

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

الدرس الأول

الأقتران البدائي

إن الأقتران $(م, س)$ يسمى لأقتران بدائي للأقتران $(م, س)$ إذا كانت
البدائي للأقتران $(م, س)$ إذا كانت
عشيقته تعيد للأقتران الأصلي
أي أن $م(س) = س(م)$
ويسمى الأقتران البدائي بالتكامل
غير المحدود ويرمز له بالرمز
 $\in$ $(م, س)$ $س$ وتقرأ
تفاعل $(م, س)$ $س$
والصورة العامة لقاعدة الأقتران
البدائي هي $(م, س) + ج$ حيث
ج عدد ثابت وبالرموز فإن
 $م(س) = س(م) + ج$
 $س(م) = م(س) + ج$
تعريف :-
إذا كان $(م, س)$ اقتراناً متصلاً على
مجاله فإن $(م, س)$ يسمى اقتراناً
متبعاً

مثال ①
بين فيما إذا كان $(م, س)$ اقتراناً
بدائياً للأقتران $(م, س)$ فيما يلي
١- $(م, س) = س(م) + ٤$ $س(م) = م(س) + ٤$
اكتل :- $(م, س)$ متصل على مجاله كثير حدود
 $(م, س) = س(م) + ٤$ $س(م) = م(س) + ٤$
← يتبع



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

م (س) ليس اقتران بدائي

للاقتران م (س).

مثال ٥

جد الاقتران البدائي للاقتران

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

اكل

م (س) = $s^3 - 3s^2 + 4s + 6$

ملاحظة هامة

نلاحظ من الأمثلة السابقة

١ ان هناك عدد غير ضاهي من الاقتران

البدائي للاقتران م (س).

٢ الفرق بين اي اقترانين بدائين

ساوي دائماً حقداً ثابتاً

فمثلاً

اذا كان م (س) = $3s^2 + 4s - 5$

م (س) = $s^3 + 0$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$ فلاحظ أن

م (س) - م (س) = $3s^2 + 4s - 5 - 6 = 3s^2 + 4s - 11$

الفرق بينهما ثابت

وبما أن م' (س) = م (س)

فإن م (س) اقتران بدائي للاقتران

م (س).

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

اكل

م (س) متصل على مجاله

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) وبما أن م' (س) = م (س)

فإن م (س) اقتران بدائي لـ م (س)

٣

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

اكل

م (س) متصل على مجاله

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$

م (س) = $3s^2 + 4s - 5 + 6$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

سؤال ٣

سؤال ٥

إذا كان a, b, c إقليسيين للأعداد إذا كان m (س) إقليسي بديهي لـ a (س) (س) المتصل على c وكان المتصل على مجاله حيث .

هو (س) = m (س) - a (س) فاجد h (س) m (س) = $s^3 + p s^2 - 1$ وكان

هو (س) = 24 فاجد p ؟

الحل

الحل

هو (س) = ثابت لأن الفرض بين إقليسيين

بديهي يابوي ثابت h (س) = صفر

حل آخر

هو (س) = m (س) - m (س)

و حسب التعريف m (س) = هو (س)

h (س) = هو (س) - هو (س) = صفر

سؤال ٤ وزارة (٢٠١١)

إذا كان m (س) ، هو (س) إقليسيان بديهيان

للإقليسيان المتصل هو (س) فاجد

$(m - h)$ (س)

الحل

$(m - h)$ (س) = c (س) - هو (س)

c (س) = هو (س) - هو (س)

= هو (س)



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

ملاحظة

$$\left[\begin{array}{l} \text{عدد (س)} \cdot \text{عدد (س)} = \text{عدد (س)} + \text{ج} \\ \text{عدد (س)} = 10 \end{array} \right.$$

سؤال ٧

إذا كان $\left[\begin{array}{l} \text{عدد (س)} \cdot \text{عدد (س)} = \text{عدد (س)} + \text{ج} \\ \text{عدد (س)} = 10 \end{array} \right.$ وكان $\text{م} = (11)$ أو $\text{ج} = \text{م} = (11)$ م $\text{م} = (11)$

ملاحظة هامة

$$\left[\begin{array}{l} \text{عدد (س)} \cdot \text{عدد (س)} = \text{عدد (س)} + \text{ج} \\ \text{عدد (س)} = 10 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{عدد (س)} \cdot \text{عدد (س)} = \text{عدد (س)} + \text{ج} \\ \text{عدد (س)} = 10 \end{array} \right.$$

سؤال ٩

إذا كان $\left[\begin{array}{l} \text{عدد (س)} \cdot \text{عدد (س)} = \text{عدد (س)} + \text{ج} \\ \text{عدد (س)} = 10 \end{array} \right.$ أو $\text{ج} = \text{م} = (11)$ م $\text{م} = (11)$

الحل

نستعمل الطرفين

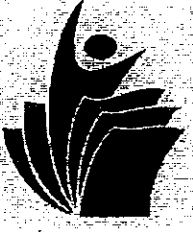
$$\begin{aligned} \text{عدد (س)} &= \text{عدد (س)} + \text{ج} + 1 \\ \text{عدد (س)} &= (11) \cdot 4 = 1 + 1 \\ \text{عدد (س)} &= 12 = \text{عدد (س)} \\ \text{عدد (س)} &= (11) \cdot 12 = 15 \end{aligned}$$

سؤال ٨

إذا كان $\left[\begin{array}{l} \text{عدد (س)} \cdot \text{عدد (س)} = \text{عدد (س)} + \text{ج} \\ \text{عدد (س)} = 10 \end{array} \right.$ وكان $\text{م} = (11)$ أو $\text{ج} = \text{م} = (11)$ م $\text{م} = (11)$

الحل

$$\left[\begin{array}{l} \text{عدد (س)} \cdot \text{عدد (س)} = \text{عدد (س)} + \text{ج} \\ \text{عدد (س)} = 10 \end{array} \right.$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

سؤال (١١) اللسان من (٤٣٧).

إذا كان عدد كثير حدود من الدرجة
الثالثة حيث أن $(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$
وكانت النقطة (١٠) تقع على
مخناه فجد قاعدة اللسان
اكمل

أخذ السطاح للطرفين

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$1 = 10$$

$$1 = 10 \leftarrow 1 = 10 \leftarrow 3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

سؤال (١٠)

إذا كان $(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

وكان $(1) = 5$ $(10) = 7$ أو $(10) = 4$
في $(10) = 6$ $(10) = 4$

اكمل

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = 3x^3 - 2x^2 + 1$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

الدرس الثاني التكامل غير المحدود

التكامل صو عليه عكسيه للتفاضل أمثله

$$1- \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C \quad \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

$$2- \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$3- \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C \quad \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$$

$$4- \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C \quad \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$\text{لأن مشتقة } (-\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2} \quad \text{لأن مشتقة } (-\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2}$$

$$\text{قاعدة ⑤} \quad \int \frac{x^n}{1+x} dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} - \int \frac{x^n}{1+x} dx$$

$$\text{حيث } n \neq -1$$

الجزء الأول

قواعد التكامل غير المحدود

قاعدة ①

$$\int x^p dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C$$

حيث p ثابت

أي أن

$$\int \text{ثابت} \times \text{متغير} dx = \text{ثابت} \times \int \text{متغير} dx$$

أمثله

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$$

$$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

$$\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C$$

$$\int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$$

$$\int x^{\frac{1}{4}} dx = \frac{4}{5} x^{\frac{5}{4}} + C$$



ناجح الجمزاوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\begin{aligned} ٧- \{ \text{س} \sqrt{\text{س}} \text{ س} \} &= \{ \text{س} \times \text{س}^{\frac{1}{2}} \text{ س} \} \\ &= \{ \text{س}^{\frac{3}{2}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{1}{2}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{1}{2}}} \\ ٨- \{ \text{س}^{\frac{3}{2}} \text{ س} \} &= \{ \text{س}^{\frac{5}{2}} \text{ س} \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \{ \text{س}^{\frac{5}{2}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{1}{2}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}}} + \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}}} \end{aligned}$$

نمثلة عامة

$$\{ \text{س}^{\frac{م}{ن}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{ن}{م}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{ن}{م}}} = \frac{\text{س}^{م+ن}}{\text{س}^{\frac{ن}{م}}}$$

تذكر أن
في الأمثلة السابقة يمكن أن يكون
المطلوب جذر اللقمان البدائي
ولايجاد اللقمان البدائي م (س)
تجري التكامل.

نتائج

$$\begin{aligned} ١- \{ \text{س}^{\frac{١}{٢}} \text{ س} \} &= \text{س}^{\frac{١}{٢}} + \text{س}^{\frac{١}{٢}} \\ ٢- \{ \text{س}^{\frac{١}{٣}} \text{ س} \} &= \text{س}^{\frac{١}{٣}} + \text{س}^{\frac{١}{٣}} \\ ٣- \{ \text{س}^{\frac{١}{٤}} \text{ س} \} &= \text{س}^{\frac{١}{٤}} + \text{س}^{\frac{١}{٤}} \end{aligned}$$

ملاحظة
تذكر أن $\frac{١}{\text{س}^{\frac{١}{٢}}} = \text{س}^{-\frac{١}{٢}}$
 $\frac{١}{\text{س}^{\frac{١}{٣}}} = \text{س}^{-\frac{١}{٣}}$

أمثلة

$$١- \{ \frac{١}{\text{س}} \text{ س} \} = \{ \text{س}^{-١} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^١} + \frac{\text{س}}{\text{س}^١}$$

$$٢- \{ \frac{١}{\text{س}^{\frac{١}{٢}}} \text{ س} \} = \{ \text{س}^{-\frac{١}{٢}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٢}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٢}}}$$

$$٣- \{ \frac{١}{\text{س}^{\frac{١}{٣}}} \text{ س} \} = \{ \text{س}^{-\frac{١}{٣}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٣}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٣}}}$$

$$٤- \{ \frac{١}{\text{س}^{\frac{١}{٤}}} \text{ س} \} = \{ \text{س}^{-\frac{١}{٤}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٤}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٤}}}$$

$$٥- \{ \frac{١}{\text{س}^{\frac{١}{٥}}} \text{ س} \} = \{ \text{س}^{-\frac{١}{٥}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٥}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٥}}}$$

$$٦- \{ \frac{١}{\text{س}^{\frac{١}{٦}}} \text{ س} \} = \{ \text{س}^{-\frac{١}{٦}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٦}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٦}}}$$

$$= \{ \text{س}^{-\frac{١}{٦}} \text{ س} \} = \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٦}}} + \frac{\text{س}}{\text{س}^{\frac{١}{٦}}}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

قاعدة (٣)

أي انه تكامل ثابت $\times$ اقترانه
يسبق لثابت $\times$ تكامل الاقتران

امثله

$$1. \int 3x^2 \cdot x^4 = \frac{3}{5} x^5 + C$$

$$2. \int \frac{1}{x^3} \cdot x^5 = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$3. \int \frac{1}{x^2} \cdot x^3 = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$4. \int \frac{1}{x^4} \cdot x^5 = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$5. \int \frac{1}{x^5} \cdot x^6 = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$6. \int \frac{1}{x^6} \cdot x^7 = \frac{1}{2} x^2 + C$$

$$7. \int \frac{1}{x^7} \cdot x^8 = \frac{1}{2} x^2 + C$$

قاعدة (٤)

$$\int (u \cdot v)' = u \cdot v - \int u \cdot v'$$

$$\int u \cdot v' = u \cdot v - \int u' \cdot v$$

يوزع التكامل على الجمع والطرح

ولا يوزع على الضرب والقسمة

امثله

$$1. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^3 = \frac{1}{5} x^5 + \frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{3} x^3 + C$$

$$2. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^4 = \frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{5} x^5 + \frac{1}{4} x^4 + C$$

$$3. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^5 = \frac{1}{7} x^7 + \frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{5} x^5 + C$$

$$4. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^6 = \frac{1}{8} x^8 + \frac{1}{7} x^7 + \frac{1}{6} x^6 + C$$

$$5. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^7 = \frac{1}{9} x^9 + \frac{1}{8} x^8 + \frac{1}{7} x^7 + C$$

$$6. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^8 = \frac{1}{10} x^{10} + \frac{1}{9} x^9 + \frac{1}{8} x^8 + C$$

$$7. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^9 = \frac{1}{11} x^{11} + \frac{1}{10} x^{10} + \frac{1}{9} x^9 + C$$

$$8. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{10} = \frac{1}{12} x^{12} + \frac{1}{11} x^{11} + \frac{1}{10} x^{10} + C$$

$$9. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{11} = \frac{1}{13} x^{13} + \frac{1}{12} x^{12} + \frac{1}{11} x^{11} + C$$

$$10. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{12} = \frac{1}{14} x^{14} + \frac{1}{13} x^{13} + \frac{1}{12} x^{12} + C$$

$$11. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{13} = \frac{1}{15} x^{15} + \frac{1}{14} x^{14} + \frac{1}{13} x^{13} + C$$

$$12. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{14} = \frac{1}{16} x^{16} + \frac{1}{15} x^{15} + \frac{1}{14} x^{14} + C$$

$$13. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{15} = \frac{1}{17} x^{17} + \frac{1}{16} x^{16} + \frac{1}{15} x^{15} + C$$

$$14. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{16} = \frac{1}{18} x^{18} + \frac{1}{17} x^{17} + \frac{1}{16} x^{16} + C$$

$$15. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{17} = \frac{1}{19} x^{19} + \frac{1}{18} x^{18} + \frac{1}{17} x^{17} + C$$

$$16. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{18} = \frac{1}{20} x^{20} + \frac{1}{19} x^{19} + \frac{1}{18} x^{18} + C$$

$$17. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{19} = \frac{1}{21} x^{21} + \frac{1}{20} x^{20} + \frac{1}{19} x^{19} + C$$

$$18. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{20} = \frac{1}{22} x^{22} + \frac{1}{21} x^{21} + \frac{1}{20} x^{20} + C$$

$$19. \int (x^2 + x + 1) \cdot x^{21} = \frac{1}{23} x^{23} + \frac{1}{22} x^{22} + \frac{1}{21} x^{21} + C$$



ناجح الجمزاوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$x + \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} =$$

ملاحظة هامة

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$x + \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} =$$

مثال

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$x + \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} =$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$

$$\{ = \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

الجزء الثاني تكمّل الأقرانات الدائرية

متطابقات هامة جداً للتكامل تكمل الأقرانات الدائرية

١. $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$
 ٢. $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$
 ٣. $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$
 ٤. $\cot^2 x = \csc^2 x - 1$
 ٥. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 ٦. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
 ٧. $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$
 ٨. $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$
 ٩. $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$
 ١٠. $\cot^2 x = \csc^2 x - 1$
 ١١. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 ١٢. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
- ملاحظة هامة
- إذا كانت الزاوية خطية ضاعفتها
نقسم على معامل x أي ان
- حاصل $(u + v) \sin$
- $\frac{1}{2} \cos^2 (u + v) - \frac{1}{2} \sin^2 (u + v) = \cos(u + v)$
- وهكذا



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$2. \{ (2x^2 - 3x) \cdot x \} \text{ هـ ثابته}$$

$$= 2x^3 - 3x^2 = 2x^3 - 3x^2 + 0x + 0$$

$$3. \{ 2x^3 - 3x^2 + 0x + 0 \} \cdot x = 2x^4 - 3x^3 + 0x^2 + 0x$$

$$4. \{ 2x^4 - 3x^3 + 0x^2 + 0x \} \cdot x = 2x^5 - 3x^4 + 0x^3 + 0x^2$$

$$5. \{ 2x^5 - 3x^4 + 0x^3 + 0x^2 \} \cdot x = 2x^6 - 3x^5 + 0x^4 + 0x^3$$

$$6. \{ 2x^6 - 3x^5 + 0x^4 + 0x^3 \} \cdot x = 2x^7 - 3x^6 + 0x^5 + 0x^4$$

$$7. \{ 2x^7 - 3x^6 + 0x^5 + 0x^4 \} \cdot x = 2x^8 - 3x^7 + 0x^6 + 0x^5$$

$$8. \{ 2x^8 - 3x^7 + 0x^6 + 0x^5 \} \cdot x = 2x^9 - 3x^8 + 0x^7 + 0x^6$$

$$9. \{ 2x^9 - 3x^8 + 0x^7 + 0x^6 \} \cdot x = 2x^{10} - 3x^9 + 0x^8 + 0x^7$$

$$10. \{ 2x^{10} - 3x^9 + 0x^8 + 0x^7 \} \cdot x = 2x^{11} - 3x^{10} + 0x^9 + 0x^8$$

$$11. \{ 2x^{11} - 3x^{10} + 0x^9 + 0x^8 \} \cdot x = 2x^{12} - 3x^{11} + 0x^{10} + 0x^9$$

$$12. \{ 2x^{12} - 3x^{11} + 0x^{10} + 0x^9 \} \cdot x = 2x^{13} - 3x^{12} + 0x^{11} + 0x^{10}$$

$$13. \{ 2x^{13} - 3x^{12} + 0x^{11} + 0x^{10} \} \cdot x = 2x^{14} - 3x^{13} + 0x^{12} + 0x^{11}$$

$$14. \{ 2x^{14} - 3x^{13} + 0x^{12} + 0x^{11} \} \cdot x = 2x^{15} - 3x^{14} + 0x^{13} + 0x^{12}$$

$$15. \{ 2x^{15} - 3x^{14} + 0x^{13} + 0x^{12} \} \cdot x = 2x^{16} - 3x^{15} + 0x^{14} + 0x^{13}$$

$$16. \{ 2x^{16} - 3x^{15} + 0x^{14} + 0x^{13} \} \cdot x = 2x^{17} - 3x^{16} + 0x^{15} + 0x^{14}$$

$$17. \{ 2x^{17} - 3x^{16} + 0x^{15} + 0x^{14} \} \cdot x = 2x^{18} - 3x^{17} + 0x^{16} + 0x^{15}$$

$$\text{مثله} \quad 1. \{ 2x^3 - 3x^2 \} \cdot x = 2x^4 - 3x^3$$

$$2. \{ 2x^4 - 3x^3 \} \cdot x = 2x^5 - 3x^4$$

$$3. \{ 2x^5 - 3x^4 \} \cdot x = 2x^6 - 3x^5$$

$$4. \{ 2x^6 - 3x^5 \} \cdot x = 2x^7 - 3x^6$$

$$5. \{ 2x^7 - 3x^6 \} \cdot x = 2x^8 - 3x^7$$

$$6. \{ 2x^8 - 3x^7 \} \cdot x = 2x^9 - 3x^8$$

$$7. \{ 2x^9 - 3x^8 \} \cdot x = 2x^{10} - 3x^9$$

$$8. \{ 2x^{10} - 3x^9 \} \cdot x = 2x^{11} - 3x^{10}$$

$$9. \{ 2x^{11} - 3x^{10} \} \cdot x = 2x^{12} - 3x^{11}$$

$$10. \{ 2x^{12} - 3x^{11} \} \cdot x = 2x^{13} - 3x^{12}$$

$$11. \{ 2x^{13} - 3x^{12} \} \cdot x = 2x^{14} - 3x^{13}$$

$$12. \{ 2x^{14} - 3x^{13} \} \cdot x = 2x^{15} - 3x^{14}$$

$$13. \{ 2x^{15} - 3x^{14} \} \cdot x = 2x^{16} - 3x^{15}$$

$$14. \{ 2x^{16} - 3x^{15} \} \cdot x = 2x^{17} - 3x^{16}$$

$$15. \{ 2x^{17} - 3x^{16} \} \cdot x = 2x^{18} - 3x^{17}$$

$$16. \{ 2x^{18} - 3x^{17} \} \cdot x = 2x^{19} - 3x^{18}$$

$$17. \{ 2x^{19} - 3x^{18} \} \cdot x = 2x^{20} - 3x^{19}$$

$$18. \{ 2x^{20} - 3x^{19} \} \cdot x = 2x^{21} - 3x^{20}$$

$$19. \{ 2x^{21} - 3x^{20} \} \cdot x = 2x^{22} - 3x^{21}$$



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\begin{aligned} 14. \{ \text{ظنا س} \cdot \text{س} \} \\ &= \{ \text{قنا س} (1 - \text{س}) \} = - \text{ظنا س} + \text{س} + \text{س} \\ 15. \{ (3 + 3 \text{ ظا س}) \cdot \text{س} \} &= 2 + 2 (\text{قا س} - 1) \\ &= - (\text{قا س} + 3 \text{ ظا س} - 3) \cdot \text{س} \\ &= \{ 3 \text{ قا س} \cdot \text{س} = 3 \text{ ظا س} + \text{س} \} \\ 16. \{ (\text{قا س} - \text{ظا س}) \cdot \text{س} \} \\ &= \{ \text{قا س} - (\text{قا س} - 1) \cdot \text{س} \} \\ &= \{ (\text{قا س} - \text{قا س} + 1) \cdot \text{س} \} \\ &= 1 \cdot \text{س} = \text{س} + \text{س} \\ 17. \{ (\text{قا س} - \text{ظا س}) \cdot \text{س} \} \\ &= \{ \text{قا س} - (\text{قا س} - 1) \cdot \text{س} \} \\ &= \{ (\text{قا س} - \text{قا س} + 1) \cdot \text{س} \} \\ &= 1 \cdot \text{س} = \text{س} + \text{س} \end{aligned}$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

مثال (٣)

جد قيمة التكاملات التالية :-

$$1. \int \frac{e}{\cos x} dx$$

$$= \int e \sec x dx = \frac{e}{2} \ln |\sec x + \tan x| + C$$

$$2. \int \frac{0}{\sin x} dx$$

$$= \int 0 dx = 0 + C = C$$

$$= \frac{0}{3} \ln |\sin x + \cos x| + C = 0 + C = C$$

$$3. \int \frac{\tan x}{\sin x} dx = \int \frac{\sin x}{\cos x \sin x} dx = \int \frac{1}{\cos x} dx$$

$$= \ln |\sec x + \tan x| + C$$

$$4. \int \frac{\tan x}{\sin x} dx$$

$$= \int \frac{\sin x}{\cos x \sin x} dx = \int \frac{1}{\cos x} dx$$

$$= \ln |\sec x + \tan x| + C$$

$$5. \int \frac{0}{\sin x} dx = \int 0 dx = 0 + C = C$$

$$= 0 - \ln |\sin x + \cos x| + C$$

$$6. (x) = - \cos x - 2$$

$$7. (x) = - \cos x - 2$$

$$8. (x) = - \cos x - 2$$

$$\text{لكن } (x) = \pi = \text{صفر}$$

$$9. \text{صفر} = \pi \times e + \pi \times e - \pi \times e$$

$$= \pi \times e - \pi \times e + \pi \times e$$

$$\leftarrow \pi \times e = \pi \times e$$

$$10. (x) = - \cos x - 2$$

ملاحظة هامة

$$\frac{1}{\sin x} = \csc x \leftarrow \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$\frac{1}{\sin x} = \csc x \leftarrow \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$\frac{1}{\sin x} = \csc x \leftarrow \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

$$\frac{\sin x}{\sin x} = 1 \quad \frac{\cos x}{\cos x} = 1$$



0788656057

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العظمي

$$7. \left[\frac{1 + r + r^2 + r^3 + \dots}{r} \right] \cdot r = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots) \cdot r$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\sqrt{1 + x^2} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2} = \frac{1}{x^2} \sqrt{1 + x^2}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاوي

0788656057

0795656881

$$13. \{ (حاس + حباس) : دس \}$$

$$= \{ (حاس + حاس + حاس + حاس + حاس) : دس \}$$

$$= \{ (1 + حاس) : دس \}$$

$$= \{ 1 + حاس : دس \}$$

$$14. \{ 1 - حاس : دس \}$$

$$حاس : حاس$$

$$الحل = \{ حاس : حاس \}$$

$$= \{ حاس : حاس \}$$

$$= \{ 4 : حاس \}$$

$$= \{ 4 : حاس \}$$

$$15. \{ (حباس - حاس) : دس \}$$

$$= \{ حباس : دس \}$$

$$= \{ 1 : حاس \}$$

$$= \{ (حباس - حاس) : دس \}$$

$$= \{ حاس - حاس : دس \}$$

$$9. \{ 2 حاس : دس \}$$

$$= \{ 2 حاس : دس \}$$

$$1. \{ 3 حاس : دس \}$$

$$الحل = \{ 3 حاس : دس \}$$

$$حاس = 2 حاس : دس$$

$$\leftarrow 1 حاس = حاس : دس$$

$$= \{ 3 \times 1 حاس : دس \}$$

$$= \{ 3 : حاس \}$$

$$لأن \{ 4 حاس : دس \}$$

$$= \{ 1 : حاس \}$$

$$= \{ 1 : حاس \}$$

$$16. \{ حاس : دس \}$$

$$= \{ حاس : دس \}$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\begin{aligned} 18. \{ & \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} - \text{حاس}^{\text{ع}} \} \text{س} \\ & \text{الحل} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} - \text{حاس}^{\text{ع}} \} (\text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} + \text{حاس}^{\text{ع}}) \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \times 1 \} \text{س} \\ & = \frac{1}{2} \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} + \text{ح} \end{aligned}$$

$$19. \{ \frac{2}{1 + \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س}} \} \text{س}$$

$$\begin{aligned} & \text{الحل} \\ & \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} = 2 \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} - 1 \\ & = \{ \frac{2}{1 + \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س}} \} \text{س} \\ & = \{ \frac{1}{\text{حبا}^{\text{ع}} \text{س}} \} \text{س} = \{ \text{قاس}^{\text{ع}} \text{س} \} \end{aligned}$$

$$= \text{ظاس} + \text{ح}$$

$$20. \{ \frac{1}{\text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} + \text{حاس}^{\text{ع}}} \} \text{س}$$

$$\begin{aligned} & = \{ \frac{1}{\text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} - \text{حاس}^{\text{ع}} + \text{حاس}^{\text{ع}} + \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س}} \} \text{س} \\ & = \{ \frac{1}{\text{حبا}^{\text{ع}} \text{س}} \} \text{س} \\ & = \{ \text{قاس}^{\text{ع}} \text{س} \} = \text{ظاس} + \text{ح} \end{aligned}$$

$$17. \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س}$$

$$\begin{aligned} & \text{الحل} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21. \{ & \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} - \text{حاس}^{\text{ع}} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} - \text{حاس}^{\text{ع}} \} \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \\ & = \{ \text{حبا}^{\text{ع}} \text{س} \} \text{س} \end{aligned}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

ملاحظة هامة

إذا كانت الزوايا في البسط مختلفه
عن المقام أولاً نعمل على ان نجعلها
متساوية باستخدام المطابقة
كما في الامثلة السابقة.

$$٢١. \left[\frac{١ + ح٣}{١ + ح٢} \right] \cdot دس$$

$$\frac{\text{الحل}}{=} \left[\frac{١ + ح٣}{١ + ح٢} \right] \cdot دس$$

$$\frac{١}{٢} = \left[\frac{ح٣}{ح٢} + \frac{١}{ح٢} \right] \cdot دس$$

توزيع البسط على المقام

$$\frac{١}{٢} = \left[(ح٣ + ح٢) \cdot دس \right]$$

$$\frac{١}{٢} = (ظ٣ + ح٣) + ح$$

ملاحظة هامة

اين ما نجد الصورة
١ + ح٢ + ح٣
نضرب في المرافق

مثال ٥

حدد قيمة التكافلات التالية

$$١ - \left[\frac{١}{١ + ح٣} \right] \cdot دس$$

الحل

$$= \left[\frac{١}{١ + ح٣} \right] \cdot دس \cdot \frac{١ - ح٣}{١ - ح٣}$$

$$= \left[\frac{١ - ح٣}{١ - ح٣} \right] \cdot دس$$

تبع الحل

$$٢٢. \left[\frac{١ + ح٣}{١ + ح٢} \right] \cdot دس$$

$$= \left[\frac{(١ + ح٣)(١ - ح٢)}{(١ + ح٢)(١ - ح٢)} \right] \cdot دس$$

$$= \left[\frac{(١ - ح٢ + ح٣ - ح٢ح٣)}{(١ - ح٢)(١ - ح٢)} \right] \cdot دس$$

$$= \left[\frac{١ - ح٢ + ح٣ - ح٢ح٣}{(١ - ح٢)(١ - ح٢)} \right] \cdot دس$$

$$= \left[\frac{١ - ح٢ + ح٣ - ح٢ح٣}{(١ - ح٢)(١ - ح٢)} \right] \cdot دس$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\begin{aligned} 1. & \text{ } \left[\frac{\text{قنأس} - \text{ظنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] = \\ 2. & \text{ } \left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] = \\ 3. & \text{ } \left[\frac{\text{ظنأس} + \text{قنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] = \end{aligned}$$

$$4. \left[\frac{\text{قنأس}}{\text{قنأس} + \text{قنأس}} \right] =$$

$$\text{الحل} \left[\frac{\text{قنأس} + \text{قنأس} + \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] = \text{الضرب المرافق}$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} \times \text{قنأس}}{\text{قنأس} - \text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\begin{aligned} 1. & \text{ } \left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] = \\ 2. & \text{ } \left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] = \\ 3. & \text{ } \left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] = \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\text{ظنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس} =$$

$$2. \left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\text{الحل} \left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \times \frac{\text{قنأس} - \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{(\text{قنأس} - \text{قنأس})}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$

$$\left[\frac{\text{قنأس} - \text{قنأس} - \text{قنأس} + \text{قنأس}}{\text{قنأس}} \right] =$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

ملاحظة

إذا كانت الزوايا مختلفة في عملية الضرب نستخدم القوانين التالية:

$$\begin{aligned} 1. \text{حاصل ضرب} &= \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} + \frac{1}{(u-p)}} \\ 2. \text{حاصل ضرب} &= \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} - \frac{1}{(u-p)}} \\ 3. \text{حاصل ضرب} &= \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} + \frac{1}{(u-p)}} \\ 4. \text{حاصل ضرب} &= \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} - \frac{1}{(u-p)}} \end{aligned}$$

مثال ٦

جد التكافلات التالية:

$$1. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} + \frac{1}{(u-p)}}$$

$$2. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} - \frac{1}{(u-p)}}$$

$$3. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} + \frac{1}{(u-p)}}$$

$$4. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} - \frac{1}{(u-p)}}$$

$$5. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} + \frac{1}{(u-p)}}$$

$$6. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} - \frac{1}{(u-p)}}$$

$$7. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} + \frac{1}{(u-p)}}$$

$$8. \text{حاصل ضرب} = \frac{1}{\frac{1}{(u+p)} - \frac{1}{(u-p)}}$$



الوحدة الرابعة / التكامل

0788656057



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال (٣)

الشكل المجاور يمثل بياني الاقترانين

هـ ، اذا علمت ان هـ (س) = ٣س + ٤

هـ (س) = ٣س - ٢ فما قيمة هـ (٥) ؟

الاقتران هـ (س) علماً بان هـ (٢) = ٣

الحل

هـ (س) = ٣س + ٤

هـ (٢) = ٣(٢) + ٤

هـ (٢) = ٦ + ٤

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

هـ (٢) = ١٠

مثال (٤)

اذا كان ميل المحاس لمنحنى هـ (س)

عند النقطة (س، ص) يساوي

(٣ + ٥س + ٢ص) فجد قيمة

الاقتران هـ (س) علماً بان هـ (٢) = ٣

الحل

ميل المحاس = ٣ + ٥س + ٢ص

أي أن هـ (س) = ٣ + ٥س + ٢ص

هـ (س) = ٣ + ٥س + ٢ص

هـ (٢) = ٣ + ٥(٢) + ٢(٠)

هـ (٢) = ٣ + ١٠ + ٠

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣

هـ (٢) = ١٣



رياض، ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التفاضل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

مثال ٥

جد معادلة المنحنى الذي ميل المماس
ليه عند اي نقطه (س، ص) تقطع
بالعلاقه $\frac{ص}{س} = \frac{س^3 + ٨}{س^٢ - ٤س + ٤}$
والذي تقطع محور السينات عند س = ٣

الحل

$$\begin{aligned} \text{مده (س)} &= \frac{س^3 + ٨}{س^٢ - ٤س + ٤} \\ \text{مده (س)} &= \frac{س^3 + ٨}{س^٢ - ٤س + ٤} \cdot \frac{س}{س} \\ &= \frac{س(س^3 + ٨)}{س(س^٢ - ٤س + ٤)} \end{aligned}$$

$$= \frac{س(س + ٤) \cdot س}{س(س^٢ - ٤س + ٤)}$$

$$= \frac{س^٢(س + ٤)}{س(س^٢ - ٤س + ٤)}$$

لكن (٣، ٨) نقطة التماس مع محور
السينات $\leftarrow$ مده (٣) =

$$\text{مده (٣)} = \frac{٩}{٢} + ٦ + ٤ =$$

$$\text{صفر} = \frac{٩}{٢} + ٦ + ٤ = \frac{٩}{٢} + ١٠ = \frac{٢٩}{٢}$$

$$\text{مده (س)} = \frac{س^٢}{٣} - ٤س + \frac{٨}{٣}$$

مثال ٦

اذا علمت ان مده (س) = $٣س + ١$
فجد مده (٢) علماً بان مده (٠) = ١
مده (٠) = صفر

الحل

$$\text{مده (س)} = (٣س + ١) \cdot س$$

$$\text{مده (س)} = \frac{٣}{٢}س^٢ + س + ١$$

$$\text{مده (٠)} = \text{صفر} = ٠ + ٠ + ١ = ١$$

$$١ = \text{صفر}$$

$$\text{مده (س)} = \frac{٣}{٢}س^٢ + س + ١$$

$$\text{مده (س)} = \frac{٣}{٢}(س^٢ + \frac{٢}{٣}س + \frac{٢}{٣}) \cdot س$$

$$= \frac{٣}{٢}س^٣ + س^٢ + \frac{٢}{٣}س$$

$$\text{مده (س)} = \frac{١}{٣}س^٣ + \frac{١}{٢}س^٢ + \frac{٢}{٣}س + ١$$

$$\text{لكنه مده (٠)} = ١$$

$$١ = ١ \leftarrow ١ = ١ + ٠ + ٠$$

$$\text{مده (س)} = \frac{١}{٣}س^٣ + \frac{١}{٢}س^٢ + \frac{٢}{٣}س + ١$$

$$\text{مده (٢)} = \frac{٨}{٣} + \frac{١}{٢} \cdot ٤ + ١ + ١ =$$

$$= \frac{٢٩}{٦}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

مثال (١٤)

إذا كانت المشتقة الثانية $f''(x) = 2$ عند أي نقطة (x, y) وكان ميل المماس عند النقطة $(2, 1)$ يساوي ١٠ حدد قاعدة الاقتران f .

الحل

$$f'(x) = f'(2) = 10 \Rightarrow f'(x) = 2x + 6$$

لكن ميل المماس $= f'(2) = 10$

عند $(2, 1) \Rightarrow f'(2) = 10$

$$10 = 2 \times 2 + 6 \Rightarrow 10 = 10$$

$$f'(x) = 2x + 6 \Rightarrow f(x) = x^2 + 6x + C$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 4 + 12 + C = 1 \Rightarrow C = -15$$

$$f(x) = x^2 + 6x - 15$$

$$f'(x) = 2x + 6 \Rightarrow f'(2) = 10$$

لكن $f'(2) = 10$

$$10 = 2 \times 2 + 6 \Rightarrow 10 = 10$$

$$f(x) = x^2 + 6x - 15$$

$$f'(x) = 2x + 6 \Rightarrow f'(2) = 10$$

مثال (١٥)

إذا كانت المشتقة الأولى للأقتران f هي $f'(x) = 2x - 6$ وكانت قيمته الصغرى المحلية $\vee$ حدد قاعدة f .

الحل

$$f'(x) = 2x - 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \text{قيمة صغرى محلية}$$

$$f(3) = \vee \Rightarrow f(3) = 9 + 6 \times 3 + C = \vee$$

$$f(x) = x^2 - 6x + C$$

لكن له قيمة صغرى محلية

$$f'(x) = 2x - 6 \Rightarrow f'(3) = 0$$

$$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \text{قيمة صغرى محلية}$$

$$f(3) = \vee \Rightarrow f(3) = 9 - 18 + C = \vee$$

$$f(x) = x^2 - 6x + C$$

$$f'(x) = 2x - 6 \Rightarrow f'(3) = 0$$

$$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \text{قيمة صغرى محلية}$$

$$f(3) = \vee \Rightarrow f(3) = 9 - 18 + C = \vee$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

0788656057

0795656881

تطبيقات فيزيائية

مثال ①

إذا كان تسارع جسم (ب) بعد (ن).
ثانيه يعطى بالعلاقة $v = u + at$
فاوجد المسافة التي يقطعها الجسم بعد
مرور ٣ ثواني من بدء حركته علماً بأن
سرعة الابتدائية ٢ م/ث وأنه قطع
مسافة ٢١ م في أول ثانيتين من الحركة

الحل

$v = u + at$
 $v = 2 + a(3)$
 $v = 2 + 3a$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$21 = 2(3) + \frac{1}{2}a(3)^2$

$21 = 6 + \frac{9}{2}a$

$21 - 6 = \frac{9}{2}a$

$15 = \frac{9}{2}a$

$15 \times \frac{2}{9} = a$

$a = \frac{10}{3}$

$v = 2 + \frac{10}{3}(3)$

$v = 2 + 10 = 12$

١) في (ن) = ع (ن)

ع (ن) = ن (ن)

٢) في (ن) = ع (ن) + ن (ن)

ع (ن) = ن (ن) + ن (ن)

في ع ← ن اشتقاق

ن ← ع ← ف تكامل

ملاحظة

• يصل الجسم الى اقصى ارتفاع ع =

• السرعة الابتدائية = ع (٠)

• عندما يتحرك الجسم من السكون

تكون ع = ع (٠) = صفر
ابتدائية



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

سؤال ٥

تذف جسم رأسياً إلى أعلى بسرعة

ابتدائية مقدارها ٤٠ م/ث ويتسارع

مقداره (١٠ م/ث^٢) إذا كان ارتفاعه

عن سطح الأرض بعد ثانيه من حركته

يساوي (٨٠ م) فأوجد أقصى ارتفاع

يصله الجسم عن سطح الأرض

الحل

١. - = ١٠

ع (ن) = ١٠ - ١٠ = ٠ + ١٠ = ١٠

ع ابتدائية = ٤٠ = ٠ + ١٠ = ١٠

ع (ن) = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

ف (ن) = ٥٠ - ١٠ = ٤٠

ف (ن) = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

ولكن ف (١) = ٨٠

٨٠ = ٤٠ + ٠ + ٠ = ٤٠

٤٥ = ٤٠

ف (ن) = ٤٥ - ١٠ = ٣٥

وعندما يصل الجسم أقصى ارتفاع

فإن ع = صفر

← ٠ = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

← ٤٠ = ١٠ + ٣٠ = ٤٠

ف (ع) = ٤٠ - ١٦ + ٤٠ = ٤٠

← ٤٠ = ٤٠ + ١٦ + ٨٠ = ١٦٤

سؤال ٣ وزارة (٢٠١٣) صيف

قذفت كرة من قمة برج ارتفاعه ٤٥ م

عن سطح الأرض إلى أعلى بسرعة ابتدائية

مقدارها ٤٠ م/ث ويتسارع مقداره

(١٠ م/ث^٢) جد الزمن الذي استغرقته

الكرة لتعود إلى سطح الأرض ؟

الحل

١. - = ١٠

ع (ن) = ١٠ - ١٠ = ٠ + ١٠ = ١٠

ع ابتدائية = ٤٠ = ٠ + ١٠ = ١٠

ع (ن) = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

ف (ن) = ٥٠ - ١٠ = ٤٠

ف (ن) = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

ف (ن) = ٥٠ - ١٠ = ٤٠

ف (ن) = ٤٠ + ١٠ = ٥٠

وعندما يعود الجسم إلى سطح الأرض

فإن ارتفاع الجسم عن سطح الأرض = صفر

← ٠ = ٤٠ + ١٠ = ٥٠



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

$$\begin{aligned} 1.6 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \times 2 &= \\ 1.6 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \times 2 &= \\ \text{لكن ع (9)} &= 0. \\ 0. &= 1.6 + 9 \times \frac{1}{2} + 9 \times 2 \\ 0. &= 1.6 + \frac{9}{2} + 18 \\ \text{ع (ان)} &= 4 = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \times 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ف (ن)} &= \left(4 = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \times 2 \right) \\ 4 &= \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \times 2 \\ 4 &= \frac{1}{2}n + n \\ 4 &= \frac{3}{2}n \\ \text{لكن ف (4)} &= 22 \\ 22 &= \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \times 2 \\ 22 &= \frac{3}{2}n \\ \leftarrow 22 &= \frac{3}{2}n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ف (ن)} &= \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}n \times 2 \\ 22 &= \frac{3}{2}n \\ \text{ثم نجد ف (9)} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \leftarrow 5n^2 + 4n + 5 &= \text{صفر} \\ \text{بالقسمة على (-5)} & \\ \leftarrow n^2 - 8n - 9 &= \text{صفر} \\ (n-9)(n+1) &= \text{صفر} \\ n=9 \text{ أو } n=-1 & \end{aligned}$$

مسألة (٤) وزارة (٢٠١٤) شتوية
تحرّكت كره من السكون على سطح مسطح
تسارع مقداره $\left(\frac{5}{3} + n\right)$ م/ث^٢ حيث
ن الزمن بالثواني ما فاذا علمت ان سرعة
الكره (٥٠) م/ث عندما ن = ٩ ثانية
وان الكره قطعت مسافة مقدارها
(٢٢) متراً بعد (٤) ثواني من بدء
الحركة ما جد المسافة التي قطعتها
الكره بعد (٩) ثواني من بدء حركتها
اكمل

$$n \text{ ان } = \frac{5}{3} + n$$

$$\begin{aligned} \text{ع (ن)} &= \left(\frac{5}{3} + n \right) \\ &= \left(\frac{5}{3} + n \right) \end{aligned}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مشتقة التفاضل غير المحدود

$$4. \quad \left[\sqrt[2]{x^2 + x^3 + 5} \right]' = \frac{2x + 3x^2}{2\sqrt{x^2 + x^3 + 5}}$$

$$\text{كل حد } \frac{d}{dx} \text{ عند } x = -1$$

$$\frac{2x + 3x^2}{2\sqrt{x^2 + x^3 + 5}} = \frac{2(-1) + 3(-1)^2}{2\sqrt{(-1)^2 + (-1)^3 + 5}} = \frac{-2 + 3}{2\sqrt{1 - 1 + 5}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$\frac{d}{dx} \sqrt[3]{x^3 - 1} = \frac{3x^2}{3\sqrt[3]{x^3 - 1}} = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 - 1}}$$

ملاحظة

إذا كان $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ (س) هـ (س) د

فإن $f'(x) = \frac{1}{n} \cdot \frac{g'(x)}{\sqrt[n]{g(x)^{n-1}}}$ (س) هـ (س) د

مشتقة ماد داخل التفاضل غير المحدود
يساري ماد داخل التفاضل دون اشتقاقه

مثال ①

$$1. \quad \left[(x^2 + 6) \cdot x^5 \right]' = (2x) \cdot x^5 + (x^2 + 6) \cdot 5x^4 = 2x^6 + 5x^4(x^2 + 6) = 2x^6 + 5x^6 + 30x^4 = 7x^6 + 30x^4$$

كل حد (س) د

$$2. \quad \frac{d}{dx} (x^2 + 6) = 2x$$

$$3. \quad \frac{d}{dx} (x^5) = 5x^4$$

كل حد (س) د

الكل

$$\frac{d}{dx} (x^2 + 6) = 2x$$

$$3. \quad \left[\frac{x^3}{1 + x^2} \right]' = \frac{3x^2(1 + x^2) - x^3(2x)}{(1 + x^2)^2} = \frac{3x^2 + 3x^4 - 2x^4}{(1 + x^2)^2} = \frac{3x^2 + x^4}{(1 + x^2)^2}$$

كل حد (س) د

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3}{1 + x^2} \right) = \frac{3x^2(1 + x^2) - x^3(2x)}{(1 + x^2)^2} = \frac{3x^2 + 3x^4 - 2x^4}{(1 + x^2)^2} = \frac{3x^2 + x^4}{(1 + x^2)^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3}{1 + x^2} \right) = \frac{3x^2 + x^4}{(1 + x^2)^2}$$

مثال ②

$$1. \quad \left[(x^2 + 6) \cdot x^5 \right]' = (2x) \cdot x^5 + (x^2 + 6) \cdot 5x^4 = 2x^6 + 5x^4(x^2 + 6) = 2x^6 + 5x^6 + 30x^4 = 7x^6 + 30x^4$$

كل حد (س) د

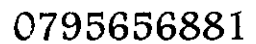
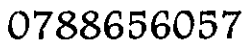
الكل

بإستخدام الطرفين

$$\frac{d}{dx} (x^2 + 6) = 2x$$

$$\frac{d}{dx} (x^5) = 5x^4$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3}{1 + x^2} \right) = \frac{3x^2(1 + x^2) - x^3(2x)}{(1 + x^2)^2} = \frac{3x^2 + 3x^4 - 2x^4}{(1 + x^2)^2} = \frac{3x^2 + x^4}{(1 + x^2)^2}$$





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

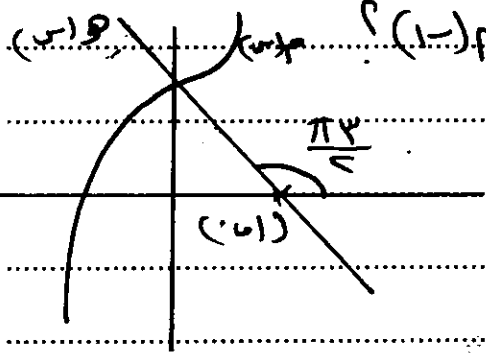
الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

ورقة عمل

٥. الشكل المجاور يمثل منحنى
م (س) ، هو (س) ، حيث م (س)
اقتريانه بدائي له (س) = ٣ س
اوحد م (س) ؟ (س) (س)



٦. اذا كان م (س) ، م (س) ، اقتريانه
بدائين للاقتريانه م (س) وكان
م (س) = س - ٥ + ٧ اوحد
قاعدة م (س) علماً بان
م (١) = ٩

٧. وزارة (٨٠٠٨٠٠)

اذا كان [م (س) ، س]
= م (س) - ٥ + ٧
اوحد م (س) (π)

١. اذا كان م (س) ، اقتريانه بدائي
للاقتريانه م (س) المتصل على مجاله
حيث م (س) = ٤ - س - ٢ س فاوحد
م (س)

٢. اذا كان م (س) ، اقتريانه بدائين
للاقتريانه م (س) المتصل على مجاله
وكان

ل (س) = م (س) - ٢ م (س) - ٣ م (س)
فاوحد ل (π)

٣. اذا كان م (س) = ظاس ، وكان
م (س) هو الاقتريانه البدائي للاقتريانه
م (س) ، فاوحد م (س)

٤. اذا كان م (س) كثير حدود من
الدرج الثاني وكان
م (س) = [م (س) ، س] حيث
ان م (٠) = ٥ ، م (٢) = ١
م (٥) = ٦ اوحد م (س)



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

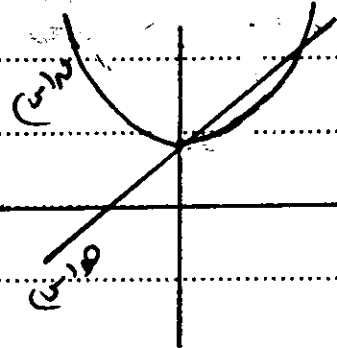


الثاني الثانوي العلمي

0795656881

١٥. قذف جسم رأسياً إلى أعلى من سطح بارتفاع ٤٠ م عن سطح الأرض بسرعة ٣٠ م/ث. فكان تسارعه -١٠ م/ث^٢. النقطة $(٥٠, ١)$ ميله $= ٢$ اوجد
حد سرعة جسم لحظة اصطدامه بالأرض. (هـ.س)

١٦. في الشكل المجاور إذا كانت
هـ.س $= ٢$ ، هـ.س $= ٦$ ، هـ.س $= ١ + ٣$
حد هـ.س (٢)



الجواب $\frac{٥}{٦}$ هـ.س $+ ٨$

١٧. فسارة (١٤.٢) شوي

إذا كانت هـ.س $= ٦$ هـ.س $= ١$
هـ.س $(١١) = ١ - ١$ هـ.س $(١١) = ١$
حد قاعدته اللابسي (هـ.س)
الجواب

هـ.س $= -١ - ١ - ١ - ١ - ١$

١٧. إذا كانت هـ.س $= ٦$ حد
هـ.س (١) علماً بأن منحنى هـ.س يمر
بالنقطتين $(٥٠, ١)$ و $(٣٦, ١)$

١٨. إذا كانت هـ.س $= ٦$ هـ.س
وكان $٢ = ٥ + ٥ = ٥$ عمودياً على
منحنى هـ.س عند $١ - ١$
حد هـ.س



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

الدرس الثالث

التكامل المحدود

تعريف :-

ملاحظة هامة

إذا كان f (س) اقتراناً بدائياً لـ g (س)

١. في التكامل المحدود لدينا

فإن التكامل المحدود هو :-

لأنه يتم حذفها دائماً

$$U \leftarrow \text{محدود علوي}$$

$$[f(s) = g(s)]$$

٢. دائماً نعوض الحد الأعلى

$U \leftarrow \text{محدود سفلي}$

— نعوض الحد الأدنى

$$= m(U) - m(P)$$

— نعوض العلوي - نعوض السفلي

٣. قواعد التكامل المحدود هي

وصفا نقوم بإجراء التكامل تماماً كما

نفس قواعد التكامل غير المحدود

في التكامل غير المحدود ولكنه بدون أن

نكتب ثابت التكامل (ح) بل نقوم صفنا

بالنعوض

مثال ①

$$\text{إذا كان } f(s) = 6 \text{ و } g(s) = 1$$

التكامل المحدود للأقتران $f(s)$

$$\text{أو } g(s) = 1 \text{ و } f(s) = 6$$

في الفترة $[U, P]$ هو

$$U \leftarrow \text{محدود علوي}$$

$$[f(s) = g(s)]$$

$$P \leftarrow \text{محدود سفلي}$$

$$\text{اقل}$$

$$= m(s) = \frac{4}{3} = m(s) - m(s) = 0$$

$$= m(s) - m(s) = 0$$

$$0 = 0 - 1 = -1$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال ٤

$$\int_{-2}^7 (x-6) dx = \left[\frac{x^2}{2} - 6x \right]_{-2}^7 =$$

$$= (18 - 42) - (2 - 12) = -24 + 10 = -14$$

مثال ٥

$$\int_{-1}^2 \frac{1}{x^3} dx = \left[-\frac{1}{2x^2} \right]_{-1}^2 = -\frac{1}{2 \cdot 4} - \left(-\frac{1}{2 \cdot 1} \right) = -\frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

مثال ٣

$$\int_{-3}^1 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-3}^1 = \frac{1}{3} - \left(-\frac{27}{3} \right) = \frac{1}{3} + 9 = \frac{28}{3}$$

مثال ٦

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x dx = \left[\ln |\sin x| \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \ln 1 - \ln \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 - (-\frac{1}{2} \ln 2) = \frac{1}{2} \ln 2$$

مثال ٤

$$\int_{-1}^2 \frac{4}{x^3} dx = \left[-\frac{2}{x^2} \right]_{-1}^2 = -\frac{2}{4} - \left(-\frac{2}{1} \right) = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$$

مثال ٥

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = \left[-\cot x \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -1 - \left(-\sqrt{3} \right) = \sqrt{3} - 1$$

$$\int_{-1}^2 \frac{5}{x^3} dx = \left[-\frac{5}{2x^2} \right]_{-1}^2 = -\frac{5}{8} - \left(-\frac{5}{2} \right) = -\frac{5}{8} + \frac{20}{8} = \frac{15}{8}$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{3} - 1) = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{3} - 1) = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال ١٠ (وزارة ٢٠١١)

جد في حاس حباس وس

اكل $\frac{\pi-}{2}$

في (حاس حباس) وس

ولكن $\frac{1}{2}$ حاس = حاس حباس

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left(\frac{1}{2} \text{ حاس} \right) \text{ وس} = \int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left(\frac{1}{2} \text{ حاس} \right) \text{ وس} =$

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 - \text{حباس}) \right) \text{ وس} =$

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left(\frac{1}{8} (1 - \frac{1}{2} \text{ حباس}) \right) \text{ وس} =$

$= \frac{1}{8} \left(\left(\frac{\pi-}{3} - \frac{\pi-}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi-}{3} - \frac{\pi-}{2} \right) \right) =$

$= \frac{1}{8} \left(\left(\frac{\pi-}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{\pi-}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi-}{3} \times \frac{1}{2} - \frac{\pi-}{2} \right) \right) =$

$= \frac{1}{8} \left(\frac{\pi-}{3} + \frac{\pi-}{2} \right) =$

لأن حاس = حاس = حاس = حاس

$\frac{\pi-}{2} =$

مثال ٨

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} (س^2 + س) \text{ وس} =$

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left[\frac{س^3}{3} + \frac{س^2}{2} \right] \text{ وس} =$

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) =$

مثال ٩

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left(1 - \frac{س}{\sqrt{س}} + \frac{1}{س} \right) \text{ وس} =$

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left(1 - س^{\frac{1}{2}} + س^{-1} \right) \text{ وس} =$

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left[س - س^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{س} \right] \text{ وس} =$

$\int_{\frac{\pi-}{2}}^{\frac{\pi-}{3}} \left[س - س^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{س} \right] \text{ وس} =$

$= \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) =$

$= \frac{27}{32} =$



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومنازل جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

سؤال ١١ (وزارة ٢٠١٠)

$$\text{جد } \frac{\pi}{4} \quad \frac{1}{\frac{\pi}{4} - \sqrt{3}}$$

$$\text{اكل } \frac{\pi}{4} \quad \frac{2}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{2}{1 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 - \sqrt{3}} \quad \text{نوزع بس } \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 - \sqrt{3}} \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 - \sqrt{3}}$$

$$= (-\sqrt{3} - 6) - (-\sqrt{3} - 6) = (-\sqrt{3} - 6) - (-\sqrt{3} - 6)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) - \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} + 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

سؤال ١٢

$$\text{جد } \frac{\pi}{4} \quad \frac{1}{\frac{\pi}{4} - \sqrt{3}}$$

$$\text{اكل } \frac{\pi}{4} \quad \frac{2}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{2}{1 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 - \sqrt{3}} \quad \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 - \sqrt{3}}$$

سؤال ١٣ (وزارة ٢٠٠٣)

$$\text{اذا كان } \frac{\pi}{4} \quad \frac{1}{\frac{\pi}{4} - \sqrt{3}}$$

$$\text{اكل } \frac{\pi}{4} \quad \frac{2}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{2}{1 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\pi}{4} \quad \frac{3}{1 - \sqrt{3}}$$

سؤال ١٤



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\frac{c}{1+n} = \frac{1+n}{(1-)} - \frac{1}{1+n} \leftarrow$$

ونضرب المعادلة في (1+n) $\leftarrow$

$$1 = \frac{1+n}{(1-)} - 1 \leftarrow c = \frac{1+n}{(1-)} - 1 \leftarrow 1 = \frac{1+n}{(1-)} \leftarrow$$

$\leftarrow$ ن + 1 عدد فردي $\leftarrow$ ن = عدد زوجي

$\leftarrow$ ن = 3 ؟ 4 ؟ 5 ؟ 6 ؟ 7 ؟ 8 ؟ 9 ؟ 10 ؟

سؤال (15)

جد قاعدة كثير حدود من الدرجة

الأولى بحيث يكون

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

الحل

$$نُفرض انه (س) = س + ن$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$\leftarrow$ تتبع الحل

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

سؤال (14) (وزارة 2000)

اذا كان ن عدداً صحيحاً موجباً فما

هي مجموعة قيم ن بحيث ان

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

الحل

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$

$$1 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 2 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 3 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 4 - \frac{1}{n} = 0.5 \quad 5 - \frac{1}{n} = 0.5$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

$$f(s) = (1+s) \cdot s$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow \text{ولكن } f(0) = 0$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

مثال (١٧)

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

الكل

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

مثال (١٦) (وزارة ٢٠١١)

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

الكل

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$f(s) = s + s^2 = 0 \quad \leftarrow$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ١٨ وزارة (٢٠٩) ن

إذا كان x هو افتراضاً فصيلاً على

محاله و كان

$\{ \text{هـ (س)} \} \text{س} = \text{قأس} - \text{ظأس} + \text{س}$

خارج $\{ \text{هـ (س)} \} \text{س}$

الكل

$\text{قأس} = 1 + \text{ظأس}$

$\text{س} = \text{قأس} - \text{ظأس} = 1$

$\{ \text{هـ (س)} \} \text{س} = 1 + \text{س}$

باعتبار الطرفين

$\text{هـ (س)} = \text{س} \leftarrow \text{هـ (س)} = 2$

$\{ \text{هـ (س)} \} \text{س} = \text{س} \leftarrow \text{هـ (س)} = 2$

$\text{س} = 2 - 2 = 0$

مثال ١٩

جد قيمة التكاملات التالية

$\int_0^1 x^2 \text{س} = 3 = (2-0) \cdot 3 = 6$

$\int_0^2 x^2 \text{س} = 4 = (2-0) \cdot 4 = 8$

$2 = 0 \times 4 = 0$

مثال ٢٠

اوجد قيمة الثابت P فيما يلي

$\int_0^1 x^3 \text{س} = P = 8$

$8 = P \leftarrow 8 = (1-0) \cdot P$

$8 = P$

$\int_0^1 x^3 \text{س} = 7 = P$

$7 = P \leftarrow 7 = (P - P) \cdot 3$

$\int_0^1 x^3 \text{س} = 0 = P + 1$

$0 = (P - 1 - P + 1) \cdot 0$

$0 = (P + 1) \cdot 0$

$30 = P \cdot 1 \quad 0 = P \cdot 1 + 0$

$\frac{1}{P} = P$

قاعدة

$\int_0^1 x^p \text{س} = \frac{1}{p+1} (1 - 0) = \frac{1}{p+1}$

$\text{ثابت (الاعلى - الادنى)}$



0795656881

51



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي الطمي

0795656881

خواص التكامل المحدود

خاصية ①

$$\begin{aligned} & \int_0^c (f(x) + g(x)) dx = \int_0^c f(x) dx + \int_0^c g(x) dx \\ & \int_0^c [3x^2 + 9 + 14x] dx = \\ & = \left(\frac{3x^3}{3} + 9x + \frac{14x^2}{2} \right) \Big|_0^c \\ & = (c^3 + 9c + 7c^2) - (0 + 0 + 0) \\ & = c^3 + 9c + 7c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_0^c f(x) dx = \int_0^c f(x) dx \\ & \text{إخراج الثابت خارج التكامل} \end{aligned}$$

$$\int_0^c (f(x) \pm g(x)) dx = \int_0^c f(x) dx \pm \int_0^c g(x) dx$$

$$\begin{aligned} & \int_0^c f(x) dx \pm \int_0^c g(x) dx = \\ & \text{توسيع التكامل على الجمع والطرح} \end{aligned}$$

مثال ②

$$\begin{aligned} & \text{إذا كان } \int_0^c f(x) dx = 9 \text{ اوجد مايلي} \\ & \int_0^c (3f(x) + 1) dx = \\ & \int_0^c (3f(x) + 1) dx = 3 \int_0^c f(x) dx + \int_0^c 1 dx \\ & = 3(9) + \left(x \right) \Big|_0^c \\ & = 27 + (c - 0) \\ & = 27 + c \end{aligned}$$

$$\int_0^c (f(x) + g(x)) dx = \int_0^c f(x) dx + \int_0^c g(x) dx$$

$$\int_0^c (f(x) + g(x)) dx = \int_0^c f(x) dx + \int_0^c g(x) dx$$

$$\int_0^c [3x^2 + 9 + 14x] dx =$$

$$\begin{aligned} & (c^3 + 9c + 7c^2) - (0 + 0 + 0) = \\ & = c^3 + 9c + 7c^2 \\ & = 13 \end{aligned}$$

مثال ③

$$\begin{aligned} & \text{إذا كان } \int_0^c f(x) dx = 14 \text{ اوجد مايلي} \\ & \int_0^c (f(x) + g(x)) dx = \int_0^c f(x) dx + \int_0^c g(x) dx \\ & = 14 + \int_0^c g(x) dx \end{aligned}$$

$$\int_0^c (3f(x) + 1) dx = 3 \int_0^c f(x) dx + \int_0^c 1 dx$$

$$\begin{aligned} & 9 \times c + 14 \times 3 = \\ & 7 = 18 + 42 \end{aligned}$$



رياض و مدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ٣

إذا كان

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

فاوجد

اكل

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$12 = \int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = \int_1^2 (2x^2 - 7 + \frac{1}{x}) dx$$

$$12 = \int_1^2 (2x^2 - 7 + \frac{1}{x}) dx = \int_1^2 (2x^2 - 7) dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx$$

$$12 = \left[\frac{2}{3} x^3 - 7x \right]_1^2 + \left[\ln x \right]_1^2$$

$$12 = \left(\frac{2}{3} \cdot 8 - 14 \right) - \left(\frac{2}{3} - 7 \right) + (\ln 2 - \ln 1)$$

$$\frac{1}{3} = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$$

$$\ln 2 = \frac{1}{3}$$

$$\ln 2 = \frac{1}{3}$$

$$\ln 2 = \frac{1}{3}$$

$$\ln 2 = \frac{1}{3}$$

$$\ln 2 = \frac{1}{3}$$

مثال ٤

إذا كان

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

اكل

معطيات

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$

$$\int_1^2 (2x^2 + \frac{1}{x} - 7) dx = 12$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

مثال ①

حدد قيمة التكاملات التالية:

$$1. \int_2^3 (s^3 - 5s^2 + 4s + 1) ds$$

= صفر

$$2. \int_1^6 \frac{s^3 - 5s^2 + 4s + 1}{s^2 + 5} ds = \text{صفر}$$

$$3. \text{إذا كان } \int_2^3 f(s) ds = \text{صفر}$$

فما هو حد قيم $\int_2^3 f(s) ds$ (اكتب القيمة المتوقعة)

$$4. \int_2^3 f(s) ds = 4 \text{ لأن } \int_2^3 f(s) ds = \text{صفر}$$

$$5. \text{إذا كان } \int_1^6 f(s) ds = \text{صفر}$$

فما هو حد قيم $\int_1^6 f(s) ds$ ؟

اكتب

$$\int_1^6 f(s) ds = \int_1^6 \left[\frac{s^2}{2} - \frac{1}{s} \right] ds = \text{صفر}$$

$$\frac{s^2}{2} - \frac{1}{s} = \text{صفر}$$

$$\frac{s^2}{2} = \frac{1}{s} \Rightarrow s^3 = 2 \Rightarrow s = \sqrt[3]{2}$$

خاصية ②

$$1. \int_a^b f(s) ds = \text{صفر}$$

$$2. \int_a^b f(s) ds = - \int_b^a f(s) ds$$

ملاحظة

1. إذا تساوى حد التكامل فإن

التكامل = صفر والعكس غير صحيح

أي أنه إذا كان جواب التكامل يساوي

صفر فليس شرطاً أن الحدين

(الأعلى والادنى) متساويان

2. عند قلب حدود التكامل فإن

إشارة التكامل تتغير

مثال:

$$\int_3^5 (5 - s) ds = 0$$

$$\int_5^3 (5 - s) ds = 0 - 0 = 0$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

٢. إذا كان $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$

اوجد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$

٣. إذا كان $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 7$ ، $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$

اوجد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$

٤. إذا كان $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$

اوجد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$

ملاحظة

يجب الانتباه الى حدود التكامل وما داخل التكامل

٥. إذا كان $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 3x) = 5$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

ما وجد قيم الثابت ؟

الحل $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 3x) = 5$

$\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 3x) = 2(1)^2 + 3(1) = 5$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3}{5}$

نستخدم القسمة التكرارية

٤	٠	٣	١
٤	٤	١	
٠	٤	٤	١

$= (4 + 4 + 4) (1 - 4)$

$= (4 + 4) (2 + 4) (1 - 4)$

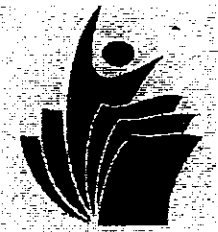
$4 - 4 = 0$

مثال ٦

١. إذا كان $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$

اوجد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)}$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{5}{3}$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

سؤال (٣)

إذا كان

$$\int_1^3 f(x) dx = 6 \quad \int_1^2 f(x) dx = 1$$

فاوجد $\int_2^3 f(x) dx$ (هو (س) - (س) + (س) - (س) = ٥

اكمل

من المعطيات $\int_1^3 x dx = 10$

$$\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \Rightarrow 5 = \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 5 - \int_1^2 f(x) dx = 5 - 5 = 0$$

$$\int_1^2 f(x) dx = 5 - \int_1^2 f(x) dx = 5 - 5 = 0$$

$$\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 5 + 0 = 5$$

$$(10 - 9) - (5 - 1) + 10 + 0 = 5$$

$$343 = 10 + 0 = 5$$

$$3 = 5$$

٤. إذا كان $\int_1^4 f(x) dx = 8$ فما وجد $\int_1^2 f(x) dx$ (س) - (س) = ٤

اكمل

$$\int_1^4 f(x) dx = 8 \Rightarrow 8 = 8$$

$$\int_1^4 f(x) dx = 8 \Rightarrow 8 = 8$$

$$\int_1^4 f(x) dx = 8 \Rightarrow 8 = 8$$

٥. إذا كان $\int_1^6 f(x) dx = 6$

فاوجد $\int_1^3 f(x) dx$ (س) - (س) = ٥

اكمل

$$\int_1^6 f(x) dx = 6 \Rightarrow 6 = 6$$

$$\int_1^6 f(x) dx = 6 \Rightarrow 6 = 6$$

$$\int_1^6 f(x) dx = 6 \Rightarrow 6 = 6$$

$$\int_1^6 f(x) dx = 6 \Rightarrow 6 = 6$$

$$(5 - 2) - 3 = 0$$

$$3 = 6 + 3 = 9$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

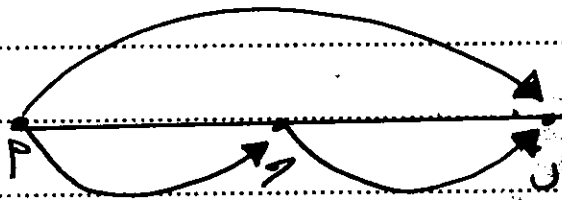
0795656881

0788656057

خاصية ٣

خاصية الاضافة ١-

$$\int_p^u f(x) dx = \int_p^q f(x) dx + \int_q^u f(x) dx$$



$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$$

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^{-1/2} f(x) dx + \int_{-1/2}^0 f(x) dx$$

$$\int_2^5 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = \int_3^5 f(x) dx$$

$$\int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = \int_0^5 f(x) dx$$

$$\int_c^c f(x) dx = 0$$

مثال ٤ وزارة (١٠٠٠)
 اذا كان $\int_{\pi/4}^{\pi/2} f(x) dx = 5$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} f(x) dx = 5$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} f(x) dx + \int_{\pi/2}^{\pi/4} f(x) dx = 5 + (-5) = 0$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} f(x) dx - \int_{\pi/2}^{\pi/4} f(x) dx = 5 - (-5) = 10$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} (f(x) - f(x)) dx = \int_{\pi/4}^{\pi/2} 0 dx = 0$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} 1 dx = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \times 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi c}{4} =$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

الحل

$$37 = \left[\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right]$$

$$37 = \left[\begin{matrix} 6 \\ 2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right]$$

$$37 = (6-20) + \left[\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right]$$

$$16 = 37 - 20 = \left[\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right]$$

$$\left[\begin{matrix} 5 \\ 2 \end{matrix} \right] + \left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} 9 \\ 2 \end{matrix} \right]$$

$$9 = 16 + 7 =$$

مثال (١) فزارة (٢، ٣)

إذا كان $\left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] = 5$

$$\left[\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} \right] = 5$$

$$8 = 5 + 3 =$$

حل آخر

مثال (٣) فزارة (٧، ٤)

إذا كان $\left[\begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix} \right] = 5$

$$\left[\begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix} \right] = 5$$

$$0 = 5 + 3 =$$

الحل

$$\left[\begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix} \right] = 5$$

$$8 = 5 + 3 =$$

$$\left[\begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix} \right] = 5$$

$$9 = 0 + 1 + 8 =$$

$$9 - 8 = 1$$

مثال (٤) فزارة (٤، ٣)

إذا كان $\left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right] = 5$

$$\left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right] = 5$$

$$7 = 5 + 2 =$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال (٤) (وزارة ٢٠١٦)

إذا كان $\{a_n\}$ متنازلاً قابلاً للتكامل على إلفته $\{b_n\}$ تنتمي إليها الأعداد

$a_1, a_2, a_3, \dots$ فما وجد

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

اكمل

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

مثال (٥)

١. اوجد قيمة المقدار

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 5n) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 + 5 \sum_{n=1}^{\infty} n$$

اكمل

ب خاصية الاضافة

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 5n) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 + 5 \sum_{n=1}^{\infty} n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 5n) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 + 5 \sum_{n=1}^{\infty} n$$

$$77 = (1+8) - (9+64) =$$

ملاحظة هامة

يُشرط خاصية الاضافة ان

يكون ما داخل التكامل نفس

المقدار

مثال (٥) (وزارة ٢٠١٦)

إذا كان $\{a_n\}$ متنازلاً قابلاً للتكامل على $\{b_n\}$ وكان

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

فما وجد قيمة $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

$$1 = 0 \quad 0 = 1$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

تكامل الاقتارات المتشعبة

$$\left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{مد (س)}} = \left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$14 = (18 - 3c) = \left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س}} =$$

ملاحظة هامة

في الاقتارات المتشعبة نستخدم خاصية الاضافة اذا لزم الامر ويجب اعادة تعريف القيمة المطلقة واكثر عدد صحيح.

مثال ①

اذا كان

$$\left[\begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س}} = \left[\begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

احد

$$\left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{مد (س)}} = \left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{مد (س)}} = \left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

اكثر

$$\left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س}} = \left[\begin{matrix} 4 \\ 3 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$

$$\left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}} = \left[\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right]_{\text{س. س}}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x^2 - 1}{x - 1} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

مثال ٣) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

مثال ٤) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

مثال ٥) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

مثال ٦) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

مثال ٧) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

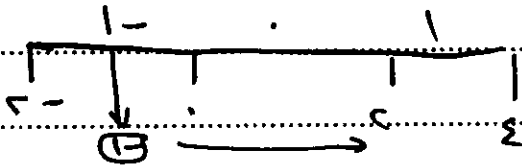
الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال (١١) $\left[\frac{x}{x-2} \right]$ طول البرص = ٢

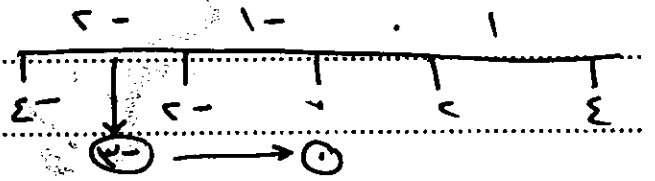


$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2}$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1+2}{x-2} = \frac{3}{x-2}$$

$$\frac{3}{x-2} = 1 - \frac{5}{x-2}$$

مثال (١٢) $\left[\frac{x}{x-2} \right]$ طول البرص = ٢

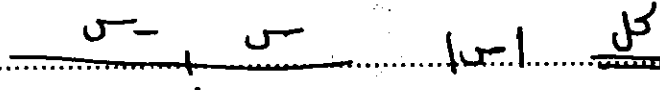


$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2}$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1+2}{x-2} = \frac{3}{x-2}$$

$$= \frac{3}{x-2} = 1 - \frac{5}{x-2}$$

مثال (١٣) $\left[\frac{x}{x-2} \right]$ طول البرص = ٢

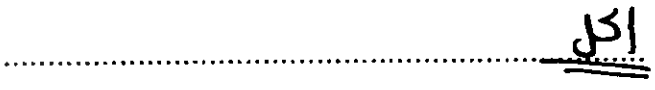


$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2}$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1+2}{x-2} = \frac{3}{x-2}$$

$$\frac{3}{x-2} = 1 - \frac{5}{x-2}$$

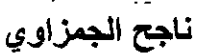
مثال (١٤) $\left[\frac{x}{x-2} \right]$ طول البرص = ٢



$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2}$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-2} = \frac{1+2}{x-2} = \frac{3}{x-2}$$

$$= \frac{3}{x-2} = 1 - \frac{5}{x-2}$$



0788656057



0795656881

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

$$v_{sr} \left\{ \begin{smallmatrix} 2,2 \\ 1,1 \end{smallmatrix} \right\} + v_{sl} \left\{ \begin{smallmatrix} 1,2 \\ 1,1 \end{smallmatrix} \right\} + v_{sp} \left\{ \begin{smallmatrix} 1,2 \\ 0,2 \end{smallmatrix} \right\} + v_{ss} \left\{ \begin{smallmatrix} 0,2 \\ 0,1 \end{smallmatrix} \right\} = ?$$

$$r, v = r+1 + ip + jr =$$

$$r, r = p$$

مسئله ۱۴) وزارت (۲۰۱۱)

۱۰۰ [۱۰۰] ۱۰۰

۹۵ ← ۹۶

$$C = \frac{1}{\frac{1}{n}} = \text{طول قدم}$$

ن ن ن
ن ن ن
ن ن ن

{ صفریں + ن } ا س

ن

$$N = (N - N_c) + \text{صفر} =$$

مسائل (۱۶) م

إذا كان $\{ \dots \}$ $\rightarrow 29 = [23-5]$

در کتابت P خط P

اکل

$$\sqrt[3]{5} + \sqrt[5]{1} + \sqrt[7]{1} + \sqrt[9]{1} \quad \text{اكثر}$$

$$55.14 \times 10^3 +$$

$$K_9 = (Y, Y - P)Y + C + 1 + \varphi + \dots, Y =$$

$$r_{29} = (r_{25} - p)u + s_5v \leftarrow$$

$$\tau = (\psi, \psi - P)\psi \leftarrow$$

$$\therefore 25 = 99 - 74 \leftarrow$$

$$\frac{1.01}{3} = p \leftarrow 1.01 = p \times 3$$

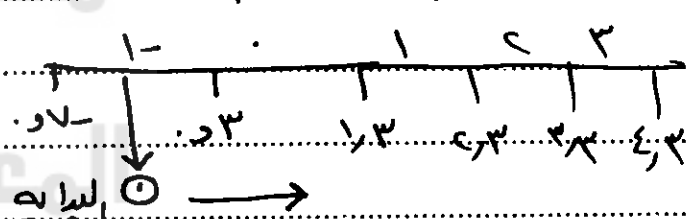
١٥) سؤال

إذا كان $\{s - s^3\} = 0$ ، $v = 0$

اوجد قيمة المتكامل $\int_0^1 x^2 dx$

.....کی

س = ۳ و جذر مولد = ۱





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاري

الوحدة الرابعة / التكامل

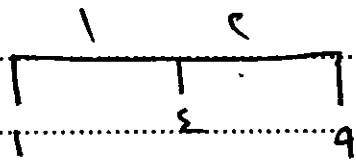
الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مثال (١٨)

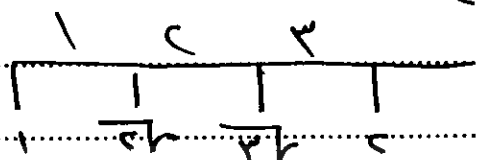
$$9 \left\{ \begin{array}{l} [5] \\ 5 \end{array} \right\} \text{ اكل}$$



$$\begin{aligned} & 9 \left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 5 \end{array} \right\} + 1 \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 5 \end{array} \right\} = \\ & (9-5) \times 9 + (1-5) \times 1 = \\ & 4 \times 9 + (-4) \times 1 = \\ & 36 - 4 = 32 \end{aligned}$$

مثال (١٩)

$$9 \left\{ \begin{array}{l} [5] \\ 5 \end{array} \right\} \text{ اكل}$$



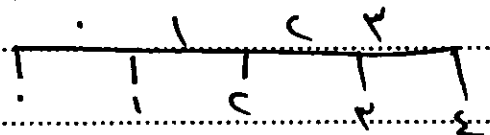
$$\begin{aligned} & 9 \left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 5 \end{array} \right\} + 1 \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 5 \end{array} \right\} + 3 \left\{ \begin{array}{l} 3 \\ 5 \end{array} \right\} = \\ & (9-5) \times 9 + (1-5) \times 1 + (3-5) \times 3 = \\ & 4 \times 9 + (-4) \times 1 + (-2) \times 3 = \\ & 36 - 4 - 6 = 26 \end{aligned}$$

مثال (١٧)

$$9 \left\{ \begin{array}{l} [5] \\ 5 \end{array} \right\} \text{ اكل}$$

مثال (١٧) حالة

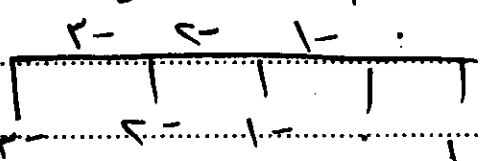
١. الحالة الأولى: نضع ١ < ٢



$$9 \left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 5 \end{array} \right\} + 1 \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 5 \end{array} \right\} + 2 \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 5 \end{array} \right\} =$$

$$4 \times 9 + (-4) \times 1 + (-2) \times 2 =$$

٣٦ - ٤ - ٨ = ٢٤



$$9 \left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 5 \end{array} \right\} + 1 \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 5 \end{array} \right\} + 2 \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 5 \end{array} \right\} + 3 \left\{ \begin{array}{l} 3 \\ 5 \end{array} \right\} =$$

$$4 \times 9 + (-4) \times 1 + (-2) \times 2 + (-3) \times 3 =$$

$$36 - 4 - 8 - 9 = 15$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

ع - $3\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2$. 2ن^2 .
 $16 - 2\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2$.
 جد بعد $\frac{1}{2}$ من النقطة P
 عند ما $2 = 5$.
 الكل

ف (ان) = 2ن^2 .
 $2\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2 + 2\text{ن}^2$.
 $2\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2 + 2\text{ن}^2$.
 $2\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2$.

مثال ٢٠
 ع - $12 - 12 = 12 - 12$.
 $12 - 12 = 12 - 12$.
 او جد $12 - 12 = 12 - 12$.
 الكل

اس - $12 - 12 = 12 - 12$.
 $12 - 12 = 12 - 12$.
 $12 - 12 = 12 - 12$.
 $12 - 12 = 12 - 12$.

تدريب
 ع - $12 - 12 = 12 - 12$.
 $12 - 12 = 12 - 12$.
 او جد $12 - 12 = 12 - 12$.

مثال ٢١
 انطلق ميم في خط وتيقم من
 نقطة P ، فاذا كانت مسيرته
 ع م / ن بعد من قدره ن ثانية
 تعطى بالعلاقة

ع . اذا كان $2\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2$.
 او جد $2\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2$.
 او جد (وزارة ١٤٠٢ ص ١٤٠٢)
 $2\text{ن}^2 = 2\text{ن}^2$.



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

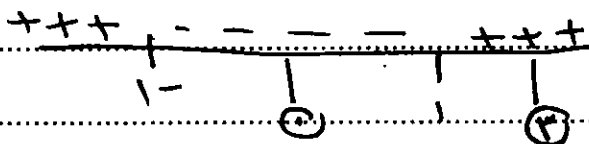
0795656881

$$x^3 (x^2 - 1) \leq x$$

الحل

$$(x^3 - x^2 - x + 1) \leq 0 \quad [360]$$

$$x^3 - x^2 - x + 1 \leq 0 \quad \leftarrow x = 1$$



$$(x^3 - x^2 - x + 1) \leq 0 \quad \text{كل } x \in [0, 1] \cup [2, \infty)$$

$$\text{كل } x \in (-\infty, -1] \cup [0, 1] \cup [2, \infty)$$

$$(x^3 - x^2 - x + 1) \leq 0 \quad \text{كل } x \in [0, 1] \cup [2, \infty)$$

$$\leftarrow x^3 (x^2 - 1) \leq x$$

ملاحظة هامة

عند استخدام خواص المقارنة يجب

ترتيب حدود التكامل من الأصغر

إلى الأكبر

$$x^3 (x^2 - 4) \leq x$$

الحل

$$x^3 (x^2 - 4) \leq x \quad \text{كل } x \in (-\infty, -2] \cup [-1, 0] \cup [1, 2] \cup [4, \infty)$$

← يتبع الحل

$$\leftarrow x^3 (x^2 - 4) \leq x$$

$$[1 - 0.3]$$

سؤال (3)

أبحث في إشارة التكاملات التالية

دون إجراء عملية التكامل

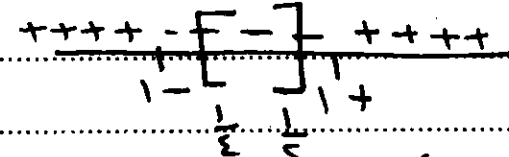
$$x^{\frac{1}{2}} (x^2 - 1) \leq x$$

الحل

$$(x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}) \leq 0 \quad [1 \text{ و } \frac{1}{4}]$$

نبحث في إشارة

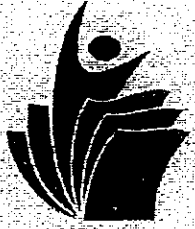
$$x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}} \leq 0 \quad \leftarrow x = 1$$



$$(x^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}) \leq 0 \quad \text{كل } x \in [1, 2] \cup [4, \infty)$$

$$\leftarrow x^{\frac{1}{2}} (x^2 - 1) \leq x$$

الحل



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

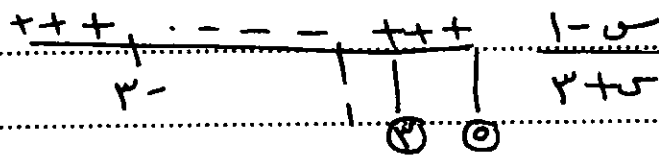
الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881



$$[0, 3] \Rightarrow \text{لكل } s \leq \frac{1-s}{3+s} \leq 1$$

مثال (٤)

دون حساب التكامل أثبت انه

$$\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) \leq \frac{\pi}{6}$$

اكمل

$$[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}] \Rightarrow s + \frac{1-s}{3+s} = \frac{\pi}{6}$$

$$[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}] \Rightarrow \text{لكل } s \leq \frac{\pi}{6}$$

$$[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}] \Rightarrow \text{لكل } s \leq \frac{\pi}{6}$$

الربع الأول

$$[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}] \Rightarrow s + \frac{1-s}{3+s} \leq \frac{\pi}{6}$$

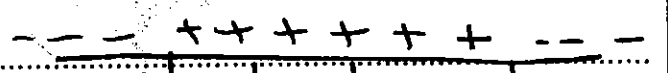
$$\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \right) \leq \frac{\pi}{6}$$

$$\int_0^1 (1-s) ds = \frac{1}{2}$$

$$[0, 1] \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$

$$s = \frac{1-s}{3+s} \Rightarrow s(3+s) = 1-s$$

$$s = \frac{1-s}{3+s} \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$



$$[0, 1] \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$

$$[0, 1] \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$

$$\int_0^1 (1-s) ds \leq \frac{\pi}{6}$$

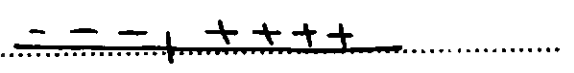
$$[0, 1] \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$

$$\int_0^1 \frac{1-s}{3+s} ds = \frac{\pi}{6}$$

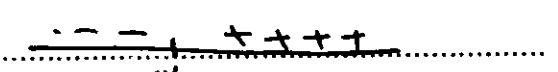
اكمل

$$[0, 1] \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$

$$s = \frac{1-s}{3+s} \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$



$$[0, 1] \Rightarrow s = \frac{1-s}{3+s}$$





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

0795656881

ناجح الجمزوي

0788656057

مثال ⑤

دون حساب التكامل اثبت انه

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx \leq \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$$

اكل

هنا = هنا $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

ما انه من تقع في الربع الأول

فان $\sin x$ تقع في الربع الأول

← هنا $\sin x$ في الربع الأول

← $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx \leq \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

مثال ⑥

دون اجراء التكامل اثبت انه

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx \geq \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$$

اكل

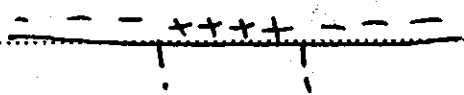
ثريد اثبات انه

من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

اي ان من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$ في $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$ من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$ من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$



من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$ من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx$ من $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

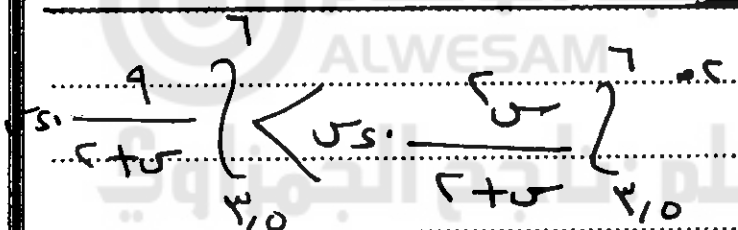
$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx \geq \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$$

ملاحظة

لا اثبات ان $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx \geq \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

يجب اثبات ان $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \, dx \geq \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx$

في الفترة $[0, \frac{\pi}{4}]$



← يتبع اكل



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

سؤال ٧

إذا كان $\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s}$ فجد $[a, b]$ وكان

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

إكل

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

$18 = 9 \times 2$ $16 = 8 \times 2$

الحل

نريد إثباته ان $\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s}$

في الفترة $[6, 30]$

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s}$

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

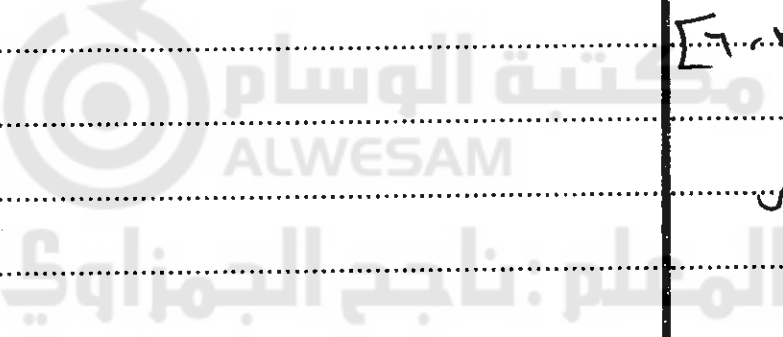
$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$

$\frac{9}{1+s} < \frac{s}{2+s} \Rightarrow 9(2+s) < s(1+s)$
 $18 + 9s < s + s^2$
 $s^2 - 8s - 18 > 0$
 $(s-9)(s+2) > 0$
 $s < -2$ أو $s > 9$





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

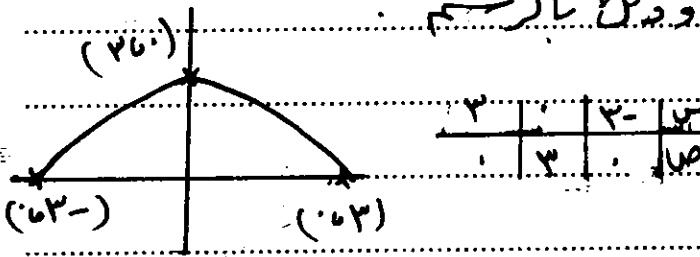
ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

0788656057

0795656881

بإيجاد أقل وأكبر قيمة للأفتان (داس)
ونذلك بالرسم



أقل قيمة للأفتان (داس) هي صفر
أكبر قيمة للأفتان (داس) هي 3

داس ≥ 3 داس ≥ 3 داس ≥ 3
داس ≥ 3 داس ≥ 3 داس ≥ 3

صفر ≥ 3 داس ≥ 3 داس ≥ 3
أقل قيمة للتكامل = صفر

أكبر قيمة للتكامل = 18

طريقة ⑤

نجد أقل قيمة وأعلى قيمة للأفتان
باستخدام المشتقة

داس = 3 - داس

3 - داس = 3 - داس

السطح = صفر داس = 3 داس = 3

3 - داس = 3 داس = 3 داس = 3

يتبع الحل

ملاحظة هامة جداً

ع $\geq$ داس $\geq$ ل

تعني أن أقل قيمة للأفتان (داس) هي ع
والأكثر قيمة للأفتان (داس) هي ل

داس $\leq$ م تعني أقل قيمة (داس) هي م
داس $\geq$ ن تعني أكبر قيمة (داس) هي ن

ولايجاد أقل قيمة وأكبر قيمة
للأفتان هنالك طريقتان

١- الرسم

٢- طريقة (داس) لإيجاد القيم القصوى

مثال ① وزارة (٢٠٠٠)

إذا كان (داس) = $9\sqrt{c} - c$ قائلًا

للتكامل في الفترة [٣, ٣] فحين دون

اجراء عملية التكامل أن

داس = 3 داس = 3 داس = 3

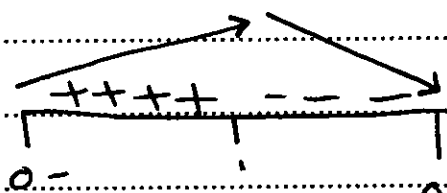
داس = 3 داس = 3 داس = 3

الحل

طريقة ① باستخدام الرسم

نريد معرفة (داس) بين عددين وذل

البط - س = س ← ∃ , ∃ افعال
المقام - س = س ← ∃ ± , ∃ افعال



اَكْبَرُ فَيَمَنُ هُوَ (۱) = ۰

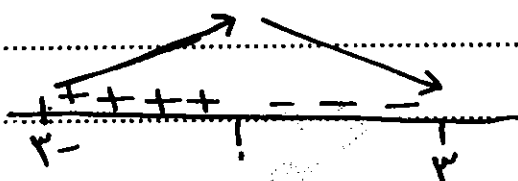
$$\text{sep} = (0 - 1) \ln 6 \quad \text{sep} = (0) \ln$$

أَقْلَمَ قَلَمَهُ فِي صَفَرٍ

صفر $\geq$ (یا) $\leq$ ۰

$$v_{s,0} \geq v_{s,w} \quad ?^o \geq \text{imp} \quad ?$$

صفر $\geq \int_{0-}^0 f_5(r) dr \geq 0$



العدد في $(0, 1)$ هو 3

هـ (3-1) = 2 صف و 6 هـ (3) = 3 صف

أَفَلَا فَمِنَهُ هِيَ صَفْر

..... $\geq$ (5) $\geq$ ۳

$$\binom{3}{2} \geq \binom{3}{1} \geq \binom{3}{0}$$
$$1 \wedge \geq \sqrt{5} \cdot 6 \cdot 10^7 \Rightarrow \text{جواب}$$

..... ۵. مثال

اثبت ان $\sqrt{5-2\sqrt{2}}$ ≥ 0

الحل

نَحْنُ عَنْ أَقْلٍ وَأَكْبَرُ فِيمَا لِلْأَقْبَرَانِ

$[060] \rightarrow \sqrt{5-50} = (5|2)$

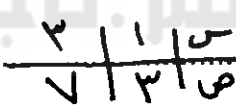
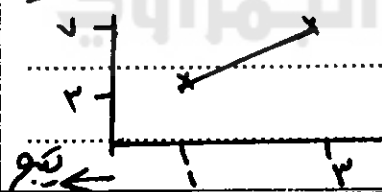
$$\underline{55-} = (5) \text{ و } 5$$
$$\sqrt{5-50\sqrt{5}}$$

مثال (۳)

ثبت دون اجراء عملية التكامل أن

$$1 \leq \sqrt{c} \cdot (1 + \sqrt{c})^2 \geq 7.$$

اکل

$$[361] \ni \sigma \quad 1 + \sqrt{c} = (\sigma)_w$$




رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

$$\begin{aligned} & \text{في حد (س)} \geq 1 \\ & \left\{ \begin{aligned} & \text{في حد (س)} \geq 1 \\ & \text{في حد (س)} \geq 1 \end{aligned} \right\} \geq 1 \\ & \text{في حد (س)} \geq 1 \end{aligned}$$

أكتب قيمة ٢
حل آخر بطريقة الرسم

$$\begin{aligned} & \text{في حد (س)} \geq 1 \\ & \left\{ \begin{aligned} & \text{في حد (س)} \geq 1 \\ & \text{في حد (س)} \geq 1 \end{aligned} \right\} \geq 1 \\ & \text{في حد (س)} \geq 1 \end{aligned}$$

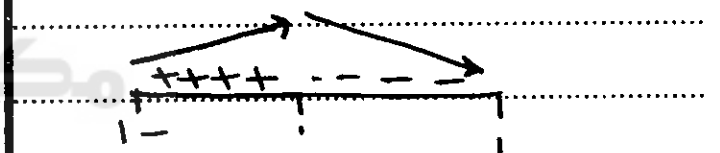
مثال ٤) وزارة (٢٠٠٢) ن
إذا كان $\sqrt{1-s}$ قابلاً للتكامل
على الفترة $[0, 1]$ فأوجد أكبر
قيمة للمقدار $\int_0^1 \sqrt{1-s} ds$

$$\text{الحل}$$

$$\text{م. (س)} = \frac{1-s}{2} = \frac{1-s}{2}$$

$$\text{الخط } s = 1 \leftarrow s = 0$$

$$\text{المقام } 1-s = 1 \leftarrow s = 0$$



أكتب قيمة هي م. (٠) = ١
أضرب قيمة م. (١) = ٠
م. (١-٠) = ٠

في حد (س) ≥ 1

← شغل كل

← شغل كل



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

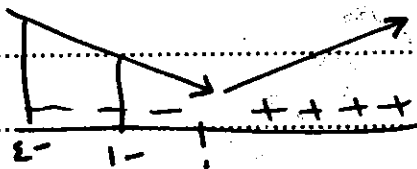
$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ هو (س) } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \\ & \text{صف } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ هو (س) } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \\ & \text{م - صف } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ن } = 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ هو (س) } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \\ & \text{م - صف } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ن } = 8 \end{aligned}$$

مثال ٧) وزارة (١١، ٢٠)
ادع أبداً أقل قيمة للمقدار $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$ في

اقل

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4] \\ & \text{هو (س) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \end{aligned}$$



$$\text{هو (س) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$\text{هو (س) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$\text{هو (س) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ هو (س) } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{أقل قيمة } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$7 =$$

مثال ٦)

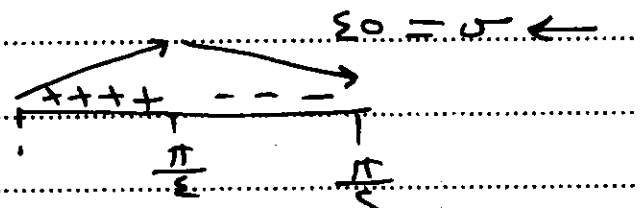
ادع العدد م م ن بحيث انه

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ هو (س) } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

اقل

$$\text{هو (س) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$\text{هو (س) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$



$$\text{العضي } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$\text{الصغرى } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$\text{هو (س) } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 + \frac{1}{x} \quad x \in [1, 4]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ هو (س) } \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$



رياض و مدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مسألة ٩

إذا كان $c \geq 0$ و $a \geq 0$ و $b \geq 0$ و $a+b+c=1$
فما أكبر قيمة ممكنة للتكامل
 $\int_0^1 (a+b+c) dx$

الحل

$c \geq 0$ و $a \geq 0$ و $b \geq 0$ و $a+b+c=1$
 $\int_0^1 (a+b+c) dx = \int_0^1 1 dx = 1$
فما أكبر قيمة ممكنة للتكامل
ولكن عند قلب حدود التكامل
 $\int_0^1 (a+b+c) dx = \int_0^1 1 dx = 1$
فما أكبر قيمة ممكنة للتكامل
 $\int_0^1 (a+b+c) dx = \int_0^1 1 dx = 1$

مسألة ١٠ وزارة (٤، ١٠٠)

إذا كان $c \geq 0$ و $a \geq 0$ و $b \geq 0$ و $a+b+c=1$
فما أكبر قيمة ممكنة للتكامل
 $\int_0^1 (a+b+c) dx$

مسألة ٨

إذا كان $c \geq 0$ و $a \geq 0$ و $b \geq 0$ و $a+b+c=1$
فما أكبر قيمة ممكنة للتكامل
 $\int_0^1 (a+b+c) dx$

الحل

نطبق خاصية المقارنة
 $\int_0^1 (a+b+c) dx \geq \int_0^1 0 dx = 0$
فما أكبر قيمة ممكنة للتكامل
ولكن عند قلب حدود التكامل
 $\int_0^1 (a+b+c) dx = \int_0^1 1 dx = 1$
فما أكبر قيمة ممكنة للتكامل
 $\int_0^1 (a+b+c) dx = \int_0^1 1 dx = 1$

$$c = \int_0^1 (a+b+c) dx = \int_0^1 1 dx = 1$$

$$c = 1 + 1 \times c = 2$$

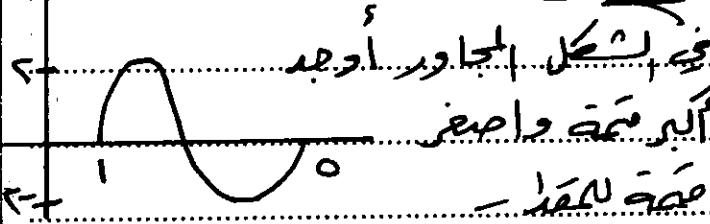
$$c = 2 + 1 = 3$$



رياض و مدارس جامعة الزرقاء

0788656057

۱۵. مسائل



اكل من الرسم اضرعت لربها

والرصيد = <

-۲- فہرست (ج)

۱-۲. $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{n} \leq \frac{1}{2}$ (for $n=2$)

$$\lambda \geq \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{\alpha} \geq (1-\alpha) \epsilon -$$
$$1 \geq \sqrt{5}(n) \cdot 2^0 \geq 1$$

ALWESAM

$$\sqrt{5} \cdot 11^{\frac{1}{2}} \geq \sqrt{5} \cdot (1 + (0.125)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$$
$$57 \Rightarrow$$



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

الحل

من الرسم نجد أن

$$-2 \leq 3x - 5 \leq 0 \text{ بالضرب في } -3$$

$$6 \leq 3 - 3x \leq -15 \text{ باضافة } 3$$

$$8 \leq 3 - 3x + 2 \leq -13$$

نكتب

$$-13 \leq 3 - 3x + 2 \leq 8$$

$$-13 \leq 5 - 3x \leq 8 \Rightarrow -18 \leq -3x \leq 3$$

$$-18 \leq -3x \leq 3 \Rightarrow 6 \leq x \leq -1$$

الرقم الصحيح = ٢٤

تدريبات

اكتب في اشارة

$$\frac{17 - 2x}{5} \leq \frac{2x - 1}{5}$$

مثال (١٣) (فارة ١٣٠٠ شتوي)

اذا كانت م اقتربنا قايلاً للتكامل

من نصفه [٢٠٠] وكانت

مسا ٢ كل س [٢٠٠]

فاوجد ا صغر قيمة م

للمقدار {٣ مسا ١ - ١}

الحل

$$3x - 1 \leq 200 \Rightarrow 3x \leq 201 \Rightarrow x \leq 67$$

$$3x - 1 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \leq x \leq 67$$

$$x = 67$$

مثال (١٤)

مجموع الكل المجاور الذي

يحل منحنى مسا

المعرف على [١٠٠]

جد ا أكبر قيمة للمقدار

$$\frac{1}{x} (3x - 1) \leq 0$$



ناجح الجمزاوي

0788656057



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0795656881

ورقه عمل

۱. ا. اوجده $\int_0^2 (x^2 + 5x + 6) dx$ $\int_0^2 6x = 3x^2 \Big|_0^2 = 12$ $\int_0^2 5x = \frac{5}{2}x^2 \Big|_0^2 = 10$ $\int_0^2 6 = 6x \Big|_0^2 = 12$ $\therefore 12 + 10 + 12 = 34$

۱. اذا كان $[E] = 5,0$ فاحد قسمة $[H^+] = 5,0$ $\times 10^{-5}$

٧. وزارة (.....)

۳. اومد صَمَدٌ [۱/۵] کس اذا کان معہ اتیاناً محدوداً علی

[36] وكان $1 \leq n \leq 3$

فاوحد (۲۰۰۶) سپ

$$2^3 \geq 4 \text{ و } (5) \geq 5 \text{ ن}$$

٤. وزارة (٢١١٦)

اذا كان هو (س) وقصلاً على [٥٦٤]

وكان $\psi(s) = \psi(s)$ لكن

3) (U, P) فاوحد $\int_0^1 f(x) dx$ هو (اس) يس

۲. اذا كان

$$r_s \sqrt{0 - \frac{1}{s}} + \sqrt{1 + \frac{1}{s}} - \frac{1}{s} = (s+1)$$

(۲) کمال...

٥٠٠ و ٥٠٠ (٥٠٠)

اوجہ ۲ | ۶-۵۵ | ۵۵

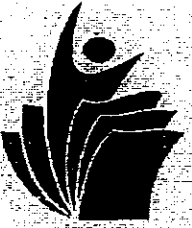
اذا كان عدد طبيعي فاستان

$$1 = \sigma_s \frac{1}{\beta} \gamma' + \sigma_s \cdot \frac{0}{\beta} \gamma'$$

.....(5,4) 5, 4, 3

إذا كان من افتدانا فأبلاً للتكامل
على نفسه التي كتمت إليها الأعداد

انکشاف و ترقی



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

١٠. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب
١-
١٦. اذا كان $(s, s) = [s - s] + |s - s|$ او عدد s عددا صحيحا ب

١١. اذا كان $(s, s) = 23$ s s اثبت ان
١٢. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب

١٣. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب
١٤. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب

١٥. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب
١٦. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب

١٧. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب
١٨. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب

١٩. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب
٢٠. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب

٢١. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب
٢٢. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب

٢٣. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب
٢٤. اذا كان $(s, s) = s - s + 7$ وكان s عددا صحيحا ب



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

٢٣) وزارة (٢٠١٥) ش.م.م.

إذا كان $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ هـ (س)} + 3 = 17 \\ 3 \text{ هـ (س)} = 2 \end{array} \right.$ فاحس

$\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ هـ (س)} - 1 = 5 \\ 5 \text{ هـ (س)} = 2 \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ هـ (س)} - 1 = 5 \\ 5 \text{ هـ (س)} = 2 \end{array} \right.$



المعلم: ناجح الجمزاي



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

التكامل بالتعويض

نعود للتكامل ونعوض قيمة x بـ 18

$$\left\{ \frac{1}{2} (x^2 + 5x) \right\}_{18} =$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} (18^2 + 5 \cdot 18) \right\} =$$

$$= \left\{ \frac{1}{2} (324 + 90) \right\} =$$

$$= \frac{19}{2} + \frac{9}{2} =$$

ونعوض قيمة x بـ 19

$$= \frac{19}{2} + \frac{(19^2 + 5 \cdot 19)}{2} =$$

إذا كان داخل التكامل حاصل ضرب
اقترايين أحدهما ناتج من مشتقة الآخر
أو على الأقل الجزء المتغير من المشتقة
فإننا نلجأ إلى التعويض.

النوع الأول

سيستخدم عندما يكون ضلال علاقة
بالاشتقاق بين الاقترايين

مثال ① 18

$$\left\{ \frac{1}{2} (x^2 + 5x) \right\}_{18} =$$

نلاحظ أن مشتقة $(x^2 + 5x)$ هي $2x + 5$
لوجود علاقة

لذلك نضع $u = x^2 + 5x$
ونشتق الطرفين

$$\frac{du}{dx} = 2x + 5 \Rightarrow \frac{1}{2} du = (x + \frac{5}{2}) dx$$

مثال ②

$$\left\{ \frac{1}{2} (x^2 + 5x) \right\}_{18} =$$

اكمل

$$= \frac{1}{2} (x^2 + 5x) = \frac{1}{2} (18^2 + 5 \cdot 18) =$$

$$= \frac{1}{2} (324 + 90) = \frac{414}{2} = 207$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ٤

$$\left\{ \frac{2}{s} \times \sqrt{1 + \frac{1}{s}} + \frac{1}{s} \right\}$$

$$\text{نفرض } s = \frac{1}{t} + 1$$

$$s = \frac{1}{\frac{1}{t} + 1} = \frac{t}{1+t}$$

$$s = \frac{t}{1+t} \Rightarrow 1+t = \frac{t}{s} \Rightarrow t = s(1+t) \Rightarrow t = s + st \Rightarrow t - st = s \Rightarrow t(1-s) = s \Rightarrow t = \frac{s}{1-s}$$

$$\left\{ \frac{2}{s} \times \sqrt{1 + \frac{1}{s}} + \frac{1}{s} \right\} = \frac{2}{\frac{t}{1+t}} \times \sqrt{1 + \frac{1}{\frac{t}{1+t}}} + \frac{1}{\frac{t}{1+t}}$$

$$= \frac{2(1+t)}{t} \times \sqrt{1 + \frac{1+t}{t}} + \frac{1+t}{t} = \frac{2(1+t)}{t} \times \sqrt{\frac{2t+1+t}{t}} + \frac{1+t}{t} = \frac{2(1+t)}{t} \times \sqrt{\frac{3t+1}{t}} + \frac{1+t}{t}$$

$$= \frac{2}{t} + \frac{2(1+t)}{t} \times \sqrt{\frac{3t+1}{t}} + \frac{1+t}{t}$$

$$s = \frac{1}{t} + 1 \Rightarrow t = \frac{s}{1-s}$$

$$\frac{2}{s} = \frac{2(1-s)}{s} = \frac{2(1-s)}{s} \times \sqrt{1 + \frac{1}{s}} + \frac{1}{s}$$

$$\left\{ \frac{2}{s} \times \sqrt{1 + \frac{1}{s}} + \frac{1}{s} \right\} = \frac{2(1-s)}{s} \times \sqrt{1 + \frac{1}{s}} + \frac{1}{s}$$

$$= \frac{2(1-s)}{s} \times \sqrt{\frac{s+1}{s}} + \frac{1}{s} = \frac{2(1-s)}{s} \times \sqrt{\frac{s+1}{s}} + \frac{1}{s}$$

$$s + 1 = \frac{2(1-s)}{s} \times \sqrt{\frac{s+1}{s}} + \frac{1}{s}$$

$$s + 1 = \frac{2(1-s)}{s} \times \sqrt{\frac{s+1}{s}} + \frac{1}{s}$$

مثال ٣

$$\left\{ \frac{9}{(s+5)} \times \sqrt{s} \right\}$$

اكمل

$$\text{نفرض } s = \frac{1}{t} + 5$$

$$s = \frac{1}{t} + 5 \Rightarrow t = \frac{1}{s-5}$$

$$s = \frac{1}{t} + 5 \Rightarrow t = \frac{1}{s-5}$$

$$\left\{ \frac{9}{(s+5)} \times \sqrt{s} \right\} = \frac{9}{\left(\frac{1}{t} + 5\right)} \times \sqrt{\frac{1}{t} + 5}$$

$$= \frac{9}{\left(\frac{1}{t} + 5\right)} \times \sqrt{\frac{1}{t} + 5} = \frac{9}{\left(\frac{1}{t} + 5\right)} \times \sqrt{\frac{1}{t} + 5}$$

$$s + 5 = \frac{9}{\left(\frac{1}{t} + 5\right)} \times \sqrt{\frac{1}{t} + 5} + \frac{1}{t}$$

مثال ٥ وزارة (٢٠٠٦)

$$\left\{ \frac{4}{s} \times \sqrt{9 + \frac{1}{s}} \right\}$$

اكمل

$$\text{نفرض } s = \frac{1}{t} + 9$$

$$s = \frac{1}{t} + 9 \Rightarrow t = \frac{1}{s-9}$$

$$s = \frac{1}{t} + 9 \Rightarrow t = \frac{1}{s-9}$$

$$\left\{ \frac{4}{s} \times \sqrt{9 + \frac{1}{s}} \right\} = \frac{4}{\left(\frac{1}{t} + 9\right)} \times \sqrt{9 + \frac{1}{t} + 9}$$

$$= \frac{4}{\left(\frac{1}{t} + 9\right)} \times \sqrt{9 + \frac{1}{t} + 9} = \frac{4}{\left(\frac{1}{t} + 9\right)} \times \sqrt{9 + \frac{1}{t} + 9}$$

$$s + 9 = \frac{4}{\left(\frac{1}{t} + 9\right)} \times \sqrt{9 + \frac{1}{t} + 9} + \frac{1}{t}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

مثال ٦
اوجد $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2^n} - \frac{1}{2^{n+1}} \right] \times \frac{1}{2}$

ملاحظة هامة

إذا كان ما داخل اقتران البر عدد صحيح ليس اقتران خطي فانه السؤال يحل بالتكامل بالتعويض ونفرض $n =$ ما داخل البر عدد صحيح

مثال ٧

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2^n} - \frac{1}{2^{n+1}} \right] \times \frac{1}{2}$$

اكمل

نفرض $n = 1$ - حاسب

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

اكمل

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{64} - \frac{1}{128} = \frac{1}{128}$$

$$\frac{1}{128} - \frac{1}{256} = \frac{1}{256}$$

$$\frac{1}{256} - \frac{1}{512} = \frac{1}{512}$$

$$\frac{1}{512} - \frac{1}{1024} = \frac{1}{1024}$$

$$\frac{1}{1024} - \frac{1}{2048} = \frac{1}{2048}$$

$$\frac{1}{2048} - \frac{1}{4096} = \frac{1}{4096}$$

$$\frac{1}{4096} - \frac{1}{8192} = \frac{1}{8192}$$

$$\frac{1}{8192} - \frac{1}{16384} = \frac{1}{16384}$$

$$\frac{1}{16384} - \frac{1}{32768} = \frac{1}{32768}$$

$$\frac{1}{32768} - \frac{1}{65536} = \frac{1}{65536}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512} + \frac{1}{1024} + \frac{1}{2048} + \frac{1}{4096} + \frac{1}{8192} + \frac{1}{16384} + \frac{1}{32768} + \frac{1}{65536} = \frac{1}{2}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0795656881



ناجح الجمزاي

0788656057

مثال ٨

؟ حاس حباس دس

اكل

نفرض دس = حاس

دس = حباس دس ← دس = حباس

عندما دس = حباس ← دس = ١

دس = ١ ← دس = ١

؟ حاس حباس دس

؟ حاس دس = حباس دس = ١

مثال ٩

؟ حباس حباس دس

اكل

نفرض دس = حباس

دس = حباس دس

دس = حباس

؟ حباس حباس دس

(٦+٥)

؟ حباس دس = حباس دس

؟ حباس دس = حباس دس

مثال ١٠

؟ حباس حباس دس

(١-٢ حباس)

اكل

نفرض دس = حباس

دس = حباس دس

دس = حباس

دس = حباس

دس = حباس

دس = حباس

دس = حباس

دس = حباس

دس = حباس

دس = حباس

دس = حباس



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

$$\{ ٣ \text{ ظاس} = \{ ٣ (\text{قاس} - ١) \text{ دس} \}$$

$$= ٣ (\text{ظاس} - \text{دس}) + ٣$$

$$\{ \text{قاس} \text{ ظاس} \text{ دس} \}$$

$$\text{نفرض دس} = \text{ظاس}$$

$$\text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}}$$

$$\{ \text{قاس} \text{ دس} \times \text{ظاس} \text{ دس} \} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \times \text{ظاس} \times \text{دس} \times \text{ظاس}$$

$$= \{ \text{دس} \times \text{ظاس} \times \text{ظاس} \times \text{ظاس} \} = \frac{\text{ظاس}^3}{3} + ٣$$

$$= \frac{\text{ظاس}^3}{3} + ٣$$

$$\text{اكواد} = ٣ (\text{ظاس} - \text{دس}) + \frac{\text{ظاس}^3}{3} + ٣$$

$$\text{سؤال (١١)} \{ \text{قاس} \text{ ظاس} \text{ دس} \}$$

الحل

$$\text{نفرض دس} = \text{ظاس}$$

$$\text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}}$$

$$\leftarrow \{ \text{قاس} \text{ دس} \times \text{ظاس} \text{ دس} \} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \times \text{ظاس} \times \text{دس} \times \text{ظاس}$$

$$= \{ \text{دس} \times \text{ظاس} \times \text{ظاس} \times \text{ظاس} \} = \frac{\text{ظاس}^4}{0} + ٣$$

$$= \frac{\text{ظاس}^4}{0} + ٣$$

سؤال (١٢)

$$\{ (٣ + \text{قاس}) \times \text{ظاس} \text{ دس} \}$$

الحل

$$\{ \text{ظاس} \text{ قاس} \text{ دس} \}$$

$$\text{نفرض دس} = \text{ظاس}$$

$$\text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}}$$

$$\text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}}$$

$$\{ \text{دس} \times \text{ظاس} \times \text{ظاس} \times \text{ظاس} \} = \frac{\text{ظاس}^9}{\text{ظاس}} \times \frac{\text{قاس}}{\text{ظاس}} = \frac{\text{قاس} \times \text{ظاس}^8}{\text{ظاس}}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

ملاحظة هامة

في المقتربات الدائرية إذا لم تكن الزوايا اقترانات خطية فإن السؤال يحل على التكامل بالتعويض ونفرض أن $\alpha = \alpha$ الزاوية

مثال ①

$$\int (3 - \sin x) \cos x \, dx = ?$$

الحل

$$\text{نفرض } u = 3 - \sin x \Rightarrow du = -\cos x \, dx$$

$$dx = \frac{du}{-\cos x}$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + C$$

$$\int (3 - \sin x) \cos x \, dx = \int u \, du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{(3 - \sin x)^2}{2} + C$$

$$= \frac{9 - 6\sin x + \sin^2 x}{2} + C$$

$$= \frac{9}{2} - 3\sin x + \frac{\sin^2 x}{2} + C$$

$$= \frac{9}{2} - 3\sin x + \frac{\sin^2 x}{2} + C$$

مثال ②

$$\int \frac{\cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}}{1 + \sin^2 x} \, dx = ?$$

الحل

$$\text{نفرض } u = 1 + \sin^2 x \Rightarrow du = 2\sin x \cos x \, dx$$

$$dx = \frac{du}{2\sin x \cos x}$$

$$\int \frac{\cos x \sqrt{u}}{u} \, dx = \int \frac{\sqrt{u}}{u} \, du = \int \frac{1}{\sqrt{u}} \, du = 2\sqrt{u} + C = 2\sqrt{1 + \sin^2 x} + C$$

$$= 2\sqrt{1 + \sin^2 x} + C$$

$$\int \frac{\cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}}{1 + \sin^2 x} \, dx = \int \frac{\sqrt{u}}{u} \, du = \int \frac{1}{\sqrt{u}} \, du = 2\sqrt{u} + C = 2\sqrt{1 + \sin^2 x} + C$$

$$= 2\sqrt{1 + \sin^2 x} + C$$

$$= 2\sqrt{1 + \sin^2 x} + C$$

$$= 2\sqrt{1 + \sin^2 x} + C$$

$$= 2\sqrt{1 + \sin^2 x} + C$$



0795656881



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

امثلة على معطيات ومطلوب

مثال ٥ إذا كان $\begin{cases} \text{س} \text{ فيه } (٥ \text{ س}) \\ \text{د} \text{ س} = ٤ \end{cases}$ فما وجه $\begin{cases} (٦ + ٣ \text{ س}) \\ (١٠ + ٧ \text{ د}) \end{cases}$

اكل

نحل المطلوب كالمعطيات

$\begin{cases} (٦ + ٣ \text{ س}) \\ (١٠ + ٧ \text{ د}) \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} ٣ \text{ س} + ٦ \\ ٧ \text{ د} + ١٠ \end{cases} \text{ س} =$

نفرض $\text{ص} = ٣ + \text{س}$ $\text{د} = ١ + \text{س}$

$\text{ص} = ٣ \leftarrow \text{س} = ٢$

$\text{س} = ١ \leftarrow \text{ص} = ٣$

$\begin{cases} ٣ \text{ ص} + ٦ \\ ٧ \text{ د} + ١٠ \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} ٣ \text{ ص} + ٦ \\ ٧ \text{ د} + ١٠ \end{cases} \text{ س} = ٢ \text{ ص} + ٤ \text{ د} = ٢ \text{ ص} + ٤(١ + \text{س}) = ٢ \text{ ص} + ٤ + ٤ \text{ س} = ٢ \text{ ص} + ٤ + ٤ \text{ س}$

مثال ٣

إذا كان $\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} = ٨$

فما وجه $\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

اكل

نفرض $\text{ص} = \text{س}$

$\leftarrow \text{يتبع اكل}$

في هذه النوعية من الاسئلة يعطى في السؤال معطيات ويطلب غير ها ويكون حل هذه النوعية من الاسئلة بجعل المطلوب ليثبه المعطيات

مثال ١ وزارة ١٩٩١

إذا كان $\begin{cases} \text{س} \text{ فيه } (٥ \text{ س}) \\ \text{د} \text{ س} = ٦ \end{cases}$

فما وجه $\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

اكل

نفرض $\text{ص} = ٢ + \text{س}$

$\text{د} = ١ + \text{س}$ $\text{س} = ٢ - \text{ص}$ $\text{د} = ٢ - \text{ص}$

$\text{س} = ١ - \text{ص}$

$\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$

$\begin{cases} (٢ + \text{س}) \\ (٢ + \text{د}) \end{cases} \text{ س} =$



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$y = -x^2 - 2x + 3$$

$$عندما x = 1 \text{ فإن } y = 1$$

$$عندما x = \frac{1}{2} \text{ فإن } y = \frac{3}{4}$$

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{8} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{64}$$

$$= -\frac{1}{64} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{64} \times \left(-\frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{512}$$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$y = \frac{3}{4}$$

$$عندما x = 1 \text{ فإن } y = 1$$

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{8} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{64}$$

ولكن من المعطيات

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

مثال ٥

$$\text{إذا كان } y = 1 \text{ فإن } x = 1$$

$$\text{فاوجد } \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

الحل

$$\text{نفرض } y = 1$$

$$y = 1 \text{ فإن } x = 1$$

$$y = 1$$

$$y = 1$$

$$\text{عندما } x = 1 \text{ فإن } y = 1$$

$$y = 1 \text{ فإن } x = 1$$

$$\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{4} \right) \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{64}$$

مثال ٦

$$\text{إذا كان } y = 1 \text{ فإن } x = 1$$

$$\text{فاوجد } \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4} - 1 \right) \times \frac{1}{2} \right] \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

الحل

$$\text{نفرض } y = 1$$

$$y = 1 \text{ فإن } x = 1$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال ٥) وزارة (٢٠٠٠)

$$\begin{aligned} & \text{احيد} \left\{ \frac{1}{x^2} \right\} = \frac{1}{x^2 + x^4 + x^6 + x^8} \\ & \text{اكل} \left\{ \frac{1}{(x^2 + x^4)^3} \right\} = \frac{1}{(x^2 + x^4)^3} \\ & \left[\frac{1}{x^2 + x^4} \right]^3 = \left[\frac{1}{x^2(1 + x^2)} \right]^3 = \frac{1}{x^6(1 + x^2)^3} \\ & \frac{1}{10} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \end{aligned}$$

مثال ٣)

$$\begin{aligned} & \text{احيد} \left\{ \frac{1}{x^4} \right\} = \frac{1}{x^4} \\ & \text{اكل} \left\{ \frac{1}{(1 + x^2)^4} \right\} = \frac{1}{(1 + x^2)^4} \\ & \left[\frac{1}{1 + x^2} \right]^4 = \frac{1}{(1 + x^2)^4} = \frac{1}{x^4} \\ & 3 = 1 - 2 = \sqrt{1} - \sqrt{1} = \end{aligned}$$

مثال ٦) وزارة (٢٠١٠)

$$\begin{aligned} & \text{احيد} \left\{ \frac{1}{x^4} \right\} = \frac{1}{x^4} \\ & \text{اكل} \left\{ \frac{1}{(x^2 + 1)^4} \right\} = \frac{1}{(x^2 + 1)^4} \\ & \text{نفرض } u = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = u - 1 \\ & \left\{ \frac{1}{u^4} \right\} = \frac{1}{u^4} \\ & \frac{1}{u^4} = \frac{1}{(u - 1)^4} \\ & \frac{1}{u^4} = \frac{1}{(u - 1)^4} \\ & \text{نفرض } u = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = u - 1 \\ & \frac{1}{u^4} = \frac{1}{(u - 1)^4} \end{aligned}$$

مثال ٤)

$$\begin{aligned} & \text{احيد} \left\{ \frac{1}{x^4} \right\} = \frac{1}{x^4} \\ & \text{اكل} \left\{ \frac{1}{(x^2 - 1)^4} \right\} = \frac{1}{(x^2 - 1)^4} \\ & \left[\frac{1}{x^2 - 1} \right]^4 = \frac{1}{(x^2 - 1)^4} = \frac{1}{x^4} \\ & 3 = 1 - 2 = \sqrt{1} - \sqrt{1} = \end{aligned}$$



رياض ومدارس جامعة انزقاع

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

اختصار جزئي ورجوع للفرض :-

سؤال ① وزارة (٤، ٢)

$$\text{جد } \int \sin^3 x \sqrt{1 + \cos^2 x} \cdot \cos x \, dx$$

ا الحل

$$\text{نفرض } \sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$$

$$\int \sin^3 x \sqrt{1 + \cos^2 x} \cdot \cos x \, dx = \int u^3 \sqrt{1 + 1 - u^2} \, du$$

$$= \int u^3 \sqrt{2 - u^2} \, du$$

$$\text{لكن } \sin x = u \Rightarrow \cos x = \sqrt{1 - u^2}$$

$$= \int \frac{1}{4} \left(\frac{1}{u^3} - \frac{3}{u} \right) du$$

$$= \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2u^2} - \frac{3}{u} \right) + C$$

$$= \frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2 \sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} \right) + C$$

$$= -\frac{1}{8 \sin^2 x} - \frac{3}{4 \sin x} + C$$

سؤال ②

$$\int \sin^3 x \sqrt{1 - \cos^2 x} \cdot \cos x \, dx$$

ا الحل

$$\text{نفرض } \sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$$

$$\int \sin^3 x \sqrt{1 - \cos^2 x} \cdot \cos x \, dx = \int u^3 \sqrt{1 - 1 + u^2} \, du$$

$$= \int u^3 \sqrt{u^2} \, du$$

$$= \int u^4 \, du$$

$$= \frac{1}{5} u^5 + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$

$$= \frac{1}{5} \sin^5 x + C$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

سؤال ٣

$$\int \frac{1}{1-s} \times \sqrt{1+s} \cdot ds$$

الحل

$$\text{نفرض } u = \frac{1+s}{1-s}$$

$$u = \frac{1+s}{1-s} \Rightarrow 1-s = \frac{1}{u} \Rightarrow s = \frac{u-1}{u+1}$$

$$ds = \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$\int \frac{1}{1-s} \times \sqrt{1+s} \cdot ds = \int \frac{1}{1-\frac{u-1}{u+1}} \times \sqrt{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{1}{1-\frac{u-1}{u+1}} \times \sqrt{\frac{u+1+u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{1}{1-\frac{u-1}{u+1}} \times \sqrt{\frac{2u}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{1}{1-\frac{u-1}{u+1}} \times \frac{\sqrt{2u}}{(u+1)^{3/2}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{1}{1-\frac{u-1}{u+1}} \times \frac{\sqrt{2u}}{(u+1)^{5/2}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{1}{1-\frac{u-1}{u+1}} \times \frac{\sqrt{2u}}{(u+1)^{9/2}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{1}{1-\frac{u-1}{u+1}} \times \frac{\sqrt{2u}}{(u+1)^{11/2}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

سؤال ٤

$$\int \frac{\sqrt{1+s}}{1+s} \cdot ds$$

الحل

$$\text{نفرض } u = \frac{1+s}{1-s}$$

$$u = \frac{1+s}{1-s} \Rightarrow 1-s = \frac{1}{u} \Rightarrow s = \frac{u-1}{u+1}$$

$$ds = \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$\int \frac{\sqrt{1+s}}{1+s} \cdot ds = \int \frac{\sqrt{1+\frac{u-1}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{\sqrt{\frac{u+1+u-1}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{\sqrt{\frac{2u}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{\sqrt{\frac{2u}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{\sqrt{\frac{2u}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{\sqrt{\frac{2u}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{\sqrt{\frac{2u}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$

$$= \int \frac{\sqrt{\frac{2u}{u+1}}}{1+\frac{u-1}{u+1}} \cdot \frac{1}{(u+1)^2} du$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مثال ٤) وزارة (٢٠١٤) صيف

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}}$$

اكمل

$$\text{نفرض ان } x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$x = 1 \rightarrow 1 + x = 2$$

$$x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$\text{حينها } x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}) - (1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}) = 0$$

$$1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

مثال ٥) وزارة (٢٠١٤) صيف

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}}$$

اكمل

$$\text{نفرض ان } x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$x = 1 \rightarrow 1 + x = 2$$

$$x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$\text{حينها } x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$x = 1 \rightarrow x = 1 - 1 = 0$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$1 - \frac{x}{(1+x)\sqrt{1+x^2}} = 1 - \frac{1}{(1+1)\sqrt{1+1^2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$(1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}) - (1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}) = 0$$

$$1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

تحليل ثم استخدام التعويض

مثال ① وزارة (٢٠١١)

$$\{ (س^٣ - ٣س) : س \}$$

اكمل

$$\{ (س (س^٣ - ٣س)) : س \}$$

افراج س عامل مشترك

$$\{ س (س^٣ - ٣س) : س \}$$

$$\text{نفرض } ص = س^٣ - ٣س \Rightarrow ص = س^٣ - ٣س$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{س^٣ - ٣س}{س}$$

$$\{ س^٣ : ص \} = \frac{ص}{س^٣} \times \frac{س^٣}{ص}$$

$$\{ \frac{١}{٤} : ص \} = \frac{١}{٤} \times \frac{ص}{ص}$$

$$\frac{١}{٤} + \frac{ص}{٤} \times \frac{١}{٤} =$$

$$\frac{١}{١٦} + (س^٣ - ٣س) \times \frac{١}{١٦} =$$

مثال ②

$$\{ (١ + س^٢) : س \}$$

اكمل

$$\{ (١ + س^٢) : س \} =$$

$$\{ (١ + س^٢) : س \} =$$

$$\{ (١ + س^٢) : س \} =$$

$$\{ (١ + س^٢) : س \} =$$

$$\text{نفرض } ص = ١ + س^٢$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{١ + س^٢}{س}$$

$$\{ \frac{ص}{س} : ص \} = \frac{ص}{س} \times \frac{١}{ص}$$

$$\{ \frac{١}{٤} : ص \} = \frac{١}{٤} \times \frac{ص}{ص}$$

$$\frac{١}{١٦} + (١ + س^٢) \times \frac{١}{١٦} =$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال (٣)

$$\int \frac{x^3 \sqrt{x^4 - 1}}{x^3} dx$$

الحل

$$\int \frac{x^3 \sqrt{x^4 - 1}}{x^3} dx = \int \sqrt{x^4 - 1} dx$$

$$= \int \sqrt{x^4 - 1} dx$$

$$= \int \sqrt{x^4 - 1} dx$$

$$= \int \sqrt{x^4 - 1} dx$$

$$\text{نفرض } u = x^4 - 1$$

$$du = 4x^3 dx \Rightarrow \frac{1}{4} du = x^3 dx$$

$$\int \sqrt{x^4 - 1} dx = \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{4} du$$

$$= \frac{1}{4} \int \sqrt{u} du$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{6} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{6} (x^4 - 1)^{\frac{3}{2}} + C$$

مثال (٤)

$$\int \frac{x^3 \sqrt{x^4 + 1}}{x^3} dx$$

الحل

$$\text{نفرض } u = x^4 + 1$$

$$du = 4x^3 dx \Rightarrow \frac{1}{4} du = x^3 dx$$

$$\int \frac{x^3 \sqrt{x^4 + 1}}{x^3} dx = \int \sqrt{x^4 + 1} dx$$

$$= \int \sqrt{x^4 + 1} dx$$

$$= \int \sqrt{x^4 + 1} dx$$

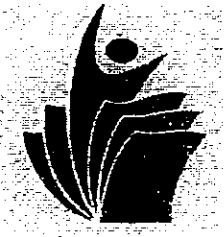
$$\text{لكن } u = x^4 + 1$$

$$\int \sqrt{x^4 + 1} dx = \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{4} du$$

$$= \frac{1}{4} \int \sqrt{u} du$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{6} u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{6} (x^4 + 1)^{\frac{3}{2}} + C$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال ٦

$$\int \sqrt[5]{(x^2 - 4x + 4)} dx$$

الحل

$$\int \sqrt[5]{(x^2 - 4x + 4)} dx = \int \sqrt[5]{(x-2)^2} dx$$

$$\int \sqrt[5]{(x-2)^2} dx = \int \sqrt[5]{(x-2)^{\frac{2}{1}}} dx = \int \sqrt[5]{(x-2)^{\frac{2}{1}}} dx = \frac{5}{9} (x-2)^{\frac{9}{5}} + \frac{1}{9} (x-2)^{\frac{9}{5}} = \frac{2}{9} (x-2)^{\frac{9}{5}} + C$$

مثال ٥

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^5} dx$$

الحل

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^5} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^5} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^9} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^9} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^9} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{13}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{13}} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{13}} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{17}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{17}} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{17}} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{21}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{21}} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{21}} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{25}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{25}} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{25}} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{29}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{29}} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{29}} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{33}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{33}} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{33}} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{37}} dx$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{37}} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{37}} \times \frac{1}{x^4} dx = \int \frac{\sqrt[4]{x^4 - 1}}{x^{41}} dx$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

دمج القوى

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{x^2} \times x^7 - x^2 \right] = \\ & \left[x^5 - x^2 \right] = \\ & = \frac{(x^5 - x^2)}{x^2} = \frac{x^2(x^3 - 1)}{x^2} = x^3 - 1 \end{aligned}$$

تكاليفات على صورة $\frac{(x^5 - x^2)}{x^2}$
تحل على القسوم ونقوم بتحليل
من حيث نجعل أس بسيط = أس المقام

مثال ٥

$$\left[\frac{(x^3 - 5x)}{x^4} \right]$$

الحل

$$\begin{aligned} & \frac{(x^3 - 5x)}{x^4} = \frac{x^2(x - 5)}{x^4} = \frac{(x - 5)}{x^2} \\ & \text{حيث من ٣ : هي أعلى حد داخل القوس في البسط} \\ & \text{والأس ٤ : هو أس البسط} \\ & \left[\frac{(x^3 - 5x)}{x^4} \right] = \frac{(x^3 - 5x)}{x^4} \\ & = \frac{x^2(x - 5)}{x^4} = \frac{(x - 5)}{x^2} \end{aligned}$$

← يتبع الحل

مثال ١

$$\left[\frac{(x^2 + 1)}{x^5} \right]$$

الحل

$$\begin{aligned} & \frac{(x^2 + 1)}{x^5} = \frac{x^2}{x^5} + \frac{1}{x^5} = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5} \\ & \left[\frac{(x^2 + 1)}{x^5} \right] = \frac{x^2}{x^5} + \frac{1}{x^5} = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5} \\ & = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5} = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5} \end{aligned}$$

تفرض $x = 1$ $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5} = \frac{1}{1^3} + \frac{1}{1^5} = 1 + 1 = 2$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

ويوزع البسط على المقام

$$= \left[(1 - 5x^2) \times 3x^3 \right]$$

بقض مضروب

$$= 3x^3 - 15x^5$$

$$= \frac{3x^3}{1} - \frac{15x^5}{1}$$

$$= \left[3x^3 - 15x^5 \right]$$

$$= \frac{1}{1} \left[3x^3 - 15x^5 \right]$$

$$= \frac{1}{1} (3x^3 - 15x^5)$$

مثال (3) وزارة (2012) شوية

$$\left[\frac{(1+x)^0}{x^2} \right]$$

الحل

$$= \left[\frac{(1+x)^0}{x^2} \times \frac{1}{x^2} \right]$$

$$= \left[\frac{(1+x)^0}{x^4} \right]$$

$$\text{نضرب مضروب} = 1 + \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x} = \frac{1}{x} \times \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$$

$$= \left[\frac{1}{x^2} \times \frac{1}{x^2} \right]$$

$$= \left[\frac{1}{x^4} \right]$$

$$= \left[\frac{1}{x^4} \right]$$

مثال (4)

$$\left[\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} \right]$$

الحل

$$= \left[\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{x^4} \right]$$

$$= \left[\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{x^4} \times \frac{1}{x^4} \right]$$

$$= \left[\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{x^8} \right]$$

$$= \left[\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{x^8} \right]$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

حل آخر (مهم)

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{1}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{1}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{1}{x} \right\}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} \rightarrow 1 = 1 \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\left\{ \frac{1}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{1}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{1}{x} \right\}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} \rightarrow 1 = 1 \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\left\{ \frac{1}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{1}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{1}{x} \times \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{1}{x} \right\}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \right\}$$



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

سؤال ٦

$$\text{جد } \frac{(1+x)^4}{x^4}$$

الحل

$$= \frac{(1+x)^4}{x^4} \times \frac{1}{x^4} = \frac{(1+x)^4}{x^8}$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^8} \times \frac{1}{x^4} = \frac{(1+x)^4}{x^{12}}$$

$$\text{نفرض } 1 + \frac{1}{x} = x$$

$$x = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{12}} = \frac{(1+1)^4}{1^{12}} = \frac{2^4}{1} = 16$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{12}} = \frac{(1+1)^4}{1^{12}} = \frac{2^4}{1} = 16$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{12}} = \frac{(1+1)^4}{1^{12}} = \frac{2^4}{1} = 16$$

سؤال ٥

$$\text{جد } \frac{(1+x)^4}{x^4}$$

الحل

$$= \frac{(1+x)^4}{x^4} \times \frac{1}{x^4} = \frac{(1+x)^4}{x^8}$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^8} \times \frac{1}{x^4} = \frac{(1+x)^4}{x^{12}}$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{12}} \times \frac{1}{x^4} = \frac{(1+x)^4}{x^{16}}$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{16}} \times \frac{1}{x^4} = \frac{(1+x)^4}{x^{20}}$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{20}} \times \frac{1}{x^4} = \frac{(1+x)^4}{x^{24}}$$

$$\text{نفرض } 1 + \frac{1}{x} = x$$

$$x = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{24}} = \frac{(1+1)^4}{1^{24}} = \frac{2^4}{1} = 16$$

$$= \frac{(1+x)^4}{x^{24}} = \frac{(1+1)^4}{1^{24}} = \frac{2^4}{1} = 16$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

تکامل الاقترانات الدائرية

بجربقه التكامل بالثعوبض

١- تکاملات تخوي جا، جتا ①

{ جتاس حاس س }

الطريقة

نحصل اُس اما ها او جتا = ١
(مفردة) والباقي بدلالة الاخر

اكل

= { جتاس جتاس حاس س }

لكن جتاس = ١ - حاس

= { جتاس (١ - حاس) حاس س }
مفردة بدلالة ها

نضرب من = حاس

← س من = جتاس س

← س من = س

جتاس

{ جتاس (١ - من) من }
جتاس من

= { (١ - من) من }

= $\frac{١}{٣} - \frac{٠}{٠} + ٢$

= $\frac{٣}{٣} - \frac{(٣)}{٠} + ٢$

{ حاس والباقي بدلالة جتاس }
مفردة نضرب من = جتاس

{ جتاس والباقي بدلالة حاس }

نضرب من = حاس

وللتحويل لنخدم

حاس = ١ - جتاس

جتاس = ١ - حاس



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

نفر من ص = حبايس

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

مثال ٣

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

مثال ٤

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

نفر من ص = حبايس

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

مثال ٣ وزارة (٤، ٤، ٤)

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$

اكل

$$\frac{ص}{حبايس} = \frac{ص}{حبايس} - حبايس = حبايس$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاوي

الوحدة الرابعة / التكمّل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

ملحوظہ ہائے

إذا كان حاءاً أو حياء داخل
التكامل لوحده وكانت القوة
زوجية ← التكامل مباشر
حيث نتخذ المتطابقه

$$\text{مَنَس} = \frac{1}{2} (1 - \text{مَنَس})$$

$$(\sqrt{c} \bar{c} + 1) \frac{1}{c} = \sqrt{c} \bar{c}$$

فعلًا

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} (1 - \frac{1}{2}) \right) = \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$((\psi(\varphi) + 1) \frac{1}{t}) = {}^3(\psi(\varphi)) = \psi(\varphi)$$

۴۔ فردیہ ۛ التكامل البعوض

حيث تقوم بتحليل الاسس الفردي
هدف الحصول على

ما هي x الباقي بدلالة 5 ؟

تصرف ص = حَتَّاس

عن حسن بن علي بن فضال عن حماد بن عمار عن

نظر میں ہیں۔

$$\omega_s \left(\frac{r + j}{\omega} - \frac{j}{\omega} \right) \} - \leftarrow$$

$$s + \left(\frac{s+j\omega}{s+j} - \frac{s+j\omega}{s+j} \right) =$$

$$x + \left(\frac{\frac{3+j}{5} - \frac{1+j}{5}}{3+j} \right) =$$

۵. حُ

جہاں سے

اکل

۳
[حَبَّاس، دس =] حَبَّاس، حَبَّاس

$$= \{ \text{حصہ ۱} - \text{حصہ ۲} \}$$

نفرین ص = حاس

یہاں سے ← یہاں = یہاں

$$= \left\{ \frac{\text{مکمل} \times (1 - \text{مکمل})}{\text{مکمل}} \right\}$$

$$5(5-1)7 =$$

$$2 + \frac{u^2}{2} - u^2 = 2 + \frac{u^2}{2} - u^2 =$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$= \frac{\text{حساب} \times (1 - \text{حاسب})}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

نفرض $\text{حاسب} = \text{حاسب}$

$\text{حاسب} = \text{حاسب} \times \text{حاسب} = \text{حاسب} \times \text{حاسب}$

$$= \frac{\text{حاسب} \times (1 - \text{حاسب})}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{1 - \text{حاسب} + \text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

نوزع البسط على المقام

$$= \frac{1}{\sqrt{\text{حاسب}}} - \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}} + \frac{\text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\text{حاسب}}} - \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}} + \frac{\text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\text{حاسب}}} - \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}} + \frac{\text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

مثال ٨

$$\frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

نفرض ان $\text{حاسب} = \text{حاسب}$

$$\frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}} = \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

← يتبع اكل

$$\frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

الحل

$$\frac{\text{حاسب} \times \text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{\text{حاسب} \times (1 - \text{حاسب})}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

نفرض $\text{حاسب} = \text{حاسب}$

$$\text{حاسب} = \text{حاسب} \times \text{حاسب} = \text{حاسب} \times \text{حاسب}$$

$$= \frac{\text{حاسب} \times (1 - \text{حاسب})}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{1 - \text{حاسب} + \text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\text{حاسب}}} - \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}} + \frac{\text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\text{حاسب}}} - \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}} + \frac{\text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\text{حاسب}}} - \frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}} + \frac{\text{حاسب}^2}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

مثال ٧

$$\frac{\text{حاسب}}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$

$$\frac{\text{حاسب} \times (1 - \text{حاسب})}{\sqrt{\text{حاسب}}}$$



رياض و مدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

سؤال ١٠

حساب دس

نفس طريقة سؤال ٩

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حاس} \text{ ص}^0 \times \frac{\text{دس}}{\text{حاس} - \text{ص}} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ص}^0 \text{ دس} = \frac{\text{ص}^0 + \text{ص}^1}{\text{حاس} + \text{ص}^1} \end{array} \right\}$$

سؤال ١١

حساب دس

سؤال ٩

حساب دس

الحل

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

نفس ص = حاس

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

حساب

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حساب حاس دس} \end{array} \right\} =$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$= \{ (x \text{ حاس حباس}) \cdot x \}$$

$$= \{ (\frac{1}{x} \text{ حاس}) \cdot x \}$$

$$= \{ \frac{1}{x} \text{ حاس حباس} \}$$

$$= \{ (\frac{1}{x} - 1) \cdot x \}$$

$$= \frac{1}{x} (x - 1) = 1 - \frac{1}{x}$$

$$\text{سؤال (14) وزارة ٢٠١٣ م. ٢٠١٤ م.}$$

$$\frac{\pi}{4} \text{ حاس حباس} \cdot \frac{\pi}{4}$$

ا.ك.ل

$$= \text{حاس} = \text{حاس حباس}$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \text{حاس حباس حباس} \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \text{حاس حباس} \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$\leftarrow \text{نفر من حاس} = \text{حباس}$$

$$= \text{حاس} - \text{حاس حباس}$$

$$\leftarrow \text{حاس} = \frac{\text{حاس}}{\text{حاس}} \leftarrow \text{نبيع كل}$$

$$\text{سؤال (13)}$$

$$\{ \text{حاس حباس حباس} \cdot x \}$$

ا.ك.ل

$$= \text{حاس} = \text{حاس حباس}$$

$$\leftarrow \text{حاس} = \text{حاس حباس حباس}$$

$$= \{ \text{حاس حباس حباس حباس} \cdot x \}$$

$$= \{ \text{حاس حباس حباس حباس} \cdot x \}$$

$$\leftarrow \text{نفر من حاس} = \text{حباس}$$

$$= \text{حاس} - \text{حاس حباس}$$

$$= \text{حاس} - \text{حاس}$$

$$= \text{حاس}$$

$$= \{ \text{حاس حباس حباس} \cdot \frac{\pi}{4} \}$$

$$= \{ \text{حاس حباس حباس} \cdot \frac{\pi}{4} \}$$

$$= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{سؤال (13) وزارة (٢٠١١) صيفي}$$

$$\{ \text{حاس حباس حباس} \cdot x \}$$

ا.ك.ل

$$\leftarrow \text{حاس} = \text{حاس حباس}$$

$$\leftarrow \frac{1}{x} \text{ حاس} = \text{حاس حباس}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

$$\begin{aligned} &= \{ \text{قأس} (1 + \text{ظأس}) \cdot \text{دس} \\ &\text{نفرض ص} = \text{ظأس} \\ &\text{دس} = \text{قأس} \cdot \text{دس} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دس}}{\text{قأس}} \\ &= \{ \text{قأس} (1 + \text{ص}) \times \frac{\text{دس}}{\text{قأس}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi}{4} \cdot \text{ص} \times \frac{\text{دس}}{\text{قأس}} - \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{\pi}{4} \left[\frac{\text{ص}^2}{3} - \frac{\text{ص}^3}{3} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \{ (1 + \text{ص}) \cdot \text{دس} \\ &= \text{ص} + \frac{\text{ص}^3}{3} + \text{د} \\ &= \text{ظأس} + \frac{\text{ظأس}^3}{3} + \text{د} \end{aligned}$$

٢- تكاملات تحوي ظأ، قا

١. $\{ \text{قأس} \text{ والباقي بدلالة ظأس} \}$
نفرض $\text{ص} = \text{ظأس}$

٢. $\{ \text{قأس ظأس} \text{ والباقي بدلالة قأس} \}$

نفرض $\text{ص} = \text{قأس}$
ستطابقات هاه
 $\text{قأس} = 1 + \text{ظأس}$
 $\text{ظأس} = \text{قأس} - 1$

مثال ٥
 $\{ \text{قأس}^2 \text{ ظأس} \cdot \text{دس} \}$

الحل
 $= \{ \text{قأس}^2 \text{ قأس} \text{ ظأس} \cdot \text{دس} \}$

$= \{ \text{قأس} (1 + \text{ظأس}) \cdot \text{ظأس} \cdot \text{دس} \}$
نفرض $\text{ص} = \text{ظأس}$
 $\text{دس} = \text{قأس} \cdot \text{دس} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دس}}{\text{قأس}}$
 $\leftarrow \text{يضع كل}$

مثال ١
 $\{ \text{قأس}^2 \cdot \text{دس} \}$
الحل
 $= \{ \text{قأس}^2 \times \text{قأس} \cdot \text{دس} \}$



نائج الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

سؤال (٤)

{ قاس^٦س . دس }

الحل

{ قاس^٤س × قاس^٢س . دس }

= { قاس^٦س × (قاس^٢س) . دس }

= { قاس^٨س (١ + ١ + ١) . دس }

نفرض دس = طاس

← دس = قاس^٨س . دس ← دس = قاس^٨س

= { قاس^٨س (١ + ١ + ١) × دس }
قاس^٨س

= { (١ + ١ + ١) دس^٩ }
دس

= دس^٩ + دس^٩ + دس^٩ = ٣ دس^٩

= ٣ طاس^٩ + ٣ طاس^٩ + ٣ طاس^٩ = ٩ طاس^٩

= { قاس^٨س (١ + ١ + ١) دس }
قاس^٨س

= { (١ + ١ + ١) دس^٩ }
دس

= دس^٩ + دس^٩ + دس^٩ = ٣ دس^٩

= ٣ طاس^٩ + ٣ طاس^٩ + ٣ طاس^٩ = ٩ طاس^٩

سؤال (٣)

{ قاس^٣س طاس^٢س . دس }

الحل

= { قاس^٣س طاس^٢س × قاس^٢س طاس^٢س . دس }

= { قاس^٥س طاس^٤س (قاس^٢س - ١) . دس }

نفرض دس = قاس

دس = قاس^٥س طاس^٤س . دس

دس = قاس^٥س طاس^٤س

= { قاس^٥س طاس^٤س × (قاس^٢س - ١) × دس }
قاس^٥س طاس^٤س

= { (قاس^٢س - ١) دس^٩ }
دس

= دس^٩ - دس^٩ = ٠

= ٠ - ٠ = ٠



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

د ص

د س =

قاس ظاس

د ص

{ قاس ظاس $\times$ ص $\times$ ص } =

قاس ظاس

{ ص $\times$ ص = د س $\times$ ص = د + $\frac{ص}{ن}$

= قاس + د

مثال ٥

{ قاس ظاس . د س

الحل

= { قاس ظاس $\times$ قاس . د س

نفرض ص = قاس

د ص = قاس ظاس . د س

← د س = د ص

قاس ظاس

= { قاس ظاس $\times$ ص $\times$ د س

قاس ظاس

= { ص . د س = د + $\frac{ص}{7}$

= قاس + د

مثال ٦

{ قاس . د س

قاس

الحل

= { قاس $\times$ د س

قاس

= { قاس قاس . د س

نفرض ص = قاس

د ص = قاس . د س ← د س = قاس

{ ص $\times$ قاس $\times$ د ص

قاس

= { ص . د س = د + $\frac{ص}{3}$

مثال ٧

{ قاس ظاس . د س

الحل

{ قاس ظاس $\times$ قاس . د س

نفرض ص = قاس

د ص = قاس ظاس . د س



ناجح الجمزاري

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

نفرض ص = 1 + ظا من

ص = قاس = قاس . ص

ص = ص

قاس

ص

قاس

ص =

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

ص = 1 + ظا من

مثال ٨ ن

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص

حاس

ص





ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

ورقہ عمل

٥. اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{n}}$. اثبت أن

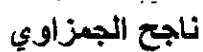
۳. اذا كان $n = 9$ و 6 و 4 و 3 و 2 و 1 و 0 و -1 و -2 و -3 و -4 و -5 و -6 و -7 و -8 و -9 و -10 و -11 و -12 و -13 و -14 و -15 و -16 و -17 و -18 و -19 و -20 و -21 و -22 و -23 و -24 و -25 و -26 و -27 و -28 و -29 و -30 و -31 و -32 و -33 و -34 و -35 و -36 و -37 و -38 و -39 و -40 و -41 و -42 و -43 و -44 و -45 و -46 و -47 و -48 و -49 و -50 و -51 و -52 و -53 و -54 و -55 و -56 و -57 و -58 و -59 و -60 و -61 و -62 و -63 و -64 و -65 و -66 و -67 و -68 و -69 و -70 و -71 و -72 و -73 و -74 و -75 و -76 و -77 و -78 و -79 و -80 و -81 و -82 و -83 و -84 و -85 و -86 و -87 و -88 و -89 و -90 و -91 و -92 و -93 و -94 و -95 و -96 و -97 و -98 و -99 و -100 و -101 و -102 و -103 و -104 و -105 و -106 و -107 و -108 و -109 و -110 و -111 و -112 و -113 و -114 و -115 و -116 و -117 و -118 و -119 و -120 و -121 و -122 و -123 و -124 و -125 و -126 و -127 و -128 و -129 و -130 و -131 و -132 و -133 و -134 و -135 و -136 و -137 و -138 و -139 و -140 و -141 و -142 و -143 و -144 و -145 و -146 و -147 و -148 و -149 و -150 و -151 و -152 و -153 و -154 و -155 و -156 و -157 و -158 و -159 و -160 و -161 و -162 و -163 و -164 و -165 و -166 و -167 و -168 و -169 و -170 و -171 و -172 و -173 و -174 و -175 و -176 و -177 و -178 و -179 و -180 و -181 و -182 و -183 و -184 و -185 و -186 و -187 و -188 و -189 و -190 و -191 و -192 و -193 و -194 و -195 و -196 و -197 و -198 و -199 و -200 و -201 و -202 و -203 و -204 و -205 و -206 و -207 و -208 و -209 و -210 و -211 و -212 و -213 و -214 و -215 و -216 و -217 و -218 و -219 و -220 و -221 و -222 و -223 و -224 و -225 و -226 و -227 و -228 و -229 و -230 و -231 و -232 و -233 و -234 و -235 و -236 و -237 و -238 و -239 و -240 و -241 و -242 و -243 و -244 و -245 و -246 و -247 و -248 و -249 و -250 و -251 و -252 و -253 و -254 و -255 و -256 و -257 و -258 و -259 و -260 و -261 و -262 و -263 و -264 و -265 و -266 و -267 و -268 و -269 و -270 و -271 و -272 و -273 و -274 و -275 و -276 و -277 و -278 و -279 و -280 و -281 و -282 و -283 و -284 و -285 و -286 و -287 و -288 و -289 و -290 و -291 و -292 و -293 و -294 و -295 و -296 و -297 و -298 و -299 و -300 و -301 و -302 و -303 و -304 و -305 و -306 و -307 و -308 و -309 و -310 و -311 و -312 و -313 و -314 و -315 و -316 و -317 و -318 و -319 و -320 و -321 و -322 و -323 و -324 و -325 و -326 و -327 و -328 و -329 و -330 و -331 و -332 و -333 و -334 و -335 و -336 و -337 و -338 و -339 و -340 و -341 و -342 و -343 و -344 و -345 و -346 و -347 و -348 و -349 و -350 و -351 و -352 و -353 و -354 و -355 و -356 و -357 و -358 و -359 و -360 و -361 و -362 و -363 و -364 و -365 و -366 و -367 و -368 و -369 و -370 و -371 و -372 و -373 و -374 و -375 و -376 و -377 و -378 و -379 و -380 و -381 و -382 و -383 و -384 و -385 و -386 و -387 و -388 و -389 و -390 و -391 و -392 و -393 و -394 و -395 و -396 و -397 و -398 و -399 و -400 و -401 و -402 و -403 و -404 و -405 و -406 و -407 و -408 و -409 و -410 و -411 و -412 و -413 و -414

$$\begin{aligned} \text{٤. إذا كان } \left[\begin{matrix} ٧ \\ ٣ \end{matrix} \right] \text{ فـ (سـ) دس} & \quad \text{٨. إذا كان} \\ \left[\begin{matrix} ٦ \\ ٣ \end{matrix} \right] \text{ فـ (سـ) دس} & \quad \text{عـ} = \left[\begin{matrix} ١ \\ ١ \end{matrix} \right] \text{ فـ (سـ) دس} \quad \text{نـ} = ٢ \\ \left[\begin{matrix} ٦ \\ ٣ \end{matrix} \right] \text{ فـ (سـ) دس} & \quad \text{اثبت أن عـ} = \frac{١}{١-١} \text{ فـ (سـ) دس} \quad \text{نـ} = ١ \\ \text{فـ (سـ) دس} & \quad \end{aligned}$$

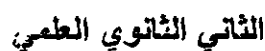
٥٠. اذا كان فيه اقتناءً فصلاً
٤. او وجه { حاس قاس } ن + ٢

$$10. \text{ ایتان ان } \int_P^P \sqrt{s} \cdot (s - p_r) \, ds = \int_P^P \sqrt{s} \cdot (s - p_r) \, ds = \int_P^P \sqrt{s} \cdot (s - p_r) \, ds = \int_P^P \sqrt{s} \cdot (s - p_r) \, ds$$

اولد قيصه لى لى



0788656057



0795656881

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

10



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881



المعلم: ناجح الجمزاي



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

التكامل بالأجزاء

يستخدم التكامل بالأجزاء في الحالات التي لا يوجد علاقة بالاشتقاق ملاحظة بين اللاقتارينين.

ويمكن حل السؤال على طريقة الأجزاء إذا كان أحد اللاقتارينين كثير حدود واللاقتارين الآخر يمكن إيجاد تكامله

قاعدة الأجزاء

$$\int u \cdot v' = u \cdot v - \int u' \cdot v$$

البرهان

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

تكامل الطرفين بالنسبة لـ x

$$\int (u \cdot v)' = \int u' \cdot v + \int u \cdot v'$$

$$\int u' \cdot v + \int u \cdot v' = \int (u \cdot v)'$$

$$\int u' \cdot v + \int u \cdot v' = \int u' \cdot v + \int u \cdot v' + \int u \cdot v' - \int u' \cdot v$$

$$\int u' \cdot v + \int u \cdot v' = \int u' \cdot v + \int u \cdot v' + \int u \cdot v' - \int u' \cdot v$$

① أجزاء فقط

مثال ①

أوجد $\int x \cdot \sin x$

الحل

$$u = x, v' = \sin x, u' = 1, v = -\cos x$$

$$\int x \cdot \sin x = x \cdot (-\cos x) - \int 1 \cdot (-\cos x)$$

$$= -x \cos x + \int \cos x$$

$$= -x \cos x + \sin x + C$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$= \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} (1 + \frac{1}{2}) - \frac{9}{4} (1 + \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{9}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{9}{4} (1 + \frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$$

ملاحظة هامة

الذي نسميه به هو الذي تنتهي
و شقيقته ولو بعد حين
أما إذا كانت شقيقته الاقتراب
فنتهي به فالذي تنتهي فشتيقته
أولاً هي به
أما إذا كانت شقيقته الاقتراب
غير فنتهي به نأجاً الى الجريه

مثال (4)

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

الحل

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

مثال (5)

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

مثال (3)

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

يجب كتابة الاقتراب على صورة
حاصل ضرب

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

نفرض

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{2}) =$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

الحل

$$= 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5$$

$$= \frac{0}{x} = 0$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

$$\text{لكن } 5x \frac{1}{x} = 5$$

$$\frac{1}{x} \text{ حاسب } = 5$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

مثال ٥ (وزارة ٨٠٠٨)

$$\{ \frac{5x}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

الحل

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

$$5x \frac{1}{x} = 5$$

$$5x \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow 5 = 5$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

$$\{ 5x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 5 - 0 = 5 \}$$

مثال ٦

$$\{ 3x \frac{1}{x} - 2 \frac{0}{x} = 3 - 0 = 3 \}$$

اجزاء مرتين

ليتبعا لكل



الوحدة الرابعة / التكامل

0788656057

$$(1+u) \dot{\varphi} = \cos \epsilon \dot{\Sigma} + u \dot{\Sigma} - \dot{u} = 0$$
$$(1+u) \ln(\xi + u\xi - \xi u) = u \bar{\ln} \rho = 0 \quad \leftarrow u_5, u_7 = 0.5$$
$$US \cdot (1+U) L_p(\varepsilon - v_c) ?$$

۳- ۳۰ صبا میں + ۶ صبا میں ۵ صبا میں اجزاء

$$u_s, (1+u) \ln(2-u_c) \quad \begin{matrix} \downarrow \\ s_1, x_1 \end{matrix}$$
$$\sqrt{5} \cdot (1 + i\sqrt{5})^4 = -0.56 \quad \varepsilon - \sqrt{c} = 0$$
$$(1+u)k_- = 0 \quad \text{or } 5.5 = 25 \quad \text{or } 7 = 25$$
$$(1+u) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} (x - r_n) = 0 \quad \leftarrow \quad u_{5.7} = 0.5$$
$$S_n = \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow$$
$$(1+r) \text{LTC} + (1+r) \text{LTC} (1+r) = \text{LTC} \text{LTC} - \text{LTC} \text{LTC} =$$

۵- ۶۵۷۷ + ۶۷۷۷ + ۶۷۷۷ = اگوان

الجواب $= (s^2 - 5s + 4)(s + 1) =$

$$= -\frac{1}{(1+r)^2} + \frac{r}{(1+r)^2} + \frac{r^2}{(1+r)^2} + \dots = \frac{-1+r+r^2+\dots}{(1+r)^2}$$

9. مسائل

$$50 \cdot (1 + 0.05)^5 (1 - 0.05)^5$$
$$55 \sqrt{55}$$

آخر ۱۵ حریف

۱. جزاء مرئین

۱۳۱

$$\sigma \sigma \cdot (1 + \sigma) \varphi(\xi + \sigma \xi - \sigma) =$$

فردہ سے کسی ، $17 = 17$ سے کسی

← بَيْعُ كُلِّ



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ١) اوجد $\int (9\sin^2 x + 9\sin^4 x) dx$

الحل

$\int 9\sin^2 x + 9\sin^4 x dx =$

$9 \int \sin^2 x dx + 9 \int \sin^4 x dx$

$9 \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx + 9 \int \frac{1 - \cos 2x}{2} \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$

$= \frac{9}{2} \int (1 - \cos 2x) dx + \frac{9}{4} \int (1 - \cos 2x)^2 dx$

$= \frac{9}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + \frac{9}{4} \int (1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x) dx$

$= \frac{9}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + \frac{9}{4} \left(x - 2 \cdot \frac{\sin 2x}{2} + \int \cos^2 2x dx \right)$

$= \frac{9}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + \frac{9}{4} \left(x - \sin 2x + \int \frac{1 + \cos 4x}{2} dx \right)$

$= \frac{9}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + \frac{9}{4} \left(x - \sin 2x + \frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{4} \right)$

$= \frac{9}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + \frac{9}{4} \left(\frac{3x}{2} - \sin 2x + \frac{\sin 4x}{4} \right)$

$= \frac{9}{2} \left(x - \frac{\sin 2x}{2} \right) + \frac{27}{8} x - \frac{9}{4} \sin 2x + \frac{9}{16} \sin 4x$

$= \frac{27}{8} x - \frac{9}{4} \sin 2x + \frac{9}{16} \sin 4x + C$

الجواب

عكس ان تختار الجزء الثاني

ويكون نفس الجواب



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال ١٦

إذا كان $x(1) = 0$

وكان $x(3) = 18$

وكان $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

الحل

بما أن $x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

مثال ١٧

إذا كان $x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

وكان $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

فأوجد قاعدة $x(n)$ ؟

الحل

نفرض $x(n) = a_n$

بما أن $x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

وبما أن $x(n)$ تكامل الطرفين

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$

$x(1) = 0$ و $x(3) = 18$ و $x(2) = 8$ أو $x(2) = 1$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال (١٣)

إذا كان $\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \text{ فـ (س)} \\ \text{دس} \end{array} \right\} = 10$
خارجية صحيحة $\left\{ \begin{array}{l} \text{دس} \\ \text{س} \end{array} \right\} = 3$
وكان

فـ (س) = 0 ، فـ (دس) = 1

اكل

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 2$

فـ (س) = دس

دس = 1 ، س = 0

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

مثال (١٤)

إذا كان فـ (س) = 10

على ج وكان فـ (س) = 3

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

96 =

بالاجزاء

اكل

فـ (س) = دس

دس = 1 ، س = 0

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

بجواب

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{فـ (س)} \end{array} \right\} = 3$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

مثال (١٥) وزارة (٢٠١١) شتوية
 $s = 4$ هـ = قاس : دس
 $h =$ ظايس

او هـ : $(1-s)$ حاس دس
 $\frac{1}{c} s$ ظايس - $\frac{1}{c}$ =

اكل
 $h = 1$ هـ = حاس : دس
 $s = 2$ هـ = حاس : دس
 $h = 1$ هـ = حاس : دس
 $(1-s) \times \frac{1}{c} \text{ حاس} - \left[\frac{1}{c} \text{ حاس} \right] = \frac{1}{c} s$ ظايس - $\frac{1}{c}$ لو ا حاس + ح

$\frac{1}{c} (1-s) \text{ حاس} + \left[\frac{1}{c} \text{ حاس} \right] =$
 $\frac{1}{c} (1-s) \text{ حاس} + \frac{1}{c} \text{ حاس} +$

مثال (١٦) وزارة (٢٠١٢) صيفية

$\frac{s}{1+s}$ دس

اكل
 $\frac{s}{1+s} = \frac{s}{1+s}$
 $\frac{s}{1+s} = \frac{s}{1+s}$

$\frac{s}{1+s} = \frac{s}{1+s}$
 $\frac{s}{1+s} = \frac{s}{1+s}$
 $\frac{s}{1+s} = \frac{s}{1+s}$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التفاضل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

تعويض واجزاء

②

مثال ①

$\left[\frac{1}{x^3} \right] = \frac{1}{x^3}$

غير خطي (تعويض)

الحل

نقرب من $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\left[\frac{1}{x^3} \right] = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

لكن $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$

اجزاء

مثال ②

$\left[\frac{1}{x^3} \right] = \frac{1}{x^3}$

الحل

نقرب من $\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

لكن $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}$

اجزاء

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x}$



ناجح الجمزاوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

مثال (3) (وزارة ١٠٠٧) (وزارة ١٠٠٩) مثال (4)

جد $\{ \text{س حبا} + 1 + \text{س} \}$ س

اكل

نفر من $\text{ص} = 1 + \text{س}$

$\text{س} = 2$ س $\frac{\text{س}}{1 + \text{س}}$

$\{ \text{س حبا} \times \frac{\text{س}}{1 + \text{س}} \}$ س

لكن $\text{ص} = 1 + \text{س}$

$\{ \text{ص حبا} \}$ س

اجزاء

$\text{ص} = \text{س}$ $\text{س} = \text{ص حبا}$

$\text{ص} = \text{س}$ $\text{ص} = \text{ص حبا}$

$\text{ص} = \text{ص حبا} - \{ \text{ص حبا} \}$

$\text{ص} = \text{ص حبا} + \text{ص حبا} + \text{ص حبا}$

$1 + \text{س} + \text{ص حبا} + \text{ص حبا} + \text{ص حبا} =$

اذا كان $\{ \text{س حبا} \} = 10$

$\text{ص} = 3$ $\text{ص} = 1$ $\text{ص} = 1$

صا و ص حبا $\{ \text{س حبا} \} = 10$ س

اكل

نفر من $\text{ص} = 1 + \text{س} \leftarrow \text{س} = 3$ س

$\text{س} = \frac{\text{س}}{3}$ $\text{ص} = 0$ $\text{ص} = 1$

$\text{س} = 1$ $\text{ص} = 2$

$\{ \text{س حبا} \} \times \frac{\text{س}}{3}$

$\frac{1}{3} \{ \text{س حبا} \} \times \text{ص}$

لكن $\text{ص} = 1 + \text{س} \leftarrow \text{ص} = 1 - \text{س}$

$\frac{1}{3} (1 - \text{ص}) \times \text{ص} = \text{ص حبا}$ اجزاء

$\frac{1}{3} (1 - \text{ص}) = \text{ص}$ $\text{ص} = \text{ص حبا}$

$\text{ص} = \frac{1}{3}$ $\text{ص} = \text{ص حبا}$

$\frac{1}{3} - \left[\frac{1}{3} (1 - \text{ص}) \times \text{ص} \right] = \frac{1}{3} \text{ص}$

$\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} - \text{ص حبا} \right) = \frac{1}{3} \text{ص}$

$\frac{1}{3} =$



رياض ومذارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

مثال (٧) (وزارة ١١، ٢٠١١) صنف

قاس

الكل

$$ص = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$ص = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$قاس = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$ص = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$قاس = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$قاس = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$قاس = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$قاس = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$قاس = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

$$قاس = \sqrt{ص} \quad ١ = ص \quad \frac{١}{ص} = \frac{١}{\sqrt{ص}}$$

ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاي



الوحدة الرابعة / التكامل

0788656057



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

٨. اوجد $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$ يس

٩. وزارة (٢٠١١)

اوجد $\int \sin^3 x dx$ يس

١٠. اذا كان $\int \frac{1}{x^2} dx$ يس

$= \int (x^2 + 1) dx$ يس
اوجد قيمة P

١١. وزارة (٢٠١٤)

جد $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$ يس
جوابك

١٢. اوجد $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$ يس

$\int \frac{1}{x^2 + 1} dx = \int \frac{1}{x^2 + 1} dx$ يس

مساعدة الفصل بالبرافيد



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكمال

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

الاقتزان اللوغاريتمي الطبيعي

مشتقته ونطاقه

خواص اللوغاريتم

تذكير
لو $a = b \Leftrightarrow \log a = \log b$

حيث a, b اعداد حقيقية موجبة
كما أن $a \neq 0$

مثلاً
لو $16 = 2^4 \Leftrightarrow \log 16 = 4 \log 2$

لو $27 = 3^3 \Leftrightarrow \log 27 = 3 \log 3$

لو $\frac{1}{25} = 2^{-5} \Leftrightarrow \log \frac{1}{25} = -5 \log 2$

لو $s = t \Leftrightarrow \log s = \log t$

إذا كان الأساس (هـ) فإنه يسمى
لوغاريتم طبيعي حيث هـ العدد
النيري (هـ = لاو ٢)

١) اللوغاريتم غير معرف
عند الأعداد السالبة
والصفر

٢) لو $a = 1$ لأن $a = 1 = 10^0$

٣) لو $1 = 0$ لأن $1 = 10^0$

٤) لو $s = t$ لأن $s = t = 10^{\log s}$

٥) لو $s \times t = \log s + \log t$

٦) لو $\left(\frac{s}{t}\right) = \log s - \log t$

ملاحظة

لو $s = \log s$ (هـ = لاو ٢)

لو $s = \log s$ (هـ = لاو ٢)



الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

0788656057

بیشکل عام

اذا كان $\frac{1}{\sqrt{a}}$ فان $\frac{1}{\sqrt{a}}$

$$\frac{1}{\omega} \int_1^{\omega} = \frac{2}{\omega}$$

لو $\frac{1}{ص} = \frac{1}{ص}$ و $\frac{1}{ص} = \frac{1}{ص}$

$$\frac{1}{u} \left(\frac{u+p}{1} \right) = \frac{(u+p)}{u}$$

① مصاب

① هـ (س) = لوس اوجده (س)

$$\frac{1}{s} = \text{اگل ۱ سے (س)}$$

⑤ $\frac{1}{s} = \frac{1}{s(s+1)}$

$$\frac{u_c}{1+\epsilon} = (u)'_w$$

⑤ $u(s) = \text{لو جٹا س}$

$$\text{فہ (س)} = \frac{\text{حاصل} - \text{ظاہر}}{\text{حاصل}}$$
$$(v_0(b+3))_0 = (v)_0 \quad (3)$$
$$\frac{50}{50+3} = (u)_{\text{avg}}$$

قاعة

إذا كان (s) = $\log(s)$

$$\frac{\text{خان وہ} (س)}{م (س)} = م' (س)$$

صبي ص (س) ٢٠ ، كما ان ص (س)
حاج للاشتقاق



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\textcircled{٨} \quad \frac{1}{\text{لوس}} = \text{ص} \quad \frac{1}{\text{لوس}} \times 1 = \text{ص} \times 1$$

$$\frac{1}{\text{لوس}} = \text{ص} \times 1$$

$$\textcircled{٩} \quad \text{ص} = \text{لو} \sqrt{1 + \text{ص}}$$

$$\frac{1}{\text{كل}} = \text{ص} = \text{لو} (1 + \text{ص}) = \frac{1}{\text{كل}} \text{لو} (1 + \text{ص})$$

$$\textcircled{١٠} \quad \text{ص} = \text{لو} \frac{1 + \text{ص}}{3 + \text{ص}}$$

$$\text{ص} = \text{لو} (1 + \text{ص}) - \text{لو} (3 + \text{ص})$$

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{3 + \text{ص}} - \frac{1}{1 + \text{ص}}$$

$$\textcircled{١١} \quad \text{ص} = \text{لو} (\text{لوس})$$

$$\frac{1}{\text{لوس}} = \text{ص} \times \frac{1}{\text{لوس}}$$

$$\textcircled{١٢} \quad \text{لو} (\text{ص} + \text{ص}^3) = \text{ص}$$

$$\text{ص} = 0 + \text{ص}^3 + \text{ص}^3 = \text{ص} + \text{ص}^3$$

$$\textcircled{١٣} \quad \text{ص} = \text{ص} (\text{لوس})$$

$$\text{ص} = \text{ص} (\text{لوس}) = \frac{1}{\text{لوس}}$$

$$\textcircled{١٤} \quad \text{ص} = \text{ص} (\text{لوس}) = \text{لو} \text{أوس}$$

$$\text{ص} = \text{ص} (\text{لوس}) = \text{لو} \text{أوس} = \text{لو} \left(\frac{1}{\text{لوس}} \right)$$

$$\text{ص} = \text{ص} (\text{لوس}) = \text{لو} \text{أوس} = \text{لو} \left(\frac{1}{\text{لوس}} \right)$$

$$\text{ص} = \text{ص} + \text{ص}^2 + \text{ص}^3$$

$$\text{ص} = 1 = \text{لو} 1 = \text{لو} (1 + \text{ص}) = \text{لو} (1 + \text{ص})$$

$$\text{ص} = 1 = \text{لو} 1 = \text{لو} (1 + \text{ص}) = \text{لو} (1 + \text{ص})$$

$$\text{ص} = \left(\frac{1}{\text{لوس}} \right) = \frac{1}{\text{لوس}} + \frac{1}{\text{لوس}} + \frac{1}{\text{لوس}}$$

$$\frac{1}{\text{لوس}} = 1 - \frac{1}{\text{لوس}} + \frac{1}{\text{لوس}} =$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

والتوضيح بعد تعريف الاقتراح

$$\left. \begin{array}{l} \text{مـ (س)} = \frac{\text{لو}}{\text{س}} \\ \text{مـ (س)} = \frac{\text{لو}}{\text{س}} \end{array} \right\} \text{سـ د}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مـ (س)} = \frac{\text{لو}}{\text{س}} \\ \text{مـ (س)} = \frac{\text{لو}}{\text{س}} \end{array} \right\} \text{سـ د}$$

$$\leftarrow \text{مـ (س)} = \frac{\text{لو}}{\text{س}}$$

ملاحظة

لا داعي لاعادة تعريف لمفهوم المطلق

مثال (٤)

$$\text{مـ (س)} = \frac{\text{لو ٤ - ٣}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{س}}{\text{س}} = \frac{\text{س} - ٣}{\text{س} - ٣} = \text{مـ (س)}$$

مثال (٥)

$$\text{مـ (س)} = \frac{\text{لو ١ حاسا}}{\text{س}}$$

$$\text{مـ (س)} = \frac{\text{حاسا}}{\text{حاسا}} = \frac{\text{حاسا}}{\text{حاسا}}$$

مثال (٣) وزارة (٢٠٠٧)

$$\left. \begin{array}{l} \text{ليكن مـ (س) = س لو س فاجد} \\ \text{قيمة هـ مـ (س) = س} \end{array} \right\}$$

اكل

$$\text{مـ (س)} = \text{س} \times \frac{\text{لو}}{\text{س}} + \frac{\text{لو}}{\text{س}}$$

$$= ١ + \frac{\text{لو}}{\text{س}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مـ (س)} = \text{س} \times \frac{\text{لو}}{\text{س}} + \frac{\text{لو}}{\text{س}} \\ \text{مـ (س)} = \text{س} \times \frac{\text{لو}}{\text{س}} + \frac{\text{لو}}{\text{س}} \end{array} \right\}$$

$$= \text{مـ (هـ)} - \text{مـ (ا)}$$

$$= (١ + \frac{\text{لو}}{\text{س}}) - (١ + \frac{\text{لو}}{\text{س}})$$

$$= ١ - ١ = ٠$$

مثال (٣)

$$\text{مـ (س)} = \frac{\text{لو ١ حاسا}}{\text{س}}$$

ملاحظة هامة

اذا كان ما داخل اللوغاريتم قيمة مطلقه فانها تسهل لأن ما داخل اللوغاريتم موجب دائماً



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

$$= \frac{(لو(س-٢) - لو(س+١))}{لو(س+١)}$$

$$ص' = \frac{1}{س-٢} - \frac{٢}{س+١}$$

ملاحظة

إذا كان الاس متغيراً ونريد أن نضع
نقوم بإدخال اللوغاريتم على طرفين
نهدف فصل الاس عن اللوغاريتم

مثال ٩

$$ص = \frac{٢}{س} \text{ اوجد } \frac{ص}{س}$$

الحل

إدخال اللوغاريتم على طرفين

$$\frac{ص}{س} = \frac{٢}{س} \Rightarrow \frac{ص}{س} = \frac{٢}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{٢}{س} \Rightarrow \frac{ص}{س} = \frac{٢}{س}$$

$$ص = \frac{٢}{س} \times س$$

$$ص = \frac{٢}{س} \times س$$

مثال ٦ وزارة (٢٠٠٦)

إذا كان عداس = لو(س+٤)
ما وجد عد (٢)

الحل

$$عداس = \frac{٢}{س}$$

$$\frac{٢}{س} \times س = ٢$$

مثال ٧

$$ص = \frac{٢}{س}$$

الحل

$$ص = \frac{٢}{س} + \frac{٢}{س}$$

$$ص' = \frac{1}{س} + \frac{1}{س}$$

$$\text{مثال ٨} \quad ص = \frac{٢}{س} \Rightarrow \frac{ص}{س} = \frac{٢}{س}$$

الحل

$$ص = \frac{٢}{س} \Rightarrow \frac{ص}{س} = \frac{٢}{س}$$



0795656881

$$P_{\text{عد (جس)}} = \frac{\text{عد (جس)}}{L \times \text{عد (جس)}} \times L$$

$$= (1 + \text{لو س}) \times (\text{س})$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

تطاول اقتران الموغاريثم الطبيعي

القاعدة
نظريه

مثال ⑤

مبتاس - حاس د س
مبتاس + حاس

مشتقه المقام = البسط

لو ا حاس + حاس ا + ح
ه

ل' (س) د س = لو ا (س) ا + ح
ل (س) د

مثال ③ وزارة ١٩٩٥

حاس

مشتقه المقام = البسط
حاس + ا

حاس حاس = حاس

لو ا حاس + ا + ح

١. اذا كانت مشتقه المقام = البسط

فان $\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} = \text{د س} = \text{لو ا المقام} + ح$

٢. اذا كانت مشتقه المقام = البسط x ثابت

فان $\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} = \text{د س} = \frac{1}{\text{الثابت}} \times \text{لو ا المقام}$

مثال ④

س
س + ١

اكل

مشتقه المقام = ٣ من ٣

لذلك نضرب كل من البسط والمقام

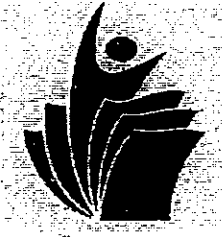
ب ٣ لنحصل على

مثال ⑩

٣ س + ٥

س + ٥ + ١ = مشتقه المقام = البسط

← لو ا س + ٥ + ١ + ح



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\left\{ \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \right\} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{2}{6} - \frac{3}{6}} = \frac{3}{-\frac{1}{6}} = -18$$

$$\left\{ \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \right\} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{2}{6} - \frac{3}{6}} = \frac{3}{-\frac{1}{6}} = -18$$

مثال ٥

$$\left\{ \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \right\} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{2}{6} - \frac{3}{6}} = \frac{3}{-\frac{1}{6}} = -18$$

مثال ٥

$$\left\{ \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \right\} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{2}{6} - \frac{3}{6}} = \frac{3}{-\frac{1}{6}} = -18$$

مثال ٦

$$\left\{ \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \right\} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{2}{6} - \frac{3}{6}} = \frac{3}{-\frac{1}{6}} = -18$$

مثال ٦

$$\left\{ \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \right\} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{2}{6} - \frac{3}{6}} = \frac{3}{-\frac{1}{6}} = -18$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

ملاحظة هامة

$$\left[\begin{array}{l} \text{ثابت} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] \text{ دس}$$

تحل باخراج س عاقل مشترك
من المقام ثم رفعها للسطح

مسألة ٨

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2 + 1} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] \text{ دس}$$

الحل

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2 + 1} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2 + 1} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

مسألة ٩

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2 + 1} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] \text{ دس}$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2 + 1} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2 + 1} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

مسألة ١٠

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x^2 + 1} \\ \frac{1}{x^2 + 1} \end{array} \right] \text{ دس}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$



رياض و مدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال (١٥) (وزارة ٢٠١٥) تبويب ملاحظه هامه

$$\text{احص } \left\{ \begin{array}{l} (٢-٣) \text{ من } ٥ \text{ من} \\ ٢ \text{ من} \end{array} \right.$$

الحل

$$= \{ ٨ - ١٢ \text{ من } ١٢ + ٢ - ٣ \text{ من } ٣ \}$$

$$= \{ ٢ \text{ من } ١٢ - ١٢ \text{ من } ١٢ \}$$

$$= \{ \frac{٢}{١٢} - \frac{١٢}{١٢} = -\frac{١٠}{١٢} = -\frac{٥}{٦} \}$$

$$\text{نوع مع البسط المقام}$$

$$= \frac{٤}{٥} \text{ لو } ١٢ = \frac{٤}{٥} \times \frac{١٢}{١٢} = \frac{٤٨}{٦٠} = \frac{٤}{٥}$$

مثال (١٦)

$$\left\{ \begin{array}{l} ٣ \text{ من } ٥ \text{ من} \\ ٢ \text{ من } ٣ \text{ من} \end{array} \right.$$

$$\text{منهقة المقام} = ٣ - ٥ = -٢$$

$$= - \left\{ \frac{٣}{٥} - \frac{٢}{٣} \right\} = \frac{٩}{١٥} - \frac{١٠}{١٥} = -\frac{١}{١٥}$$

مثال (١٧)

$$\left\{ \begin{array}{l} ٣ \text{ من } ٥ \text{ من} \\ ٢ \text{ من } ٣ \text{ من} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ٣ \text{ من } ٥ \text{ من} \\ ٢ \text{ من } ٣ \text{ من} \end{array} \right.$$

$$\text{منهقة المقام} = ٣ - ٥ = -٢$$

$$= \frac{١}{٣} - \frac{٣}{٥} = \frac{٥}{١٥} - \frac{٩}{١٥} = -\frac{٤}{١٥}$$

$$= \frac{١}{٣} \text{ لو } ١٥ = \frac{١}{٣} \times \frac{١٥}{١٥} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١}{٣}$$

مثال (١٨)

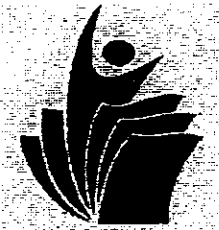
$$\left\{ \begin{array}{l} ١ + ١ \text{ من } ٥ \text{ من} \\ ٣ + ٣ \text{ من } ٥ \text{ من} \end{array} \right.$$

الحل

$$\text{منهقة المقام} = ١ + ١ = ٢$$

$$\text{لو } ١٠ = ١ \times ١٠ = ١٠$$

$$= \frac{١}{١٠} + \frac{٣}{١٠} = \frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال (١٩)

{ حاس دس

نضرب كل من البسط والمقام في

حاس + ظاس

= { حاس (حاس + ظاس) دس

حاس + ظاس

= { قاس + قاس ظاس

حاس + ظاس

مشتقة مقام

= حاس ظاس + قاس = لبسط

= لو ا قاس + ظاس ا + د

هـ

مثال (٢٠)

{ قتا س دس

نضرب كل من البسط والمقام في

قتا س + ظتا س

= { قتا س x قتا س + ظتا س دس

قتا س + ظتا س

= { قتا س + قتا س ظتا س

قتا س + ظتا س

← مشتقة مقام

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س - قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

= { قتا س + قتا س دس

تلخيص هام

١. { حاس دس

٢. { ظا دس

٣. { حاس دس

٤. { قتا س دس

٥. { حاس دس

٦. { قتا س دس

٧. { حاس دس

٨. { قتا س دس

٩. { حاس دس



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

تطاولات

تعويض، أجزاء، لو غاريتم

مثال ① وزارة (٢٠١٦)

$$\leftarrow x = \sqrt{c} \text{ في } y$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

جدد في x في y أجزاء

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

مثال ③ ١

$$\left\{ \sqrt{c} \text{ في } y \right\}$$

الحل

$$\text{نقضي } y = \sqrt{c} \text{ في } y = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$

مثال ⑤ (وزارة ٢٠١١)

جدد في x في y

الحل

$$\text{نقضي } y = \sqrt{c} \text{ في } y = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$= \{ \text{في } x \text{ في } y \}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

0795656881

ناجح الجمزوي

0788656057

ملاحظة مهمة

$$c = \frac{1}{(a+c)} \times \text{عدد دس}$$

$$c = \frac{1}{a+c} \times \text{عدد دس} = c \text{ لو } a+c \text{ عدد صحيح}$$

بشرط ان نخرج نحل على
الاجزاء ونفرضه = لو ل (دس) ←
د = (دس) ن

واذا كانت ن = 1 نحل على بعوض
ونفرضه = لو ل (دس)

مثال ④ وزارة (٢٠١٣)
س قاس دس

الحل

$$\text{د} = \text{س} \quad \text{د} = \text{قاس دس} \quad \text{د} = \text{ظا س}$$

$$\text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س}$$

$$\text{س} = \text{ظا س} + \text{لو ا جتا س} + \text{د}$$

$$\text{د} = \text{س} \quad \text{د} = \text{س} \quad \text{د} = \text{س}$$

$$\text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س}$$

$$\text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س}$$

$$\text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س} \quad \text{س} = \text{ظا س}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

مثال (٦) (وزارة ٢٠١٣)

جاءت من $\frac{3}{4}$ لوس $\frac{3}{4}$ وس

الحل

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت $\frac{3}{4}$ وس $\frac{3}{4}$ وس

مثال (٧)

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

الحل

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس

جاءت لوس $\frac{3}{4}$ وس



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0795656881

ناجح الجمزوي

0788656057

سؤال ٩

أوجد $\int \frac{1}{x^2} dx$

الحل

نفرض $u = \frac{1}{x}$ $du = -\frac{1}{x^2} dx$

$du = -\frac{1}{x^2} dx$ $\Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = -du$

$\int \frac{1}{x^2} dx = \int -du = -u + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

سؤال ١٠

أوجد $\int \frac{1}{x^2} dx$

الحل

نفرض $u = \frac{1}{x}$ $du = -\frac{1}{x^2} dx$

$du = -\frac{1}{x^2} dx$ $\Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = -du$

$\int \frac{1}{x^2} dx = \int -du = -u + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

اجزاء

أوجد $\int \frac{1}{x^2} dx$

نفرض $u = \frac{1}{x}$ $du = -\frac{1}{x^2} dx$

$du = -\frac{1}{x^2} dx$ $\Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = -du$

$\int \frac{1}{x^2} dx = \int -du = -u + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

الجواب

$= -\frac{1}{x} + C$

سؤال ١١

أوجد $\int \frac{1}{x^2} dx$

نفرض $u = \frac{1}{x}$ $du = -\frac{1}{x^2} dx$

$du = -\frac{1}{x^2} dx$ $\Rightarrow \frac{1}{x^2} dx = -du$

$\int \frac{1}{x^2} dx = \int -du = -u + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

$= -\frac{1}{x} + C$

اجزاء



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

$$= \left[\frac{1}{\cancel{ص} \times \cancel{ص}} \times \cancel{ص} \times \cancel{ص} \right]$$

$$= \frac{لوا}{صا} + ح$$

$$= \frac{لوا}{لوا} + \frac{لوا}{صا} + ح$$

مثال (١٢)

$$\left[قاس \times \frac{لوا}{لوا} \times \frac{لوا}{صا} \right]$$

الكل

$$ص = قاس$$

$$ص = قاس \times \frac{لوا}{لوا} = قاس$$

مثال (١٤)

$$\left[\frac{1}{\cancel{لوا} \times \cancel{لوا}} \times \cancel{لوا} \times \cancel{لوا} \right]$$

الكل

$$ص = \frac{لوا}{لوا} = لوا$$

$$ص = لوا$$

$$عند ح = 1 \text{ فان } ص = لوا$$

$$ص = \frac{لوا}{لوا} = لوا$$

$$= \left[\frac{صا}{صا} \times \frac{صا}{صا} \right]$$

$$= \left[\frac{صا}{صا} \right] = 1$$

مثال (١٣)

$$\left[\frac{1}{\cancel{لوا} \times \cancel{لوا}} \times \cancel{لوا} \times \cancel{لوا} \right]$$

كل ما يتوجب

$$ص = لوا$$

$$\leftarrow ص = لوا$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

مثال ١٥

$$\left[\frac{\sqrt{c+s}}{c+s} \right]$$

$$ص = \frac{\sqrt{c+s}}{c+s} = \frac{1}{\sqrt{c+s}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{c+s}}$$

$$ص = \frac{1}{\sqrt{c+s}} \times \frac{1}{\sqrt{c+s}} = \frac{1}{c+s}$$

$$ص = \frac{1}{c+s} \times \frac{1}{\sqrt{c+s}} = \frac{1}{(c+s)\sqrt{c+s}}$$

$$= \frac{1}{(c+s)\sqrt{c+s}}$$

$$ص = \frac{1}{(c+s)\sqrt{c+s}}$$

$$ص = \frac{1}{(c+s)\sqrt{c+s}}$$



ناجح الجمزاوي

0788656057



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0795656881

ورقة عمل

١. وزارة (٢٠٠٥)

جد ۲ لو (۵+۲)

$$\begin{array}{r} 55 \overline{) 300} \\ \underline{275} \\ 25 \end{array}$$

وزارة (C.C.)

اوجہ $\frac{r}{r_0}$ (فوج لوس، ریس)

..... (5.11) ٥.١١

جواب: $\frac{4}{3a+2b}$ میں 4

الجواب = لو انا صا انا

۶. اربعہ { $\frac{1}{s + s + s + s}$ } کی

الحوا لو اا لو ا لو ا + 2

۷. اوجده $\int_0^1 (1 + \sqrt{x} + \sin x) dx$

$$5 \dots (1+5) \dots$$

٤. وَلَا تَلْبِسْ

$$(1+s)^{-1} \times (1+s)^{-1} = \frac{1}{(1+s)^2}$$

.....

اثبت ان $\left\{ \frac{\sum_{i=1}^n (1+i)^{-1} \times (1+i)^{-1} \times (1+i)^{-1}}{n} \right\}$

لو انا لوسا + ٦ =



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

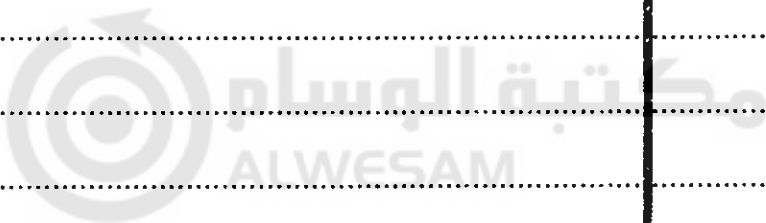
٨. وزارة (٢٠١٤) صيف

إذا كان

{ (وهـ (س) - س) = (لواقياس + ضاس) }

٢ -

فأشبه أن وهـ (س) = س - قياس



المعلم: ناجح الجمزوي



الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

الاقتراان الاسي الرطبي
عستقته ونطاعله

فشفة الامة ان الالهي طبيعي

ثاعرة

$\varphi = \varphi$ ← $\varphi' = \varphi(s)$ $\varphi(s)$
 صفة الـ X الـ φ

البرهان

$$ص = ه \leftarrow لو ص = لو ه$$

$$لو ص = ه \leftarrow لا استفاده ه$$

$$ص = ه \leftarrow ه (س) \leftarrow ه (س)$$

$$ص = ه \leftarrow ه (س) \leftarrow ه (س)$$

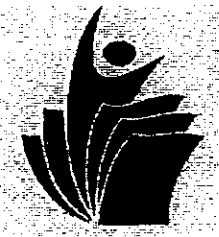
خواص و مقادیر

$\theta = 0$

(16.1)

① سخته کافی شکل
لا حظ ان $\frac{1}{2} \neq \frac{1}{3}$. لا يمكن ان
لنساوي صفر

٥) التحويل عن الصورة الوعائية
الى الصورة الاسية والمكس
لوه = س $\leftrightarrow$ ص = هـ
س = هـ



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

سؤال ①

جدد المشتقة الأولى لكل مما يلي :

١. $y = (x^2 + 1)^3$ ← $y' = 6x(x^2 + 1)^2$

٢. $y = (x^3 - 2x)^4$ ← $y' = 4(x^3 - 2x)^3(3x^2 - 2)$

٣. $y = \sin(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x$

٤. $y = \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = -\sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

٥. $y = \sin(x^2 + 1) + \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x - \sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

٦. $y = \sin(x^2 + 1) - \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x + \sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

٧. $y = \sin(x^2 + 1) \cdot \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x \cdot \cos(x^2 + 1) - \sin(x^2 + 1) \cdot 2x \cdot \sin(x^2 + 1)$

٨. $y = \frac{1}{\sin(x^2 + 1)}$ ← $y' = -\frac{1}{\sin^2(x^2 + 1)} \cdot \cos(x^2 + 1) \cdot 2x$

٩. $y = \frac{1}{\cos(x^2 + 1)}$ ← $y' = \frac{1}{\cos^2(x^2 + 1)} \cdot \sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

٩. $y = \sin(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x$

١٠. $y = \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = -\sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

١١. $y = \sin(x^2 + 1) + \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x - \sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

١٢. $y = \sin(x^2 + 1) - \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x + \sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

١٣. $y = \sin(x^2 + 1) \cdot \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x \cdot \cos(x^2 + 1) - \sin(x^2 + 1) \cdot 2x \cdot \sin(x^2 + 1)$

١٤. $y = \frac{1}{\sin(x^2 + 1)}$ ← $y' = -\frac{1}{\sin^2(x^2 + 1)} \cdot \cos(x^2 + 1) \cdot 2x$

١٥. $y = \frac{1}{\cos(x^2 + 1)}$ ← $y' = \frac{1}{\cos^2(x^2 + 1)} \cdot \sin(x^2 + 1) \cdot 2x$

١٦. $y = \sin(x^2 + 1) \cdot \cos(x^2 + 1)$ ← $y' = \cos(x^2 + 1) \cdot 2x \cdot \cos(x^2 + 1) - \sin(x^2 + 1) \cdot 2x \cdot \sin(x^2 + 1)$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

$$14. \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{استقاراً نحن}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{من هـ} \times \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{0}{\frac{1}{x}} = \frac{0}{\frac{1}{x}} \quad \text{من هـ} = \frac{0}{\frac{1}{x}}$$

ملاحظة هامة

القاعدة السابقة صحيحة في الاثنان
الاسي الطبيعي (الذي اساسه هـ)
اما اذا كان الاساس ليس هـ
مثلاً $\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$ $\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$
في هذه الحالة ندخل اللوغاريتم
للطرفين ثم نقوم بالاستقار
مثلاً
اوجد $\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$ ما يلي

$$1. \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{عند ما سن} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{اكل}$$

$$\text{باذخال اللوغاريتم للطرفين}$$

$$\log \frac{1}{x} = \log \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x} \right) \quad \text{لو هـ} = \log \frac{1}{x}$$

$$\log \frac{1}{x} = \log \frac{1}{x} + \log \frac{1}{x} \quad \text{سك يتبع اكل}$$

$$15. \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{حاس حباس}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{اكل: حاس + حباس}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{حاس + حباس}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{صا = (حباس - حباس) هـ}$$

$$16. \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{لو هـ}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{اكل صا = هـ}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{صا = حاس \times حباس}$$

$$17. \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{لو هـ}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{اكل صا = هـ}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{صا = هـ}$$

$$18. \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{لو هـ}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{اكل صا = هـ}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \quad \text{صا = هـ}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\frac{ص}{ص} = م(س) \times ل$$

$$ص = م(س) \times ل \times ص$$

$$م(س) \times ل \times ص = م(س) \times ل \times ص$$

بالاشتقاق لخصني

$$\frac{ص}{ص} = م \times ل$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

مثال (3) فزارة (٢٠٠٨)

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

م ثابت

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

فاوجد قيمته

اكل

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

اكل

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

م(س)

اذا كانت ص = م

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$

البرهان

$$ص = م \times ل \times ص = م \times ل \times ص$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مسألة ٤) وزارة (٢٠١٩)

مسألة ٥)

إذا كانت $\sin \theta = \frac{1}{2}$ فاحسب $\cos \theta$

ان

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

اكمل

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

اكمل

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

مثال (١٤)

إذا كان $x^2 - 7x + 6 = 0$ فجد قيمة P التي تجعل المعادلة

كل x حلاً للمعادلة

الحل: $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

مثال (١٥)

إذا كان $x^2 - 7x + 6 = 0$ فجد قيمة P التي تجعل المعادلة

كل x حلاً للمعادلة

الحل: $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

فتابع كل

مثال (١٥) فزاره (١٤) شتوي

إذا كان $x^2 - 7x + 6 = 0$ فجد قيمة P التي تجعل المعادلة

كل x حلاً للمعادلة

الحل

بإستخدام الفرق بين ضروباً

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

لكن $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x^2 - 7x + 6 = 0$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\text{كل} \quad \left(\frac{1}{c} \right) = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\left(\frac{1}{c} \right) = \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots \right)$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

مثال (١٠)

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

كل

(١٠) نقطة

ولايجاد ميل

كل

بالتقارب

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

مثال (٩) فارة (١٠٠)

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

كل

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \dots$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

سؤال (١٢)

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

اكل

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{1}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{1}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{1}{\text{ه}} = \frac{\text{لوس}^2 - 1}{\text{ه}}$$

سؤال (١٣)

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

فما تبين ان

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - 1$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - 1$$

اكل

بما تبين ان

$$\text{ص}^2 = (1 - \text{لوس})^2 + \frac{1}{\text{ه}} + \frac{1}{\text{ه}}$$

$$\text{ص}^2 = (1 - \text{لوس})^2 + \frac{1}{\text{ه}} + \frac{1}{\text{ه}}$$

معادلة الكمال

$$\text{ص}^2 = (1 - \text{لوس})^2 + \frac{1}{\text{ه}} + \frac{1}{\text{ه}}$$

سؤال (١١)

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

اكل

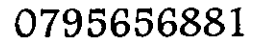
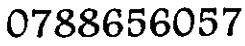
استقامه صفني

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} - \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}} + \frac{\text{لوس}^2}{\text{ه}}$$



الوحدة الرابعة / التكامل

$$\frac{1}{Z_C} = \frac{j\omega}{j\omega + 1/C} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 - j\omega C}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

تكمّل الاقتران الأنسي الطبيعي

١. القاعدة

$$\begin{aligned} ٣. \quad & \left\{ \begin{array}{l} ١ - \frac{1}{3} \text{ يس } \frac{1}{3} \\ ١ - \frac{1}{3} \text{ يس } \frac{1}{3} \end{array} \right\} \\ ٤. \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ يس } \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \text{ يس } \frac{2}{3} \end{array} \right\} \\ ٥. \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} \text{ يس } \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} \text{ يس } \frac{4}{3} \end{array} \right\} \\ ٦. \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{3} \text{ يس } \frac{5}{3} \\ \frac{5}{3} \text{ يس } \frac{5}{3} \end{array} \right\} \\ ٧. \quad & \left\{ \begin{array}{l} \frac{6}{3} \text{ يس } \frac{6}{3} \\ \frac{6}{3} \text{ يس } \frac{6}{3} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \text{ يس } \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \text{ يس } \frac{1}{3} \end{array} \right\} \\ & \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ يس } \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \text{ يس } \frac{2}{3} \end{array} \right\} \\ & \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{3} \text{ يس } \frac{3}{3} \\ \frac{3}{3} \text{ يس } \frac{3}{3} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

ولاحظه ١-

القاعدة صحيحة فقط اذا كان
الاس خطي.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{3} \text{ يس } \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} \text{ يس } \frac{4}{3} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{5}{3} \text{ يس } \frac{5}{3} \\ \frac{5}{3} \text{ يس } \frac{5}{3} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{6}{3} \text{ يس } \frac{6}{3} \\ \frac{6}{3} \text{ يس } \frac{6}{3} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{3} \text{ يس } \frac{7}{3} \\ \frac{7}{3} \text{ يس } \frac{7}{3} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{8}{3} \text{ يس } \frac{8}{3} \\ \frac{8}{3} \text{ يس } \frac{8}{3} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{3} \text{ يس } \frac{9}{3} \\ \frac{9}{3} \text{ يس } \frac{9}{3} \end{array} \right\}$$

مثال ①
جد كلاً من التكافلات التالية

$$١. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \text{ يس } \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \text{ يس } \frac{1}{3} \end{array} \right\}$$

$$٢. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} \text{ يس } \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \text{ يس } \frac{2}{3} \end{array} \right\}$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

اكل

$$\text{س} = \text{هـ} = \text{سنة المقام} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

اكل

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

اكل

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$

$$\text{لو} = \text{هـ} + \text{س} = \text{س} = \text{س}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

٢. تخويف ، أجزاء ، لوغريتم ، أسّي

$$y = \frac{y}{x^3}$$

$$= \left(\frac{y}{x^3} \right) \times x^3 = \frac{y}{x^3} \times x^3$$

$$= \frac{1}{3} + y = \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x$$

ملاحظة هامة

$$\left(\frac{y}{x^3} \right) \times x^3 = y$$

كل على أسعويته
ونفرض من = الأس

مثال (٣) حاس

$$\left(\frac{y}{x^3} \right) \times x^3 = y$$

الحل

$$y = \frac{y}{x^3} \times x^3 = y$$

$$= \frac{y}{x^3} \times x^3 = y$$

$$= \left(\frac{y}{x^3} \right) \times x^3 = y$$

$$= \frac{1}{3} + y = \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x$$

مثال (٤)

$$\left(\frac{y}{x^3} \right) \times x^3 = y$$

$$= \frac{y}{x^3} \times x^3 = y$$

$$= \frac{1}{3} + y = \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x$$

$$= \frac{1}{3} + y = \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x$$

مثال (٥)

$$\left(\frac{y}{x^3} \right) \times x^3 = y$$

$$= \frac{y}{x^3} \times x^3 = y$$

الحل

$$= \frac{1}{3} + y = \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x + \frac{1}{3} + x$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

سؤال ٨

قاس هو انطاس دس

الحل

ص = انطاس

دس = قاس / انطاس

قاس هو دس انطاس دس

دس = قاس دس

دس = قاس دس

دس = قاس دس

دس = قاس دس

دس = قاس دس

دس = قاس دس

دس = قاس دس

نكتب ص = 1 - دس

دس = 1 - ص

دس = دس (1 - دس)

دس = دس

دس = 0

دس = دس (1 - دس)

دس = دس (1 - دس)

اجزاء

دس = دس (1 - دس)

دس = دس

دس = دس (1 - دس)

دس = دس (1 - دس)

دس = دس (1 - دس)

دس = دس (1 - دس)

دس = دس (1 - دس)



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

الكل

$$\{ \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \} = \text{س هـ}$$

اجزاء

$$\text{س هـ} = \text{س هـ}$$

$$\text{س هـ} = (\text{س هـ} + \text{س هـ} \times 1) \text{ س هـ}$$

$$\text{س هـ} = (\text{س هـ} + \text{س هـ} \times 1) \text{ س هـ} \leftarrow \text{س هـ} = (1 + \text{س})$$

$$\frac{1}{1 + \text{س}} + \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}} = \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}}$$

$$\frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}} + \text{س هـ} = \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}}$$

مثال ٩

$$\{ \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \} = \text{س هـ}$$

الكل

$$\text{س هـ} = \text{س هـ}$$

$$\text{س هـ} = \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \text{ س هـ}$$

$$\text{س هـ} = \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \text{ س هـ} \leftarrow \text{س هـ} = (1 + \text{س})$$

$$\{ \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \} = \text{س هـ}$$

$$\{ \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \} = \text{س هـ}$$

$$\{ \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \} = \text{س هـ}$$

$$\frac{1}{1 + \text{س}} + \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}} = \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}}$$

$$\frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}} + \text{س هـ} = \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}}$$

$$\text{س هـ} = \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \text{ س هـ}$$

$$\text{س هـ} = \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \text{ س هـ} \leftarrow \text{س هـ} = (1 + \text{س})$$

$$\{ \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \} = \text{س هـ}$$

$$\frac{1}{1 + \text{س}} + \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}} = \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}}$$

$$\frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}} + \text{س هـ} = \frac{\text{س هـ}}{1 + \text{س}}$$

مثال ١٠ (وزارة ٢٠٠٦)

$$\{ \text{س هـ} \times (1 + \text{س}) \} = \text{س هـ}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\begin{aligned} &= \text{ن هـ} - \text{ن هـ} \quad \text{ن هـ} - \text{ن هـ} \\ &= \text{ن هـ} - \text{ن هـ} \quad \text{ن هـ} - \text{ن هـ} \\ &= \text{ن هـ} - \text{ن هـ} \quad \text{ن هـ} - \text{ن هـ} \end{aligned}$$

مثال (١٢)

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

اكمل

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

مثال (١٤)

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

مثال (١٣)

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} + \text{ن هـ}$$

$$\text{ن هـ} = \text{ن هـ} \times \text{ن هـ}$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

سؤال ١٥ وزارة (٢٠١٣) سؤال ١٦ وزارة (٢٠١٤) صيغة

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x(x+1)}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

فصله على تكاملات دوريه

التكاملات الدورية هي

1. $\sin x$ و $\cos x$

2. $\sec x$ و $\csc x$

3. $\tan x$ و $\cot x$

4. $\sec x$ و $\csc x$

←

1. $\sin x$ و $\cos x$

2. $\sec x$ و $\csc x$

3. $\tan x$ و $\cot x$

←

مثال ٥

1. $\sin x$ و $\cos x$

اكمل

2. $\sec x$ و $\csc x$

3. $\tan x$ و $\cot x$

4. $\sec x$ و $\csc x$

اجزاء

5. $\tan x$ و $\cot x$

6. $\sec x$ و $\csc x$

7. $\tan x$ و $\cot x$

ليتم اكل

مثال ١

1. $\sin x$ و $\cos x$

2. $\sec x$ و $\csc x$

3. $\tan x$ و $\cot x$

4. $\sec x$ و $\csc x$

اجزاء

5. $\tan x$ و $\cot x$

6. $\sec x$ و $\csc x$

7. $\tan x$ و $\cot x$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\begin{aligned} & \text{ص} = \text{ص} \quad \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \quad \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \quad \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \quad \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \quad \text{ص} = \text{ص} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \\ & \text{ص} = \text{ص} \end{aligned}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

ورقة عمل

٥. اوجد صيغة
لـ $\sum_{k=1}^n k^2$

١. اذا كان $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
اوجد $\sum_{k=1}^n k$

٦. اذا كان $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
اوجد $\sum_{k=1}^n k^2$

٢. وزارة (٢٠٠٥)
اذا كان $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
اوجد $\sum_{k=1}^n k$

٣. وزارة (٢٠٠٩)
اوجد $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2}$

٧. وزارة (٢٠٠٩)

اذا كانت $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
اوجد $\sum_{k=1}^n k$

٤. اذا كان $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
اوجد $\sum_{k=1}^n k^2$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمراوي

0788656057

0795656881

٨. جد التكاملات التالية

$$١. \int \frac{x^3}{x^2-1} dx$$

$$٢. \int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2-1} dx$$

$$٣. \int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2-1} dx$$

$$٤. \int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2-1} dx$$

$$٥. \int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2-1} dx$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

التكامل بالكسور الجزئية

أولاً: بحزنة الكسر

عندما $\frac{P}{Q}$ هو (س) و (د) $\frac{P}{Q} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$

الشروط

١. هـ (س) اقتران كثير حدود

ويحل الى عوامله الأولية

ملاحظة هامة

٢. درجة هـ (س) > درجة هـ (د) اذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام

٣. التكامل باللوغاريتم اذا كانت

متقة المقام تختصر مع البسط

٤. التكامل بالكسور الجزئية اذا

كانت متقة المقام لا تختصر مع البسط

مثال ١: $\frac{P}{Q} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$ لو غير يتم

مثال ٢: $\frac{P}{Q} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$ لو غير يتم

مثال ١

$\frac{P}{Q} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$

$$\frac{P}{Q} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A}{(x+1)(x-1)} + \frac{C}{(x+1)(x-1)} = \frac{A+C}{(x+1)(x-1)}$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\frac{u}{3-u} + \frac{p}{1+\sqrt{c}} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{(1+\sqrt{c})u + (3-u)p}{(3-u)(1+\sqrt{c})} =$$

$$(1+\sqrt{c})u + (3-u)p = uv$$

$$3 = u \leftarrow uv = c1 \leftarrow 3 = u$$

$$1 = p \leftarrow p \frac{u}{c} = \frac{u}{c} \leftarrow \frac{1}{c} = u$$

$$\frac{1}{3-u} \left(3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}} \right) =$$

$$3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{1}{3-u} \left(3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}} \right) =$$

$$\frac{u}{3-u} + \frac{p}{1+\sqrt{c}} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$(1+\sqrt{c})u + (3-u)p = uv$$

$$3 = u \leftarrow uv = c1 \leftarrow 3 = u$$

$$1 = p \leftarrow p \frac{u}{c} = \frac{u}{c} \leftarrow \frac{1}{c} = u$$

$$\frac{1}{3-u} \left(3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}} \right) =$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$

$$\frac{3 + \frac{1}{1+\sqrt{c}}}{3-u} = \frac{uv}{(3-u)(1+\sqrt{c})}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مثال ٥ وزارة (٤٠٤٢) صيف

$$\frac{13-s}{3+s\sqrt{c}} \text{ اوجد } \frac{1}{\sqrt{c}}$$

اكن

$$\frac{13-s}{(3-s)(1-s)} = \frac{13-s}{3+s\sqrt{c}}$$

$$\frac{u}{3-s} + \frac{p}{1-s} = \frac{13-s}{(3-s)(1-s)}$$

$$(1-s)u + (3-s)p = 13-s$$

$$(1-s)u + (3-s)p = 13-s$$

$$2 = u \leftarrow u = 1 \leftarrow 3 = s$$

$$0 = p \leftarrow p = 0 \leftarrow \frac{1}{c} = 5$$

$$\frac{2}{3-s} + \frac{0}{1-s} = \frac{13-s}{(3-s)(1-s)}$$

$$\frac{0}{c} = \frac{1}{1-s} + \frac{1}{3+s\sqrt{c}}$$

$$\frac{1}{s-3} = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{\sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{c}-s} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{\sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{c}-s} \right)$$

مثال ٦

$$\frac{1}{s(3+s)(c-s)}$$

اكن

$$\frac{p}{s(3+s)(c-s)} + \frac{u}{s(3+s)(c-s)} + \frac{p}{s(3+s)(c-s)} = \frac{1}{s(3+s)(c-s)}$$

$$\frac{1}{s(3+s)(c-s)} = \frac{p}{s(3+s)(c-s)} + \frac{u}{s(3+s)(c-s)} + \frac{p}{s(3+s)(c-s)}$$

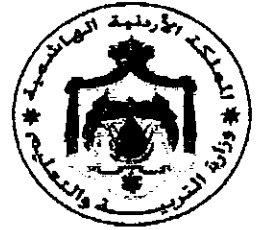
$$\frac{1}{c} = p \leftarrow 3xc - xp = 1 \leftarrow 3 = s$$

$$s = c \leftarrow 0 \times u = 1 \leftarrow u = \frac{1}{c}$$

$$s = 3 \leftarrow 0 - xp - xp = 1 \leftarrow \frac{1}{16} = p$$

$$\frac{1}{16} = p \leftarrow \frac{1}{c} = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{c-s} \right)$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{c-s} \right)$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

سؤال ٧

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 4} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-4}$$

ملاحظة هامة

هنا المقام كسري يحلل الى عوامل
مشابه لذلك لان نستخدم الكسور
الكسرية.

الحل

$$\frac{1}{(x-1)(x-4)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-4}$$

$$1 = A(x-4) + B(x-1)$$

$$1 = A(x-4) + B(x-1)$$

تدريب

$$\frac{5x+2}{x^2+5x+4} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+4}$$

هنا نحلل ثم اجزاء

$$\frac{5x+2}{(x+1)(x+4)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+4}$$

سؤال ٦ ونار ٥ (٤) شتوبه

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$

اوجد

اكل

$$\frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$

$$1 = A(x-3) + B(x-2)$$

$$1 = A(x-3) + B(x-2)$$

$$1 = A(x-3) + B(x-2)$$

$$1 = A(x-3) + B(x-2)$$

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$

$$\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

نفرض $ص = س$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{ص}{(1+ص)(1-ص)} =$$

$$\frac{ص}{1+ص} + \frac{ص}{1-ص} = \frac{1}{(1+ص)(1-ص)}$$

$$\frac{(1-ص)ص + (1+ص)ص}{(1+ص)(1-ص)} =$$

$$(1-ص)ص + (1+ص)ص = 1$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{1}{ص} \leftarrow \frac{1}{ص} = \frac{1}{ص}$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{1}{ص} \leftarrow \frac{1}{ص} = \frac{1}{ص}$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{1}{ص} \leftarrow \frac{1}{ص} = \frac{1}{ص}$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{1}{ص} \leftarrow \frac{1}{ص} = \frac{1}{ص}$$

سؤال ٨

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

ملاحظة هامة

صنا المقام على كسري بصفر بالتعويض

اكمل

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

سؤال ٩

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$

اكمل

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \leftarrow \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$$



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي الطمي

0795656881

مثال ١٠

$$\frac{4s^2 + 5s}{s^2 + 5s + 0}$$

ملاحظة هامة

هنا المقام مربعي ولا يحل لنزاع
كل بالتعويض

الحل

$$s^2 + 5s + 0 = s^2$$

$$s^2 = (s^2 + 5s) \cdot s$$

$$\frac{s^2}{s^2 + 5s} = s \leftarrow$$

$$\frac{4s^2 + 5s}{s^2 + 5s + 0} =$$

$$\frac{s}{s^2 + 5s} \times \frac{(s^2 + 5s)s}{s} =$$

$$= s \text{ لو } s^2 + 5s + 0$$

$$= s \text{ لو } s^2 + 5s + 0 + 0$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

ثانياً: الكسور الجزئية باستخدام القسمة الطويلة

مثال ①

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$$

الحل

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^2 + 1 \overline{) x^2 + 3x + 2} \end{array}$$

$$\underline{-(x^2 + 1)} \quad 2x + 1$$

$$\underline{-(2x + 2)} \quad -1$$

$$\text{الباقى } -1$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1} = 1 + \frac{-1}{x^2 + 1}$$

$$\text{الناجح} \quad \text{المقسوم عليه}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1} = 1 + \frac{-1}{x^2 + 1}$$

١- يجب ان يكون كل من بسط والمقام كثيرات حدوداً ودرجة البسط < درجة المقام

$$\frac{\text{المقسوم}}{\text{المقسوم عليه}} = \text{الناجح} + \frac{\text{الباقى}}{\text{المقسوم عليه}}$$

٢- يجب ترتيب كل من المقسوم والمقسوم عليه حسب قوى x التنازلية

٣- نتوقف عملية اقسمة عندما تصبح درجة الباقي < درجة المقسوم عليه

مثال ②

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$$

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ x^2 + 1 \overline{) x^3 + 2x^2 + 3x + 2} \end{array}$$

$$\underline{-(x^2 + 1)} \quad x + 1$$

$$\underline{-(x + 1)} \quad 0$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مسألة (٣) وزارة (٢٠١٢)

$$\text{جد } \frac{s^3 - 1}{s^2 + s}$$

الحل قسمه طوله

$$\begin{array}{r} s^3 - 1 \\ s^2 + s \overline{) s^3 - 1} \\ \underline{s^3 + s^2} \\ -s^2 - 1 \end{array}$$

$$= \left\{ \frac{s^3 - 1}{s^2 + s} \right\} + \left\{ \frac{-s^2 - 1}{s^2 + s} \right\}$$

كسور جزئية

$$\frac{u}{s+2} + \frac{p}{s} = \frac{s^3 - 1}{(s+2)s}$$

$$s^3 - 1 = u(s+2) + ps$$

$$s^3 - 1 = us + 2u + ps = (u+p)s + 2u$$

$$s^3 - 1 = (u+p)s + 2u$$

$$\frac{1}{s} = \frac{p}{s} \left(\frac{1}{s+2} \right) + \frac{1}{s}$$

مسألة (٤)

$$\text{جد } \frac{s^3 + 3}{s^2 - 1}$$

ملاحظة هامه جداً

هنا نلاحظ ان المقام كالمعكوس
الكسور الجزئية لكن يجب اولاً
ان نقسم قسمه طوله

الحل

$$\begin{array}{r} s^3 + 3 \\ s^2 - 1 \overline{) s^3 + 3} \\ \underline{s^3 - s^2} \\ s^2 + 3 \end{array}$$

$$= \left\{ \frac{s^3 + 3}{s^2 - 1} \right\} + \left\{ \frac{s^2 + 3}{s^2 - 1} \right\}$$

كسور جزئية

$$\frac{u}{s+1} + \frac{p}{s-1} = \frac{s^3 + 3}{(s+1)(s-1)}$$

$$s^3 + 3 = u(s-1) + p(s+1)$$

$$s^3 + 3 = us - u + ps + p = (u+p)s + (-u+p)$$

$$s^3 + 3 = (u+p)s + (-u+p)$$

$$\frac{1}{s-1} = \frac{p}{s-1} \left(\frac{1}{s+1} \right) + \frac{1}{s-1}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ٦

$$\left\{ \frac{\sqrt{x}}{x-4} \right\}$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}} &= \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} \\ \frac{\sqrt{x}}{x} &= \frac{\sqrt{x}}{x} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\left\{ \frac{x}{x-4} \right\} = \frac{x}{x-4} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}}$$

$$\left\{ \frac{x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}} \right\} = \frac{x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}}$$

$$\frac{x\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x-4)} = \frac{x}{x-4}$$

$$\left\{ \frac{x}{x-4} \right\} = \frac{x}{x-4} \cdot \frac{1}{1} = \frac{x}{x-4}$$

كسور جزئية

$$\frac{1}{x-4} = \frac{1}{(x-4)(x+4)} = \frac{1}{x^2-16}$$

$$\frac{u}{x+4} + \frac{p}{x-4} = \frac{u(x-4) + p(x+4)}{(x+4)(x-4)}$$

$$\left\{ \frac{x^2+2}{1-x} \right\} = \frac{x^2+2}{1-x} \cdot \frac{1}{1-x} = \frac{x^2+2}{1-x^2}$$

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2+2}}{1-x} \right\} = \frac{\sqrt{x^2+2}}{1-x}$$

الحل

$$\left\{ \frac{\sqrt{x^2+2}}{1-x} \right\} = \frac{\sqrt{x^2+2}}{1-x}$$

$$\left\{ \frac{x^2+2}{1-x} \right\} = \frac{x^2+2}{1-x}$$

$$\left\{ \frac{x^2+2}{1-x} \right\} = \frac{x^2+2}{1-x}$$

$$\left\{ \frac{x^2+2}{1-x} \right\} = \frac{x^2+2}{1-x}$$

$$\frac{x^2+2}{1-x} = \frac{x^2+2}{1-x}$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\begin{aligned} & \frac{7-3u}{9+u^2} = \frac{A}{9+u^2} + \frac{B}{3-u} \\ & \frac{7-3u}{9+u^2} = \frac{A}{9+u^2} + \frac{B(3-u)}{3-u} \\ & \frac{7-3u}{9+u^2} = \frac{A}{9+u^2} + \frac{3B-3uB}{3-u} \\ & \frac{7-3u}{9+u^2} = \frac{A}{9+u^2} + \frac{3B-3uB}{3-u} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{7-3u}{9+u^2} = \frac{A}{9+u^2} + \frac{B(3-u)}{3-u} \\ & \frac{7-3u}{9+u^2} = \frac{A}{9+u^2} + \frac{3B-3uB}{3-u} \\ & \frac{7-3u}{9+u^2} = \frac{A}{9+u^2} + \frac{3B-3uB}{3-u} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (u-3)u + (u+3)P = u^2 - 04 \\ & \frac{u}{u+3} + \frac{P}{u-3} = \frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{u}{u+3} + \frac{P}{u-3} = \frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)} \\ & \frac{u}{u+3} + \frac{P}{u-3} = \frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)} \end{aligned}$$

$$(u-3)u + (u+3)P = (u-3)(u+3)$$

$$(u-3)u + (u+3)P = (u-3)(u+3)$$

$$u = P \leftarrow P = 1 \leftarrow u = 3$$

$$u = P \leftarrow P = 1 \leftarrow u = 3$$

$$\frac{u}{u+3} + \frac{P}{u-3} = \frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)}$$

$$u = P \leftarrow P = 1 \leftarrow u = 3$$

$$u = P \leftarrow P = 1 \leftarrow u = 3$$

مثال (٧) وزارة (٥،١٥) مكتوب

$$\frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)}$$

$$\frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)}$$

$$u = P \leftarrow P = 1 \leftarrow u = 3$$

$$\frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)}$$

$$\frac{u^2 - 04}{(u+3)(u-3)}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

سؤال ٨) وزارة (١٣٠٢) صيغة

$$\frac{c + 5s}{1 - s}$$

الحل قسمه طوله

$$\begin{array}{r} c + 5s \\ 1 - s \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c + 5s \\ 1 - s \\ \hline c + 5s \\ 1 - s \\ \hline c + 5s \end{array}$$

$$= \frac{c + 5s}{1 - s} + s + 5s = \frac{c + 5s}{1 - s} + 6s$$

كسور جزئية

$$\frac{u}{1 + s} + \frac{p}{1 - s} = \frac{c + 5s}{(1 + s)(1 - s)}$$

$$(1 - s)u + (1 + s)p = c + 5s$$

$$u = 1 \quad p = 3 \quad c = 4 \quad s = \frac{1}{2}$$

$$u = 1 \quad p = 3 \quad c = 4 \quad s = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{1 + s} + \frac{3}{1 - s} + s + 5s = \frac{1}{1 + s} + \frac{3}{1 - s} + 6s$$

$$= \frac{1}{1 + s} + \frac{3}{1 - s} + \frac{6s}{1 - s} = \frac{1}{1 + s} + \frac{3 + 6s}{1 - s}$$



ناجح الجمزاوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

تطاولات متميزة

ومراجعة لجميع التطاولات

ملامحه هامة

$$\frac{u}{u+1} + \frac{p}{u-1} = \frac{2}{u-1}$$

$$u(u-1) + p(u+1) = 2(u-1)$$

إذا ظهرت أسس كزاوية أو كجزء من كسر فورا بالتعويض

مثال ① مقام مبدأ

$$\frac{u}{u-1}$$

اكمل

$$u-1 = \frac{u}{u-1} \leftarrow u-1 = \frac{u}{u-1}$$

$$\leftarrow u-1 = \frac{u}{u-1}$$

$$u-1 = \frac{u}{u-1} \leftarrow u-1 = \frac{u}{u-1}$$

$$\leftarrow u-1 = \frac{u}{u-1} \leftarrow u-1 = \frac{u}{u-1}$$

لا تنسوا جزئي

مثال ②

$$\frac{1}{u+1}$$

اكمل

$$u = \frac{1}{u+1} \leftarrow u = \frac{1}{u+1}$$

$$u = \frac{1}{u+1} \leftarrow u = \frac{1}{u+1}$$

$$\frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1} \leftarrow \frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1}$$

$$\frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1} \leftarrow \frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1}$$

$$\frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1} \leftarrow \frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1}$$

$$\frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1} \leftarrow \frac{1}{u+1} = \frac{1}{u+1}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

سؤال ٤

$$\frac{c}{1+s} = \frac{c}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

الحل

$$\text{نفرض } c = 1+s$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

$$c = 1+s$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

كسور جزئية

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

$$(c+u)u + (1-u)p = c$$

$$\frac{c}{3} = u \leftarrow u \cdot 3 = c \leftarrow 1 = u$$

$$c = p \leftarrow p \cdot 2 = c \leftarrow 2 = u$$

$$c = 1 \leftarrow 1 = u$$

$$c = 1 \leftarrow 1 = u$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

سؤال ٥

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

الحل

$$c = 1+s$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

$$\frac{c}{1+s} = \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+s}{1+s} \right)$$

$$(c+u)u + (1-u)p = c$$

$$\frac{c}{3} = u \leftarrow u \cdot 3 = c \leftarrow 1 = u$$

$$c = p \leftarrow p \cdot 2 = c \leftarrow 2 = u$$

$$c = 1 \leftarrow 1 = u$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1+x}{1-x} \times \frac{1+x}{1-x} \\ & \frac{1+x^2}{1-x} = \frac{1+x^2}{1-x} \end{aligned} \right\} =$$

$$\frac{1+x^2}{1-x} = \frac{1+x^2}{1-x}$$

$$\frac{1+x^2}{1-x} = \frac{1+x^2}{1-x}$$

$$\frac{1+x^2}{1-x} = \frac{1+x^2}{1-x}$$

$$\frac{1+x^2}{1-x} = \frac{1+x^2}{1-x}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right) \\ & \frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right) \end{aligned} \right\} =$$

$$\frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right) = \frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right)$$

$$\frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right) = \frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right)$$

$$\frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right) = \frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right)$$

$$\frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right) = \frac{1}{1-x} \left(1+x^2 \right)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{1+x} \\ & \frac{1}{1+x} \end{aligned} \right\} =$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{1-x} \\ & \frac{1}{1-x} \end{aligned} \right\} =$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{1+x} \\ & \frac{1}{1+x} \end{aligned} \right\} =$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{1+x}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\begin{aligned}
 & \frac{3 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \\
 & \frac{3 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} \\
 & = \frac{3 + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3}{1 - 3} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

سؤال ٩) وزارة (١٠١٠٢)

$$\begin{aligned}
 & \frac{3 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \\
 & \frac{3 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(3 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})} \\
 & = \frac{3 + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} - 3}{1 - 3} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{7}{1 + \sqrt{3}} = \frac{7}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{7(1 - \sqrt{3})}{1 - 3} = \frac{7(1 - \sqrt{3})}{-2} = -\frac{7(1 - \sqrt{3})}{2}
 \end{aligned}$$

سؤال ٥)

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3})^2}{1 - 3} = \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3}{-2} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{-2} = -2 + \sqrt{3}$$

اكل

$$\begin{aligned}
 & \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3})^2}{1 - 3} = \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3}{-2} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{-2} = -2 + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مثال (١) وزارة (١٠٠٠)

$$\frac{1}{1-x}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x}$$

$$1 + (1-x)P = 1$$

$$1 = P \leftarrow P = 1 \leftarrow 0 = x$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$1 + 1 - x + 1 - x + 1 - x + \dots$$

$$1 + 1 - x + 1 - x + 1 - x + \dots$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x}$$

$$(1+x)P + (1+x)P = 2$$

$$2 = 1 \leftarrow 1 = x \leftarrow 0 = x$$

$$2 = 1 \leftarrow P = 1 \leftarrow 0 = x$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$(1-x)^2 = (1-x)^2 \times (1-x)^2 = (1-x)^4$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ١١ عجز

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{x^4} dx$$

الحل

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{x^4} dx = \int \frac{x^3}{x^4} - \frac{2x^2}{x^4} + \frac{3x}{x^4} - \frac{4}{x^4} dx$$

$$= \int x^{-1} - 2x^{-2} + 3x^{-3} - 4x^{-4} dx$$

$$= \int x^{-1} dx - 2 \int x^{-2} dx + 3 \int x^{-3} dx - 4 \int x^{-4} dx$$

$$= \ln|x| - 2 \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) + 3 \left(\frac{x^{-2}}{-2} \right) - 4 \left(\frac{x^{-3}}{-3} \right) + C$$

$$= \ln|x| + \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + \frac{4}{3x^3} + C$$

$$= \ln|x| + \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + \frac{4}{3x^3} + C$$

مثال ١٢ س

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{x^4} dx$$

الحل

$$\int \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{x^4} dx = \int \frac{x^3}{x^4} - \frac{2x^2}{x^4} + \frac{3x}{x^4} - \frac{4}{x^4} dx$$

$$= \int x^{-1} - 2x^{-2} + 3x^{-3} - 4x^{-4} dx$$

$$= \int x^{-1} dx - 2 \int x^{-2} dx + 3 \int x^{-3} dx - 4 \int x^{-4} dx$$

$$= \ln|x| - 2 \left(\frac{x^{-1}}{-1} \right) + 3 \left(\frac{x^{-2}}{-2} \right) - 4 \left(\frac{x^{-3}}{-3} \right) + C$$

$$= \ln|x| + \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + \frac{4}{3x^3} + C$$

$$= \ln|x| + \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + \frac{4}{3x^3} + C$$

كيسور حيز

$$\frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 4}{x^4} = \frac{x^3}{x^4} - \frac{2x^2}{x^4} + \frac{3x}{x^4} - \frac{4}{x^4}$$

$$= \frac{x^3}{x^4} - \frac{2x^2}{x^4} + \frac{3x}{x^4} - \frac{4}{x^4}$$



رياض و مدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مثال ١٤ وزارة (٢٠١٨)

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

اقل

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

(١٨٠)

مثال ١٥

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

اقل

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

اقل

٩٩



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

سؤال (١٧) فزارة (٢٠١٠)

جد $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$ اجزاء

الحل

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

سؤال (١٦) فزارة (٢٠١٨)

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx$$

الحل

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

$$\frac{1}{x^2 - 1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$1 = A(x+1) + B(x-1)$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

اخوان النهائي

$$ص = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

مثال ١٩ وزارة ٣٠٣٠٣٠٣

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

اكل قسمة صولة

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

شعير كل

مثال ١٨ مستوى عالي

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

عابان لاسا = اسا

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

$$1 = p \leftarrow m = 1$$

$$1 = p \leftarrow m = 1$$

$$\left\{ \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} \right\} =$$

$$= \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

$$= \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

هذا هو
نظم ونضيف

$$\left\{ \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} \right\} =$$

$$\left\{ \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} \right\} =$$

$$\left\{ \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} \right\} =$$

$$= \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

$$4 = p + (p+1) + (p+2) + \dots + (p+n-1)$$

$$1 = p \leftarrow p = 4 \leftarrow 4 = 4 \leftarrow 4 = 4$$

$$1 = p \leftarrow p = 4 \leftarrow 4 = 4 \leftarrow 4 = 4$$

$$\left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{m+1} \right\} =$$

$$= \frac{1}{m} + \frac{1}{m+1}$$

مثال (١٤) وزارة (٢٠١٤) شتوي

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

اكل

نظروا

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} = \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

$$\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} = \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1}$$

$$\left\{ \frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} \right\} =$$

لنحسب

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{m+1} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m+1}$$

$$1 = p + (p+1) + (p+2) + \dots + (p+n-1)$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

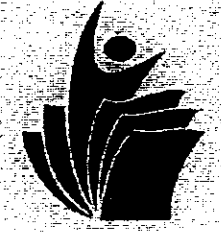
الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

ورقة عمل

١. اوجد قيمة التكاملات التالية
١. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٢. $\int_0^1 \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$
٣. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٤. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٥. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٦. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٧. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٨. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٩. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٠. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١١. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٢. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٣. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٤. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٥. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٦. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٧. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٨. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
١٩. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$
٢٠. $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}+(1-\sqrt{x})} dx$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

المعادلات التفاضلية

سؤال ①

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{dy}{dx} = y^2 \cdot x^3$$

الحل

$$\frac{dy}{y^2} = x^3 \cdot dx$$

$$\frac{dy}{y^2} = x^3 \cdot dx$$

$$\left(\frac{dy}{y^2} = x^3 \cdot dx \right)$$

$$\left(\frac{dy}{y^2} = x^3 \cdot dx \right)$$

$$\frac{dy}{y^2} = x^3 \cdot dx$$

سؤال ②

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$$

الحل

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$$

تابع

المعادلة التفاضلية

هي المعادلة التي تحتوي على رموز
 المشتقة $y', y'', y''', \dots$
 مثل

$$y'' = 9y \cdot y'$$

$$y'' + y' = 2y$$

$$y'' = 2y$$

$$\frac{y''}{y} = 2 - \frac{y'}{y}$$

حل المعادلة التفاضلية

هي تحويلها الى معادلة عادية

بدلالة المتغيرات $y, y', y'', \dots$

خطوات الحل

١. فصل المتغيرات

٢. ادخال التكامل غير المحدود

على الطرفين

٣. إجراء عملية التكامل



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\begin{aligned} \text{us}(\varepsilon - \text{us}(\varepsilon)) &= \text{us}(\varepsilon) \\ \varepsilon + \text{us}(\varepsilon) - \frac{\text{us}(\varepsilon)}{\varepsilon} &= \frac{\text{us}(\varepsilon)}{\varepsilon} \end{aligned}$$

$$\frac{r_{\text{ص}}}{r_{\text{ص}}^2} = \frac{r_{\text{ص}}}{r_{\text{ص}}^2}$$

$$\{ \text{جیسا کہ } r_{\text{ص}} = \frac{r_{\text{ص}}}{r_{\text{ص}}^2} \}$$

$$r_{\text{ص}} = \frac{r_{\text{ص}}}{r_{\text{ص}}^2} + \frac{r_{\text{ص}}}{r_{\text{ص}}^2}$$

۵۔ صلوات

$$\sqrt{\text{میں ہیں}} = \frac{\text{میں ہیں}}{\text{میں}}$$

۱۰۰

$$S \cap V = \emptyset$$

$$\cos \sqrt{r} = \frac{\cos s}{\cos r}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) = -\frac{1}{2x^{3/2}}$$

مسال ۳

$$\text{Lipid peroxidation} = \frac{\text{LPO}}{\text{LPO}}$$

۱۳۱

سہ ماہی = 3 ماہ

ہاں نہیں

{ قنات منہ سے نہ } جتنا کہیں

$$\Sigma + v_{\text{old}} \frac{1}{0} = w_{\mu} \bar{\psi}^{\dagger} \frac{1}{\psi} -$$

صالح

$$f(x) = 517x - 3 \left(\frac{500}{500} \right)$$

dk

$\left(\frac{50}{50} \right) = 64$ سے باخدا کج
 (التلعم)

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$$

مسال ۴

$$p = 2 - 0.15 + \frac{0.5}{1.5} \cdot 0.5$$

۱۳۱

اکمل حصہ = $\frac{5}{5}$ ، ۱۵ میں ۵ = ۳



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

$$\sqrt{(1+x)(1+y)} = \sqrt{1+x+y+xy}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \sqrt{1+x+y+xy}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

سؤال ٧

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 1 = \frac{y^2}{x^2} - 1 = \frac{y^2 - x^2}{x^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{x^2}$$

الحل

معادلة كيربيج خلاص

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 1 = \frac{y^2}{x^2} - 1 = \frac{y^2 - x^2}{x^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{x^2}$$

سؤال ٩

$$\frac{y^2}{x^2} - 1 = \frac{y^2 - x^2}{x^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{x^2}$$

الحل

$$\frac{y^2}{x^2} - 1 = \frac{y^2 - x^2}{x^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{x^2}$$

$$\frac{y^2}{x^2} - 1 = \frac{y^2 - x^2}{x^2} = \frac{(y-x)(y+x)}{x^2}$$

سؤال ٨

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$

$$\sqrt{1+x+y+xy} = \frac{1}{\sqrt{1+x+y+xy}}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

$$? \text{ دهن} = \left\{ \frac{1}{2} \text{ حاس} - \frac{1}{3} \text{ دهن} \right\}$$

$$\text{حاس} = \frac{1}{2} (1 - \text{دهن})$$

$$\text{حاس} = \frac{1}{2} (1 - \text{دهن})$$

$$\text{دهن} = \left\{ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (1 - \text{دهن}) \right\}$$

$$= \frac{1}{4} (1 - \text{دهن})$$

مثال ١٠

حل لمعادلة التفاضلية

$$\text{قنا س دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

الحل

$$\text{دهن} = \frac{\text{دهن}^2}{\text{قنا س دهن}}$$

$$\left\{ \text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن} \right\}$$

بحرفين

$$\text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

$$\text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

$$\left\{ \text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن} \right\}$$

كنا س

$$\text{دهن} = \left\{ \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن} \right\}$$

$$= \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

$$= \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

مثال ١١

حل لمعادلة التفاضلية

$$\text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

اكل

$$\text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

$$\left\{ \text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن} \right\}$$

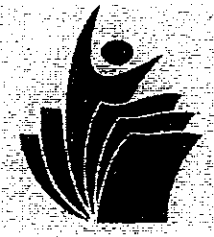
$$\text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

مثال ١٢ وزارة (٢٠٠٨)

حل لمعادلة التفاضلية

$$\text{دهن} = \text{دهن} - \text{دهن} \times \text{دهن}$$

← يتبع اكل



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$\begin{aligned} \text{ص}^2 &= \text{س}^3 + \text{د} \\ \text{ص}^2 &= \text{س}^3 + 1 \\ 3 &= \text{د} \leftarrow \text{د} + 1 = 4 \\ \text{ص}^2 &= \text{س}^3 + \text{د} \leftarrow \\ \text{عندما } \text{ص} &= 11 \\ (11)^2 &= \text{س}^3 + 3 \\ 121 &= \text{س}^3 + 3 \\ 118 &= \text{س}^3 \\ 118 &= 5^3 + 3 \\ 115 &= 5^3 \end{aligned}$$

اكل

نمسيب الحصادية

$$\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{(1 - \text{س}^2)(\text{س} + \text{د})}{\text{س}}$$

$$\left(\frac{\text{ص}^2}{\text{د}^2} = \frac{\text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س} + 1}{\text{س}} \right)$$

سؤال (١٤) وزارة (٥.١.٢٠٢٠) شمس
حل الحصادية، ايضا صليبه

$$\left(\frac{\text{ص}^2}{\text{د}^2} = \frac{\text{س}^3 - \text{س}^2 - \text{س} + 1}{\text{س}} \right)$$

$$\frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}} = \frac{\text{ص}^2}{\text{د}^2}$$

$$\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}}$$

اكل

$$\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}}$$

$$\left(\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}} \right)$$

$$\left(\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}} \right)$$

$$\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}}$$

سؤال (١٣)

اذا كان

$$\frac{\text{س}^3}{\text{ص}^2} = \frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2}$$

وكانت

$$\text{ص} = \text{د} \text{ عندما } \text{س} = 1$$

عندما

$$\text{ص} = 11 \text{ عندما } \text{س} = 11$$

اكل

$$\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}}$$

$$\left(\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}} \right)$$

$$\frac{\text{د}^2}{\text{ص}^2} = \frac{\text{س}^3}{\text{س}} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مسألة ١٦

آله صناعيه فتمتريها عند الشراء
٥٠٠ دنيا - وكانت فتمتريها تتناقص
بمرور الزمن وفق العلاقة
$$\frac{دنه}{دن} = ٥٠٠ - (١ + ن) \times ٢$$

وهي آله بعد ن سنة من
شراؤها
المطلوب هي آله بعد ٣ سنوات من
شراؤها

الحل

$$٥٠٠ - ٢ن = ٢$$

$$\frac{٥٠٠ - ٢ن}{٢} = ٢$$

$$٥٠٠ - ٢ن = ٤$$

$$٥٠٠ - ٢ن = ٤$$

$$٥٠٠ - ٢ن = ٤$$

$$\frac{٥٠٠ - ٢ن}{٢} = ٢$$

$$\frac{٥٠٠ - ٢ن}{٢} = ٢$$

$$\frac{٥٠٠ - ٢ن}{٢} = ٢$$

$$\frac{٥٠٠ - ٢ن}{٢} = ٢$$

مسألة ١٥

تتكاثر كلبتيها حسب العلاقة
$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

حيث ن = عدد الكلبتيها
ن = الزمن بالتوازي

إذا كان عددها بعد ٣ سنوات واحد
ياوي (٣) محبة عددها بعد ٣ سنوات

الحل

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$

$$\frac{دن}{دن} = ٥ + ٢$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

سؤال ١٨

إذا كان معدل تغير حجم سائل في وعاء نتيجة وجود ثقب بالقاع معطى بالعلاقة $E = 50 - 10t$ $\frac{cm^3}{s}$ وكان حجم السائل بالوعاء بعد مرور ١٠ دقائق هو ٢٥٠ cm^3 فكم يصبح بعد مرور ٢٠ دقيقة؟

ملاحظة هامة

المعادلة المتفاضلية غير جاهزة ويجب ان نقوم بتكويرها

اكل

نقرض ان عدد السائل = ع

الزمن بالايام = ن

$$\frac{dE}{dn} = 50 - 10n$$

$$50 - 10n = \frac{dE}{dn}$$

$$50 - 10n = \frac{dE}{dn}$$

$$\left[\frac{1}{8} E \right] = 50n - 5n^2$$

$$10n^2 + 50n = 100$$

$$2n^2 + 10n = 20$$

$$2n^2 + 10n - 20 = 0$$

$$n^2 + 5n - 10 = 0$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 40}}{2}$$

سؤال ١٩

إذا كان معدل تغير حجم سائل في وعاء نتيجة وجود ثقب بالقاع معطى بالعلاقة $E = 50 - 10t$ $\frac{cm^3}{s}$ وكان حجم السائل بالوعاء بعد مرور ١٠ دقائق هو ٢٥٠ cm^3 فكم يصبح بعد مرور ٢٠ دقيقة؟

اكل

$$E = 50 - 10n$$

$$\left[\frac{1}{8} E \right] = 50n - 5n^2$$

$$10n^2 + 50n = 100$$

$$2n^2 + 10n = 20$$

$$2n^2 + 10n - 20 = 0$$

$$n^2 + 5n - 10 = 0$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 40}}{2}$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{2}$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{2}$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{2}$$

$$n = \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{2}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

$$\frac{ع}{ن} = - او. ح \leftarrow$$

$$ع = - او. ح \cdot ن$$

$$\frac{ع}{ع} = - او. ن$$

$$1 = - او. ن$$

$$لو ا ع ١ = - او. ن + ح$$

$$ع = - او. ن + ح$$

$$\leftarrow لو ا ع = ح$$

$$\leftarrow لو ا ع = - او. ن + لو ا$$

$$لو ا ع - لو ا = - او. ن$$

$$\frac{لو ا ع - لو ا}{ع} = - او. ن$$

$$\leftarrow \frac{ع}{ع} = - او. ن$$

$$- او. ن = ع \leftarrow$$

$$ع = (١٠) \cdot - او. ن$$

$$ع = - او. ن \cdot ١٠$$

$$\frac{ع}{١٠} = - او. ن$$

$$\leftarrow لو ا ع = ع + لو ا$$

$$\leftarrow لو ا ع - لو ا = ع$$

$$\frac{لو ا ع - لو ا}{ع} = ١$$

$$\frac{ع}{ع} = ١$$

$$ع = ١$$

$$ع = (٥٠) = ١٠ \cdot ٥$$

مثال (١٩)

إذا كان معدل نقصان حجم البالون يسير فيه غاز هو او. فن حجم البالون لكل دقيقة فما حجم البالون بعد ١٠ دقائق إذا كان حجم البالون عند بداية السكر هو ٥٠؟

الحل

نفرض حجم البالون = ع

الزمن بالدقائق = ن

ع = ٥٠ عندما ن = ٠

والطلوب ح عندما ن = ١٠؟



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال ٥

سب حريق في غابة ودل ليخبر
(م) على مساهمة المنطقة التي
يصيها الحريق فقرة بالدونان
إذا كان معدل زيادة المساهمة (م)
هو ٢ و٠٠٠ فقرة بالدونان/ساعة
إذا علمت أن المساهمة التي أصابها
الحريق عند اكتشافه (٣) دونان
جد المساهمة المحروقة عند وصول
وسائل الإطفاء بعد ساعتين
من اكتشاف الحريق.

اكن

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 0.2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3} \times 0.2 = \frac{2}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 0.2 = \frac{2}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 0.2 = \frac{2}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 0.2 = \frac{2}{15}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

ملاحظة هامة / هندسيًا

ميل المحاس = $\frac{r}{s}$ (س)

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s}$$

مثال ①

إذا كان $\frac{r}{s} = \frac{r}{s}$ = ٢ س ص

فجد قاعدة العلاقة علميًا بان النقطة (١٦٢) تقع على منحناها.

اكل

$\frac{r}{s} = \frac{r}{s}$ = ٢ س ص (١٦٢) تحققه المعادلة

$$\frac{r}{s} = \frac{r}{s} = ٢ س ص$$

$$? \text{ ص } ٢ \text{ س } = ? \text{ س } ٢ \text{ س}$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} \text{ نعوض (١٦٢)}$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

مثال ⑤

إذا كان ميل المحاس لمنحنى علاقته

عند النقطة (س، ص) رياوي

حاس - قاس = $\frac{٣}{٣}$ فجد قاعدة علاقته

علميًا بان $(٤, \frac{\pi}{٤})$ تقع على منحناها

$$\frac{\text{حاس} - \text{قاس}}{\frac{٣}{٣}} = \frac{٣}{٣}$$

$$? \text{ ص } ٣ \text{ س } = ? \text{ س } ٣ \text{ س}$$

$$\frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

$$\frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

نعوض النقطة $(٤, \frac{\pi}{٤})$

$$(٤) = \frac{٣}{٣} = \frac{٣}{٣} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢} \text{ } ٥ = ٥ \text{ } ٥ = ٥$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

مثال (٤) وزارة (٢٠١١)

إذا كان ميل المماس لمحنى علاقته
عند النقطة (س، ص) يساوي
 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ فجد قاعدة العلاقة
أ- متناهي

علماً بأن منحناها يمر بالنقطة $(\frac{\pi}{6}, 1)$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

مثال (٣) وزارة (٢٠١٩)

إذا كان ميل المماس لمحنى علاقته
عند النقطة (س، ص) يساوي
 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ فجد قاعدة العلاقة
س٢ - س٣

فجد قاعدة العلاقة إذا علمت أن
منحنى علاقته يمر بالنقطة $(\frac{\pi}{6}, 1)$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{أكل}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ٦) وزارة (٢٠١٣) شتوي

إذا كان ميل المحاس لمنحنى علاقته
من عند النقطة (س، ص) يساوي

١
س ٣ + ٣ لوس س ١٢ فحد قاعدة

المعادلة من علمًا بأن منحنىها
يمر بالنقطة (٤، ٤)

$$\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2}$$

$$\left(\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2} \right)$$

$$\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2} \leftarrow \frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2}$$

$$\left(\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2} \right)$$

$$\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2} \leftarrow \frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2} \leftarrow \frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{3 + 3 \cos s}{s^2}$$

مثال ٥) وزارة (٢٠١٢)

إذا كان ميل المحاس لمنحنى علاقته
من عند النقطة (س، ص) يساوي

٢ س من فحد قيمة (قيم) من عندما
س = ٣ علمًا بأن منحنى علاقته يمر
بالنقطة (١، ٢)

اكمل

$$\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \leftarrow \frac{2s}{s} = \frac{2s}{s}$$

$$\left(\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \right)$$

$$\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \leftarrow \frac{2s}{s} = \frac{2s}{s}$$

$$\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \leftarrow \frac{2s}{s} = \frac{2s}{s}$$

$$\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \leftarrow \frac{2s}{s} = \frac{2s}{s}$$

$$\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \leftarrow \frac{2s}{s} = \frac{2s}{s}$$

$$\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \leftarrow \frac{2s}{s} = \frac{2s}{s}$$

$$\frac{2s}{s} = \frac{2s}{s} \leftarrow \frac{2s}{s} = \frac{2s}{s}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

فيزياء

ملاحظة هامة

١. إذا أُعطِيَ في السؤال العلاقة
ف = ع ، ن ، بدلالة الزمن حائلاً
نستخدم القوانين
[ع = ف ، ع = ن ، ع = ع]

٢. إذا كانت المعادلة تحتوي على
اقترايين نستخدم حل المعادلات
التفاضلية

مثلاً ع = ف ، ع = ن ، ع = ع
ملاحظة

ع = ع ، ع = ع ، ع = ع

5

مثال ١

يسير جسم على خط مستقيم
سبب العلاقة ن = ع ، ع = ع ، ع = ع
حيث ن : التسارع ، ع : السرعة
فاذا تحرك الجسم من السكون
فقطع مسافة ١٠ م ، ع = ع
ثواني من حركته بدلالة ع التي
قطعها بعد ثوانيه واحدة من حركته

الحل

ع = ع ، ع = ع ، ع = ع

[ع = ع ، ع = ع ، ع = ع]

ع = ع ، ع = ع ، ع = ع

ع = ع ، ع = ع ، ع = ع

[ع = ع ، ع = ع ، ع = ع]

ع = ع ، ع = ع ، ع = ع

ف(ع) = ع ، ع = ع ، ع = ع



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$x = y \leftarrow x + c = \sqrt{14} \times c$$

$$x + n = \sqrt{14} \times c$$

$$n = \sqrt{14} \times c \leftarrow x = 2$$

$$\sqrt{14} \times c = x \quad \text{ف} \quad 16 = \sqrt{14} \times c$$

$$x + \sqrt{14} \times \frac{c}{3} = \sqrt{14} \times c \leftarrow$$

$$x + \frac{1}{3} \times \sqrt{14} \times c = \sqrt{14} \times c$$

$$\sqrt{14} \times c = x \leftarrow x = 2$$

$$\text{ف} \quad \frac{\sqrt{14} \times c}{3} + \frac{\sqrt{14} \times c}{3} = \sqrt{14} \times c$$

$$\text{ف} \quad (1) = \frac{\sqrt{14} \times c}{3} + \frac{\sqrt{14} \times c}{3}$$

$$\frac{\sqrt{14} \times c}{3} = \frac{\sqrt{14} \times c}{3}$$

سؤال (3) وزارة (2015)

يسير جسم على خط أفقي

مبداً العلاقة $t = \frac{1}{3} \times \frac{1}{c} \times x$

حيث t : المسافة التي يقطعها الجسم x : السرعة

إذا تحرك الجسم من المكان x : المسافة

منه إلى المكان y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

سؤال (5)

يسير جسم على خط أفقي

مبداً العلاقة $t = \frac{1}{3} \times \frac{1}{c} \times x$

حيث t : المسافة التي يقطعها الجسم x : السرعة

إذا تحرك الجسم من المكان x : المسافة

منه إلى المكان y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

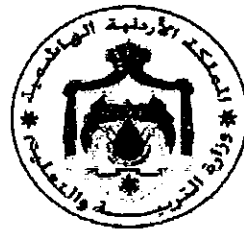
من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم

من x : المسافة التي يقطعها الجسم y : المسافة التي يقطعها الجسم



الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاوي

الوحدة الرابعة / التكامل

0788656057

0795656881

$$\sigma + \dot{\sigma} = \frac{1}{\Delta} \epsilon \tau$$

$A = \xi \leftarrow \cdot = 0$ عند

$$7 = 2 \cdot 2 + 1 = \sqrt{5}$$

$$s + j = \frac{1}{\tau} \xi \tau$$

$$7 + 2 =$$

$$ع = \frac{1}{7} = 1 \text{ أن } 3 + 2 \text{ يسع الطرفين}$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}$$

$$\left(\frac{1}{7} \text{ و } \frac{1}{4}\right) = \frac{\text{دفع}}{\text{دن}}$$

$$f = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n$$

$$\frac{X + \frac{1}{X}}{\frac{1}{X} \times X} = 0$$

$\lambda = 0 \leftarrow \varepsilon = 0$ عند

$$D + (150) \frac{c}{r} = 1.$$

$$\frac{1}{E} - 0.4 \times 10^{-3} = \frac{50}{E} - 1$$

$$\frac{1}{r} - \left(r + n \frac{1}{r} \right) \frac{r}{r} = (n) \text{ قی}$$

$$\frac{1}{x} - \left(x + x \times \frac{1}{x} \right) \frac{1}{x} = (x) \frac{1}{x}$$

$$\dot{U}_P = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{U}{\sqrt{2}} \leftarrow$$

$$\mu = 0 \text{ und } \lambda = 1$$

$$W_X P = \sqrt{\frac{W}{X}} \times \frac{W}{X} \leftarrow$$

$$P_{K=7} \leftarrow P_{K=3} \times \frac{3}{7} \leftarrow$$

$$\neg \equiv \neg$$

مثال ٤ و زا ٥ (٢٠١٤) (٢٠١٤)

سحر لکھنؤ علی رضا علیہ رحمۃ

لذلك $\sqrt{\varepsilon} \leq \varepsilon$

نَبَا عِيسَى ع: سُرَّةُ الْكَلِمِ

فاذا علمت ان اسره الانبياء للحيم

(۹) م/۵ ، قطع صافه (۸۰) م

حني (٤) نولي في حجر الحافه التي

قوله بعد ما يشي من بدو حركته

اکل

$$\overline{\epsilon}V = \frac{\delta S}{\delta \psi} = \ddot{u}$$

$$ns = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\omega \leq \frac{1}{2} \leq \omega$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

سؤال ٥

إذا كان سارع جسم بدلالة سرعته يعطى بالعلاقة $v = \frac{1}{2}t^2$ وكانته سرعته الابتدائية ٣ م/ث وأنه قطع مسافة ٦٨ متر بعد مرور ٦ ثواني من بدء الحركة فجد المسافة المقطوعة بعد مرور ١٦ ثانية من بدء الحركة؟

الحل

$$v = \frac{1}{2}t^2 \quad \frac{v}{t} = \frac{1}{2}t$$

$$\frac{v}{t} = \frac{1}{2}t \quad \frac{v}{t} = \frac{1}{2}t \quad \frac{v}{t} = \frac{1}{2}t$$

$$v = \frac{1}{2}t^2 \quad v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2 \quad v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2 \quad v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2 \quad v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2 \quad v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$

$$v = \frac{1}{2}t^2$$



ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

ورقة عمل

٢ من ٣

١. سرعة حركته $\frac{2}{3}$ (س) (0.5) فأوجد قايده
هذه العلاقة علمياً بانحنائها
يكون بالنقطة (0.1)

١. سرعة حركته $\frac{2}{3}$ (س) (0.5) فأوجد قايده
هذه العلاقة علمياً بانحنائها
يكون بالنقطة (0.1)

٢. وزارة (٢٠١٩) (0.9)
يرجى على خط مستقيم
العلاقة $2 = 0.5$ (0.5) (0.5)

٢. وزارة (٢٠١٩) (0.9)
يرجى على خط مستقيم
العلاقة $2 = 0.5$ (0.5) (0.5)

٣. وزارة (٢٠١٩) (0.9)
يرجى على خط مستقيم
العلاقة $2 = 0.5$ (0.5) (0.5)

٣. وزارة (٢٠١٩) (0.9)
يرجى على خط مستقيم
العلاقة $2 = 0.5$ (0.5) (0.5)

٤. وزارة (٢٠١٨) (0.8)
يرجى على خط مستقيم
العلاقة $2 = 0.5$ (0.5) (0.5)

٤. وزارة (٢٠١٨) (0.8)
يرجى على خط مستقيم
العلاقة $2 = 0.5$ (0.5) (0.5)

سيادي



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

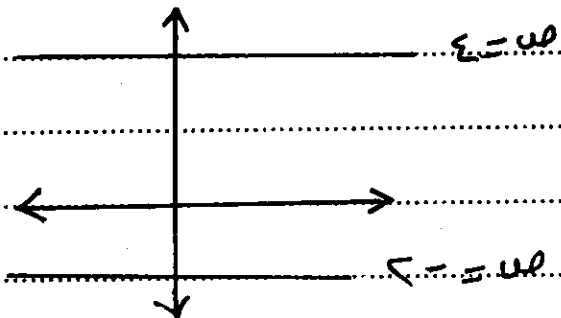
رسم الاقترانات

١. الاقتران المباشر

$P = u$ ثابت

خط افقي موازي لمحور السينات
ويقطع محور الصادات بالنقطة $(P, 0)$
مثال

الرسم $u = 6$ $u = 4$



* معادلة محور السينات هي $u = 0$

٢. $P = u$ ثابت

خط موازي لمحور الصادات
ويعودي على السينات

مثال:

الرسم $u = 3$ $u = 2$

٣. الاقتران الخطي

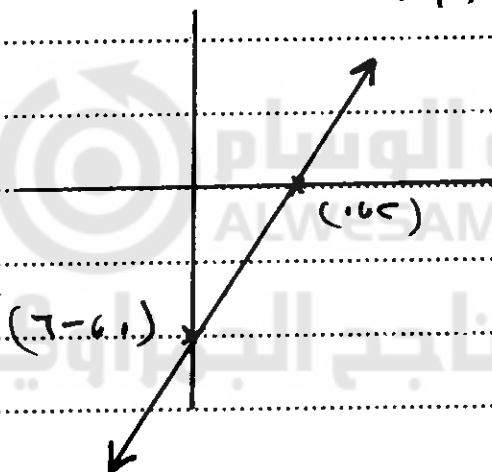
$u = P + 1$

خذ نقطة تقاطعه مع محور السينات $u = 0$
خذ نقطة تقاطعه مع محور الصادات $P = 1$

مثال

الرسم $u = 8$ $u = 6$ $u = 1$

u	P
0	1
8	9





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

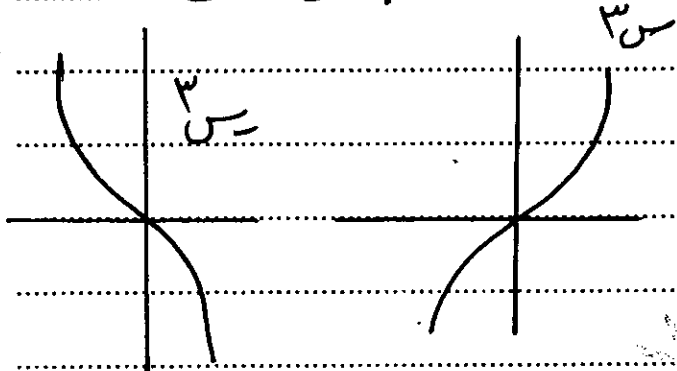
الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

٢- الاقتران التكعيبي

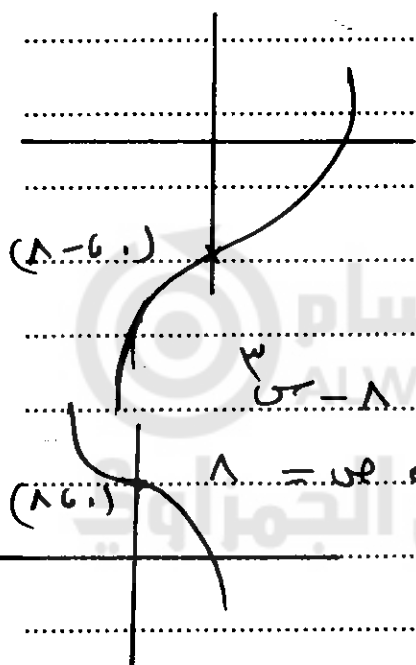
على صورة $u + u^3 = 0$



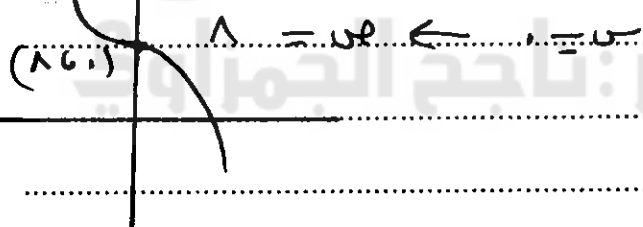
مثال:

ارسم $u = u^3 - 8$

خذ نقطة تقاطع مع المحاور
نضع $u = 0$ $\rightarrow u^3 - 8 = 0$



ارسم $u = 8 - u^3$



٣- الاقتران التربيعي

$u = u^2 + 6$

خذ إحداثيات الرأس

$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$



معامل u^2 موجب



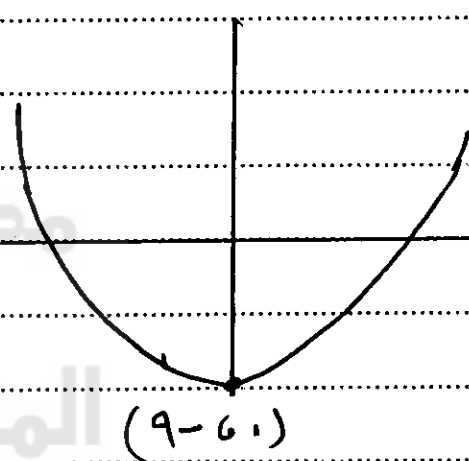
معامل u^2 سالب

مثال:

ارسم $u = u^2 - 9$

إكل

$\frac{u}{u^2 - 9} = 0$ (صفر هذا) $= 0$
المراد $u = 0$ $\rightarrow u^2 - 9 = 0$ للأعلى





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

٥- الجذر التربيعي

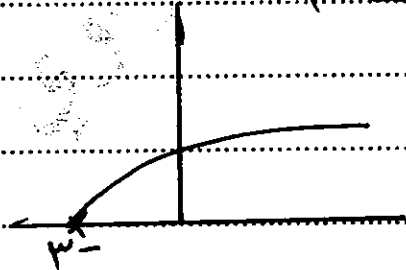
حدد المجال

مثال (١)

$$\sqrt{x+3} = u \quad (1)$$

$$x+3 = u^2 \quad x = u^2 - 3$$

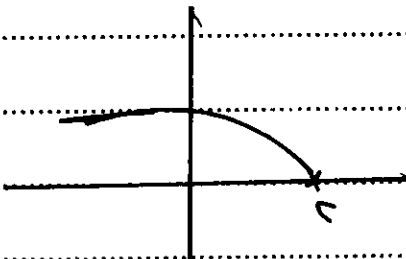
$$x \geq -3$$



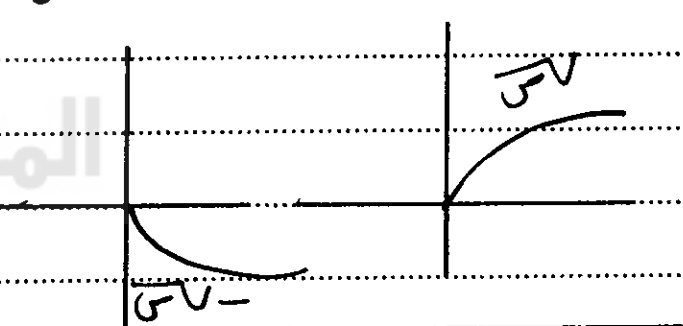
$$\sqrt{x-4} = u \quad (2)$$

$$x-4 = u^2 \quad x = u^2 + 4$$

$$x \geq 4$$



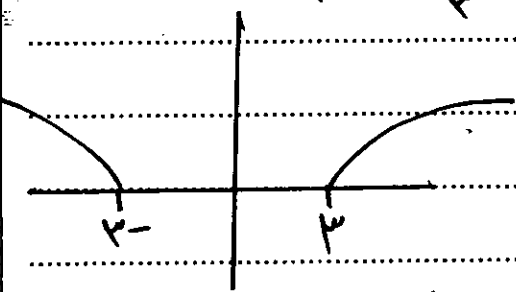
$$\sqrt{x} = u \quad (3) \quad x = u^2$$



$$\sqrt{9-x} = u \quad (4)$$

$$9-x = u^2 \quad x = 9-u^2$$

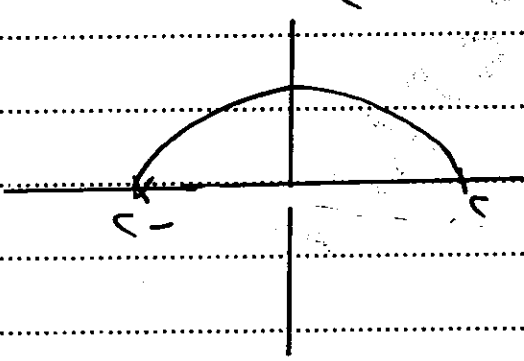
$$x \leq 9$$



$$\sqrt{4-x} = u \quad (5)$$

$$4-x = u^2 \quad x = 4-u^2$$

$$x \leq 4$$





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

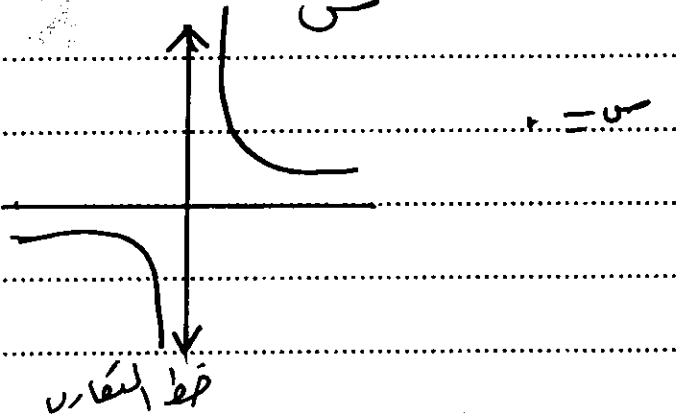
0795656881

٦- الاثران النسبي

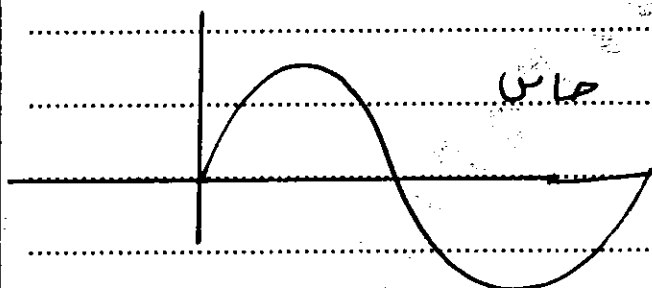
$$\frac{P}{R+S} = \frac{Q}{R+S} = \text{ثابت}$$

نجد صفر المقام سيكون هو
خط التقارب
مثال

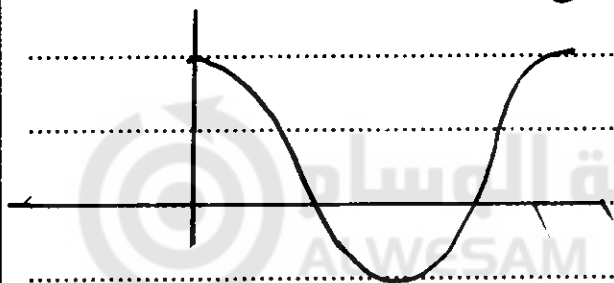
$$\textcircled{1} \quad \frac{1}{S} = \text{ثابت}$$



٧- حاس ، حناس

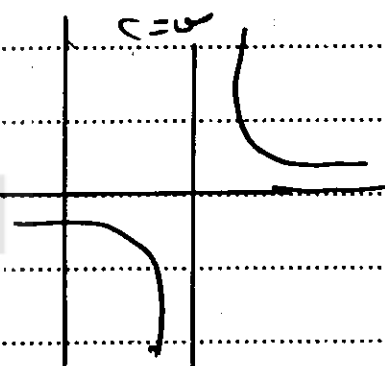


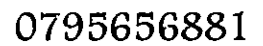
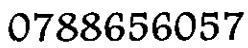
حناس



$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{S} = \text{ثابت}$$

$$S=0, S=1, S=2$$





الوحدة الرابعة / التكامل





ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

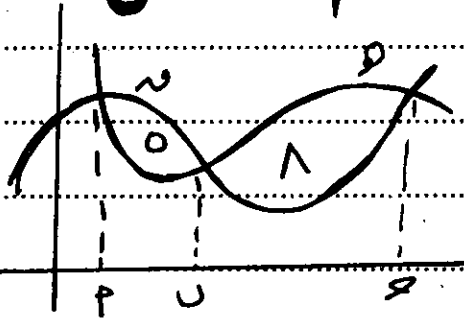


الثاني الثانوي العلمي

0795656881

حساب المساحة باستخدام النظام

مثال ٥

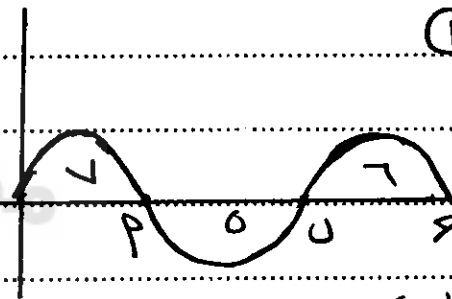


$$\begin{aligned} \text{مساحة} &= \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx \\ &= \int_0^1 (2 - 0) dx + \int_1^2 (0 - 1) dx + \int_2^3 (1 - 0) dx \\ &= 2 - 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

ملاحظات أولية

- المساحة قيمة موجبة دائماً
نحسب النظر عن موقع المنطقة
- يكون النظام موجباً إذا وقع
المغني فوق محور السينات
- يكون النظام سالباً إذا وقع
المغني تحت محور السينات

مثال ١



$$\begin{aligned} \text{مساحة} &= \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx \\ &= \int_0^1 (1 - 0) dx + \int_1^2 (0 - 1) dx + \int_2^3 (1 - 0) dx \\ &= 1 - 1 + 3 = 3 \end{aligned}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

الحالة الأولى

المساحة المحصورة بين اقيان
ومتقيمين ومحور السينات

طريقة الكل

١. نأوي الاقيان بالصفر ونجد
نقاط تقاطع مع محور السينات
فاذا كانت نقاط التقاطع بين
المتقيمين تجزئ التكامل، واذا
كانت خارج المتقيمين فانها
تعمل

المساحة (م)

$$= \int_a^b f(x) dx$$

٢. محور السينات هو اقيان مصادفة
ص =

٣. = ٥، ٤، ٣، ٢ هي القيس
[٥، ٤] وهي حدود التكامل

مثال ١١

اسبب المساحة المحصورة بين
حد (س) = ٢ س، ٤ ومحور السينات
والمتقيمان س = ١، ٤ س = ٢
الكل

$$= \int_1^2 (4x - x^2) dx$$

$$= \left[2x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_1^2$$

$$= \left(2 \cdot 2^2 - \frac{2^3}{3} \right) - \left(2 \cdot 1^2 - \frac{1^3}{3} \right)$$

$$= \left(8 - \frac{8}{3} \right) - \left(2 - \frac{1}{3} \right)$$

$$= \frac{24}{3} - \frac{8}{3} - \frac{6}{3} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{11}{3}$$

مثال ٥

حد المساحة المحصورة بين محني
حد (س) = ٣ س، ٣ ومحور السينات
والمتقيمين س = ١، ٤ س = ٢

الكل

$$= \int_1^2 (3x - x^3) dx$$

$$= \left[\frac{3x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_1^2$$

$$= \left(\frac{3 \cdot 2^2}{2} - \frac{2^4}{4} \right) - \left(\frac{3 \cdot 1^2}{2} - \frac{1^4}{4} \right)$$

$$= \left(\frac{6}{2} - \frac{16}{4} \right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$= \left(3 - 4 \right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} \right)$$

$$= -1 - \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{4}{4} - \frac{6}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{9}{4}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

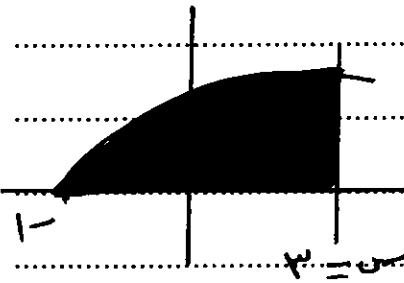
مثال (٤)

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين
منحنى $y = \sqrt{1+x}$ ومحور
المنحنيات والمستقيم $y = 3$

الحل

$$y = 1 + x$$

$$y = 1 - x$$



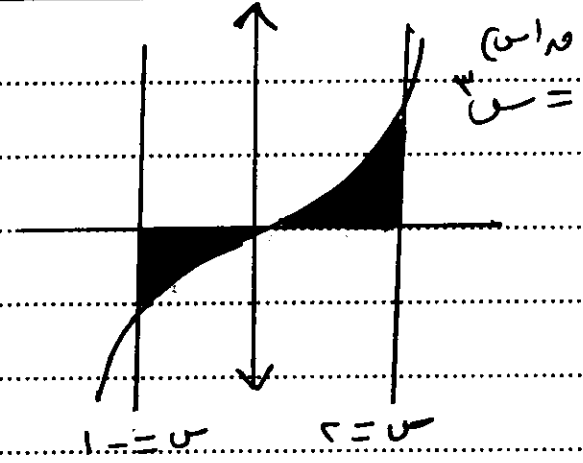
$$M = \int_0^8 \sqrt{1+x} \, dx$$

$$= \int_0^8 (1+x)^{\frac{1}{2}} \, dx$$

$$= \left[\frac{2}{3} (1+x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^8$$

$$= \frac{2}{3} \left[(1+8)^{\frac{3}{2}} - (1+0)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= \frac{17}{3}$$



مثال (٥)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى
 $y = \sqrt{1+x}$ ومحور المنحنيات
والمستقيمين $y = 1$ و $y = 3$

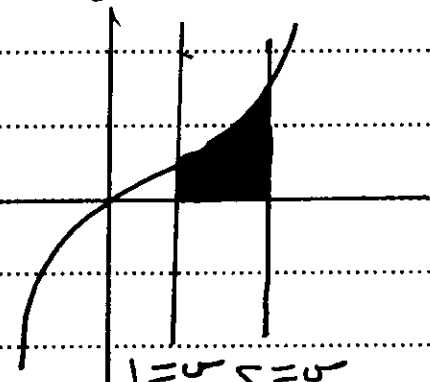
الحل

$$y = 1 + x \quad y = 0 \quad \text{لا تتغير}$$

$$M = \int_0^8 \sqrt{1+x} \, dx$$

$$= \left[\frac{2}{3} (1+x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^8$$

$$= \frac{2}{3} \left[(1+8)^{\frac{3}{2}} - (1+0)^{\frac{3}{2}} \right]$$





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ٥

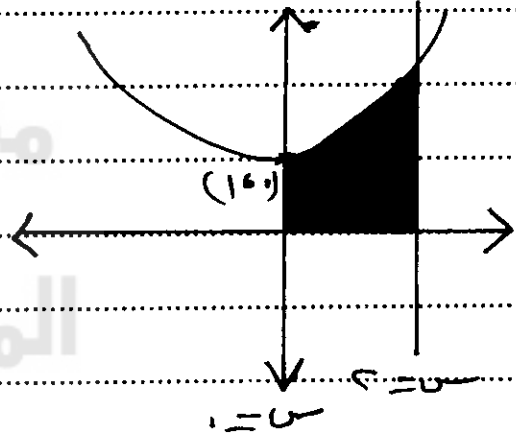
جد مساحة المحصورة بين
محني $y = \sin x$ و $y = 1 + \sin^2 x$ ومحوري
المنبأ والصاد واستقيم
 $x = 2$

الحل

المتقمان هما $y = \sin x$ و $y = 1 + \sin^2 x$
للمحور الصاد =
 $y = 1 + \sin^2 x$ لليوجد نقطتا تقاطع

$$1 + \sin^2 x = \sin x$$

$$\frac{14}{3} = \left[\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} \right] =$$



مثال ٦ وزارة (٣.٣)

جد مساحة المحصورة بين محني
محني $y = \sin x$ و $y = \pi x$ ومحور
المنبأ على الفترة $[0, 2]$

الحل

$$y = \sin x = y = \pi x$$

$$\frac{\pi x}{2} = \sin x \quad \text{أو} \quad \frac{\pi}{2} = \sin x$$

$$\frac{\pi}{2} = \sin x \quad \text{أو} \quad \frac{\pi}{2} = \sin x$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \pi x) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^2 (\pi x - \sin x) dx$$

$$= \left[-\cos x - \frac{\pi x^2}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[\frac{\pi x^2}{2} + \cos x \right]_{\frac{\pi}{2}}^2$$

$$= \left(-\cos \frac{\pi}{2} - \frac{\pi (\frac{\pi}{2})^2}{2} \right) - \left(-\cos 0 - \frac{\pi (0)^2}{2} \right) + \left(\frac{\pi (2)^2}{2} + \cos 2 \right) - \left(\frac{\pi (\frac{\pi}{2})^2}{2} + \cos \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= \left(0 - \frac{\pi^3}{8} \right) - \left(-1 - 0 \right) + \left(2\pi + \cos 2 \right) - \left(\frac{\pi^3}{8} + 0 \right)$$

$$= \left(-\frac{\pi^3}{8} \right) + 1 + 2\pi + \cos 2 - \frac{\pi^3}{8}$$

$$\frac{2}{\pi} = \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} + \frac{1}{\pi} =$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

اكل

$$س^3 + س^2 - 2 = 0$$

$$= (س - 1)(س^2 + 3س + 2)$$

$$س = 1, س = -2, س = -1$$

$$م = \frac{1}{3} | س^3 + 3س^2 - 2س |$$

مثال ٧

جد المساحة المحصورة بين منحنى $ه = س^3$ ومحوري السينات والصادات ولقيم $س = 2$

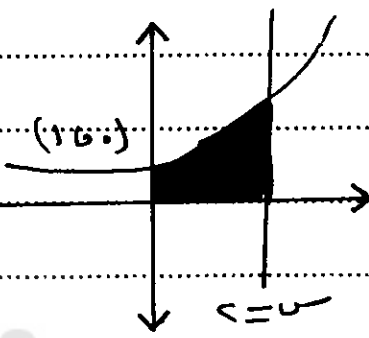
اكل

المستقيمين $س = 2$ و $س = 0$

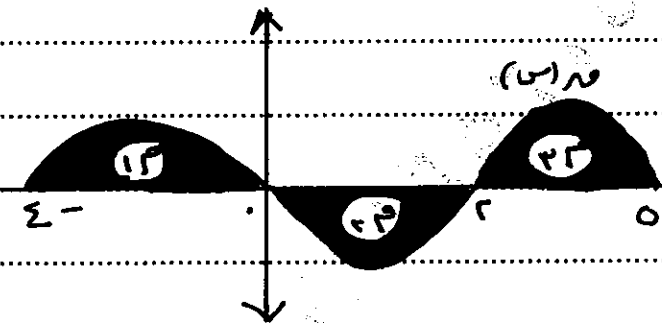
للايقطع محور السينات

$$م = \int_0^2 س^3 دس = \frac{س^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{16}{4} = 4$$

$$= \left[\frac{س^4}{4} \right]_0^2 = \frac{1}{4} (2^4 - 0^4) = \frac{1}{4} (16 - 0) = 4$$



مثال ٩ وزارة (٢٠١٥) شتوية



معتقداً على الشكل والذي يمثل منحنى

وه إذا كانت $م = 12$ وحداته مربعة

$$م = 12 = \int_{-2}^2 f(s) دس$$

جد ما يأتي

$$١. \int_{-2}^2 f(s) دس$$

مثال ٨

المساحة المحصورة بين

$$ه = س^3 + س^2 - 3$$

والمحور السيني

في الفترة $[0, 2]$

صواب



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

الكل

مساحة المنطقة المظلمة

= مساحة المستطيل - مساحة المثلث
المخفي

$$336 = 28 \times 12 = \text{مساحة المستطيل}$$

خذ المساحة المظلمة تحت المثلث

$$8 - \frac{1}{2} \times 8 = 8 - 4 = 4$$

$$4 \times 12 = 48 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$336 - 48 = 288 = \text{مساحة المنطقة المظلمة}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$288 = \frac{1}{2} \times 28 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

الكل

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

$$11 = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 = \text{مساحة المثلث المخفي}$$

مثال ١٠

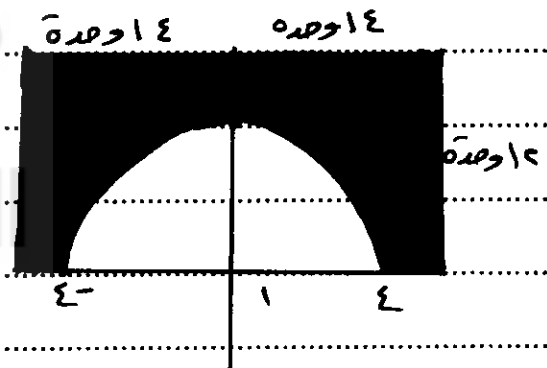
يتمثل الشكل واجهة مبنى، مدخل

المبنى يمثل بالمخفي، المساحة = ٨ - ١ = ٧

ما التكلفة الكلية لدهان المنطقة

المظلمة إذا علمت أن سعر الدهان

للوعدة المربعة ٤ قرشاً





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

مجموع المصادرتين $\Leftarrow$

$$\frac{1}{x} = p \leftarrow 2 = p \leftarrow 2.8$$

بالنظرين في الأولى

$$\text{مفر} = 1 + 2 + 1 = 4 \leftarrow 5 = \text{مفر}$$

$$\frac{1}{x} = p \leftarrow 2.8 = 1 + 2 + 1 = 4 \leftarrow 5 = \text{مفر}$$

مثال (١١)

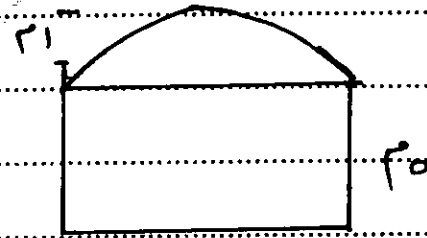
الشكل المجاور يمثل المدخل الجنوبي

لوزارة التربية والتعليم وهو على

شكل مستطيل بطوله ٢٥ م وقوس على

شكل قطع مكافئ، حدد مساحة واجهته

هذا المدخل



٢٤

اكمل

مساحة المستطيل = $24 \times 25 = 600$ م^٢

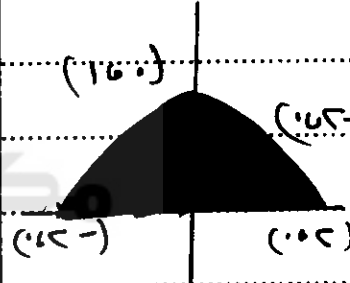
ولاحد إيجاد مساحة القطع المكافئ

$$p = 2.8 \leftarrow 2.8 = 1 + 2 + 1 = 4 \leftarrow 5 = \text{مفر}$$

النقاط

(١٦٠) ، (١٦٢) ، (١٦٤) ، (١٦٦) ، (١٦٨) ، (١٧٠)

تقع على منحناه



(١٦٠) ، (١٦٢) ، (١٦٤) ، (١٦٦) ، (١٦٨) ، (١٧٠)

$$1 = 2.8 \leftarrow 2.8 = 1 + 2 + 1 = 4 \leftarrow 5 = \text{مفر}$$

$$1 + 2 + 1 = 4 \leftarrow 5 = \text{مفر}$$

$$1 + 2 - 1 = 2 \leftarrow 3 = \text{مفر}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

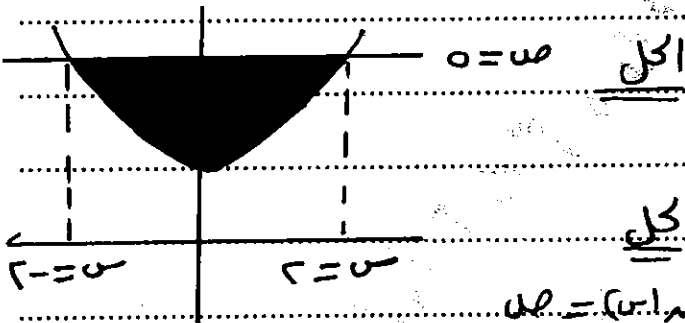
0795656881

الحالة الثانية

المساحة (المصورة بين اقترابين

مثال ①

جد المساحة المحصورة بين
عداسا $y = x^2 + 1$ والمستقيم $y = 0$



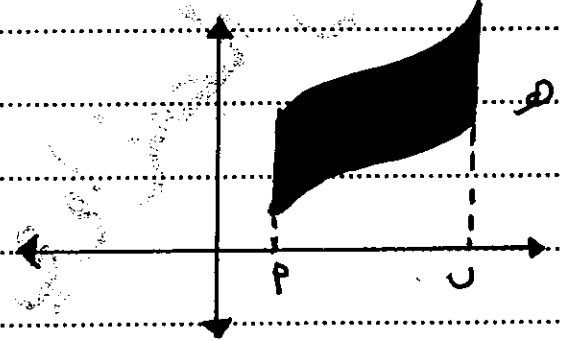
$y = x^2 + 1$

$y = 0$

$x = -2$ $x = 2$

$y = x^2 + 1$

$$A = \int_{-2}^2 (x^2 + 1) dx = \left[\frac{x^3}{3} + x \right]_{-2}^2 = \frac{32}{3} + 2 - \left(-\frac{32}{3} - 2 \right) = \frac{64}{3} + 4 = \frac{72}{3} = 24$$



المساحة بين عداسا $y = f(x)$ و $y = g(x)$

والمستقيمين $x = p$ و $x = q$

$$A = \int_p^q |f(x) - g(x)| dx$$

خطوات الحل

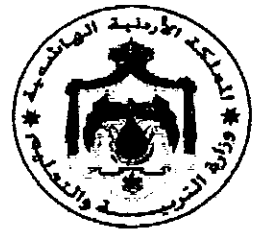
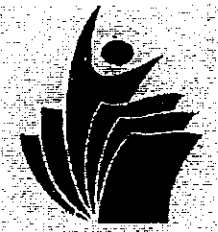
١. نحدد الأختلافات والاعده (المستقيم)

٢. نساوي الأختلاف ببعضها لإيجاد

نقاط التقاطع $f(x) = g(x)$

٣. نرسم الاعده ثم الأختلاف

٤. نحدد المنطقة المشتركة بينهما



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

مثال ٥

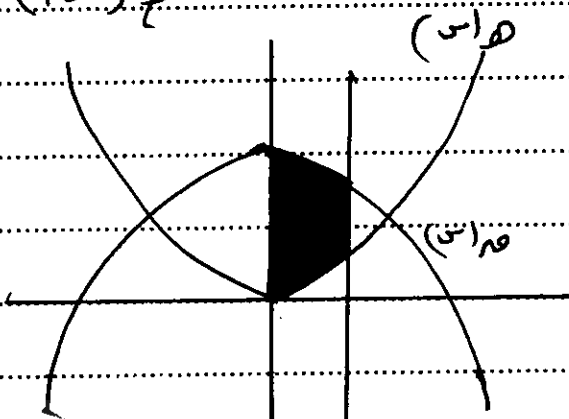
جد المساحة المحصورة بين منحنىي
اللافتة اسير (داس) : $8 - \sin^2$
هو (داس) : $\sin^2$ و $\sin^2 = 0$
من 1 : $\sin^2 = 0$

اكل

$$8 - \sin^2 = \sin^2 \rightarrow \sin^2 = 4$$

$$\sin^2 = 4 \rightarrow \sin = \pm 2$$

(١٦٠) $\neq$



$$3 = \int_0^{\pi} |8 - \sin^2 x - \sin^2 x| dx$$

$$3 = \int_0^{\pi} |8 - 2\sin^2 x| dx$$

$$3 = \int_0^{\pi} (8 - 2\sin^2 x) dx$$

$$3 = \left[8x - \frac{2}{2} \sin^2 x \right]_0^{\pi}$$

$$3 = \left[8x - \sin^2 x \right]_0^{\pi}$$

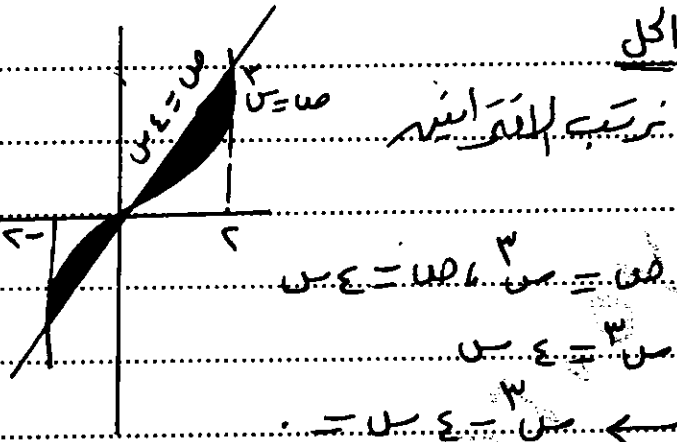
$$3 = 8\pi - \sin^2 \pi - (0 - 0)$$

$$3 = 8\pi$$

مثال ٣

اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين
 $\sin^2 = 0$: $\sin^2 = 0$
 $\sin^2 = 0$: $\sin^2 = 0$

اكل



$$3 = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$$

$$3 = \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$$

$$3 = \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right]_0^{\pi}$$

$$3 = \left[\frac{\pi}{2} - \frac{\sin 2\pi}{4} \right] - \left[0 - \frac{\sin 0}{4} \right]$$

$$3 = \frac{\pi}{2} - 0 - 0$$

$$3 = \frac{\pi}{2}$$

$$\pi = 6$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

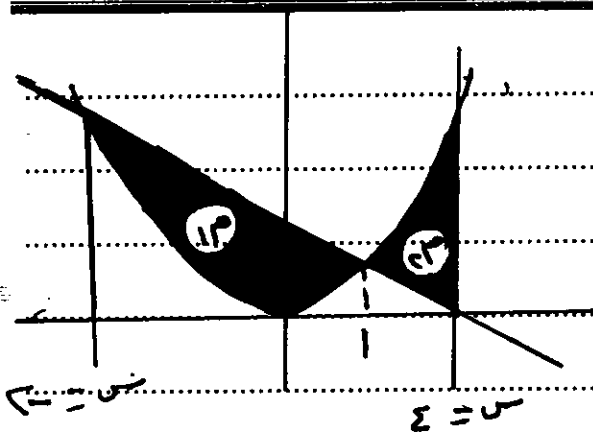
الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057



سؤال ٤

جد المساحة المحصورة بين منحنى

هو (س) = س² + ١ و (س) = س² - ١

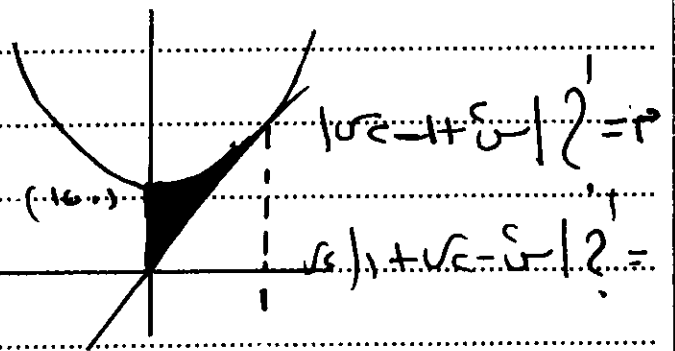
محاور الإحداثيات

الحل

س² + ١ = س² - ١

س² - س² = ١ - ١ = ٠ (س - س) (س + س) = ٠

س = ١ و س = -١ محاور الإحداثيات



س = ١ و س = -١

مساحة المنطقة = ∫₋₁¹ (س² - ١ - (س² + ١)) دس

= ∫₋₁¹ (-٢) دس = -٢ ∫₋₁¹ دس = -٢ [س] ₋₁¹ = -٢ (١ - (-١)) = -٢ (٢) = -٤

المساحة = ٤

٤ = ٤

سؤال ٥

جد المساحة المحصورة بين منحنى

هو (س) = س² - ١ و (س) = س² + ١

محاور الإحداثيات

الحل

هو (س) = س² - ١

هو (س) = س² + ١

س² - ١ = س² + ١

هو (س) = س² - ١

هو (س) = س² + ١

١ = ١



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

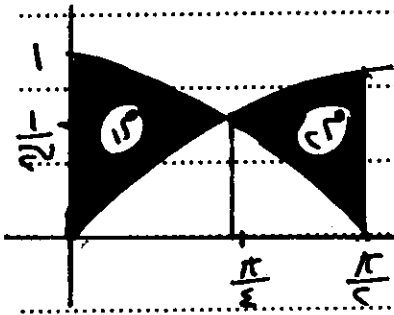


الثاني الثانوي العلمي

0795656881

مثال ١٥

جد مساحة المحصور بين $y = \sin x$ و $y = \cos x$ في $[0, \frac{\pi}{2}]$
 $y = \sin x$ و $y = \cos x$ في $[0, \frac{\pi}{2}]$

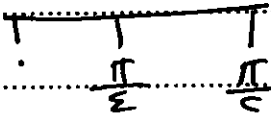


الحل

جد $y = \sin x$ و $y = \cos x$

$\sin x = \cos x$

$\frac{\pi}{4} = x$



جد $y = \sin x$ و $y = \cos x$

$\frac{\pi}{4} = x$

$\frac{\pi}{4} = x$

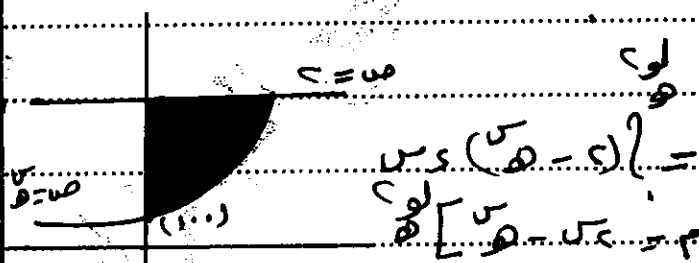
$\frac{\pi}{4} = x$

$\frac{\pi}{4} = x$

$\frac{\pi}{4} = x$

محور الصادات $y = \sin x$

$y = \sin x$ و $y = \cos x$



$y = \sin x$ و $y = \cos x$

$y = \sin x$ و $y = \cos x$

مثال ١٦

جد مساحة المحصور بين $y = \sin x$ و $y = \cos x$ في $[0, \frac{\pi}{2}]$

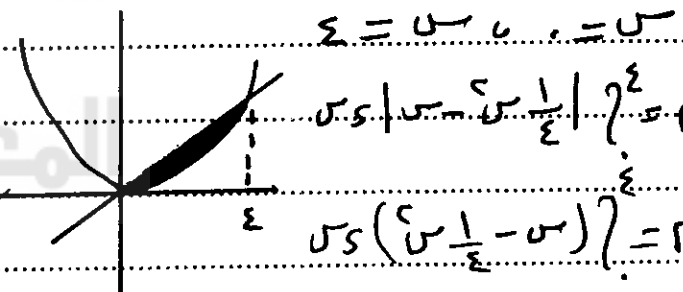
$y = \sin x$ و $y = \cos x$ في $[0, \frac{\pi}{2}]$

الحل

$y = \sin x$ و $y = \cos x$

$y = \sin x$ و $y = \cos x$

$y = \sin x$ و $y = \cos x$



$y = \sin x$ و $y = \cos x$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاري

0795656881

0788656057

سؤال ٩

جد المساحة المحصورة بين منحنى القطع المكافئ: $y = x^2 - 4x + 3$ والمستقيم $y = 3$.

الحل

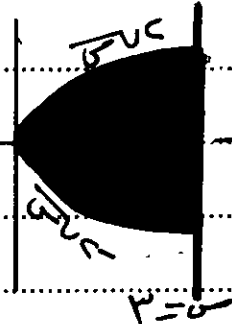
نجد من موضع لقانون

$$x^2 - 4x + 3 = 3 \Rightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ أو } x = 4$$

$$y = 3 \Rightarrow y = 3$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 4$$



$$A = \int_0^4 (x^2 - 4x + 3 - 3) dx = \int_0^4 (x^2 - 4x) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_0^4 = \left(\frac{64}{3} - 32 \right) - 0 = \frac{64}{3} - 32 = \frac{64 - 96}{3} = -\frac{32}{3}$$

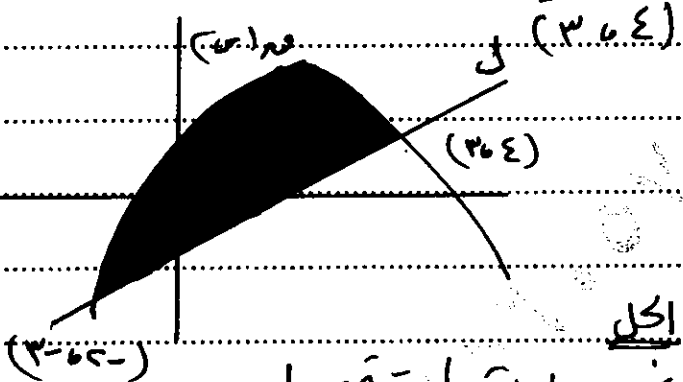
$$= \frac{32}{3}$$

$$= \frac{32}{3}$$

سؤال ١٠ وزارة (٢٠١٧)

جد مساحة المنطقة المظلمة في الشكل المجاور المحصورة بين منحنى القطران والمستقيم $y = 3$.

والمستقيم $y = 3$ لقطع القطر $(3, 4)$.



الحل

نجد معادلة المستقيم $y = 3$

$$y = 3 \Rightarrow y = 3$$

معادلته هي $y = 3$ (من $y = 3$)

$$y = 3 \Rightarrow y = 3$$

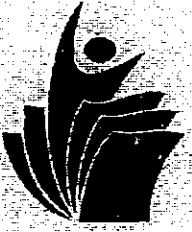
$$y = 3 \Rightarrow y = 3$$

$$A = \int_0^4 (x^2 - 4x + 3 - 3) dx = \int_0^4 (x^2 - 4x) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_0^4 = \left(\frac{64}{3} - 32 \right) - 0 = \frac{64}{3} - 32 = \frac{64 - 96}{3} = -\frac{32}{3}$$

$$= \frac{32}{3}$$

الجواب = $\frac{32}{3}$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

$$2 = \frac{\pi}{4} \left(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \right) \cdot \frac{\pi}{4}$$

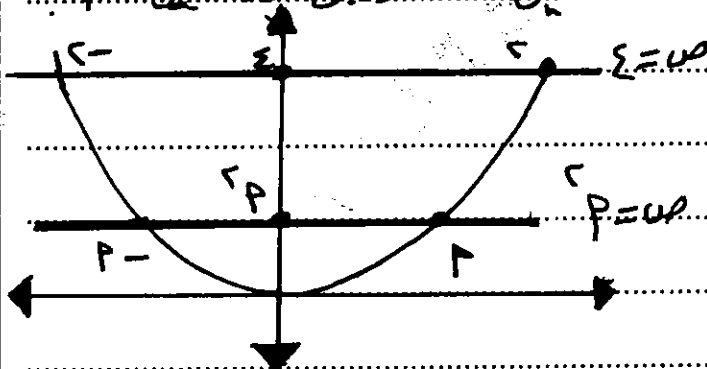
$$= \frac{\pi}{4} \left[\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} \right]$$

$$= \frac{\pi}{4} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = \frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$$

سؤال (١١) وزارة (٢٠١٢)
احسب مساحة المنطقة المحصورة بين
مخني $y = \cos x$ و $y = \sin x$
المستقيمة الواصلة بين نقطتي
(١, ٠) و $(\frac{\pi}{2}, 1)$

سؤال (١٢)

اذا كان $\sin x = \frac{1}{2}$ ما هو $\cos x$ ؟
وكان المستقيم $y = \frac{1}{2}$ يقسم
المساحة المحصورة بين $y = \sin x$ و $y = \cos x$
الى قسمين متساويين فما قيمة $\cos x$ ؟



خذ المساحة المحصورة بين

$y = \sin x$ و $y = \cos x$ ما هو $\cos x$ ؟

$$\left[\frac{1}{2} - \sin x \right] \cdot \frac{\pi}{4} = \left[\cos x - \frac{1}{2} \right] \cdot \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{1}{2} - \sin x = \cos x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$$

اكل

خذ معادلة القطعة المستقيمة

$$\frac{y - 0}{1 - 0} = \frac{x - \frac{\pi}{2}}{0 - \frac{\pi}{2}}$$

معادلتها هي $y = 1 - 2x$

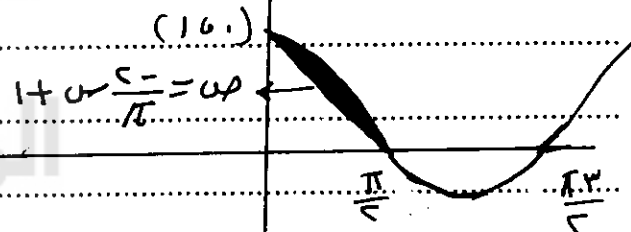
$$\frac{1 - \sin x}{1} = \frac{x - \frac{\pi}{2}}{0 - \frac{\pi}{2}}$$

$$1 - \sin x = 2x - \pi$$

$$\sin x = 1 - 2x + \pi$$

هذه المسألة صعبة في كل ذلك

x	$\sin x$	$\cos x$
0	0	1
$\frac{\pi}{2}$	1	0
π	0	-1
$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
2π	0	1





رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

الحل

نصف المساحة بين هـ باوي

$$\frac{17}{3} = \frac{3}{3} \times \frac{1}{3}$$

المساحة المحصورة بين هـ باوي = س²

$$س = س^2 \text{ باوي } \left(\frac{17}{3}\right)$$

$$س^2 = س^2 \leftarrow س = س^2$$

$$س^2 = س^2 \leftarrow س = س^2$$

$$\frac{17}{3} = \left[\frac{س^2}{3} - س^2 \right]$$

$$\frac{17}{3} = \left(\frac{س^2}{3} + س^2 \right) - \left(\frac{س^2}{3} - س^2 \right)$$

$$\frac{17}{3} = \frac{س^2}{3} - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$

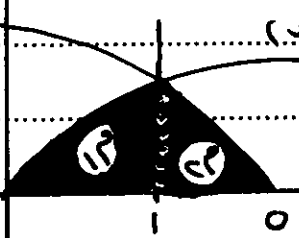
$$17 = س^2 - س^2$$

$$17 = س^2 - س^2$$



هـ باوي

هـ باوي



$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

$$س = س^2$$

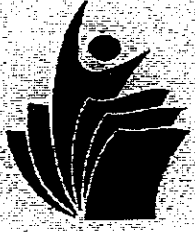
$$س = س^2$$

سؤال (13)

حساب المساحة المحصورة بين

هـ باوي = س² هـ باوي = س²

محاور السينات



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

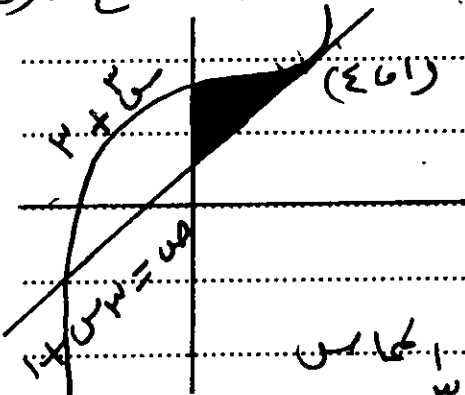
ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

مثال (١٥)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين
مخني عداس $y = x^3 + 3$ ومماس
المخني عند النقطة $(-1, 4)$ ومحور
الصادات والواقعة في الربع الأول



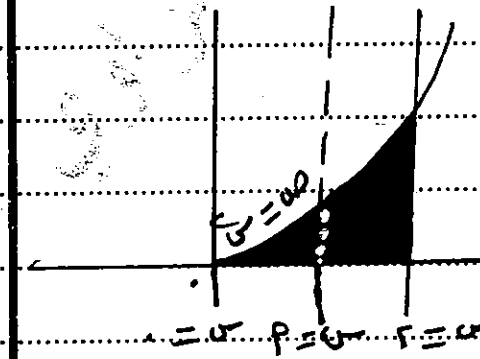
جد معادلة المماس
عداس $y = x^3 + 3$ عند $(-1, 4)$
عداس $y = x^3 + 3$ عند $(-1, 4)$
معادلة المماس $y = 4 - 3x$
 $y = x^3 + 3$
 $4 - 3x = x^3 + 3$
 $x^3 + 3x - 1 = 0$

$$x^3 + 3x - 1 = 0$$

$$\frac{3}{2} =$$

مثال (١٦)

جد قيمة P حيث ان $y = x^3 + 3$ تقسم
المساحة المحصورة بين
المخني $y = x^3 + 3$ و $y = 4 - 3x$
محور الصادات الى قسمين متساويين



كل
 $y = x^3 + 3$ و $y = 4 - 3x$
نريد ان نجد قيمة P التي تجعل المساحة
تقسم الى قسمين متساويين
 $P =$ تقسم المساحة المظلمة
الى قسمين متساويين
 $P =$ تقسم المساحة المظلمة

$$\int_0^P (x^3 + 3 - (4 - 3x)) dx = \int_P^4 (4 - 3x - (x^3 + 3)) dx$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{P}{3}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

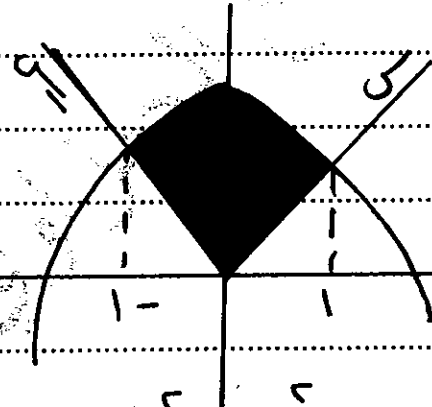
ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

مثال ٦

جد مساحة المنطقة المحصورة
بين $y = x^2 - 2x + 2$ و $y = -x^2 + 2x$



الحل

$$1. \text{ سن } = x^2 - 2x + 2 \text{ سن } = -x^2 + 2x$$

$$(x^2 - 2x + 2) = (-x^2 + 2x)$$

$$x^2 - 2x + 2 = -x^2 + 2x$$

$$2. \text{ سن } = x^2 - 2x + 2 \text{ سن } = -x^2 + 2x$$

$$(x^2 - 2x + 2) = (-x^2 + 2x)$$

$$x^2 - 2x + 2 = -x^2 + 2x$$

$$3. \text{ سن } = x^2 - 2x + 2 \text{ سن } = -x^2 + 2x$$

$$(x^2 - 2x + 2) = (-x^2 + 2x)$$

$$\frac{1}{2} = 1$$

$$4. \text{ سن } = x^2 - 2x + 2 \text{ سن } = -x^2 + 2x$$

$$(x^2 - 2x + 2) = (-x^2 + 2x)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + 1 = 2$$

$$\frac{1}{2} = 1$$



0795656881



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

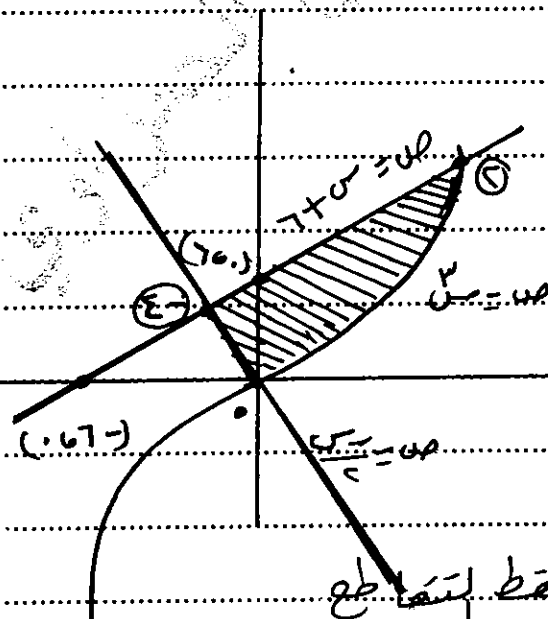
0795656881

مثال ٥

جد مساحة المنطقة بين

$$y = \sin^3 x, \quad y = \cos^3 x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

الحل



نجد نقطة التقاطع

$$\begin{aligned} \sin^3 x &= \cos^3 x \\ \sin x &= \cos x \\ x &= \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مساحة المنطقة} &= \int_0^{\pi/2} (\cos^3 x - \sin^3 x) dx \\ &= \left[-\frac{\cos^2 x}{2} + \frac{\sin^2 x}{2} \right]_0^{\pi/2} \\ &= \left(-\frac{\cos^2(\pi/2)}{2} + \frac{\sin^2(\pi/2)}{2} \right) - \left(-\frac{\cos^2(0)}{2} + \frac{\sin^2(0)}{2} \right) \\ &= \left(-\frac{0}{2} + \frac{1}{2} \right) - \left(-\frac{1}{2} + \frac{0}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$y = \sin^3 x, \quad y = \cos^3 x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$y = \sin^3 x, \quad y = \cos^3 x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$y = \sin^3 x, \quad y = \cos^3 x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$y = \sin^3 x, \quad y = \cos^3 x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

$$y = \sin^3 x, \quad y = \cos^3 x, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2}$$

مثال ٣ ونارة (١, ٢) ن

جد مساحة المنطقة بين

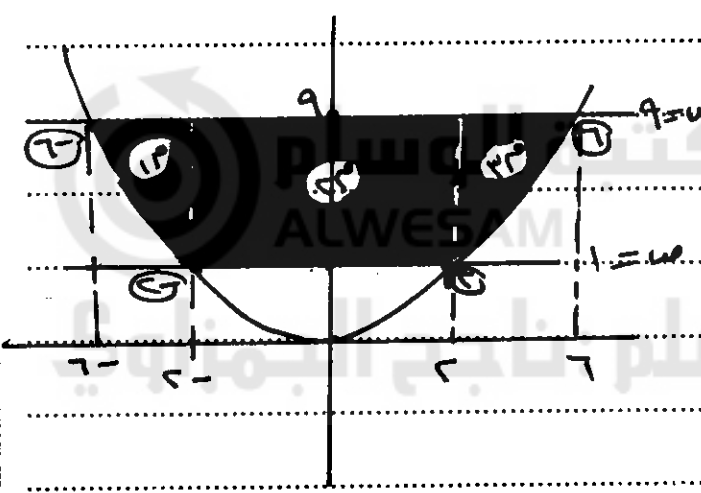
$$y = \sin x, \quad y = \frac{1}{2} \sin x, \quad x = 0, \quad x = \pi$$

$$y = \sin x, \quad y = \frac{1}{2} \sin x, \quad x = 0, \quad x = \pi$$

الحل

$$\sin x = \frac{1}{2} \sin x \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \sin x \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi$$





ناجح الجمزاي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي الطمي

0795656881

١- تقاطع $س٢$ مع محور السينات

$$س٢ - ٤ = ٠ \quad \leftarrow \quad س٢ = ٤$$

٢- تقاطع $ص٢$ مع $س٢$ مع $ص٢ = ٤ + س٢$

$$س٢ - ٤ = ٤ + س٢$$

$$س٢ - ٤ - س٢ = ٤ + س٢ - س٢ \quad \Rightarrow \quad -٤ = ٤$$

$$س٢ = ٤ \quad \text{أو} \quad س٢ = -٤$$

$$س٢ = ٤ \quad \text{أو} \quad س٢ = -٤$$

أكل اكل - - -

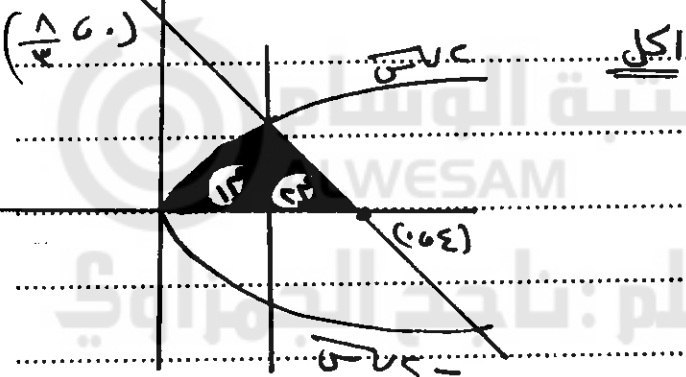
مسألة ٥

جد مساحة المنطقة الواقعة فوق

محور السينات والمحددة بالمختصيات

$$ص٢ = ٤ + س٢ \quad س٢ - ٨ = ٠ \quad س٢ = ٨$$

السينات



تبع اكل

مساحة $ص٢$ - مساحة $س٢$

جد اكلها ونضرب في ٢

$$س٢ = ٢ \left[(٨ - ٤) + (٤ - ٨) \right] = ٢ \left[٤ - ٤ \right] = ٠$$

$$س٢ = ٢ \left[(٨ - ٤) + (٤ - ٨) \right] = ٢ \left[٤ - ٤ \right] = ٠$$

$$س٢ = ٢ \left[(٨ - ٤) + (٤ - ٨) \right] = ٢ \left[٤ - ٤ \right] = ٠$$

$$س٢ = ٢ \left[(٨ - ٤) + (٤ - ٨) \right] = ٢ \left[٤ - ٤ \right] = ٠$$

$$س٢ = ٢ \left[(٨ - ٤) + (٤ - ٨) \right] = ٢ \left[٤ - ٤ \right] = ٠$$

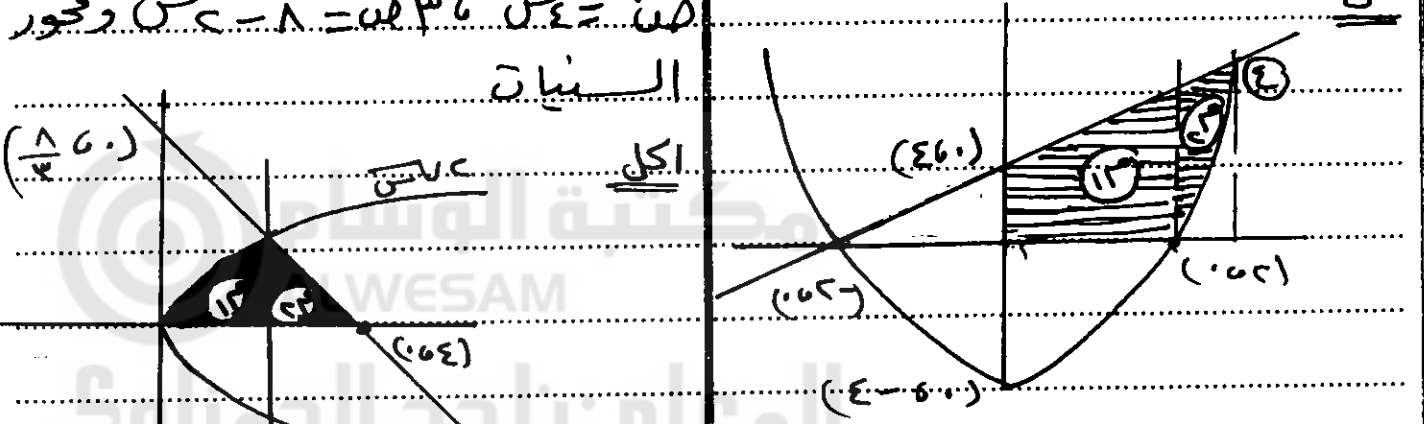
مسألة ٤

جد المساحة المحصورة بين $ص٢$ و $س٢$

$$ص٢ = ٤ + س٢ \quad س٢ = ٤$$

والواقعة في الربع الأول

اكل



تبع اكل



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

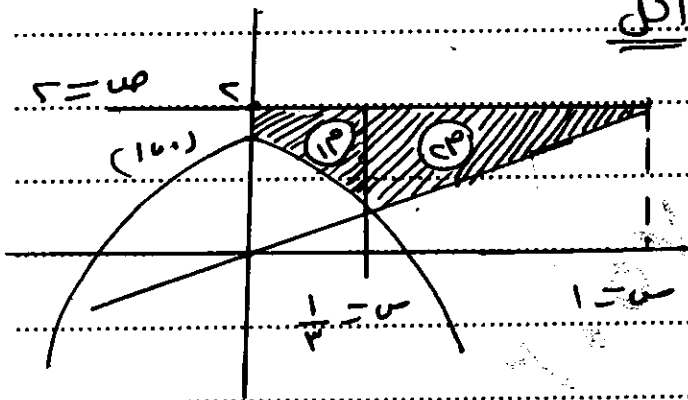
ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

مثال ٨

جد مساحة المنطقة المحصورة بين
 دوائر $(x-1)^2 + y^2 = 1$ و $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 والمستقيم $x=2$ ومحور y اكل



تقاطع دوائر $(x-1)^2 + y^2 = 1$ و $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

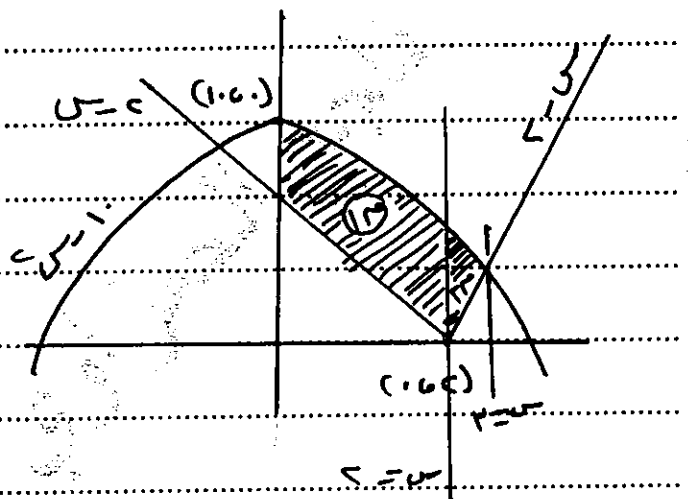
$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

تقاطع دوائر $(x-1)^2 + y^2 = 1$ و $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

نرسم المنطقة



تقاطع دوائر $(x-1)^2 + y^2 = 1$ و $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$
 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ $(x-2)^2 + y^2 = 4$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

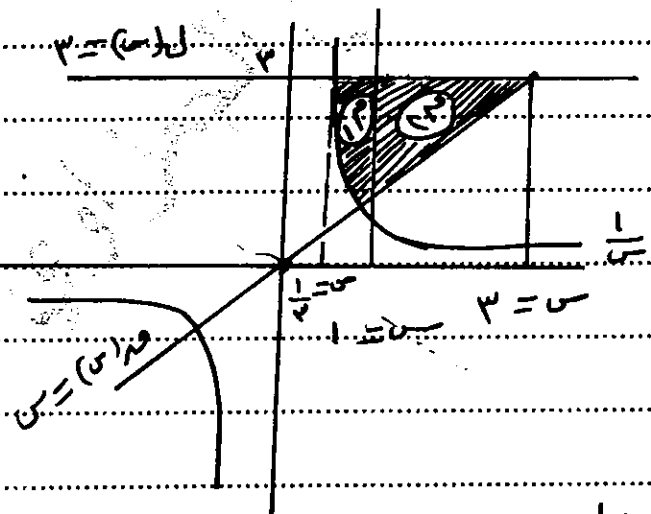
ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

سؤال ٩

جد المساحة المحصورة بين دوائر $s = 3$ و $s = \frac{1}{s}$ في الربع الأول من المستوى الإحداثي.



تقاطع دوائر $s = \frac{1}{s}$ مع $s = 3$

$$\frac{1}{s} = 3 \Rightarrow s = \frac{1}{3}$$

تقاطع دوائر $s = 3$ مع $s = \frac{1}{s}$

$$3 = \frac{1}{s} \Rightarrow s = \frac{1}{3}$$

تقاطع دوائر $s = 3$ مع $s = \frac{1}{s}$

$$s = \frac{1}{s} \Rightarrow s^2 = 1 \Rightarrow s = \pm 1$$

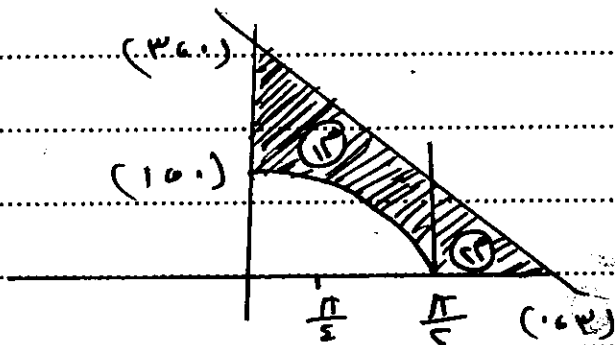
$$s = 1, s = -1$$

$$A = \int_{\frac{1}{3}}^1 \left(3 - \frac{1}{s} \right) ds = \left[3s - \ln s \right]_{\frac{1}{3}}^1 = (3 - \ln 1) - \left(1 - \ln \frac{1}{3} \right) = 2 + \ln 3$$

الكل - الكل = ٢.١٩

سؤال ١٠

جد المساحة المحصورة بين دوائر $s = 3$ و $s = \frac{1}{s}$ في الربع الأول من المستوى الإحداثي.



ملاحظة: $\frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{4}$

$$A = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (3 - \frac{1}{s}) ds$$

$$= \left[3s - \ln s \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{3\pi}{2} - \ln \frac{\pi}{2} \right) - \left(\frac{3\pi}{4} - \ln \frac{\pi}{4} \right) = \frac{3\pi}{4} + \ln 2$$

الكل - الكل

سؤال ١١ وزارة (٢٠١٩)

جد مساحة المنطقة المظلمة في الشكل المجاور حسب

دوائر $s = 3$ و $s = \frac{1}{s}$

دوائر $s = 3$ و $s = \frac{1}{s}$ في الربع الأول من المستوى الإحداثي.



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

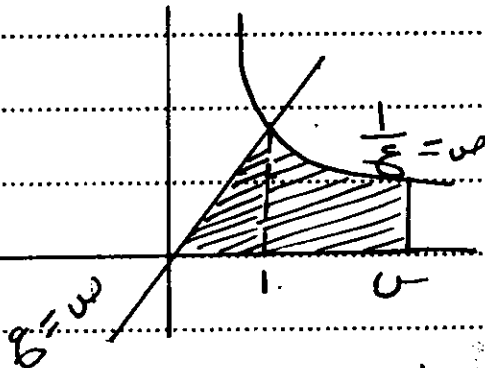
ناجح الجمزوي

0795656881

0788656057

سؤال (١٤) وزارة (٢٠١٩)

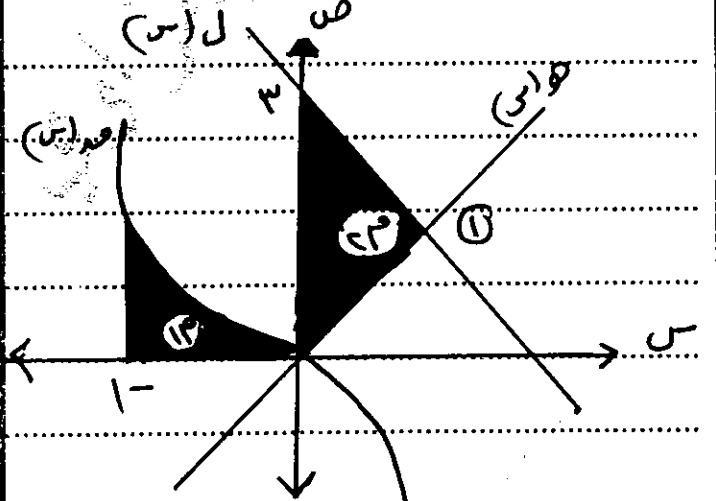
أوجد مساحة المنطقة المظللة



$$\begin{aligned} \text{الحل} \quad & \int_1^2 \left(x - \frac{1}{x} \right) dx = 2 \\ & \left[\frac{x^2}{2} - \ln x \right]_1^2 = 2 \\ & \left(\frac{4}{2} - \ln 2 \right) - \left(\frac{1}{2} - \ln 1 \right) = 2 \\ & 2 - \ln 2 - \frac{1}{2} = 2 \\ & \frac{3}{2} - \ln 2 = 2 \end{aligned}$$

سؤال (١٣) وزارة (٢٠١١) شتوي

جد مجموع مساحتي المنطقتين م، م' المظللتين في الشكل المجاور حيث
 ان: $عد(اس) = س^2$ ، $عد(اس) = س$
 لـ (اس) = $س - 3$ ، $عد(اس) = س$

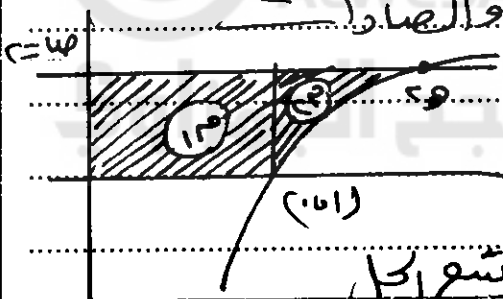


تقاطع لـ (اس) مع (اس)

$$\begin{aligned} & س = س - 3 \Rightarrow س = 3 \\ & \frac{1}{2} = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^3 = \frac{27}{2} - \frac{9}{2} = 9 \\ & م = \frac{27}{2} - \frac{9}{2} = 9 \\ & \frac{7}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \end{aligned}$$

سؤال (١٥)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى
 $عد = س$ ، $عد = س^2$ ، ومحوري
 السينات والصادات



← شع كل

(٢٠٠٠)



ناجح الجمزاي

0788656057

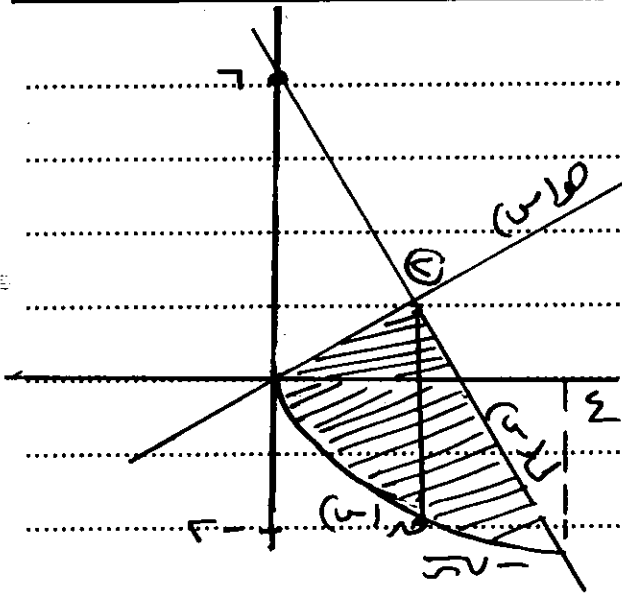
رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881



اكل

حدد نقطة تقاطع هـ مع محسني لـ

$$6 - 5x = 1 - x^2 \quad (x=1)$$

من الشكل نجد نقطتان تقاطع

محسني لـ مع محسني هـ عند $x=1$

وكذلك محسني هـ مع محسني لـ عند $x=2$

$$M = \int_1^2 (x^2 + 1) dx + \int_2^6 (6 - 5x) dx$$

الحل اكل

الجواب ٣

الحل
تقاطع هـ مع محسني لـ
محسني هـ مع محسني لـ
تقاطع هـ مع محسني هـ
محسني هـ مع محسني هـ

$$M = \int_1^2 (x^2 + 1) dx + \int_2^6 (6 - 5x) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x \right]_1^2 - \left[\frac{5x^2}{2} - 6x \right]_2^6$$

$$= \left(\frac{8}{3} + 2 \right) - \left(\frac{90}{2} - 36 \right) = \frac{14}{3} - 9 = -\frac{14}{3}$$

الحل اكل

مسألة (٦) وزارة (١٠٠٠) شوية

جد صامة المنطقة المظلمة في

الشكل المجاور

حيث $h(x) = 1 - x^2$ و $g(x) = x$

لـ $h(x) = 1 - x^2$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

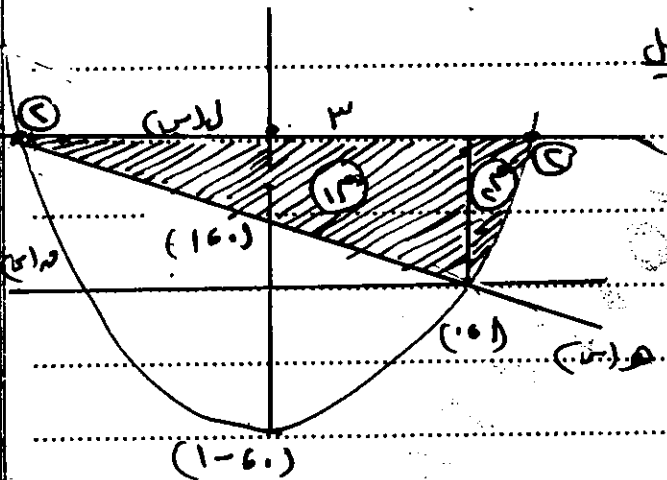
0795656881

مثال (١٨) وزارة (٢٠١٣) شتوية

جد مساحة المنطقة المحصورة بين
منحنيات الاقترانات الثلاثة

$$\begin{aligned} \text{ل (س)} &= \text{س}^2 - 1 \\ \text{م (س)} &= 1 - \text{س} \\ \text{ن (س)} &= 3 - \text{س} \end{aligned}$$

اكمل



تقاطع م (س) و ن (س)

$$\text{س}^2 - 1 = 1 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 2 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 1) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 1$$

$$\text{س}^2 - 1 = 3 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 4 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 2) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 2$$

تقاطع م (س) و ل (س)

$$1 - \text{س} = 3 - \text{س} \Rightarrow 1 = 3 \Rightarrow \text{س} = 2$$

تقاطع م (س) و ن (س)

$$\text{س}^2 - 1 = 1 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 2 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 1) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 1$$

$$\text{س}^2 - 1 = 3 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 4 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 2) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 2$$

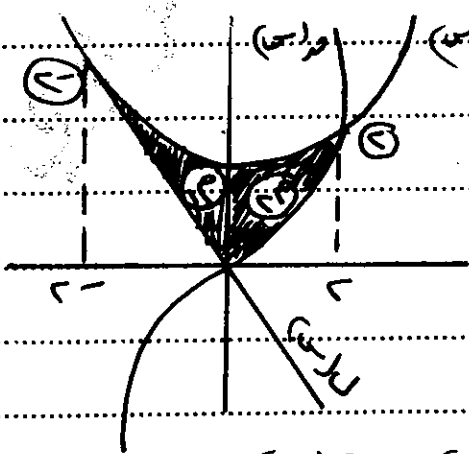
الحل اكمل

مثال (١٩) وزارة (٢٠١٤) صيفية

جد مساحة المنطقة المحصورة بين
منحنيات الاقترانات الثلاثة

$$\begin{aligned} \text{ل (س)} &= \text{س}^2 - 2 \\ \text{م (س)} &= 2 - \text{س} \\ \text{ن (س)} &= 3 - \text{س} \end{aligned}$$

اكمل



تقاطع م (س) و ن (س)

$$\text{س}^2 - 2 = 2 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 4 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 2) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 2$$

$$\text{س}^2 - 2 = 3 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 5 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 3) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 3$$

تقاطع م (س) و ل (س)

$$2 - \text{س} = 3 - \text{س} \Rightarrow 2 = 3 \Rightarrow \text{س} = 1$$

تقاطع م (س) و ن (س)

$$\text{س}^2 - 2 = 2 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 4 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 2) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 2$$

$$\text{س}^2 - 2 = 3 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 5 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 3) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 3$$

$$2 - \text{س} = 3 - \text{س} \Rightarrow 2 = 3 \Rightarrow \text{س} = 1$$

$$\text{س}^2 - 2 = 2 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 4 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 2) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 2$$

$$\text{س}^2 - 2 = 3 - \text{س} \Rightarrow \text{س}^2 + \text{س} - 5 = 0 \Rightarrow (\text{س} + 2)(\text{س} - 3) = 0 \Rightarrow \text{س} = -2, 3$$



ناجح الجمزاري

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

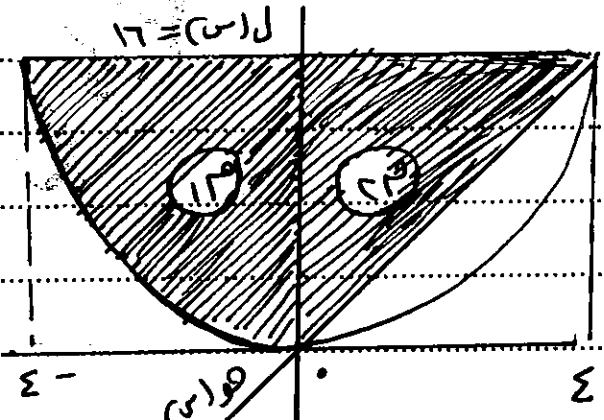
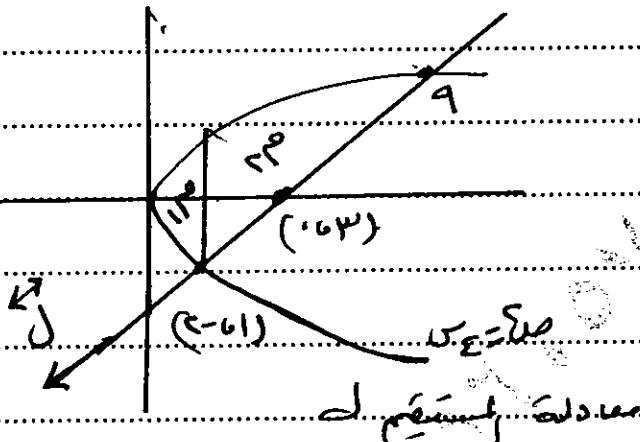


الثاني الثانوي العلمي

0795656881

مثال (١٩) وزارة (٢٠١٤) صنف
جد مساحة المنطقة المحصورة
بين منحنيان اللذين انان الآتيه
حد (س) = س^٢ ٦ هو (س) = ٤ س
ل (س) = ١٦

مثال (١٩) وزارة (٢٠١٤) صنف
جد مساحة المنطقة المحصورة
بين منحنيان اللذين انان الآتيه
حد (س) = س^٢ ٦ هو (س) = ٤ س
ل (س) = ١٦



$$\text{معادلة المستقيم لـ} \\ \text{ميل المستقيم} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 1$$

$$\text{المعادلة هي: } y - y_1 = m(x - x_1) \\ \text{نقا مع المستقيم مع حد } y = 4x$$

$$y = 4x \\ \text{حد } y = 4x = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 4x \\ x^2 - 10x + 9 = 0 \\ (x - 1)(x - 9) = 0 \\ x = 1, x = 9$$

$$x = 1, x = 9 \\ \text{نقا مع المستقيم مع حد } y = 4x$$

$$y = 4x \\ \text{حد } y = 4x = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 4x \\ x^2 - 10x + 9 = 0 \\ (x - 1)(x - 9) = 0 \\ x = 1, x = 9$$

$$x = 1, x = 9 \\ \text{نقا مع المستقيم مع حد } y = 4x$$

$$y = 4x \\ \text{حد } y = 4x = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 4x \\ x^2 - 10x + 9 = 0 \\ (x - 1)(x - 9) = 0 \\ x = 1, x = 9$$

نقا طوع حد (س) مع هو (س)
س^٢ = ٤ س ← س^٢ - ٤ س = ٠
س (س - ٤) = ٠ ← س = ٠, س = ٤
نقا طوع حد (س) مع ل (س)
س^٢ = ١٦ ← س = ٤, س = -٤

$$س^2 = 4س \leftarrow س^2 - 4س = 0$$

$$س(س - 4) = 0 \leftarrow س = 0, س = 4$$

$$\text{نقا طوع حد (س) مع ل (س)}$$

$$س^2 = 16 \leftarrow س = 4, س = -4$$

$$س^2 = 4س \leftarrow س^2 - 4س = 0$$

$$س(س - 4) = 0 \leftarrow س = 0, س = 4$$

$$\text{نقا طوع حد (س) مع ل (س)}$$

$$س^2 = 16 \leftarrow س = 4, س = -4$$

$$س^2 = 4س \leftarrow س^2 - 4س = 0$$

$$س(س - 4) = 0 \leftarrow س = 0, س = 4$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مثال ٢٥

مثال ٢٦ فائدة (٢٠١٥) شتوي

من الشكل المجاور إذا كانت مساحة

المنطقة م، كماوي ٩ وحد = مربعه

مساحة المنطقة م، كماوي ٤ وحد =

مساحة المنطقة م

٢٠٠٠ (٢٠٠٠) (٢٠٠٠) (٢٠٠٠)

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

١٢ ٢٠ ٢٠ ٢٠

مساحة المنطقة الواقعة في

الربع الأول والمحصورة بين منحنى

القطعان (٢٠١٥) = ٢٠٠٠ ومحور السينات

والمستقيم $y = x$ = ٢٠٠٠

٢٠٠٠ = ٢٠٠٠ (٢٠٠٠) (٢٠٠٠)

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠

٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠ ٢٠٠٠



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

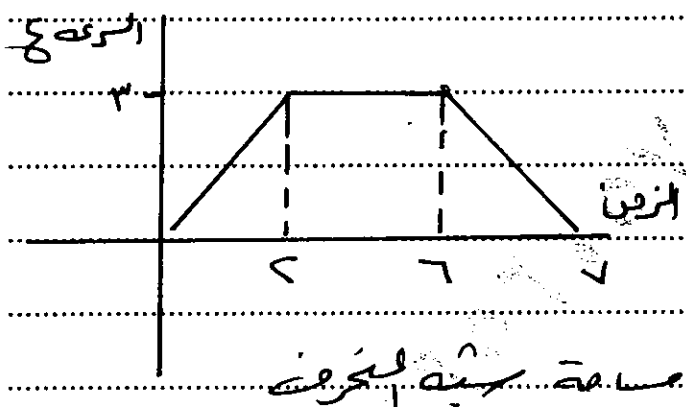
الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

مثال (٤٤) وزارة (٢٠١٦)

يمثل الشكل المجاور إحصائية بين
السرعة والزمن لحجم يتحرك على
خط مستقيم حيث إن إحصائية السرعة
في الفترة الزمنية [٠، ٦] هي

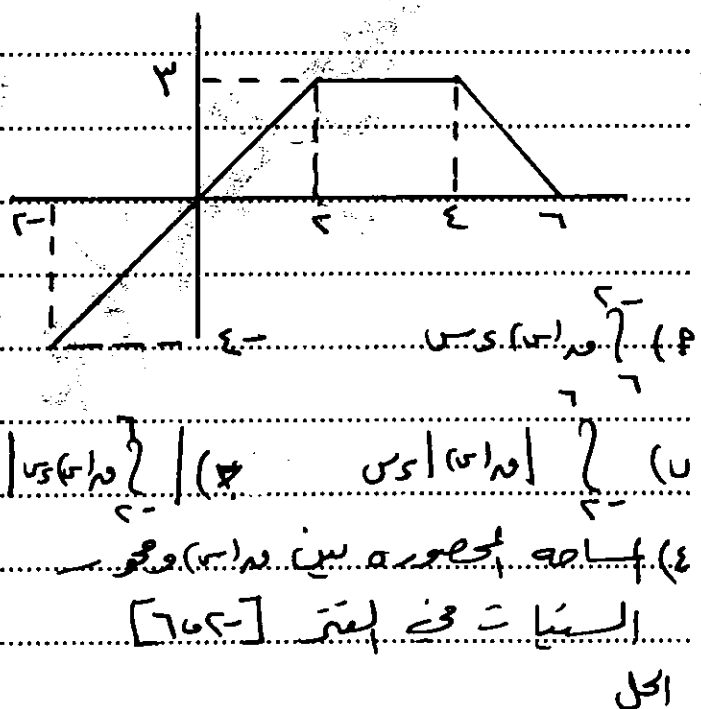


$$3 \times (2+7) \times \frac{1}{2} = 17,5$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x & 0 \leq x \leq 2 \\ 3 & 2 < x \leq 6 \\ 0 & 6 < x \leq 7 \end{cases}$$

مثال (٤٣)

اعتمد على الشكل المجاور لإيجاد



$$1) \text{ مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$2 = 2 \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times (2+6) \times 3 = 12$$

$$\int_0^7 v(t) dt = \int_0^2 3t dt + \int_2^6 3 dt = 3 + 12 = 15$$

$$= 15 + 2 = 17$$

$$\int_0^7 v(t) dt = 17 = 15 + 2 = 17$$

$$\int_0^7 v(t) dt = 17 = 15 + 2 = 17$$

$$17 = 15 + 2 = 17$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

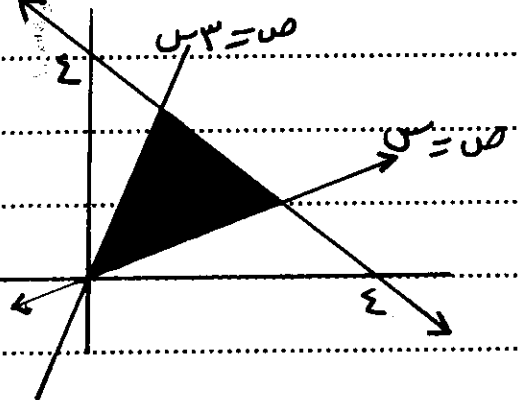
0795656881

ورقة عمل

س٢ وزارة (٢٠١٢)

حدد مساحة المنطقة المحصورة بين
منحنيات الأتيان $(س)$ و $(س٣)$
و $(س٤)$ و $(س٦)$ و $(س٧)$
ع = ٢٢

س١: في الشكل المجاور حدد مساحة
المنطقة المظلمة

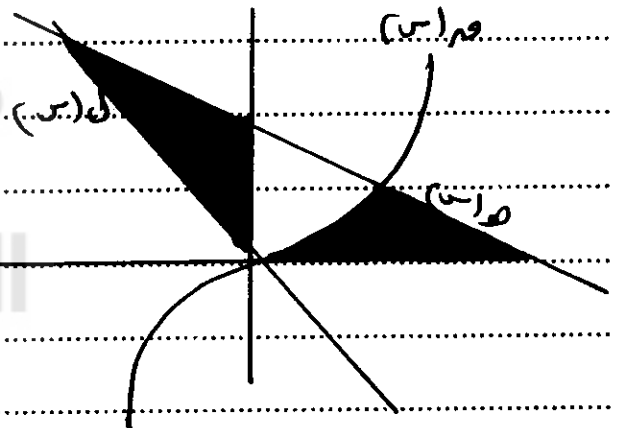


س٤ وزارة (٢٠١٦)

حدد مساحة المنطقة المحصورة بين
المنحنى $س٢ = ٢٤ - ٨س$ ومحور
المنحنيات والواقع في الربع الأول
ع = ٢٤

س٥ وزارة (٢٠١٩)

حدد مجموع مساحتي المنطقتين المظلمتين
المبينتين في الشكل المجاور حيث
و $(س٣)$ و $(س٦)$ و $(س٧)$ و $(س٨)$ و $(س٩)$



س٥ وزارة (٢٠١٨)

حدد مساحة المنطقة الواقعة في الربع
الأول والمحصورة بين محور الصادات
ومنحنيات الأتيان $(س)$ و $(س٣)$
و $(س٤)$ و $(س٦)$ و $(س٧)$
ع = ٣٧



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزوي

0788656057

0795656881

١١. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

١٢. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

١٣. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

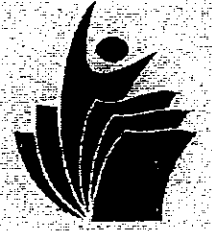
١٤. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

١٥. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

١٦. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

١٧. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

١٨. ملاحظة المنطقة المحصورة بين
 $y = x^2$ و $y = 2x - 1$
 محاور الصادات
 $x = 2$ و $y = 1$
 $E = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزوي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

أسئلة شاملة على وحدة التكامل

١. اوجد $\int_0^1 x^2 dx$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} (1^3 - 0^3) = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$
٢. اوجد قيمة $\int_0^1 x^2 dx$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} (1^3 - 0^3) = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$
٣. اذا كان $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$
٤. اوجد $\int_0^1 x^2 dx$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} (1^3 - 0^3) = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$
٥. اذا كان $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$
٦. الشكل المجاور يمثل منحنى $y = x^2$ $y = x^2$ $y = x^2$ $y = x^2$
٧. اوجد $\int_0^1 x^2 dx$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} (1^3 - 0^3) = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

١٣. وزارة ٥١٢

إذا كان في أفقنا فاصلاً على ج
وكان

$$9 + 3 + 4 = 16 \quad (3 + 4) = 7$$

في (١١) = ٧ فاصلاً في ٩

٣ = ٩

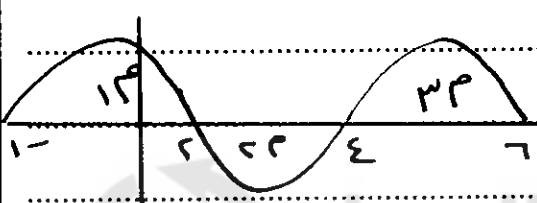
١٤. وزارة (٢٠١٠)

إذا كان الشكل المجاور على شكل
الافئان في الحرف على [١٠١٦]

وكانت ٣ = ٣ و ٣ = ٣

$$16 = 4 \quad 4 = 4 \quad 3 = 3 \quad 2 = 2$$

احد ١ (٣) = ٣



١٥. وزارة (٢٠١١)

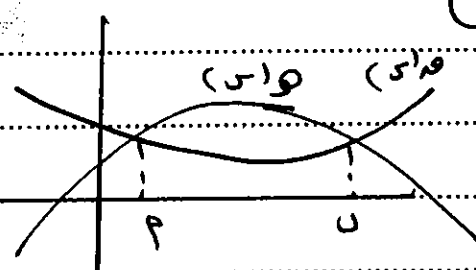
$$16 = 4 \quad 4 = 4 \quad 3 = 3 \quad 2 = 2$$

احد ١ (٣) = ٣

٣٧ = ٩

١١. وزارة (٢٠٠٦)

بالاعتماد على الشكل المجاور إذا
عليت ان المساحة المحصورة
بين (٣) و (٤) تساوي ٦
وحدات مربعة وكان
٣ (٣) = ٣ = ١٠ فاصلاً
٣ (٣) = ٣



$$16 = 4$$

١٢. وزارة ٢٠٠٢

إذا كان في أفقنا فاصلاً على ج
وكان ٣ (٣) = ٣ = ٣
٣ (٣) = ٣

$$16 = 4 \quad 4 = 4 \quad 3 = 3 \quad 2 = 2$$

٣ (٣) = ٣

١٦ = ٩



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

١٦. وزارة ٢٠١٢ إذا كان $\frac{1}{x} = 2$، $\frac{1}{y} = 3$، $\frac{1}{z} = 4$، فما قيمة $\frac{1}{x+y+z}$؟ ج: $\frac{1}{11}$	١٧. وزارة ٢٠١٢ إذا كان $\frac{1}{x} = 2$، $\frac{1}{y} = 3$، $\frac{1}{z} = 4$، فما قيمة $\frac{1}{x+y+z}$؟ ج: $\frac{1}{11}$
١٨. وزارة ٢٠١٢ إذا كان $\frac{1}{x} = 2$، $\frac{1}{y} = 3$، $\frac{1}{z} = 4$، فما قيمة $\frac{1}{x+y+z}$؟ ج: $\frac{1}{11}$	١٩. وزارة ٢٠١٢ إذا كان $\frac{1}{x} = 2$، $\frac{1}{y} = 3$، $\frac{1}{z} = 4$، فما قيمة $\frac{1}{x+y+z}$؟ ج: $\frac{1}{11}$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

ناجح الجمزاي

0788656057

0795656881

٢٨. وزارة (٢٠١٤)

$$\text{جد } \frac{س}{س - ع}$$

٢٩. وزارة (٢٠١٦)

$$\text{جد } \frac{ا}{س + س + س + س}$$

٣٠. وزارة ٩٧٥

$$\text{اوجد } \frac{س + س + س + س + س}{س + س + س}$$

٣١. وزارة ٩٨

$$\text{اوجد } \frac{س + س + س + س + س}{س + س + س}$$

٣٢. وزارة ٩٩

$$\text{اوجد } \frac{س + س + س + س + س}{س + س + س}$$

٣٣. وزارة (٢٠١٣)

اذا كان $س$ اقتراباً طارلاً للتكامل في الفترة $[٢, ٤]$ وكان $س(٢) = ٢$ كين $س(٤) = [٢, ٤]$ ، فاعطى اصفى قيمة للمقدار

$$\int_2^4 (٣س - ١) دس$$

٣٤. وزارة (٢٠١٣ شتوة)

$$\text{اوجد قيمة } \int_1^2 \frac{س}{س + ١} دس$$

٣٥. وزارة (٢٠١٣ شتوة)

اذا كان $م(س)$ اقتراناً متزايداً في الفترة $[١, ٢]$ وكان $م(١) = ١$ ، $م(٢) = ٢$ ، فاعطى اصفى قيمة للمقدار

$$\int_1^2 \frac{م(س)}{س} دس$$

٣٦. وزارة (٢٠١٤)

$$\text{اوجد } \int_1^2 (س^٢ - س - ١) دس$$

$$\text{٣٧. اوجد } \int_1^2 \frac{ا}{س + ١} دس \quad (٢٠١٤)$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

ناجح الجمزاي

الوحدة الرابعة / التكامل

الثاني الثانوي العلمي

0788656057

0795656881

$$٣٣. اوجد } \frac{ظاس}{س} - ٩ - (لوصاس) \frac{س}{س}$$

$$٣٤. اوجد } \frac{قاس + ه}{قاس} \frac{س}{س}$$

$$٣٥. اوجد } \frac{س ح (لو (س + ١))}{س + ١}$$

$$٣٦. اوجد } \frac{١}{\sqrt{١ + س} + \sqrt{١ - س}}$$

$$٣٧. اوجد } \frac{س}{\sqrt{٥ + س} \times (٥ - س)}$$

$$٣٨. اوجد } \frac{س}{س + ١} \times (س + ١) \times (س + ١)$$

$$٣٩. اوجد } \frac{س}{س}$$

$$٤٠. اوجد } \frac{س}{س}$$

$$٤١. اوجد } \frac{س}{س}$$



ناجح الجمزوي

0788656057

رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الوحدة الرابعة / التكامل



الثاني الثانوي العلمي

0795656881

٥١. جد حل لمعادلة التفاضلية

$$\frac{y - y_0}{y_0} = \frac{y - y_0}{y_0}$$

$$y - y_0 = y_0 \ln \frac{y - y_0}{y_0}$$

$$y - y_0 = y_0 \ln \frac{y - y_0}{y_0}$$

٤٤. اذا كان

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

٥٢. وزراء (٢٠١٠، ٢٠١١)
 اذا كان ميل المحاور للمحور الأفقي
 عند النقطة (١، ١) يساوي

$$y = (1 - x) \ln \frac{1 - x}{1}$$

$$y = (1 - x) \ln \frac{1 - x}{1}$$

٤٨. اذا كان

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

٥٣.
 العلاقة اذا علمت ان منحناها
 يمر بالنقطة (١، ١) (١ - ١) (١ - ١)

$$y = (1 - x) \ln \frac{1 - x}{1}$$

$$y = (1 - x) \ln \frac{1 - x}{1}$$

٤٩. اذا كان

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

٥٤.
 دعاء اسطوانة الشكل نصف قطره
 ١٠ سم وارتفاعه ١٦ سم، رصبت منه
 الماء حسب العلاقة $y = \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$

$$y = \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

٥٠. وزراء (٢٠١٤)
 اذا كان $y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

٥٥.
 اذا كان الوعاء فارغاً فكم رتبة
 ستبقى الوعاء حتى يتبقى الماء

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$

$$y = y_0 + \frac{y_0^2}{1 + y_0^2}$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

الثاني الثانوي العلمي

الوحدة الرابعة / التكامل

ناجح الجمزاي

0795656881

0788656057

٥٤. وزارة ٩٨

قذفت كره للأعلى بسرعة ابتدائية

مقدارها ٦٤ م/ث من على ارتفاع ٨٠ قدم

بعد معادلة الحركة كفه الكره من سطح

الأرض إذا علمت أن تسارع الكره

يساوي -٣٢ قدم/ث

ج: ف (ث) = ١٦ + ١٦ + ٦٤ + ٨٠

٥٧. وزارة ٩٩

إذا كان $\frac{1}{s} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s}$

فاثبت أن $\frac{1}{s} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s}$

٥٨. وزارة (٢٠٠٥)

بعد مسافة المنطقة المحصورة

بين محني الأقطان $(s) = s + ٣$

ومحور السينات والمختصين

$s = s - ٢$ ، $s = s - ٢$

$$\frac{19}{7} = ٢$$

٥٩

بعد مسافة المنطقة المحصورة

بين محني $(s) = s - ٦$ ، $s = s - ٦$

$(s) = s$

$$\frac{156}{7} = ٢$$

٥٦. وزارة ١٩٩٧

بعد مسافة المنطقة المحصورة

بين $s = s + ١$ ، $s = s + ١$ ، $s = s + ١$

$$\frac{7}{3} = ٢$$



رياض ومدارس جامعة الزرقاء

0788656057

تحت محمد الدير
فناجح (الحزراوي)



تمت بحمد الله

٢٠١٥ / ٢٠١٤

مع تحيات

الاستاذ ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

مكتبة الوسام

ALWGSAM

المعلم: ناجح الجمزاوي