الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

التكامل بالتعويض

الشكل العام: ∫ (اقتران)^(قوة) (اقتران) دس

ص = ما داخل القوة
دص = مشتقة ص دس

١ ∫ س^٣ (س^٤ + ١)^٥ دس

ص = س^٤ + ١
دص = ٤س^٣ دس
دس = دص / ٤س^٣

∫ س^٣ (ص)^٥ دص / ٤س^٣ = ١/٤ ∫ ص^٥ دص

= ١/٤ ص^٦/٦ + ج = ١/٢٤ ص^٦ + ج

= ١/٢٤ (س^٤ + ١)^٦ + ج

٢ ∫ س √(٢س^٢ + ١) دس

= ∫ س (٢س^٢ + ١)^(١/٢) دس

ص = ٢س^٢ + ١
دص = ٤س دس
دس = دص / ٤س

∫ س (ص)^(١/٢) دص / ٤س = ١/٤ ∫ ص^(١/٢) دص = ١/٤ × ص^(٣/٢)/(٣/٢) + ج

= ١/٦ ص^(٣/٢) + ج = ١/٦ (٢س^٢ + ١)^(٣/٢) + ج

٣ ∫ جا^٣ س جتا^٢ س دس

ص = جا س ⇐ دص = جتا س دس

∫ ص^٣ جتا^٢ س دص / جتا س = ∫ ص^٣ دص

= ص^٤/٤ + ج = جا^٤ س / ٤ + ج

الشكل الثاني: ∫ مشتقي (زاوية بداخلها) دس

ص = ما داخل القوة

١ ∫ (س + ١) جا(س^٢ + ٢س) دس

ص = س^٢ + ٢س
دص = (٢س + ٢) دس
دس = دص / (٢س + ٢)

∫ (س + ١) جا ص دص / ٢(س + ١) = ١/٢ ∫ جا ص دص

= ١/٢ جتا ص + ج

= ١/٢ جتا(س^٢ + ٢س) + ج

٢ ∫ جتا س جا^٢ (جا س) دس

ص = جا س
دص = جتا س دس
دس = دص / جتا س

∫ جتا س جا^٢ ص دص / جتا س

∫ جا^٢ ص دص = ∫ ١/٢ (١ − جتا ٢ص) دص

= ١/٢ (ص − جا ٢ص / ٢) + ج

= ١/٢ (جا س − جا(٢جا س) / ٢) + ج

الشكل الثالث: اذا ورد في التكامل جا ، جتا وكان لهما نفس القوة نفرض ص = ايهما.

مثال: ∫ جا س جتا س دس

ص = جا س ⇐ دص = جتا س دس
دس = دص / جتا س

∫ ص جتا س دص / جتا س = ∫ ص دص = ص^٢/٢ + ج

= جا^٢ س / ٢ + ج

واجب: حل السؤال بطريقتين غير ما سبق.

الشكل الرابع: − ∫ جا^قوة جتا^قوة دس

اذا كان احد القوتين فردي نخفض الفردي بمقدار واحد

١ ∫ جا^٣ س جتا^٢ س دس

= ∫ جا^٢ س . جا س جتا^٢ س دس

= ∫ (١ − جتا^٢ س) جا س جتا^٢ س دس

ص = جتا س
دص = − جا س دس
دس = دص / − جا س

∫ (١ − ص^٢) ص^٢ دص = ∫ (ص^٤ − ص^٢) دص

= ص^٥/٥ − ص^٣/٣ + ج = جتا^٥ س / ٥ − جتا^٣ س / ٣ + ج

واجب ∫ جا^٣ س دس

٢ ∫ جا^٣ س جتا^٣ س دس

= ∫ جا^٢ س . جتا^٣ س جا س دس

= ∫ (١ − جتا^٢ س) جتا^٣ س جا س دس

ص = جتا س
دص = − جا س دس
دس = دص / − جا س

∫ (١ − ص^٢) ص^٣ دص = ∫ (ص^٣ − ص^٥) دص

= ص^٤/٤ − ص^٦/٦ + ج = جتا^٤ س / ٤ − جتا^٦ س / ٦ + ج

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١ $\int \frac{س^{3}+٥}{\sqrt[3]{س^{4}+٢٠س}}\,د س$

$= \int (س^{3}+٥)(س^{4}+٢٠س)^{-\frac{1}{3}}\,د س$

$\int (س^{3}+٥)(ص)^{\frac{1}{3}}\,\frac{د ص}{٤س^{3}+٢٠}$

$= \frac{1}{4}\times \frac{3}{2} ص^{\frac{2}{3}} + ج = \frac{3}{8}(س^{4}+٢٠س)^{\frac{2}{3}} + ج$

ص $= س^{4}+٢٠س$
$د ص = (٤س^{3}+٢٠)\,د س$

٢ $\int (س^{2}+1)$ جتا$(س^{3}+٣س+1)\,د س$

$\int (س^{2}+1)$ جتا ص $\frac{د ص}{٣س^{2}+٣}$

$= \frac{1}{3}$ جا ص $+ ج = \frac{1}{3}$ جا$(س^{3}+٣س+1) + ج$

ص $= س^{3}+٣س+1$
$د ص = (٣س^{2}+٣)\,د س$

٣ $\int \frac{س\,$ قتا$^{2}\sqrt{س^{2}+1}}{\sqrt{س^{2}+1}}\,د س$

$\int$ قتا^{2} ص $\frac{د ص}{٢\sqrt{س^{2}+1}}$

$=$ ظتا ص $+ ج$

$=$ ظتا $\sqrt{س^{2}+1} + ج$

ص $= \sqrt{س^{2}+1}$
$د ص = \frac{٢س\,د س}{٢\sqrt{س^{2}+1}}$

٤ $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{$جا$\sqrt{س}}{\sqrt{س}}\,د س$

$\int_{\pi^{2}}^{\pi^{2}}$ جا ص $\times ٢\,د ص$

$= -٢$ جتا ص $\Big|_{\pi^{2}}^{\pi^{2}}$

$= -٢(-١-١) = ٤$

ص $= \sqrt{س}$
$د ص = \frac{د س}{٢\sqrt{س}}$
$د س = ٢ ص\,د ص$
$س = \pi^{2} \leftarrow ص = \pi$
$س = ٤\pi^{2} \leftarrow ص = ٢\pi$

٥ $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{$جا$س$ جتا$س}{\sqrt{١+$ جا$^{2}س}}\,د س$

$\int \frac{ص}{\sqrt{١+ص^{2}}}\,د ص$

$\int \frac{ص}{\sqrt{ك}} \cdot \frac{د ص}{٢ص}$

$\int \frac{1}{\sqrt{ك}}\,د ك$

$= ٢\sqrt{ك}\Big|_{1}^{2} = ٢\sqrt{ك} - ١$

$= \sqrt{٢} - ١$

ص $= ١+$ جا$^{2}س$
$د ص = ٢$ جا س جتا $س\,د س$
$س = ٠ \leftarrow ص = ١$
$س = \frac{\pi}{2} \leftarrow ص = ٢$

٦ $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}$ قا$^{2}س$ ظا$^{2}س\,د س$

$\int$ قا$^{2}س$ ظا$^{2}س \frac{د ص}{$قا$^{2}س}$

$\int ص^{2}\,د ص$

$= \frac{1}{3}ص^{3} + ج = \frac{1}{3}$ ظا$^{3}س + ج$

ص $=$ ظا س
$د ص = \frac{د ص}{$قا$^{2}س}$
$س = ٠ \leftarrow ص = ظا٠ = ٠$
$س = \frac{\pi}{4} \leftarrow ص = ظا\frac{\pi}{4} = ١$

٧ $\int \frac{س^{3}}{\sqrt{١+س^{2}}}\,د س$

$\int \frac{س^{2}}{ص} \times \frac{ص\,د ص}{س}$

$\int س^{2}\,د ص$

$\int \frac{ص^{2}-١}{٢}\,د ص$

$= \frac{(\sqrt{١+س^{2}})^{3}}{3} - (\sqrt{١+س^{2}}) + ج$

ص $= \sqrt{١+س^{2}}$
$د ص = \frac{٢س\,د س}{٢\sqrt{١+س^{2}}}$
$س^{2} = ص^{2}-١$

٨ $\int س\sqrt{س^{2}+٤}\,د س$

واجب

٩ $\int س\sqrt{س^{2}+1}\,د س$

واجب

١٠ اذا كان هـ$(١) = ٣$ / هـ$(٩) = ١٠$
واجب $\int_{1}^{3} ٦س$ هـ$'(س^{3}+1)\,د س$

١١ اذا كان هـ$(١) = ١٦$ / هـ$(٠) = ١٢$
واجب $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}$ جتا س هـ$'($جا س$)\,د س$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١٢ $\int \frac{2س - 1}{ظا^2 س - س + 2}$ د س

$ص = س^2 - س + 2$

$\frac{د ص}{د س} = 2س - 1$

$د ك = \frac{د ص}{2س - 1}$

$\int \frac{2س - 1}{ظا ص} \times \frac{د ص}{2س - 1}$

$\int ظتا ص د ص = \int ظتا ص - ص + جـ$

$= -جتا(س^2 - س + 2) - (س^2 - س + 2) + جـ$

١٣ $\int جا^2 س \sqrt{1 - جا س}$ د س

$\int جا^2 س \sqrt{1 - جا س} \times \frac{د ص}{-جتا س}$

$\int -جا س \sqrt{ص^2} د ص$

$\int -(1 - ص^2) ص^2 د ص$

$\int -ص^2 + ص^4 د ص$

$= -\frac{ص^3}{3} + \frac{ص^5}{5} + جـ$

$= -\frac{(\sqrt{1 - جا س})^3}{3} + \frac{(\sqrt{1 - جا س})^5}{5} + جـ$

$ص = \sqrt{1 - جا س}$

$ص^2 = 1 - جا س$

$د س = \frac{د ص}{-جتا س}$

$ك = 2ص$

$د ك = 2 د ص$

١٤ $\int \frac{جا^2 س}{قتا^4 س}$ د س

$= \int جا^2 س جتا^4 س$ د س

$= \int جا^2 س جتا^2 س جتا^2 س$ د س

$= \int \frac{1}{4} (2 جا س جتا س)^2 (1 - جا^2 س)$ د س

$= \int \frac{1}{4} جا^2 2س (1 - جا^2 س)$ د س

$= \int \frac{1}{8} (1 - جتا 4س)(1 - جا^2 س)$ د س

$= \int \frac{1}{8} - \frac{1}{8} جتا 4س - \frac{1}{8} جا^2 س + \frac{1}{8} جتا 4س جا^2 س$ د س

$= \frac{1}{8} س - \frac{1}{32} جا 4س - \frac{1}{8} \int \frac{1 - جتا 2س}{2}$ د س $+ \frac{1}{8} \int جتا 4س \frac{1 - جتا 2س}{2}$ د س

$= \frac{1}{8} س - \frac{1}{32} جا 4س - \frac{1}{16} س + \frac{1}{16} جا 2س + \frac{1}{16} \int جتا 4س - جتا 4س جتا 2س$ د س

$= \frac{1}{16} س - \frac{1}{32} جا 4س + \frac{1}{16} جا 2س + \frac{1}{16} \int \frac{1}{2} جتا 6س + \frac{1}{2} جتا 2س$ د س

$= \frac{1}{16} س - \frac{1}{32} جا 4س + \frac{1}{16} جا 2س + \frac{1}{32} \int جتا 6س + جتا 2س$ د س

$= \frac{1}{16} س - \frac{1}{32} جا 4س + \frac{1}{16} جا 2س + \frac{1}{32} \left(\frac{1}{6} جا 6س + \frac{1}{2} جا 2س\right) + جـ$

$= \frac{1}{16} س - \frac{1}{32} جا 4س + \frac{1}{16} جا 2س + \frac{1}{192} جا 6س + \frac{1}{64} جا 2س + جـ$

$= \frac{1}{16} س - \frac{1}{32} جا 4س + \frac{3}{64} جا 2س + \frac{1}{192} جا 6س + جـ$

$ص = جا س$

$د ك = جتا س د س$

١٥ $\int \frac{جا^5 س}{جتا^2 س}$ د س

$= \int \frac{جا^5 س}{جتا^5 س جتا^2 س}$ د س $= \int ظا^5 س قا^2 س$ د س

$= \int ص^5 \frac{د ص}{قا^2 س}$

$= \frac{ص^6}{6} + جـ = \frac{ظا^6 س}{6} + جـ$

$ص = ظا س$

$د ك = \frac{د ص}{قا^2 س}$

١٦ $\int \frac{1}{س^2 ظا^{-1} س}$ د س

واجب

أفرض $ص = \frac{1}{س}$

١٧ $\int جتا^3 س$ د س

$= \int جتا^2 س جتا س$ د س

$= \int (1 - جا^2 س) جتا س$ د س

$\int (1 - ص^2) \frac{د ص}{جتا س} جتا س$

$\int (1 - ص^2)$ د ص $= ص + \frac{ص^3}{3} + جـ$

$= جا س + \frac{جا^3 س}{3} + جـ$

$ص = جا س$

$د ك = \frac{د ص}{جتا س}$

١٨ $\int جا س (ظتا س + \frac{1}{قتا^3 س})$ د س

$\int جا س (\frac{جتا س}{جا س} + جا^3 س)$ د س

$\int جتا س + جا^4 س$ د س

$\int جتا س + \int جا^2 س جا س$ د س

$\int جتا س + \int (1 - جتا^2 س) جا س$ د س

$+ جا س + \int (1 - ص^2) \frac{د ص}{-جا س}$

$جا س = (ص - \frac{ص^3}{3}) + جـ$

$جا س - (جتا س - \frac{جتا^3 س}{3}) + جـ$

$ص = جتا س$

$د ك = -جا س د س$

١٩ $\int \frac{جتا^3 س - جا^3 س}{\sqrt{جا^2 س}}$ د س

$\int \frac{جتا^2 س}{\sqrt{جا^2 س}} د س$

$\int \frac{ص^2 د ص}{ص} = \int ص د ص = \frac{ص^2}{2} + جـ$

$= \frac{جا^2 س}{2} + جـ$

$ص = \sqrt{جا^2 س}$

$د ك = \frac{2 ص د ص}{2 جتا س}$

٢٠ $\int \frac{جتا^2 س}{جا^3 س - جا^4 س}$ د س

$= \int \frac{جتا^2 س}{جا^3 س (1 - جا س)}$ د س

$= \int \frac{جتا^2 س}{جا^3 س جتا س}$ د س $= \int \frac{(\frac{1}{2} جا 2س)^2}{جا^3 س جتا س}$ د س

$\int \frac{ص^2}{ص^3} \frac{د ص}{جتا س}$

$\int ص^{-1} د ص = ص^{-1} + جـ = (\frac{1}{2} جا 2س)^{-1} + جـ$

$ص = \frac{1}{2} جا 2س$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٢١) $\int جا^{٤}س\ جتا^{٣}س\ دس$

٢٢) $\int جا^{٣}س\ جتا^{٣}س\ دس$

٢٣) $\int جتا^{٤}س\ جا^{٤}س\ دس$ واجب

٢٤) $\int قا^{٤}س\ ظا^{٥}س\ دس$

$\int قا^{٤}س\ ظا^{٥}س\ دس = \int قا^{٣}س\ ظا^{٤}س\ قا س ظا س\ دس$

$ص = ظا س$
$دص = قا^{٢}س\ دس$

$= \int قا^{٣}س\ ص^{٤}\ دص = \int (١+ظا^{٢}س)\ ص^{٤}\ دص$
$= \int ص^{٤} + ص^{٦}\ دص = \frac{ص^{٥}}{٥} + \frac{ص^{٧}}{٧} + ج$
$= \frac{ظا^{٥}س}{٥} + \frac{ظا^{٧}س}{٧} + ج$

٢٥) $\int قا^{٣}س\ ظا^{٣}س\ دس$

$= \int ص^{٢}\ ظا^{٣}س\ \frac{دص}{قا س ظا س}$

$ص = قا س$
$دص = قا س ظا س\ دس$

$\int ص^{٢}\ ظا^{٢}س\ دص = \int ص^{٢}(قا^{٢}س - ١)\ دص$
$\int ص^{٢}(ص^{٢}-١)\ دص = \int ص^{٤} - ص^{٢}\ دص$
$= \frac{ص^{٥}}{٥} - \frac{ص^{٣}}{٣} + ج = \frac{قا^{٥}س}{٥} - \frac{قا^{٣}س}{٣} + ج$

٢٦) $\int جا س\ جتا^{٤}(جتا س)\ دس$

$ص = جتا س$

واجب

٢٧) $\int س\ جا س\ ظا^{٤}(جتا س)\ دس$

$ص = جتا س$

واجب

٢٨) $\int (٥س-٢)^{٦}\ دس = \frac{(٥س-٢)^{٧}}{٧ \times ٥} + ج$

٢٩) $\int (٤س^{٣} + ٤س + ١)^{٦}\ دس$
$= \int ((س^{٢}+١)^{٢})^{٦}\ دس = \int (س^{٢}+١)^{١٢}\ دس$
$= \frac{(س^{٢}+١)^{١٣}}{٢ \times ١٣} + ج$

٣٠) $\int \frac{١}{س^{٢} + ١٠س + ٢٥}\ دس$

واجب

٣١) $\int \frac{٥}{٧٨س + ١٤}\ دس$

واجب

٣٢) $\int س^{٣}(\frac{٢}{س^{٢}} - \frac{٣}{س})^{٤}\ دس$

$= \int س^{٣}(\frac{٢-٣س}{س^{٢}})^{٤}\ دس$
$= \int \frac{س^{٣}(٢-٣س)^{٤}}{س^{٨}}\ دس = \int (٢-٣س)^{٤}\ دس$
$= \frac{١}{-٣} \frac{(٢-٣س)^{٥}}{٥} + ج$

٣٣) $\int س \sqrt[٣]{\frac{٢}{س^{٣}} - \frac{٥}{س^{٢}}}\ دس$

$= \int س \sqrt[٣]{\frac{٢-٥س}{س^{٣}}}\ دس$
$= \int س \frac{\sqrt[٣]{٢-٥س}}{س}\ دس$
$\int \sqrt[٣]{٢-٥س}\ دس = \int (٢-٥س)^{\frac{١}{٣}}\ دس$
$= \frac{١}{-٥} \times \frac{٣}{٤}(٢-٥س)^{\frac{٤}{٣}} + ج$

٣٤) $\int س\ (جتا^{٢}س + ٢جتا س + ١)^{٥}\ دس$

$\int س((جتا س + ١)^{٢})^{٥}\ دس = \int س\ (جتا س + ١)^{١٠}\ دس$

$ص = جتا س + ١$
$دص = -جا س\ دس$
$س = ص - ١$

$\int (ص-١)\ ص^{١٠}\ دص$
$\int ص^{١١} - ص^{١٠}\ دص$
$\frac{ص^{١٢}}{١٢} - \frac{ص^{١١}}{١١} + ج$
$\frac{(جتا س + ١)^{١٢}}{١٢} - \frac{(جتا س + ١)^{١١}}{١١} + ج$

٣٥) $\int س\ (س^{٤} + ٢س^{٢} + ١)^{٥}\ دس$
$= \int س\ ((س^{٢}+١)^{٢})^{٥}\ دس$

$ص = س^{٢} + ١$

واجب

٣٦) $\int \frac{(٢س+٣)^{٩}}{س^{١١}}\ دس$

$= \int \frac{(٢س+٣)^{٩}}{س^{٩} \times س^{٢}}\ دس = \int \frac{١}{س^{٢}} \times (\frac{٢س+٣}{س})^{٩}\ دس$
$= \int \frac{١}{س^{٢}} (\frac{٢}{س} + \frac{٣}{س})^{٩}\ دس = \int \frac{١}{س^{٢}} (٢ + \frac{٣}{س})^{٩}\ دس$

$ص = ٢ + \frac{٣}{س}$
$دص = \frac{-٣}{س^{٢}}\ دس$
$س^{٢}\ دص = -٣\ دس$

$= \int \frac{١}{-٣} (ص)^{٩}\ دص = \frac{١}{-٣} \int ص^{٩}\ دص$
$= \frac{١}{-٣} \frac{ص^{١٠}}{١٠} + ج$
$= \frac{١}{-٣} \frac{(٢ + \frac{٣}{س})^{١٠}}{١٠} + ج$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٣٧ $\int (\text{س}+1)^{3}(\text{س}^{2}+2\text{س}+7)^{5}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{س}^{2}+2\text{س}+7$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{2\text{س}+2} = \frac{\text{دص}}{2(\text{س}+1)}$

$\int (\text{س}+1)^{3}(\text{ص})^{5}\frac{\text{دص}}{2(\text{س}+1)}$

$\frac{1}{2}\int (\text{س}+1)^{2}(\text{ص})^{5}\,\text{دص}$

$\frac{1}{2}\int (\text{س}^{2}+2\text{س}+1)(\text{ص})^{5}\,\text{دص}$

لكن: $\text{ص} = \text{س}^{2}+2\text{س}+7$ ، $\text{ص}-7 = \text{س}^{2}+2\text{س}$

$\frac{1}{2}\int (\text{ص}-7)\,\text{ص}^{5}\,\text{دص} =$

$\frac{1}{2}\int \text{ص}^{6}-7\text{ص}^{5}\,\text{دص} = \frac{1}{2}\left(\frac{\text{ص}^{7}}{7}-\frac{7\text{ص}^{6}}{6}\right)+\text{ج}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{(\text{س}^{2}+2\text{س}+7)^{7}}{7}-\frac{7(\text{س}^{2}+2\text{س}+7)^{6}}{6}\right)+\text{ج}$

٣٨ $\int (\text{س}^{5}+1)^{8}\times \text{س}^{14}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{س}^{5}+1$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{5\text{س}^{4}}$

$\int \text{ص}^{8}\times \text{س}^{14}\frac{\text{دص}}{5\text{س}^{4}}$

$\frac{1}{5}\int \text{ص}^{8}\times \text{س}^{10}\,\text{دص}$

لكن: $\text{ص} = \text{س}^{5}+1$ ، $\text{س}^{5} = \text{ص}-1$ ، $\text{س}^{10} = (\text{ص}-1)^{2} = \text{ص}^{2}-2\text{ص}+1$

$\frac{1}{5}\int \text{ص}^{8}\times(\text{ص}^{2}-2\text{ص}+1)\,\text{دص}$

$\frac{1}{5}\int \text{ص}^{10}-2\text{ص}^{9}+\text{ص}^{8}\,\text{دص} = \frac{1}{5}\left(\frac{\text{ص}^{11}}{11}-\frac{2\text{ص}^{10}}{10}+\frac{\text{ص}^{9}}{9}\right)+\text{ج}$

$= \frac{1}{5}\left(\frac{(\text{س}^{5}+1)^{11}}{11}-\frac{(\text{س}^{5}+1)^{10}}{5}+\frac{(\text{س}^{5}+1)^{9}}{9}\right)+\text{ج}$

٣٩ $\int \frac{\sqrt[3]{\text{س}^{3}+2\text{س}}}{\text{س}^{4}}\,\text{دس}$

$= \int \frac{\sqrt[3]{\text{س}^{3}\left(1+\frac{2}{\text{س}^{2}}\right)}}{\text{س}^{4}}\,\text{دس} = \int \frac{\text{س}\left(1+\frac{2}{\text{س}^{2}}\right)^{\frac{1}{3}}}{\text{س}^{4}}$

$= \int \frac{1}{\text{س}^{3}}\left(1+\frac{2}{\text{س}^{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = 1+\frac{2}{\text{س}^{2}}$

$\text{دس} = \frac{\text{س}^{3}\,\text{دص}}{-4}$

$\int \frac{1}{\text{س}^{3}}\times \text{ص}^{\frac{1}{3}}\times\frac{\text{س}^{3}\,\text{دص}}{-4}$

$= -\frac{1}{4}\int \text{ص}^{\frac{1}{3}}\,\text{دص} = -\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\text{ص}^{\frac{4}{3}}+\text{ج} = -\frac{3}{16}\left(1+\frac{2}{\text{س}^{2}}\right)^{\frac{4}{3}}+\text{ج}$

٤٠ $\int \sqrt[3]{2\text{س}^{3}+3\text{س}^{5}}\,\text{دس}$

واجب

٤١ $\int \text{س}^{2}\sqrt[3]{\text{س}^{7}+2\text{س}^{3}}\,\text{دس}$

$= \int \text{س}^{2}\sqrt[3]{\text{س}^{3}(\text{س}^{4}+2)}\,\text{دس} = \int \text{س}^{3}\sqrt[3]{\text{س}^{4}+2}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{س}^{4}+2$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{4\text{س}^{3}}$

$\int \text{س}^{3}\sqrt[3]{\text{ص}}\,\frac{\text{دص}}{4\text{س}^{3}}$

$\frac{1}{4}\int \sqrt[3]{\text{ص}}\,\text{دص} = \frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\text{ص}^{\frac{4}{3}}+\text{ج} = \frac{3}{16}(\text{س}^{4}+2)^{\frac{4}{3}}+\text{ج}$

٤٢ $\int \text{س}\sqrt{\text{س}^{8}+2\text{س}^{4}}\,\text{دس}$

$= \int \text{س}\sqrt{\text{س}^{4}(\text{س}^{4}+2)}\,\text{دس} = \int \text{س}\times\text{س}^{2}\sqrt{\text{س}^{4}+2}\,\text{دس}$

... واجب

٤٣ $\int (\text{س}^{5}-4\text{س})^{6}\,\text{دس}$

$= \int \text{س}^{6}(\text{س}^{4}-4)^{6}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{س}^{4}-4$ ... واجب

٤٤ $\int (4\text{س}^{3}+6\text{س}^{2}+2\text{س})(\text{س}^{2}+\text{س})^{15}\,\text{دس}$

$= \int 2\text{س}(2\text{س}^{2}+3\text{س}+1)(\text{س}^{2}+\text{س})^{15}\,\text{دس}$

$\int (2\text{س})(2\text{س}+1)(\text{س}+1)(\text{س}^{2}+\text{س})^{15}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{س}^{2}+\text{س}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{2\text{س}+1}$

$= \int (2\text{س})(2\text{س}+1)(\text{س}+1)\,\text{ص}^{15}\frac{\text{دص}}{2\text{س}+1}$

$= \int 2(\text{س}^{2}+\text{س})(\text{ص})^{15}\,\text{دص}$

$\int 2(\text{ص})(\text{ص}^{15})\,\text{دص} = \int 2\text{ص}^{16}\,\text{دص}$

$= \frac{2\text{ص}^{17}}{17}+\text{ج} = \frac{2(\text{س}^{2}+\text{س})^{17}}{17}+\text{ج}$

٤٥ $\int \frac{1}{\text{س}^{2}-1}\sqrt{\frac{\text{س}+1}{\text{س}-1}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \frac{\text{س}+1}{\text{س}-1}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{-2}{(\text{س}-1)^{2}}$

$\text{دس} = \frac{(\text{س}-1)^{2}\,\text{دص}}{-2}$

$= \int \frac{1}{(\text{س}+1)(\text{س}-1)}\sqrt{\text{ص}}\,\frac{(\text{س}-1)^{2}\,\text{دص}}{-2}$

$= \frac{1}{2}\int \frac{\text{س}-1}{\text{س}+1}\sqrt{\text{ص}}\,\text{دص}$

$\frac{1}{2}\int \frac{1}{\text{ص}}\sqrt{\text{ص}}\,\text{دص}$

$\frac{1}{2}\int \text{ص}^{-\frac{1}{2}}\,\text{دص} = \frac{1}{2}\times 2\text{ص}^{\frac{1}{2}}+\text{ج}$

$= -\sqrt{\frac{\text{س}+1}{\text{س}-1}}+\text{ج}$

٤٦ $\int \frac{\sqrt{\text{س}+1}}{\sqrt{\text{س}^{5}}}\,\text{دس}$

$= \int \frac{\sqrt{\text{س}+1}}{\sqrt{\text{س}^{4}\times\text{س}}}\,\text{دس} = \int \frac{\sqrt{\text{س}+1}}{\text{س}^{2}\sqrt{\text{س}}} = \int \frac{1}{\text{س}^{2}}\sqrt{\frac{\text{س}+1}{\text{س}}}$

$= \int \frac{1}{\text{س}^{2}}\sqrt{1+\frac{1}{\text{س}}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = 1+\frac{1}{\text{س}}$

واجب ...... $= \frac{2}{3}\left(1+\frac{1}{\text{س}}\right)^{\frac{3}{2}}+\text{ج}$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٤٧ $\int \frac{٤}{س\sqrt{١+\frac{١}{س^{٤}}}}$ د س ، س > ٠

$= \int \frac{٤}{س\sqrt{\frac{١}{س^{٤}}(س^{٤}+١)}} = \int \frac{٤}{س\,|س^{-٢}|\sqrt{س^{٤}+١}}$

$= \int \frac{٤}{س^{٣}\sqrt{س^{٤}+١}}$ د س $=$

$\int \frac{٤}{س^{٣}\sqrt{ص}} \times \frac{-\frac{١}{٤}\,د ص}{-س^{٣}}$

$\int -٢ ص^{-\frac{١}{٢}}$ د ص $= -٢ \times ٢ ص^{\frac{١}{٢}} + ج$

$= -٤\sqrt{\frac{١}{س^{٤}}+١} + ج$

ص $= \frac{١}{س^{٤}} + ١$

$ص - ١ = \frac{١}{س^{٤}}$

$س^{٤} = \frac{١}{ص-١}$

$٤س^{٣}$ د س $= -١ \times$ د ص

د س $= \frac{-\text{د ص}}{٤س^{٣}} = \frac{-\text{د ص}}{٤(ص-١)^{\frac{٣}{٤}}}$

٤٨ $\int \frac{\text{جتا}^{٣}س}{\sqrt{١+\text{جا}س}}$ د س

ص $= ١+\text{جا}س$

د ص $= \text{جتا}س$ د س

س $= ٠ \leftarrow$ ص $= ١$

س $= \frac{\pi}{٢} \leftarrow$ ص $= ٢$

$= \int_{١}^{٢} \frac{(\text{جتا}^{٢}س)\,\text{جتا}س}{\sqrt{ص}}$ د ص

$= \int_{١}^{٢} \frac{(١-\text{جا}^{٢}س)\,\text{جتا}س}{\sqrt{ص}}$ د ص

$= \int_{١}^{٢} \frac{(١-(ص-١)^{٢})}{\sqrt{ص}}$ د ص

$= \int_{١}^{٢} (ص^{-\frac{١}{٢}} - ٢ص^{\frac{٣}{٢}} + ص^{\frac{٥}{٢}})$ د ص

$= \left[٢ص^{\frac{١}{٢}} - \frac{٤}{٣}ص^{\frac{٣}{٢}} + \frac{٢}{٥}ص^{\frac{٥}{٢}}\right]_{١}^{٢}$

$= \left(٢\sqrt{٢} - \frac{٤}{٣}\sqrt{٨} + \frac{٢}{٥}\sqrt{٣٢}\right) - \left(٢ - \frac{٤}{٣} + \frac{٢}{٥}\right)$

$= \frac{٢٨\sqrt{٢}}{١٥} - \frac{٨}{١٥}$

٤٩ $\int \frac{\text{جا}س + \text{جتا}س}{\text{جتا}س - \text{جا}س}$ د س

ص $= \text{جتا}س - \text{جا}س$

د ص $= -\text{جا}س - \text{جتا}س$ د س

$\int \frac{\text{جتا}س - \text{جا}س}{-(\text{جا}س + \text{جتا}س)}$ د س

$\int \frac{-\text{د ص}}{ص}$

$= -\ln|ص| + ج$

$= -\ln|\text{جتا}س - \text{جا}س| + ج$

٥٠ $\int \frac{\text{ظا}س\,\text{قا}^{٢}س}{(\text{ظا}س + \text{قا}س)^{٨}}$ د س

ص $= \text{ظا}س + \text{قا}س$

د ص $= \text{قا}س\,\text{ظا}س + \text{قا}^{٢}س$ د س

$\int \frac{\text{قا}س(\text{ظا}س + \text{قا}س)}{ص^{٨}} \times \frac{\text{د ص}}{\text{قا}س}$

$\int ص^{-٨}$ د ص $= \frac{ص^{-٧}}{-٧} + ج$

$= -\frac{١}{٧ص^{٧}} + ج$

$= -\frac{١}{٧(\text{ظا}س + \text{قا}س)^{٧}} + ج$

من تمارين الكتاب

١ $\int$ ظا$^{٤}س$ قا$^{٢}س$ د س

ص $=$ ظا س

د ص $= \frac{\text{د س}}{\text{قا}^{٢}س}$

د س $= \frac{\text{د ص}}{\text{قا}^{٢}س}$

$\int ص^{٤} \times \text{قا}^{٢}س \times \frac{\text{د ص}}{\text{قا}^{٢}س}$

$\int ص^{٤}$ د ص $= \frac{ص^{٥}}{٥} + ج$

$= \frac{\text{ظا}^{٥}س}{٥} + ج$

٢ $\int$ س قا^{٢}(١-٢س^{٢}) ظا(١-٢س^{٢}) د س

ص $= ١-٢س^{٢}$

د ص $= -٤س$ د س

د س $= \frac{-\text{د ص}}{٤س}$

$\int س\,\text{قا}ص\,\text{ظا}ص \times \frac{-\text{د ص}}{٤س}$

$-\frac{١}{٤}\int \text{قا}ص\,\text{ظا}ص$ د ص $= -\frac{١}{٤}\text{قا}ص + ج$

$= -\frac{١}{٤}\text{قا}(١-٢س^{٢}) + ج$

٣ $\int \frac{\text{جا}س\,\text{جتا}س}{\sqrt{١+\text{جا}^{٢}س}}$ د س

ص $= ١+\text{جا}^{٢}س$

د ص $= ٢\,\text{جا}س\,\text{جتا}س$ د س

د س $= \frac{\text{د ص}}{٢\,\text{جا}س\,\text{جتا}س}$

$\int \frac{\text{جا}س\,\text{جتا}س}{\sqrt{ص}} \times \frac{\text{د ص}}{٢\,\text{جا}س\,\text{جتا}س}$

$\frac{١}{٢}\int ص^{-\frac{١}{٢}}$ د ص $= \frac{١}{٢} \times ٢ص^{\frac{١}{٢}} + ج$

$= \sqrt{١+\text{جا}^{٢}س} + ج$

٤ $\int_{١}^{٥} \sqrt{س-١}$ د س

ص $= س-١$

د ص $= ١$ د س

$\int_{١}^{٥} \sqrt{(س-١)}$ د س $= \int_{١}^{٥} |س-٥|$ د س

$\int_{١}^{٥} (٥-س)$ د س $= \left[٥س - \frac{س^{٢}}{٢}\right]_{١}^{٥} = (٢٥ - \frac{٢٥}{٢}) - (٥ - \frac{١}{٢})$

$= ١٠ - ٤,٥$

٥ $\int \frac{\text{قتا}^{٢}س}{\text{ظا}س}$ د س

ص $= \text{ظا}س$

د ص $= \text{قا}^{٢}س$ د س

د س $= \frac{\text{د ص}}{\text{قا}^{٢}س}$

$\int \frac{\text{قا}^{٢}س}{ص} \times \frac{\text{د ص}}{\text{قا}^{٢}س}$

$\int ص^{-١}$ د ص $= \ln|ص| + ج$

$= \ln|\text{ظا}س| + ج$

٦ $\int$ س$^{٣}\sqrt{س-١}$ د س

ص $= س-١$

د ص $= ١$ د س

س $= ص+١$

$\int (ص+١)^{٣}\sqrt{ص}$ د ص

$\int (ص^{٣}+٣ص^{٢}+٣ص+١)\,ص^{\frac{١}{٢}}$ د ص

$\int ص^{\frac{٧}{٢}} + ٣ص^{\frac{٥}{٢}} + ٣ص^{\frac{٣}{٢}} + ص^{\frac{١}{٢}}$ د ص

$= \frac{٢}{٩}ص^{\frac{٩}{٢}} + ٣ \times \frac{٢}{٧}ص^{\frac{٧}{٢}} + \frac{٣}{٥}ص^{\frac{٥}{٢}} + \frac{٢}{٣}ص^{\frac{٣}{٢}} + ج$

$= \frac{٢}{٩}(س-١)^{\frac{٩}{٢}} + \frac{٦}{٧}(س-١)^{\frac{٧}{٢}} + \frac{٣}{٥}(س-١)^{\frac{٥}{٢}} + \frac{٢}{٣}(س-١)^{\frac{٣}{٢}} + ج$

٧ $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \sqrt{\text{جا}س}$ د س

٨ $\int$ س$^{٣}\sqrt{س^{٢}-س^{٣}}$ د س

واجب