

2017

المنهاج الجديد

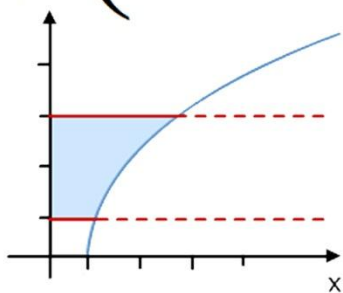
وحدة

التفاضل

الطبعة الجديدة

١ (قاسه $\times$ سه) سه

$$\frac{5}{3} = \frac{\text{جاه سه}}{\text{سه سه}} \leftarrow \text{سه}$$

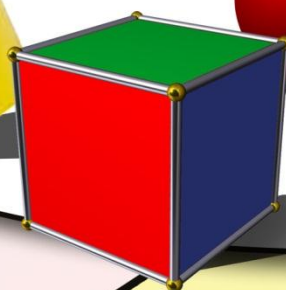
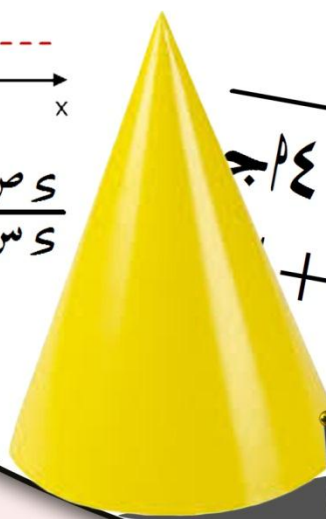


$$5 = \frac{\text{سه سه}}{\text{سه سه}}$$

$$\frac{\text{سه سه} - \text{سه سه} (پ)}{\text{سه سه}}$$

$$\frac{\text{سه سه} - \text{سه سه}}{\text{سه سه}}$$

$$\frac{\text{سه سه} - \text{سه سه}}{\text{سه سه}} = \frac{\text{سه سه} - \text{سه سه}}{\text{سه سه}}$$



أ. محمد الخداد

٧٨٦.٧٨٧١.



معدل التغير

يرمز لمقدار التغير برمز Δ

أولاً : مقدار التغير في س:

مقدار التغير في س : Δ س

$$\Delta \text{ س} = \text{س}_2 - \text{س}_1$$

مثال ١: إذا تغيرت س من $\text{س}_1 = ٤$ إلى

$\text{س}_2 = ٩$ ، فجد Δ س

$$\Delta \text{ س} = \text{س}_2 - \text{س}_1 = ٩ - ٤ = ٥$$

مثال ٢: إذا كان Δ س = ٤ و $\text{س}_1 = ١$ جد قيمة س_2

$$\Delta \text{ س} = \text{س}_2 - \text{س}_1$$

$$٤ = \text{س}_2 - ١$$

$$\text{س}_2 = ٥$$

ثانياً : مقدار التغير في ص:

مقدار التغير في ص : Δ ص

$$\Delta \text{ ص} = \text{ص}_2 - \text{ص}_1$$

$$\text{ص} = \text{ق}(\text{س})$$

$$\text{إذن } \Delta \text{ ص} = \text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)$$

مثال ٣: إذا تغيرت ص من $\text{ص}_1 = ٤$ إلى

$\text{ص}_2 = ٩$ ، فجد Δ ص

$$\Delta \text{ ص} = \text{ص}_2 - \text{ص}_1 = ٩ - ٤ = ٥$$

مثال ٤: ليكن $\text{ص} = \text{ق}(\text{س}) = ٢ + \text{س}^٣$ جد مقدار

التغير في ص إذا تغيرت س من

$\text{س}_1 = ٣$ إلى $\text{س}_2 = ٥$

$$\Delta \text{ ص} = \text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)$$

$$= \text{ق}(٥) - \text{ق}(٣)$$

$$= (٢ + ٥ \times ٣) - (٢ + ٣ \times ٣)$$

$$= ١٧ - ١١ = ٦$$

ثالثاً : معدل التغير:

$$\text{معدل التغير} = \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

مثال ٥: ليكن $\text{ص} = \text{ق}(\text{س}) = ٢ + \text{س}$ جد معدل

التغير إذا تغيرت س من

$\text{س}_1 = ٢$ إلى $\text{س}_2 = ٧$

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$= \frac{\text{ق}(٧) - \text{ق}(٢)}{٧ - ٢}$$

$$= \frac{(٢ + ٧ \times ٢) - (٢ + ٢ \times ٢)}{٥}$$

$$= \frac{١٦ - ٦}{٥} = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

مثال ٦: ليكن

$$\left. \begin{array}{l} \text{س}_3 \geq \text{س}_2 > ٢ \\ \text{س}_2 - \text{س}_1 \geq ٢, \text{س}_2 > ٤ \end{array} \right\} = \text{ق}(\text{س})$$

جد معدل التغير إذا تغيرت س من

$\text{س}_1 = ٢$ إلى $\text{س}_2 = ٤$

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$= \frac{\text{ق}(٤) - \text{ق}(٢)}{٤ - ٢}$$

$$= \frac{(٢ \times ٣ + ٣ \times ٢) - (١ \times ٣)}{٢}$$

$$= \frac{١٥ - ٣}{٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$$

أ. محمد الحداد

٠٧٨٦٠٧٨٧١٠

$$\text{معدل التغير ق} = \frac{(1)ص - (3)ص}{1 - 3} = 6$$

$$\text{معدل التغير هـ} = \frac{(1)هـ - (3)هـ}{1 - 3}$$

$$\frac{(1 \times 2 + (1)ص) - (3 \times 2 + (3)ص)}{1 - 3} =$$

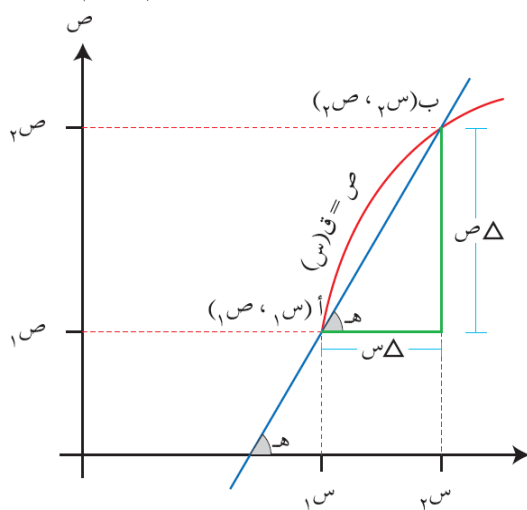
$$\frac{2 - (1)ص - 6 + (3)ص}{2} =$$

$$\frac{4}{2} + \frac{(1)ص - (3)ص}{2} = \frac{4 + (1)ص - (3)ص}{2} =$$

$$8 = 2 + 6$$

رابعاً : ميل القاطع (التفسير الهندسي):

$$\text{ميل القاطع} = \text{معدل التغير} = \frac{(1)ص - (3)ص}{1 - 3}$$



$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \text{ميل القاطع}$$

مثال ٨: جد ميل القاطع الواصل بين النقطتين (٢،٠)، (٦،١)

$$\text{ميل القاطع} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\epsilon = \frac{4}{1} = \frac{2 - 6}{0 - 1} =$$

س١: إذا كان $ص(س) = 2س - 6$ فجد معدل التغير في الاقتران على الفترة [١،٤]

س٢: إذا كان $ص(س) = \frac{1}{2}س - 1$ فجد معدل التغير في الاقتران على الفترة [٣،٥]

مثال ٧: إذا كان معدل التغير في الاقتران ق على الفترة [١،٣] يساوي ٦، فجد معدل تغير الاقتران هـ حيث

$$هـ(س) = ق(س) + 2س \text{ على الفترة نفسها}$$

مثال ١٠: يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $ل = ف(ن) = ٥ + ن$ حيث $ن$ بالثواني $ف(ن)$ بالأمتار، هل الجسيم متحرك أم ثابت ثم جد السرعة المعدلة للجسيم في الفترة الزمنية [٢٩]

الحل:

أولاً: الفرق بين المسافة بين $ن=١$ ، $ن=٢$

$$ف(٢) - ف(١) = ٧ - ٦ = ١$$

$$ف(٣) - ف(٢) = ٨ - ٧ = ١$$

إذا السرعة ثابتة لان المسافة المقطوعة بين نفسها ثانياً:

$$\frac{ف(١٧) - ف(٢٧)}{١٧ - ٢٧} = \frac{\Delta ل}{\Delta ن} = \bar{ع}$$

$$\frac{ف(٢) - ف(١)}{٢ - ١} =$$

$$\frac{(٥ + ٢) - (٥ + ١)}{٢ - ١} =$$

$$١ = \frac{١}{١} = \frac{(٦) - (٧)}{١}$$

مثال ٩: جد ميل القاطع الواصل بين النقطتين (٣، ق(٣))، (٢، ق(٢)) لمنحنى الاقتران $ق = س(س) = س^٢ - ٢س$

$$\text{ميل القاطع} = \frac{س(س_٢) - س(س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$\frac{س(٣) - س(٢)}{٣ - ٢} =$$

$$\frac{(٣ \times ٣ + ٢ \times ٣) - (٢ \times ٢ + ٢ \times ٢)}{٣ - ٢} =$$

$$٧ = \frac{٧}{١} = \frac{٨ - ١٥}{١} =$$

ملاحظة:

ميل القاطع = معدل التغير = ظاه

س٣: إذا كان القاطع المار بالنقطتين (٣، ق(٣))، (٢، ق(٢)) يصنع زاوية قياسها ١٣٥ مع محور السينات الموجب، فجد معدل التغير $ق$ في الفترة [٣،٢]

خامساً: السرعة (التفسير الفيزيائي):

$$\frac{ف(س_٢) - ف(س_١)}{س_٢ - س_١} = \frac{\Delta ل}{\Delta س} = \bar{ع}$$

ع: السرعة

ن: الزمن

ل = ف(ن): المسافة

أ. محمد الحداد

٠٧٨٦٠٧٨٧١٠

تمارين معدل التغير

س ١: ليكن $v = f(s)$ ، إذا تغيرت s من $s_1 = 2$ إلى $s_2 = 4$ فجد :

- ١- مقدار التغير في s
- ٢- مقدار التغير في v
- ٣- معدل التغير في v

س ٢: إذا كان معدل التغير في الاقتران q على الفترة $[2, 4]$ يساوي ١٠، فجد معدل تغير الاقتران h حيث

$$h(s) = f(s) + 2s^2 \text{ على الفترة نفسها}$$

س ٣: جد ميل القاطع الواصل بين النقطتين $(4, f(4))$ ، $(1, f(1))$ لمنحنى الاقتران q حيث $f(s) = 2s^2 + 5$

س ٤: يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $l = f(n) = 3n^2 - 2n$ حيث n

بالثواني $f(n)$ بالأمتار احسب (أ) السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية $[0, 5]$

(ب) السرعة المتوسطة للجسيم إذا تغيرت n من صفر إلى Δn بدلالة n .

س ٥: إذا كان $q(s) = 2s^2 + s - 1$ يساوي ٤ عندما تتغير s من $s_1 = 1$ إلى $s_2 = 1$ فجد قيمة s_1 ؟

س ٦: إذا كان $q(s) = 2s^2 - 2$ فجد معدل التغير في الاقتران q عندما تتغير s من ٣ إلى ٣ + h بدلالة h .

س ٧: ليكن معدل التغير للاقتران $q(s) = 3s^2 - 4s + 3$ ، إذا تغيرت s من $s_1 = 1$ إلى $s_2 = 3$

س ٨: تحرك جسيم في المستوى الباني على منحنى الاقتران q من النقطة $A(s, v)$ إلى النقطة $B(3, 0.8)$ ، إذا كانت $\Delta s = 0.1$ ، $\Delta v = 0.8$ فجد إحداثي النقطة A .

س ٩: صحيفة معدنية مربعة الشكل تتمدد بالحرارة محافظة على شكلها، إذا زاد طول ضلعها من ٥ سم إلى ٦ سم، فجد مقدار التغير في مساحتها؟

س ١٠: كرة مصنوعة من الثلج تنصهر بالحرارة محافظة على شكلها، إذا تقلص نصف قطرها من ٣ سم إلى ٢ سم، فجد مقدار التغير في حجمها؟

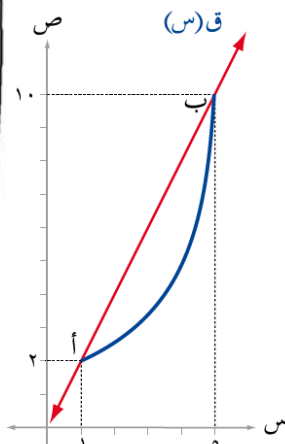
س ١١: إذا كان معدل التغير في الاقتران q على الفترة $[2, 4]$ يساوي ٣ وكان

$$q(2) + q(4) = 2$$
 فجد معدل التغير في الاقتران $h(s) = f(s) + 2s^2$ على الفترة $[2, 4]$

س ١٢: إذا كان

$$u(s) = \begin{cases} 2s - 3 & 0 \leq s \leq 2 \\ 1 + s & 2 \leq s \leq 6 \end{cases}$$
 فجد معدل التغير في الاقتران q على الفترة $[0, 6]$

س ١٣: يمثل الشكل الاتي منحنى الاقتران q على الفترة $[0, 1]$ ، جد ميل العمود على القاطع $\overline{AB}$



أ. محمد الحداد

اسئلة وزارة

(وزارة ش ٢٠١٤) القاطع المار بالنقطتين (١)،

ق(١)، (٢،٤) يصنع زاوية قياسها $\frac{\pi^3}{4}$ مع

محور السينات الموجب، فجد ق(١)

(وزارة ص ٢٠١٤) إذا كان

ق(س) = (س^٢ + س^١)، وكان مقدار التغير في
الاقتران ق عندما تتغير س من ١ إلى س_٢ يساوي

$(\frac{1}{3} -)$ ، فجد قيمة س_٢ حيث س_٢ < ٠

(وزارة ش ٢٠١٥)

(وزارة ش ٢٠١٦) إذا كان معدل التغير في

الاقتران ق على الفترة [٥،٢] يساوي ٧ وكان

معدل التغير في الاقتران ق على الفترة [٩،٥]

يساوي ١٤، فجد معدل التغير في الاقتران ق(س)

على الفترة [٩،٢]

س١٦: (وزارة ش ٢٠١٧)

أ.محمد الحداد

٠٧٨٦٠٧٨٧١٠

المشتقة الأولى

المشتقة الأولى

$$\frac{\Delta v}{\Delta s} = \frac{v(s) - v(s_1)}{s - s_1} \quad \text{ن هنا}$$

$$\frac{v(s) - v(s + h)}{h} = \text{المشتقة الأولى} \quad \text{ن هنا}$$

يرمز للمشتقة الأولى برمز $v'(s)$

$$\frac{v}{s} \quad \text{ن هنا}$$

مثال ١: ليكن $v(s) = s^2$ فجد $v'(2)$ باستخدام التعريف

$$\frac{v(s) - v(s + h)}{h} = v'(s) \quad \text{ن هنا}$$

$$\frac{v(2) - v(2 + h)}{h} = \quad \text{ن هنا}$$

$$\frac{2^2 - (2 + h)^2}{h} = \quad \text{ن هنا}$$

$$\frac{4 - (4 + 4h + h^2)}{h} = \quad \text{ن هنا}$$

$$\frac{4 - 4 - 4h - h^2}{h} = \quad \text{ن هنا}$$

$$= -4$$

س ١: ليكن $v(s) = s^3$ فجد $v'(1)$ باستخدام التعريف

س ٢: ليكن $v(s) = s + 2$ فجد $v'(1)$ باستخدام التعريف



مثال ٢: إذا كان $ن(س) = \frac{٤}{س}$ فجد $ن'(س)$

باستخدام التعريف

$$ن'(س) = \frac{ن(س+ه) - ن(س)}{ه}$$

$$= \frac{\frac{٤}{س+ه} - \frac{٤}{س}}{ه}$$

$$= \frac{\frac{٤س - ٤(س+ه)}{س(س+ه)}}{ه}$$

$$= \frac{٤س - ٤س - ٤ه}{س(س+ه)ه}$$

$$= \frac{-٤ه}{س(س+ه)ه}$$

$$= \frac{-٤}{س(س+ه)}$$

$$= \frac{-٤}{س^٢} = -\frac{٤}{س^٢}$$

$$= \frac{-٤}{س(س+ه)}$$

$$= \frac{-٤}{س(س+ه)}$$

س ٣: $ن(س) = \sqrt{١+٤س}$ جد $ن'(٢)$

مثال ٣: ليكن $ق(س) = س^٢ - ٣س + ٤$ جد $ق'(٣)$

$$ق'(٣) = \frac{ق(٣+ه) - ق(٣)}{ه}$$

$$= \frac{(٣+ه)^٢ - ٣(٣+ه) + ٤ - (٣^٢ - ٩ + ٤)}{ه}$$

كما تلاحظ انه من الصعوبة حل المعادلة هكذا لذلك سنأخذ الحل الثاني وهو

$$ق'(٣) = \frac{ق(س_٢) - ق(س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{ق(٣) - ق(٣)}{٣ - ٣}$$

$$= \frac{٤ - ٤ + ٩ - ٩ + ٤ - ٤}{٣ - ٣}$$

$$= \frac{٠}{٠}$$

$$= \frac{٠}{٠}$$

مثال ٤: ليكن $ن'(٣) = ٥$ ، فجد

$$ن(٣) = \frac{ن(٣+ه) - ن(٣)}{ه}$$

نفرض $ل = ٤ه$ ومنها $ه = \frac{ل}{٤}$ ومنها

$$= \frac{ن(٣) - ن(٣+ه)}{\frac{ل}{٤}}$$

$$= \frac{ن(٣) - ن(٣+ه)}{\frac{ل}{٤}}$$

$$= \frac{ن(٣) - ن(٣+ه)}{\frac{ل}{٤}}$$

$$= \frac{ن(٣) - ن(٣+ه)}{\frac{ل}{٤}}$$

س ٤: : ليكن $u(0) = -6$ ، فجد

$$\frac{u(0) - u(4)}{2} = \frac{0 - (-6)}{2} = 3$$

$$\frac{u(2) - u(s)}{2} = \frac{u(2) - u(s)}{2}$$

$$= \frac{u(2) - u(s)}{2} = \frac{u(2) - u(s)}{2}$$

$$\frac{u(2) - u(s)}{2} = \frac{u(2) - u(s)}{2}$$

$$= \frac{u(2) - u(s)}{2} = \frac{u(2) - u(s)}{2}$$

$$u(2) - u(s) \neq u(2) + u(s) \text{ إذن غير موجودة}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 > s \\ 1 - s \end{array} \right\} = u(s) \text{ إذا كان } u(s)$$

$$1 \leq s, \quad s$$

فابحث في قابلية الاشتقاق للاقتران u عند $s = 1$

تعريف

ليكن الاقتران u معرفاً عند العدد $s = 1$:

(١) إذا كانت $u(1) = \frac{u(s) - u(1)}{s - 1}$ موجودة ، فإن $u(1)$ تُسمى المشتقة الأولى للاقتران u من اليمين عند $s = 1$.

(٢) إذا كانت $u(1) = \frac{u(s) - u(1)}{s - 1}$ موجودة ، فإن $u(1)$ تُسمى المشتقة الأولى للاقتران u من اليسار عند $s = 1$.

(٣) إذا كانت $u(1) = \frac{u(s) - u(1)}{s - 1} = \frac{u(1) - u(s)}{1 - s}$ ، فإن $u(1)$ موجودة وتساوي $u(1)$ ، وبخلاف ذلك ، فإن $u(1)$ غير موجودة أو $u(1)$ غير قابل للاشتقاق عند $s = 1$.

مثال ٥: إذا كان $u(s) = |s - 2|$ فجد $u'(s)$ عند كل من القيم الآتية:

$$s = 2$$

$$s = 3$$

$$s = 1$$

الحل:

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s \\ 2 - s \end{array} \right\} = u(s)$$

$$\frac{u(1) - u(s)}{1 - s} = \frac{u(1) - u(s)}{1 - s}$$

$$= \frac{u(1) - u(s)}{1 - s} = \frac{u(1) - u(s)}{1 - s}$$

$$\frac{u(3) - u(s)}{3 - s} = \frac{u(3) - u(s)}{3 - s}$$

$$= \frac{u(3) - u(s)}{3 - s} = \frac{u(3) - u(s)}{3 - s}$$

تعميم

إذا كان الاقتران u معرفاً على الفترة $[a, b]$ ، فإن $u(a)$ ، $u(b)$ غير موجودتين ؛ لأن u غير معرف على يسار العدد a ، وغير معرف على يمين العدد b .

أ. محمد الحداد

س٦: إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} 1 - s^3 \\ s^2 + s^4 - 5 \end{array} \right\} = (s) \quad \begin{array}{l} s \geq 0 \\ s \geq 2 \end{array}$$

فاحسب $(1)'$ ، $(0)'$ ، $(2)'$ ، $(5)'$ ، $(4)'$ ، $(s)'$ إن وجدت

مثال ٦:

أثبت أن تغير مساحة الدائرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها عند أي قيمة يساوي محيط الدائرة

البرهان:

م(س) = πs^2 حيث س نصف القطر

$$= \frac{\pi s^2 - \pi (s - \epsilon)^2}{s - \epsilon} = (s)'$$

$$= \frac{\pi (s^2 - (s - \epsilon)^2)}{s - \epsilon} = (s)'$$

$$= 2\pi s = (s)'$$

س٧:

أثبت أن تغير حجم الكرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها عند أي قيمة يساوي مساحة الكرة

مثال ٧: صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام

جد معدل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة

إلى طولها عندما يكون طولها يساوي ٢٠ سم

الحل:

ق(س) = s^2 حيث س طول الصفيحة

نشتق نحصل على $(s)' = 2s$

ومنها $(20)' = 40$ سم

لا بد من سؤال في الوزارة باستخدام تعريف المشتقة

أ. محمد الحداد

٠٧٨٦٠٧٨٧١٠

س ١: ليكن $Q(s) = s^3 + s^2 + 2s + 1$ جد $Q'(s)$ باستخدام التعريف

$$Q(s) = s^3 + s^2 + 2s + 1$$

جد $Q'(s)$ باستخدام التعريف

$$Q(s) = s^3 + s^2 + 2s + 1$$

فجد $Q'(s)$ باستخدام التعريف

س ٤: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} s^2 - s & \geq 0 \\ s^2 - s & \geq 1 \end{aligned} \right\} = Q(s)$$

فجد $Q'(s)$ باستخدام التعريف

س ٥: أثبت أن

$$Q(s) = s^2 - s \Rightarrow Q'(s) = 2s - 1$$

$$Q(s) = s^2 - s \Rightarrow Q'(s) = 2s - 1$$

$$Q(s) = s^2 - s \Rightarrow Q'(s) = 2s - 1$$

س ٦: إذا كان $Q(s) = s^2 - s$ ، فجد

$$Q(s) = s^2 - s \Rightarrow Q'(s) = 2s - 1$$

س ٧: إذا كان $Q(s) = s^2 - s$ ، فبين باستخدام تعريف المشتقة أن $Q'(s) = 2s - 1$ حيث $Q(1) = 0$.

س ٨: مخروط من الثلج ارتفاعه ثلاثة أمثال نصف قطر قاعدته، أخذ المخروط بالذوبان بحيث يحافظ على شكله، جد معدل تغير حجم المخروط بالنسبة إلى ارتفاعه عندما يكون نصف قطره ١٠ سم

س: ارتفاع المخروط ومنها نصف القطر $\frac{s}{3}$

$$Q(s) = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{s}{3} \right)^2 \cdot \frac{s}{3} = \frac{\pi s^3}{27}$$

عندما يكون نصف القطر $\frac{s}{3} = 10$ منها $s = 30$

$$Q'(s) = \frac{\pi s^2}{9} \Rightarrow Q'(30) = \frac{\pi (30)^2}{9} = 100\pi$$

$$Q'(30) = 100\pi$$

س ٩: أنبوب من المعدن أسطواني الشكل يزيد ارتفاعه عن طول نصف قطره بمقدار

وحدتين، سخن الأنبوب بالحرارة فبدأ بالتمدد محافظاً على شكله، جد معدل تغير مساحته الجانبية بالنسبة إلى طول نصف قطره، عندما يكون طول نصف قطره ٦ سم

س ١٠: إذا كان معدل التغير للاقتران Q عندما تتغير s من s إلى $s + h$ يساوي

$$Q(s+h) - Q(s) = h(2s+1)$$

س ١٢: مكعب معدني يتمدد بانتظام محافظاً على شكله، جد معدل تغير حجم المكعب بالنسبة إلى طول ضلعه، عندما يكون طول ضلعه وحدتي طول

نظرية ١

إذا كان q اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $s = s_0$ فإنه يكون متصلًا عند $s = s_0$.

مثال ١: ليكن

$$\left. \begin{aligned} s^2 - 2s - 3 & & s > 0 \\ s^2 - 1 & & s \leq 0 \end{aligned} \right\} = (s)$$

قابلاً للاشتقاق عند $s = 0$ فجد قيمة الثابت a :

الحل: بما أن q قابل للاشتقاق إذن q متصل أي النهاية موجودة

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0^+} (s^2 - 2s - 3) &= \lim_{s \rightarrow 0^+} (s^2 - 2s - 3) = -3 \\ \lim_{s \rightarrow 0^-} (s^2 - 1) &= \lim_{s \rightarrow 0^-} (s^2 - 1) = -1 \end{aligned}$$

مثال ٢: إذا كان $(s) = |s - 2|$ ،

(١) ابحث في اتصال $q(s)$ عند $s = 2$
(٢) ابحث في قابلية q للاشتقاق عند $s = 2$

الحل:

$$\left. \begin{aligned} s - 2 & & s > 2 \\ s - 2 & & s \leq 2 \end{aligned} \right\} = (s)$$

$$(1) \quad \lim_{s \rightarrow 2^+} (s - 2) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 2^-} (s - 2) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 2} (s - 2) = 0$$

$$(2) \quad \lim_{s \rightarrow 2} (s - 2) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 2} (s - 2) = 0$$

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 2^+} (s - 2) &= \lim_{s \rightarrow 2^+} (s - 2) = 0 \\ \lim_{s \rightarrow 2^-} (s - 2) &= \lim_{s \rightarrow 2^-} (s - 2) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 2^+} (s - 2) &= \lim_{s \rightarrow 2^+} (s - 2) = 0 \\ \lim_{s \rightarrow 2^-} (s - 2) &= \lim_{s \rightarrow 2^-} (s - 2) = 0 \end{aligned}$$

إذن (s) غير موجودة

نظرية ٢

إذا كان q اقتراناً غير متصل عند النقطة $(s_0, q(s_0))$ ، فإن q غير قابل للاشتقاق عندها.

$$\text{مثال ٣: ليكن } (s) = \left[1 - \frac{s}{2} \right]$$

(١) ابحث في قابلية q للاشتقاق عند $s = 1$

(٢) ابحث في قابلية q للاشتقاق عند $s = 2$

الحل:

$$(1) \quad \lim_{s \rightarrow 1^+} \left[1 - \frac{s}{2} \right] = \left[1 - \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} \left[1 - \frac{s}{2} \right] = \left[1 - \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} \left[1 - \frac{s}{2} \right] = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \lim_{s \rightarrow 2^+} \left[1 - \frac{s}{2} \right] = \left[1 - \frac{2}{2} \right] = 0$$

بما أن جواب أكبر عدد صحيح هو عدد صحيح

إذن غير متصل عند $s = 2$

بما أن q غير متصل فهو غير قابل للاشتقاق

س١: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} s + 1 & & s > 0 \\ s + 1 & & s \leq 0 \end{aligned} \right\} = (s)$$

$$\left. \begin{aligned} s + 1 & & s \geq 2 \\ s + 1 & & s \leq 2 \end{aligned} \right\} = (s)$$

فابحث عن قابلية الاقتران q للاشتقاق عند $s = 4$ وعند $s = 2$

مثال ٤: إذا كان

أ. محمد الحداد

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s \geq 1, [s] \\ 4 \geq s \geq 2, |s-3| \end{array} \right\} = (s) \cup$$

فجد $\cup (s)$ على مجاله

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s \geq 1, 4 - \frac{6}{s} \\ 5 \geq s \geq 2, 1 + 3s \end{array} \right\} = (s) \cup$$

فجد $\cup (s)$ على مجاله

الحل:

(١) ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند $s=1$ ،
 $s=5$ لانهما طرفا فترة

(٢) ابحت في اتصال الاقتران ق عند $s=2$
 نها $s+1=7$
 $s \leftarrow 2$

$$\text{نها } s \leftarrow 2 = 4 - \frac{6}{s} = 1$$

إذن نها $s \leftarrow 2 = (s) \cup$ نها $s \leftarrow 2 = (s) \cup$

نها $s \leftarrow 2 = (s) \cup$ غير موجودة
 $s \leftarrow 2$

إذن ق غير متصل وعليها
 $\cup (2)$ غير موجودة

(٣) $s > 1$ متصل على الفترة
 (٤) $s > 2$ متصل لأنه كثير حدود
 $\cup (s) = 3$

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s > 1, \frac{6}{s} \\ 5, 2, 3 = s, \text{م.ع} \\ 5 > s > 2, 3 \end{array} \right\} = (s) \cup$$

س٢: إذ كان $\cup (s) = |s-3|$ [س]
 ابحت في اتصال ق (س) عند $s=0$ ، $s=1.5$

س٣: إذ كان

أ. محمد الحداد

أسئلة وزارة

ش ٢٠١١: إذ كان $u(s) = s|s - 3|$
ابحث في قابلية u للاشتقاق عند $s = 3$ ، باستخدام
تعريف المشتقة.

ش ٢٠١٦: إذ كان
 $u(s) = (s) \sqrt{s + |s - 2|} + s \in (0, 4)$
ابحث في قابلية u للاشتقاق عند $s = 2$ ، باستخدام
تعريف المشتقة.

س ١: إذ كان $u(s) = [2 - 3s]$
ابحث في قابلية u للاشتقاق عند $s = 0$

س ٢: إذ كان $u(s) = \frac{s - 2}{s - 1}$

ابحث في قابلية u للاشتقاق عند $s = 1$

س ٣: إذ كان

$$u(s) = \begin{cases} \frac{6}{s} , & s \geq 1 \\ s^2 + 4 , & s < 1 \end{cases}$$

ابحث في قابلية u للاشتقاق عند $s = 1$ ، $s = -1$

س ٤: إذ كان $u(s) = \frac{s - \left\lfloor \frac{s}{5} \right\rfloor}{s + 1}$

ابحث في قابلية u للاشتقاق عند $s = 5$ ، $s = -2$

س ٥: إذ كان

$$u(s) = \begin{cases} \frac{6}{s} - 4 , & s > 4 \\ s - 5 , & 0 \leq s \leq 4 \\ \frac{1}{s - 5} , & s \leq -4 \end{cases}$$

فجد $u'(s)$ على مجاله

س ٦: ليكن

$$u(s) = \begin{cases} s^2 - s - 2.5 , & s \leq 1 \\ \left| 1 - \frac{s}{2} \right| , & s > 1 \end{cases}$$

قابلاً للاشتقاق عند $s = 1$ فجد قيمة الثابت α

قواعد الاشتقاق ١

معلومات هامة للاشتقاق

$$* \text{س}^1 = 1$$

$$* \text{س} = \text{س}^1$$

قاعدة (١):

(١) إذا كان ق(س) = ج ، حيث ج عدد ثابت،
فإن ق(س) = صفر.

(٢) إذا كان ق(س) = س^ن ، فإن
ق(س) = ن س^{ن-١}

مثال ١: ليكن ق(س) = ٧ فإن ق(س) = صفر
ق(٢) =

مثال ٢: ليكن ق(س) = س^٥ فإن ق(س) = ٥س^٤
ق(٢) =

مثال ٣: ليكن ق(س) = س فإن
ق(س) = س^١ فإن ق(س) = ١ س^{١-١} = ١
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{2}$

نتيجة : إذا ق(س) = ه(س)

$$\frac{ه(س)}{2} = ق(س)$$

مثال ٤: إذا كان ق(س) = س^٣ فإن
ق(س) = ٣س^٢ فإن ق(س) = ٢س^١ = ٢
ق(س) = ٢س^١ = ٢

ق(٨) =

مثال ٥: ق(س) = ١/س ج د ق(١) =
ق(س) = -١/س^٢

ق(س) = -١/س^٢

ق(س) = -١/س^٢ ق(٣) =

مثال ٦: ليكن ص = ١/س فجد د(ص)
ص = ١/س^٢
د(ص) = -٢/س^٣
د(ص) = -٢/س^٣

س ١: ج د ق(س) في كل مما يأتي:

(١) ق(س) = ١٧ س^{١٧} ق(س) =

(٢) ق(س) = -٤س^٣ ق(س) =

(٣) ق(س) = س/π ق(س) =

(٤) ق(س) = π/س ق(س) =

أ. محمد الحداد

٠٧٨٦٠٧٨٧١٠

$$ق(س) = 6 - س^1$$

$$ق(س) = 6 - س^2$$

$$ق(س) = \frac{6 - س}{س^2}$$

$$\text{مثال ١١: ليكن } ص = \frac{3}{س^2} \text{ فجد } \frac{ص}{س}$$

$$ص = 3 - س^2$$

$$\frac{ص}{س} = \frac{3 - س^2}{س^3}$$

$$\frac{6 - س}{س^3} =$$

$$س^3: \text{ليكن } ص = 3 - س^2 \text{ فجد } \left[\frac{ص}{س} \right]$$

$$\text{فجد } \frac{ص}{س} \text{ عند } س = 0$$

س٢: إذا كان ل(س) = ٨ ق(س) وكان ق(س) قابلاً للاشتقاق، فجد ل(٥)

قاعدة (٢):

إذا كان م(س) قابلاً للاشتقاق، ج عدد ثابت وكان ق(س) = ج م(س) فإن ق(س) = ج م'(س)

$$\text{مثال ٧: ليكن } ق(س) = ٩ س$$

$$\text{فإن } ق(س) = ٩$$

$$\text{مثال ٧: ليكن } ق(س) = ٨ س^٥ \text{ فإن } ق(س) = ٤٠ س^٤$$

$$\text{مثال ٨: ليكن } ق(س) = ٥ س^٥ \text{ فإن } ق(س) = ٥ س^٤$$

$$ق(س) = ٥ س^٥ \text{ فإن } ق(س) = ٥ س^٤$$

$$\frac{٥}{س^٥} = \frac{١}{س^٤} = \frac{١}{س^٤}$$

قاعدة (٣):

إذا كان م(س)، ق(س) قابلاً للاشتقاق وكان

$$ق(س) = هـ(س) \pm م(س)$$

$$\text{فإن } ق(س) = هـ'(س) \pm م'(س)$$

$$\text{مثال ١٢: ليكن } ق(س) = ٣ س^٢ + ٥ س \text{ فجد } ق(٢)$$

$$ق(س) = ٦ س + ٥$$

$$\text{مثال ٩: إذا كان } ق(س) = ٧ س^٣ \text{ فإن } ق(س) = ٢١ س^٢$$

$$ق(س) = ٢٨ س^٣ \text{ فإن } ق(س) = ٨٤ س^٢$$

$$\frac{٢٨}{س^٣} = \frac{٢٨}{س^٣}$$

$$\text{مثال ١٠: } ق(س) = \frac{٦}{س} \text{ فجد } ق(س)$$

أحمد الحداد

$$١٧ = (٢) \sqrt{\quad}$$

$$\text{مثال ١٣: } (س) \sqrt{\quad} = ٢س^٢ + \frac{٢}{س} - \sqrt{٣س} \text{ فجد}$$

$$(س) \sqrt{\quad}$$

$$(س) \sqrt{\quad} = ٦س + \frac{٢-٣}{س^٢} - \sqrt{\frac{٣}{٣س}}$$

تمرين قواعد الاشتقاق ١

س ١: جد $\sqrt{\quad}$ (س) لكل مما يلي:

$$١- \text{ص} = ٦س^٣$$

$$٢- \text{ص} = \frac{٧}{س^٥}$$

$$٣- \text{ص} = \sqrt{٣س + ٣}$$

$$٤- \text{ص} = \frac{١ + ٢س}{٥}$$

س ٢: جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يلي:

$$١- \text{ص} = ٢س + ٥س^٢ \text{ عند } س = ١$$

$$٢- \text{ص} = \sqrt{٨س} + \frac{٢}{س} \text{ عند } س = ٢$$

$$٣- \text{ص} = |س| + \left[\frac{س}{٣} \right] \text{ عند } س = -٢$$

$$٤- \text{ص} = ٣س - |س| + [س + ٠.٢] \text{ عند } س = -١$$

س ٣: إذا كان ل (س) هـ (س) قابلين للاشتقاق،
وكان ل (٢) = ٤، هـ (٢) = -٥ جد $\sqrt{\quad}$ (٢) في

كل مما يأتي:

$$أ) (س) \sqrt{\quad} = ٥ل(س) + ٢هـ(س)$$

$$ب) (س) \sqrt{\quad} = ل(س) - ٣هـ(س)$$

لا يوجد فرق بين

$$\sqrt{\frac{ص}{س}} \text{ و } (س) \sqrt{\frac{ص}{س}}$$

عندما يضع السؤال ق(س)

نستخدم $\sqrt{\quad}$ (س)

عندما يضع السؤال ص نستخدم

$$\frac{ص}{س}$$

أ. محمد الحداد

٠٧٨٦٠٧٨٧١٠

قواعد الاشتقاق ٢

قاعدة (١): إذا كان

$$u(s) = h(s) \times v(s) \text{ فإن}$$

$$u'(s) = \text{الأول} \times \text{مشتقة الثاني} + \text{الثاني} \times \text{مشتقة الأول}$$

$$u'(s) = h(s) \times v'(s) + v(s) \times h'(s)$$

مثال ١: ليكن $u(s) = s \times \sqrt{s}$ فإن

$$u'(s) = \text{الأول} \times \text{مشتقة الثاني} + \text{الثاني} \times \text{مشتقة الأول}$$

$$u'(s) = s \times \frac{1}{2\sqrt{s}} + \sqrt{s} \times 1$$

$$= \frac{s}{2\sqrt{s}} + \sqrt{s}$$

مثال ٢: ليكن $u(s) = s^2(2+s)$ فإن

$$u'(s) = s^2 \times (2+s)' + (2+s) \times s^2'$$

$$= s^2 \times 1 + (2+s) \times 2s$$

$$= s^2 + 2s(2+s)$$

قاعدة (٢): إذا كان

$$u(s) = \frac{h(s)}{v(s)} \text{ فإن}$$

$$u'(s) = \frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{\text{المقام}^2}$$

المقام

$$u'(s) = \frac{h(s) \times v'(s) - v(s) \times h'(s)}{v(s)^2}$$

مثال ٣: إذا كان $u(s) = \frac{s}{\sqrt{s}}$ فإن

$$u'(s) = \frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{\text{المقام}^2}$$

$$u'(s) = \frac{1 \times s - (s) \times \frac{1}{2\sqrt{s}}}{(s)^2}$$

$$= \frac{s - \frac{s}{2\sqrt{s}}}{s^2}$$

$$\text{مثال ٤: } u(s) = \frac{s^2 + s^3}{s^2} \text{ عند } s = 2$$

$$u'(s) = \frac{s^2 \times (s^2 + s^3)' - (s^2 + s^3) \times s^2'}{(s^2)^2}$$

$$= \frac{s^2 \times (2s + 3s^2) - (s^2 + s^3) \times 2s}{s^4}$$

$$= \frac{s^2 \times (2 + 3s) - (s^2 + s^3) \times 2s}{s^4}$$

الآن نعوض $s=2$

$$u'(2) = \frac{2^2 \times (2 + 3 \times 2) - (2^2 + 2^3) \times 2 \times 2}{2^4}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{40 + 160}{400}$$

$$\text{مثال ٥: ليكن } u(s) = \frac{5}{2+s^3} \text{ فجد}$$

$$u'(s) = \frac{5 \times (2+s^3)' - (2+s^3) \times 0}{(2+s^3)^2}$$

$$= \frac{15 - 0}{(2+s^3)^2}$$

تمرين قواعد الاشتقاق ٢

س ١: جد $\frac{d}{ds}$ لكل مما يلي:

$$(١) \text{ ص} = (٦ + \text{س}) \text{س}^٢$$

$$(٢) \text{ ص} = \frac{\text{س}}{١ - \text{س}^٧}$$

$$(٣) \text{ ص} = \text{س}^٢ \sqrt{٣ + \text{س}^٢}$$

$$(٤) \text{ ص} = |١ - \text{س}| (١ + \text{س} + \text{س}^٢)$$

س ٢: جد $\frac{d}{ds}$ لكل مما يلي عند $\text{س} = ٠$:

$$(١) \text{ ص} = (٣ + \text{س}^٢) \text{س}^٥ \text{ عند } \text{س} = ٢$$

$$(٢) \text{ ص} = \frac{\sqrt{\text{س}^٥}}{\text{س}} \text{ عند } \text{س} = ٥$$

$$(٣) \text{ ص} = \frac{٣}{\text{س}} - [٢\text{س}] ، \text{س} = ١.٢$$

س ٣: إذا كان $ل(\text{س})$ ، $ه(\text{س})$ قابلين للاشتقاق،

وكان $ل'(٢) = ٤$ ، $ه'(٢) = ٥$ ، $ل(٢) = ٢$ ،

ه(٢) = ١ - جد $ل'(٢)$ في كل مما يأتي:

$$(أ) \text{ ل}(\text{س}) = \text{س}^٥ \times \text{ه}(\text{س})$$

$$(ب) \text{ ل}(\text{س}) = \frac{\text{ل}(\text{س})}{\text{ه}(\text{س})} - ٣$$

$$(ج) \text{ ل}(\text{س}) = \frac{\text{ه}(\text{س})}{٢ + \text{ل}(\text{س})}$$

$$(د) \text{ ل}(\text{س}) = \frac{\text{ه}(\text{س})}{\text{ل}(\text{س})} \times \text{ه}(\text{س})$$

$$(ه) \text{ ل}(\text{س}) = \text{س} \times \text{ه}(\text{س})$$

نتيجة: ليكن $\text{ص} = \frac{\text{ج}}{\text{س}^٢}$: ج عدد ثابت

$$\text{فإن } \text{ل}'(\text{س}) = \frac{-\text{ج} \times \text{س}^{\text{ج}}}{\text{س}^٢}$$

مثال ٨: ق(س) = $\frac{٤}{\text{س}}$ فإن

$$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{-٤ \text{س}^٢}{\text{س}^٢} = \frac{-٤ \text{س}^٢}{\text{س}^٢} = \frac{-٤ \text{س}^٢}{\text{س}^٢}$$

مثال ٩: إذا كان $\text{ص} = \text{س}^٢ + |١ + \text{س}|$

فجد $\frac{d}{ds}$

الحل: نعيد تعريف القتران

$$\text{ص} = \text{س}^٢ + |١ + \text{س}|$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ص} &= \text{س}^٢ + |١ + \text{س}| \\ \text{ص} &= \text{س}^٢ + ١ - \text{س} \end{aligned} \right\} \text{عند } \text{س} \geq ١$$

$$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{\text{ل}(\text{س}) - \text{ل}(١)}{\text{س} - ١} = \frac{\text{س}^٢ - ١}{\text{س} - ١}$$

$$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{\text{س}^٢ - ١}{\text{س} - ١} = \frac{(\text{س} - ١)(\text{س} + ١)}{\text{س} - ١} = \text{س} + ١$$

$$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{\text{ل}(\text{س}) - \text{ل}(١)}{\text{س} - ١} = \frac{\text{س}^٢ - ١}{\text{س} - ١} = \text{س} + ١$$

$$\text{ل}'(\text{س}) = \frac{\text{ل}(\text{س}) - \text{ل}(١)}{\text{س} - ١} = \frac{\text{س}^٢ - ١}{\text{س} - ١} = \text{س} + ١$$

$\text{ل}'(\text{س}) \neq \text{ل}'(١)$ إذن غير موجودة

$$\left. \begin{aligned} \text{ل}'(\text{س}) &= \text{س} + ١ ، \text{س} > ١ \\ \text{ل}'(\text{س}) &= \text{س} - ١ ، \text{س} < ١ \\ \text{ل}'(\text{س}) &= ٢ ، \text{س} = ١ \end{aligned} \right\} \text{عند } \text{س}$$

أ. محمد الحداد



ص ٢٠١٥: جد $\frac{ص}{س}$

$$ص = \frac{|س^٢ - ٤س + ٣|}{س(س-١)} \in (١, ٥]$$

ص ٢٠١٦: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} &س^٢ + ٤س - ٨ < س \\ &س^٣ - ٣س - ٢ \geq س \end{aligned} \right\} = (س) \cup$$

قابلا للاشتقاق عند $س = ١$ فجد كلاً من أ، ب

س ٤: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} &س^٣ \geq ١ \\ &س^٣ + ١ < س \end{aligned} \right\} = (س) \cup$$

فابحث في قابلية ق للاشتقاق عند $س = ١$ ثم اكتب $ن(س)$

س ٥: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} &س^٣ \geq ١ \\ &س + ب < ١ \end{aligned} \right\} = (س) \cup$$

قابلا للاشتقاق عند $س = ١$ فجد كلاً من أ، ب

أسئلة وزارة

ص ٢٠١٢: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} &س^٢ + ٢س - ٦ > س \\ &س^٥ + ٢س \leq س \end{aligned} \right\} = (س) \cup$$

قابلا للاشتقاق عند $س = ٢$ فجد كلاً من أ، ب

ش ٢٠١٣: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} &س^٣ - ٢س \leq ٢ \\ &س^٢ - ٦س - ٨ > س \end{aligned} \right\} = (س) \cup$$

قابلا للاشتقاق عند $س = ٢$ فجد كلاً من أ، ب

ش ٢٠١٤: إذا كان $ن(س) = \frac{س^٢}{س(س+١)}$

وكان $٢ = (١) \wedge ٢ = (١) \wedge ١ = (١) \wedge ١ = (١)$

$٣ = (١) \wedge$ فجد $ل(١)$

ص ٢٠١٤: إذا كان

$$\left. \begin{aligned} &س^٢ - ٢س \geq ٢ \\ &س^٤ - ٢س + ٢ < س \end{aligned} \right\} = (س) \cup$$

قابلا للاشتقاق عند $س = ٢$ فجد كلاً من أ، ب

أ. محمد الحداد

$$\left. \begin{matrix} \text{س}^3, \text{س}^{\leq} \\ \text{س}^0, \text{س}^{>} \end{matrix} \right\} = \text{س} \text{ إذا كان } \text{س} \text{ (س)}$$

فأجب عن كل مما يأتي:

(١) بين أم كل من س^0 ، $\text{س}'^0$ موجودة ثم

جد قيمة كل منها

(٢) اكتب قاعدة كل من س^0 ، $\text{س}'^0$ (س)

لجميع قيم س $\exists \text{س}$

(٣) بين أن س^0 غير موجودة.

$$\frac{\text{س}^{\text{ص}}}{\text{س}^{\text{ص}}}, \frac{\text{س}^{\text{ص}}}{\text{س}^{\text{ص}}}, \frac{\text{س}^{\text{ص}}}{\text{س}^{\text{ص}}}, \frac{\text{س}^{\text{ص}}}{\text{س}^{\text{ص}}}, \frac{\text{س}^{\text{ص}}}{\text{س}^{\text{ص}}}$$

$$\text{س}^0, \text{س}'^0, \text{س}''^0, \text{س}'''^0, \text{س}^{(0)}$$

مثال ٩: إذا كان $\text{س} = \text{س}^3 + \text{س}^5$ فإن

$$\text{س} = \text{س}^2 + \text{س}^3 + \text{س}^5$$

$$\text{س} = \text{س}^2 + \text{س}^3 + \text{س}^5$$

$$\text{مثال ١٠: } \text{س} = \frac{6}{\text{س}} \text{ جد } \text{س}'''^0$$

$$\text{ق (س)} = 6 - \text{س}^1$$

$$\text{س}^0 = 6 - \text{س}^2$$

$$\text{س}^0 = \frac{6 - \text{س}^2}{\text{س}^2}$$

$$\text{س}''^0 = \frac{12 - \text{س}^2}{\text{س}^3} = \frac{12}{\text{س}^3} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}^3}$$

$$\text{س}'''^0 = \frac{36 - \text{س}^2}{\text{س}^6} = \frac{36}{\text{س}^6} - \frac{\text{س}^2}{\text{س}^6}$$

س ١: إذا كانت ق(س) = س^3 وكان ق(س) = س^4 ، فجد قيمة أ

أ. محمد الحداد

تمارين المشتقات العليا

س١: جد المشتقة الثانية لكل مما يأتي:

أ) $v = s^2 + s^3 + 5$

ب) $v = \frac{s}{1+s}$

ج) $v = (s^2 + s^3) |s|$

س٢: إذا كان $q(s) = (s^2 + 2)(s^3 + 2s^2 - s + 1)$

فأثبت أن $q'(s) = (1)'' \times (1)' + (1)'' \times (1)' = 210$

س٣: إذا كان $q(s) = \frac{2}{s}$ فأثبت أن

$q'(s) = -\frac{2}{s^2}$

س٤: جد المشتقة الثالثة لكل مما يأتي:

أ) $v = s^2 + s^3 + 5$

ب) $v = \frac{s}{1+s}$

ج) $v = (s^2 + s^3) |s|$

س٥: جد المشتقة الثالثة لكل مما يأتي:

أ) $v = s^2 + s^3 + 5$

ب) $v = \frac{2}{s}$

س٣: إذا كان $l'' = l'$ قابل للاشتقاق عند s ، وكان $q(s) = s l(s)$ ، فجد $q'(s)$ ، $q''(s)$

س٤: إذا كان l ، h قابل للاشتقاق مرتين، فأثبت

أن: $(l \times h)'' = (l \times h)' + (l \times h)' + (l \times h)''$

س٥: جد قاعدة اقتران كثير الحدود من الدرجة

الثانية الذي فيه $q(1) = 3$ ، $q'(1) = -2$

$q''(1) = 4$

مهم

س٦: إذا كان l ، h قابل للاشتقاق مرتين، فأثبت

أن: $l \times h'' - l'' \times h = (l \times h)' - (l' \times h)$

س٧: إذا كان u ، h قابل للاشتقاق حتى المشتقة الثالثة وكان

$h(s) = l(s) \times q(s)$ ، $u'(s) \times l'(s) = j$

حيث j عدد ثابت، أثبت أن

$h'''(s) = l'''(s) \times u(s) + (l'''(s) \times u(s) + l'''(s) \times u(s))$

س٨: إذا كان $q(s) = s^4 + \frac{16}{s}$ وكان

$u''(s) = 90$ فجد قيمة الثابت a

$h'''(s) = l'''(s) \times u(s) + (l'''(s) \times u(s) + l'''(s) \times u(s))$

س٩: إذا كان $q(s) = 8s - 4(s - 3)s^2$

فجد قيم الثابت m التي تجعل $q''(s) > 0$



مشتقة الاقترانات الدائرية

قاعدة:

و(س)	و(س)
و(س) = جاس	و(س) = جتاس
و(س) = جتاس	و(س) = - جاس
و(س) = ظاس	و(س) = قاس ²

معلومات: $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} = \text{قاس}$ ، $\frac{1}{\text{جتاس}} = \text{قاس}$

$\frac{1}{\text{جاس}} = \text{جتاس}$ ، $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}} = \text{جتاس}$

و(س)	و(س)
و(س) = قاس	و(س) = ظاس × قاس
و(س) = قتاس	و(س) = - ظتاس × قتاس
و(س) = ظتاس	و(س) = - قتا ² س

س ١: أثبت أن مشتقة ق(س) = ج(س) هو

و(س) = جتاس باستخدام تعريف المشتقة

س ٢: أثبت أن مشتقة و(س) = قتاس هو

و(س) = - ظتاس × قتاس

مثال ١: إذ كان ص = ٢س - ج(س) فجد $\frac{ص}{س}$

الحل: $\frac{ص}{س} = ٢ - \text{جتاس}$

مثال ٢: إذ كان ص = س - ق(س) فجد $\frac{ص}{س} |_{\frac{\pi}{4}}$

الحل: $\frac{ص}{س} = ١ - (\text{جتاس} \times \text{قتاس})$

$$١ = \frac{\pi}{4} \text{جتا} \times \frac{\pi}{4} \text{قتا} + ١ \times ١ = \frac{\pi}{4}$$

س ٣: إذ كان ص = س ج(س) فجد $\frac{ص}{س}$

س ٩: جد المشتقة الثانية لكل مما يأتي:

(أ) $v = \cos s$

(ب) $v = \frac{1 + \cos s}{1 - \cos s}$

(ج) $v = \cos s - 3 \sin s$

س ١٠: إذا كان $v = \cos s$ ، $v \leq 0$ ، $v > 0$ ، $v = 0$

فجد قيمة s التي تجعل الاقتران قابلاً للاشتقاق عند $s = 0$

س ١١: إذا كان $v = \cos s$ ، فابحث في قابلية الاشتقاق عند $s = \pi$

س ١٢: إذا كان $v = \cos s - \frac{1}{2} \sin s$ ، $s \in (0, \pi/2)$

فجد قيم s التي تجعل المماس لمنحنى v أفقياً

(ملاحظة: يكون المماس أفقياً إذا كان $v'(s) = 0$)

س ١: إذا كان $v = \cos s$ ، فجد $v'(\pi)$

س ٢: إذا كان $v = \cos s$ ، $v = \cos s + \sin s$ ، فثبت أن $v''(s) = v(s)$

س ٣: إذا كان $v = \cos s$ ، فجد $v'(\pi)$

س ٤: إذا كان $v = \cos s$ ، $v = \cos s - \sin s$ ، فجد $v''(s)$

س ٥: إذا كان $v = \cos s$ ، فجد $v'(\pi)$

س ٦: إذا كان $v = \cos s$ ، $v \geq 0$ ، $v < 0$

فجد $v'(\pi/2)$ ، $v'(\pi/3)$ وابحث في قابلية الاشتقاق عند $s = \pi$

س ٧: جد قيم s في الفترة $[-\pi/2, \pi/2]$ التي تحقق المعادلة $v' = 0$

(أ) $v' = \cos s + \sin s$

(ب) $v' = \cos s$

س ٨: إذا كان $v = \cos s$ ، $v = \cos s + \sin s$ ، فثبت أن

$v''(s) = v(s) + v'(s)$

قاعدة السلسلة

نتيجة: إذا كان $v = (q(s))^n$ فإن

$$\frac{dv}{ds} = n (q(s))^{n-1} \times \frac{dq}{ds}$$

تأكد من المثال السابق

مثال ٢: ليكن $v = \text{جا}(s^2)$ جد $\frac{dv}{ds}$

$$v = \text{جا}(s^2) \quad \frac{dv}{ds} = \cos(s^2) \times \frac{d(s^2)}{ds}$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos(s^2) \times 2s$$

$$\frac{dv}{ds} = 2s \cos(s^2)$$

$$2 \times \text{جتا}(s^2) =$$

$$2 \times \text{جتا}(s^2) = \frac{dv}{ds}$$

نتيجة: إذا كان

$$v = \text{جا}(q(s)) \text{ فإن}$$

$$\frac{dv}{ds} = \cos(q(s)) \times \frac{dq}{ds}$$

$$v = \text{جتا}(q(s)) \text{ فإن}$$

$$\frac{dv}{ds} = -\sin(q(s)) \times \frac{dq}{ds}$$

$$v = \text{ظا}(q(s)) \text{ فإن}$$

$$\frac{dv}{ds} = \sec^2(q(s)) \times \frac{dq}{ds}$$

$$v = \text{قا}(q(s)) \text{ فإن}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\cos^2(q(s))} \times \frac{dq}{ds}$$

$$v = \text{قتا}(q(s)) \text{ فإن}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\sin^2(q(s))} \times \frac{dq}{ds}$$

$$v = \text{ظتا}(q(s)) \text{ فإن}$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{\tan^2(q(s))} \times \frac{dq}{ds}$$

تأكد من المثال السابق

س ١: ليكن $v = \text{قا}(s^2 + s^5)$ جد $\frac{dv}{ds}$

مثال: ليكن $v = (s^3 - s^5)$ جد المشتقة الأولى

نلاحظ أنه من لا يمكن اشتقاق الاقتران لوجود أس

٤ فوق القوس لذلك نلجأ لقاعدة السلسلة وهي أن

نفرض أن ما داخل القوس u أي

$$u = s^3 - s^5$$

فتصبح $v = u^4$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \times \frac{du}{ds}$$

$$4u^3 = \frac{dv}{du}$$

$$\frac{dv}{ds} = 4u^3 \times \frac{du}{ds}$$

$$\frac{dv}{ds} = 4(s^3 - s^5)^3 \times (3s^2 - 5s^4)$$

$$4(s^3 - s^5)^3 \times (3s^2 - 5s^4) =$$

الآن نرجع u كما كانت

$$4(s^3 - s^5)^3 \times (3s^2 - 5s^4) =$$

قاعدة (١):

إذا كان $v = \text{قا}(u)$ وكان $u = q(s)$ ، فإن

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \times \frac{du}{ds}$$

الآن سيكون مع كل مثال نتيجة

مثال ١: $v = (s^3 - s^5 + 2)^4$

الحل:

$$v = (s^3 - s^5 + 2)^4$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \times \frac{du}{ds}$$

$$\frac{dv}{ds} = 4u^3 \times \frac{du}{ds}$$

$$4(s^3 - s^5 + 2)^3 \times (3s^2 - 5s^4)$$

$$4(s^3 - s^5 + 2)^3 \times (3s^2 - 5s^4) =$$

$$\frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \times \frac{du}{ds}$$

$$(3s^2 - 5s^4) \times 4(s^3 - s^5 + 2)^3 =$$

$$(3s^2 - 5s^4) \times 4(s^3 - s^5 + 2)^3 = \frac{dv}{ds}$$

أ. محمد الحداد

نتيجة: إذا كان جذر تكعيبي يجب تحويله
لأس ثم نشتقه
أما الجذر التربيعي كما درسنا في قواعد الاشتقاق (١)
إذا $\sqrt[3]{(س)} = هـ(س)$
 $\frac{هـ(س)}{2} = (س)'$
 $\sqrt[3]{2 هـ(س)} = (س)'$

مثال ٥: إذا كان $و(س٣) = س٦ + س٩$ ،
فجد $و(٣)$

$$و(س٣) = ٣ \times ٢ = ٩ + س١$$

حتى نحصل على $و(٣) = ٣$ نعوض $س = ١$

$$و(٣) = ٧$$

س٣: إذا كان $هـ(س) = و(س٢)$ وكان

$$و(٢) = ٨ \text{ فجد } هـ\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

مثال ٣: ليكن $ص = ظا(س٣)$ جد $\frac{ص}{س}$
الحل:

$$\begin{aligned} ص &= ظا(س٣) \\ ع &= ظا(س٣) \\ ع &= ص \\ \frac{ص}{س} &= \frac{ص}{س} \times \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} \end{aligned}$$

$$ع٤ \times ٣ = ظا(س٣) \times ٢$$

$$ع٤ \times ٢ = ظا(س٣) \times ٣$$

$$ع٤ \times ٢ = ظا(س٣) \times ٢$$

نتيجة: إذا كان

(١) $ص = جان(ق(س))$ فإن

$$\frac{ص}{س} = جان(ق(س)) \times \frac{ق(س)}{س}$$

(٢) $ص = جتان(ق(س))$ فإن

$$\frac{ص}{س} = جتان(ق(س)) \times \frac{ق(س)}{س}$$

وهكذا....

تأكد من المثال السابق

س٢: إذا كان $ص = ظتا(س٢ - ١)$ فجد $\frac{ص}{س}$

مثال ٤: إذا كان $و(س) = س٣ + س٥$ فإن

$$و(س) = س٣ + س٥ \text{ فإن}$$

$$و(س) = \frac{١}{٣} (س٣ + س٥) \times \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣} (س٣ + س٥)$$

$$\frac{(٥ + س٣)}{٣} = \frac{١}{٣} (س٣ + س٥)$$

أ. محمد الحداد

تمارين قاعدة السلسلة

س ١: جد المشتقة الأولى لكل مما يلي:

١- ص = $6(5+s)^3$

٢- ص = $\sqrt[3]{5s-3}$

٣- ص = $\frac{\sqrt{3+2s}}{s^2+2s}$

٤- ص = جتا $(s^3 \times \sqrt{s})$

٥- ص = قتا s^2

س ٨: إذا كان ص = جتا $(s + \frac{\pi}{2})$ ، فأثبت أن

ص + ص' = ٠

س ٩: إذا كان ص = جتا $s + \frac{1}{3}s^3$ ، فأثبت أن

$\frac{ص}{ص'} = \frac{ص}{ص'}$

س ١٠: جد المشتقة الثانية في كل ممل يأتي:

جا(٢س)

أ) ص = $\frac{جا(٢س)}{س}$

ب) ص = س ظا $(\frac{1}{س})$

س ١٠: إذا كان ق(س) اقتران قابلاً للاشتقاق وكان

ن(جا٢س) = قتا٢س، $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$ فجد $\left(\frac{1}{2}\right)'$

س ١١: إذا كان ص = ق(س^٢ + ٢س)، $\sqrt[3]{(3)} = ٥$

فجد $\frac{ص}{ص'}$ عند س = ١

س ١٢: إذا كان ص = $\sqrt[3]{س^2} + \sqrt[3]{س^3}$

فجد $\frac{ص}{ص'}$

س ١٣: إذا كان ص = $\sqrt[3]{(1+s^2)}$

فجد $\frac{ص}{ص'}$

س ١٤: إذا كان ق قابلاً للاشتقاق، وكان

ص = ق^٢(س) فجد ق'(٨) علماً بأن ق(٨) = ١

$\frac{ص}{ص'} = ١٠٠$ عند س = ٢

س ٢: من السؤال السابق جد المشتقة الأولى

عند س = ٢ وفرع (٦، ٥: س = π)

س ٣: إذا كان ق(س) = س^٢ + ٣س، هـ(س) = جاس،

فجد $(\pi)'(٥ \circ هـ)$ ، $(\pi)'(٥ \circ هـ)$

س ٤: إذا كان ق(س)، هـ(س) اقترانين قابلين

للاشتقاق وكان $٢ = (١ \circ)'$ ، $٢ = (١ \circ)'$

هـ $(٢ -) = \frac{1}{2}$ ، فجد $(١ \circ)'(٥ \circ هـ)$

س ٥: إذا كان هـ(س) اقتران قابلاً للاشتقاق وكان

ن(س) = جا^٢(هـ(س)) حيث ن عدد صحيح،

ن(س) = ن جا^٢(هـ(س)) × جتا(هـ(س)) × هـ(س)

س ٦: إذا كان ل(س) = ن(هـ(س)) وكان هـ(٤) = ٤

ل(٤) = ٢، $٢ = (٤)'$ فجد هـ(٤)

س ٧: جد $\frac{ص}{ص'}$ في كل مما يأتي:

أ) ص = ظاع، ع = ٤س^٢ + س

عند س = π

ب) ص = م^٢ + ٣م، م = س^٣ - ٤

عند س = ٢

أ. محمد الحداد

أسئلة وزارة

وكان

$$1 = (1)_{\mathcal{H}, \mathcal{E}} = (1)'_{\mathcal{H}, \mathcal{V}} + \sqrt{s} = (s)'_{\mathcal{U}}$$

فجد قيمة الثابت أ

فجد قيمة الثابت أ

ص ٢٠١٦: إذا كان ق(س) = (٤ - ٣)³ ،

هـ(س)=س۲س۱س ، فجذ (٧٠هـ) (٩)'

ش ۲۰۱۷: إذا كان ق(س)، هـ(س) اقترانين قابلين

للاشتقاق وکان (و.ه) (س) = س وکان

$$u(s)' = 1 + (u(s))' \text{ فجء } h'(s)$$

ش ۲۰۱۰: إذا كان $q(s) = 3(s - 5)^2$,

$$\left(\frac{\pi}{\lambda}\right)'(u \circ h) \quad \frac{s^2}{1+s^2} = (h(s))' \text{ فجد}$$

ص ۲۰۱۰: إذا كان ق(س) = ۳ ظا ۲س،

هـ(س)=س ، فجذ (هـ٠و) (٣)'

ش ۲۰۱۱: إذا كان ق'(س) = $\frac{1}{s+1}$ ،

هـ-(س)=ظاس ، أثبت أن $(\psi \circ \mathbf{h})'(\mathbf{s}) = 1$

ص ۲۰۱۱: إذا كان ق(س) = $\sqrt{2(s-1)}$ ،

$$\left(\frac{\pi}{3}\right)' \text{ ، فجد } (h \circ v) \text{ ، } \frac{s}{2} \text{ ظا } (s) =$$

ش ۲۰۱۴: إذا كان

$$u(2-s) = \left(\frac{\pi}{18} (4-s) \right)^2, \text{ فأثبت}$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{3}} = (\sqrt{3})' \text{ أن}$$

ص ٢٠١٤: إذا كان $q'(s) = \frac{s}{s^2 + 1}$ ،

هـ(س) = $\sqrt{1-s}$ ، فجد $(\psi \circ \mathbf{h})'(1)$

ش ۲۰۱۵: : إذا كان ق(س)، هـ(س) اقترانين

قابلیں للاشتقاق وكان $(u \circ h)(1) = \frac{1}{2} + \frac{1+2s}{1+s}$

الاشتقاق الضمني

تذكر: أن المشتقة تكتب $v'(s)$ ، $\frac{dv}{ds}$

مثال ١: إذا كانت $s^2 + 3v - 10 = 0$ فجد $\frac{dv}{ds}$

الحل: $s^2 + 3v - 10 = 0$

$$\frac{ds}{ds} = \frac{dv}{ds}$$

مثال ٢: إذا كانت $s^2 + 3v - 10 = 0$ فجد $\frac{dv}{ds}$

الحل: $s^2 + 3v - 10 = 0$

$s^2 + 3v - 10 = 0$

$s^2 + 3v - 10 = 0$

$$\frac{ds^2 + 3dv - 0}{2s + 3} = \frac{dv}{ds}$$

س ١: إذا كانت $s^2 + 3v - 10 = 0$ فجد $\frac{dv}{ds}$

فجد $\frac{dv}{ds}$

مثال ٤: إذا كان $s = \text{ظا ص}$ فأثبت أن

$v = (1 + s^2) - \text{جا ص}$

الحل: $1 = v' \times \text{قا ص}^2 \dots \dots \dots v' = \frac{1}{\text{قا ص}^2}$

$v' = \frac{1 - \text{قا ص}^2 \times \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^4} = \frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^4}$

$\frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^4} = \frac{1}{\text{قا ص}^2} \times \frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^2} =$

$v' = (1 + s^2)$

$v' = (1 + s^2) \times \frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^4} = \frac{(1 + s^2)(1 - \text{قا ص}^2)}{\text{قا ص}^4}$

$\frac{(1 + s^2)(1 - \text{قا ص}^2)}{\text{قا ص}^4} = \frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^4}$

$\frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^4} = \frac{1}{\text{قا ص}^2} \times \frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^2} =$

$\frac{1 - \text{قا ص}^2}{\text{قا ص}^2} = \text{جا ص} - \text{جا ص}^3$

س ٢: إذا كانت $s^3 = \text{ظا ص}$ فجد $\frac{dv}{ds}$

س ٣: إذا كانت $s^3 + v^3 = 2s$ فجد $\frac{dv}{ds}$

أحمد الحداد

٠٧٨٦٠٧٨٧١٠

$$\pi = \frac{2\pi}{4} \left| \frac{2\pi}{4} \right| \text{ إذا كان } \pi = \text{جان، ص} = 2 \text{ فنجد } \frac{2\pi}{4}$$

س: إذا كان جتا ص = س فأثبت أن

$$\frac{1 - \frac{1}{\pi}}{\pi - 1} = \frac{\pi}{\pi}$$

مثال ٦: جد النقطة على المنحنى العلاقة:

$$\pi = 2 + \text{ص} = 3 \text{ التي تحقق المعادلة } \pi = 2$$

الحل:

$$\pi = 2 + \text{ص} = \text{صفر}$$

$$\pi = 2 + \text{ص} = \text{صفر}$$

$$\pi - 1 = \text{ص}$$

$$\pi = 2 + \text{ص} = 3$$

$$\pi = 2 + \text{ص} = 3 \dots \dots \dots \pi = 2$$

النقطة (٢، ١)

س: مثال ٦: جد النقطة على المنحنى العلاقة:

$$\pi = 2 + \text{ص} = 3 \text{ التي تحقق المعادلة } \pi = 2$$

مثال ٥: إذا كان س = جتا ٢، ص = جتا ٢ فنجد

$$\frac{\pi}{2} = \text{عندما } \pi = 2$$

الحل: س = جتا ٢

$$\pi = 2 + \text{ص} = 3$$

$$\pi = 2 + \text{ص} = 3$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{\pi}$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{\pi}$$

$$\frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{\pi} \times \pi = \frac{\pi}{\pi}$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{\pi}$$

$$\frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{\pi} \times \pi = \frac{\pi}{\pi}$$

$$\frac{\pi}{2} = \text{نعوض ن}$$

$$\pi = 2 + \text{ص} = 3$$



س ١: جد $\frac{ds}{dt}$ في كل مما يأتي:

(أ) $s^2 + 2s = 10$

(ب) $\sqrt{s+2} = \sqrt{s}$

(ج) $s^3 - 3s = 6$ س ص

(د) $\text{جا}(s^2) = s$ س ص

(هـ) $s^2 + \pi \text{ جا} s = \pi^2$ ، $(\frac{\pi}{2}, 1)$

(و) $s^2 - s^2 + s = 1 - 1$ ، $(2, -3)$

(ز) $1 = \frac{s}{3} + \frac{s}{6}$ ، $(2, 6)$

س ٢: جد $\frac{ds}{dt}$ في كل مما يأتي:

(١) $s^3 - 2s = 6$

(٢) $s^2 - 4 = 0$

(٣) $s \text{ جتا} s = \text{ص}$

(٤) $\sqrt{s} - \text{جا} s = 2$

س ٣: إذا كان $s = \text{جا} s$ ،
فأثبت أن $\text{ص}'' = \text{ظا} s \text{ قا} s$

س ٤: جد $\frac{ds}{dt}$ للعلاقة: $s \text{ جا} s = \text{ص جتا} s$

عند النقطة $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

س ٥: إذا كان $s = \text{جا} s$ فأثبت أن
 $s \text{ ص}'' + 2 \text{ ص}' + s = \text{ص صفر}$

س ٦: إذا كان $s = 2 + s^3$ ، $\frac{ds}{dt} = 4$
فجد $\frac{ds^2}{dt}$ عندما $n = 1$

س ٧: إذا كان $s + \text{ص} = \text{جا} s$ ، فأثبت أن:
 $(\text{ص}')^2 = \text{ص}'' (\text{ظا} s - \text{قتا} s)$

س ٨: إذا كان $s = \text{جا} s + s$ ، فأثبت أن:

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{ص} - 1} = \text{ص}'' + \text{ص}$$

س ٩: إذا كان $s = \sqrt{4 + 3 \text{ جا} s}$ ، فأثبت أن:
 $2 \text{ ص}'' + 2 (\text{ص}')^2 + 3 = 4$

س ١٠: إذا كان $s = 3 - 2 \text{ م} + 1$ ،

$\text{م} = 2 + s$ فجد $\frac{ds}{dt}$ عندما $n = 0$

أسئلة وزارة

ص ٢٠١٠: إذا كان $s = 3 - \text{ص}$ ، $s = 10$ ،
فأثبت أن: $(s - 3) \text{ ص}'' + 2 \text{ ص}' = \text{ص صفر}$

ش ٢٠١١: إذا كان $s^2 + s = 3$ س ص ، فجد
 $\frac{ds}{dt}$ عندما $\text{ص} = 1$

ص ٢٠١١: إذا كان $s = \text{ظنا} s$ ، فأثبت أن
 $\text{ص}'' = - \text{ص}' \text{ جا} s$

ش ٢٠١٢: إذا كان $(\text{ص} + 1)^3 = (s - 2)^2$ ،
فأثبت أن $(\frac{s^3}{2})' = \frac{1}{\text{ص} + 1}$

ش ٢٠١٢: إذا كان $s = \text{ظا} s$ ، فجد $\frac{ds^2}{dt}$ عندما
 $\text{ص} = \frac{\pi}{12}$

ص ٢٠١٢: إذا كان $s^2 - s = \text{ص} + \text{ص} = 3$ ،
فجد $\frac{ds}{dt}$ عند النقطة $(1, -1)$

لا بد من سؤال في الوزارة على
الاشتقاق الضمني

أ. محمد الحداد