

الوحدة الثالثة

تطبيقات التفاضل

- ١- التزايد والتناقص
- ٢- القيم القصوى
- ٣- تطبيقات القيم القصوى
- ٤- حلول جميع تدريبات وتمارين الكتاب
- ٥- اسئلة الوزارة (٢٠٠٨ - ٢٠١٦) مع الحلول النموذجية
- ٦- ورقة عمل شاملة على الوحدة

مع تحيات

ناجح الجمزاوي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

مكتبة الوسام
ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

الوحدة الثالثة تطبيقات التفاضل

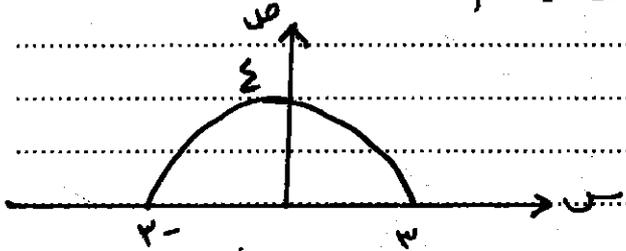
الدرس الأول

التزايد والتناقص

أولاً: - من منحنى الأقران الأظلي (وحدس)

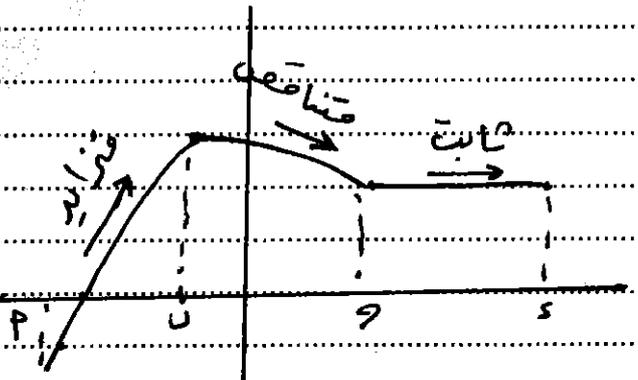
سؤال ① وزارة (١.١.٠) صيفيه
معتاداً على الشكل المجاور الذي يمثل
منحنى الأقران (وحدس) حدد فترة التزايد
والتناقص.

ليكن منحنى الأقران (وحدس) ممثلاً
بالشكل التالي:



الكل

وحدس) فترة تزايد في الفترة [٠, ٤] -
وحدس) فترة تناقص في الفترة [٤, ٣].



نلاحظ من منحنى الأقران أن

١- وحدس) : فترة تزايد في الفترة [١, ٢]

عندهما تزداد س فإن ص

تزداد

٢- وحدس) : فترة تناقص في الفترة [٢, ٣]

عندهما تزداد س فإن ص

تناقص

٣- وحدس) : فترة ثابتة في الفترة [٣, ٤]

عندهما تزداد س فإن

ص ثابتة

ملاحظة هامة

فن اليسار إلى اليمين إذا كان

الأقران يصعد نقول عنه فترة تزايد

الأقران ينزل نقول عنه فترة تناقص

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

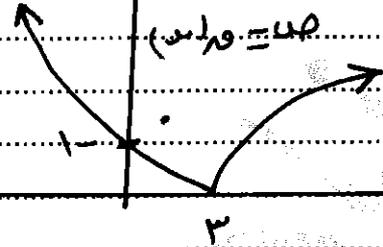
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٢)

الحل

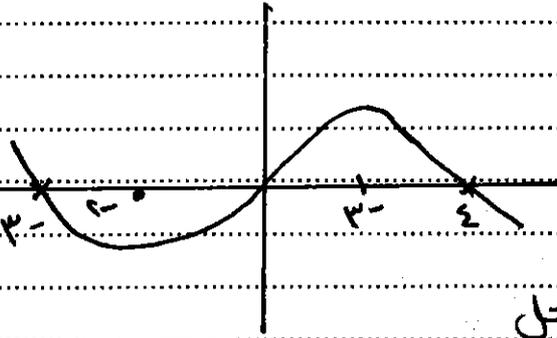
دراسه: متزايدة في الفترة $[-٢, ٤]$
 دراسه: متناقصة في الفترة $[٤, ٦]$
 دراسه: ثابتة في الفترة $[٤, ٦]$

سؤال ٥ من عارضة وصل من الكتاب ^{١١٣}



سؤال ٥

جد قيمتان التزايد والتناقص



الحل

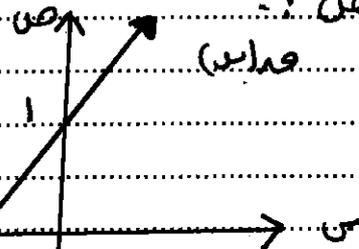
دراسه: متزايدة على الفترة $[-٣, ٤]$
 دراسه: متناقصة $[٤, ٦]$
 دراسه: ثابتة $[٤, ٦]$

الحل

دراسه: متناقصة في الفترة $[٣, ٥]$
 دراسه: متزايدة في الفترة $[٥, ٦]$

سؤال ٣

معددة على كل الجوار الذي عمل
 منحني دراسه او جد قيمتان التزايد
 والتناقص :-

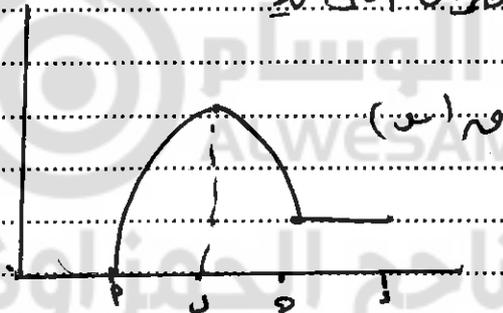


الحل

دراسه: متزايدة على مجموعة الأعداد
 الكفيرة $(-٥, ٦, ٥)$

سؤال ٦ فارة (١١, ٥) بتقويه

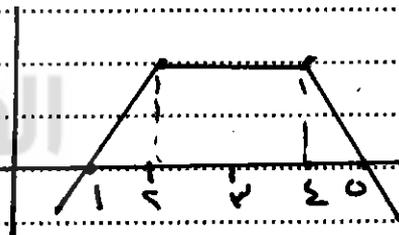
الحل الجايبى عمل منحني دراسه
 او جد قيمتان التزايد



متزايدة $[٤, ٦]$

سؤال ٤

جد قيمتان التزايد والتناقص للأقران
 دراسه المرسوم بالمثل التالي



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٣)

ثانياً :- من المشتقة الأولى للأقتران

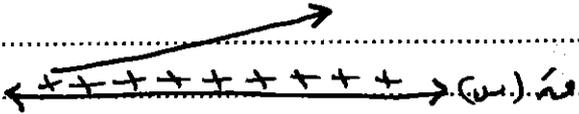
مثال ①

جد فترات التزايد والتناقص لكل من الأفتراضات التالية :

① $f(x) = x^2 + 1$

الحل

$f'(x) = 2x$

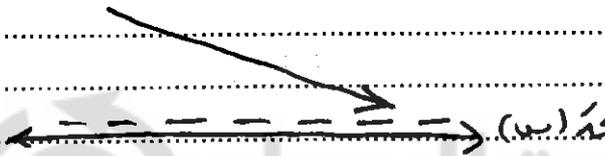


منه فترات التزايد على ح

② $f(x) = x^3 - 3x$

الحل

$f'(x) = 3x^2 - 3$



منه فترات التناقص على ح

(٠٥٠٤٠٥٥)

يمكن إيجاد فترات التزايد والتناقص من خلال إشارة المشتقة الأولى للأقتران $f(x)$ وذلك كما يلي

١- جذوة $f'(x)$ المشتقة الأولى

٢- نساوي المشتقة الأولى بالصفر

٣- نجد اصفار المشتقة الأولى ونسوي النقط الحرجة

٤- نضع اصفار المشتقة على خط

الاعداد وندرس إشارة $f'(x)$ قبل وبعد كل صفر

٥- تحديد فترات التزايد

(فترة الإشارة الموجبة)

تحديد فترات التناقص

(فترة الإشارة السالبة)

ويكون الأقتران ثابتاً إذا

كان المشتقة = صفر

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(١٤)

سؤال ٤

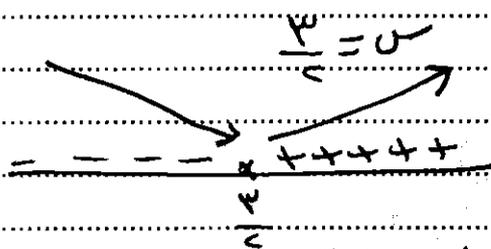
مبدأ (س) = $س^3 - ٣س + ١$

او صيغة مشتقات التفاضل والتناقص

الحل

مبدأ (س) = $س^3 - ٣س$

$٣ = ٣س^2$ \leftarrow $٣ = ٣$
 $\frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣}$



مبدأ (س) في الفترة $[\frac{٣}{٣}, ٥٥]$

مبدأ (س) $(-٥٥, \frac{٣}{٣}]$

سؤال ٥ مبدأ (س) في الفترة $[\frac{٣}{٣}, ٥٥]$

مبدأ (س) = $س^3 - ٣س + ١$

او صيغة مشتقات التفاضل والتناقص

الحل

مبدأ (س) = $س^3 - ٣س$

$٣ = ٣س^2$ \leftarrow $٣ = ٣$
 $\frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣}$

$١ = ٣س$ \leftarrow $١ = ٣$
 $\frac{١}{٣} = \frac{٣}{٣}$

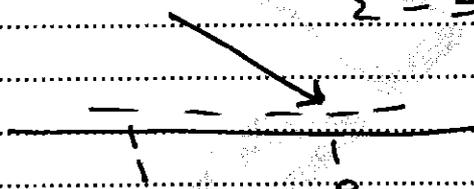


مبدأ (س) في الفترة $[\frac{١}{٣}, ٥٥]$

سؤال ٥

مبدأ (س) = $٥ - ٤س$

مبدأ (س) = $٤ - ٤س$



مبدأ (س) على الفترة $[٥, ٥٥]$

سؤال ٣

مبدأ (س) = $١ + ٤س - ٤س^٢$

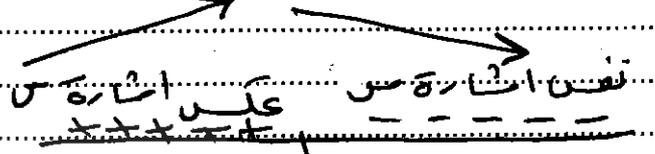
الحل

مبدأ (س) = $٤ - ٤س$

$٤ = ٤س$ \leftarrow $٤ = ٤$

$٤ = ٤س$ \leftarrow $٤ = ٤$

$٤ = ٤س$ \leftarrow $٤ = ٤$



مبدأ (س) في الفترة $[\frac{٤}{٤}, ٥٥]$

مبدأ (س) $(-٥٥, \frac{٤}{٤}]$

مبدأ (س) في الفترة $[\frac{٤}{٤}, ٥٥]$

مبدأ (س) $(-٥٥, \frac{٤}{٤}]$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٥)

سؤال ٨ من فرع (ج) الكتاب ص ١١٣

إذا كان $f(x) = (x+1)(x+3)$
أوجد قيمتي التزايد والتناقص

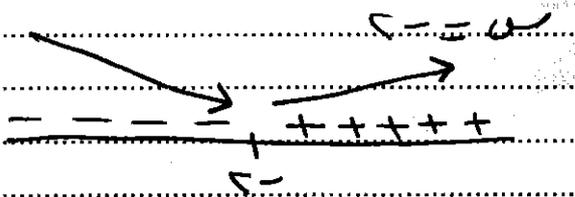
الحل
نجد الأضراس

$$f(x) = x^2 + 3x + x + 3 = x^2 + 4x + 3$$

$$f'(x) = 2x + 4 = 0$$

$$2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$f''(x) = 2 > 0$$



فإن $f(x)$ متناقص في $(-\infty, -2)$

و متزايد في $(-2, \infty)$

سؤال ٦ من فرع (هـ) الكتاب ص ١١٣

إذا كان $f(x) = x^2 - 6x + 6$
أوجد قيمتي التزايد والتناقص

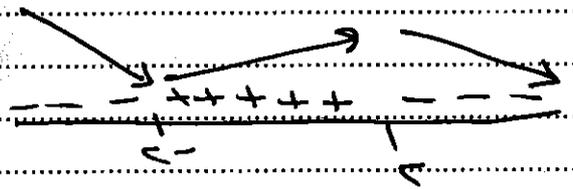
الحل

$$f(x) = x^2 - 6x + 6$$

$$f'(x) = 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$f''(x) = 2 > 0$$

$$f''(3) = 2 > 0$$



فإن $f(x)$ متناقص في $(-\infty, 3)$

و متزايد في $(3, \infty)$

سؤال ٧

أوجد قيمتي التزايد والتناقص

الحل

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$$

فإن $f(x)$ متناقص في $(0, 1)$ و $(2, 3)$

ح

سؤال ٩

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$$

أوجد قيمتي التزايد والتناقص

الحل

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ و } x = \frac{1}{3}$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(1) = 0 \text{ و } f''(\frac{1}{3}) = -4 < 0$$

$$f''(\frac{1}{3}) = -4 < 0$$

فإن $f(x)$ متناقص في $(\frac{1}{3}, 1)$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

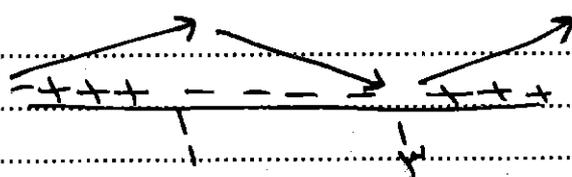
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٦)

ملاحظة: نكتب على اشارة (s) الاصلية اول الاشتقاق



مثال ١١

مقاييد $(s) \in]3, 5[$ و $(s) \in]5, 6[$

ملاحظة: $(s) = (5-3) = 2$ او صفتا المقاييد والتناقض

مناقض $[3, 5]$

الحل

مثال ١٢: افرع (s) الاكساب $(s) \in]3, 5[$

$$s^3 = (5-3) \times 3 = 6$$

ملاحظة: $s^3 = 3^3 - 5^3 + 15 - 5 = 27 - 125 + 15 - 5 = -88$ او صفتا المقاييد والتناقض

$$6 = (5-3) \times 3 = 6$$

الحل

بالقسمة على 6، اخذ كذا لربيعي

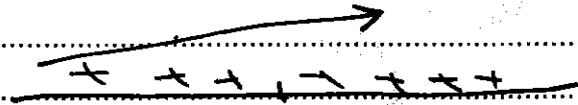
$$s^3 = 3^3 - 5^3 + 15 - 5 = -88$$

$$\frac{6}{6} = \frac{(5-3) \times 3}{6} \Rightarrow 1 = \frac{6}{6} = 1$$

$$s^3 = 3^3 - 5^3 + 15 - 5 = -88$$

$$s = 3$$

$$s^3 = 3^3 - 5^3 + 15 - 5 = -88$$

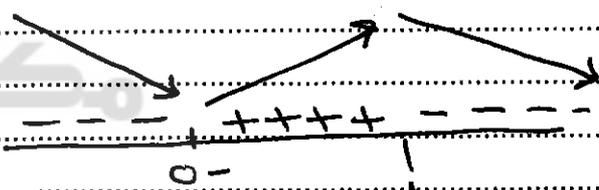


ملاحظة: مقاييد على ح

$$(s+5)(s-1) = 0$$

$$s = -5 \text{ or } s = 1$$

ملاحظة



$$s^3 = (5-0) \times 3 = 15$$

مقاييد $[0, 5]$

الربيعي كحل الاشارة

مناقض $(s) \in]0, 5[$ و $(s) \in]5, 6[$

دائماً موجب

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال ١٣

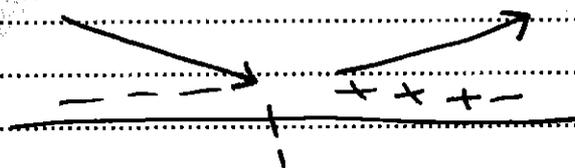
عد (س) = (س-١) ع
التزايد والتناقص
الحل

$$\text{عد (س)} = (س-١) ع = ٣$$

بالقسمة على ع
(س-١) = ٣/ع
ياخذ الجذر التربيعي

$$س-١ = ١$$

$$س = ٢$$



ملاحظته

عكس دالة الإشارة يكون
عدد الكثرين أو عدد اصغر
في عد (س)

عد (س) متناقص (١,٥]

عد (س) متزايد [١,٥)

سؤال ١٤

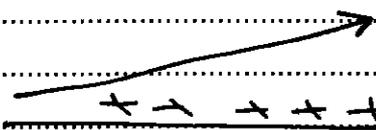
إذا كان عد (س) = س^٣

أوجد قيمته المتناقص

الحل

$$\text{عد (س)} = س^٣ = ١$$

$$س^٣ = ١ \Rightarrow س = ١$$



عد (س) على ع (٥,٥)

ملاحظته

اللافتان التي يعني الذي لا يعمل

س + عدد

أخذ إشارة واحدة

وهي إشارة حاصل س

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

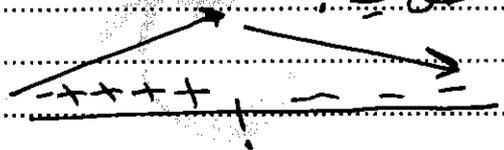
(٨)

سؤال ١٤ من الكتاب ص ١١٣

١) حدد فترات التزايد والتناقص
للدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

الحل

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$$

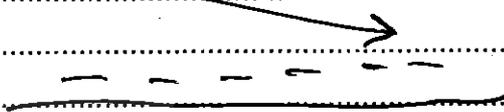


فترات التزايد: $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$
فترات التناقص: $(-\infty, \frac{1}{3})$ و $(\frac{2}{3}, \infty)$

$$f''(x) = 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1$$

الحل

$$f'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$$



تناقص على $x < 1$

(تزايد) $x > 1$

سؤال ١٥ من الكتاب ص ١١٣

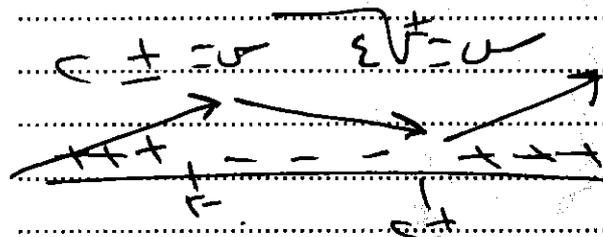
٢) إذا كانت $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$
فما هي فترات التزايد والتناقص
للدالة $f(x)$ ؟

الحل

نضع صافره $f'(x) = 0$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{6} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$



فترات التزايد: $(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3})$

فترات التناقص: $(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$ و $(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, \infty)$

أسئلة الوزارة

١٠ وزارة (٢٠١٨) شتوية

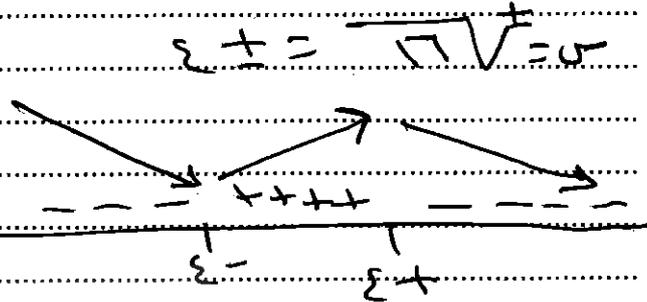
هي قترات التزايد والمتناقص

للقترات هـ (س) = س (٤٨ - س)

الحل

هـ (س) = ٤٨س - س^٢
حلل القوس

هـ (س) = ٤٨س - س^٢
١٦ = س^٢ - ٤٨س
س = $\frac{48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 16}}{2}$



قترات [٤- ٤]

متناقص (٠، ٤) ∪ [٤، ٥٥٦٤)

١١ وزارة (٢٠١٩) شتوية

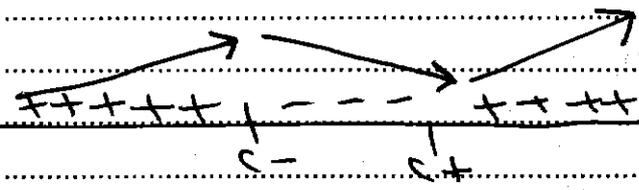
إذا كانت هـ (س) = س^٣ - ٤س^٢ + ٣س
فجد قترات التزايد والمتناقص

الحل

هـ (س) = ٣س^٢ - ٨س = ٠

$$3s^2 - 8s = 0 \Rightarrow s(3s - 8) = 0$$

$$s = 0 \text{ or } s = \frac{8}{3}$$



قترات (٠، ٠) ∪ [٠، ٥٥٦٤)
متناقص [٠، ٠]

١٢ وزارة (٢٠١٩) صيفية

إذا كانت هـ (س) = س^٣ - ٣س^٢ + ٤س
فجد قترات التزايد والمتناقص

الحل

هـ (س) = ٣س^٢ - ٦س = ٠

٣س(س - ٢) = ٠
س = ٠ أو س = ٢

← تتبع لكل

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(١٠)

٥) وزارة (٢٠١٠) صبيحة

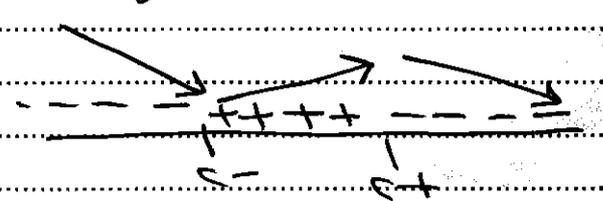
اذا كان h (س) = $12 - 3s$
 حدد فترات التزايد والتناقص

الحل

و $h'(s) = 12 - 3s = 0$

$12 - 3s = 0 \Rightarrow 3s = 12 \Rightarrow s = 4$

$s = 4$ ← $s = 0$ ← $s = 8$



فترة h [٢ ٤ -]

متناقص (٤ - ٨) ل [٨ ٤ -]

٦) وزارة (٢٠١١) صبيحة

حدد فترات التزايد والتناقص
 للـ h (س) = $3s^2 - 48s + 5$

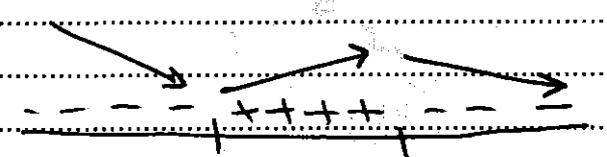
الحل

و $h'(s) = 6s - 48 = 0$

$6s - 48 = 0 \Rightarrow 6s = 48 \Rightarrow s = 8$

← $s = 0$ ← $s = 16$

$s = 0$ ← $s = 3$
 $s = 3$ ← $s = 6$
 $s = 6$ ← $s = 9$



فترة h [٣ ٥ -]

متناقص (٥ - ٦) ل [٦ ٥ -]

٧) وزارة (٢٠١١) مستوى

حدد فترات التزايد والتناقص
 للـ h (س) = $3s^2 - 6s$

الحل

فترة h [٢ ٤ -]

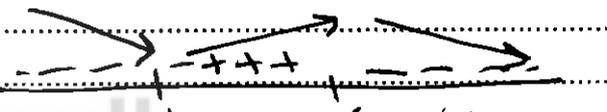
و $h'(s) = 6s - 6 = 0$

$6s - 6 = 0 \Rightarrow 6s = 6 \Rightarrow s = 1$

اخراج $s = 1$ عامل مشترك

$3s(s - 2) = 0$

$s = 0$ ← $s = 1$
 $s = 1$ ← $s = 2$
 $s = 2$ ← $s = 3$



فترة h [٤ ٥ -]

متناقص (٥ - ٦) ل [٦ ٥ -]

← $s = 16$ ← $s = 32$

الاستاذ ناجح الجزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(١١)

٨) زيارة (٢٠١٣) شوية

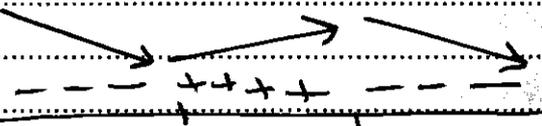
اذا كان $s = 68$ $s = 3$ $s = 17$ او بعد فقرات التزايد والتناقص

الحل

$$s = 68 - 3 = 65$$

$$68 = 3 \times s \Rightarrow s = \frac{68}{3}$$

$$s = 17 \Rightarrow s = 17$$



فتراته [٤ ٦ ٤]

مناقص [٤ ٦ ٤] و [٥ ٦ ٥]

٩) زيارة (٢٠١٢) صيف

اذا كان $s = 6$ $s = 3$ $s = 19$ او بعد فقرات التزايد والتناقص

الحل

$$s = 6 - 3 = 3$$

اخراج ١٩ اس عامل مشترك

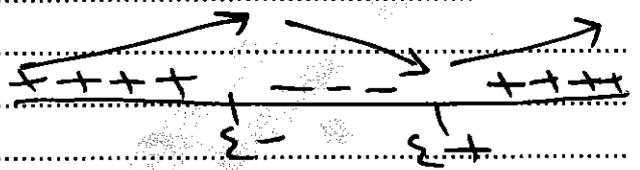
$$s = 19 - 3 = 16$$

سبع اكل

الصيغة على (٣)

$$s = \frac{68}{2} = 34$$

$$s = 17 \Rightarrow s = 17$$



فتراته (٠ ٦ ٤) و [٥ ٦ ٥]
مناقص [٤ ٦ ٤]

١٠) زيارة (٢٠١٤) شوية

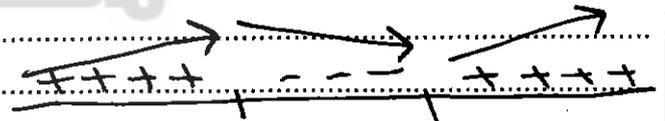
اذا كان $s = 6$ $s = 3$ $s = 19$ او بعد فقرات التزايد والتناقص

الحل

$$s = 6 - 3 = 3$$

$$s = 19 - 3 = 16$$

$$s = 19 - 3 = 16$$



فتراته (٠ ٦ ٤) و [٥ ٦ ٥]

مناقص [٤ ٦ ٤]

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

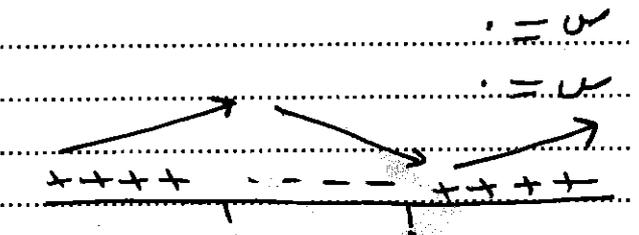
الثاني الثانوي الالبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(١٢)

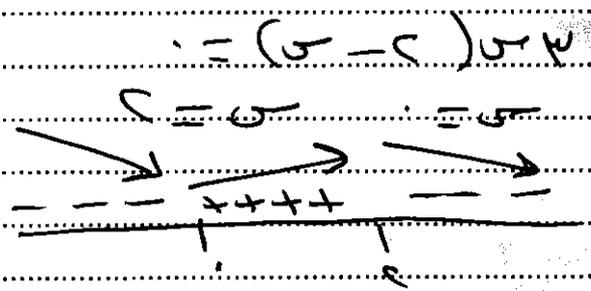
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

١١) وزارة (٢، ١٥) شتوية
اذا كان $h(s) = 3s^2 - s^3 + c$
أوجد قيمتي التزايد والتناقص



قيمته $h(15) = 10600$ و $h(2) = 160$
تناقص

الحل
هنا $h'(s) = 6s - 3s^2 = 3s(2 - s)$
أخراج $s = 2$ عامل مشترك



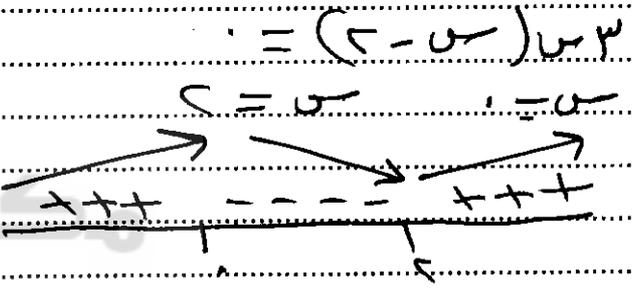
قيمته $h(2) = 160$

تناقص $h(15) = 10600$ و $h(2) = 160$

١٢) وزارة (٢، ١٤) شتوية
اذا كان $h(s) = 3s^2 - s^3 + c$
أوجد قيمتي التزايد والتناقص

الحل

هنا $h'(s) = 6s - 3s^2 = 3s(2 - s)$
أخراج $s = 2$ عامل مشترك



قيمته $h(14) = 10600$ و $h(2) = 160$
تناقص

١٣) وزارة (٢، ١٦) صيفية
اذا كان $h(s) = 3s^2 - s^3 + c$
أوجد قيمتي التزايد والتناقص

الحل
هنا $h'(s) = 6s - 3s^2 = 3s(2 - s)$
أخرج $s = 2$ عامل مشترك
يسبق لكل

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

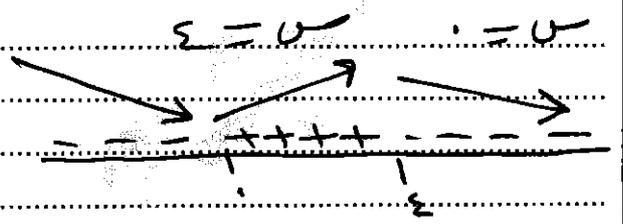
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(١٣)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

الحل

بجزاج بين عامل مشترك
س (س - ٤) = صفر



قزابه [٤ ٠]

صتا صفا (٠ ٤) ل [٤ ٠]

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(١٤)

ثالثاً

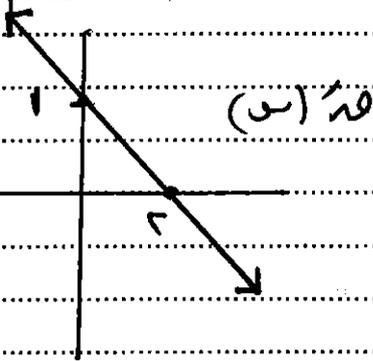
من رسمه منحني حد (س)

مثال ٥

الفكرة الرئيسية

معنى α على إصل الجوار الذي يمثل معنى المشتقة الأولى للأقتران (س). حدد قتران التزايد والتناقص

هو تحويل الرسم إلى خط الأعداد



١. حدد قيم s التي تقطع عندها منحني المشتقة الأولى محور السينات حيث نوضع هذه القيم على خط الأعداد

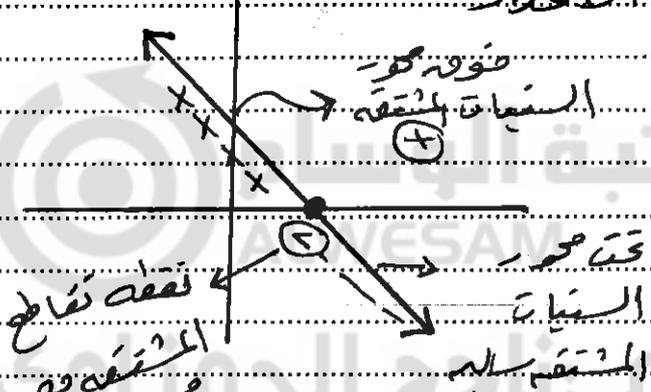
الحل

٢. نقوم بدراسة الإشارة حول هذه القيم حيث تكون إشارة الفترة حسب توقع رسمة المنحنى كما يلي

انبيه ان المعنى هو معنى المشتقة ويطول التزايد والتناقص للأقتران الأصلي وليس المشتقة لذلك نقوم بتحويل الرسم إلى خط الأعداد

١- الرسم فوق محور السينات نضع إشارة موجبة

٢- الرسم تحت محور السينات نضع إشارة سالبة



٣. حدد قتران التزايد والتناقص من خط الأعداد كما تعلمنا سابقاً

حولها إلى خط الأعداد

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

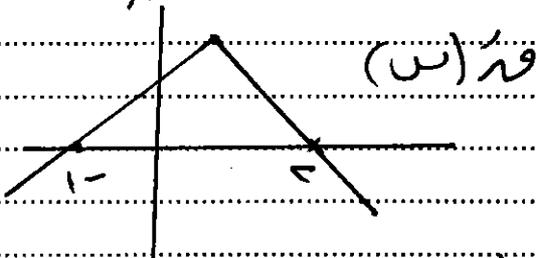
الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(١٥)

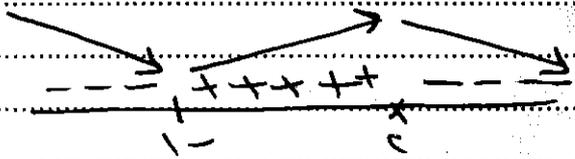
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال ٣
حسب الرسم الذي يمثل فـ (س)
حد فترات التزايد والتناقص



الحل

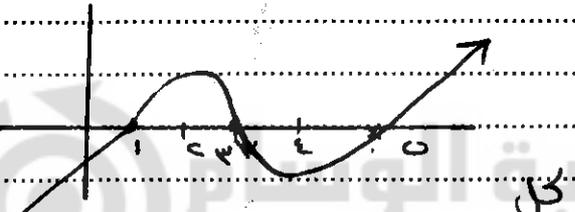
حول برسمه الى خط الاعداد



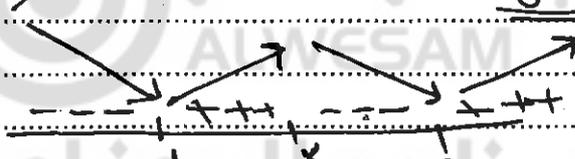
فترات [٢، ١-]

متناقص (١-، ٥٥٥) و [٥٥٥، ٣]

سؤال ٤
حسب الرسم الذي يمثل فـ (س)
حد فترات التزايد والتناقص

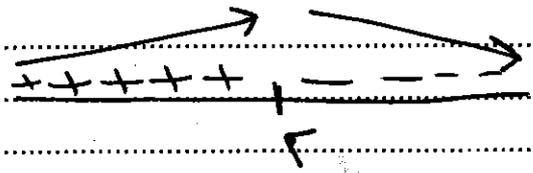


الحل



فترات [٣، ١] و [٥، ٥٥٥]

متناقص (٥٥٥، ١] و [٣، ٥]

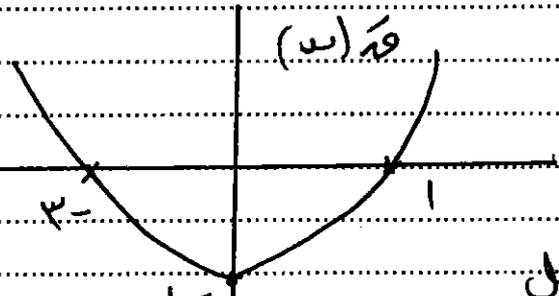


فترات (١-، ٥٥٥]

فترات [٥٥٥، ٣)

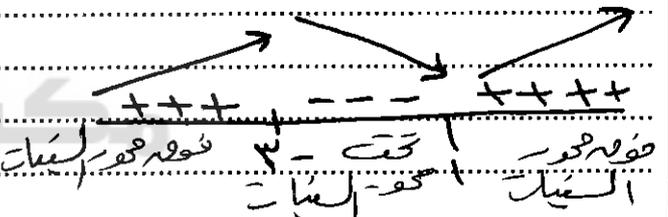
سؤال ٥

الشكل الجانبي يمثل فـ (س)
الحدود للحد فترات فـ (س)
او حد فترات التزايد والتناقص



الحل

حول برسمه الى خط الاعداد



فترات (١-، ٥٥٥-٣]

متناقص [٣-، ١٥]

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

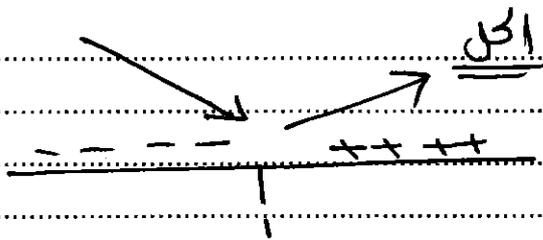
الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

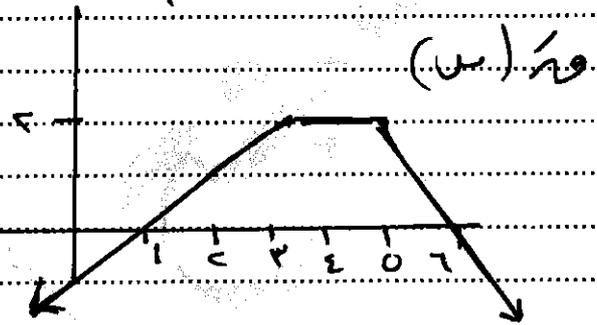
(١٦)



مناقص (١٠٠) [١٠٠]

متزايد [١٠٠]

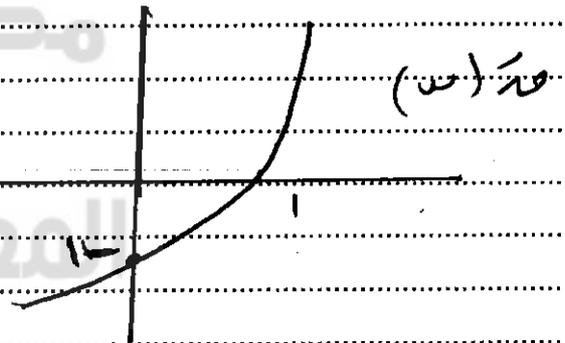
سؤال (٥) من الكتاب ١١٩
عقل الكل المجاور محني فـ (س)
او قد قـ قـ التزايد والتناقص



مناقص (١٠٠) [١٠٠]
متزايد [١٠٠]

مناقص (١٠٠) [١٠٠]

سؤال (٦) من ١٤٩
عقل الكل المجاور محني فـ (س)
او قد قـ قـ التزايد والتناقص



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

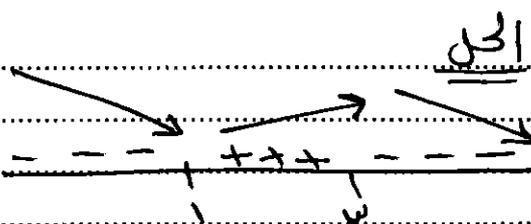
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(١٧)

اسئلة الوزارة

١٠ وزارة (٢٠١٣) صيفيه

معتمداً على كل الجوار الذي يمثل معني
 مع (س) في الفترة [٣.١.٥]
 اوجد قيمته المتناقص

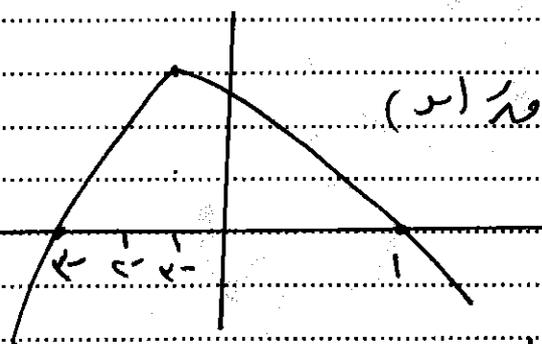
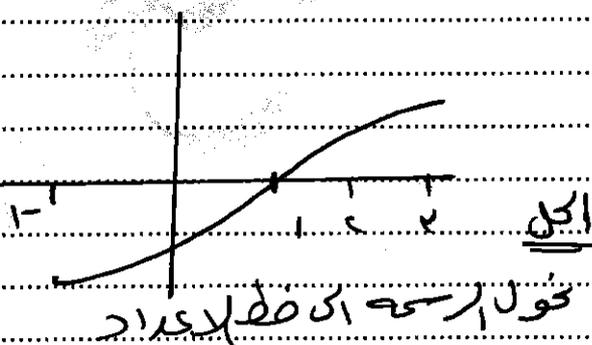


متزايد [٣ ١ ٥]

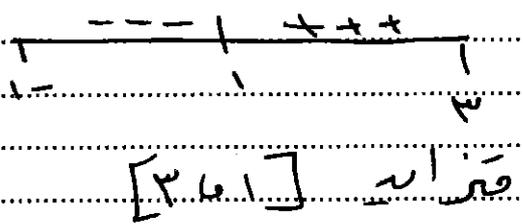
متناقص (١ ٥ ٣) ل [٥ ٥ ٣]

١١ وزارة (٢٠١٥) صيفيه

المعاداة على كل الجوار الذي
 يمثل معني الفترة الأولى للأمتزان
 مع (س) اوجد قيمته المتناقص



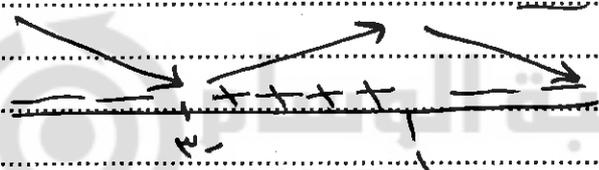
مع (س)



متزايد [٣ ١ ٥]

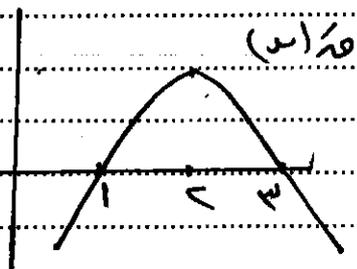
١٢ وزارة (٢٠١٤) صيفيه

معتمداً على كل الجوار الذي يمثل
 معني الفترة الأولى للأمتزان مع (س)
 اوجد قيمته المتناقص



متناقص (٣-٥٥٠) ل [٣ ١ ٥]

متزايد [٣-١ ٥]



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

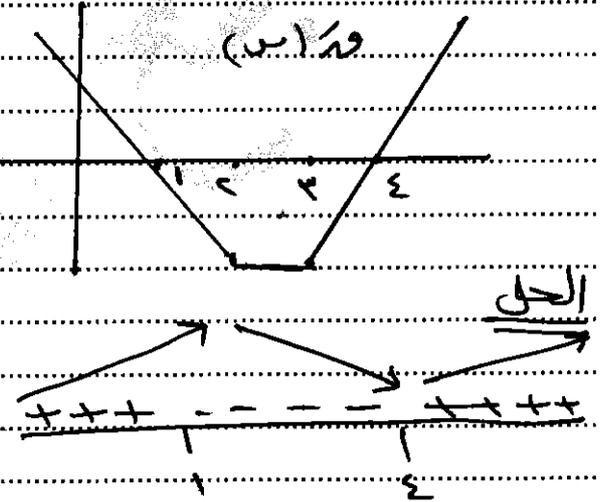
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(١٨)

④ زيارة (٢٠١٦) شتوية

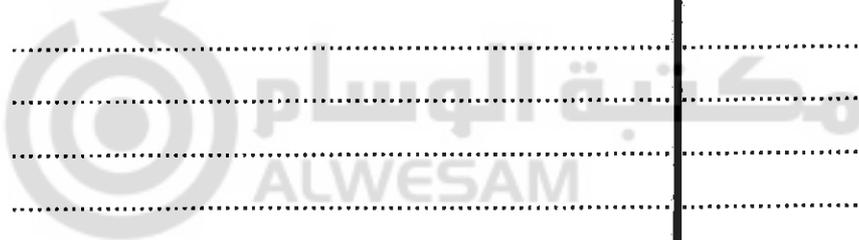
عمل الشغل اجاور معوني باستقده

الاروكى للاصق (١٦٥٠٠) اوجيد
قدرات التفاضل والتفاضل للاصق



قدرات (١٦٥٠٠) و [٤٦٥٠٠]

تفاضل [٤٦٥٠٠]



المعلم: ناجح الجمزاوي

القيم القصوى للأقتران

الدرس الثاني

ونقول
عند $s = 1$ يوجد قيمة صغرى
وقبيلها $s = 2$

ملاحظة

القيمة الصغرى والعظمى هي
 $s = 1$ و $s = 2$

٣- قسمي القيم العظمى والقيم الصغرى
للأقتران $s = 1$ و $s = 2$

القيم القصوى للأقتران

٤- قسمي قيم $s = 1$ وهي $s = 1$ و $s = 2$

قيم $s = 1$ الحرجة و تكون مشتقة
الفرق عند $s = 1$ أي أن

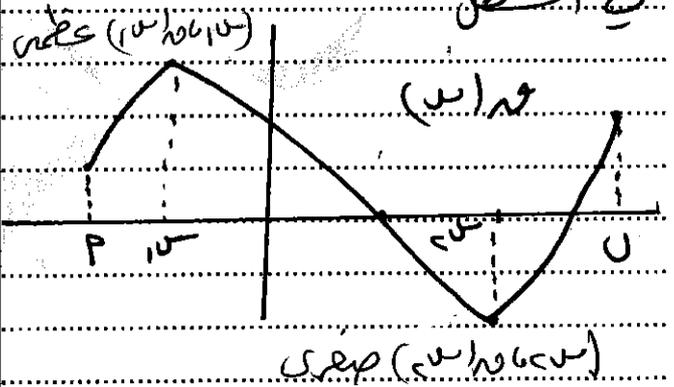
$$s = 1 = 1$$

٥- قسمي النقاط $s = 1$ و $s = 2$

$s = 1$ و $s = 2$ بالنقاط الحرجة

أولاً :- من منحني الأقران الأصلي

ليكن منحني الأقران $s = 1$ كما
في الشكل



نلاحظ أن

١- يكون للأقتران أعلى قيمة عند $s = 1$
وتكون هذه القيمة مساوية لنتائج
التحويض $s = 1$ في الأقران الأصلي
وهو $s = 1$ ونقول

عند $s = 1$ يوجد قيمة عظمى
وقبيلها $s = 2$

٢- يكون للأقتران أصغر قيمة عند $s = 2$
وتكون هذه القيمة مساوية لنتائج
التحويض $s = 2$ في الأقران
الأصلي وهو $s = 2$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

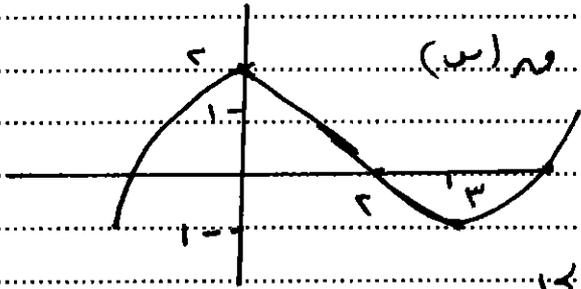
تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٢٠)

سؤال ٥

صوب الرسم المجاور الذي عيّن
مخني الأفتان هـ (س) جـ
القيم القصوى والنقطة الحرجة.



الحل

عند $x=1$ قيمة عظمى وقيمتها

$$2 = f(1)$$

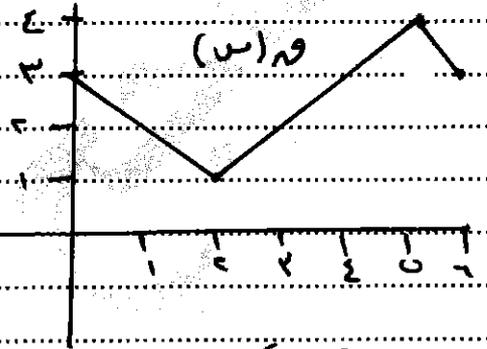
عند $x=3$ قيمة صغرى وقيمتها

$$1 = f(3)$$

النقطة الحرجة هي $\{1, 3\}$

سؤال ٦

صعداً على إكل المجاور الذي عيّن
مخني الأفتان هـ (س) جـ عاينين



جـ قيمتين لقصوى ووجد نوعها

الحل

(أ) القيمة العظمى هي $f(4) = 4$

(ب) القيمة الصغرى هي $f(2) = 1$

(ج) قيمة هـ (٥)

الحل هـ (٥) = صفر

ملاحظة هـ (٥) = صفر

لأن عند هـ (٥) نقطة حرجة

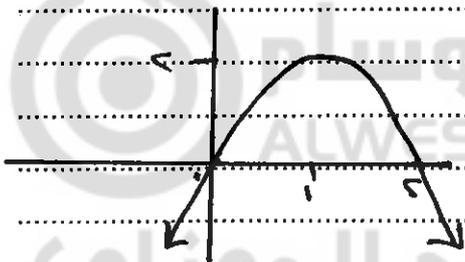
القيم القصوى دائماً نقطة حرجة

لكل من كل نقطة حرجة

قيمة قصوى

سؤال ٧

اعتماداً على إكل المجاور الذي
عيّن مخني هـ (س) أوجد قيمتي
القصوى



عند $x=1$ قيمة عظمى وقيمتها

$$2 = f(1)$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

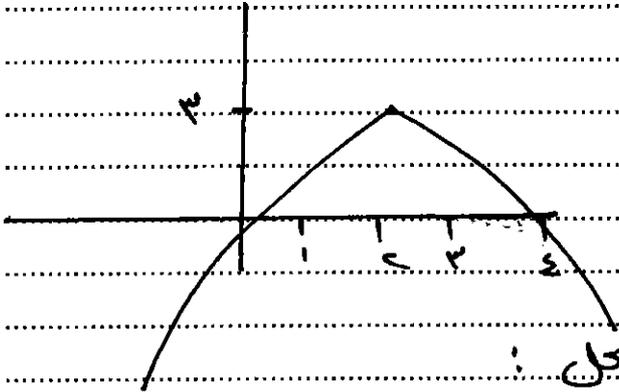
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٢١)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

٣) وزارة (٢٠١٠) شوية

وعدداً لكل الجاور الذي عئل
مخني هراس) فاوجد النقطة الحرجه

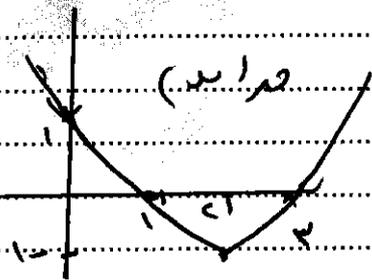


الكل :
نقطه حرجه عند $x=2$
وقيمتها هراس) = 3

السئلة الوزارة

١) وزارة (٢٠٠٧) شوية

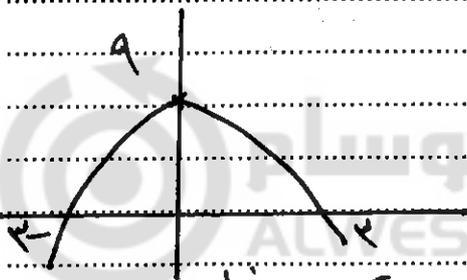
بالاعتماد على لكل الجاور الذي عئل
مخني هراس) فاوجد النقطة الحرجه
للأ قتران هراس)



الكل
نقطه حرجه عند $x=1$ وقيمها
هراس) = -1

٤) وزارة (٢٠١٠) صيف

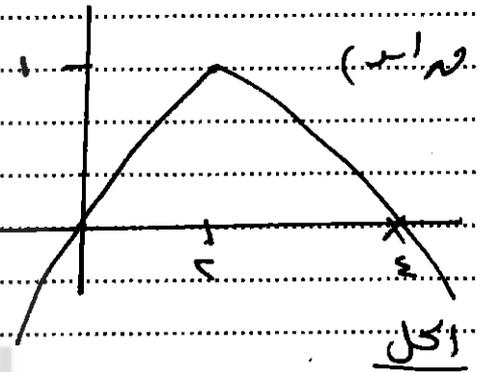
الكل الجاور عئل مخني هراس)
جد القيم القصوى للأ قتران ان
وعيدت ووجد نوعها



عند $x=1$ قيمة عئل
وقيمتها هراس) = 9

٥) وزارة (٢٠٠٧) صيف

وعدداً لكل الجاور الذي عئل
مخني هراس) اوجد هراس)



هراس) = 1
لأضا نقطه حرجه

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

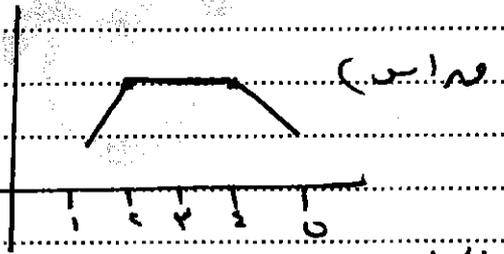
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٢٢)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

٥) وزارة (٢٠١١) صيفيت

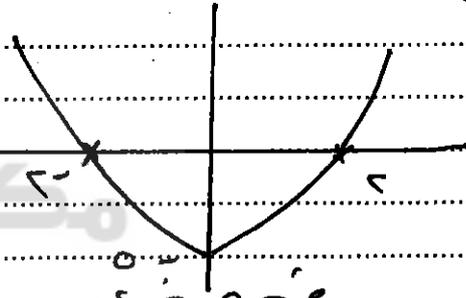
معتمدًا لكل المجاور والذي يمثل
مخني الرقعي ان نه اس) المعروف
عن الفترة [٥٠٠] اوجه لفتران
التي يكون صيرها دائما ه اس) = صفر



الكل
الفترة هي (٤٠٤) لأنه اقرب
ثابتة وقتنة الثابت = صفر

٦) الفصل الجاور الذي على مخني

ه اس) حد القيم لقصوى و لبقوة
الحرجه



١) حد من = حجت صفر

مقتضيا ه (٠) = ٥

حد من = لقطه حرجه هي

(٥ - ٦٠)

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٢٣)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

القيم القصوى

ثانياً

من إختبار المشتقة الأولى

ملاحظة:

صعوبات إيجاد القيم القصوى
صعوبات التفاضل والتفاضل
هر نفسياً

لايجاد القيم القصوى باستخدام
إختبار المشتقة الأولى عليه
اتباع الخطوات التالية:

١. جده (س) المشتقة الأولى

٢. جذا صفر المشتقة الأولى
بوضع (س) = صفر (فيتم بحرفه)

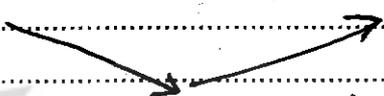
مثال ①
جد القيم القصوى والنقطة بحرفه

$$f(s) = s^2 - 4s + 2$$

الكل

$$f'(s) = 2s - 4 = 0$$

$$2s = 4 \Rightarrow s = 2$$



عند س = 2
عند س = 2
عند س = 2

عند س = 2
عند س = 2
عند س = 2

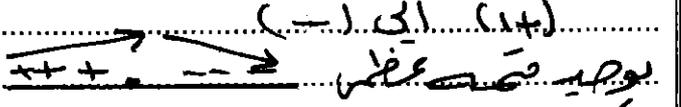
$$f(2) = 2^2 - 4(2) + 2 = 4 - 8 + 2 = -2$$

$$f(0) = 0^2 - 4(0) + 2 = 2$$

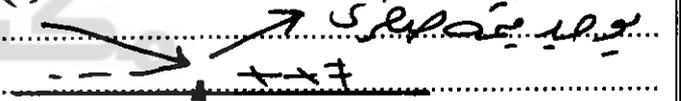
$$f(4) = 4^2 - 4(4) + 2 = 16 - 16 + 2 = 2$$

٣. نضع اصفر المشتقة على
خط الاعداد ونذكر الإشارة
و (س) قبل وبعد كل صفر

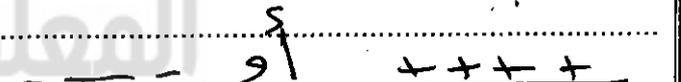
٤. اذا تغيرت الإشارة من



اذا تغيرت الإشارة من (-) الى (+)



اذا بقيت الإشارة



فلا يوجد قيم قصوى

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

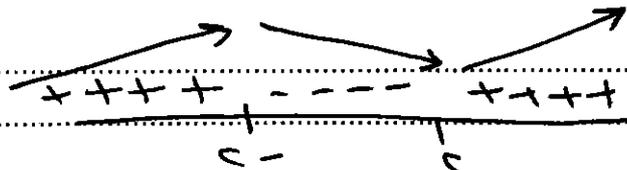
الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٢٤)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال ٢



اذا كان (a) = $12 - 3 = 9$ فان وجه القيمة القسوي هو عدد نوعي ووجه البعق الحرجه

قيم من الحرجه $3 = 12 - 9 = 3$

بمجرد صفري عند $3 = 3$

وقصيرا $(a) = 12 - 9 = 3$

$5 + 2 = 7$
 $11 = 11$

بمجرد على عند $3 = 3$

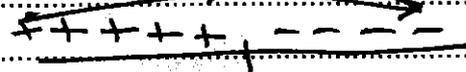
وقصيرا $(a) = 12 - 9 = 3$

$5 + 2 = 7$
 $11 = 11$

اكمل

عند $(a) = 12 - 6 = 6$

$3 = 12 - 9 = 3$



عند $3 = 12 - 9 = 3$

هي $(a) = 12 - 9 = 3$

عند $3 = 12 - 9 = 3$

بمجرد على وهي

$1 + 9 = 10$

$1 + 12 = 13$

سؤال ٣

اذا كان $(a) = 12 - 3 = 9$

فان وجه القيمة القسوي وقيم من

الحرجه

اكمل

عند $(a) = 12 - 9 = 3$

بالقيمة 3

$3 = 12 - 9 = 3$

$3 = 12 - 9 = 3$

$3 = 12 - 9 = 3$

$3 = 12 - 9 = 3$

تبع اكل

سؤال ٣

اذا كان $(a) = 12 - 3 = 9$

عند $(a) = 12 - 9 = 3$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٥٥)

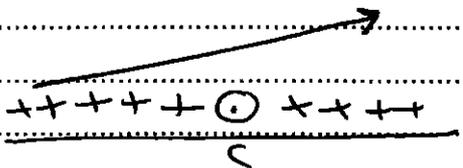
مثال ٥

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

الحل

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

$s = 3 \leftarrow s = 3$



عند $s = 3$ نقطة حرجية
لا يوجد قيم قصوى

مثال ٦

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

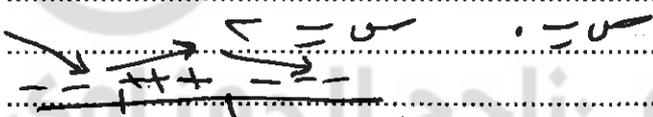
الحل

نقل $(3 - s)$:
عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

إخراج s

$s = 3$: $(3 - s) = 0$



عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$:
عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$:
عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$:

عند $s = 1$: $(3 - s) = 2$

عند $s = 1$: $(3 - s) = 2$

وهي $(1, 2)$

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

$1 + 9 + 0 + 4 - 9 = 1$

$1 = 1$

مثال ٧

إذا كان $s = 3$: $(3 - s) = 0$

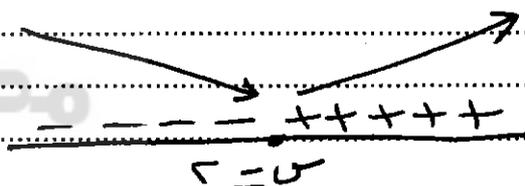
لا يوجد قيم قصوى وقيم حرجية

الحل

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$

$s = 3$



عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$:
عند $s = 3$: $(3 - s) = 0$:

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٢٦)

ملاحظة هامة

عند $s = P$ تعني ان
 صرجه أو عظمي أو صغرى
 وه $(P) = \text{صفر}$

مثال ٨

وه $(s) = 6 - 5s$
 اكل
 وه $(s) = 3$
 والى صوبت

مثال ١٠

لا يوجد نقاط صرجه ولا يوجد قيم
 مضموني.

اذا كان للأفتوان
 وه $(s) = P - 5s - 8s + 3$ نقطة
 صرجه عند $s = 1$ فاوليه صرجه
 الشايت P ؟
الحل

$s = 1$ صرجه \leftarrow وه $(1) = \text{صفر}$

وه $(s) = P - 5s - 8s = 1 - 13s$

وه $(1) = 1 - 13P = \text{صفر}$

$1 = 13 - P$
 $1 + 13 = P$

$14 = P \leftarrow$ $E = P = 14$

ALVESAM
 ناجح الجمزاوي

مثال ٩

اذا كان وه $(s) = (9 - 5s)(3 + 5s)$
 اوجد القيم المضموني وقيم صرجه

الحل

نقل الأتواس

وه $(s) = 3 + 5s - 5s^2 - 15s^2 = 3 - 10s^2$

وه $(s) = 3 - 10s^2 = 0$

بالقسمة على 3

$1 - 10s^2 = 0$

$10s^2 = 1 \rightarrow s = \pm \sqrt{0.1}$

$s = 0.316$ و $s = -0.316$

$s = 0.316$ و $s = -0.316$
 عند $s = 0.316$ وه $(s) = 3 - 10(0.316)^2 = 3 - 1 = 2$
 عند $s = -0.316$ وه $(s) = 3 - 10(-0.316)^2 = 3 - 1 = 2$
 عند $s = 0$ وه $(s) = 3$ صرجه وه $(s) = 3$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٢٧)

سؤال ١٣

إذا كان $P = 2$ و $U = 5$ عند نقطة حرجة عند $(2, 6)$ محر
 قيمة P و U ؟

الحل

نقطة حرجة عند $(2, 6)$ ←
 ١. $U = 6$ و $P = 2$
 ٢. $U = 2$ و $P = 6$

① $U = 6$ و $P = 2$: $U + P = 6 + 2 = 8$

$U = 2$ و $P = 6$: $U + P = 2 + 6 = 8$

② $U = 6$ و $P = 2$: $U + P = 6 + 2 = 8$

③ $U = 2$ و $P = 6$: $U + P = 2 + 6 = 8$

$U + P = 8$

حل المعادلتين بطريقة أخرى

$U + P = 8$ و $U + P = 8$ بالحدس (٢-٥)

$U + P = 8$ بالجمع

$U + P = 8$

$U + P = 8$ بالحدس

المعادلتين وتكاد لهما

$U + P = 8$

$U = 2$

$U + P = 8$

$U + P = 8$

سؤال ١٤

إذا كان $P = 3$ و $U = 18$ عند نقطة حرجة عند $(2, 6)$ محر
 قيمة P و U ؟

الحل

$U = 6$ و $P = 2$: $U + P = 6 + 2 = 8$

$U = 2$ و $P = 6$: $U + P = 2 + 6 = 8$

$U = 6$ و $P = 2$: $U + P = 6 + 2 = 8$

$U = 2$ و $P = 6$: $U + P = 2 + 6 = 8$

$U + P = 8$

$U = 6$ و $P = 2$

سؤال ١٥

إذا كان $P = 3$ و $U = 18$ عند نقطة حرجة عند $(2, 6)$ محر
 قيمة P و U ؟

الحل

$U = 6$ و $P = 2$: $U + P = 6 + 2 = 8$

$U = 2$ و $P = 6$: $U + P = 2 + 6 = 8$

$U = 6$ و $P = 2$: $U + P = 6 + 2 = 8$

$U = 2$ و $P = 6$: $U + P = 2 + 6 = 8$

$U + P = 8$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

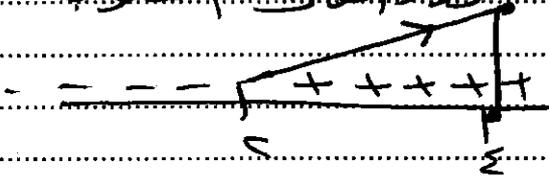
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٢٨)

ملاحظة بعد تحديد الاشارة
عند التقاطع المطلوب



عند $s = 2$ هي صفرى

وهي $(2, 4) = (s, 1 + 2 \times s)$

$1 + 2 \times 2 = 4$

$3 =$

عند $s = 4$ هي صفرى على

وهي $(4, 9) = (s, 1 + 2 \times s)$

$1 + 2 \times 4 = 9$

$4 =$

مثال (١٦)

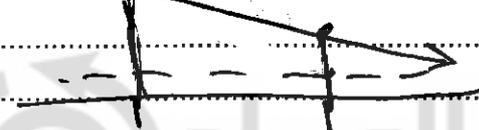
هنا $s = 4$ هي صفرى على

الفترة $[3, 6]$ او صفرى

الفترة

الحل

هنا $s = 4$



هنا $s = 3$ هي صفرى على

$1 + 2 \times 3 = 7$

$1 + 2 \times 6 = 13$

هنا $s = 6$ هي صفرى

$1 + 2 \times 6 = 13$

$6 =$

مثال (١٤)

اذا كان $s = 3$ هي صفرى
عند $s = 3$ هي صفرى
هنا $s = 3$ هي صفرى

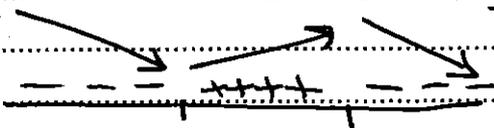
الحل

هنا $s = 3$ هي صفرى

اخراج $s = 3$

$3 = (s - 3)$

$3 = s - 3$



عند $s = 3$ هي صفرى وهي

هنا $s = 3$ هي صفرى

$1 + 2 \times 3 = 7$

$1 + 2 \times 6 = 13$

مثال (١٥)

اذا كان $s = 3$ هي صفرى
هنا $s = 3$ هي صفرى
الفترة $[3, 6]$ او صفرى

الحل

هنا $s = 3$ هي صفرى

$3 = s - 3$

$3 = s - 3$

$3 = s - 3$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٢٩)

تمارين ومسائل الكتاب

تدريب ١ ص ١١٨

إذا كان $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$

مجدد من الحركة للأقتران $f(x)$ ولقيم القوي وجد نوعيا

اقل

وإذا كان $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$

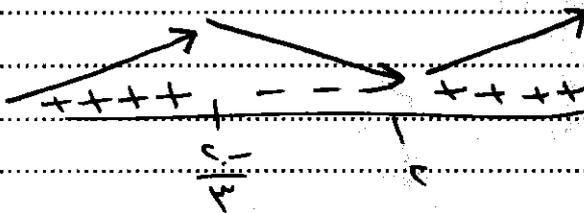
$$f(x) = (x-3)(x^2 + 3x + 2)$$

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 1$$

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 1 = (x-3)(x^2 + 3x + 2)$$

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 1 = (x-3)(x^2 + 3x + 2)$$

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 1 = (x-3)(x^2 + 3x + 2)$$



من الحركة من $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$

عند $x = \frac{1}{2}$ من عظميا

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = \frac{1}{8} - \frac{5}{4} + 4 - 1 = \frac{1}{8} - \frac{10}{8} + \frac{32}{8} - \frac{8}{8} = \frac{15}{8}$$

عند $x = 3$ من (٢) = صفر

تدريب ١ ص ١١٧

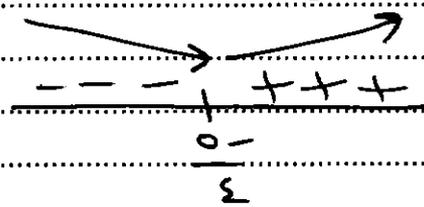
جد نقطة الحركة والقيم الصغرى والاعظمى ان وجدت للأقتران

وإذا كان $f(x) = x^2 + 5x - 6$

اقل

وإذا كان $f(x) = x^2 + 5x - 6$

$$f(x) = x^2 + 5x - 6 = (x-1)(x+6)$$



من الحركة عند $x = -\frac{5}{2}$

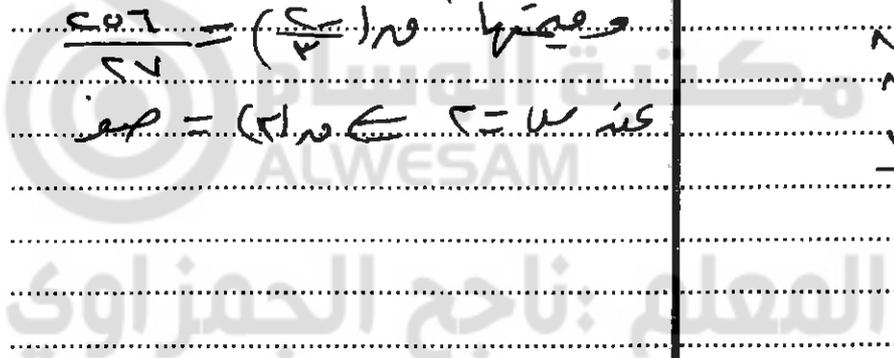
$$f\left(-\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 5\left(-\frac{5}{2}\right) - 6 = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} - 6 = \frac{25}{4} - \frac{50}{4} - \frac{24}{4} = -\frac{49}{4}$$

$$f(1) = 1^2 + 5(1) - 6 = 1 + 5 - 6 = 0$$

$$f(-6) = (-6)^2 + 5(-6) - 6 = 36 - 30 - 6 = 0$$

$$f(0) = 0^2 + 5(0) - 6 = -6$$

$$f(6) = 6^2 + 5(6) - 6 = 36 + 30 - 6 = 60$$



الاستاذ ناجح الجزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٣٠)

١١٩ حل من نماذج مسائل

١٠) (ل (س) = س^٣ + ٣س^٢ - ٩س + ١

او بعد لقيم لقصوى (العلوى والقصوى)

الحل

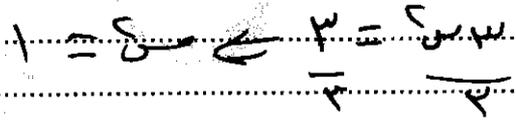
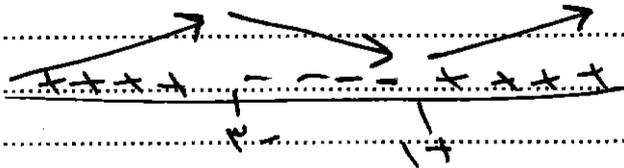
ل (س) = س^٣ + ٣س^٢ - ٩س + ١

بالاشتقاق على س

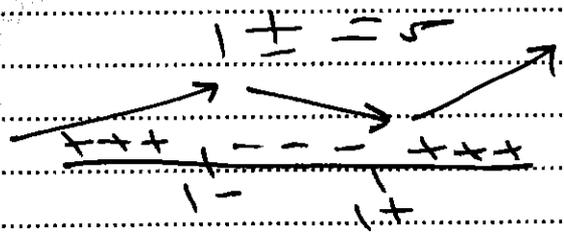
١١) (ل (س) = س^٣ - ٣س^٢ + ٤س + ٤

الحل

ل (س) = س^٣ - ٣س^٢ + ٤س + ٤



عند س = ٣ = صفة على وقيمة



ل (٣) = (٣) - (٣) + (٣) + ١ = ١٠

س = ١ = صفة على وقيمة

١ + ٢٧ + ٢٧ + ١ = ٥٦

ل (١) = (١) - (١) + (١) + ٤ = ٥

عند س = ١ = صفة صفري وقيمة

ل (١) = (١) + ٣(١) - ٩(١) + ١ = ١

٤ = ٤ + ٣ + ١ = ٨

٤ = ١ + ٩ - ٢ + ١ = ٩

عند س = ١ = صفة صفري وقيمة

١٢) ل (س) = س^٤ - (س - ١)

الحل

ل (١) = (١) - (١) + ٣(١) + ٤ = ٧

٢ = ٤ + ٣ - ١ = ٦

ل (س) = س^٤ - (س - ١)

ل (س) = س^٤ - س + ١

ل (س) = س^٤ - س + ١

ل (س) = س^٤ - س + ١

س = ٣ = صفة صفري وقيمة

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

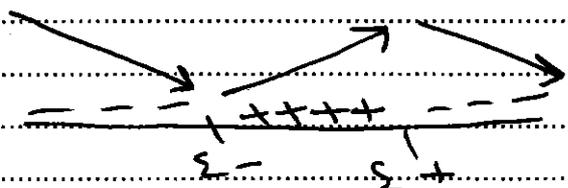
الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٣١)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١



عند $s = 4$ قيمة ϵ صغيرة

$$\epsilon = (4) - (4) \times 16 = (4) - 64$$

$$\frac{74}{2} - \frac{192}{2} = \frac{74}{2} - \frac{74}{2} = \frac{192}{2} = 96$$

عند $s = 2$ قيمة ϵ صغيرة

$$\epsilon = (2) - (2) \times 16 = (2) - 32$$

$$\frac{192}{2} = \frac{74}{2} + \frac{74}{2} = 74$$

$$\epsilon = (16) - (16) \times 16 = (16) - 256$$

$$\epsilon = (16) - (16) \times 16 = (16) - 256$$

$$\epsilon = (16) - (16) \times 16 = (16) - 256$$

+++++

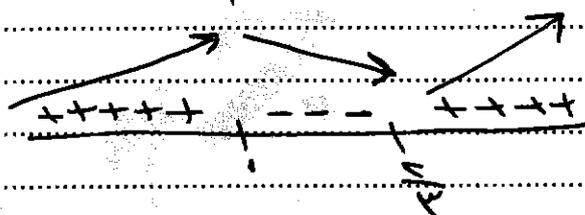
لا يوجد قيم صغيرة

تاج اكل

$$s = 3 \Rightarrow \epsilon = 3 - 9 = -6$$

$$s = 3 \Rightarrow \epsilon = 3 - 9 = -6$$

$$s = 3 \Rightarrow \epsilon = 3 - 9 = -6$$



عند $s = 3$ قيمة ϵ صغيرة

عند $s = 3$ قيمة ϵ صغيرة

$$\epsilon = (3) - (3) \times 16 = (3) - 48$$

$$\frac{16}{2} - \frac{1}{2} = \frac{16}{2} - \frac{1}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

$$\frac{16}{2} = 8$$

$$\epsilon = (16) - (16) \times 16 = (16) - 256$$

اكل

$$\epsilon = (16) - (16) \times 16 = (16) - 256$$

$$16 - 16 = 0 \Rightarrow \epsilon = 0$$

$$\epsilon = 16 \pm 16 = 32$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

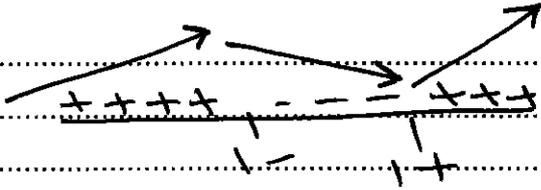
الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٣٤)



عند $s = 1$ وصغيرها $(1-)$

$$1 + 1 \times 2 - 2(1-) = 3$$

$$3 = 1 + 2 + 1 =$$

عند $s = 1$ وصغيرها (1)

$$1 = 1 + 1 \times 3 - 2(1) =$$

٣) زيارة (٥١١٩) متوبة

بالاعتماد على جدول الاشارات المجاور
ادرس القيم الصغرى للأقتران

أسئلة الوزارة

٥) زيارة (٥١١٧)

إذا كان (s) = $s - P$ و s وله
قيمة صغرى عند $s = 1.67$ اوجد
قيمة الثابت P ؟

اكل

$s = 1$ صغرى ← جرحه

← $(6) =$ صغرى

و $(s) = s - P$ تحول

$s = 1.67$ من (s) و s و s و s بالصف

$$s = 1.67 \times P = P - 6$$

$$1.67P = P - 6 \Rightarrow \boxed{P = 18}$$

٦) زيارة (٥١١٨) صغرى

إذا كان (s) = $s - 3$ و s و s و s
فادرس القيم الصغرى والاعظم
للأقتران s

اكل

$$s = 3 - s = 3 - 2 = 1$$

$$s = 3 = 3 - 3 = 0$$

$$s = 1$$

$$s = 1 + 1 = 2$$

| | | | |
|----------|-----|-----|-----|
| s | s | s | s |
| (و s) | +++ | --- | +++ |
| (و s) | → | → | → |

عند $s = 2$ صغرى $(2-)$
وصغيرها $(2-)$

عند $s = 4$ صغرى

وصغيرها (4)

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٣٣)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

٦) وزارة (٢٠٣) مستوى

٤) وزارة (٢٠١٢) مستوى

إذا كان $s = 48$ - $s = 3$
أوجد القيم العظمى والصغرى

إذا كان $s = 48$ - $s = 3$
أوجد القيم العظمى والصغرى

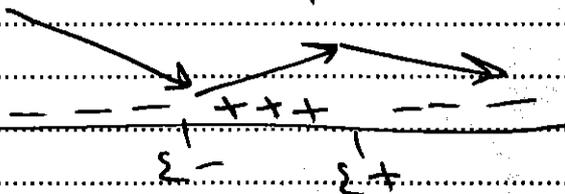
الحل

الحل

عند $s = 48$ - $s = 3$

عند $s = 48$ - $s = 3$

$$s = 48 \quad s = 3$$



٥) وزارة (٢٠١٢) مستوى

عند $s = 48$ - $s = 3$

إذا كان $s = 48$ - $s = 3$

$$s = 48 \quad s = 3$$

الحل

$$s = 48 \quad s = 3$$

عند $s = 48$ - $s = 3$

عند $s = 48$ - $s = 3$

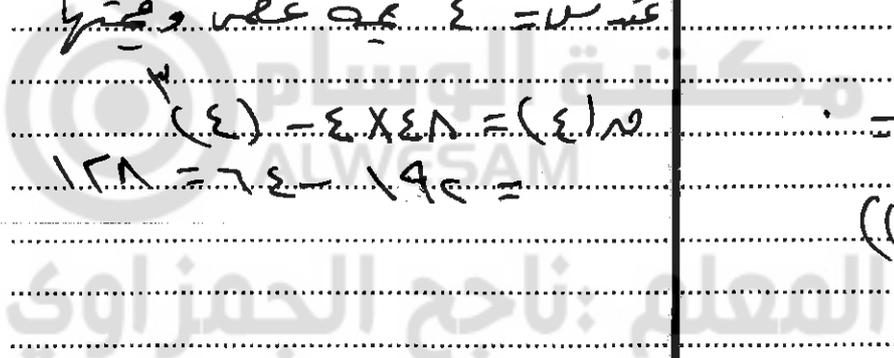
التقط الحرف عند $s = 48$ - $s = 3$

$$s = 48 \quad s = 3$$

التقط هو (١٠٠) - (١٠٠)

$$s = 48 \quad s = 3$$

(١٠٠) - (١٠٠)



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٣٥)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

١٠٠) وزارة (٢٠١٦) شتوية

اذا كان $f(x) = x^3 - 3x^2 + 8x - 1$

اوحد القيم القصوى

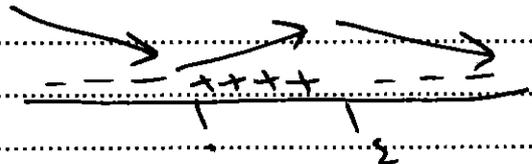
الكل

عند $x = 1$ و $x = 3$ و $x = 4$

احراج $f(3) - f(4)$

$f(3) - f(4) = ?$

$f(3) = 27 - 27 + 24 - 1 = 23$



عند $x = 4$ قيمة عظمى وقيمة

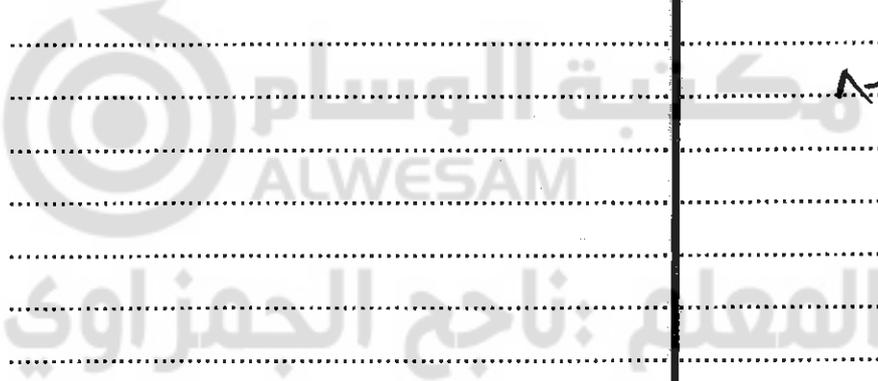
صغيرة $f(4) = 64 - 48 + 32 - 1 = 47$

$f(3) - f(4) = 23 - 47 = -24$

$-24 = 8 + 3 \times 4 = 20$

عند $x = 1$ و $x = 3$ و $x = 4$

$f(1) = 1 - 3 + 8 - 1 = 5$



أيجاد القيم لقصى من رسمه و(بد)

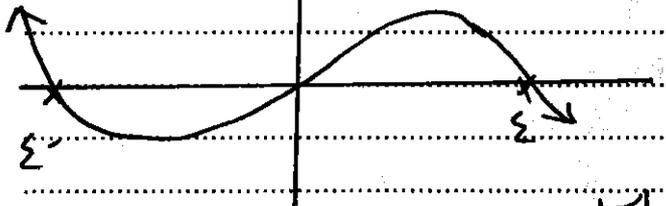
سؤال ⑤

الشكل الجوار على فئتي الأفقاني
الأدوي للأفتوانت و(بد)

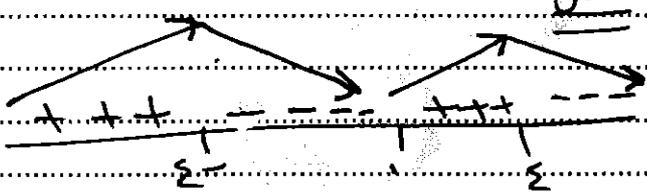
٢) قيم من الحرجه

ن- القيم لقصى وهدر نوعها

و(بد)



اكل



٣) قيم من الحرجه - ٤.٦.٤

عند س = ٤ فيه عظمى وحقها و(٤-)

عند س = ٠ فيه صغرى وحقها و(٠)

عند س = ٤ فيه عظمى وحقها و(٤)

تحويل الرسمات الى خط الاعداد
بنفس طريقة التزايد والمتناقص

١- ايجاد نقطه تقاطع فئتي و(بد)
مع محضه لبيانات وتكون هي
قيم من الحرجه

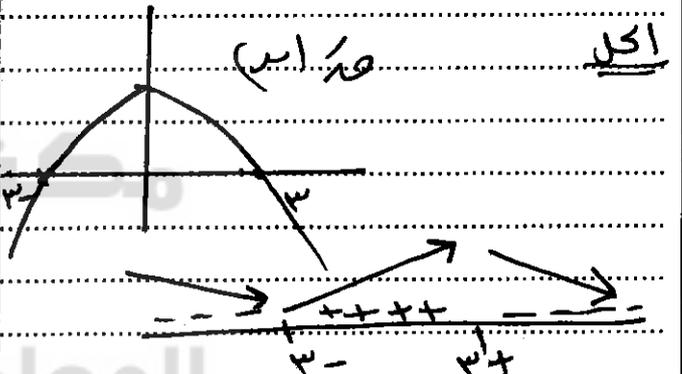
٢- فوتر محور لبيانات تكون
و(بد) موجبه

٣- فوتر محور لبيانات تكون
و(بد) سالبه

سؤال ⑥

الشكل الجوار على فئتي الأفقاني
و(بد) اوجد قيم من الحرجه
واوجد القيم لقصى

و(بد)



عند (٣-) و(٣) عظمى صغرى

عند (٣) و(٣) فيه عظمى

قيم من الحرجه هو س = -٣ و٣

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

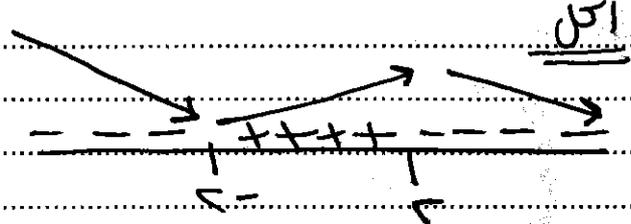
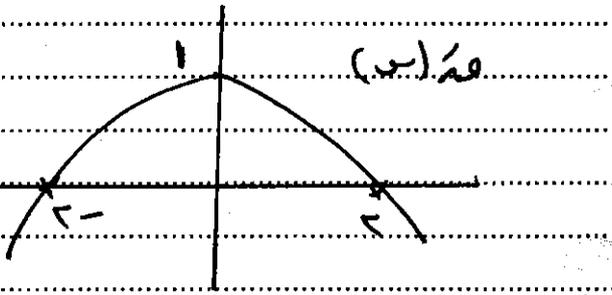
تطبيقات التفاضل
(٣٧)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال ٤) من فرع (٣) اختيار ذاتي
ص ١٢٩

اعتماداً على الشكل المجاور الذي
عُمل منحنى $f(x)$ اوجد $f'(x)$

النقطة $x=1$ (ص ١٢٩)



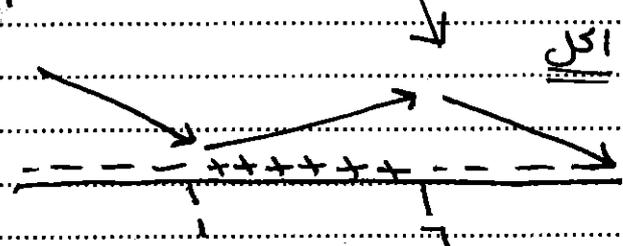
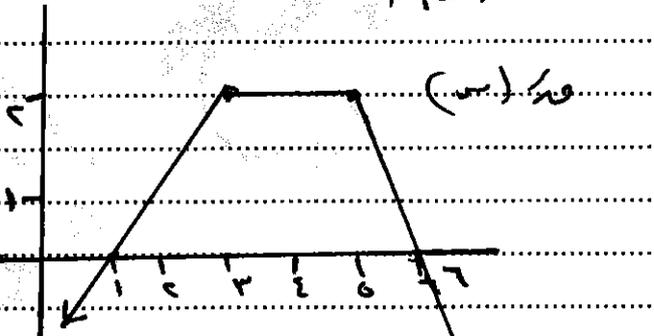
عند $x=1$ قيمة $f'(x)$ هي
(ص ١٢٩)

عند $x=2$ قيمة $f'(x)$ هي
(ص ١٢٩)

سؤال ٥) من ص ١١٩ نماذج ومائل

عُمل الشكل المجاور منحنى $f(x)$
الذي $f(1)=1$ و $f(2)=1$
(ص ١١٩) اوجد $f'(x)$

النقطة $x=1$ (ص ١١٩)



(ص ١١٩) اوجد $f'(x)$

(ص ١١٩) عند $x=2$ قيمة $f'(x)$ هي

(ص ١١٩) عند $x=3$ قيمة $f'(x)$ هي

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٢٨)

ملاحظة

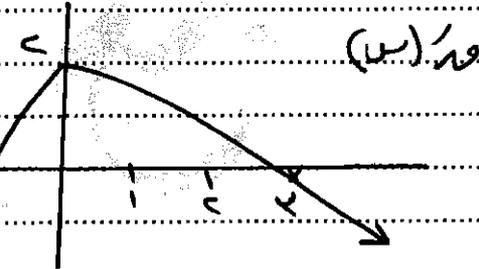
اسئلة الوزارة

النقطة الحرجة من رسمه $f(x)$

١) وزارة (٢٠٠٨)

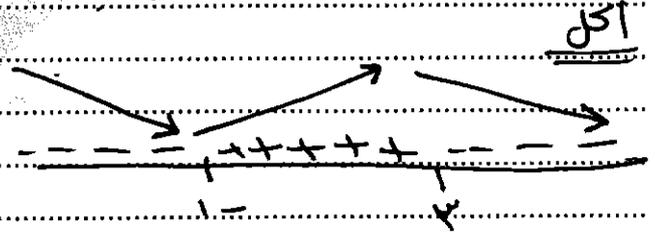
هي نقطة تقاطع المنحنى مع محور السينات .

معدداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى $f(x)$ اوجد القيمة القصوى



٢) وزارة (٢٠٠٦) مستوى

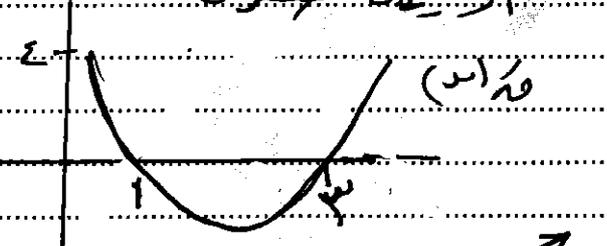
معدداً الشكل المجاور والذي يمثل منحنى المشتقة الأولى



اوجد القيمة من حرجه

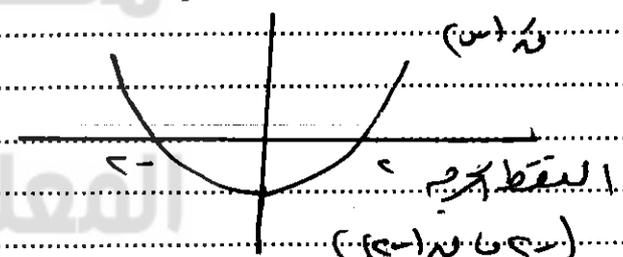
٣) من بين اتي يكون عندها قيمة عظمى أو صغرى صغرى

عند $x=1$ فيه صغرى وفيها $f(1)$
عند $x=3$ فيه عظمى وفيها $f(3)$



٤) وزارة (٢٠٠٦)

معدداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للأعداد من $f(x)$ فاجوبه لنقطة الحرج



قيم من حرجه هي ١ و ٣

عند $x=1$ فيه صغرى

عند $x=3$ فيه عظمى

(٢٠٠٦) وزارة (٢٠٠٦)
(٢٠٠٦) وزارة (٢٠٠٦)

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

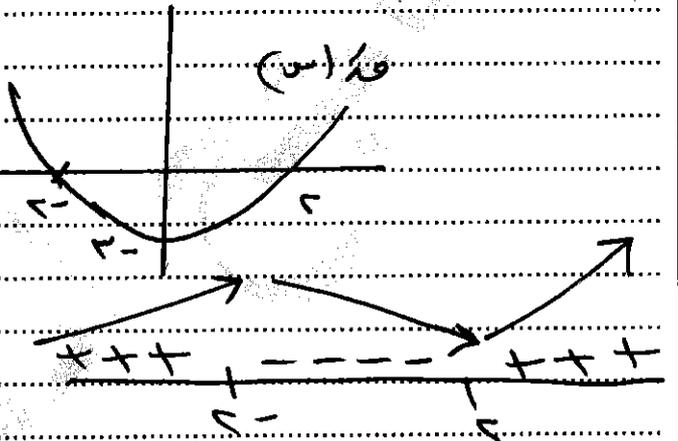
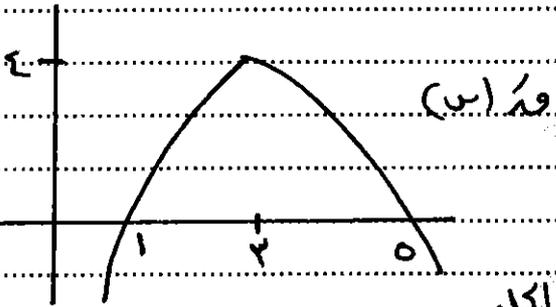
(٤٩)

٦) زيارة (٢،١٤) شتوية

٤) زيارة (٢،١٣)

العماداً على لكل الجوار الذي عتل
مخني بالشمعة الأولى للأقرب
بداية (س) ، صم قيم من التي يكون عندها
صم قصوى وهدد نوعها

إذا كان لكل عتل فد (س) ، اوجد
القيم القصوى وهدد نوعها



عند س = ١ صم صفري
س = ٥ صم عظمى

(٢-١) صم عظمى

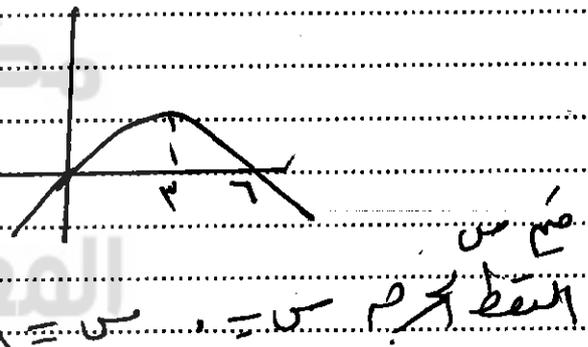
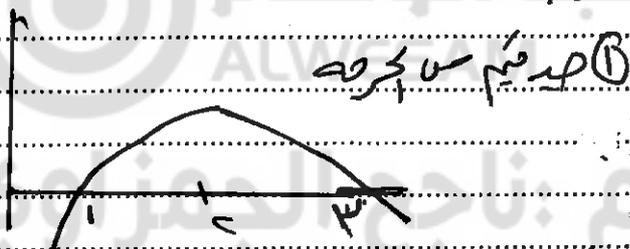
(٢) صم صفري

٧) زيارة (٢،١٤) صيفية

٥) زيارة (٢،١٣) شتوية

عمداً على لكل الجوار الذي
عتل مخني بالشمعة الأولى
التي بها يبين

عمداً على لكل الجوار الذي عتل مخني
فد (س) ، اوجد لنقط الجرم



صم من الجرم
س = ١ ، س = ٣
صم من الجرم هي ٣ و ١

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

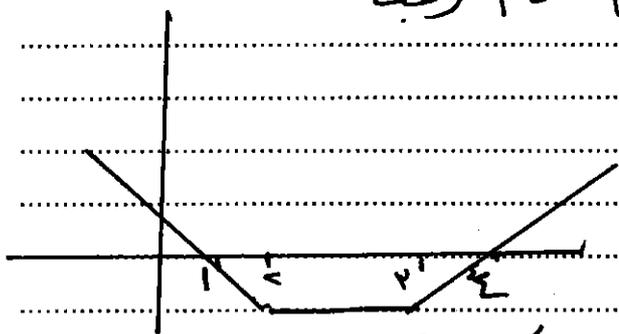
تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٤٠)

١٠) وزارة (٢٠١٦) شتوية

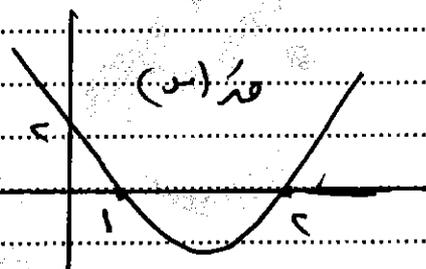
عند أعلى لكل الجوارر عتلى المشتقه
الاولى للوقت ان صاير اوجد
قيم من كرجه



قيم من كرجه هي
{ ٤, ١ }

٨) وزارة (٢٠١٥) شتوية

عند أعلى لكل الجوارر عتلى قد اس
قيم من التي يكون عندها قيم
قصوى وبتن نوعها



الكل
++++ | --- | +++++

١١) وزارة (٢٠١٦) صيفية

عند أعلى لكل الجوارر الذي عتلى
صحنى المشتقه الاولى للوقت ان
قد اس

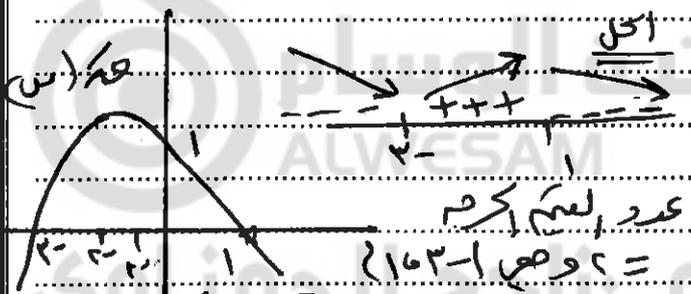
اوجد عدد القيم كرجه
قيم من التي يكون عندها قيم
قصوى وبتن نوعها

قيم من التي يكون عندها قيم قصوى
عند س = ١ صحنى عظمى

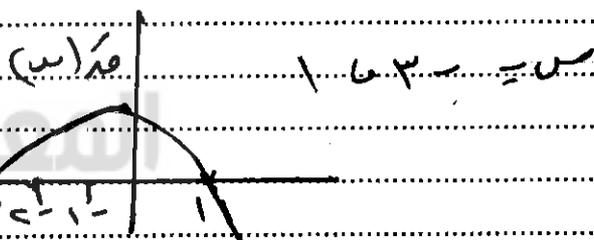
عند س = ٢ صحنى صغرى

٩) وزارة (٢٠١٥) صيفية

انحداراً على لكل الجوارر الذي عتلى
قد اس اوجد قيم من كرجه



عدد القيم كرجه
٢ = ١ و صاير (١٦٣)
عند (٣-١) صحنى صغرى
عند (١٦٣) صحنى عظمى
قيم من = ١ - ١٦٣



ثالثاً

القيم القصوى
باستخدام اختبار المشتقة الثانية

يمكن الاستفادة من المشتقة الثانية للدالة $f(x)$ في تحديد نوع قيمة $f(x)$ إذا كانت عند قيمة عظمى أو صغرى وذلك كالتالي

① نجد قيم $f(x)$ من الدرجة وذلك بحمل $f'(x) = 0$

ملاحظات هامة

① عند إيجاد قيم $f(x)$ من الدرجة فإننا نضع $f'(x) = 0$ وليس $f(x) = 0$ لتساوي المشتقة الأولى بالصفر فقط

ملاحظة
هنا لا نلجأ إلى قيم الأعداد (هنا الفرض) ولكن نجد المشتقة الثانية (وللتساوي بالصفر)

② للميز القيمة العظمى عن القيمة الصغرى فإننا نعتمد على إشارة $f''(x)$ نخرج لعوضين قيم $f(x)$ من الدرجة في المشتقة الثانية $f''(x) > 0$ وليس من إشارة $f''(x) < 0$

③ لعوضين قيم $f(x)$ من الدرجة في المشتقة الثانية $f''(x) < 0$ فإذا كان نخرج للعوضين

④ ان إشارة نخرج للعوضين في المشتقة الثانية تحدد نوع القيمة القصوى، وليس قيمتها. أما إذا اردنا حساب القيم القصوى فإننا نعوض في الدالة قيم $f(x)$ من الدرجة

- ١- $f''(x) < 0$ موجب
← يوجد قيمة صغرى عند x
- ٢- $f''(x) > 0$ (سالبا)
← يوجد قيمة عظمى عند x
- ٣- $f''(x) = 0$ صفر يفضل اختبار

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٤٢)

سؤال 1

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

يوجد للأعداد ١٢ و ٦ عند ٦
عند ٦ = ٦ وقصتها

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

الحل

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

عند ٦ = ٦ وقصتها

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

الحل

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

١٢ - ٦ = ٦ > ٦

عند ٦ = ٦ وقصتها

جد القيم القصوى (ان وجدت)
للدالة $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$
اخترنا المشتقة الثانية (ان امكن)

١) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$

الحل

١) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$

اخترنا $x = 1$ عامل مشترك

$f''(x) = 6x - 6 = 0$

$f''(x) = 6x - 6 = 0$

نضرب في x ونجد:
خط التماس عند $x = 1$

٢) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$

نحسب عند $x = 1$

$f(1) = 1 - 3 + 2 = 0$

في المشتقة الثانية

٣) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$

عند $x = 1$

يوجد للأعداد ١٢ و ٦ عند ٦

٤) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$

١ =

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الاديبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٤٣)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال ٥

بمستوى ايم المشتقة الثانية
ضد القيم الحظية والصغرى
للافتات و(س) = (س-٢)

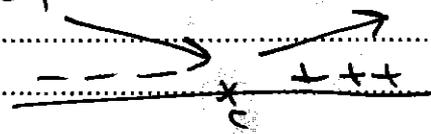
اكل
ف(س) = ٤(س-٢) = ٤س - ٨

← س = ٢ ←
ف(س) = ٤(٢-٢) = ٠

ف(٢) = ٤(٢-٢) = ٠

صالحا فيشل اختيار المشتقة الثانية

لعود لا اختيار المشتقة الاولى



عند س = ٢ يوجد قيمة صغرى

وغيرها ف(س) = ٠

٤) ف(س) = س^٣ - ٣س^٢ - ٤س + ١٢

اكل
ف(س) = س^٣ - ٦س - ٤ = ٠
المقسمة على (س)

$\frac{س^٣}{س} - \frac{٦س}{س} - \frac{٤}{س} = ٠$
 $س^٢ - ٦ - \frac{٤}{س} = ٠$

$(س-٢)(س+٢)(س-٤) = ٠$
س = ٢ ، س = ٤ ، س = -٢

ف(س) = ٦ - ٤س + ٦

١) ف(٤) = ٦ - ٤ × ٤ = ٦ - ١٦ = -١٠

ف(٢) = ٦ - ٤ × ٢ = ٦ - ٨ = -٢
ف(س) = ٤(س-٢) - ٣(س-٢) + ١٨ = ٦٣

٢) ف(٢) = ٦ - ٢ - ٤ = ٠

١٨ = ٦ - ١٢ = -٦
س = ٢
ف(س) = ٠

٣) ف(س) = س^٣ - ٣(س-٢) - ٤س + ١٢ = ٠
١٢ - ٨ + ٦ + ١٢ - ٣س - ٤س + ١٢ = ٠
٤٢ - ٧س = ٠

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٤٤)

سؤال ٥

إذا كان $٥ = (٢) = ١$ و $٥ = (٢) = ٠$ و $٣ = (٢) = ٠$
 و $٤ = (١) = ١$ و $٤ = (١) = ٠$ و $٤ = (١) = ٠$
 اوجد قيم ٤ من الحرفه

٥ اقيم الحرفه

اقل قيم من الحرفه = ١٥٢

٦ و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

و $٣ = (٢) = ٠$ حرفه
 و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

٧ و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

سؤال ٣

إذا كان $٥ = (٢) = ١$ و $٥ = (٢) = ٠$
 و $٣ = (٢) = ٠$ و $٤ = (١) = ١$
 و $٤ = (١) = ٠$ و $٤ = (١) = ٠$

اوجد قيم من الحرفه

٥ اوجد اقيم الحرفه

اقل

٦ قيم من الحرفه هي ١٥٢
 و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

٧ و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

٨ و $٣ = (٢) = ٠$ حرفه

و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

٩ و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

و $٣ = (٢) = ٠$ حرفه

و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

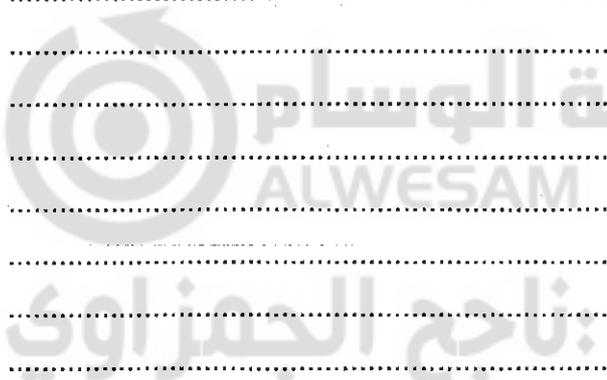
سؤال ٤

إذا كان $٤ = (١) = ٠$ و $٤ = (١) = ٠$
 ما هي قيم الحرفه أو الحرفه

اقل و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

و $٤ = (١) = ٠$ حرفه

و $٤ = (١) = ٠$ حرفه



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٤٥)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

س عمارية ومسائل ص ١١٩

تدريبات ومسائل الكتاب

جد القيم العظمى والصغرى وان
وجدت لكل مما يأتي باستخدام
اختبار المشتقة الثانية:

١١٨
تدريب ٣ ص ١١٨

١) ل (س) = ٤ - س
اكل

باستخدام اختبار المشتقة الثانية
جد القيم العظمى والصغرى
ل (س) ووجدت للآتي

ل (س) = - س - ١
س = ١

٢) ل (س) = ٥ + ٣س - ١٢س + ٥س^٢

اكل

ل (س) = ٢ - س

٣) ل (س) = ١٢ - ٥س - ٣س^٢

ل (س) = ٢ - س

بالقيمة على ٦

ل (س) = ٢ - س

ل (س) = ٢ - س

ل (س) = ٤ - ١س - ٤س^٢

ل (س) = ٢ - س

٤) ل (س) = ٢ + ٣س

٤) ل (س) = ٦ - ١٢س + ٥س^٢

اكل

ل (س) = ٢ - س

٣

ل (س) = ٢

٥) ل (س) = ٦ - ١٢س + ٥س^٢

ل (س) = ٢ - س

٥) ل (س) = ٦ - ١٢س + ٥س^٢

ل (س) = ٢ - س

٦) ل (س) = ٣س - ٤س^٢

ل (س) = ٢ - س

← تتبع اكل

ل (س) = ٢ - س

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٤٦)

أسئلة الوزارة

اكل

١) وزارة (٢٠١١) شتويك

عده (ب) = $6 - 5 - 12$ س
باضراج ٦ س عامل مشترك

باستخدام اختبار المشتقة الثانية
جد القيم العظمى والصغرى

$6 - (1 - 5) = 0$
س = ١ أو س = ٥
بالمشتقة على ٢

أن وجدت للأقتران
عده (ب) = $5 - 3 - 6$ س

عده (ب) = $6 - 4 - 5$ س

اكل

عده (ب) = $6 - 4 - 5 = 0$ س

عده (ب) = $6 - 5 - 6$ س
بالمشتقة على ٦

موصوف
عده (ب) = $6 - 5 - 6$ س
عده (ب) = $6 - 5 - 6$ س

س = ١ باخذ اية كرسى
 $1 \pm = 7 \pm = 8$
س = ١
عده (ب) = $12 - 1$ س

عده (ب) = $(\frac{1}{6}) \times 6 - 6 = 1 - 6 = -5$

عده (ب) = $1 \times 12 = 12$ س
عده (ب) = $6 - 2(1) = 4$

$6 - 7 = 12 - 6 = 6$
عده (ب) = $6 - 6 = 0$ س

$1 \times 6 - 2(1) = 4$
 $6 - 2 = 4$

$(\frac{1}{6})^2 - (\frac{1}{6})^2 = 0$

عده (ب) = $1 - 12 = -11$ س
عده (ب) = $6 - 6 = 0$ س

$\frac{1}{7} \times 6 - \frac{1}{7} \times 3 = 0$
 $\frac{6}{7} - \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$

$6 \times 6 - (1) = 35$
 $6 - 6 = 0$

$\frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٤٧)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

٣) وزارة (٢٠٣) شتوية

٤) وزارة (٢٠١٤) صيفية

اذا كان $ص$ اقترانا معرفاً على $ج$ وكان $ص(١) = ١$ $ص(٢) = ٥$
 $ص(٣) = ٣$ $ص(٤) = ١$ $ص(٥) = ٥$
 فاوجد قيم $ص(٦)$

باستخدام اختيار مشتقة لتأثيره
 عند قيم العظمى والصغرى
 ان $ص(١) = ١$ $ص(٢) = ٥$ $ص(٣) = ٣$ $ص(٤) = ١$ $ص(٥) = ٥$
 $ص(٦) = ١ + ٣ - ٣ - ٥ = ١$

الحل

الحل

$ص(١) = ١$ $ص(٢) = ٥$ $ص(٣) = ٣$ $ص(٤) = ١$ $ص(٥) = ٥$
 $ص(٦) = ١ + ٣ - ٣ - ٥ = ١$

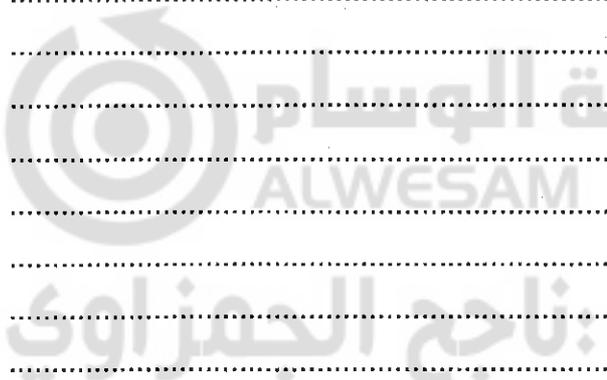
$ص(١) = ١$ $ص(٢) = ٥$ $ص(٣) = ٣$ $ص(٤) = ١$ $ص(٥) = ٥$
 $ص(٦) = ١ + ٣ - ٣ - ٥ = ١$

$ص(٦) = ١$

$ص(١) = ١$ $ص(٢) = ٥$ $ص(٣) = ٣$ $ص(٤) = ١$ $ص(٥) = ٥$
 $ص(٦) = ١ + ٣ - ٣ - ٥ = ١$

$ص(١) = ١$ $ص(٢) = ٥$ $ص(٣) = ٣$ $ص(٤) = ١$ $ص(٥) = ٥$
 $ص(٦) = ١ + ٣ - ٣ - ٥ = ١$

$ص(٦) = ١ + ٣ - ٣ - ٥ = ١$



تطبيقات القيم القصوى

خطوات حل المسائل العددية للقيم القصوى

قوانين هامة

١. مساحة مربع = (الضلع)^٢

$$س = س = س$$

محيط مربع = مجموع اضلاع

الاضلاع

$$= ٤ \times \text{طول الضلع}$$

$$= س + س + س + س$$

$$= ٤س$$

٢. مساحة مستطيل = الطول \times العرض

$$= س + س = س + س$$

محيط مستطيل = $٢ \times$ الطول + $٢ \times$ العرض

$$= ٢س + ٢س = ٤س$$



$$= \frac{١}{٢} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{١}{٢} \times س \times ع$$

٤. حجم الصندوق = متوازي المستطيلات



$$= \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$= س \times ع \times ح$$

١. قراءة السؤال بعين و رسم شكل للمسألة ان امكن

٢. كتابة المعادلة الرئيسية المطلوب جعله $س$ أو $ع$ أو $ح$ ما يمكن وتمكن اعطاه رمز اي افتوان مثل $س = ح = ع =$

٣. استخدام الشروط في المسألة (المعادلة المساعدة) لكتابة المعادلة الرئيسية بتغير واحد

٤. ايجاد القيم القصوى للمعادلة الرئيسية كما تعلمنا

(نتقنه ما اوى بالضره حل المعادله)

٥. التأكد من اكل (ان القيمة بناديه هي عظمى أو صغرى حسب المطلوب) واما على طرف الاعداد أو

استخدام اختيار بنتقنه الثانيه

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

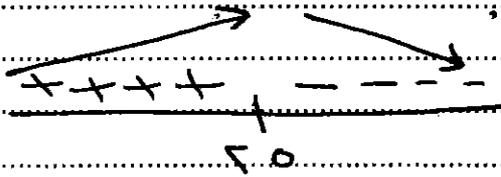
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٤٩)

سؤال ①

٠ = ٣ < - ٥٠ = ٣ (س)

٢٥ = ٣ < ٥٠ = ٣



عند $x = 25$ قيمة عظمى
أكبر ما يمكنه

العدد الأول = ٢٥ و العدد
الثاني = ٣٥ - ٥٠ = ٢٥

ما العددان الموجبان اللذان
مجموعهما يساوي (٥٠) وحاصل
ضربهما أكبر ما يمكنه

الحل

نفرض العدد الأول = x
نفرض العدد الثاني = $50 - x$

المعادلة الرئيسية
= حاصل ضربهما أكبر ما يمكنه

وهذا = $x(50 - x)$

المحاولة بالمساعدة: مجموعها = ٥٠
 $x + (50 - x) = 50$

← نحل x أو $50 - x$ موضع
القانون (من في طرف لوحدتها)

← $x = 50 - x$

لحوضها في المعادلة الرئيسية

← وهذا = $x(50 - x)$

= $(50 - x)x$

= $50x - x^2$

ما العددان الصحيحان
الموجبان الذي حاصل ضربهما
يساوي ٦٤ ومجموعهما
اصغر ما يمكنه

الحل

نفرض العدد الأول = x
العدد الثاني = $64 - x$

المعادلة الرئيسية = $x + (64 - x) = 64$

المحاولة بالمساعدة $x + (64 - x) = 64$

← $x = 64 - x$

← يتبع كل

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٥١)

سؤال (٣)

عالم العددين الموجبان اللذان مجموعهما (٣٠) ، و مجموع مربعيهما أقل ما يمكن .

الحل

نضرب العدد الأول = x
العدد الثاني = y

المعادلة الرئيسية
 $x + y = 30$

المعادلة لمساواة

$x + y = 30$
 $x^2 + y^2 = 30x$
تجوزها في الرئيسية

عند $(x) = (30 - y)$ + $y^2 = (30 - y) \cdot 30$

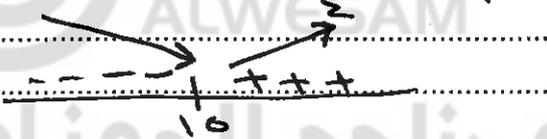
عند $(x) = (30 - y)$ + $y^2 = (30 - y) \cdot 30$
مشتقة بقوس

عند $(x) = (30 - y)$ + $y^2 = (30 - y) \cdot 30$

$70 - 14y = 30y + 70 - 30y - 30y$

$70 - 14y = 70 - 30y$

$10 = 70 - 30y$



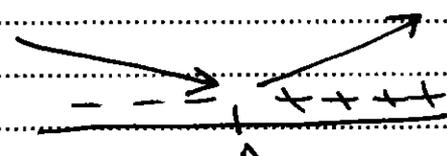
$10 = 30 - 20$

$10 = 10 - 20 = -10$

تعويضها في الرئيسية

$30 - x + x = 30$

$30 - x = 30 - x$



عند $x = 10$ قيمة صغرى

اصغرها عليه

العدد الأول = 10

العدد الثاني = $\frac{30}{10} = 3$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

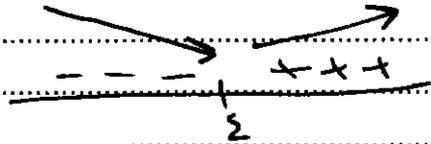
(٥١)

سؤال (٤)

← $1 = \frac{74}{2^3}$ جذر بتبادلي

ص = ٣ = ٦٤ = ٣ $\sqrt[3]{64}$ ماخذ الجذر لتخلص

ص = ٤ = ٦٤ = ٤ $\sqrt[4]{64}$ العدد الثاني



العدد الأول = ٣ = $\frac{2^3}{2^2} = \frac{2^3}{2^2}$

$2 = \frac{2^3}{2^2} =$

اذا كان حاصل ضرب عدد في مربع عدد آخر يساوي (٣٠) عدد العددين حيث يكون مجموعها اقل ما عليه

اكمل
تفرض العدد الاول = س
العدد الثاني = ص

حاصل ضرب عدد في مربع الآخر = ٣٠
س × ص = ٣٠

سؤال (٥)

اذا كان مجموع عددين ثلاثة امثال عدد آخر يساوي (٢٠) عدد العددين حيث يكون حاصل ضربها اقل ما عليه ؟

اكمل

العدد الاول = س ، الثاني = ص

المعادلة الرئيسية

ص = ٢٠ - س

المعادلة المساعدة

عدد + ٣ امثال الآخر = ٢٠

س + ٣ ص = ٢٠

← $س = ٢٠ - ٣ ص$ يتعكف

← $س = \frac{20}{ص}$

المعادلة الرئيسية

ص = س + ص
 $ص = \frac{20}{ص} + ص$

$ص^2 = 1 + \frac{20 \times 20}{ص^2}$

← $ص^2 = 1 + \frac{400}{ص^2}$

$ص^2 = 1 + \frac{74}{ص}$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٥٢)

الحل

العدد الأول = س
العدد الثاني = ص

المعادلة الرئيسية

$$ص = س + ١١$$

المعادلة المساعدة

$$س + ص = ١١$$

$$\leftarrow ص = \frac{١١}{٢} \text{ نعوضها}$$

في الرئيسية

$$ص = س + \frac{١١}{٢} \text{ نستقده}$$

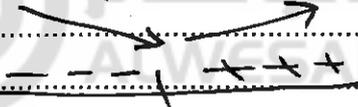
$$ص = (س) = ١ - \frac{١١}{٢}$$

$$\frac{١١}{٢} = ١ - ص \text{ ضرب بنا دري}$$

$$ص = ١ - \frac{١١}{٢} \text{ هذا كذا ليس يعني}$$

$$ص = \frac{٢ - ١١}{٢} = -\frac{٩}{٢}$$

$$س = ٩ \text{ عدد موجب}$$



٩ اصغر فاعليه

$$س = ٩ \text{ ص = -٩/٢}$$

$$\leftarrow ص = \frac{١١}{٢} = ٥.٥$$

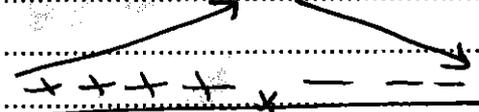
نعوضها في الرئيسية

$$ص = س + ١١ \text{ نعوضها}$$

$$ص = س + ١١$$

$$ص = س + ١١$$

$$ص = س + ١١$$



$$\frac{١١}{٢} = ٥.٥$$

$$\frac{١١}{٢} = ٥.٥$$

$$ص = س + ١١ \text{ نعوضها}$$

$$ص = س + ١١$$

مسألة ٦ فزارة (٢٠١٠) شتوية

مخدماً تطبيقات التفاضل حل المسألة الآتية

عالم عددان الصحيحان الموجبان

الذان حاصل ضربهما (١١)

ومجموعهما أقل فاعليه

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٥٣)

سؤال ٨) وزارة (٢٠١٢) صيف

عالم الهدان الصحيحان الموجهان

الليزان مجموعها ٤٨ ، وحاصل

ضربها أكبر ما يمكن

الحل

الهد الأول = س ، والهد الثاني = ص

المعادلة الرئيسية

$$ص + س = ٤٨$$

المعادلة المساعدة

$$ص + س = ٤٨$$

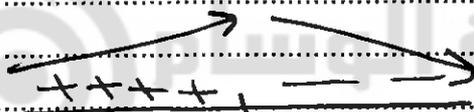
$$\leftarrow ص = ٤٨ - س$$

$$ص(س) = (٤٨ - س)س$$

$$صس = ٤٨س - س^2$$

$$ص(س) = ٤٨س - س^2$$

$$ص = \frac{٤٨ - س}{١} = ٤٨ - س$$



ص = ٤٨ - س

أكبر ما يمكن

$$ص = ٤٨ - ٢٤ = ٢٤$$

سؤال ٧) وزارة (٢٠١١) شتوية

عالم الهدان الصحيحان الموجهان

الليزان مجموعها (١٤) ، وحاصل

ضربها أكبر ما يمكن

الحل

الهد الأول = س ، والهد الثاني = ص

المعادلة الرئيسية

$$ص + س = ١٤$$

المعادلة المساعدة

$$ص + س = ١٤$$

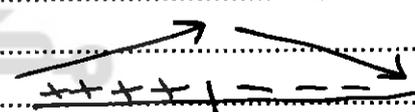
$$\leftarrow ص = ١٤ - س$$

$$ص(س) = (١٤ - س)س$$

$$صس = ١٤س - س^2$$

$$ص(س) = ١٤س - س^2$$

$$ص = \frac{١٤ - س}{١} = ١٤ - س$$



ص = ١٤ - س

أكبر ما يمكن

$$ص = ١٤ - ٧ = ٧$$

$$ص = ٧$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

الثاني الثانوي الادبي

الوحدة الثالثة

المستوى الثالث

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

تطبيقات التفاضل

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

(٥٤)

مسألة ٩) وزارة (٢٠١٤) شتوية

عالم عددان الصحيحان الموجبان

الليزان مجموعهما ٦٠ و حاصل ضرب

اهما في مربع الآخر البرهان

اكل

العدد الأول = س ، العدد الثاني = ص

المعادلة الرئيسية

ص(س) = عدد لا مربع الاخر

$$= س + ص$$

المعادلة الثانية

$$س + ص = ٦٠ \iff ص = ٦٠ - س$$

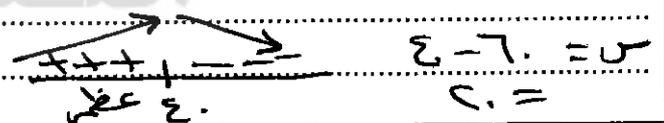
$$ص(س) = (٦٠ - س) \times س$$

$$= ٦٠س - س^٢$$

$$= ٣٠٠ - ١٥س = ٣س$$

$$٣س(٤٠ - س) = ٠$$

$$ص = ٤٠ \iff س = ٢٠$$



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

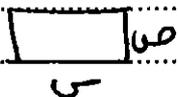
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٥٥)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

مثال ١١

قطعة ارض مستطيلة الشكل
صاعتها ٤٠ م^٢، ما حد البعاد
القطعة حيث يكون محيطها
اصغر ما عليه؟



اكل

الطول = س

العرض = ص

المعادلة الرئيسية

$$س + ص = ٤٠$$

المعادلة المساعدة

$$صاعه الطول = ٤٠ م^٢$$

$$س \times ص = ٤٠$$

$$ص = \frac{٤٠}{س} \text{ نعوضها في الرئيسية}$$

$$س + \frac{٤٠}{س} = ٤٠$$

$$\frac{س^٢ + ٤٠}{س} =$$

$$س^٢ + ٤٠ = ٤٠س$$

$$س^٢ - ٤٠س + ٤٠ = ٠$$

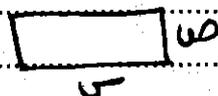
$$\frac{س^٢ - ٤٠س + ٤٠}{س} = ٠$$

$$س^٢ - ٤٠س + ٤٠ = ٠$$

$$ص = \frac{٤٠}{س}$$

مثال ١٢

قطعة ارض مستطيلة الشكل
محيطها ١٠٠ م، ما بعد
قطعة الارض اللزبان يجعلان
صاعتها ٢٠٠ م^٢ ما عليه



اكل

نصفين ل طول = س

نصفين العرض = ص

صاعه الطول = العرض

المعادلة الرئيسية

$$س = ٢ص$$

المعادلة المساعدة

المحيط = ١٠٠

$$س + ص = ١٠٠$$

$$س + ٢ص = ١٠٠$$

$$س = ١٠٠ - ٢ص$$

المعادلة الرئيسية

$$س = ٣ص$$

$$٣ص - ٢ص = ١٠٠ - ٢ص$$

$$ص = ١٠٠$$

$$س = ٢٠٠$$

$$ص = ١٠٠$$

$$ص = ١٠٠$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

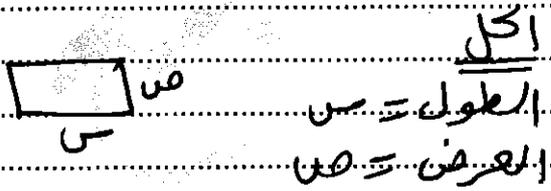
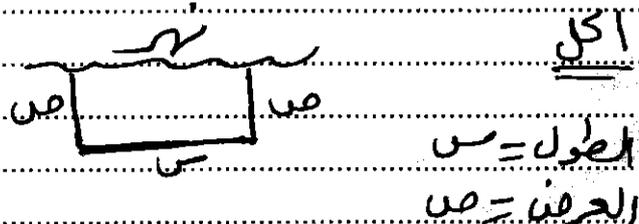
(٥٦)

سؤال (١٣) من ص ١٤٧ / وزارة (٢٠٠٩)

سؤال (١٤)

قطعة ارض ممتطية الشكل صحتها
 ١٨٠ م (١٨٠ م) من اقطارها من زاوية
 حادة يسوية ، و طول يساوي ١٠٠ م
 بالواقعة على المنحرف ، من اقطارها
 المقطعة لتكون طول يساوي ١٠٠ م
 حادتها (أو است) ان طول يساوي
 يكون اصغر ما يمكنه اذا كان طول
 المقطعة ما دأ مني عرضها

سؤال طول ٢٠ سم ، يراد عمل
 مستطيل منه ، جد اقطار المستطيل
 حين تكون صافته اكبر ما يمكنه



المعادلة الرئيسية
 $3 = 20 \times 20$

الطول \times العرض = ١٨٠
 $20 \times 20 = 180$
 \leftarrow من ص ١٤٧ المعادلة السابقة

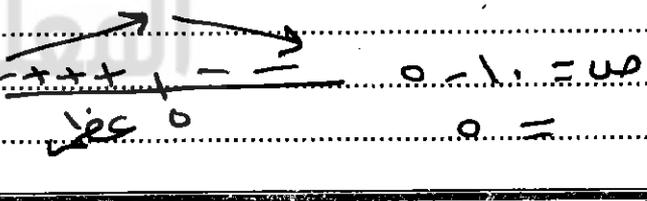
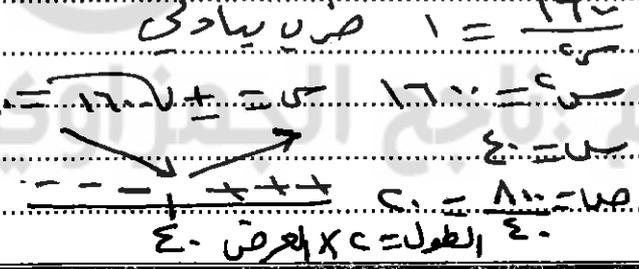
طول السائل عيلى عيلى المستطيل
 المعادلة المسماة
 $c + c = 20$ بالفترة على ٢
 $2c = 20$
 $c = 10$

المعادلة الرئيسية
 طول السياج = $c + 20 + c$
 ل (١٨٠) = $(2c + 20)$

$2c + 20 = 180$
 $2c = 160$
 $c = 80$

ل (١٨٠) = $2c + 20$
 $180 = 2c + 20$
 $160 = 2c$
 $80 = c$

$2c + 20 = 180$
 $2c = 160$
 $c = 80$



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

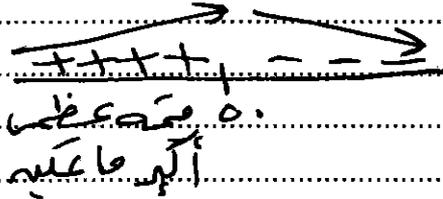
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٥٧)

$$3s = 150 \Rightarrow s = 50$$



$$s = \frac{3s - 300}{2} = \frac{3s - 300}{2} = 50 \times 2 = 100$$

$$s = \frac{3s - 300}{2} = \frac{3s - 300}{2} = 100$$

$$3 \times 100 = 300$$

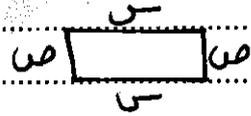
سؤال (١٤) من اختيار ذاتي من ١٣

براد تبيع قطعة ارض مستطيلة

الشكل ، اذا كانت تكلفة المتر الواحد

من حائضين متوازيين هي (٣) دينار
ومن بجانبين الاخرين دينارين
هو مساحة أكبر قطعة مستطيلة
عكس تبيعها بعلم (٦٠٠) دينار

الحل

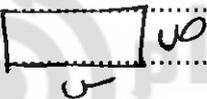


الطول = س
العرض = س

سؤال (١٥) زيارة (٢٠٠٨) صيف

لدى مزارع (٥٠٠) م من الاسلاك
التي يمكنه ، اذا اراد المزارع
تبيع قطعة ارض مستطيلة
الشكل ما بعد اقطعة الارض
المزارع يجعلان مساحتها
أكبر ما يمكنه

الحل



الطول = س
العرض = س

المعادلة الرئيسية

$$مساحة المستطيل = الطول \times العرض$$

$$س \times س = م$$

تبيع الحل

تكلفه السياج = $2 \times 500 + 3 \times 500 = 2500 + 1500 = 4000$

$$700 = 500 + 200$$

بالسنة على (٢)

$$300 = 500 + 200$$

$$500 = 300 - 200$$

$$500 = \frac{300 - 200}{2}$$

$$م = س \times س = \left(\frac{300 - 200}{2}\right) \times \left(\frac{300 - 200}{2}\right)$$

$$م = \frac{300 - 200}{2} \times \frac{300 - 200}{2}$$

$$م = \frac{300 - 200}{2} = 50$$

الاستاذ ناجح الجمزوي

المستوى الثالث

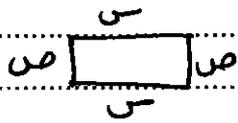
الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٥٨)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١



اكل

الطول = س
العرض = ص

المعادلة المساعدة

$$\begin{aligned} 3 \times 150 &= 450 \\ 3 \times 150 &= 450 \\ \frac{3 \times 150}{3} &= \frac{450}{3} \end{aligned}$$

المعادلة الرئيسية

تكلفة السياج = ل

$$2 \times 150 + 3 \times 150 = 450$$

$$\frac{3 \times 150 \times 4}{3} =$$

$$\frac{1500}{3} + 150 =$$

$$500 + 150 = 650 = \text{ل}$$

$$1500 = 3 \times 150 = 450$$

$$1500 = 3 \times 150 = 450$$

$$1500 = 3 \times 150 = 450$$

$$\begin{aligned} \frac{3 \times 150}{3} &= 150 \\ \frac{3 \times 150}{3} &= 150 \end{aligned}$$

المعادلة المساعدة
محيط = ٤٥٠

$$\frac{450}{2} = 225$$

$$225 = 150 + 75$$

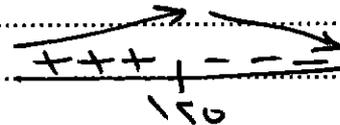
$$225 = 150 = 75$$

$$3 \times 150 = 450$$

$$450 - 150 = 300$$

$$300 = 150 - 150 = 150$$

$$150 = 150 = 150$$



$$150 - 150 = 0 - 150 = -150$$

$$150 =$$

$$150 \times 150 = 22500$$

مثال (١٦) زيارة (١٠٠) صيفية

قطعة ارض متصلة بكل حاجتها

٣٥٠ م ٤٠ م و اها حتما سياج

اذا كانت تكلفة المتر الواحد من

جائز متوازيين (٣) دنائير ومن

اجائز اللاحقين (٤) دنيا

سبب انفاق القسط الحقيقي

اقل تكلفة

الاستاذ ناجح الجزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

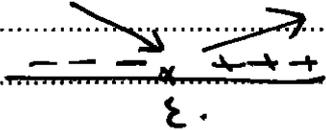
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٥٩)

مثال (١٧) وزارة (٢٠١٣) صفيه ← $\frac{9600}{س} = 7$ ضرب بتبادلي

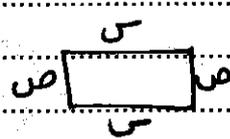
$$7س = 9600 \quad 9600 = 7س$$

$$س = \frac{9600}{7} \quad س = \frac{9600}{7}$$



$$س = \frac{1600}{4} = 400$$

قطعة ارض مستطيلة الشكل مساحتها (١٦٠٠) م^٢ واد اجاطتها مسياع ٥. اذا كانت تكلفة المتر الواحد من المسياج (٣) دينار جدي فكم تكلفة قطعة الارض اللذان يجعلان التكلفة اقل ما يمكن



الطول = س

العرض = ص

مثال (١٨) وزارة (٢٠١٥) شتويه

ريد فزارع تبيع قطعة ارض مستطيلة الشكل ، اذا كانت تكلفة المتر الواحد من جانين متوازيين (٤) دينار ومن الجانين الاخرين دينارين ، حدد مساحة أكبر مستطيل يمكن شتيه بمبلغ (٨٠٠) دينار



الكل

المعادلة المساعدة

$$٤س + ٢ص = ٨٠٠$$

$$٢ص = ٨٠٠ - ٤س$$

$$ص = \frac{٨٠٠ - ٤س}{٢}$$

$$ص = ٤٠٠ - ٢س$$

← شبع

المعادلة المساعدة
مساحة الارض = الطول \times العرض

$$١٦٠٠ = س \times ص$$

$$ص = \frac{١٦٠٠}{س}$$

المعادلة الرئيسية

$$٤س = ٣(س + ص)$$

$$٤س = ٣س + ٣ص$$

$$س = ٣ص$$

$$١٦٠٠ \times ٦ + ٣س = ٩٦٠٠ + ٣س$$

$$٩٦٠٠ + ٣س = ٩٦٠٠ + ٣س$$

$$٩٦٠٠ - ٦ = \frac{٩٦٠٠}{س} - ٦$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٦٠)

المعادلة برسيه

$$3 = 2x + 1$$

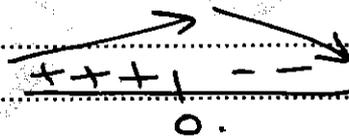
$$3 - 1 = 2x + 1 - 1$$

$$2 = 2x$$

$$x = \frac{2}{2} = 1$$

$$2 = 2 \times 1 = 2$$

$$0 = 0$$



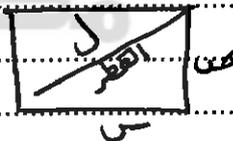
$$0 = 2x - 2 = 2(x - 1)$$

$$0 = 1 - 1 = 0$$

$$0 = 0 \times 1 = 0$$

مسألة (١٩) (التفاضل)

في مثل صاعته دائرية، اوجد
بعديه حيث يكون طول قطره
أقل ما يمكن



اقل

الطول = x

العرض = x

القطر = L

المعادلة بساعده

$$\text{المساحة} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$11 = x \times 5$$

$$x = \frac{11}{5}$$

نطبق نظرية فيثاغورس على مثل

$$x^2 + 5^2 = L^2$$

$$L = \sqrt{x^2 + 5^2}$$

$$L = \sqrt{\left(\frac{11}{5}\right)^2 + 5^2}$$

$$L = \sqrt{\frac{121}{25} + 25}$$

$$L = \sqrt{\frac{121 + 625}{25}} = \sqrt{\frac{746}{25}} = \frac{\sqrt{746}}{5}$$

$$L = \frac{\sqrt{746}}{5}$$

السطح = صفر

$$= \frac{121 - 625}{25}$$

$$\frac{121}{25} = \frac{121}{25} - \frac{625}{25} = \frac{121 - 625}{25}$$

$$\frac{121}{25} - \frac{625}{25} = \frac{121 - 625}{25}$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٦١)

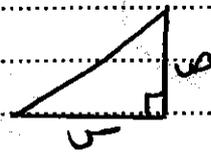
سؤال (٣) وزارة (١٩٩٠) مستوى

إذا كان مجموع طول ضلعي لقاعدته

في مثلث قائم الزاوية يساوي

٤ سم ، فجد المساحة محدده

للمثلث



المعادلة لقاعدته
مجموع طول ضلعي لقاعدته = ٤

$$ص + س = ٤$$

$$ص = ٤ - س$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times س \times ص$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times س \times (٤ - س)$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times س \times ٤ - \frac{1}{2} \times س^2$$

$$٢ = ٢س - \frac{1}{2} س^2$$

$$٢ = ٢س - \frac{1}{2} س^2$$

$$٢ = ٢س - \frac{1}{2} س^2$$

$$ص = ٤ - س$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times س \times (٤ - س)$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times س \times (٤ - س)$$



مكتبة الوسام
ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

الاستاذ ناجح الجزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

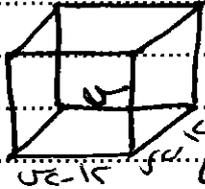
الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٦٢)



حجم العلبه

= طول × العرض × الارتفاع
 $s \times 12 \times 14$

ح (س) = $(14 - 12) \times (14 - 12) \times s$

بضرب الطرفين

ح (س) = $(14 \times 14 - 12 \times 12) \times s$

= $(196 - 144) \times s$

= $52s$

ح (س) = $196 - 144 = 52s$

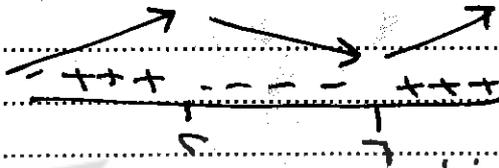
بالقسمة على 52

$s = 14 + 8 - 14$

$s = 14 + 8 - 14$

$s = (7 - 6) \times (6 - 5)$

$s = 7 - 6 = 1$



منه عظمى عند $s = 1$

حجم العلبه = $(14 - 12) \times (14 - 12) \times 1$

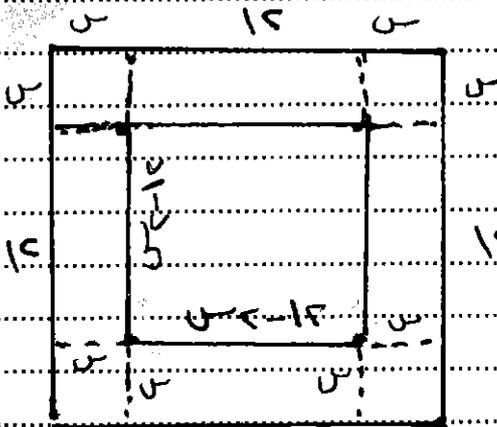
= $1 \times 1 \times 1$

= 1

سؤال (٦١) تدريب ٥ ص ١٤٢

صغره معدنيه من بوعه الكل
 طول ضلعها ١٢م ، اذا رفعت
 من زواياها الاربعة اربع مربعات
 متساوية طول ضلع كل منها س
 ثم ثبتت الجوانب بحيث اجتمعت
 الصفى على شكل علبه مفتوحة
 من اعلى ، فجد قيمة س ليكون
 حجم العلبه اكبر ما يمكن .

اكل



طول البصيره = ١٢م

طول العلبه = طول البصيره -

طول المربعين المقطوعين

= $12 - 2s$

عرض العلبه = $12 - 2s$

ارتفاع العلبه = س

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

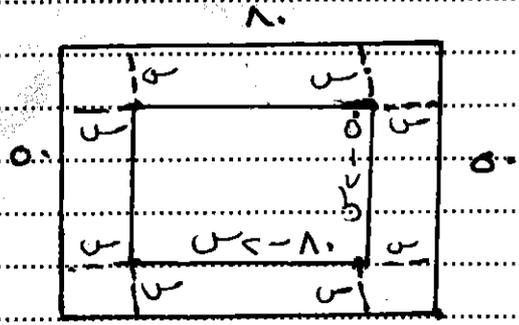
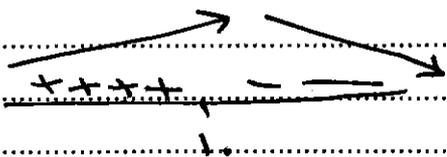
تطبيقات التفاضل
(٦٣)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

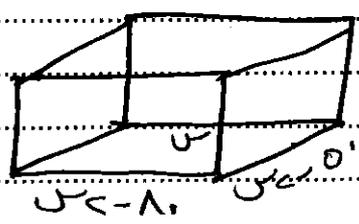
سؤال ٢٤

برادعمل صندوق مفتوح من الأعلى من قطعة ورق مستطيلة الشكل ابعادها ٨.٠ سم ، ٥.٠ سم ، وذلك بقطع مربعان متساويين عند رؤوسهم ثم ثني الاجزاء البارزة الى أعلى ما حجم أكبر صندوق يمكن صنعه بهذه الطريقة

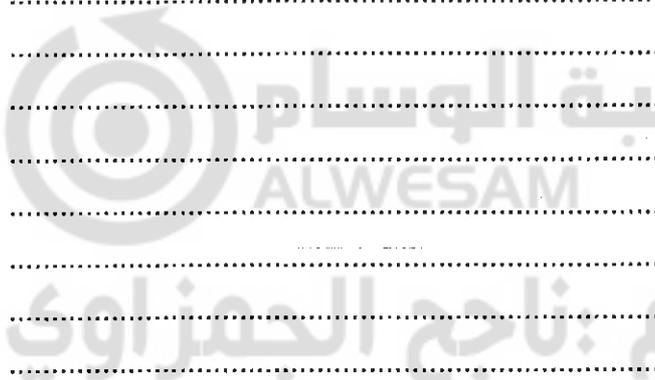
بالقسمة على ١٢
 $10 - 13s + 3s^2 =$
 بالقرن في ١٠
 $3s^2 - 12s + 10 =$
 $(3s - 10)(s - 1) =$
 $3s - 10 = 0 \Rightarrow s = \frac{10}{3}$
 $s - 1 = 0 \Rightarrow s = 1$
 الحل ٣



ذلك الحجم = $(10 - 3s)(s - 1) \times s$
 $10 \times 3 \times 7 =$
 $180 =$



الحجم = الطول x العرض x الارتفاع
 $2(s) = (s - 1)(s - 5) \times s$
 $(2s) = (s^2 - 6s + 5) \times s$
 $2s = s^3 - 6s^2 + 5s$
 $0 = s^3 - 6s^2 + 3s$
 $0 = s(s^2 - 5s + 3)$



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٦٤)

سؤال (٢٣) من ضمن الكتاب

عرف من المنطقة المطبوعة

= عرض الورقة - طول الكهافين الخارجيين

$$= ص - (١ + ١) = ص - ٢$$

المعادلة بإعادة

$$صاحة الورقة = ٣٢ سم$$

$$ص + ص = ٣٢$$

$$٢ص = ٣٢$$

المعادلة بالقسمة

$$ص = \frac{٣٢}{٢} = ١٦$$

$$ص = ١٦$$

نقل إلى قواسم

$$ص + \frac{٣٢}{٢} = ٣٢$$

$$\frac{٣٢}{٢} = ١٦$$

$$ص = ١٦$$

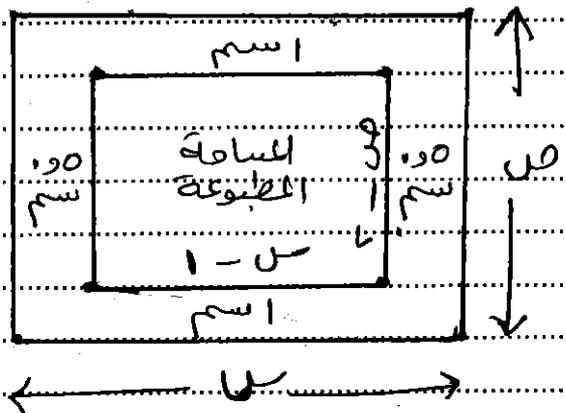
$$ص = ١٦$$

$$ص = ١٦$$

$$ص = ١٦$$

$$١٨ = \frac{٣٢}{٢} = ١٦$$

صفيحة من الورق مستطيلة الشكل مساحتها ٣٢ سم^٢، براد طباعة اعلان عليها، اذا كان عرض كل من الكهافين في ورقتين الورقة واسفلها (١) سم، وفي كل من الجانبين (٥٥) سم فجد بعرض الورقة متى تكون مساحة المطبوعة اكبر ما يمكن



الحل

طول الورقة = ص

عرض الورقة = س

طول المنطقة المطبوعة = طول الورقة

طول الكهافين الخارجيين

$$= ص - (٥٥ + ٥٥)$$

$$= ص - ١١٠$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٦٥)

عرض المنطقة المطلوبة

سؤال (٤٤)

= عرض بورقة - طولها عشرين براسين

لورقة من الورق وتصلية الشكل محيطها ٦٦ سم ، يراد عمل اعلان على أكبر مساحة ممكنة ، بشرط ان يكون ضايفاً في اسفل الورقة عرضها ٣ سم ، وتلدنة هوامش الجدران المتبقية بحيث يكون منها (٤) سم باحد طولك كمن بعدد الورقة ؟

$$ص = (٣ + ع)$$

$$ص = ٥$$

المطالبة بإعادة

محيط الورقة = ٦٦

$$٣ + ع + ع + ١٦ = ٦٦$$

$$٣٣ = ص + ص$$

$$ص = ٣٣$$

المطالبة الرئيسي

$$٣ = (٤ - ع) (٥ - ص)$$

$$٣ = (٤ - ع) (٥ - ٣٣)$$

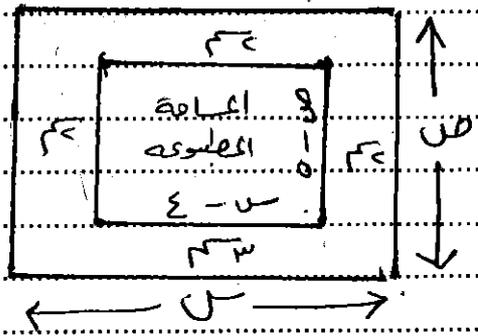
$$٣ = (٤ - ع) (٤ - ٣٣)$$

$$٣ = ٤ - ٤ع - ١١٢ + ٣٣ع$$

$$٣ = ٣٢٤ - ١١٢ع$$

$$٣٢١ = ١١٢ع$$

$$٣ = ٣٢٤ - ١١٢ع$$



الحل

طول بورقة = ص

عرض بورقة = ع

طول المنطقة المطلوبة

= طول بورقة - طولها عشرين براسين

$$ص = (٤ + ع)$$

$$ص = ٤ - ع$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٦٦)

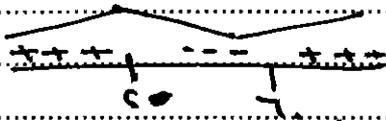
مثال (٢٥) $\frac{147}{100}$ من عمال بين وسائل

$$100 - 147 = 8.5$$

$$100 - 8.5 = 91.5$$

$$= (100 - 8.5) (70 - 8.5)$$

$$70 = 8.5 \quad 100 = 8.5$$

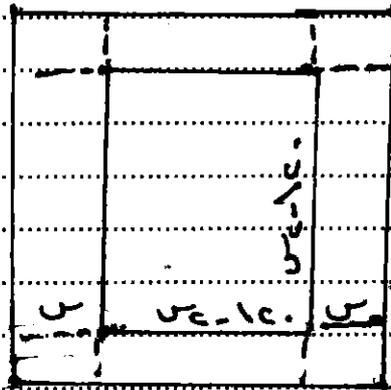


منه عظمه عند $8.5 = 8.5$

$$100 \times 100 = (100 - 8.5) (100 - 8.5)$$

$$100 \times 100 = 8.5 \times 8.5 \times 100 = 8.5 \times 100 \times 100$$

ياد على صندوقه مقتوع منه
الجزء العليا من لوح مربع منه
الصغير طول ضلعه 8.5 ، وذلك
بقطع مربعات متساوية من اركان
الارضيه وثني الاجزاء الباقية
الى اعلى ما ما اكبر حجم ممكن
للصندوق



100

حجم الصندوق = طول \times عرض \times الارتفاع

$$= 8.5 (100 - 8.5) (100 - 8.5)$$

$$= 8.5 (10000 - 16600 + 7225)$$

$$= 8.5 (8340) = 70890$$

$$= 70890 = 14178 \times 5$$

بالمساحة 14178

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

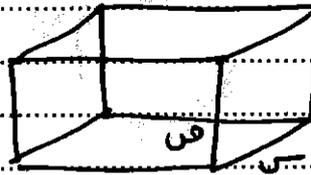
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٦٧)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

مثال (٦٤) وزارة (٢٠١٤) صيف

صندوق على شكل متوازي مستطيلات
تأخرته مربعة الشكل ومجموع ابعاده
اشلاله ١٢٠، حدد ابعاده التي
تجعل حجمه أكبر فاعينه

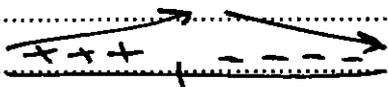


القاعدة مربعة الشكل
الطول = س، العرض = س
الارتفاع = ص

حجم = $ص \times ع \times س = ١٢٠ \times س \times س$
اخراج س عامل مشترك

$ص = (١٢٠ - س - س)$

$ص = ١٢٠ - ٢س$



ع عرض
س أكبر فاعينه

$ص = ١٢٠ - ٢س$

$ص = ١٢٠ - ٢س$

الحجم = $ص \times ع \times س = (١٢٠ - ٢س) \times س \times س$

$ص = ١٢٠ - ٢س$

مثال (٦٧) وزارة (٢٠١٥) صيف

يُراد عمل صندوق مفتوح من الخشب
العلوي من صفيحة من المعدن
مستطيلة الشكل طولها ١٠٠ سم
وعرضها ٦٠ سم، وذلك بتقطع مربعان
متساويين من اركانها الزاوية
وتثنى الاجزاء الباقية إلى أعلى
حتى تكتمل عمل الصندوق

المعادلة العامة

مجموع ابعاده = ١٢٠

$١٢٠ = ص + س + س$

$١٢٠ = ص + ٢س$

$ص = ١٢٠ - ٢س$

المعادلة الرئيسية

$ح = الطول \times العرض \times الارتفاع$

$ح = س \times س \times ص$

$ح = س \times س \times ص$

$ح = س \times (١٢٠ - ٢س) \times ص$

$ح = ١٢٠س - ٢س^٢ \times ص$

شعير

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

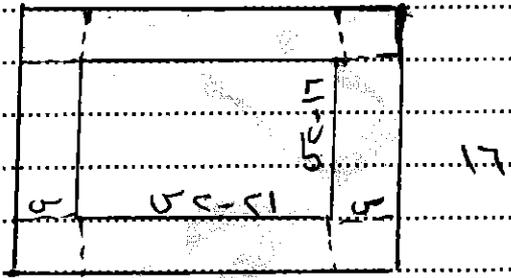
٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٦٨)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

مثال (٢٨) زيارة (١٦.١٦) شتوية

صحيحة من لورق و سيطرة لكل
محيطها (٨٦) كم (راد طباعة
اعلان عليها ما اذا كان عرض
كل من الجانبين في رأس
الورقة واستطرا (١١) كم وفي
كل من الجانبين (٥٥) كم ما حجم
بغدي الورقة حتى تكون مساحة
المطبوعه أكبر ما يمكن



حجم المطبوع = الطول × العرض × الارتفاع

$$2 = (17 - s)(16 - s) \times s$$

$$2 = 272s - 272s + s^2 + 272s - 272s + s^2$$

$$2 = 2s^2 - 34s + 272$$

$$2s^2 - 34s + 270 = 0$$

$$s^2 - 17s + 135 = 0$$

اكل
طول الورقة = س
طول المنطقة المطبوعه = س - (٥٥) + (٥٥) = س - ١
عرض المنطقة المطبوعه = س - (١١) = س - ١١

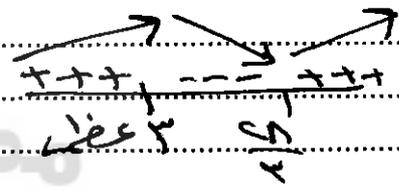
$$3s^2 - 34s + 270 = 0$$

$$s = \frac{34 \pm \sqrt{34^2 - 4 \cdot 3 \cdot 270}}{2 \cdot 3}$$

$$s = \frac{34 \pm \sqrt{1156 - 3240}}{6}$$

$$s = \frac{34 \pm \sqrt{-2084}}{6}$$

المعادلة الخاصة
الحل = ٨٦
٨٦ = س + س
٨٦ = ٢س
س = ٤٣



$$3(43 - 11)(43 - 16) \times 43 = 2$$

$$3 \times 32 \times 27 \times 43 = 2$$

$$3 \times 32 \times 27 \times 43 = 2$$

$$3 \times 32 \times 27 \times 43 = 2$$

$$3 \times (43 - 11) \times (43 - 16) \times 43 = 2$$

$$3 \times 32 \times 27 \times 43 = 2$$

$$3 \times 32 \times 27 \times 43 = 2$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

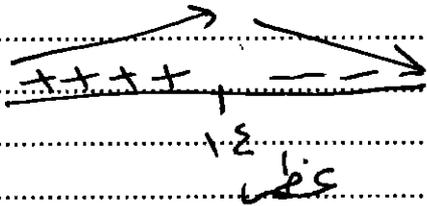
تطبيقات التفاضل
(٦٩)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

اخراج s من عامل متحرك

$$s(14 - s) =$$

$$s = 14$$



$$14 \times 4 - 14 = 50$$

$$38 = 56 - 14 =$$

$$الاجابة = s \times s \times s =$$

$$38 \times 14 \times 14 =$$

$$7448 =$$

سؤال (٦٩) وزارة (٢٠١٦) صفيه

هندوق على شكل متوازي متطيران
قاعدته صريحة الشكل ، فأذا كان

مجموع محيط قاعدته وارتفاعه
(٨٤) سم ، جد العاد هندوق

التي تجعل حجمه اكبر ممكنة

الحل

الطول = s ، العرض = s ، الارتفاع = s

العامة لمساحة

$$محيط القاعد + الارتفاع = 84$$

$$4s + s = 84$$

$$5s = 84 - 4s$$

المعادلة لرتبته

$$ح = طول \times العرض \times الارتفاع$$

$$= s \times s \times s$$

$$= s^3 = (84 - 4s) \times s^2$$

$$= 84s^2 - 4s^3$$

$$ح = 168s - 4s^3 =$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧١)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

تطبيقات اختصارية على التفاضل

تعريف

الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية
ر (اس) = د (اس) - ل (اس)

فما هم تتعلق بانتاج وضع من سلعة بحيث في فترة محدودة

س : عدد الوحدات المنتجة

ملاحظة

يكون الربح أكبر ما يمكن عندما تكون
وتمتته الأولى (الربح الكلي)
تساوي صفر ، أي أن
ر (اس) = صفر وبما أن
ر (اس) = د (اس) - ل (اس)
د (اس) = ل (اس)

ل (اس) : افتراض التكلفة الكلية

ل (اس) : التكلفة الكلية

د (اس) : افتراض الإيراد الكلي

د (اس) : الأيراد الكلي

د (اس) = ل (اس)

ر (اس) : افتراض الربح الكلي

ر (اس) : الربح الكلي

قوانين

أي أن الربح يكون أكبر ما عليه عندما تكون

التكلفة الكلية = الإيراد الكلي

① الأيراد الكلي = عدد لوميران × سعر الوحدة

د (اس) = س × سعر الوحدة الواحدة

② الربح الكلي = الأيراد الكلي - التكلفة الكلية
ر (اس) = د (اس) - ل (اس)

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧١)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

خطوات إيجاد أكبر ربح ممكن

مثال ①

إذا كان له (س) صو اقتران التكلفة
الكلية لمنتاج س قطعة من
منتج معين ، (داس) صو اقتران
الإيراد الكلي فإوجد الربح الكلي
الأكبر ربح ممكن

① كتابة اقتران الربح الكلي :

راس) = داس) - ل(اس)

② إذا لم يعطى الإيراد الكلي
فنتبوه

③ الربح الكلي = داس) - ل(اس)

داس) = س X ل(س)

④ ر(اس) = د(اس) - ل(اس) = ٢٠

③ نجد ر(اس) فنسقه بالأقتران
بعد تبسيطه

مثال ②

إذا كان اقتران الإيراد الكلي للبيعت
صو داس) = ٦٠س - ص٤ و اقتران
التكلفة الكلية له (س) = ٢٠ + ٨س
صين من عدد الوصلات المنتجة من
ساعة ما او جد ما يلي

④ نجعل ر(اس) = صفر

ونحل المعادلة (نحسب قيمة س)

⑤ التأكد من الحل

أن القيمة الناتجة هي عظمى

① الإيراد الكلي ② التكلفة الكلية

③ اقتران الربح الكلي ④ الربح الكلي

⑤ قيمة س التي تجعل الربح الكلي
عظيم

← يتبع الكل

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٧٤)

سؤال ٣

الحل

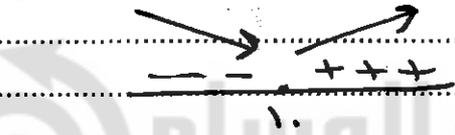
وجد مصنع للأثاث ان التكلفة
والتيه بالدينار للأنتاج الاسوي
لغرفة نوم عدد صا من
الأقراص = $٣س^٣ - ٤٠س + ٥٠$
وجد عدد لغرفة اللدزم انتاجها صا
تكون التكلفة أقل ما عليه

١) الايراد الكلي $د(س) = ٦٠س - س^٢$
الايراد كبري $د(س) = ٦٠ - ٢س$
٢) التكلفة الكلية $ل(س) = ٢٠ + ٨س$
التكلفة جريئة ل $(س) = ٨$

الحل

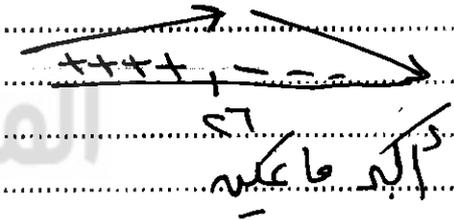
ل(س) = $٣س^٣ - ٤٠س + ٥٠$
ل(س) = $٣س^٢ - ٤٠ - ٢٠$
المسألة على ٣
س = $٤٠ - ٨٠ = ٤٠$
س = $(١٠ - ٢٠) (٨ + ٢٠)$
س = ١
س = ٨

٣) الربح الكلي = الايراد الكلي - التكلفة الكلية
ر(س) = $(٦٠س - س^٢) - (٢٠ + ٨س)$
 $٦٠س - س^٢ - ٢٠ - ٨س =$
 $٥٢س - س^٢ - ٢٠ =$
٤) الربح كبري = ر(س)
 $٥٢ - ٢س =$
٥) الربح أكبر ما عليه



أقل تكلفة عند انتاج
صا = ١٠ غرفة نوم

ر(س) = $٥٢س - س^٢ - ٢٠$
ر(س) = $٥٢ - ٢س$
 $٥٢ = ٢س$



أكبر ما عليه
٢٦

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧٣)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال ٤

الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية

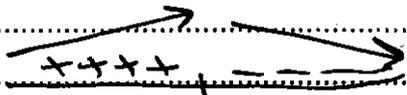
$$R(x) = (100 - 2x)x - (2000 + 40x + 0.01x^2)$$

$$R(x) = 100x - 2x^2 - 2000 - 40x - 0.01x^2$$

$$R(x) = 60x - 2.01x^2 - 2000$$

$$R'(x) = 60 - 4.02x$$

$$60 - 4.02x = 0 \Rightarrow 4.02x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{4.02} \approx 14.92$$



الإيدى ما عليه عند $x = 14.92$

نتيج وضع من الوحدات في الاسبوع من ربيعة حينه وسبع الوحدة عقدا - من دينار ما اذا كانت تكلفة الانتاج لهذه الوحدات هي $2000 + 40x + 0.01x^2$ وكانت العلاقة بين x من هي $R(x) = 100x - 2x^2 - 2000 - 40x - 0.01x^2$ التي يحقده عنها الموضع أكبر ربح ممكنة

الحل

الإيراد الكلي = عدد الوحدات \times سعر الوحدة

مثال ٥ تدريب ٥ من الكتاب

إذا كان افتد ان الإيراد الكلي للبيعات

هو $R(x) = 100x - 2x^2 - 2000 - 40x - 0.01x^2$ واقتران التكلفة الكلية له $C(x) = 2000 + 40x + 0.01x^2$ حيث x عدد الوحدات المنتجة من لعة ما ، في قيمة x التي تحصل الربح الأكبر ما عليه

الحل

الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية

$$R(x) = (100 - 2x)x - (2000 + 40x + 0.01x^2)$$

$$R(x) = 100x - 2x^2 - 2000 - 40x - 0.01x^2$$

$$R(x) = 60x - 2.01x^2 - 2000$$

← لتبع الحل

$$R(x) = 100x - 2x^2 - 2000 - 40x - 0.01x^2$$

لكن يجب ان تكون بدلالة x فقط

لكن بعض من لوال عواره واحدة

$$R(x) = 100x - 2x^2 - 2000 - 40x - 0.01x^2$$

$$R(x) = 60x - 2.01x^2 - 2000$$

$$R'(x) = 60 - 4.02x$$

$$60 - 4.02x = 0 \Rightarrow x = \frac{60}{4.02} \approx 14.92$$

$$R(14.92) = 60(14.92) - 2.01(14.92)^2 - 2000 \approx 447.92$$

التكلفة الكلية له $C(x) = 2000 + 40x + 0.01x^2$

$$C(14.92) = 2000 + 40(14.92) + 0.01(14.92)^2 \approx 2552.08$$

الاستاذ ناجح الجمزاي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧٤)

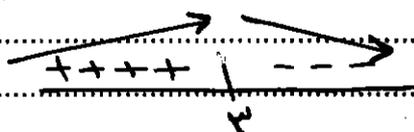
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

$$\text{ر (س)} = 100 - 500 - 1000 = 100 - 500 - 1000$$

$$\text{ر (س)} = 110 - 100 - 500 = 110 - 100 - 500$$

$$\text{ر (س)} = 110 - 100 - 500 = 110 - 100 - 500$$

$$110 = 100 - 500 = 100 - 500$$



أكثر ما عليه عند س = 3

سؤال (١٧) من ص ١٧

إذا كان إيراد الأكل الكلي للبيعان هو (د) = ١٠٠ - ١٠٠ - ١٠٠
التكلفة الكلية له (س) = ١٠٠ + ١٠٠
حين س عدد الوحدات المنتجة من
سلعة ما يجب الإنتاج الكلي

أكل

الإنتاج الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية

$$\text{ر (س)} = \text{د (س)} - \text{س (س)}$$

$$= 100 - 100 - 100 = 100 - 100 - 100$$

$$= 100 - 100 - 100 = 100 - 100 - 100$$

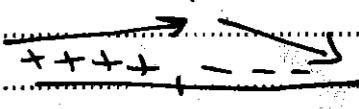
$$= 100 - 100 - 100 = 100 - 100 - 100$$

$$\text{ر (س)} = \text{الإنتاج الكلي}$$

$$= 100 - 100 = 100 - 100$$

$$\text{ر (س)} = 100 + 100 - 100 = 100 + 100 - 100$$

$$100 = 100 + 100 - 100 = 100 + 100 - 100$$



عند س = 3 أكثر ما عليه

سؤال (٦) من ص ١٧ نماذج مسائل

إنتاج مصنعين من لوزيات في
الأسبوع من بضاعة معينة، ويبيع
الوحدة عقبار من دينار. إذا كانت
تكلفة الإنتاج لهذه الوحدات هي
١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠ + ١٠٠ دينار
وكانت العلاقة بين س و د هي
١٠٠ - ١٠٠ - ١٠٠ = ١٠٠ - ١٠٠ - ١٠٠
فإن ربح هذا المصنع هو
عندما تكون الإنتاج الأسبوعي ٣ وحدة

أكل

الإيراد الكلي = عدد الوحدات × سعر الوحدة
د (س) = ١٠٠ - ١٠٠

$$= 100 - 100 = 100 - 100$$

$$= 100 - 100 = 100 - 100$$

$$= 100 - 100 = 100 - 100$$

$$\text{ر (س)} = \text{د (س)} - \text{س (س)}$$

$$= 100 - 100 - 100 = 100 - 100 - 100$$

$$= 100 - 100 - 100 = 100 - 100 - 100$$

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧٦)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال (١١) وزارة (٢٠١٨) شتوية

اذا كان افتران التكلفة الكلية
لانتاج س قطعة من منتج ما
يعطى بالعلاقة
ل(س) = ٣٠ - ٥س + س^٢ فاوجد
التكلفة اكدية عندما س = ١٠

اقل

ل(س) = ٣٠ - ٥س + س^٢ التكلفة الكلية

التكلفة اكدية ل(س) = ٣٠ - ٥س + س^٢

ل(١٠) = ٣٠ - ٥(١٠) + ١٠^٢ = ١٠

سؤال (١٢) من اختيار ذاتي

اذا كان د(س) = ١٦س - س^٢ - ٥
ل(س) = ٢س^٢ - ٨س + ١٥ هما
ايراد س من وحدة سلعة
مصنعة وتكلفتها كج

(٢) افتران الربح

٥ وحدة س التي تحصل الربح اعلى

الحل

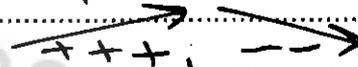
(٢) ر(س) = د(س) - ل(س)

= ١٦س - س^٢ - ٥ - (٢س^٢ - ٨س + ١٥)

= ١٦س - س^٢ - ٥ - ٢س^٢ + ٨س - ١٥ = ٢٤س - ٣س^٢ - ٢٠

(٢) ر(س) = ٢٤س - ٣س^٢ - ٢٠ = ٠

٣س^٢ - ٢٤س + ٢٠ = ٠



س = ٤ التي تحصل الربح اعلى

سؤال (١٣) وزارة (٢٠١٨) صيفية

اذا كان افتران الايراد الكلي لبيع
س وحدة من منتج ما يعطى بالعلاقة

د(س) = ٦٠س - س^٢ فاوجد

الايراد اكدية عندما س = ١٠

اقل

الايراد الكلي = د(س) = ٦٠س - س^٢

الايراد اكدية = د(س) = ٦٠ - ١٠ = ٥٠

د(١٠) = ٦٠(١٠) - ١٠^٢ = ٥٠

= ٦٠٠ - ١٠٠ = ٥٠

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧٧)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال (١٤) وزارة (٩١٧) (٩١٩)

سؤال (١٣) وزارة (٩١٧) شتوية

اذا كان الايراد الكلي الناتج من بيع (س) قطعة من فستق حاصو (د اس) = ٣ س - س^٢ والتكلفة الكلية له (س) = ١٠ س - ٥ س^٢ فجدد قيمة (س) التي تجعل الربح اكبر

وجد وضع ان الربح الكلي الناتج عن بيع س وحدة من فستق معين هو (د اس) = ٣ س - س^٢ + ٦ س^٢ في عدد لوحات اعاجيب بيعها لتخصيه اكبر ربح ؟

اكل

اكل

الربح الكلي = الايراد الكلي - التكلفة الكلية

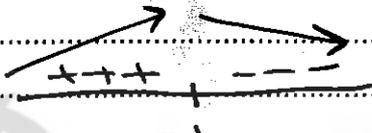
(د اس) = ٣ س - س^٢ + ٦ س^٢ + ١٠ س - ١٠ س^٢ + ٥ س^٢ = ٣ س + ٥ س^٢ - ١٠ س^٢ + ١٠ س

(د اس) = ١٠ س - ٧ س^٢

٣ س - س^٢ = ١٠ س - ٧ س^٢

(د اس) = ١٠ س - ٧ س^٢

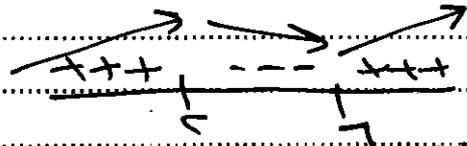
١٠ س - ٧ س^٢ = ١٠ س - ٧ س^٢



اكبر ربح عند س = ١

٣ س - س^٢ = ١٠ س - ٧ س^٢

٣ س - س^٢ = ١٠ س - ٧ س^٢



قيمة عظمى عند س = ٦

عدد لوحات التي تخصه اكبر ربح = ٦ وحدة

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٧٨)

مثال (١٦) وزارة (٢٠١٠) شتوية

يسع مصنع الوحدة الواحدة من سلعة معينة سعر (٨٠) ديناراً ، فاذا كانت التكلفة الكلية للإنتاج (س) وحدة من هذه السلعة اسبوعياً تعطى بالعلاقة
 $ل(س) = ٢٠٠٠ + ٥٠س + ٥٠٠س$ ، فاذا كان
 حجم الربح كدي

الحل

الايراد الكلي = عدد القطع لا يمر لقطعه
 د(س) = ٨٠س - ٤٠٠س = ٤٠س

الربح الكلي = د(س) - ل(س)

$$= ٤٠س - (٢٠٠٠ + ٥٠س + ٥٠٠س)$$

$$= ٤٠س - ٢٠٠٠ - ٥٠س - ٥٠٠س$$

$$= ٢٠س - ٢٠٠٠ - ٤٥٠س$$

الربح كدي = ر(س)

$$= ٢٠س - ٢٠٠٠ - ٤٥٠س$$

مثال (١٩) وزارة (٢٠١٨) شتوية

يسع مصنع لآلات من جهازاً اسبوعياً ، فاذا كانت التكلفة لإنتاج الكلي الاسبوعي تعطى بالعلاقة
 $ل(س) = ٢٠٠٠ + ٥٠س + ٥٠٠س$ وكان
 المصنع يسع الجهاز الواحد بـ (٤٥٠) ديناراً ، فجد ما يلي

(١) اقتران الايراد الكلي

(٢) اقتران الربح الكلي

(٣) عدد الاجهزة الواجب بيعها ليحقق المصنع أكبر ربح ؟

الحل

(١) الايراد الكلي = عدد الاجهزة لا يمر
 د(س) = ٤٥٠س = ٤٥٠ × س

(٢) ر(س) = د(س) - ل(س)

$$= ٤٥٠س - (٢٠٠٠ + ٥٠س + ٥٠٠س)$$

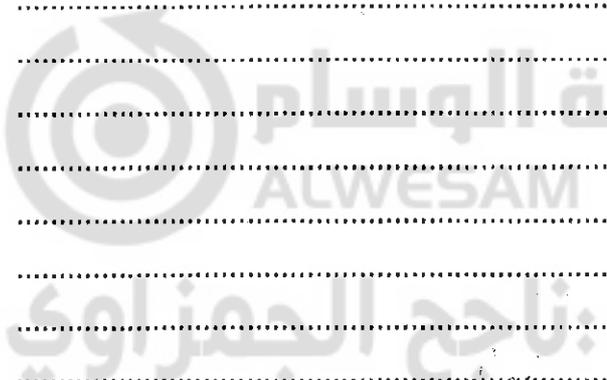
$$= ٤٥٠س - ٢٠٠٠ - ٥٠س - ٥٠٠س$$

$$= ٤٠٠س - ٢٠٠٠ - ٥٠٠س$$

$$= -١٠٠س - ٢٠٠٠$$

$$\frac{dR}{ds} = -١٠٠ - ٢٠٠ = -٣٠٠$$

$$-٣٠٠ = ٠ \Rightarrow ١٠٠ = ٣٠٠$$



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٧٩)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال (١٨) وزارة (٢٠١٢) شتوية

يسمى مصنع الوحدة من سلعة معينة
بـ (٨٠) ديناراً ، فأذا كانت
التكلفة الكلية بالدينار - لارتفاع (س)
وحدة من هذه السلعة اسبوعياً
تعطى بالعلاقة

$$L(s) = 0.1s + 6s + 112$$

مما عدد الوحدات التي يجب انتاجها
وبيعها اسبوعياً لتحقيق أكبر ربح ممكنة

اكمل

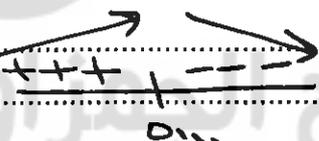
الايراد الكلي = عدد الوحدات × السعر
د (س) = ٨٠ × س = ٨٠س

الربح الكلي = الايراد الكلي - التكلفة الكلية
ر (س) = د (س) - ل (س)

$$R(s) = 80s - (0.1s + 6s + 112)$$

$$R(s) = 80s - 0.1s - 6s - 112 = 73.9s - 112$$

ر (س) = ٢٠ = ٧٣.٩س - ١١٢
٢٠ + ١١٢ = ٧٣.٩س
١٣٢ = ٧٣.٩س
١٣٢ / ٧٣.٩ = س



سؤال (١٧) وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كان افقران الايراد الكلي لبيعان
سلعة ما هو
د (س) = ٥٠س - ٣س - ٣٠
ولفقران التكلفة الكلية
ل (س) = ٣س + ٣٠
من عدد الوحدات ، فجد قيمة س
التي تحصل الربح الأكبر ممكنة

اكمل

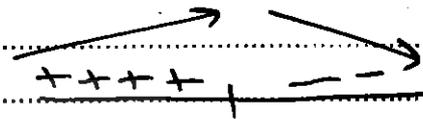
الربح الكلي = د (س) - ل (س)

$$R(s) = 50s - 3s - 30 = 47s - 30$$

$$R(s) = 47s - 30 = 0$$

$$47s = 30$$

$$s = \frac{30}{47}$$



س = ٥
الربح الكلي = ٥

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٨٠)

سؤال (١٤) وزارة (٢٠١٤) متوية

سؤال (١٩) وزارة (٢٠١٣) متوية

إذا كان اقتراان الإيراد الكلي $P(x)$ وبيع ما هو $D(x)$ = $80x - x^2$ واقتران التكلفة الكلية هو $C(x) = 60x + 30$ من عدد الوحدات التي يجب إنتاجها وبيعها لتحقيق الربح الأكبر، يمكن

وهو مصنع للإنتاج اجزاه الكروية ان التكلفة الكلية بالدينار لإنتاج x من الاجزاه اسبوعياً تعطى بالاقتران $C(x) = 30x + 30$ فإذا بيع الاجزاء الواحد بـ $(20 - x)$ دينار، حدد قيمة x التي تحصل الربح لاسبوعي أكبر ما يمكن.

الحل

الحل

الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية
 $R(x) = D(x) - C(x)$

الإيراد الكلي = عدد الاجزاه × سعر الاجزاء

$$R(x) = (80x - x^2) - (60x + 30)$$

$$D(x) = (20 - x) \times x$$

$$= 80x - x^2 - 60x - 30$$

$$= 20x - x^2$$

$$= 20x - x^2 - 30$$

الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية

$$R(x) = 20x - x^2 - 30$$

$$R(x) = (20x - x^2) - (30x + 30)$$

$$R(x) = 20x - x^2 - 30x - 30$$

$$= -x^2 - 10x - 30$$

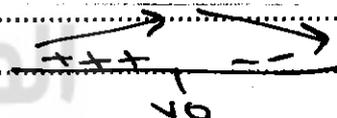
$$R(x) = -x^2 - 10x - 30$$

$$R(x) = -x^2 - 10x - 30$$

$$R(x) = -x^2 - 10x - 30$$



الربح محله $x = 38$



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٨١)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

مسألة (١٤) وزارة (٢٠١٤) صيفيه مسألة (١٥) وزارة (٢٠١٥) شتوية

يسير مصنع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بـ (١٠٠) ديناراً فاذا كانت التكلفة الكلية بالدينار لانتاج (س) وحدة من هذه السلعة اسبوعياً تعطى بالعلاقة

$$L(s) = 300s^2 + 60s + 10$$

جد الربح كدري

اكل

الربح الكلي = الايراد الكلي - التكلفة الكلية
= $300s^2 + 60s + 10 - 100s$

$$R(s) = 300s^2 + 60s + 10 - 100s$$

$$= 300s^2 - 40s + 10$$

الربح كدري = $R'(s)$

$$= 600s - 40$$

الايراد الكلي = عدد السلع \times سعر السلعة
داس = $100 \times 110 = 11000$

الربح الكلي = داس - ل (دس)

$$= 11000 - (300s^2 + 60s + 10)$$

$$= 11000 - 300s^2 - 60s - 10$$

الربح كدري = $R'(s)$

$$= 4000 - 600s$$



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٨٢)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

سؤال (٤٤) زيارة (٢٠١٦) شتوية

يبيع مصنع البومده امواده من لهه
معتبه سعر (١٥٠) دينار اذا
كانت التكلفة اكلية لانتاج (س)
وحده من هذه السلعه تعطى
بالعلاقه
له (س) = ٢٠٠س + ٣٠٠
فاوجد الربح الكري

اكل

ر (س) = ٢٠٠س + ٣٠٠ + ٦٥
له (س) = ٢٠٠س + ٦٠
ر (س) = د (س) - ل (س)
س (س) = د (س) - ر (س) + ل (س)
= ٢٠٠س + ٣٠٠ + ٦٥ + ٦٠ + ٢٠٠س + ٦٠
ر (س) = ٢٠٠س + ٣٠٠ + ٦٥ + ٦٠ + ٢٠٠س + ٦٠
الايراد الكري = ر (س)
= ٢٠٠س + ٣٠٠ + ٦٥ + ٦٠ + ٢٠٠س + ٦٠
= ٤٠٠س + ٦٥٥ + ١٢٠
= ٤٠٠س + ٧٧٥

سؤال (٤٣) زيارة (٢٠١٥) صيفيه

يبيع مصنع البومده امواده من لهه
معتبه سعر (١٥٠) دينار اذا
كانت التكلفة اكلية لانتاج (س)
وحده من هذه السلعه تعطى
بالعلاقه
له (س) = ٢٠٠س + ٣٠٠
فاوجد الربح الكري

اكل

الايراد الكري = عدد سلعه × سعر السلعه
= ١٥٠ × س
= ١٥٠س
الربح الكلي = الايراد الكلي - التكلفة الكليه
ر (س) = ١٥٠س - (٢٠٠س + ٣٠٠ + ٦٥)
ر (س) = ١٥٠س - ٢٠٠س - ٣٦٥
= -٥٠س - ٣٦٥
ر (س) = ١٤٠ - ٤٠س = ١

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٨٣)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

مثال (٢٥) زيارة (٢٠١٦) صيفيه

يسع مصنع الوحدة الواحد من

سلعة معينه بـ (٦٠) ديناراً

فإذا كانت التكلفة الكلية لـ (٥٠)

وحدة من هذه السلعة تقطن

بالمعادلة

$$ل (س) = ٤٠س + ١٢س + ٥٠٠$$

ادخل الربح الكندي

الكل

$$د (س) = \text{عدد الوحدة} \times \text{الاسعار الوحدة}$$

$$٦٠ \times س =$$

$$٦٠س =$$

$$ر (س) = د (س) - ل (س)$$

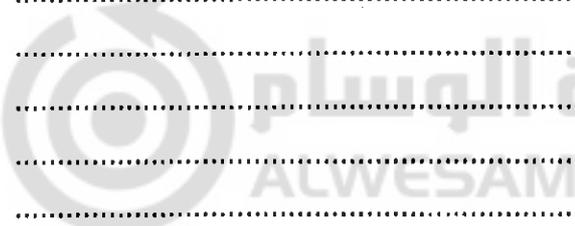
$$= ٦٠س - (٤٠س + ١٢س + ٥٠٠)$$

$$= ٦٠س - ٤٠س - ١٢س - ٥٠٠$$

$$= ٨س - ٤٠٠$$

$$ر (س) = ٨س - ٤٠٠$$

الربح الكندي



المعلم: ناجح الجمزاوي

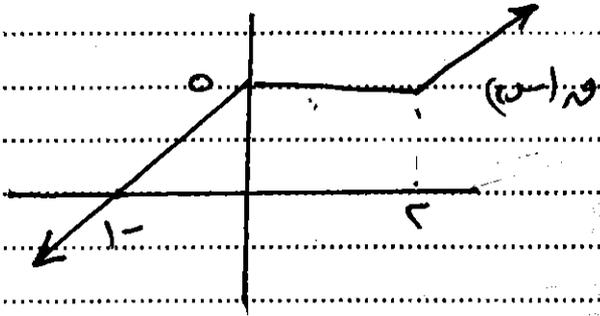
ورقة عمل

تطبيقات التفاضل

السؤال الأول

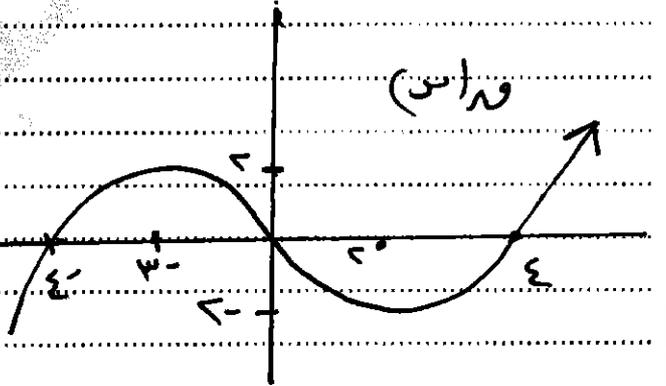
٦) عتدًا على الشكل المجاور الذي
عُيِّن مَحْنَى مَراسٍ اوجده

مجالان تزايد و تناقص



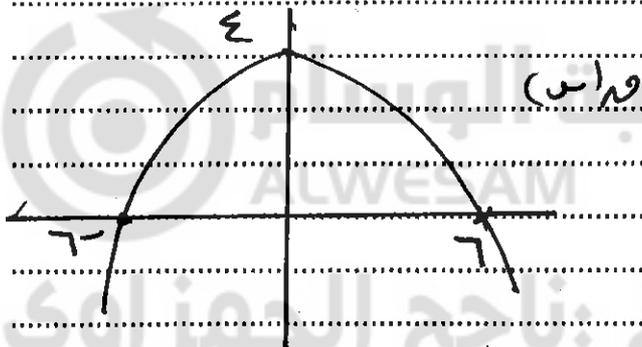
٧) عتدًا على الشكل المجاور الذي
عُيِّن مَحْنَى الاقتران مَراسٍ اوجده

١- مَمَسٍ كَرْمِه
٢- فَرَاتٍ لِتَزَادِ وَتَنْقَاصِ
٣- الْعِيَمِ الْقَصَوِي وَهَدِ نَوْعِهِ



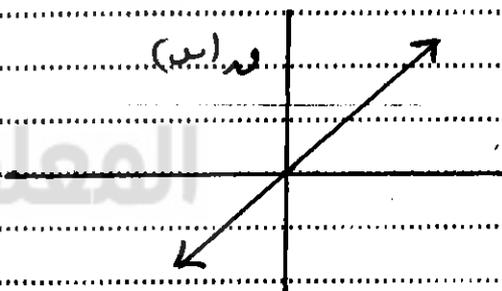
٨) عتدًا على الشكل المجاور الذي
عُيِّن مَحْنَى مَراسٍ اوجده
١) مَمَسٍ كَرْمِه

٢) فَرَاتٍ لِتَزَادِ وَتَنْقَاصِ
٣) الْعِيَمِ الْقَصَوِي



٩) عتدًا على الشكل المجاور الذي
عُيِّن مَحْنَى مَراسٍ اوجده

فَرَاتٍ لِتَزَادِ وَتَنْقَاصِ



الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٨٦)

السؤال الرابع

السؤال الثالث

١) اذا علمت ان
 و (ا س) = ٢٨ س - ٤ س^٢ وكان
 للأقتران (ا س) نقطة عرجة
 عند س = ٢ او قيمة م

جد فترات التزايد والتناقص
 و قيم س الحرجة و القيم القصوى
 ونوعها (ا ب و ج د) لكل من
 الأفتقانات التاليين

١. و (ا س) = ٤ س - ٦ س^٢ + ٩

٢. و (ا س) = س^٢ (١ - س)

٣. و (ا س) = ١٦ - ٤ س^٢

٤. و (ا س) = ٤ س - س^٢

٢) اذا علمت ان
 و (ا س) = ١٥ س - ٣ س^٢ وكان
 للأقتران (ا س) قيمة عظمى
 عند س = ١ او قيمة م ؟

٥. و (ا س) = ٣ + ٥ س

٦. و (ا س) = ٤ + ٦ س + ٤ س^٢

٧. و (ا س) = $\frac{٢}{٣} س - \frac{٥}{٢} س + ١ + ٥ س$

٨. و (ا س) = ١٢ + ٥ س + ٢ س^٢

٣) فترات التزايد والتناقص

٤) قيم س الحرجة

٩. و (ا س) = ١ + ٣ س + ٤ س^٢

٥) قيم س التي يكون عندها قيم
 قصوى ا ب و ج د

١٠. و (ا س) = $\frac{٢}{٣} س + ٢ س + ٤ س + ٩$

١١. و (ا س) = ٢ + ٣ س - ٣ س^٢

١٢. و (ا س) = ٨

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

(٨٧)

السؤال الخامس

٥) عددان موجبان مجموعهما

(٤٤) وحاصل ضربهما

أكثر ما يمكن اوجد العددان

٦) استخدم اختيار المشتقة لتبين

حد لقيم العظمى والصغرى ان

وهي للآقتيات التالية

$$١. \text{ حد } (١) = ١ - ١ + ١ = ١$$

$$٢. \text{ حد } (١) = ١ - ١ + ١ = ١$$

$$٣. \text{ حد } (١) = \frac{١}{٤} - \frac{١}{٤} + ١ = ١$$

$$٤. \text{ حد } (١) = ١ - ١ + ١ = ١$$

$$٥. \text{ حد } (١) = ١ - ١ + ١ = ١$$

٥) عددان موجبان مجموعهما

(٤٤) اوجد العددين بحيث ان

٦) يكون مجموع مربعيها اصغر ما يمكن

٧) حاصل ضرب اعدادهما في مربع

الآخر اكثر ما يمكن

٩) لوحة مستطيلة الشكل

مخططها كما في الجدول

لتكون مساحتها اكثر ما يمكن

٧) عددان حاصل ضربهما ٣٦

وحاصل مجموعهما اقل ما يمكن

اوجد اعداديه

٩) قطعة ارض مستطيلة الشكل

مساحتها (٢٩٠٠) متر اقل

بحد من جهاتها الاربع حد

بحد اقصاه حيث يكون طول

الحد اقل ما يمكن

الاستاذ ناجح الجمزوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٨٨)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

السؤال السادس

٥) صندوق على شكل متوازي مستطيلات
فأعدته مربعة الشكل فإذا كان
مجموع ابعاده يساوي (٦٠)
جد البعد الذي يحصل حجمه
الأكبر عليه

٥) صندوق على شكل متوازي
مستطيلات حيث طوله يساوي
٣ أمثاله عرضه، ومجموع ابعاده
الثلاث يساوي ٦٠.
جد البعد الذي يحصل حجمه
الأكبر عليه

٥) صندوق فاعيدته مربعة
الشكل حجمه ٤٦٤ سم^٣، جد
أكبر صافه لأوجه الصندوق

مساعدة
المساحة الجانبية = $4x$ ، الطول = x ، الارتفاع
المساحة الكلية = $4x^2 + 4x^2$
مساحة الأضلاع = $4x^2$ (٥)

٩) صفيحة من الورق مستطيلة
الشكل صاحتها (١٢٨ - ٣٤)
يراد رسم صورة عليها مع تراء
(٢) كم كعاش على كل من الجانبين
و (١) من الأعلى والأسفل
جد لثري الورقة حيث تكون
مساحة الصورة المرسومة أكبر ما يمكن

٩) قطعة مربعة من الورق طول
ضلعها ٦٤، وإذا رفعت من اطرافها
الاربعة مربعات متساوية طول كل
ضلعها ٤، ثم نثبت الجوانب
حيث اصحت الورقة على شكل
متوازي مستطيلات ومجموع من
الأعلى جد أكبر حجم لهذا

الصندوق

الاستاذ ناجح الجمزاوي

الثاني الثانوي الادبي

الوحدة الثالثة

المستوى الثالث

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

تطبيقات التفاضل

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

(٨٩)

السؤال السابع

١٤ صندوق قاعدته مربعة لكل
موجة ٨ أمتار، جد أكبر مساحة
للأوجه المشددة (بدون غطاء)

١٥ إذا كانت مساحة اوجه
صندوق قاعدته مربعة لكل
بدون غطاء ٤٨ م^٢ جد أكبر
حجم للصندوق

١٦ إذا كان سعر القطعة الواحدة
(٥س + ٣س) والتكلفة

الكلية له (س) = ٧س اوجد
الربح اكدى عند س = ٤

١٧ إذا كان الايراد الكلي
و (س) = ٥س + ٣س
و التكلفة الكلية له (س) = ٧س - ٥
جد اربح اكدى عند س = ٢

١٨ إذا كان الربح الكلي
ر (س) = ٥س + ٣س والتكلفة
الكلية له (س) = ٧س - ٣
الايراد اكدى عند س = ٢؟

١٩ إذا كان اربح الكلي

ر (س) = $\frac{٥س}{٣} + ٦س$
جد عند لقطع صي يكون اربح الكلي

٢٠ إذا كان د (س) = ٥س - ٣س

صواقف ان الايراد الكلي الناتج
عن بيع س وحدة من منتج ط
له (س) = ١٠ اس صواقف ان

التكلفة الكلية لهذا المنتج

اوجد قيمته س التي تجعل

الربح الكلي اقل

ALWESAM

الاستاذ ناجح الجمزاوي

المستوى الثالث

الوحدة الثالثة

الثاني الثانوي الادبي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

تطبيقات التفاضل
(٩٠)

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

السؤال الثامن

(٣) إذا كان التكلفة الكلية لإنتاج x من قطعة من مصنع ما تعطى بالعلاقة له (س) = $٩٠٠٠ + ٤٠٠٠٠x + ٤٠٠٠x^2$ فجد عدد قطع الواجب إنتاجها لتخفيضه أقل تكلفة ممكنة

١) وضع البسطة إذا كانت اقتران التكلفة الكلية له (س) = $٤٠٠٠٠ + ٤٠٠٠x + ٩٠٠٠$ واقتران الإيراد الكلي (د) = $٥٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠٠x$ عن بيع x وحدة اوجد ما يلي

١) حد التكلفة اكدية

٢) الايراد اكدية

٣) الربح الكلي

٤) الربح اكدية

(٤) ينتج مصنع للعلالين x من عالة شهرية فإذا كانت تكلفه انتاجها تعطى بالعلاقة له (س) = $٢٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠x + ٤٠٠٠x^2$ وكان مصنع يبيع لعالة بـ ٤٠٠٠٠ (د) = $٤٠٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠٠x$ التي يجب ان يبيعها بالبيع شهريا لتخفيضه أكبر ربح ممكن

٥) وضع العان اطفال اذا كان اقتران التكلفة الكلية له (س) = $٤٠٠٠٠ + ٤٠٠٠x + ٩٠٠٠$ والربح الكلي (د) = $٥٠٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠٠x$ عن بيع x وحدة اوجد

١) التكلفة اكدية
٢) الايراد اكدية
٣) الربح الكلي
٤) الربح اكدية

(٥) يبيع مصنع للأهذية x من منتجاته اسبوعياً بـ ٨٠٠٠ (س) = $٨٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠x + ٤٠٠٠x^2$ فإذا كانت تكلفه x من الاهذية (س) = $٨٠٠٠٠ + ٤٠٠٠٠x + ٤٠٠٠x^2$ التي يجب بيعها اسبوعياً x تكون ربحه أكبر ما يمكن

تمت بحمد الله

مع تحيات

ناجح الجمزاوي



المعلم: ناجح الجمزاوي

مهارات في الرياضيات

MATHEMATICS



ملحق الاجابات

إعداد المعلم :

ناجر الجمزاهي



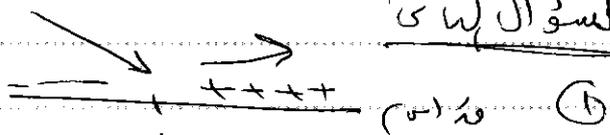
مكتبة الوسام

ALWESAM tawjehi Center & service store

موقع مكتبة الوسام التعليمي www.alwesam.info

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

السؤال الثاني

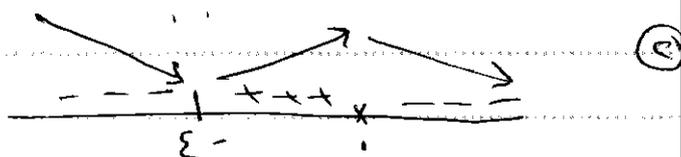


① قزايه (0, 1] و

مناقصه]0, ∞)

عند 0 = ص

عند 1 = ص فيه صفرى



① قزايه]0, 1-)

مناقصه (0, ∞-)

② عند 0 = ص فيه صفرى

③ عند 1 = ص فيه صفرى

عند 0 = ص فيه عظمى



قزايه (0, ∞) و]0, 6]

مناقصه]0, ∞) و]6, ∞)

عند 0 = ص فيه عظمى

عند 6 = ص فيه صفرى

عند 7 = ص فيه صفرى

السؤال الأول

① قيم من الحرجه = {0, 3}

② قزايه = (0, ∞) و]3, ∞)

مناقصه =]0, 3)

عند 3 = ص

عند 0 = ص فيه صفرى

③ قزايه = (0, ∞)

④ قزايه = (0, ∞)

مناقصه =]0, 3)

قزايه =]3, ∞)

⑤ قيم من الحرجه = 0

⑥ قزايه عند (0, ∞)

مناقصه =]0, ∞)

⑦ عند 0 = ص فيه عظمى

(0, 6)

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

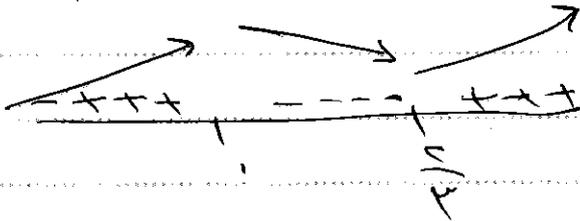
② $f'(x) = (x-1) \cdot x^2 = x^3 - x^2$

$f'(x) = 3x^2 - 2x$

$0 = 3x^2 - 2x = x(3x - 2)$

$x = 0$ or $x = \frac{2}{3}$

$f''(0) = 0$, $f''(\frac{2}{3}) = \frac{8}{3}$



فتراب $(-\infty, 0)$ و $(\frac{2}{3}, \infty)$

صنافة $[\frac{2}{3}, \infty)$

ان كرم $x = \frac{2}{3}$

عند $x = 0$ فيه عظم وهو $(0, 1)$

عند $x = \frac{2}{3}$ فيه صفر وهو $(\frac{2}{3}, \frac{4}{9})$

③ $f'(x) = 16 - 4x = 0$

$x = 4$ or $x = 0$

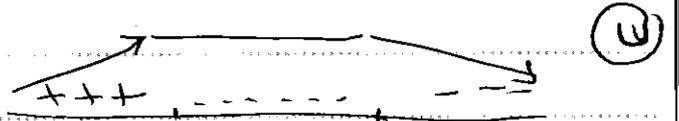


فتراب $(-\infty, 0)$ و $(4, \infty)$

صنافة $[0, 4]$

عند $x = 0$ فيه عظم وهو $(0, 16)$

عند $x = 4$ فيه كرم



فتراب $(-\infty, 0)$

صنافة $[0, 3]$

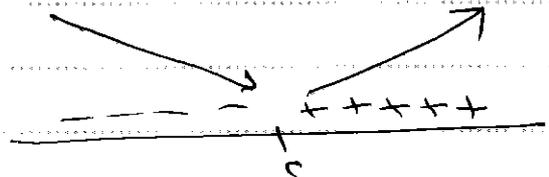
صنافة $[3, \infty)$

السؤال الثالث

① $f'(x) = 9 + 5x - 6x^2 = 0$

$x = 2$ or $x = -1$

$f''(2) = 5$, $f''(-1) = 17$



صنافة $(-\infty, 2)$

فتراب $(2, \infty)$

عند $x = 2$ فيه كرم

عند $x = -1$ فيه صفر

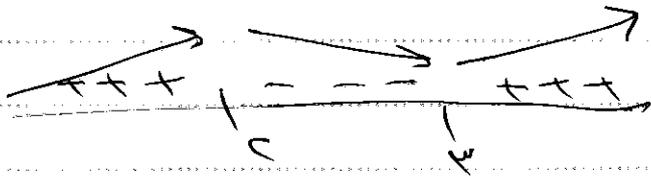
صنافة $(-1, 2)$

$x = -1$ or $x = 2$

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

٧) $1 + 5c + \frac{5c^2}{2} - \frac{2c^3}{3} = (c)$

فد (c) = $5c - 5c + 6 = 6$
 $= (c-3)(c-2)$
 $c=3 \quad c=2$



فترات: $(-\infty, 2)$ و $(2, 3)$ و $(3, \infty)$
 نقاط قص: $[3, 6]$
 من كرم: $\{3, 6\}$

كند $c=3$ فيه كرم وهو د (c)
 $c=2$ فيه صفر وهو د (c)

٨) $1c + 5c + 3c = (c)$

فد (c) = $8 + 3c = (c)$
 لا تكمل

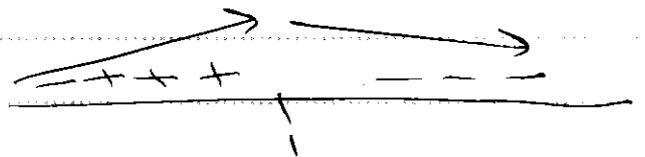


فترات: $(-\infty, \infty)$
 لا يوجد نقط كرم ولا قيم قص

٤) $5c - 5c = (c)$

فد (c) = $5c - 5c = 0$

$1 = 5 \leq 5 = 5$



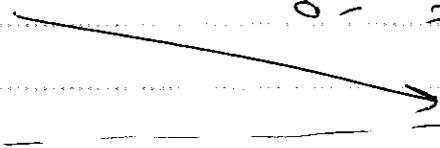
فترات: $(-\infty, \infty)$

نقاط قص: $[\infty, \infty]$

من كرم: $c=5$
 عند $c=1$ فيه كرم وهو د (c)
 $c=5$

٥) $2 + 5c = (c)$

فد (c) = $5c - 2 = (c)$



نقاط قص: $(-\infty, \infty)$

لا يوجد نقط كرم
 لا يوجد قيم قص

٦) $1 + 5c = (c)$

فد (c) = $6 = (c)$



فترات: $(-\infty, \infty)$

لا يوجد نقط كرم ولا قيم قص

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

١١) حد (س) = $c + 5s^3 - 2s^2 = c + 5s^3 - 2s^2$

حد (س) = $3s^2 - 4s = 3s^2 - 4s$

$3(1 - 2s) = 3 - 6s$

$1 = 3 - 6s \Rightarrow 6s = 2 \Rightarrow s = \frac{1}{3}$

$1 \pm = 3$



قدايه $(-\infty, 1)$ و $[1/3, \infty)$

مناقصه $[-1/3, 1]$

س بحريره = $\{1, 1/3\}$

عند $s = 1$: $3(1) - 4(1) = -1$ (مبتدأ نقطه بحريره)

$1 - 2(1/3) = 1 - 2/3 = 1/3$

$3 - 6(1/3) = 3 - 2 = 1$

عند $s = 1/3$: $3(1/3) - 4(1/3) = 1 - 4/3 = -1/3$ (نقطه بحريره)

$1 - 2(1/3) = 1/3$

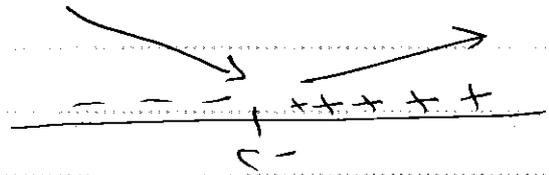
٩) حد (س) = $1 + 5s^3 + 2s^2 = 1 + 5s^3 + 2s^2$

حد (س) = $3s^2 + 4s = 3s^2 + 4s$

$4(1 + 2s) = 4 + 8s$

$4 = 4 + 8s \Rightarrow 8s = 0 \Rightarrow s = 0$

$c = s$



مناقصه $(-\infty, 0)$

قدايه $[0, \infty)$

عند $s = 0$: بحريره

عند $s = 0$: $3(0) + 4(0) = 0$ (نقطه بحريره)

ولي حد (س) = $1 + 5s^3 + 2s^2 = 1 + 5s^3 + 2s^2$

$1 + 6s - 16 = 5s^2 + 6s - 15$

$5s^2 + 6s - 15 = 0$

١٠) حد (س) = $9 + 5s^4 + 5s^3 + \frac{s^2}{3} = 9 + 5s^4 + 5s^3 + \frac{s^2}{3}$

حد (س) = $20s^3 + 15s^2 = 20s^3 + 15s^2$

$20s^2(3s + 1) = 20s^2(3s + 1)$

$c = s$



قدايه $(-\infty, \infty)$

س = 0 : بحريره

لا يوجد نقطه بحريره اخرى

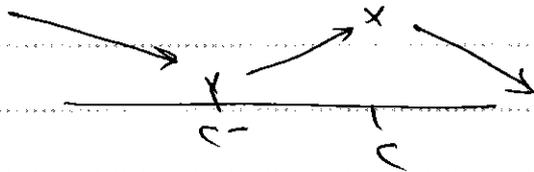
١٢) حد (س) = $8 = 8$

حد (س) = $0 = 0$

حد (س) ثابت $(-\infty, \infty)$

المجال كامله نقطه بحريره (ع)

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل



السؤال الرابع

متناقص $(-\infty, c]$ و $[c, \infty)$
 متزايد $[c, \infty)$
 س اكرم $\{c\}$

١) $c = 5$ عند $c = 5$
 $\leftarrow f'(c) = 0$
 $f'(5) = 5^2 - 10 = 5$
 $f'(c) = 2c - 10 = 0 \Rightarrow c = 5$
 $f''(5) = 2 > 0$
 $\boxed{c = 5}$ $\frac{17}{2} = \frac{f(5)}{5}$

السؤال الخامس

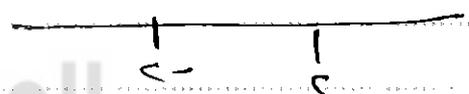
١) $f'(5) = 5^2 - 10 = 5$

٢) $f'(5) = 5^2 - 10 = 5$

$\boxed{c = 5}$ $\frac{17}{2} = \frac{f(5)}{5}$

٣) $f'(5) = 5^2 - 10 = 5$

٤)



$f'(c) = c^2 - 1 = 0 \Rightarrow c = 1$

$f'(c) = c^2 - 1 = 0 \Rightarrow c = 1$

$f'(c) = c^2 - 1 = 0 \Rightarrow c = 1$

$f'(c) = c^2 - 1 = 0 \Rightarrow c = 1$

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

٥

$$v(a) = 8 - 5a$$

$$v(a) = 8 - 5a$$

$$1 = 5 \iff 8 = 5a$$

$$a = (a)$$

$$v(1) = 8 - 5(1) = 3$$

$$v(1) = 8 - 5(1) = 3$$

$$8 - 5 = 3$$

$$v(a) = \frac{3}{4} - \frac{3}{4}a + 1$$

$$v(a) = 1 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}a$$

$$v(a) = (1 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}a)$$

$$1 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}a = 1$$

$$v(a) = 1 - \frac{3}{4}a$$

٦

تفرض $v = 1 - \frac{3}{4}a$

الثاني $v = 1 - \frac{3}{4}a$

$$v = 1 - \frac{3}{4}a \iff \frac{3}{4}a = 1 - v$$

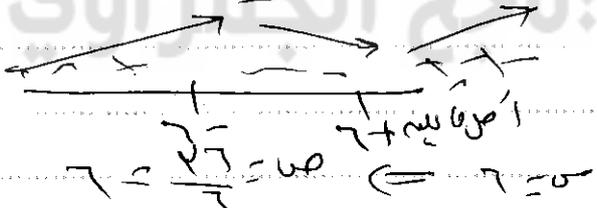
$$v + \frac{3}{4}a = 1$$

$$\frac{3}{4}a + v = 1$$

$$1 = \frac{3}{4}a - 1 = \frac{3}{4}a - 1$$

$$\frac{3}{4}a = 2 \iff 1 = \frac{3}{4}a$$

$$1 + \frac{3}{4}a = 2$$



$$v(a) = 6 - 5a - 5$$

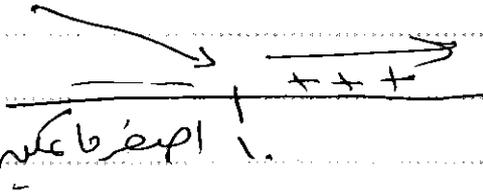
صحة عظمى

وقتيها $v(a) = 6 - 5a - 5$

$$6 - 5a - 5 = 1$$

$$1 = 1$$

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل



١. اصفها عليك

$$١٠ = ١٠ - ٠ = ١٠$$

(١١)

$$١٠ = ١٠ \times ١$$

$$(١٠ - ٠) \times ١ =$$

$$١٠ - ٠ =$$

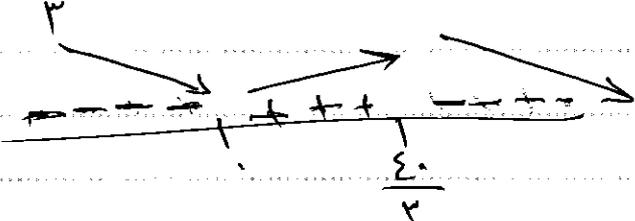
$$١٠ = ١٠ - ٠$$

$$١٠ = ١٠ - ٠$$

$$١٠ = (١٠ - ٠)$$

$$١٠ = ١٠ - ٠ = ١٠$$

$$\frac{١٠}{٣} = ٣ \quad \frac{١٠}{٣} = ٣$$



$$\frac{١٠}{٣} \times \frac{٣}{٣} = ١٠$$

$$\frac{١٠}{٣} = ٣$$

$$\frac{١٠}{٣} = \frac{١٠}{٣} \times \frac{٣}{٣} =$$

مكتبة الوسام
ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

(١٢)

$$١٠ = ١٠ \text{ (عدد اول)} \quad ١٠ = ١٠ \text{ (عدد رئيسي)}$$

$$١٠ + ١٠ = ٢٠ = ٢٠ = ١٠ \times ٢$$

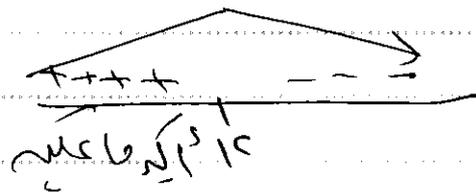
حادة

$$١٠ = ١٠ \times ١ \text{ (الرئيسية)}$$

$$١٠ = ١٠ \times (١٠ - ٠) = ١٠ - ٠$$

$$١٠ = ١٠ - ٠ = ١٠$$

$$١٠ = ١٠ - ٠ = ١٠$$



$$١٠ = ١٠ - ٠ = ١٠$$

$$(١٣) \quad ١٠ = ١٠ \text{ (عدد اول)}, \quad ١٠ = ١٠ \text{ (عدد رئيسي)}$$

$$١٠ + ١٠ = ٢٠ = ٢٠ = ١٠ \times ٢$$

$$(١٤) \quad ١٠ + ١٠ = ٢٠$$

$$(١٠ - ٠) + ١٠ =$$

$$١٠ - ٠ + ١٠ = ٢٠$$

$$١٠ + ١٠ = ٢٠$$

$$٢٠ = ٢٠$$

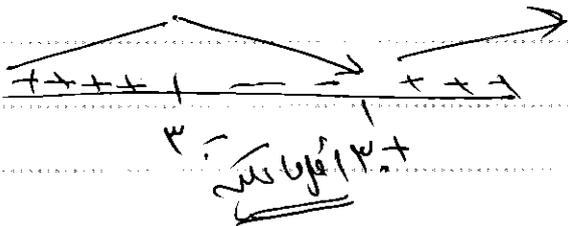
$$١٠ = ١٠$$

$$١٠ = ١٠$$

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

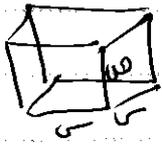
$$A_0 = \frac{180}{r} = 5$$

$$3.1 = \sqrt{A_0} = 5$$



$$3.1 = \frac{90}{r} = 5$$

السؤال ب ع



الطول، العرض، الارتفاع = ص

$$1.8 = ص \times س \times س = 8$$

$$1.8 = ص \times س^2$$

$$\frac{1.8}{س^2} = ص$$

المساحة الكلية = ص \times اوجه جانبية \times س

$$س + ص + ص + ص = 4$$

$$س + ص + ص + ص = 4$$

$$س + \frac{1.8}{س} \times 4 = 4$$

$$س + \frac{7.2}{س} = 4$$

$$س^2 + 7.2 = 4س \rightarrow 1 = س + \frac{7.2}{س} = 4$$

$$1. = ص \times س + ص \times س \quad (A)$$

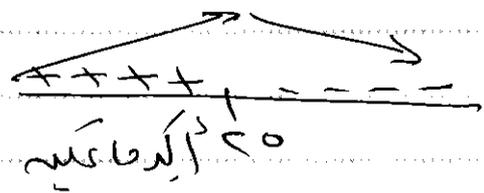
$$\boxed{ص = 0. = ص} \Rightarrow 0. = ص + س$$

$$(ص - 0.) س = ص \times س = 4$$

$$س - 0. =$$

$$. = ص - 0. = 4$$

$$40 = 5$$



$$40 = 40 - 0. = 5$$

$$90 = ص \times س = 4$$

$$\boxed{\frac{90}{س} = 4}$$

$$ص \times س + ص \times س = 4$$

$$\frac{90}{س} \times س + ص \times س =$$

$$\frac{180}{س} + ص =$$

$$= \frac{180}{س} - 4 = 4$$

$$180 = 8س \Rightarrow 4 = \frac{180}{س}$$

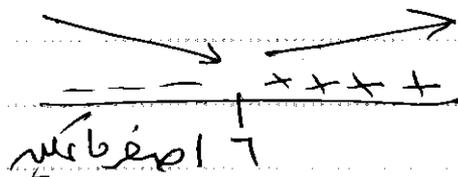
الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

← تابع الكل

$$340 = \frac{300}{5} \Rightarrow \text{زيادة}$$

$$\frac{300}{5} = 60 \Rightarrow 300 = 5 \times 60$$

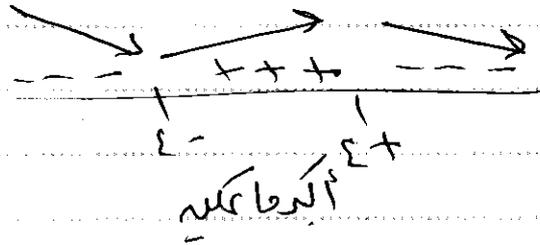
$$5 = \sqrt[3]{300} = 6.7$$



$$z' = \frac{300 - 4x}{x} = 0$$

$$300 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 300 \Rightarrow x = 75$$

$$x + y = 300$$

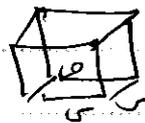


$$300 - 4x = 0 \Rightarrow x = 75$$

$$y = \frac{300}{4} = \frac{300 - 4x}{4} = 75 - x$$

$$z = 4x + 3y = 4x + 3(75 - x) = 4x + 225 - 3x = x + 225$$

$$4x + 3y = 300 \Rightarrow 4x + 3(75 - x) = 300$$



$$4x + 3y = 300 \Rightarrow 4x + 3(75 - x) = 300$$

$$4x + 3y = 300 \Rightarrow 4x + 3(75 - x) = 300$$

$$\frac{300 - 4x}{3} = 75 - \frac{4x}{3}$$

$$\frac{300 - 4x}{3} = 75 - \frac{4x}{3}$$

$$z = 4x + 3y = 4x + 3(75 - x) = x + 225$$

$$z = 4x + 3y = 4x + 3(75 - x) = x + 225$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

السؤال ١ بع

١

$$\begin{aligned} (اس) &= (داس) - (هاس) \\ ٥س + ٣س &= (داس) - (٣-٥س) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (داس) &= ٥س + ٣س + ٣ - ٥س \\ &= ٣س + ٣ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (داس) &= ٣س + ٣ \\ (داس) &= ٣(س + ١) \end{aligned}$$

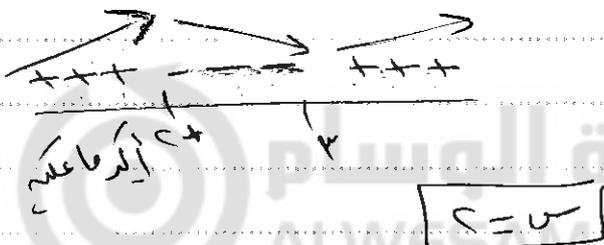
٢

$$(اس) = \frac{٣س}{٢} - \frac{٣س}{٢} + ٦$$

$$(اس) = ٦$$

$$(اس) = (٢-٣)(٢-٣)$$

$$٢ = ٣ \quad ٣ = ٢$$



٣

$$\begin{aligned} (اس) &= (داس) - (هاس) \\ &= (٥س + ٣س) - (٣-٥س) \end{aligned}$$

$$(اس) = ٥س + ٣س - ٣ + ٥س$$

السؤال ٢ بع

$$(اس) = ٣س + ٢س - ٣س$$

$$(اس) = ٢س + ٢س - ٣س$$

$$٢س - ٣س + ٢س = ٢س$$

$$٢س = ٢س$$

٤

$$(اس) = (داس) - (هاس)$$

$$(اس) = (٥س + ٣س) - (٣-٥س)$$

$$(اس) = ٥س + ٣س - ٣ + ٥س$$

$$(اس) = ١٠س - ٣$$

$$(اس) = ١٠س - ٣$$

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

① $4s^3 + s^2 = (s)$
 $1 + 5s + 9s^2 = (s)$

② $14s^2 + 5s = (s)$

③ $4s^3 + 9s^2 + 5s + 1 = (s)$

④ $4s^3 + 9s^2 + 5s + 1 = (s)$
 $4s^3 + 9s^2 + 5s = (s)$

⑤ $1 + 5s + 9s^2 = (s)$

⑥ $1 + 5s = (s)$

⑦ $4s^3 + 9s^2 + 5s = (s)$

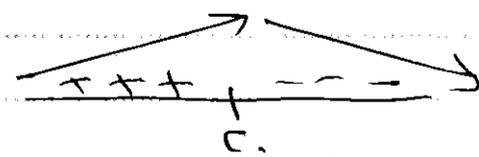
⑧ $4s^3 + 9s^2 + 5s = (s)$

⑨ $4s^3 + 9s^2 + 5s = (s)$

⑩ $10s - 5s = (s)$

⑪ $10s - 5s = (s)$

⑫ $10s - 5s = (s)$



س = س أكبر ما عليه

السؤال الثاني من

⑬ $10s - 5s = (s)$

⑭ $10s - 5s = (s)$

⑮ $10s - 5s = (s)$

⑯ $10s - 5s = (s)$

⑰ $10s - 5s = (s)$

الحلول النموذجية ورقة عمل تطبيقات التفاضل

(٤)

$$r(s) = (s) - (s) - (s)$$

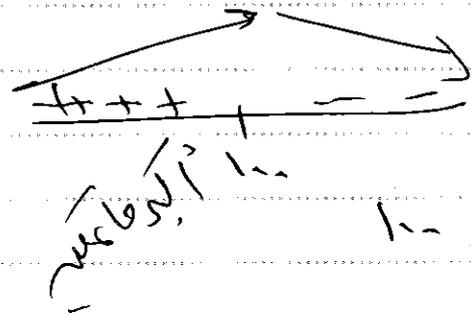
$$(s + \sqrt{s} + c) - 4 \times s =$$

$$s - \sqrt{s} - c - 4s =$$

$$s - \sqrt{s} + c - 4s =$$

$$= (s) - c - 3s =$$

$$10 = s \quad c = \sqrt{s}$$



$$10 = s$$

(٥)

$$r(s) = (s) - (s) - (s)$$

$$(s + \sqrt{s} + c) - (s) - (s) =$$

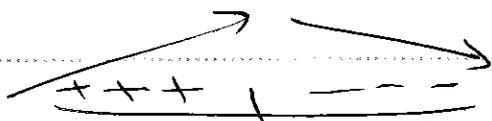
$$s - \sqrt{s} - c - s =$$

$$s - \sqrt{s} - c - s =$$

$$= (s) - c - 6s =$$

$$\frac{700}{16} = \frac{700}{16} = \frac{700}{16}$$

$$375 = s$$



$$375$$

المواضع