بسم الله الرحمن الرحيم

استاذ
جهاد كساسبه
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

أسئلة مقترحة / رياضيات ٣ع / أ.د. معلومات

(٢٠١٦)

جهاد كساسبه
٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

السؤال الأول :

أ) جد التكاملات الآتية :-

① $\int \left(\frac{٣}{\sin^٢ س} + ٤\tan^٢ س - \cos س\right) دس$

الحل $= \frac{٣}{٥} \ln|\sin س| + ٤\tan س - \sin س + ج$

② $\int س^٤ \cos(س^٥ - ٥) دس$.

الحل نفرض $ص = س^٥ - ٥$

$\frac{دص}{دس} = ٥س^٤$

$دس = \frac{دص}{٥س^٤}$

$= \int س^٤ \cos ص \cdot \frac{دص}{٥س^٤}$

$= \int \frac{١}{٥} \cos ص \, دص$

$= \frac{١}{٥} \sin ص + ج$

$= \frac{١}{٥} \sin(س^٥ - ٥) + ج$

استاذ
جهاد كساسبه
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

③ $\int \frac{٣س^٤ - ٢س}{س^٥ - س^٤} دس$

الحل نفرض $ص = س^٥ - س^٤$

$\frac{دص}{دس} = ٥س^٤ - ٣س^٢$

$دس = \frac{دص}{٥س^٤ - ٣س^٢}$

$\Leftarrow \int \frac{٥س^٤ - ٣س^٢}{ص} \times \frac{دص}{٥س^٤ - ٣س^٢}$

$= \int \frac{١}{ص} دص = \ln|ص| + ج = \ln|س^٥ - س^٤| + ج$

④ $\int ٥ \tan س \sec س \, دس$

$= \int ٥ \frac{\sin س}{\cos س} \times \sec س \, دس$

$= \int ٥ \sin س \, دس$

$= -٥ \cos س + ج$

⑤ $\int \frac{٢س^٤ + ١}{\cos^٢(س^٥ + س)} دس$

نفرض $ص = س^٥ + س$

$\frac{دص}{دس} = ٥س^٤ + ١$

$دس = \frac{دص}{٥س^٤ + ١}$

$\Leftarrow \int \frac{٥س^٤ + ١}{\cos^٢(ص)} \frac{دص}{٥س^٤ + ١}$

$= \int \frac{١}{\cos^٢ ص} دص$

$= \int \sec^٢ ص \, دص$

$= \tan ص + ج$

$= \tan(س^٥ + س) + ج$

استاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

⑥ $\int_{1}^{4} \left(\sqrt{x} + 3x^{\frac{1}{2}}\right) dx$

$= \int_{1}^{4} x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{2}} \, dx$

$= \left[\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{3x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_{1}^{4}$

$= \frac{2}{3}(\sqrt{x})^3 + x^{\frac{3}{2}} \Big]_{1}^{4}$

$= \left(\frac{2}{3}(8) + (8)\right) - (0)$

$= \frac{40}{3}$

⑦ $\int \left(\frac{5}{x+3} + (3x+1)^{\frac{1}{2}} \right) dx$

$= \frac{1}{3} \ln|x+3| + \frac{1}{5}(3x+1)^{\frac{5}{2}} + c$

⑧ $\int \left(\frac{3}{3x+5} - (2-3x)^{\frac{1}{2}} \right) dx$

$= \frac{3}{3} \ln|3x+5| - \frac{1}{-\frac{3}{2}}(2-3x)^{\frac{3}{2}} + c$

ب) اذا كانت $f(x) = \frac{3}{3x+5} - 3x^2$ ، فأجد قاعدة الاقتران f علمًا بأن المنحنى $(0, 1)$ تقع على منحنى الاقتران f.

الحل: قاعدة الاقتران $= \int f(x) \, dx$.

$f(x) = \int \frac{3}{3x+5} - 2x^2 \, dx$

$f(x) = \frac{3}{3} \ln|3x+5| - \frac{2}{3}x^3 + c$

$f(x) = \ln|3x+5| - x^3 + c$

بما أن $f(0) = 1$

$\ln|3(0)+5| - (0)^3 + c = 1$

$\ln 5 + c = 1$

$\frac{1}{2} \ln 5 - 1 + c = 1$

$c = 1$

$\therefore f(x) = \ln|3x+5| - x^3 + 1$

استاذ
جهاد عساسية
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

جـ) اذا كان $\int_1^4 \left(\frac{ه(س)}{3}+1\right) د س = 5$ ، $\int_1^8 ه(س) د س = 12$

اوجد $\int_4^8 \left(ه(س)+\frac{1}{3}\right) د س$.

الحل :

$$* \int_1^4 \left(\frac{ه(س)}{2}+1\right) د س = \int_1^4 \frac{ه(س)}{3} د س + \int_1^4 1 \, د س = 0$$

$$\Leftarrow \int_1^4 \frac{ه(س)}{2} د س + 2 = 0$$

$$\Leftarrow \int_1^4 \frac{ه(س)}{2} د س = 2$$

$$\Leftarrow \int_1^4 ه(س) د س = 6$$

$$\Leftarrow \text{المطلوب} = \int_4^8 ه(س) د س + \int_4^8 \frac{1}{3} د س$$

$$= \int_1^8 ه(س) د س - \int_1^4 ه(س) د س + \int_4^8 \frac{1}{2} د س$$

$$= 12 - 6 + \frac{1}{2}(8-4)$$

$$= 6 + 1 = 7$$

أستاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢١٤٢

السؤال الثاني :

أ) إذا كان الإيراد الحدي لبيع (س) متر اللحم يعطى بالاقتران د(س) = ٢٦ س^{٢} + ١٠ س + ٥ دينارًا فجد الإيراد الكلي الناتج عن بيع (٤) أمتار .

الحل : د(س) = $\int$ د'(س) دس .

$$= \int (٢٦ س^{٢} + ١٠ س + ٥) \, دس$$

$$= \frac{٢٦ س^{٣}}{٣} + \frac{١٠ س^{٢}}{٢} + ٥ س$$

$$= ١٣ س^{٣} + ٥ س^{٢} + ٥ س$$

$$\Leftarrow د(٤) = ١٣(٤)^{٣} + ٥(٤)^{٢} + ٥(٤)$$

$$= ١٣(٦٤) + ٥(١٦) + ٢٠$$

$$= ٨٣٢ + ٨٠ + ٢٠$$

$$= ٨٦٨ \text{ دينارًا} .$$

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقترانين

ه(س) = س^{٢} ، ه(س) = س + ٢

الحل :

س^{٢} = س + ٢	
س^{٢} − س − ٢ = ٠	
(س − ٢)(س + ١) = ٠	
⇐ س = ٢ ، −١	حدود التكامل

$$\Leftarrow م = \int_{-١}^{٢} (س + ٢ - س^{٢}) \, دس$$

$$= \left[\frac{س^{٢}}{٢} + ٢س - \frac{س^{٣}}{٣} \right]_{-١}^{٢}$$

$$= \left(\frac{٤}{٢} + ٤ - \frac{٨}{٣} \right) - \left(\frac{١}{٢} - ٢ + \frac{١}{٣} \right)$$

$$= ٦ - \frac{٨}{٣} + ٢ - \frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} = \frac{٩}{٢} = ٤٫٥$$

س	−١	٠	٢
س + ٢	+	+	+
س^{٢}	+	+	+
أكبر		٢	

ج) تتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد ن ثانية من بدء الحركة
ع(ن) = (٤ن + ٥) م/ث ، أوجد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد
(٤) ثوان علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٣

الحل:

$$ف(ن) = \int ع(ن)\, دن$$

$$= \int (٤ن + ٥)\, دن$$

$$ف(ن) = ٢ن^{٢} + ٥ن + ج$$

$$ف(٠) = ٢ \Leftarrow \boxed{ج = ٢}$$

$$\Leftarrow ف(ن) = ٢ن^{٢} + ٥ن + ٢$$

$$\Leftarrow ف(٤) = ٢(٤)^{٢} + ٥(٤) + ٢$$

$$= ٣٢ + ٢٠ + ٢ = ٥٥$$

د) إذا كان ب عدداً ثابتاً ، وكان ف(ب) = ٥ ، ف(٠) = ٢

$$\int_{ب}^{ب+٣} \left(\frac{٢}{ب+٣} - ف(س) \right) دس = ١$$

أوجد قيمة $\int_{ب}^{ب+٥}$

الحل: $٢ \int_{ب}^{ب+٣} - |ب+٣| - ف(س) \Big]_{ب}^{ب+٥} = ١$

$$\Leftarrow \left(٢ \int_{ب}^{ب+٥} |ب+٥| - ف(ب) \right) - \left(٢ \int_{ب}^{ب+١} |ب+٥| - ف(٠) \right) = ١$$

$$٢ \int_{ب}^{ب+٥} |ب+٥| - ٥ - (٢ - ٢) = ١$$

$$\Leftarrow ٢ \int_{ب}^{ب+٥} |ب+٥| - ٥ = ١ \quad (\times ٥) \Leftarrow ٢ \int_{ب}^{ب+٥} |ب+٥| = ٦ \Leftarrow \int_{ب}^{ب+٥} |ب+٥| = ٣$$

السؤال الثاني :

p) اذا كان اقتران (السعر - الطلب) لمنتج معين معطى بالعلاقة
ع = ط(س) = ٦٠ - ٢س ، وكان اقتران (السعر العرض) معطى
بالعلاقة ع = ه(س) = ٤س ، لإيجاد مايلي :

① كمية التوازن ② سعر التوازن ③ فائض المنتج .

استاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

الحل ع = ٤س = ٦٠ - ٢س

٦س = ٦٠

① ← س١ = ١٠ ← كمية التوازن

نعوض س١ = ١٠ ، اما في ط(س) او ه(س) .

② ← ع١ = ٦٠ - ٢(١٠)

= ٦٠ - ٢٠

= ٤٠ ← سعر التوازن

③ ← فائض المنتج = $\int_{0}^{10}$ ط(س) د س - (ع١ × س١)

= $\int_{0}^{10}$ ٤س د س - (٤٠ × ١٠)

= [٢س^٢ - ٤٠س]$_{0}^{10}$

= ٢٠٠ - ٤٠٠ = (١٠)^٢ - ٤٠(١٠)

= ١٠٠ وحدة

ب) اذا كان $\text{ق}(س) = س^٥ - س^٣ + ٢$ اوجد $\text{ق}'(-١)$

الحل : بالمشتقة المرتبة:

استاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٠٠٠

$\text{ق}'(س) = ٥س^٤ - ٣س^٢$

$\Leftarrow \text{ق}''(س) = ٢٠س^٣ - ٦س$

$\Leftarrow \text{ق}''(-١) = ٢٠(-١)^٣ - ٦(-١)$

$= ٢٠(-١) + ٦ = -٢٠ + ٦ = -١٤$

ج) اذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع للتوزيع ذي الحدين حيث ن = ٢

$\text{ل}(س \geq ١) = \frac{٣}{٤}$ اوجد قيمة ح.

الحل:

$\text{ل}(س \geq ١) = \frac{٧}{٤}$

$١ - \text{ل}(٠) = \frac{٧}{٤}$

$\Leftarrow ١ - ({}^{٢}_{٠}) \text{ح}^{٠} (١-\text{ح})^{٢-٠} = \frac{٧}{٤}$

$١ - (١ \times ١ \times (١-\text{ح})^{٢}) = \frac{٧}{٤}$

$١ - (١-\text{ح})^{٢} = \frac{٧}{٤}$

$\Leftarrow (١-\text{ح})^{٢} = ١ - \frac{٧}{٤}$

$(١-\text{ح})^{٢} = \frac{١}{٤}$ اخذ بذر تربيع للطرفين

$\Leftarrow ١-\text{ح} = \frac{١}{٢}$

$\Leftarrow \text{ح} = \frac{١}{٢}$

أستاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

السؤال الرابع :

أ) أوجد قيمة س حيث المعادلة $\binom{16}{2س} = \binom{16}{4}$

الحل: $2س = 4$ أو $2س = 12$

$س = 2$ أو $س = 6$

$\therefore س \in \{2, 6\}$.

ب) بكم طريقة يمكن تكوين لجنة ثلاثية من (5) معلمين و(2) طلاب بحيث تتكون اللجنة من معلمين على الأكثر .

الحل:

معلم ⑤	طالب ②
2	1
1	2
0	2

عدد الطرق $= \binom{5}{2} \times \binom{2}{1} + \binom{5}{1} \times \binom{2}{2} + \binom{5}{0} \times \binom{2}{2}$

$= 10 \times 2 + 5 \times 2 + 1 \times 1$

$= 20 + 10 + 1 = 46$ طريقة .

جـ) أوجد قيمة $ن$ إذا كان المعامل

$ن(ن-1) - 2 = 4 + \binom{4}{2} + 6$

الحل: $ن(ن-1) - 2 = 6 + 6 + 24$

$ن(ن-1) = 42$ أضف 2

$ن(ن-1) = 6 \times 7$

$ن = 7$

$\therefore ن - 1 = 6$

$\therefore ن = 7$

د) اذا كان $\frac{1}{2}$ ل (ن، ٣) = ل (ن، ٤) فما قيمة ن ؟

الحل:

استاذ جيهاد بكيمانتيك
ماتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

$$\frac{1}{2} \frac{ن!}{(ن-٢)!} = \frac{ن!}{(ن-٤)!}$$

$$\Leftarrow \cancel{ن!} \times ٢ \times (ن-٤)! = \cancel{ن!} \times ٢ \times (ن-٢)!$$

$$\Leftarrow (ن-٤)! = ٢ (ن-٢)!$$

$$\cancel{(ن-٤)!} = ٢ \cancel{(ن-٢)!}$$

$$\Leftarrow ن-٤ = ٢ \Leftarrow ن = ٥$$

السؤال الخامس :

P) تقدم (٥٠٠) طالب لامتحان ما ، وكانت توزيع نتائجهم تتبع شكل التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي (٧٠) وانحراف معياري (٨) وكانت علامات النجاح (٥٤) . اعتبر احد الطلبة عشوائياً

① ما احتمال أن يكون الطالب من بين الناجحين ؟

② ما عدد الطلبة الناجحين في هذا الامتحان ؟

الحل: اعتمد الجدول التالي:

ز	صفر	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

الحل: $س = ٧٠$ ، $ع = ٨$ ، $س = ٥٤$

$$\Leftarrow ز = \frac{٥٤ - ٧٠}{٨} = \frac{-١٦}{٨} = -٢$$

① $\Leftarrow$ ل (ز $\geq$ -٢) = ل (ز $\leq$ ٢) = ٠,٩٧٧٢

② عدد الطلبة = العدد الكلي × الاحتمال

$$= ٥٠٠ \times ٠,٩٧٧٢$$

$$= \frac{٥٠٠ \times ٩٧٧٢}{١٠٠٠٠}$$

$$= \frac{٤٨٨٦}{١٠}$$

$$= ٤٨٨٦ \text{ طالب}$$

ب) يحتوي صندوق على (٧) كرات حمراء و (٤) كرات سوداء بحيث عند اختيار كرتان على التوالي مع الارجاع وإذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة أوجد ما يلي .

① قيم س .

② كون جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل:

٢	٤
ج	س

$$p = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{٢}{٧}$$

① قيم س = ١ - ٠,٢ = ٠,٨

② ن = ٢ ، $p = \frac{٧}{٧}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١٦}{٤٩}$	$\frac{٢٢}{٤٩}$	$\frac{٩}{٤٩}$

$$\Leftarrow ل(٠) = (٢^{٠}) \left(\frac{٧}{٧}\right)^{٠} \left(١ - \frac{٧}{٧}\right)^{٢-٠}$$

$$= ١ \times ١ \times \left(\frac{٤}{٧}\right)^{٢}$$

$$= \frac{١٦}{٤٩}$$

$$ل(١) = (٢^{١}) \left(\frac{٧}{٧}\right)^{١} \left(١ - \frac{٧}{٧}\right)^{٢-١}$$

$$= ٢ \times \frac{٧}{٧} \times \frac{٤}{٧}$$

$$= \frac{٢٢}{٤٩}$$

$$\Leftarrow ل(٢) = \frac{٩}{٤٩}$$ ⑩

جـ) من دراسة اجراها احد طلبة الدراسات العليا توصل الى معادلة خط الانحدار الخطي للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل التراكمي (ص) لطلبة احدى الجامعات فكانت $\hat{ص} = ٦٢ + ٢ س$.
مستعيناً معادلة خط الانحدار اجب عن الاسئلة الاتية:

① اوجد قيمة $ρ_{س ص}$
② تنبأ معدل طالب درس (٦) ساعات يومياً .
③ اذا كان معدل طالب درس (٩) ساعات يومياً هو (٩٥) اوجد الخطأ في التنبؤ .

الحل :

① $ρ_{س ص} = ٢$ ، $ع_ص = ٦ ع_س$

② $\hat{ص} = ٦٢ + ٦ (٢)$
$= ٦٢ + ١٢$
$= ٨١$

③ الخطأ = القيمة - المتوقعة
$= ٩٥ - (٦٢ + ٢ (٩))$
$= ٩٥ - ٩٠$
$= ٥$

استاذ جهاد كمساسيه
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

د) اذا كانت س ، ص متغيرين عدد قيم كل منها (٥) وكان $س = ٦$ ، $ص = ٨٠$ ، $ρ = ٤$

① اوجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت س .
② اوجد الخطأ في التنبؤ اذا كانت س = ٨ وقيمة ص القيمة المناظرة لها (٨٣)

من (١) نجد ب :

ب = ص̄ − ٢ × س̄

= ٨٠ − ٤ × ٦

= ٥٦

ومنها $\hat{ص} = ٥٦ + ٣س$

(٢) الخطأ = القيمة − الموقع

= (٤ × ٧ + ٥٦) − (٨٣)

= ٨٣ − ٨٤ = −١

أستاذ
رياضيات تكميلية
هاتف ٠٢٠٢٠٠٣٩٩٠٠

السؤال الثاني :

(أ) يبين الجدول التالي علامات (٥) طلاب في مادتي الرياضيات (س) والعلوم (ص) حيث الدرجة العظمى لكل (١٠) ، احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س ، ص وماذا يعني الارتباط .

الرياضيات (س)	٨	٧	٥	٦	٤
العلوم (ص)	٩	٨	٣	١٠	٥

الحل : نجد أولاً :

س̄ = ٢٠ / ٥ = ٦

ص̄ = ٣٥ / ٥ = ٧

س	ص	(س − س̄)	(ص − ص̄)	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²
٨	٩	٢	٢	٤	٤	٤
٧	٨	١	١	١	١	١
٥	٢	−١	−٤	٤	١	١٦
٦	١٠	٠	٣	٠	٠	٩
٤	٥	−٢	−٢	٤	٤	٤
المجموع				(١٣)	(١٠)	(٣٤)

(١٣)

(١٠)

(٣٤)

$$ر = \frac{١٣}{\sqrt{١٠ \times ٣٤}}$$

ومنها ارتباط طردي .

ب) اذا كانت $س$ ، $ص$ متغيرين عدد قيم كل منهما (٥) وكانت

$$\sum_{و=١}^{٥} (ص_و - \bar{ص})(س_و - \bar{س}) = ٦٤$$

$$\sum_{س=١}^{٥} (س_س - \bar{س})^{٢} = ١٢$$

اوجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم $ص$ اذا علمت ان $\bar{ص} = ١٣$

علماً بأن $\bar{س} = ٥$.

الحل :

$$ب = \frac{\sum (ص_و - \bar{ص})(س_و - \bar{س})}{\sum (س_و - \bar{س})^{٢}} = \frac{٦٤}{١٢} = ٥٫٣$$

$$أ = \bar{ص} - ب \times \bar{س}$$

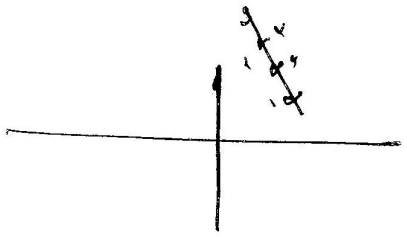
$$= ١٣ - (٥ \times ٥٫٣)$$

$$= ١٣ - ١٠ = ٣$$

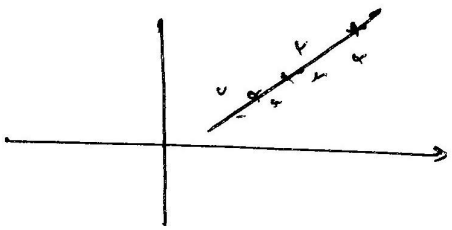
$$\therefore \hat{ص} = ٣ + ٥٫٣ س$$

أستاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

ج) ١) اذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س، ص في شكل الانتشار، فإن قيمة ر في كل حالة:



-١ < ر < ٠



٠ < ر < ١

د) اذا كانت الوسط الحسابي لعلامات طلبة في احد الصفوف في مادة الرياضيات ٧٠ والانحراف المعياري لها (٨) اجب عما يلي:

١) اوجد العلامة التي تنحرف (٢) انحرافات معيارية فوق الوسط الحسابي

٢) اوجد العلامة التي تنحرف تحت الوسط الحسابي انحرافين.

٣) اذا كانت الفرق بين علامتين طالبين من الصف نفسه في مادة الرياضيات هو (١٦) فما الفرق بين العلامتين المعياريتين لهاتين العلامتين!

الحل: ١) ن = ٢ ، س̄ = ٧٠ ، ع = ٨

ن = (س - س̄) / ع

٢ = (س - ٧٠) / ٨

س - ٧٠ = ١٦

س = ٩٤

٢) ن = -٢ ، س̄ = ٧٠ ، ع = ٨

-٢ = (س - ٧٠) / ٨

س - ٧٠ = -١٦

س = ٥٤

(٣) $G = \frac{\text{الفرق بين العلامتين}}{\text{الفرق بين العلامتين المعياريتين}}$

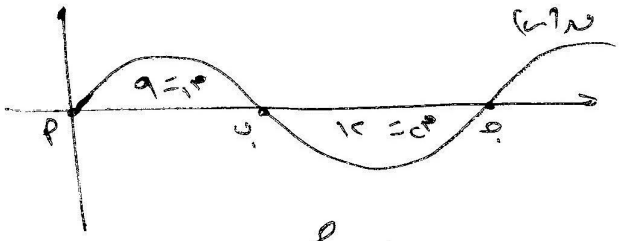
$= \frac{١٦}{\text{الفرق بين العلامتين المعياريتين}} = ٨$

$\leftarrow$ الفرق $= \frac{١٦}{٨} = ٢$

هـ) بالاعتماد على الشكل المقابل،

والذي يمثل منحنى $د(س)$

أوجد $\int_{أ}^{ج} د(س)\,دس$،



الحل:

$$\int_{أ}^{ج} د(س)\,دس = \int_{أ}^{ب} د(س)\,دس + \int_{ب}^{ج} د(س)\,دس$$

$= ٩ - ١٢$

$= -٢$

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

مدرس المادة: جهاد كساب