادس

اولا : مستعينا بالشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) المعرف على [-٢ ، ٦]، جد كلا مما يلي :

$م_١ = ٧$

$م_٢ = ٦$

$م_٣ = ٤$



١- $\int_{١}^{٥}$ ق(س) دس

٢- $\int_{١}^{٥}$ ٣ ق(س) دس

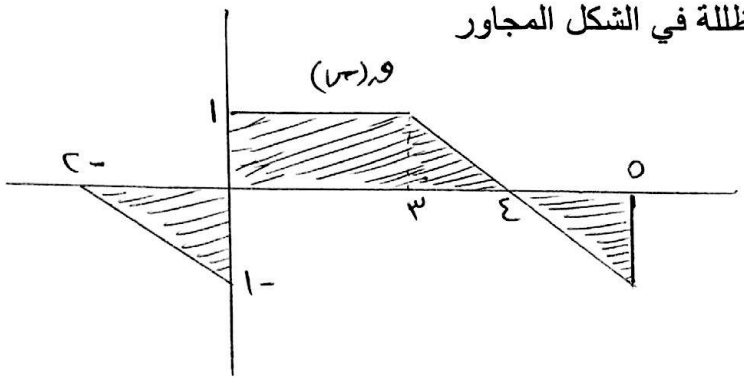
٣- $\int_{-٢}^{٥}$ ق(س) دس

٤- $\left|\int_{-٢}^{٦}\right.$ ق(س) دس $\left|\right.$

٥- المساحة الكلية بين ق(س) ومحور السينات في [-٢ ، ٦]

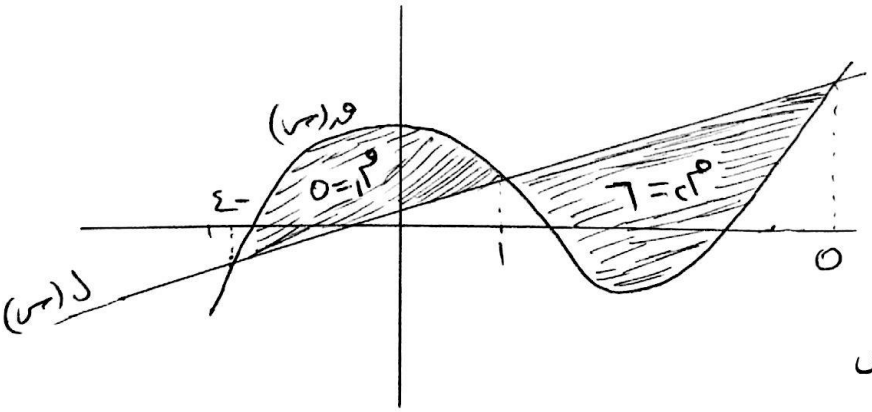
٦- $\int_{١}^{٦}$ (٢ – ق(س)) دس

ثانيا : جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور



الأستاذ : أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ثالثا : مستعينا بالشكل المجاور :



١) $\int_{-٤}^{١}$ (ل(س) – ق(س)) دس

٢) $\int_{١}^{٥}$ (ق(س) – ل(س)) دس

٣) $\int_{-٤}^{٥}$ (٣ ق(س) - ٣ هـ(س)) دس

٤) $\int_{١}^{٥} \frac{ق(س) - هـ(س)}{٢}$ دس

الأستاذ : أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال السابع

١) اذا كان الايراد الحدي لبيع س من العاب الاطفال دَ(س) = ٦٠س^{٢} – ٣٠ س + ٦

جد الايراد الكلي عند بيع (٤) قطع من الالعاب

٢) اذا كان الايراد الحدي لبيع عدد من منتج معين دَ(س) = ٦س – ٤س + ٢

جد الايراد الكلي عند بيع ١٠ قطع

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٣) اذا كان اقتران (السعر – الطلب) يعطى بالعلاقة ع = ق(س) = ٦٠ – ٢س

وكان السعر ثابتا حيث ع = ١٠ ، جد فائض المستهلك

٤) اذا كان اقتران (السعر – الطلب) يعطى بالعلاقة ع = ق(س) = ٤٠ - ٣س^{٢}

جد فائض المستهلك عندما يكون السعر ١٣

٥) اذا كان اقتران (السعر – العرض) يعطى بالعلاقة ع = هـ(س) = ٢٠ +٢س

وكانت كمية التوازن ١٠ ، جد فائض المنتج عند سعر التوازن

٦) إذا كان اقتران (السعر – الطلب) لمنتج معين معطى بالعلاقة ع = ق(س) = ٥٠ – ٤س

وكان اقتران (السعر – العرض) معطى بالعلاقة ع = هـ (س) = ٢٠+٢س

فأوجد : ١- كمية التوازن ٢- سعر التوازن

٣- فائض المستهلك عند سعر التوازن ٤- فائض المنتج عند سعر التوازن

٧) إذا كان اقتران (السعر – الطلب) لمنتج معين معطى بالعلاقة ع = ق(س) = ٦٠ – ٣س

وكان اقتران (السعر – العرض) معطى بالعلاقة ع = هـ (س) = ٣س .

فأوجد : ١- كمية التوازن ٢- سعر التوازن

٣- فائض المستهلك عند سعر التوازن ٤- فائض المنتج عند سعر التوازن

كل الامنيات بالتوفيق للجميع

الاستاذ أحمد موسى مقدادي

٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الأول:

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١

$$\int_{0}^{1} \sqrt[3]{\text{س}}\ \text{دس}$$

$$= \int_{0}^{1} \text{س}^{\frac{1}{3}}\ \text{دس}$$

$$= \frac{3}{4}\ \text{س}^{\frac{4}{3}} \Big|_{0}^{1} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

٢

$$\int_{-3}^{0} \underbrace{(\pi + \sqrt{2})}_{\text{ثابت}}\ \text{دس}$$

$$= (\pi + \sqrt{2})(0 - -3)$$

$$= 3(\pi + \sqrt{2})$$

٣

$$\int_{1}^{2} \left(2\text{س}^{3} + \text{س}^{\frac{1}{3}}\right) \text{دس}$$

$$= \frac{1}{2}\text{س}^{4} + \frac{2}{3}\text{س}^{\frac{4}{3}} \Big|_{1}^{2}$$

$$= \frac{1}{2}\text{س}^{4} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{\text{س}^{4}} \Big|_{1}^{2}$$

$$= 8 + \frac{2}{3}\sqrt{8} - \frac{1}{2} - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{41 + 4\sqrt{8}}{6}$$

٤

$$\int \text{س}^{2}(2\text{س}^{2} + 5\text{س})\ \text{دس}$$

$$= \int (2\text{س}^{4} + 5\text{س}^{3})\ \text{دس}$$

$$= \frac{2}{5}\text{س}^{5} + \frac{5}{4}\text{س}^{4} + \text{جـ}$$

٥

$$\int \sqrt{\text{س}}\left(\sqrt{\text{س}} + \frac{5}{\sqrt{\text{س}}}\right) \text{دس}$$

$$= \int (\text{س} + 5)\ \text{دس}$$

$$= \frac{\text{س}^{2}}{2} + 5\text{س} + \text{جـ}$$

٦

$$\int \frac{\sqrt[3]{\text{س}} - \sqrt[4]{\text{س}}}{\text{س}}\ \text{دس}$$

$$= \int \left(\frac{\text{س}^{\frac{1}{3}}}{\text{س}} - \frac{\text{س}^{\frac{1}{4}}}{\text{س}}\right) \text{دس}$$

$$= \int \left(\text{س}^{-\frac{2}{3}} - \text{س}^{-\frac{3}{4}}\right) \text{دس}$$

$$= 3\text{س}^{\frac{1}{3}} - 4\text{س}^{\frac{1}{4}} + \text{جـ}$$

٧

$$\int \frac{6\text{س}^{3} + 8\text{س}^{2} - 4}{\text{س}^{2}}\ \text{دس}$$

$$= \int \left(6\text{س} + 8 - 4\text{س}^{-2}\right) \text{دس}$$

$$= 3\text{س}^{2} + 8\text{س} + 4\text{س}^{-1} + \text{جـ}$$

٨

$$\int \frac{\text{س}^{3} - \sqrt[3]{\text{س}} + \text{س}}{\text{س}^{2}}\ \text{دس}$$

$$= \int \left(\text{س} - \text{س}^{-\frac{5}{3}} + \frac{1}{\text{س}}\right) \text{دس}$$

$$= \frac{\text{س}^{2}}{2} - 6\text{س}^{\frac{1}{3}} + \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} + \text{جـ}$$

٩

$$\int \frac{\sqrt{\text{س}}\ \text{جتاس} - \sqrt{\text{س}}}{\sqrt{\text{س}}}\ \text{دس}$$

$$= \int (\text{جتاس} - 1)\ \text{دس}$$

$$= \text{جاس} - \text{س} + \text{جـ}$$

١٠

$$\int \left(\frac{1}{\text{س}} + 3\text{هـ}^{\text{س}}\right) \text{دس}$$

$$= \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} + 3\text{هـ}^{\text{س}} + \text{جـ}$$

١١

$$\int \left(\text{جا}2\text{س} + \frac{3}{\text{س}}\right) \text{دس}$$

$$= \frac{-\text{جتا}2\text{س}}{2} + 3\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} + \text{جـ}$$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١٢ $\int (\text{جا}\,٣س - \text{جتا}\,٥س)\,دس$

$= -\frac{\text{جتا}\,٣س}{٣} - \frac{\text{جا}\,٥س}{٥} + ج$

١٣ $\int (٤\,\text{قا}^2 س - ٣\,\text{جا}\,س)\,دس$

$= ٤\,\text{ظا}\,س + ٣\,\text{جتا}\,س + ج$

١٤ $\int (\sqrt{٣ص} + هـ^{ص} - ٤\,\text{جتا}\,٣ص)\,دص$

$= \int (ص^{\frac{1}{2}} + هـ^{ص} - ٤\,\text{جتا}\,٣ص)\,دص$

$= \frac{٢}{٣}ص^{\frac{3}{2}} + هـ^{ص} - ٤\,\frac{\text{جا}\,٣ص}{٣} + ج$

١٥ $\int \frac{س^2 + ٣س}{س + ٣}\,دس$

$= \int \frac{س\cancel{(س+٣)}}{\cancel{س+٣}}\,دس$

$= \frac{س^2}{٢} + ج$

١٦ $\int \frac{س^2 - ٥س + ٦}{س - ٢}\,دس$

$= \int \frac{\cancel{(س-٢)}(س-٣)}{\cancel{س-٢}}\,دس$

$= \frac{س^2}{٢} - ٣س + ج$

١٧ $\int \frac{\cancel{س+٤}}{(س-٥)\cancel{(س+٤)}}\,دس$

$= \int \frac{1}{س-٥}\,دس$ $\quad س - ٥ = ص$, $دس = دص$

$= \int \frac{1}{ص}\,دص$

$= \text{لو}_{هـ}\,ص + ج$

$= \text{لو}_{هـ}(س-٥) + ج$

١٨ $\int \text{ظا}\,٥س\,\text{جتا}\,٥س\,دس$

$= \int \frac{\text{جا}\,٥س}{\cancel{\text{جتا}\,٥س}} \times \cancel{\text{جتا}\,٥س}\,دس$

$= -\frac{\text{جتا}\,٥س}{٥} + ج$

١٩ $\int ٥\,هـ^{1-٢س}\,دس$

$= ٥\,\frac{هـ^{1-٢س}}{-٢} + ج$

٢٠ $\int ٢\,هـ^{٢س+1} + \text{جتا}(٥س-٢)\,دس$

$= ٢\,\frac{هـ^{٢س+1}}{٢} + \frac{\text{جا}(٥س-٢)}{٥} + ج$

٢١ $\int ٤س\,هـ^{س^2}\,دس$ $\quad س^2 = ص$, $دس = \frac{دص}{٢س}$

$= \int ٤\cancel{س}\,هـ^{ص} \times \frac{دص}{٢\cancel{س}}$

$= ٢\int هـ^{ص}\,دص$

$= ٢\,هـ^{ص} + ج$

$= ٢\,هـ^{س^2} + ج$

٢٢ $\int ٢(٥س+٧)^{10}\,دس$

$٥س + ٧ = ص$

$دس = \frac{دص}{٥}$

$= \int ٢\,ص^{10}\,\frac{دص}{٥}$

$= \frac{٢}{٥}\,\frac{ص^{11}}{11} + ج$

$= \frac{٢}{٥٥}(٥س+٧)^{11} + ج$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٢٣

$$\int \frac{\text{س}^3 + 5}{\sqrt[3]{\text{س}^4 + 20\text{س}}}\, \text{دس}$$

$$= \int (\text{س}^3 + 5)(\text{س}^4 + 20\text{س})^{-\frac{1}{3}}\, \text{دس}$$

$\text{س}^4 + 20\text{س} = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{4\text{س}^3 + 20}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{4(\text{س}^3 + 5)}$

$$= \int \cancel{(\text{س}^3 + 5)}\, \text{ص}^{-\frac{1}{3}} \frac{\text{دص}}{4\cancel{(\text{س}^3 + 5)}}$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\text{ص}^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} + \text{جـ}$$

$$= \frac{3}{8} (\text{س}^4 + 20\text{س})^{\frac{2}{3}} + \text{جـ}$$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٢٤

$$\int \text{هـ}^{\text{س}} (\text{هـ}^{\text{س}} + 3)^6\, \text{دس}$$

$\text{هـ}^{\text{س}} + 3 = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{هـ}^{\text{س}}}$

$$= \int \cancel{\text{هـ}^{\text{س}}}\, \text{ص}^6 \frac{\text{دص}}{\cancel{\text{هـ}^{\text{س}}}}$$

$$= \frac{\text{ص}^7}{7} + \text{جـ}$$

$$= \frac{(\text{هـ}^{\text{س}} + 3)^7}{7} + \text{جـ}$$

٢٥

$$\int_0^3 \text{س}^4 (\text{س}^3 - 5)^3\, \text{دس}$$

$\text{س}^3 - 5 = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{3\text{س}^2}$

$\text{س} = 0 \quad \text{ص} = -5$

$\text{س} = 3 \quad \text{ص} = 22$

$$= \int_{-5}^{22} \cancel{\text{س}^2}\, \text{ص}^3 \frac{\text{دص}}{3\cancel{\text{س}^2}}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{\text{ص}^4}{4} \Big|_{-5}^{22} = \frac{1}{12}\left((22)^4 - (-5)^4\right)$$

٢٦

$$\int_{-1}^{1} \frac{2\text{س}}{3\text{س}^2 + 1}\, \text{دس}$$

$3\text{س}^2 + 1 = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{6\text{س}}$

$\text{س} = 0 \quad \text{ص} = 1$

$\text{س} = -1 \quad \text{ص} = 4$

$$= \int_4^1 \frac{2\cancel{\text{س}}}{\text{ص}} \frac{\text{دص}}{6\cancel{\text{س}}}$$

$$= \frac{1}{3} \int_4^1 \frac{1}{\text{ص}}\, \text{دص}$$

$$= \frac{1}{3} \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} \Big|_4^1$$

$$= \frac{1}{3} (\cancel{\text{لو}_{\text{هـ}} 1} - \text{لو}_{\text{هـ}} 4)$$

$$= -\frac{1}{3} \text{لو}_{\text{هـ}} 4$$

٢٧

$$\int_0^4 \frac{\text{س}}{\sqrt{25 - \text{س}^2}}\, \text{دس}$$

$25 - \text{س}^2 = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{-2\text{س}}$

$\text{س} = 0 \quad \text{ص} = 25$

$\text{س} = 4 \quad \text{ص} = 9$

$$\int_{25}^{9} \frac{\cancel{\text{س}}}{\sqrt{\text{ص}}} \times \frac{\text{دص}}{-2\cancel{\text{س}}}$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{25}^{9} \text{ص}^{-\frac{1}{2}}\, \text{دص}$$

$$= -\frac{1}{\cancel{2}} \frac{\text{ص}^{\frac{1}{2}}}{\cancel{\frac{1}{2}}} \Big|_{25}^{9}$$

$$= -\sqrt{\text{ص}} \Big|_{25}^{9}$$

$$= -3 + 5 = \boxed{2}$$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٢٨

$$\int \frac{4\text{س} - 6}{\sqrt{\text{س}^2 - 3\text{س} + 1}}\, \text{دس}$$

$\text{س}^2 - 3\text{س} + 1 = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{2\text{س} - 3}$

$$= \int \frac{2\cancel{(2\text{س} - 3)}}{\sqrt{\text{ص}}} \times \frac{\text{دص}}{\cancel{2\text{س} - 3}}$$

$$= 2\int \text{ص}^{-\frac{1}{2}}\, \text{دص}$$

$$= 2\,\frac{\text{ص}^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + \text{ج}$$

$$= 4\sqrt{\text{ص}} + \text{ج}$$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٢٩

$$\int_1^2 (3\text{س} - 2)^4\, \text{دس}$$

$3\text{س} - 2 = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{3}$

$\text{س} = 1 \quad \text{ص} = 1$

$\text{س} = 2 \quad \text{ص} = 4$

$$= \int_1^4 \text{ص}^4\, \frac{\text{دص}}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\,\frac{\text{ص}^5}{5}\Big|_1^4 = \frac{1}{15}\left((4)^5 - 1\right)$$

٣١

$$\int_0^2 \frac{5}{2\text{س} + 1}\, \text{دس}$$

$2\text{س} + 1 = \text{ص}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{2}$

$\text{س} = 0 \quad \text{ص} = 1$

$\text{س} = 2 \quad \text{ص} = 5$

$$= \int_1^5 \frac{5}{\text{ص}}\, \frac{\text{دص}}{2}$$

$$= \frac{5}{2}\, \text{لو}_{\text{هـ}}\, \text{ص}\Big|_1^5$$

$$= \frac{5}{2}\left(\text{لو}_{\text{هـ}} 5 - \cancel{\text{لو}_{\text{هـ}} 1}\right)$$

$$= \frac{5}{2}\, \text{لو}_{\text{هـ}} 5$$

٣٠

$$\int \text{س}(\text{س} + 2)^5\, \text{دس}$$

$\text{س} + 2 = \text{ص}$

$\text{دس} = \text{دص}$

$\boxed{\text{س} = \text{ص} - 2}$

$$= \int \text{س}\,\text{ص}^5\, \text{دص}$$

$$= \int (\text{ص} - 2)\,\text{ص}^5\, \text{دص}$$

$$= \int (\text{ص}^6 - 2\text{ص}^5)\, \text{دص}$$

$$= \frac{\text{ص}^7}{7} - 2\,\frac{\text{ص}^6}{6} + \text{ج}$$

$$= \frac{(\text{س} + 2)^7}{7} - \frac{1}{3}(\text{س} + 2)^6 + \text{ج}$$

٣٢

$$\int \frac{\text{س} + 3}{\text{س}^2 + 6\text{س} + 4}\, \text{دس}$$

$\text{ص} = \text{س}^2 + 6\text{س} + 4$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{2\text{س} + 6}$

$$= \int \frac{\cancel{\text{س} + 3}}{\text{ص}} \times \frac{\text{دص}}{2\cancel{(\text{س} + 3)}}$$

$$= \frac{1}{2}\, \text{لو}_{\text{هـ}}\, \text{ص} + \text{ج}$$

$$= \frac{1}{2}\, \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2 + 6\text{س} + 4) + \text{ج}$$

٣٣

$$\int 3\text{س}^2\, \text{هـ}^{\text{س}^3 + 2}\, \text{دس}$$

$\text{ص} = \text{س}^3 + 2$ ونكمل

$$= \text{هـ}^{\text{س}^3 + 2} + \text{ج}$$

٣٤

$$\int \text{جتاس}\, \text{هـ}^{\text{جاس}}\, \text{دس}$$

$\text{ص} = \text{جاس}$ ونكمل

$$= \text{هـ}^{\text{جاس}} + \text{ج}$$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٣٥

$\int \text{قا}\,\text{س}\,(\text{قا}\,\text{س} + \text{جتا}\,\text{س})\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int (\text{قا}^2\text{س} + \cancel{\text{قا}\,\text{س}\,\text{جتا}\,\text{س}})\,\text{د}\,\text{س}$

$\text{قا}\,\text{س} = \frac{1}{\text{جتا}\,\text{س}}$

$= \int (\text{قا}^2\text{س} + 1)\,\text{د}\,\text{س}$

$= \text{ظا}\,\text{س} + \text{س} + \text{جـ}$

٣٦

$\int \frac{\text{ظا}\,\text{س}}{\text{قا}\,\text{س}}\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int \text{ظا}\,\text{س}\,\text{جتا}\,\text{س}\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int \frac{\text{جا}\,\text{س}}{\cancel{\text{جتا}\,\text{س}}} \times \cancel{\text{جتا}\,\text{س}}\,\text{د}\,\text{س}$

$= -\text{جتا}\,\text{س} + \text{جـ}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٣٧

$\int (\text{س}^2+1)\,\text{جتا}\,(\text{س}^3+3\text{س})\,\text{د}\,\text{س}$

$\text{ص} = \text{س}^3 + 3\text{س}$

$\text{د}\,\text{س} = \frac{\text{د}\,\text{ص}}{3\text{س}^2+3}$

$\text{د}\,\text{س} = \frac{\text{د}\,\text{ص}}{3(\text{س}^2+1)}$

$= \int \cancel{(\text{س}^2+1)}\,\text{جتا}\,\text{ص} \times \frac{\text{د}\,\text{ص}}{3\cancel{(\text{س}^2+1)}}$

$= \frac{1}{3}\,\text{جا}\,\text{ص} + \text{جـ}$

$= \frac{1}{3}\,\text{جا}\,(\text{س}^3+3\text{س}) + \text{جـ}$

٣٨

$\int \text{جا}^3\text{س}\,\text{جتا}\,\text{س}\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int (\text{جا}\,\text{س})^3\,\text{جتا}\,\text{س}\,\text{د}\,\text{س}$

$\text{جا}\,\text{س} = \text{ص}$

$\text{د}\,\text{س} = \frac{\text{د}\,\text{ص}}{\text{جتا}\,\text{س}}$

$= \int \text{ص}^3\,\cancel{\text{جتا}\,\text{س}}\,\frac{\text{د}\,\text{ص}}{\cancel{\text{جتا}\,\text{س}}}$

$= \frac{\text{ص}^4}{4} + \text{جـ}$

$= \frac{\text{جا}^4\text{س}}{4} + \text{جـ}$

٣٩

$\int 5\text{س}\,\text{قا}^2(\text{س}^2+3)\,\text{د}\,\text{س}$

$\text{س}^2+3 = \text{ص}$

$\text{د}\,\text{س} = \frac{\text{د}\,\text{ص}}{2\text{س}}$

$= \int 5\cancel{\text{س}}\,\text{قا}^2\text{ص}\,\frac{\text{د}\,\text{ص}}{2\cancel{\text{س}}}$

$= \frac{5}{2}\,\text{ظا}\,\text{ص} + \text{جـ}$

$= \frac{5}{2}\,\text{ظا}\,(\text{س}^2+3) + \text{جـ}$

٤٠

$\int \frac{\text{س}^3 - \text{س}}{\text{س} - 1}\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int \frac{\text{س}(\text{س}^2-1)}{\text{س}-1}\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int \frac{\text{س}\cancel{(\text{س}-1)}(\text{س}+1)}{\cancel{\text{س}-1}}\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int \text{س}(\text{س}+1)\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int (\text{س}^2 + \text{س})\,\text{د}\,\text{س}$

$= \frac{\text{س}^3}{3} + \frac{\text{س}^2}{2} + \text{جـ}$

السؤال الثاني:

١

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{5\text{س}+1}{2\text{س}}$

$\text{ق}'(1) = \frac{5+1}{2} = \boxed{3}$

٢

$\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}'(\text{س})\,\text{د}\,\text{س}$

$= \int (6\text{س}^2 + 4\text{س})\,\text{د}\,\text{س}$

$= 2\text{س}^3 + 2\text{س}^2 + \text{جـ}$

$\text{ق}(1) = 2 + 2 + \text{جـ} = 7 \qquad \boxed{\text{جـ} = 3}$

$\text{ق}(\text{س}) = 2\text{س}^3 + 2\text{س}^2 + 3$

$\text{ق}(3) = 54 + 18 + 3 = \boxed{75}$

٣ $\int \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ٤\text{س}^٢ + ١$

باشتقاق الطرفين

$\text{ق}(\text{س}) = ٨\text{س}$

$\boxed{\text{ق}(-١) = -٨}$

$\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

$= \int ٨\text{س}\,\text{دس}$

$= ٤\text{س}^٢ + \text{ج}$

$\text{ق}(١) = ٤ + \text{ج} = ٢$ $\boxed{\text{ج} = -٢}$

$\text{ق}(\text{س}) = ٤\text{س}^٢ - ٢$

$\text{ق}(٣) = ٤ \times ٩ - ٢ = \boxed{٣٤}$

---

٤ $\int_{١}^{٤} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \text{س}^{\frac{٣}{٢}} + \text{ج} \Big|_{١}^{٤}$

$= \sqrt{\text{س}^٣} + \text{ج} \Big|_{١}^{٤}$

$= ٨ + \text{ج} - (١ + \text{ج})$

$= \boxed{٧}$

---

٥ $\int_{٣}^{٤} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \text{ق}(\text{س}) \Big|_{٣}^{٤}$

$= \text{ق}(٤) - \text{ق}(٣)$

$= -٤ - -١ = \boxed{-٣}$

---

٦ $\int_{-١}^{٢} \text{ق}(\text{س} - ٣)\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{س} - ٣$

$\text{دس} = \text{دص}$

$\text{س} = -١ \quad \text{ص} = -٤$

$\text{س} = ٢ \quad \text{ص} = -١$

$= \int_{-٤}^{-١} \text{ق}(\text{ص})\,\text{دص} = \text{ق}(\text{ص}) \Big|_{-٤}^{-١}$

$= \text{ق}(-١) - \text{ق}(-٤)$

$= ٣ - ٦ = \boxed{-٣}$

---

٧ $\text{ق}(\text{س}) = ٣\text{س}^٢ + \frac{\sqrt{\text{س}}}{\text{س} + ١} + \text{ج}$

---

٨ $\int \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \text{هـ}^{١ - \text{س}^٢} + ٤\text{هـ}$

بالإشتقاق

$\text{ق}(\text{س}) = -٢\text{س}\,\text{هـ}^{١ - \text{س}^٢} + \text{صفر}$

$\text{ق}(\text{أ}) = -٢\text{أ}\,\text{هـ}^{١ - \text{أ}^٢} = -٢\text{أ}$

$\cancel{-٢\text{أ}}\,\text{هـ}^{١ - \text{أ}^٢} = \cancel{-٢\text{أ}}$

$\text{هـ}^{١ - \text{أ}^٢} = ١ = \text{هـ}^{٠}$

$١ - \text{أ}^٢ = ٠$

$\text{أ}^٢ = ١$ $\boxed{\text{أ} = \pm ١}$

---

٩ $\int \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^٢ - ٣) + ٥$

بالإشتقاق

$\text{ق}(\text{س}) = \frac{٢\text{س}}{\text{س}^٢ - ٣}$

$\text{ق}(\text{أ}) = \frac{٢\text{أ}}{\text{أ}^٢ - ٣}$

$\cancel{٢\text{أ}} = \frac{\cancel{٢\text{أ}}}{\text{أ}^٢ - ٣}$

$١ = \frac{١}{\text{أ}^٢ - ٣}$

$\text{أ}^٢ - ٣ = ١$

$\text{أ}^٢ = ٤$

$\boxed{\text{أ} = \pm ٢}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١٠

$$\int_{-1}^{2} ٣س\, ق'(س^٢)\, دس$$

$ص = س^٢$

$دس = \frac{دص}{٢س}$

$س = -١ \quad ص = ١$

$س = ٢ \quad ص = ٤$

$$= \int_{١}^{٤} ٣\cancel{س}\, ق'(ص) \frac{دص}{٢\cancel{س}}$$

$$= \frac{٣}{٢} \int_{١}^{٤} ق'(ص)\, دص$$

$$= \frac{٣}{٢} \left. ق(ص) \right|_{١}^{٤}$$

$$= \frac{٣}{٢} \left(ق(٤) - ق(١) \right) = \frac{٧٢}{٢}$$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١١

$$\int_{٠}^{أ} \left(ق'(س) - هـ^{س} \right) دس = ٠$$

$$\left. ق(س) - هـ^{س} \right|_{٠}^{أ} = ٠$$

$$ق(أ) - هـ^{أ} - ق(٠) + هـ^{٠} = ٠$$

$$١٢ - هـ^{أ} - ٦ + ١ = ٠$$

$$هـ^{أ} = ٧$$

السؤال الثالث:

١ أ)

$$\int_{-١}^{٣} \left(٤ق'(س) - ٣هـ(س) \right) دس$$

$$= ٤\int_{-١}^{٣} ق'(س)\, دس - ٣\int_{-١}^{٣} هـ(س)\, دس$$

$$= ٤ \times ٦ - ٣ \times ١٠$$

$$= ٢٤ - ٣٠ = \boxed{-٦}$$

ب)

$$\int_{-١}^{٣} \left(٦س^٢ - هـ(س) + ٢ \right) دس$$

$$= \left. ٢س^٣ \right|_{-١}^{٣} - \int_{-١}^{٣} هـ(س)\, دس + ٢(٣ - -١)$$

$$= ٥٦ - ١٠ + ٨ = \boxed{٥٤}$$

٢

$$\int_{١}^{٢} ق'(س)\, دس = \frac{٨}{٣}$$

$$\int_{٢}^{١} \left(٢س^٢ + ٤ق'(س) \right) دس =$$

$$\left. \frac{٢}{٣} س^٣ \right|_{٢}^{١} + ٤\int_{٢}^{١} ق'(س)\, دس$$

$$= \frac{٢}{٣}(١ - ٨) + ٤ \times -\frac{٨}{٣}$$

$$= -\frac{١٤}{٣} - \frac{٣٢}{٣} = \boxed{-\frac{٤٦}{٣}}$$

٣

$$\boxed{\int_{٠}^{٢} ق'(س)\, دس = ٦}$$

$$\int_{٤}^{٢} ق'(س)\, دس + \int_{٤}^{٢} ٥\, دس = ١٢$$

$$\int_{٤}^{٢} ق'(س)\, دس + ٥(٢ - ٤) = ١٢$$

$$\boxed{\int_{٤}^{٢} ق'(س)\, دس = ٢٢}$$

$$\int_{٤}^{٠} \left(٢ق'(س) - ٤ \right) دس$$

$$= ٢\int_{٤}^{٠} ق'(س)\, دس - \int_{٤}^{٠} ٤\, دس$$

$$= ٢\left(\int_{٤}^{٢} ق'(س)\, دس + \int_{٢}^{٠} ق'(س)\, دس \right) - ٤(٠ - ٤)$$

$$= ٢(٢٢ + -٦) + ١٦ = \boxed{٤٨}$$

٤

$$\int_{٣}^{-١} ٢\, دس - \frac{١}{٢}\int_{٣}^{-١} ق'(س)\, دس + \int_{٣}^{-١} ٢ل\, دس = ١٣$$

$$٢(-١ - ٣) - \frac{١}{٢} \times -١٠ + \left. ل س^٢ \right|_{٣}^{-١} = ١٣$$

$$-٨ + ٥ + ل(١ - ٩) = ١٣$$

$$-٨ل = ١٦$$

$$\boxed{ل = -٢}$$

٥ ① $\int_{-2}^{1} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 2\text{س}+4 & -2 \le \text{س} < 1 \\ 3\text{س}^2+3 & 1 \le \text{س} \le 4 \end{cases}$

$= \int_{-2}^{1} (2\text{س}+4)\,\text{دس}$

$= \text{س}^2+4\text{س} \Big|_{-2}^{1} = -3+12 = \boxed{9}$

② $\int_{0}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

$= \int_{0}^{1} (2\text{س}+4)\,\text{دس} + \int_{1}^{3} (3\text{س}^2+3)\,\text{دس}$

③ $\int_{-2}^{4} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

$= \int_{-2}^{1} (2\text{س}+4)\,\text{دس} + \int_{1}^{4} (3\text{س}^2+3)\,\text{دس}$

④ $\int_{2}^{5} \frac{1}{2}\,\text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

$= \frac{1}{2}\left(\int_{2}^{1} (3\text{س}^2+3)\,\text{دس} + \int_{1}^{5} (2\text{س}+4)\,\text{دس} \right)$

---

٦ ① $\int_{0}^{\text{أ}} 4\text{أ}\text{س}\,\text{دس} = 32$

$2\text{أ}\text{س}^2 \Big|_{0}^{\text{أ}} = 32$

$2\text{أ}^3 - 0 = 32$

$\text{أ}^3 = 16$ $\quad \boxed{\text{أ} = \sqrt[3]{16}}$

② $\int_{1}^{\text{أ}} (2\text{س}+7)\,\text{دس} = 52$

$\text{س}^2+7\text{س} \Big|_{1}^{\text{أ}} = 52$

$\text{أ}^2+7\text{أ} - 1 - 7 = 52$

$\text{أ}^2+7\text{أ} - 60 = 0$

$(\text{أ}+12)(\text{أ}-5) = 0$

$\boxed{\text{أ} = -12}$ $\quad \boxed{\text{أ} = 5}$

③ $\int_{1}^{\text{أ}} (2\text{س}+\text{أ})\,\text{دس} = -1$

$\text{س}^2+\text{أ}\text{س} \Big|_{1}^{\text{أ}} = -1$

$\text{أ}^2+\text{أ}^2 - 1 - \text{أ} = -1$

$2\text{أ}^2 - \text{أ} = 0$

$\text{أ}(2\text{أ}-1) = 0$

$\boxed{\text{أ} = 0}$ $\quad \boxed{\text{أ} = \frac{1}{2}}$

④ $\int_{3}^{\text{أ}} \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{دس} = 0$

$\text{هـ}^{\text{س}} \Big|_{3}^{\text{أ}} = 0$

$\text{هـ}^{\text{أ}} - \text{هـ}^{3} = 0$

$\text{هـ}^{\text{أ}} = \text{هـ}^{3}$ $\quad \boxed{\text{أ} = 3}$

أو

$\boxed{\text{أ} = 3}$ مباشرة حسب خاصية الحدود

⑤ $\int_{\text{أ}}^{2} (4\text{س}-1)\,\text{دس} = -3\text{أ}$

$2\text{س}^2 - \text{س} \Big|_{\text{أ}}^{2} = -3\text{أ}$

$8 - 2 - 2\text{أ}^2 + \text{أ} = -3\text{أ}$

$2\text{أ}^2 - 4\text{أ} - 6 = 0$

$\text{أ}^2 - 2\text{أ} - 3 = 0$

$(\text{أ}-3)(\text{أ}+1) = 0$

$\boxed{\text{أ} = 3}$ $\quad \boxed{\text{أ} = -1}$

⑥ $\int_{0}^{\text{أ}} (2\text{س}-4)\,\text{دس} = 15$

$\text{س}^2 - 4\text{س} \Big|_{0}^{\text{أ}} = 15$

$\text{أ}^2 - 4\text{أ} = 15$

$\text{أ}^2 - 4\text{أ} - 15 = 0$

$(\text{أ}-5)(\text{أ}+1) = 0$

$\boxed{\text{أ} = 5}$ $\quad \boxed{\text{أ} = -1}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الرابع:

[1] $ق(س) = \int ق'(س)\, دس$

$= س^2 + س^4 + جـ$

$ق(1) = 8 \qquad جـ = 6$

$ق(س) = س^2 + س^4 + 6$

---

[2] الميل $= ق'(س)$

$ق(س) = \int ق'(س)\, دس$

$= س^3 + 5س + جـ$

$ق(-1) = 2 \qquad جـ = 8$

$ق(س) = س^3 + 5س + 8$

---

[3] $ق'(س) = هـ^{2س} \qquad ق(0) = 1$

$\Leftarrow ق(س) = \frac{1}{2} هـ^{2س} + \frac{1}{2}$

---

[4] $ق'(س) = (2س - 1)^3$

$ق(س) = \int ق'(س)\, دس$

$= \int (2س - 1)^3\, دس$

$ص = 2س - 1$

$دس = \frac{دص}{2}$

$= \int ص^3 \frac{دص}{2}$

$= \frac{1}{2} \frac{ص^4}{4} + جـ$

$= \frac{1}{8} (2س - 1)^4 + جـ$

$ق(1) = 3 \qquad جـ = \frac{23}{8}$

$ق(س) = \frac{1}{8} (2س - 1)^4 + \frac{23}{8}$

---

[5] $ق'(س) = (س + 2)(2س - 1)$

$ق(س) = \int (س + 2)(2س - 1)\, دس$

$= \int (2س^2 - س + 4س - 2)\, دس$

$ق(س) = \frac{2}{3} س^3 + \frac{3}{2} س^2 - 2س + 3$

---

[6] $ف(ن) = \int ع(ن)\, دن \qquad ف(0) = 1$

$ف(2)$

$= \int 3(ن + 1)^2\, دن$

$ن + 1 = ص$

$دن = دص$

$= \int 3ص^2\, دص$

$= ص^3 + جـ$

$= (ن + 1)^3 + جـ$

$ف(0) = 1 \qquad جـ = 0$

$ف(ن) = (ن + 1)^3 \qquad \boxed{ف(2) = 27}$

---

[7] $ت(ن) = 4 \qquad ع(0) = 2 \qquad ف(0) = 8$

$ع(ن) = \int ت(ن)\, دن = 4ن + جـ$

$ع(0) = 2 \qquad \boxed{جـ = 2}$

$ع(ن) = 4ن + 2$

$ف(ن) = \int ع(ن)\, دن$

$= 2ن^2 + 2ن + جـ \qquad ف(0) = 8$

$\boxed{جـ = 8}$

$ف(ن) = 2ن^2 + 2ن + 8$

---

[8] $ع(ن) = \int ت(ن)\, دن = 2ن^2 + 3ن + جـ$

$ع(0) = 2 \qquad \boxed{جـ = 2} \qquad ع(5) = 76$

---

[9] $ع(ن) = \int ت(ن)\, دن$

$= \frac{أ}{2} ن^2 + 2ن + جـ$

$ع(0) = 4 \qquad \boxed{جـ = 4}$

$ع(1) = \frac{أ}{2} + 2 + 4 = 10$

$\frac{أ}{2} = 4 \qquad \boxed{أ = 8}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الخامس

① $ق(س) = س^2 + 3$

$ق(س) = 0 \quad \therefore \quad س^2 + 3 = 0$

$س^2 = -3$ ✗ لا يوجد

$م = \int_{1}^{4} (س^2 + 3)\, دس \ldots = \boxed{30}$

② $ق(س) = س^2 - 1 = 0 \quad \therefore$

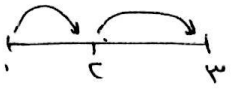
$س^2 = 1 \quad س = \pm 1$

خارج الفترة

$م = \int_{2}^{5} (س^2 - 1)\, دس \ldots = \boxed{36}$

③ $ق(س) = س^2 - 4 = 0 \quad \therefore$

$س = \pm 2$



$م = م_1 + م_2$

$م_1 = \int_{0}^{2} (س^2 - 4)\, دس \ldots \quad م_1 = \left|-\frac{16}{3}\right|$

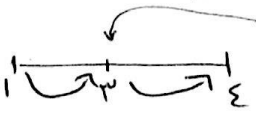
$\boxed{م_1 = \frac{16}{3}}$

$م_2 = \int_{2}^{3} (س^2 - 4)\, دس \ldots \quad \boxed{م_2 = \frac{7}{3}}$

$\boxed{م = \frac{23}{3}}$

④ $ق(س) = 2س - 6 = 0 \quad \therefore$

$س = 3$



$م = م_1 + م_2$

$م_1 = \int_{1}^{3} (2س - 6)\, دس \ldots \quad م_1 = 4$

$م_2 = \int_{3}^{4} (2س - 6)\, دس \ldots \quad م_2 = 1$

$\boxed{م = 5}$

⑤ $ق(س) = س - س^2 = 0 \quad \therefore$

$س(1 - س) = 0 \quad \therefore$

$س = 0 \quad ، \quad س = 1$

$م = \int_{0}^{1} (س - س^2)\, دس \ldots \quad \boxed{م = \frac{1}{6}}$

⑥ $ق(س) = س^2 - 4س = 0 \quad \therefore$

$س(س - 4) = 0 \quad \therefore$

$س = 0 \quad س = 4$

$م = \int_{0}^{4} (س^2 - 4س)\, دس \ldots \quad \boxed{م = \frac{32}{3}}$

⑦ $ق(س) = 9 - س^2 = 0 \quad \therefore$

$س = 3 \quad ، \quad -3$

$م = \int_{-3}^{3} (9 - س^2)\, دس \ldots \quad \boxed{م = 36}$

⑧ $ق(س) = س^2 - 5س - 6 = 0 \quad \therefore$

$(س + 1)(س - 6) = 0 \quad \therefore$

$س = -1 \quad ، \quad س = 6$

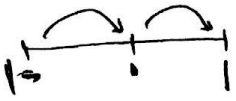
$م = \int_{-1}^{6} (س^2 - 5س - 6)\, دس \ldots \quad \boxed{م = \frac{343}{6}}$

⑨ $ق(س) = س - س^3 = 0 \quad \therefore$

$س(1 - س^2) = 0 \quad \therefore$

$س(1 - س)(1 + س) = 0 \quad \therefore$

$س = 0 \quad ، \quad س = 1 \quad ، \quad س = -1$



$م = م_1 + م_2$

$م_1 = \int_{-1}^{0} (س - س^3)\, دس \ldots \quad \boxed{م_1 = \frac{1}{4}}$

$م_2 = \int_{0}^{1} (س - س^3)\, دس \ldots \quad \boxed{م_2 = \frac{1}{4}}$

$\boxed{م = \frac{1}{2}}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

(١٠) ق(س) = هـ(س)

س² = ٨ − س²

٢س² = ٨

س² = ٤ س = ±٢

م = ∫ (ق(س) − هـ(س)) دس

= ∫ (٢س² − ٨) دس ... م = ٣٤/٣

(١١) ق(س) = هـ(س)

١ − س² = س² − ١

٢س² = ٢ س = ±١

م = ∫ (٢س² − ٢) دس ... م = ٨/٣

(١٢) ق(س) = هـ(س)

٦س = ٣س²

٣س² − ٦س = ٠

٣س(س − ٢) = ٠

س = ٠ ، س = ٢

م = ∫ (٣س² − ٦س) دس ... م = ٤

(١٣) ق(س) = هـ(س)

س + ٦ = س²

س² − س − ٦ = ٠

(س − ٣)(س + ٢) = ٠

س = ٣ ، −٢

م = ∫ (س² − س − ٦) دس ...

م = ١٩/٦

السؤال السادس:

أولاً (١) ∫ ق(س) دس = −م₂ = −٦ (قصة المنحنى)

(٢) ∫ ٣ق(س) دس = ٣ ∫ ق(س) دس

= −٣ ∫ ق(س) دس = −٣ × ٤ = −١٢

(٣) ∫ ق(س) دس

= ∫ ق(س) دس + ∫ ق(س) دس

= م₁ + −م₂

= ٧ − ٦ = ١

(٤) | ∫ ق(س) دس |

= | ∫ ق(س) دس + ∫ ق(س) دس + ∫ ق(س) دس |

= | م₁ − م₂ + م₃ |

= | ٧ − ٦ + ٤ | = ٥

(٥) المساحة = ٧ + ٦ + ٤ = ١٧

(٦) ∫ ٢ − ق(س) دس

= ∫ ٢ دس − ∫ ق(س) دس

= ٢(٦ − ١) − (∫ ق(س) دس + ∫ ق(س) دس)

= ١٠ − (−٦ + ٤) = ١٢

ثانياً

المساحة = م△ + م□ + م△ + م△

[−٢، ٠] [٠، ٣] [٣، ٤] [٤، ٥]

= ½(٢)(١) + ٣ × ١ + ½(١)(١) + ½(١)(١)

= ١ + ٣ + ½ + ½ = ٥

ثالثاً

(١) ∫ (ل(س) − ق(س)) دس

= سالب المساحة (لأن ق(س) فوق ل(س))

= −٥

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

② $\int_{1}^{5} (ق(س) - ل(س))\, دس$

= سالب المساحة (ل(س) فوق ق(س))

= $\boxed{-٦}$

③ $\int_{-٤}^{5} (٣ق(س) - ٣هـ(س))\, دس$

= $٣\int_{-٤}^{5} (ق(س) - هـ(س))\, دس$

= $٣\left(\int_{-٤}^{1} (ق(س) - هـ(س))\, دس + \int_{1}^{5} (ق(س) - هـ(س))\, دس\right)$

= $٣(م_١ + -م_٢)$

= $٣(٥ - ٦)$ = $\boxed{-٣}$

④ $\int_{1}^{5} \frac{ق(س) - هـ(س)}{٢}\, دس$

= $\frac{١}{٢} \times -م_٢$ = $\boxed{-٣}$

السؤال السابع:

① $د(س) = \int د'(س)\, دس$ $\boxed{ج = ١٠}$

= $٢٠س^٣ - ١٥س^٢ + ٦س$

$\boxed{د(٤) = ١٠٦٨}$

---

② $د(س) = \int (٦س - ٤س + ٢)\, دس$

= $س^٢ + ٢س$

$\boxed{د(١٠) = ١٢٠}$

---

③ $ع = ٦٠ - ٢س_١ = ١٠$

$٥٠ = ٢س_١$ $\boxed{س_١ = ٢٥}$

ف.ل = $\int_{٠}^{س_١} ق(س)\, دس - س_١ ع_١$

= $\int_{٠}^{٢٥} (٦٠ - ٢س)\, دس - ٢٥ \times ١٠$

= $\boxed{٦٢٥}$

④ $ع = ٤٠ - ٣س^٢ = ١٣$

$٣س^٢ = ٢٧$ $\boxed{س = ٣}$

ف.ل = $\int_{٠}^{٣} (٤٠ - ٣س^٢)\, دس - ١٣ \times ٣$

= $\boxed{٥٤}$

---

⑤ $ع = هـ(١٠) = ٢٠ + ٢ \times ١٠ = ٤٠$

ف.ج = $س_١ ع_١ - \int_{٠}^{س_١} هـ(س)\, دس$

= $٤٠ \times ١٠ - \int_{٠}^{١٠} (٢٠ + ٢س)\, دس$

= $\boxed{١٠٠}$

---

⑥ $ع = ق(س) = هـ(س)$

$٥٠ - ٤س = ٢٠ + ٢س$ $٦س = ٣٠$

$\boxed{س = ٥}$ $\boxed{ع = ٣٠}$

ف.ل = $\int_{٠}^{٥} (٥٠ - ٤س)\, دس - ٣٠ \times ٥$

= $\boxed{٥٠}$

ف.ج = $٣٠ \times ٥ - \int_{٠}^{٥} (٢٠ + ٢س)\, دس$

= $\boxed{٢٥}$

---

⑦ $ع = ق(س) = هـ(س)$

$٦٠ - ٣س = ٣س$ $\boxed{س = ١٠}$

$\boxed{ع = ٣٠}$

ف.ل = $\int_{٠}^{١٠} (٦٠ - ٣س)\, دس - ١٠ \times ٣٠$

= $\boxed{١٥٠}$

ف.ج = $١٠ \times ٣٠ - \int_{٠}^{١٠} ٣س\, دس$

= $\boxed{١٥٠}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ملخص وحدة الاحصاء والاحتمالات

مبدأ العد = العدد في المحاولة الاولى × العدد في المحاولة الثانية × العدد في المحاولة ...

المضروب ن ! = ن × (ن-١) × (ن – ٢) × (ن – ٣) .... × ٢ × ١

⇦ نستطيع الايقاف متى ما اردنا من اجل الاختصار

التباديل $ل(ن ، ر) = \frac{ن!}{(ن - ر)!}$

التوافيق $\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{ر!\,(ن - ر)!} = \frac{ل(ن ، ر)}{ر!}$

تذكر : ل(ن ، ١) = ن ل(ن ، ٠) = ١ ل(ن ، ن) = ن

$\binom{ن}{٠} = ١$ $\binom{ن}{١} = ن$ $\binom{ن}{ن} = ١$ $\binom{ن}{ر} = \binom{ن}{ن - ر}$

الاستاذ : أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

المتغير العشوائي (س) : قيم يمكن مشاهدتها عند اجراء تجربة معينة

الاحتمال $ل(س) = \frac{\text{عدد مرات تكرار القيمة}}{\text{عدد عناصر التجربة كاملة (الفضاء العيني)}}$

تذكر أن : $\sum ل(س) = ١$

اذا كان س يخضع لتوزيع ذا الحدين $ل(س) = \binom{ن}{ر} \times أ^{ر} \times (١ - أ)^{ن - ر}$

العلامة الحقيقية

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

العلامة المعيارية

التوزيع الطبيعي

طرق الاستخراج من الجدول

مباشرة من الجدول

ل(ز ≤ أ) أقل من موجب

ل(ز ≤ - أ) اكبر من سالب

يجب أخذ المتممة

ل(ز ≥ أ) = ١ – ل(ز ≤ أ) اكبر من موجب

ل(ز ≤ - أ) = ١ – ل(ز ≤ أ) اقل من سالب

عملية الحصر

ل(أ ≤ ز ≤ ب) = ل(ز ≤ ب) – ل(ز ≤ أ)

هناك ثلاثة انواع من الاسئلة :

الاول : حساب الاحتمال

نحدد المطلوب حسب السؤال ثم نستخرج الاحتمال من الجدول

الثاني : حساب عدد الذين تنطبق عليهم الحالة

العدد = الاحتمال × العدد الكلي

الثالث : حساب العلامة الحقيقة

نجد الاحتمال = $\frac{\text{العدد}}{\text{العدد الكلى}}$

ثم نحدد اشارة ز حسب قيمة الاحتمال

ونرجع لقانون التحويل الى العلامة الحقيقية

الاحتمال موجود في الجدول و ل(س ≤ ز) ز : موجبة

الاحتمال موجود في الجدول و ل(س ≥ ز) ز : سالبة

الاحتمال غير موجود في الجدول ويلزم أن ناخذ المتممة و ل(س ≥ ز) ز : موجبة

الاحتمال غير موجود في الجدول ويلزم أن ناخذ المتممة و ل(س ≤ ز) ز : سالبة

اعداد الاستاذ

أحمد موسى مقدادي

لحساب الانحراف المعياري عند معرفة الفرق بين قيمتين حقيقيتين ومعياريتين

$ع = \frac{س٢ - س١}{ز٢ - ز١}$

بالرموز

اكبر من ٠.٥ ل(س ≤ ز)

اقل من ٠.٥ ل(س ≥ ز)

متشابهان ز سالبة

اكبر من ٠.٥ ل(س ≤ ز)

اقل من ٠.٥ ل(س ≥ ز)

مختلفان ز موجبة

في التوزيع الطبيعي الوسط الحسابي = صفر

الانحراف المعيارى = ١

الاستاذ : أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

معامل ارتباط بيرسون & معادلة الانحدار

اولا : نحسب المتوسط الحسابي لقيم س ... $\bar{س}$

ونحسب المتوسط الحسابي لقيم ص ... $\bar{ص}$

ثانيا : نعمل على تعبئة بيانات الجدول

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{المجموع}}{\text{العدد}}$$

	س	ص	س - $\bar{س}$	ص - $\bar{ص}$	(س- $\bar{س}$)(ص- $\bar{ص}$)	(س – $\bar{س}$)^2	(ص – $\bar{ص}$)^2
١							
٢							
٣							
المجموع					☺	☺☺	☺☺☺

هذا العمود لـ بيرسون فقط

معامل ارتباط بيرسون الخطي

$$ر = \frac{\sum (س- \bar{س})(ص- \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

بشكل بسيط

$$ر = \frac{☺}{\sqrt{☺☺ \times ☺☺☺}}$$

معادلة الانحدار

$$ص = أ\,س + ب$$

$$أ = \frac{\sum (س- \bar{س})(ص- \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$$

بشكل بسيط

$$أ = \frac{☺}{☺☺}$$

ثانيا

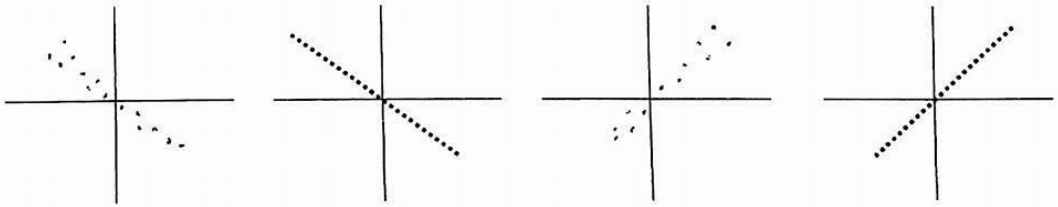
$$ب = \bar{ص} - أ\,\bar{س}$$

الخطأ في التنبؤ = الحقيقي – المتوقع (المتنبأ به)

مذكور في السؤال

يتم حسابه من معادلة الانحدار

انواع الارتباط



طردي تام | طردي قوي | عكسي تام | عكسي قوي

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

اعداد الاستاذ : أحمد موسى مقدادي
٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

مراجعة عامة لوحدة الاحصاء والاحتمالات للفروع المشتركة

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الأول

أ) اذا كان لديك الارقام {٥ ، ٣ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٩}

كم عددا مكونا من ثلاثة منازل يمكن تكوينه باستخدام هذه الارقام إذا :

١- سمح بتكرار الأرقام ٢- لم يسمح بتكرار الأرقام

ب) اذا كان لديك الاحرف {أ ، ب ، ج ، د ، هـ} والارقام {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

وأردنا تكوين لوحات ، لكل لوحة تحتوي على حرفين ورقمين

ما عدد اللوحات التي يمكن تكوينها :

١- اذا سمح بتكرار الاحرف والارقام

٢- اذا لم يسمح بتكرار الاحرف والارقام

٣- اذا سمح بتكرار الاحرف ولم يسمح بتكرار الارقام

ج) ما عدد طرق جلوس ٥ اشخاص على خمسة مقاعد مرقمة في صف واحد ؟

د) ما عدد تباديل مجموعة مكونة من ٦ عناصر مأخوذة أربعة في كل مرة ؟

هـ) جد ناتج ما يلي :

١- $٢! \times ٣!$ ٢- $\frac{٨!}{١٠!}$ ٣- $٠! + ٣!$

٤- $٥! - ٣!$ ٥- $(١٢ - ١٠)!$ ٦- $\frac{٦!}{٣!\,٢!}$

٧- $(٣! - ٢!)!$ ٨- $\frac{(٩+٢)!\,٨!}{١٠!}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الثاني

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

أ) اكتب ما يلي بأبسط صورة :

١- $\frac{(ن+٢)!}{ن!}$ ٢- $\frac{(ن-٢)!}{ن!}$ ٣- $\frac{(ن-١)!\,(ن+٢)!}{(ن+١)!}$

ب) جد قيمة (ر) في كل مما يلي :

١- ل(٨ ، ر) = ١٦٨٠ ٢- ل(١٠، ر) = ٧٢٠

٣- ل(٤ ، ر) = ٢٤ ٤- ٣ ل(٦ ، ر) = ٩٠

ج) جد قيمة (ن) في كل مما يلي :

١- ل(ن ، ٢) = ٧٢ ٢- ل(ن ، ٣) = ٢١٠

٣- ٣ ل(ن، ٢) = ٦ ٤- $\frac{(ن+١)!}{ن!}$ = ٣ !

٥- $\frac{(ن-١)!}{(ن-٢)!}$ = ٥ ! ٦- $\left(\frac{ن}{٢}\right)!$ = ٢٤

٧- $\binom{ن}{٢}$ = ٢١ ٨- $\binom{ن}{٢}$ = ٢٨

٩- ن! = ل(٥ ، ٢) + $\binom{٤}{١}$ ١٠- ل(ن ، ٣) = ٤ ل (ن ، ٢)

١١- ل(ن ، ٣) = ٦ ل(ن ، ٢) ١٢- ل(ن ، ١) = $\binom{ن}{٢}$

د) جد قيمة ن ، ر في كل مما يلي :

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

١- ل(ن، ر) = ٢٠ ، $\binom{ن}{ر}$ = ١٠

٢- ل(ن ، ر) = ٢١٠ ، $\binom{ن}{ر}$ = ٣٥

هـ) جد قيمة (س) في كل مما يلي :

١- $\binom{٢٠}{٨}$ = $\binom{٢٠}{س}$ ٢- $\binom{س}{٥}$ = $\binom{س}{٦}$ ٣- $\binom{٢٠}{١٢}$ = $\binom{٢٠}{٢س+٦}$

الســــــــــؤال الثالث

أ) مجلس إدارة مكون من ٨ رجال و ٥ سيدات ، نريد تشكيل لجنة رباعية منهم ،

ما عدد الطرق في الحالات الآتية :

١- اذا كان باللجنة رجلين وسيدتين

٢- اذا كان باللجنة ٣ رجال و سيدة

٣- اذا كان باللجنة رجل واحد فقط

٤- اذا كان باللجنة رجل واحد على الاكثر

٥- اذا كان باللجنة رجل واحد على الاقل

٦- اذا كان باللجنة سيدتين على الاقل

٧- اذا كانت اللجنة من الرجال فقط

٨- اذا كان باللجنة ٣ رجال على الاقل

٩- اذا كان رئيس اللجنة من الرجال والباقي من السيدات

١٠- اذا كان رئيس اللجنة ونائبه من الرجال والباقي من السيدات

١١- اذا كان رئيس اللجنة من الرجال

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ب) يتكون الامتحان التنافسي من (١٠) اسئلة ، (٥) منها باللغة العربية و(٥) منها باللغة الانجليزية ، وعلى من يتقدم للامتحان اختيار (٦) اسئلة فقط للاجابة عليها

١- كم طريقة يمكن للمتقدم للامتحان الاجابة على (٤) اسئلة باللغة العربية والباقي باللغة الانجليزية ؟

٢- كم طريقة ممكنة اذا كان هناك (٣) اسئلة باللغة العربية على الاقل والباقي باللغة الانجليزية ؟

ج) مجلس تربوي يجمع مجموعة مكونة من ٧ معلمين و ٣ مشرفين ، ويراد تكوين لجنة رباعية منهم

جد عدد طرق تشكيل اللجنة بحيث تتكون من :

١- كلهم معلمين ٢- مشرف واحد على الاكثر ٣- (٣) معلمين على الاكثر

٤- رئيس اللجنة من المشرفين والباقي من المعلمين ٥- رئيس اللجنة مشرف

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السـؤال الرابع

أ) اذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور من بين ٣ اطفال .

١- اكتب قيم س الممكنة ٢- اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير س

ب) اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير س في تجربة معينة هو{(٠ ، ٠,١)،(١ ، ٠,٣)، (٢ ، ب)}

جد قيمة الثابت ب

ج) اذا دل المتغير العشوائي س على ظهور الصورة في تجربة القاء ٤ قطع نقد .

اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير س

د) اذا كان س متغيرا عشوائيا ذو حدين معاملاه ن = ٣ ، أ = ٠.٢

جد ١- قيم س الممكنة ٢- جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

هـ) اذا كان احتمال أن يصيب شخص هدفا ما في كل طلقة يساوي ٠.٦ ، فإذا أطلق ٤ طلقات على الهدف فما احتمال :

١- اصابة الهدف ٣ مرات

٢- عدم اصابة الهدف

٣- اصابة الهدف ٣ مرات على الاكثر

٤- اصابة الهدف مرتين على الأكثر

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

و) اذا كان س متغيرا عشائيا ذا حدين بحيث ن = ٣ ، ل(س ≤ ٢) = $\frac{٩٨}{١٢٥}$

جد قيمة ١) أ ٢) ل (س= ٢)

ز) يحتوي صندوق على ٦ كرات بيضاء و٤ كرات حمراء ، سحبت من الصندوق ٣ كرات على التوالي مع الارجاع ، اذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

كون جدول التوزيع الاحتمالي

ح) اذا كان احتمال ولادة طفل اشقر الشعر في عائلة هو $\frac{١}{٤}$ وكان في الاسرة ٦ اطفال ، فما احتمال ان نصفهم ذو شعر اشقر

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السـؤال الخامس

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

أ) اذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف هو ٧٠ والانحراف المعياري هو ٦

١- جد العلامة المعيارية للعلامات الاصلية ١) ٧٢ ٢) ٦٤

٢- جد العلامات الاصلية للعلامات المعيارية ١) ١.٥ ٢) -٢

ب) اذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة ٦٠ ، والانحراف المعياري هو ٦

جد ١) العلامة التي تنحرف انحرافين معيارين فوق الوسط الحسابي .

٢) اذا كان الفرق بين علامتي طالبين من الصف نفسه ٩ ، فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين للعلامتين الاصليتين .

ج) جد قيمة (أ) في كل مما يلي :

١- ل(ز ≤ أ) = ٠.٣٢٩٩ ٢- ل(ز ≥ أ) = ٠.٣

٣- ل(ز ≥ أ) = ٠.٨٨٨٨ ٤- ل(ز ≤ أ) = ٠.٦٧٥٠

د) تقدم (٥٠٠٠) طالب لامتحان ما ، وكان توزيع نتائجهم يتخذ شكل التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي (٧٠) وانحراف معياري (٥) ، وكانت علامة النجاح (٦٠)

اختير طالب عشوائيا : ما احتمال ان يكون الطالب من بين الناجحين ؟

ز	صفر	٠.٥	١	١.٥	٢
ل(ز ≤ أ)	٠.٥	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢

هـ) تتخذ أعمار ٣٠٠٠ شخص التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٦٠ وانحراف معياري ١٠ ، اذا اختير شخص عشوائيا فما احتمال أن يكون ممن تتراوح اعمارهم بين ٥٣ و ٦٥

ز	صفر	٠.٥	٠.٧	١	٢
ل(ز ≤ أ)	٠.٥	٠.٦٩١٥	٠.٧٥٨٠	٠.٨٤١٣	٠.٩٧٧٢

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

و) اذا كانت علامات ١٠٠٠ طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي ٦٥ والانحراف المعياري ١٠ ، وكان عدد الناجحين ٩٧٧ ، فما علامة النجاح

ز	صفر	٠.٥	١	١.٥	٢
ل(ز ≤ أ)	٠.٥	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ز) إذا كانت أطوال ١٠٠٠٠ طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٣٠٠ وانحراف معياري ١٠ ، فما عدد الأشخاص الذين أطوالهم بين (٢٨٥ ، ٣١٠)

ز	صفر	٠.٥	١	١.٥	٢
ل(ز ≤ أ)	٠.٥	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢

ح) اذا كانت اوزان طلبة احدى المدارس تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٤٥) كغم وانحراف معياري (٤) ، اختير احد الطلبة عشوائيا ، ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تنحصر اوزانهم بين (٤٣) كغم و (٤٩) كغم ؟

ز	صفر	٠.٥	١	١.٥	٢
ل(ز ≤ أ)	٠.٥	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٣٣٢	٠.٩٧٧٢

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال السادس

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

أ) اكمل الجدول الاتي : ثم جد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص

س	ص	س - $\bar{س}$	ص - $\bar{ص}$	(س- $\bar{س}$)(ص – $\bar{ص}$)	(س – $\bar{س}$)^2	(ص- $\bar{ص}$)^2
١٨	١١					
١٧	١٣					
١٥	١٧					
٢٠	١٥					
١٠	١٩					
المجموع						

ب) احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين قيم س ، ص

س	٥	٨	٧	٧	٥	٤
ص	٧	١٠	٩	٨	٨	٦

ج) جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص

س	١٢	١٠	٩	١١	٨
ص	١٣	٩	١٤	١٥	٩

د) اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (٦) وكان

$\sum$ (س – $\bar{س}$)^2 = ٤٠ ، $\sum$ (ص – $\bar{ص}$)^2 = ١٠ ، $\sum$ (س – $\bar{س}$)(ص – $\bar{ص}$) = ٨

فاحسب معامل ارتباط بيرسون الخطي

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

هـ) اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص (- ٠.٨) ، جد معامل الارتباط الجديد بين $س^*$ ، $ص^*$ في كل مما يلي :

١- $س^* = ٢س - ٣$ ، $ص^* = ص - ١$

٢- $س^* = ١٤ س + ٥$ ، $ص^* = ٣ - ص$

٣- $س^* = -٣س + ٥$ ، $ص^* = ٤ - ٥ص$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

و) يبين الجدول علامات الطلاب الشهرية في مادتي الحاسوب والرياضيات

جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم س اذا علمت قيم ص

س	١٢	١٠	٩	١١	٨
ص	١٣	٩	١٤	١٥	٩

ز) يبين الجدول معدلات (٥) طلاب في احدى الصفوف (ص) وعدد ساعات الدراسة اليومية (س)

س	٣	٢	٥	٨	٧
ص	٧٢	٦٧	٨٢	٩٧	٩٢

١- جد معادلة الانحدار

٢- قدر معدل طالب درس ٤ ساعات

٣- درس طالب (٧) ساعات وحصل على معدل (٩٠) ، احسب الخطأ في التنبؤ

ح) اذا كان $\bar{س} = ٧$ ، $\bar{ص} = ٩$ ، $\sum (س - \bar{س})^2 = ٥٠$ ، $\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٠٠$

١- جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

٢- قدر قيمة ص اذا كانت س = ٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ط) في دراسة للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص)

اذا كانت معادلة الانحدار $\hat{ص}$ = ٥٣ + ٥س

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

اجب عما يلي :

١- جد أ ، ب

٢- قدر معدل طالب اذا كانت ساعات الدراسة ٥ ساعات

٣- جد الخطأ في التنبؤ لطالب حصل على معدل ٩٥ ودرس ٨ ساعات

كل الامنيات بالتوفيق للجميع

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الاستاذ أحمد موسى مقدادي

٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الأول:

أ) [1] عدد الطرق = ٦ × ٦ × ٦ = ٢١٦

[2] عدد الطرق = ٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠

ب) حروف ارقام

[1] العدد = ٥ × ٥ × ٥ × ٥ = ٦٢٥

[2] العدد = ٥ × ٤ × ٥ × ٤ = ٤٠٠

[3] العدد = ٥ × ٥ × ٥ × ٤ = ٥٠٠

ج) العدد = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠

أو ل(٥،٥) = ٥!

د) ل(٦،٤) = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ = ٣٦٠

هـ) [1] ٢! × ٣! = ٢ × ١ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢

[2] $\frac{٨!}{١٠!} = \frac{\cancel{٨!}}{١٠ \times ٩ \times \cancel{٨!}} = \frac{١}{٩٠}$

[3] ٠! + ٣! = ١ + ٣ × ٢ × ١ = ٧

[4] ٥! − ٣! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ − ٣ × ٢ × ١

= ١٢٠ − ٦ = ١١٤

[5] (١٢ − ١٠)! = ٢! = ٢ × ١ = ٢

[6] $\frac{٦!}{٣!\,٢!} = \frac{٦ \times ٥ \times ٤ \times \cancel{٣!}}{\cancel{٣!} \times ٢!} = ٦٠$

[7] (٣! − ٢!)! = (٦ − ٢)! = ٤! = ٢٤

[8] $\frac{(٩+٢)!\,٨!}{١٠!} = \frac{١١! \times ٨!}{١٠!} = ١١ \times ٨!$

السؤال الثاني:

أ) [1] $\frac{(ن+٢)!}{ن!} = \frac{(ن+٢)(ن+١)\cancel{ن!}}{\cancel{ن!}}$

= (ن + ٢)(ن + ١)

[2] $\frac{(ن-٢)!}{ن!} = \frac{\cancel{(ن-٢)!}}{ن(ن-١)\cancel{(ن-٢)!}}$

$= \frac{١}{ن(ن-١)}$

[3] $\frac{(ن-١)!\,(ن+٢)!}{(ن+١)!} =$

$\frac{(ن-١)!\,(ن+٢)\cancel{(ن+١)!}}{\cancel{(ن+١)!}}$

= (ن + ٢)(ن − ١)!

ب) [1] ل(٨،ر) = ١٦٨٠

٨ × ٧ × ٦ × ٥ = ١٦٨٠

ر = ٤

[2] ل(١٠،ر) = ٧٢٠

١٠ × ٩ × ٨ = ٧٢٠

ر = ٣

[3] ل(٤،ر) = ٢٤

٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

ر = ٤ أو ر = ٣

[4] ٣ ل(٦،ر) = ٩٠

ل(٦،ر) = ٣٠ ٦ × ٥ = ٣٠

ر = ٢

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

2)

1) ل(ن، 2) = 72

ن(ن − 1) = 72

9 × 8 = 72 ⇐ ن = 9

2) ل(ن، 3) = 210

ن(ن − 1)(ن − 2) = 210

7 × 6 × 5 = 210 ⇐ ن = 7

3) 3 ل(ن، 2) = 6

ل(ن، 2) = 2

ن(ن − 1) = 2

2 × 1 = 2 ن = 2

4) $\frac{(ن+1)!}{ن!} = 3!$

$\frac{(ن+1)\cancel{ن!}}{\cancel{ن!}} = 6$

ن + 1 = 6 ن = 5

5) $\frac{(ن-1)!}{(ن-2)!} = 5!$

$\frac{(ن-1)\cancel{(ن-2)!}}{\cancel{(ن-2)!}} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

ن − 1 = 120 ن = 121

6) $\left(\frac{ن}{2}\right)! = 24$

$\left(\frac{ن}{2}\right)! = 4!$

$\frac{ن}{2} = 4$ ⇐ ن = 8

7) $\binom{ن}{2} = 21$

$\frac{ل(ن، 2)}{2!} = 21$ ل(ن، 2) = 42

ن(ن − 1) = 42 ن = 7

8) $\binom{ن}{2} = 28$

$\frac{ل(ن، 2)}{2!} = 28$

ل(ن، 2) = 56

ن(ن − 1) = 56

8 × 7 = 56 ن = 8

أو $\binom{ن}{2} = \frac{ن!}{2!(ن-2)!}$

$= \frac{ن(ن-1)\cancel{(ن-2)!}}{2!\cancel{(ن-2)!}}$

∴ $\frac{ن(ن-1)}{2} = 28$

ن(ن − 1) = 56 ن = 8

9) ن! = ل(5، 2) + $\binom{4}{1}$ $\binom{ن}{1}$ = ن

$= 5 \times 4 + \frac{4!}{1! \times 3!}$

= 20 + 4

ن! = 24 ن = 4

10) ل(ن، 3) = 4 ل(ن، 2)

$\cancel{ن}(\cancel{ن}-1)(ن-2) = 4 \times \cancel{ن}(\cancel{ن}-1)$

ن − 2 = 4 ن = 6

11) ل(ن، 3) = 6 ل(ن، 2)

$\cancel{ن}(\cancel{ن}-1)(ن-2) = 6\cancel{ن}(\cancel{ن}-1)$

ن − 2 = 6 ن = 8

12) ل(ن، 1) = $\binom{ن}{2}$ = $\frac{ل(ن، 2)}{2!}$

$\cancel{ن} = \frac{\cancel{ن}(ن-1)}{2}$

2 = ن − 1 ⇐ ن = 3

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

(5)

1) ل(ن، ر) = ٢٠ ، $\binom{ن}{ر}$ = ١٠

$\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!} = ١٠$

$\frac{٢٠}{ر!} = ١٠ \Leftarrow ر! = ٢$

$\boxed{ر = ٢}$

ل(ن، ٢) = ٢٠

ن(ن - ١) = ٢٠ $\boxed{ن = ٥}$

2) ل(ن، ر) = ٢١٠ $\binom{ن}{ر}$ = ٣٥

$\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!} = ٣٥$

$\frac{٢١٠}{ر!} = ٣٥$

$ر! = \frac{٢١٠}{٣٥} = ٦$

ر! = ٦ $\boxed{ر = ٣}$

ل(ن، ٣) = ٢١٠

ن(ن - ١)(ن - ٢) = ٢١٠ $\boxed{ن = ٧}$

هـ) 1) $\binom{٢٠}{٨} = \binom{٢٠}{س}$

$\boxed{س = ٨}$ أو س + ٨ = ٢٠

$\boxed{س = ١٢}$

2) $\binom{س}{٥} = \binom{س}{٦}$ س = ٥ + ٦ = ١١

3) $\binom{٢٠}{١٢} = \binom{٢٠}{٢س + ٦}$

٢س + ٦ = ١٢ ⇐ ٢س = ٦ $\boxed{س = ٣}$

أو ٢س + ٦ + ١٢ = ٢٠ ٢س = ٢ $\boxed{س = ١}$

السؤال الثالث:

أ) ٨ رجال ، ٥ سيدات

1) عدد الطرق = رجلين × سيدتين

$= \binom{٨}{٢} \times \binom{٥}{٢}$

= ٢٨ × ١٠ = ٢٨٠

2) عدد الطرق = $\binom{٨}{٣} \times \binom{٥}{١}$

= ٢٨ × ٥ = ١٤٠

3) عدد الطرق = $\binom{٨}{١} \times \binom{٥}{٣}$

= ٨ × ١٠ = ٨٠

4) عدد الطرق = ٣ سيدات رجل + ٤ سيدات

$= \binom{٨}{١}\binom{٥}{٣} + \binom{٨}{٠}\binom{٥}{٤}$

= ٨ × ١٠ + ٥ = ٨٥

5) عدد الطرق = ٣ سيدات رجل + سيدتين رجلين + سيدة ٣ رجال + ٤ رجال

$= \binom{٨}{١}\binom{٥}{٣} + \binom{٨}{٢}\binom{٥}{٢} + \binom{٨}{٣}\binom{٥}{١} + \binom{٨}{٤}$

= ٨ × ١٠ + ٢٨ × ١٠ + ٢٨ × ٥ + ١٦٨٠

= ٢١٨٠

6) العدد = رجلين سيدتين + رجل ٣ سيدات + ٤ سيدات

$= \binom{٨}{٢}\binom{٥}{٢} + \binom{٨}{١}\binom{٥}{٣} + \binom{٨}{٠}\binom{٥}{٤}$

= ٢٨ × ١٠ + ٨ × ١٠ + ٥

= ٣٦٥

7) العدد = ٤ رجال = $\binom{٨}{٤}$ = ١٦٨٠

8) العدد = ٣ رجال + ٤ رجال سيدة

$= \binom{٨}{٣} \times \binom{٥}{١} + \binom{٨}{٤} \times \binom{٥}{٠}$

= ٢٨ × ٥ + ١٦٨٠ = ١٨٢٠

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٩) العدد = رجل × ٣ سيدات
(الرئيس)

$= ل(٨،١) \times \binom{٥}{٣}$

$= ٨ \times ١٠ = ٨٠$

١٠) العدد = رجلين × سيدتين

ترتيب الرجال مهم

$= ل(٨،٢) \times \binom{٥}{٢}$

$= ٨ \times ٧ \times ١٠ = ٥٦٠$

١١) العدد = الرئيس رجل × (رجل سيدتين + رجلين سيدة + ٣ رجال + ٣ سيدات)

$= ل(٨،١)\left(\binom{٧}{١}\binom{٥}{٢} + \binom{٧}{٢}\binom{٥}{١} + \binom{٧}{٣} + \binom{٥}{٣}\right)$

** انتبه عدد الرجال اصبح ٧

$= ٨ \times (٧ \times ١٠ + ٢١ \times ٥ + ٣٥ + ١٠)$

$= ٨ \times (٧٠ + ١٠٥ + ٣٥ + ١٠)$

$= ١٧٦٠$

ب) ٥ عربي ٥ انجليزي

١) العدد $= \binom{٥}{٤}\binom{٥}{٢} = ٥ \times ١٠ = ٥٠$

٢) العدد = (٣ عربي + ٢ انجليزي) + (٤ عربي + ٣ انجليزي) + (٥ عربي + ١ انجليزي)

$= \binom{٥}{٣}\binom{٥}{٢} + \binom{٥}{٤}\binom{٥}{٣} + \binom{٥}{٥}\binom{٥}{١}$

$= ١٠ \times ١٠ + ٥ \times ١٠ + ١ \times ٥$

$= ١٥٥$

ج) ٧ معلمين ٣ مشرفين

١) العدد $= \binom{٧}{٤} = ٣٥$

٢) العدد = (٣ مشرفين + ٤ معلمين)

$= \binom{٣}{١}\binom{٧}{٣} + \binom{٧}{٤} = ١٤٠$

٣) العدد = (٣ معلمين + مشرف) + (معلمين + مشرفين) + (معلم + ٣ مشرفين)

$= \binom{٧}{٣}\binom{٣}{١} + \binom{٧}{٢}\binom{٣}{٢} + \binom{٧}{١}\binom{٣}{٣}$

$= ١٠٥ + ٤٥ + ٧$

$= ١٥٧$

٤) العدد = مشرف × ٣ معلمين

$= ل(٣،١) \times \binom{٧}{٣}$

$= ٣ \times ٣٥ = ١٠٥$

٥) العدد = مشرف × (٣ معلمين + معلمين + مشرف + معلم + مشرفين)

$= ل(٣،١) \times \left(\binom{٧}{٣} + \binom{٧}{٢}\binom{٢}{١} + \binom{٧}{١}\binom{٢}{٢}\right)$

$= ٣ \times (٣٥ + ٣٠ + ٧)$

$= ٢١٦$

السؤال الرابع:

أ) ١) قيم س هي ٠، ١، ٢، ٣ $\boxed{ن = ٣}$

احتمال (الذكر) $= \frac{١}{٢}$ $\quad ح = \frac{١}{٢}$

$ل(٠) = \binom{٣}{٠}\left(\frac{١}{٢}\right)^{٠}\left(١ - \frac{١}{٢}\right)^{٣-٠} = \frac{١}{٨}$

$ل(١) = \binom{٣}{١}\left(\frac{١}{٢}\right)^{١}\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} = \frac{٣}{٨}$

$ل(٢) = \binom{٣}{٢}\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{١} = \frac{٣}{٨}$

$ل(٣) = \binom{٣}{٣}\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٠} = \frac{١}{٨}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ب) $\sum ل(س) = 1$

$0.1 + 0.3 + ب = 1$

$\boxed{ب = 0.6}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ج) $ن = 4$ $\quad أ = \frac{1}{2}$

$س = 0, 1, 2, 3, 4$

$ل(0) = \binom{4}{0}(\frac{1}{2})^0(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$

$ل(1) = \binom{4}{1}(\frac{1}{2})^1(\frac{1}{2})^3 = \frac{4}{16}$

$ل(2) = \binom{4}{2}(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^2 = \frac{6}{16}$

$ل(3) = \binom{4}{3}(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^1 = \frac{4}{16}$

$ل(4) = \binom{4}{4}(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^0 = \frac{1}{16}$

س	0	1	2	3	4
ل(س)	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

د) $ن = 3$ $\quad أ = \frac{2}{10}$

[1] قيم س ⇐ 0, 1, 2, 3

[2] $ل(0) = \binom{3}{0}(\frac{2}{10})^0(\frac{8}{10})^3 = \frac{512}{1000}$

$ل(1) = \binom{3}{1}(\frac{2}{10})^1 \times (\frac{8}{10})^2 = \frac{384}{1000}$

$ل(2) = \binom{3}{2}(\frac{2}{10})^2 \times (\frac{8}{10})^1 = \frac{96}{1000}$

$ل(3) = \binom{3}{3}(\frac{2}{10})^3(\frac{8}{10})^0 = \frac{8}{1000}$

س	0	1	2	3
ل(س)	$\frac{512}{1000}$	$\frac{384}{1000}$	$\frac{96}{1000}$	$\frac{8}{1000}$

هـ) $ن = 4$ $\quad أ = \frac{4}{10}$

[1] $ل(س=3) = \binom{4}{3}(\frac{4}{10})^3(\frac{6}{10})^1$

$= \frac{1536}{10000}$

[2] $ل(س=0) = \binom{4}{0}(\frac{4}{10})^0(\frac{6}{10})^4$

$= \frac{1296}{10000}$

[3] $ل(س \le 3) = ل(0) + ل(1) + ل(2) + ل(3)$

أو $ل(س \le 3) = 1 - ل(س=4)$

$ل(س=4) = \binom{4}{4}(\frac{4}{10})^4(\frac{6}{10})^0$

$= \frac{256}{10000}$

$ل(س \le 3) = 1 - \frac{256}{10000}$

$= \frac{9744}{10000}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

[4] $ل(س \le 2) = ل(0) + ل(1) + ل(2)$

$ل(0) = \binom{4}{0}(\frac{4}{10})^0(\frac{6}{10})^4 = \frac{1296}{10000}$

$ل(1) = \binom{4}{1}(\frac{4}{10})^1(\frac{6}{10})^3 = \frac{3456}{10000}$

$ل(2) = \binom{4}{2}(\frac{4}{10})^2(\frac{6}{10})^2 = \frac{3456}{10000}$

$\Leftarrow ل(س \le 2) = \frac{8208}{10000}$

و) $ن = 3$ $\quad ل(س \le 2) = \frac{98}{125}$

$ل(س \le 2) = ل(0) + ل(1) + ل(2)$

$= 1 - ل(س=3)$

$ل(3) = 1 - ل(س \le 2)$

$= 1 - \frac{98}{125} = \frac{27}{125}$

$ل(3) = \binom{3}{3} أ^3 (1-أ)^0 = \frac{27}{125}$ ⇐

$\Leftarrow$ $م^3 = \frac{27}{125}$ $\boxed{م = \frac{3}{5}}$

$\boxed{2}$ $ل(س=2) = \binom{3}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^1$

$= 3 \times \frac{9}{25} \times \frac{2}{5}$

$= \frac{54}{125}$

ز) $\boxed{ب \quad 6 \quad 4 \quad ج}$ $\boxed{ن = 3}$

س: عدد الكرات البيضاء $\boxed{م = \frac{6}{10}}$

قيم س: ٠، ١، ٢، ٣

$ل(0) = \binom{3}{0}\left(\frac{6}{10}\right)^0\left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{64}{1000}$

$ل(1) = \binom{3}{1}\left(\frac{6}{10}\right)^1\left(\frac{4}{10}\right)^2 = \frac{288}{1000}$

$ل(2) = \binom{3}{2}\left(\frac{6}{10}\right)^2\left(\frac{4}{10}\right)^1 = \frac{432}{1000}$

$ل(3) = \binom{3}{3}\left(\frac{6}{10}\right)^3\left(\frac{4}{10}\right)^0 = \frac{216}{1000}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{64}{1000}$	$\frac{288}{1000}$	$\frac{432}{1000}$	$\frac{216}{1000}$

ح) $ن = 6$ $م = \frac{1}{4}$

$ل(\text{نصفهم}) = ل(س=3) = \binom{6}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^3$

$= 20 \times \frac{1}{64} \times \frac{27}{64}$

$= \frac{540}{4096}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

السؤال الخامس:

أ) $\bar{س} = 70$ $ع = 6$

$\boxed{1}$ $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

① $ز = \frac{72 - 70}{6} = \frac{2}{6} = 0.33$

② $ز = \frac{64 - 70}{6} = -1$

$\boxed{2}$ $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

① $1.5 = \frac{س - 70}{6}$

$9 = س - 70$ $\Leftarrow$ $س = 79$

② $-2 = \frac{س - 70}{6}$

$-12 = س - 70$ $س = 58$

ب) $\bar{س} = 60$ $ع = 6$

① $س = 60 + 2 \times 6 = 72$

$\bar{س}$ + انحرافين

② $\Delta س = 9$ $\Delta ز$ ؟

$ع = \frac{س_2 - س_1}{ز_2 - ز_1} = \frac{\Delta س}{\Delta ز}$

$6 = \frac{9}{\Delta ز}$ $\Delta ز = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

ج) $\boxed{1}$ $ل(ز \geq م) = 0.3299$ ← اقل من 0.5

نبحث في الجدول عن 1 − 0.3299

(0.6700)

$\Leftarrow$ 0.44

الاحتمال اقل من 0.5

$ز \geq م$

متشابهان $\Leftarrow$ م سالبة

$\boxed{م = -0.44}$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

٢) ل(ز ≤ أ) = ٠,٣ ← أقل من ٠,٥

نبحث عن ١ - ٠,٣ = ٠,٧

⇐ ٠,٥٣

ز ≤ أ الاحتمال أقل من ٠,٥

مختلفان ⇐ أ موجبة

$\boxed{أ = ٠,٥٣}$

٣) ل(ز ≤ أ) = ٠,٨٨٨٨٨ ← أكبر من ٠,٥

من الجدول ⇐ ١,٢٢

ز ≤ أ الاحتمال أكبر من ٠,٥

متشابهان ⇐ أ سالبة

$\boxed{أ = -١,٢٢}$

٤) ل(ز ≤ أ) = ٠,٦٧٣٦ ← أكبر من ٠,٥

من الجدول ٠,٤٥

ز ≤ أ الاحتمال أكبر من ٠,٥

مختلفان ⇐ أ موجبة

$\boxed{أ = ٠,٤٥}$

ج) س̄ = ٧٠ ع = ٥ س = ٦٠

ل(ز ≤ س) ← ز = (س - س̄)/ع = (٦٠ - ٧٠)/٥

= -٢

ل(ز ≥ -٢) = ل(ز ≤ ٢) مباشرة

= ٠,٩٧٧٢

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

هـ) س̄ = ٦٠ ع = ١٠

ل(ز٥٣ ≤ ز ≤ ز٦٥)

ز٥٣ = (س - س̄)/ع = (٥٣ - ٦٠)/١٠ = -٠,٧

ز٦٥ = (س - س̄)/ع = (٦٥ - ٦٠)/١٠ = -٠,٥

ل(-٠,٧ ≤ ز ≤ -٠,٥)

= ل(ز ≤ -٠,٥) - ل(ز ≤ -٠,٧)

= ١ - ل(ز ≤ ٠,٥) - (١ - ل(ز ≤ ٠,٧))

= ~~١~~ - ٠,٦٩١٥ - ~~١~~ + ٠,٧٥٨٠

= ٠,٠٦٦٥

و) عدد الناجحين = ٩٧٧

احتمال الناجحين = العدد / العدد الكلي = ٩٧٧/١٠٠٠

= ٠,٩٧٧ ← من الجدول

ناجح أي ل(ز ≤ أ) = ٢

أكبر من علامة النجاح

ل(ز ≤ أ) الاحتمال أكبر من ٠,٥

متشابهان ⇐ أ سالبة

$\boxed{أ = -٢}$

⇐ ز = (س - س̄)/ع

-٢ = (س - ٦٥)/١٠

-٢٠ = س - ٦٥

س = ٤٥

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ز) نجد الاحتمال

ل(ز٢٨٥ ≤ ز ≤ ز٣١٠)

ز٢٨٥ = (س − س̄)/ع = (٢٨٥ − ٣٠٠)/١٠ = −١,٥

ز٣١٠ = (س − س̄)/ع = (٣١٠ − ٣٠٠)/١٠ = ١

ل(−١,٥ ≤ ز ≤ ١)

= ل(ز ≤ ١) − ل(ز ≤ −١,٥)

= ل(ز ≤ ١) − (١ − ل(ز ≤ ١,٥))

= ٠,٨٤١٣ − ١ + ٠,٩٣٣٢

= ٠,٧٧٤٥

العدد = الاحتمال × العدد الكلي

= ٠,٧٧٤٥ × ١٠٠٠٠ = ٧٧٤٥

ح) ل(ز٤٣ ≤ ز ≤ ز٤٩)

ز٤٣ = (٤٣ − ٤٥)/٤ = −٠,٥

ز٤٩ = (٤٩ − ٤٥)/٤ = ١

ل(−٠,٥ ≤ ز ≤ ١)

= ل(ز ≤ ١) − ل(ز ≤ −٠,٥)

= ل(ز ≤ ١) − (١ − ل(ز ≤ ٠,٥))

= ٠,٨٤١٣ − ١ + ٠,٦٩١٥

= ٠,٥٣٢٨

السؤال السادس:

أ)

س	ص	س−١٦	ص−١٥	ضرب	تربيع	تربيع
١٨	١١	٢	−٤	−٨	٤	١٦
١٧	١٣	١	−٢	−٢	١	٤
١٥	١٧	−١	٢	−٢	١	٤
٢٠	١٥	٤	٠	٠	١٦	٠
١٠	١٩	−٦	٤	−٢٤	٣٦	١٦
				−٣٦	٥٨	٤٠

س̄ = (١٨ + ١٧ + ١٥ + ٢٠ + ١٠)/٥ = ٨٠/٥ = ١٦

ص̄ = (١١ + ١٣ + ١٧ + ١٥ + ١٩)/٥ = ٧٥/٥ = ١٥

ر = −٣٦ / √(٥٨ × ٤٠) = −٣٦ / √٢٣٢٠

ب) نكوّن الجدول

س̄ = ٣٦/٦ = ٦ ص̄ = ٤٨/٦ = ٨

Σ(س − س̄)(ص − ص̄) = ١٠

Σ(س − س̄)² = ١٢

Σ(ص − ص̄)² = ١٠

ر = ١٠ / √١٢٠

ج) نكوّن الجدول

س̄ = (١٢ + ١٠ + ٩ + ١١ + ٨)/٥ = ١٠

ص̄ = (١٣ + ٩ + ١٤ + ١٥ + ٩)/٥ = ١٢

Σ(س − س̄)(ص − ص̄) = ٩

Σ(س − س̄)² = ١٠

Σ(ص − ص̄)² = ٣٢

ر = ٩ / √٣٢٠

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

ذ) $ر = \frac{\sum(س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sqrt{\sum(س-\bar{س})^2 \sum(ص-\bar{ص})^2}}$

$= \frac{٨}{\sqrt{٤٠٠}} = \frac{٨}{٢٠} = \frac{٢}{٥}$

هـ) [١] متشابهان في الاشارة ر = -٠,٨

[٢] مختلفان في الاشارة ر = ٠,٨

[٣] متشابهان في الاشارة ر = -٠,٨

و) $\bar{س} = \frac{١٢+١٠+٩+١١+٨}{٥} = ١٠$

$\bar{ص} = \frac{١٣+٩+١٤+١٥+٩}{٥} = ١٢$

$\sum(س-\bar{س})(ص-\bar{ص}) = ٩$

$\sum(س-\bar{س})^2 = ١٠$

معادلة الانحدار ص = أس + ب

$أ = \frac{\sum(س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sum(س-\bar{س})^2} = \frac{٩}{١٠}$

$ب = \bar{ص} - أ\bar{س}$

$= ١٢ - \frac{٩}{١٠} \times ١٠ = ٣$

∴ المعادلة $\boxed{ص = \frac{٩}{١٠}س + ٣}$

ز) $\bar{س} = \frac{٣+٢+٥+٨+٧}{٥} = ٥$

$\bar{ص} = \frac{٧٢+٦٧+٨٢+٩٧+٩٢}{٥} = ٨٢$

$\sum(س-\bar{س})(ص-\bar{ص}) = ١٣٠$

$\sum(س-\bar{س})^2 = ٢٦$

$أ = \frac{١٣٠}{٢٦} = ٥$

$ب = \bar{ص} - أ\bar{س} = ٨٢ - ٥ \times ٥$

$= ٥٧$

ص = أس + ب

١) $\boxed{ص = ٥س + ٥٧}$

٢) س = ٤

ص = ٥ × ٤ + ٥٧ = ٧٧

٣) الخطأ = الحقيقي - المتوقع

نحسب المتوقع عند س = ٧

ص = ٥ × ٧ + ٥٧ = ٩٢

الخطأ = ٩٠ - ٩٢ = -٢

ح) [١] $أ = \frac{\sum(س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sum(س-\bar{س})^2} = \frac{١٠٠}{٥٠} = ٢$

$ب = \bar{ص} - أ\bar{س}$

$= ٩ - ٢ \times ٧ = -٥$

ص = أس + ب

$\boxed{ص = ٢س - ٥}$

[٢] س = ٦ ⇐ ص = ٢ × ٦ - ٥ = ٧

ط) ص = ٥٣ + ٥س

[١] أ = ٥ ب = ٥٣

[٢] عندما س = ٥ ص = ٥٣ + ٥ × ٥ = ٧٨

[٣] الخطأ = الحقيقي - المتوقع

المتوقع عند س = ٨ ص = ٥٣ + ٥ × ٨ = ٩٣

الخطأ = ٩٥ - ٩٣ = ٢

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦