المبحث :

الصف : الشعبة ( )

مدارس الحضارة العربية
Educational Modernity Schools

1 اليوم :

التاريخ: / /2017

الفصل الدراسي الأول للعام 2018/2017

اسم الطالب :

السؤال الأول :

١) حد نهـا $\frac{\sqrt{٣س - ٥} - ٣ - س^{٢}}{س^{٢} - ٩}$ ، $س \to ٣$

٢) حد نهـا $\frac{\sqrt{١ - حتا ٣س}}{س^{٣} + ٣س}$ ، $س \to ٠$

٣) حد نهـا $\frac{\frac{١}{\sqrt{٢}} - جا(س - \frac{\pi}{٤})}{\pi - ٣س}$ ، $س \to \frac{\pi}{٤}$

٤) نهـا $_{س \to ٢}$ ق(٣س − ١) − ٣س = ١ ، حد نهـا $_{س \to ١}$ (٣ ق (س + ٤) + $\left(\frac{[\frac{س}{٢} + ٣]}{٣ + ٣س}\right)$

السؤال الثاني :

١) ق(س) = $\begin{cases} \frac{س + ١}{[\frac{١}{٢}س + ٣]} & ، ٠ \leq س < ٢ \\ \sqrt{٣ - س} & ، ٢ \leq س < ٤ \\ \frac{|س - ٤|}{س^{٢} + ١} & ، س = ٤ \end{cases}$

ابحث في اتصال ق(س) : $س \in [٤ ، ٠]$

٢) ق(س) = $\begin{cases} ٣س^{٣} + ٣س^{٢} + ب & ، س < ٢ \\ ٤س^{٢} + ٣ & ، ١ \leq س \leq ٢ \\ ٣س + ب & ، س > ١ \end{cases}$

متصل على ح حيث ٣

السؤال الثالث :

١) $و(س) = \frac{س^{٣}+١}{٣س+٥}$ جد $و'(٠)$ باستخدام تعريف المشتقة

٢) أثبت أن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{و(٣هـ+س) - و(٣هـ+س)}{هـ} = - و'(س)$

٣) $و(س) = \sqrt[٣]{هـ(س) - ٤س^{٣}}$ ، $ل(١) = ٣$ ، $هـ(١) = ٥$ ، $هـ'(١) = ل'(١) = ٣$

$ص = \frac{و(س) + |٣س-١|}{ل(س)}$ جد $ص'|_{س=١}$

السؤال الرابع :

١) $و(س) = ظاس$ ، $هـ(س) = ٣س^{٣} \times (س^{٢}+١)^{٣}$ ، $(هـ \circ و)'(\frac{\pi}{٤}) = ٥$ جد ٣

٢) $و(٣ص^{٣}) = \sqrt{٨س^{٣}+ص}$ جد $\frac{د ص}{د س}|_{ص=١}$ حيث $و'(٣) = ٣$ ، $و(٣) = ٣$

٣) $ص = (جاس + جتاس)^{٣}$ جد $ص''|_{س=\frac{\pi}{١٣}}$

٤) $\frac{١}{٣}ص^{٣} + جاص = س$ أثبت أن $ص'' (ص + جتاص) + (ص')^{٢}(١ - جاص) = ٠$

السؤال الخامس :

١) جد معادلة المماس للاقتران $و(س) = \sqrt{س}$ عند نقطة تماسه مع الاقتران

$و(س) = س^{٣} - \frac{٣}{٢}س + \frac{٣}{٢}$

٢) اذا كان المستقيم $٣ص - ٤س + ٣ = ٠$ مماس للاقتران $و(س) = \frac{-٢}{س-٣} + ٤$

جد قيمة الثابت ٣

٣) يتحرك جسم حسب العلاقة ف(ن) = ٣ جا^{٢}($\frac{\pi}{٣}$ن) + $\frac{٣٧}{٣}$ن حيث تتناقص عجلة الجسم عندما السرعة = $\frac{٣٧}{٣}$ م/ث ؛ ن ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

٤) من سطح عمارة ارتفاعها ٤١٣ قذف جسم إلى أعلى حسب العلاقة ف$_{١}$(ن) = ٢٠ن − ٥ن^{٢} وفي نفس اللحظة من سطح الأرض قذف جسم آخر إلى أعلى حسب العلاقة ف$_{٢}$(ن) = ٣٠ن − ٥ن^{٢} احسب سرعة الجسمين عندما يلتقيان

السؤال السادس :

١) ف(س) = (س^{٣} − ٤س)$^{\frac{٣}{٢}}$ + ٥

احسب :

أ) مجالات التزايد والتناقص

ب) القيم القصوى وحدد نوعها

٢) ف(س) = ٣ حتا س − $\frac{١}{٢}$ جا ٢س ؛ س ∈ [٠ ، ٢π]

احسب :

أ) مجالات التقعر

ب) نقاط الانحناف

السؤال السابع :

١) احسب أكبر حجم لاسطوانه مغلقه القاعدتين يمكن صنعها من ورقة مساحتها ٦٠٠π سم^{٢}

٢) وعاء مخروطي نو = ٦سم ارتفاعه ١٢سم يصب فيه الماء بمعدل ٣سم^{٣}/ث

احسب معدل التغير في مساحة سطح الماء عندما ارتفاع الماء = ٣سم

السؤال الثامن : اختر من الاجابة الصحيحة :-

١) اذا كان $ه(س)$ معرف $[٠،٤]$ ، $ه'(س) = \frac{٣س - ٢}{س + ٣}$ ، فإن قيم س الحرجة هي :-

أ) $\{٠،٤،١،-٣\}$ ب) $\{٠،١\}$ ج) $\{١،٤\}$ د) $\{-٣،٠،٤\}$

٢) اذا كان $ه(س)$ يمر بالنقطه $(٢،٥)$ وكان المماس عند تلك النقطه يصنع زاويه $١٣٥°$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن $\lim_{س \to ٢} \frac{ه(س) - ٥}{س^٣ - ٦س}$ تساوي

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) -١ د) $\frac{١}{٣٢}$

٣) اذا كان ع = ٢ باق والتسارع = ٣٨ م/ث² حيث ف : ٠ ≤ ف ≤ ٤

أ) ٤،-٤ ب) ٤ ج) -٤ د) ٨

٤) $ه(س) = س + [س + ٠،٨] - |س|$ حيث $ه'(-١) =$

أ) ١ ب) -١ ج) ٣ د) غير موجودة

٥) اذا كان $ص = ن^٣ + ٣ن$ ، $\frac{دص}{دن} = ٦$ فإن $\frac{دص}{دس}$ عندما ن = ٢ تساوي

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) ٣ ج) ٤٣٢ د) ٧٢

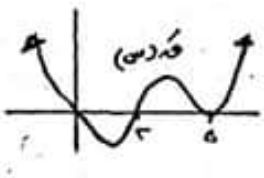
٦) اذا كان $ه(٣) = ٣$ ، $ه'(٣) = ١$ حيث $\lim_{س \to ٣} \frac{\frac{ه(س) - ه(٣)}{س}}{س - ٣}$

أ) $-\frac{١}{٩}$ ب) $\frac{١}{٩}$ ج) ٣ د) $\frac{١}{٣}$

٧) اذا كان معدل التغير في $ه(س) = ٨$ عندما تتغير س على $[-٣،٣]$ ، $ل(س) = س^٣ \times ه(س)$ فإن معدل التغير للاقتران ل (س) : س ∈ $[-٣،٣]$ يساوي

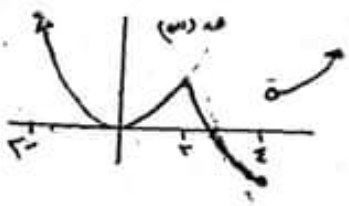
أ) ٣٣ ب) ٦٤ ج) ١٦ د) غير ذلك

٨) من الشكل المجاور $ه(س)$ متناقص في الفترة



أ) $[٥،٣]$ ب) $[٣،٥)$ ج) $[٣،٠]$ د) $(-\infty،٠]$

٩) من الشكل قيم س التي عندها المشتقة غير موجودة لأن $ه'_+ \neq ه'_-$



أ) -٣ ب) ٤ ج) صفر د) ٣

١٠) اذا كان $ه'(٣) = ٠$ ، $ه''(٣) = -٧$ ، $ه(٣) = ٩$ فإن للاقتران قيمه عظمى محليه هي

أ) ٣ ب) -٧ ج) ٩ د) صفر

إعداد : احمد عرابي

إجابة الامتحان النهائي (الفصل الأول)

السؤال الأول:

١ نهـا $\frac{\sqrt{٣-س}-٥}{س^{٢}-٩} \times \frac{٩+٣س\sqrt{٣-س}+٥(س\sqrt{٣-س}-٥)}{٩+٣س\sqrt{٣-س}+٥(س\sqrt{٣-س}-٥)}$
$س \to ٣$

$= نهـا \frac{٣٧-س^{٣}(٣-س)}{س^{٢}-٩} \times \frac{١}{٣٧}$
$س \to ٣$

$= نهـا \frac{٣٧-٣س^{٤}+٥س^{٣}}{س^{٢}-٩} \times \frac{١}{٣٧}$
$س \to ٣$

عدد	$س^{٤}$	$س^{٣}$	$س^{٢}$	س
٣٧		٥	٠	٣
٣٧-	١-	٦-	٩-	
٠	٣-	١-	٣	

$= نهـا \frac{(-٣س^{٣}-س^{٢}-٣س-٩)(س-٣)}{(س-٣)(س+٣)} \times \frac{١}{٣٧}$
$س \to ٣$

$= \frac{-٩٢}{٦} \times \frac{١}{٣٧} = \frac{-١}{٣}$

٢ نهـا $\frac{\sqrt{٣-حاس}}{س^{٢}+٣س}$
$س \to ٠$

$= نهـا \frac{\sqrt{٣}\times\sqrt{١-حاس}}{س^{٢}+٣س}$
$س \to ٠$

$= نهـا \frac{\sqrt{٣}\times|حاس|}{س^{٢}+٣س}$
$س \to ٠$

$= نهـا \frac{\sqrt{٣}حاس}{س(س+٣)}$
$س \to ٠$

نهـا $\frac{\sqrt{٣}-حاس}{س(س+٣)}$
$س \to ٠$

نهـا $\frac{\sqrt{٣}\times-حاس}{س(س+٣)}$
$س \to ٠$

$= \frac{\sqrt{٣}}{٣}$ $= \frac{-\sqrt{٣}}{٣}$

∴ النهاية غير موجودة

٣ استبدال $\frac{١}{ك\pi} \to جا(\frac{\pi}{ك})$

$= نهـا \frac{جا(\frac{\pi}{ك})-جا(س-\frac{\pi}{ك})}{٣(س-\frac{\pi}{ك})}$
$س \to \frac{\pi}{ك}$

$= نهـا \frac{٣حا(\frac{\pi}{ك}-س+\frac{\pi}{ك})\times جتا(\frac{\pi}{ك}+س-\frac{\pi}{ك})}{٣(س-\frac{\pi}{ك})}$
$س \to \frac{\pi}{ك}$

$= نهـا \frac{حا(\frac{\pi}{ك}-س)}{س-\frac{\pi}{ك}} \times جتا(س)$
$س \to \frac{\pi}{ك}$

$= -١ \times جتا$

$= جتا$

السؤال الثاني:

١ عند التقويس $[\frac{١}{٢}س+٢]$

$ل = \frac{١}{٢} = ٣$ $\frac{١}{٢}$ $\frac{١}{٣}$ ٠

$\begin{cases} \frac{س+١}{٣} & ، ٠ \leq س < ٣ \\ \frac{س+١}{٣} & ، س = ٣ \end{cases}$

$∴ ه(س) = \begin{cases} \frac{س+١}{٣} & ، ٠ \leq س < ٣ \\ \frac{س+١}{٣} & ، س = ٣ \\ \sqrt{س-٣} & ، ٣ < س < ٤ \\ \frac{|س-٤|}{س+١} & ، س = ٤ \end{cases}$

المتولد
$\frac{س+١}{٣}$ متصل ، $٠ \leq س < ٣$ لأنه كثير حدود

$\sqrt{س-٣}$ متصل $٣ < س < ٤$ لأنه متوقف

التحول
عند $س = ٣$

$ه(٣) = ١$

نهـا $\sqrt{س-٣} = ٠$
$س \to ٣^{+}$

نهـا $\frac{س+١}{٣} = \frac{٤}{٣}$ غير موجودة
$س \to ٣^{-}$

∴ غير متصل عند $س = ٣$

الاطراف
عند $س \to ٠$

$ه(٠) = \frac{١}{٣}$

نهـا $\frac{س+١}{٣} = \frac{١}{٣}$
$س \to ٠^{+}$

متصل عند $س = ٠$

عند $س = ٤$

$ه(٤) = \frac{٥}{٧} = ٠$

نهـا $\sqrt{س-٣} = ١$
$س \to ٤^{-}$

غير متصل عند $س = ٤$

∴ $ه(س)$ متصل على $[٠,٣[\cup]٣,٤[$

المطلوب:

نهـا $٣ه(٣س+٤)+ب$
$س \to ١$

$= نهـا [\frac{س}{٣}+٣]$
$س \to ١$

$س = ١ \Rightarrow ٣س+٤ = ٥$

$س \to ١ \Rightarrow ٥$

نهـا $٣ه(٥)+ب$
$س \to ٥$

$= ٣ \times ٥ + \frac{٥}{٣} = ١٦$

١٢ متصل عند س = ١ ، عند س = ٣

$\text{نهـا}_{س \to ١} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١} = \text{نهـا}_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٦}{س - ١}$

$٦ = ٩ + ب$

$٩ + ب = ٦$

$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣} = \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ١٨}{س - ٣}$

$١٨ = ٢٧ + ٨ + ب$

$٢٧ + ب = ١٠$

بالطرح:

$٢٧ + ب = ١٠$

$-٩ - ب = -٦$

$١٨ = ٩ \leftarrow$

$ب = ٦ - ٩ = -٣$

١٣ $ص = \frac{ق(س) + ٣س - ١}{ل(س)}$

$ص' = \frac{ل(س) \times (ق'(س) + ٣) - (ق(س) + ٣س - ١) \times ل'(س)}{(ل(س))^٢}$

$ص'|_{س=١} = \frac{ل(١) \times (ق'(١) + ٣) - (ق(١) + ٣ - ١) \times ل'(١)}{(ل(١))^٢}$

$ق(١) = \sqrt[٣]{هـ(١) - ٤} = \sqrt[٣]{٥ - ٤} = ١$

$ق'(س) = (هـ(س) - ٤س^٣)^{\frac{١}{٣}}$

$ق'(س) = \frac{١}{٣}(هـ(س) - ٤س^٣)^{-\frac{٢}{٣}} \times (هـ'(س) - ٨س)$

$ق'(١) = \frac{١}{٣}(١)^{-\frac{٢}{٣}} \times (هـ'(١) - ٨)$

$= \frac{١}{٣} \times ١ \times -٦ = -٢$

$\therefore ص'|_{س=١} = \frac{٣ \times (-٢ + ٣) - (١ + ١) \times ٢}{٤} = \frac{-٤}{٤} = -١$

السؤال الثالث :

١١ $ق'(٢) = \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{\frac{ع^٢ + ١}{ع + ٣} - \frac{٥}{٩}}{ع - ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{٩ع^٢ + ٩ - ٥ع - ١٥}{٩(ع + ٣)(ع - ٢)}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{٩ع^٢ - ٥ع - ٦}{٩(ع + ٣)(ع - ٢)}$ ← بالقسمة

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{(٩ع + ٦)(ع - ١)}{(ع + ٣)(٩)} = \frac{٢٤}{٨١}$

السؤال الرابع :

١١ $(هـ \circ ق)'(س) = هـ'(ق(س)) \times ق'(س)$

$(هـ \circ ق)'(\frac{\pi}{٤}) = هـ'(ق(\frac{\pi}{٤})) \times ق'(\frac{\pi}{٤})$

$٥ = هـ'(١) \times ق'(\frac{\pi}{٤})$

لكن

$ق(س) = ظا س$ | $هـ(س) = ٢س^٣ + ٣س^٢ + ٢س + ١$

$ق'(\frac{\pi}{٤}) = ٢$ | $هـ'(١) = ٦ \times ٣ \times ٤ + ٣ \times ٢ + ٢ = ٤٨$

$= ٤٣٢$

$\therefore ٥ = ٤٣٢ \times ٢$

$٥ = ٨٦٤ \leftarrow ٢ = \frac{٥}{٨٦٤}$

١٢ بالفصل :

$\text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(٣هـ + س) - ق(س)}{هـ} - \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(٣هـ + س) - ق(س)}{هـ}$

$و = ٣هـ \leftarrow هـ = \frac{و}{٣}$

$هـ \to ٠ \Leftarrow و \to ٠$

$\text{نهـا}_{و \to ٠} \frac{ق(و + س) - ق(س)}{\frac{و}{٣}}$ | $\text{نهـا}_{د \to ٠} \frac{ق(د + س) - ق(س)}{\frac{د}{٣}}$

$= ٣ق'(س) - ٣ق'(س)$

$= -ق'(س)$

١٣ $ق'(٣) \times \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س}$ | $ق(٣) = \sqrt{٨ \times ٣ + ١}$

$ق'(٣) \times ٩ \times \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} + ٢٤$ | $٣ = \sqrt{٨س + ١}$

$٢٧ \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} + ٢٤ \times ٦$ ① | $٩ = ٨س + ١$

$٢٦ \frac{ص}{س} = \frac{ص}{س} + ٢٤$ | $٨ = ٨س$

$٢٦ \frac{ص}{س} = ٢٤$ | $س = ١$

$\frac{ص}{س} = \frac{٢٤}{٢٦}$

١٣ $ص = ٣(جاس + جتاس) \times (جتاس - جاس)$

لـ حرقا نبيه مربعين

$ص = ٣(جتا^٢س - جا^٢س)$

لـ متطابقة جتا٢س

$ص' = ٣ جتا ٢س$

$ص'' = -٣جا ٢س \times ٢$

$ص''' = -٨ جتا(٢س)$

$ص'''|_{س=\frac{\pi}{٤}} = -٨ جتا(\frac{\pi}{٢}) = -٨ \times \frac{\sqrt{٢}}{٢} = -٤\sqrt{٢}$

١٤ $ص ص' + جتاص \times ص' = ١$

$ص \times ص'' + ص' \times ص' + جتاص \times ص'' + ص' \times -جاص \times ص' = ٠$

$ص \times ص'' + جتاص \times ص'' - (ص')^٢ \times جاص = ٠$

$ص''(ص + جتاص) + (ص')^٢(١ - جاص) = ٠$

١٣ $ع = ٤جا(\frac{\pi}{٤}) \times جتا(\frac{\pi}{٤}) \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

$ع = جا(٢ن) + \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

$ن = جتان$

$ن'| = \frac{١}{٢}$ ، $ن = \frac{\pi}{٣}$

عندما $ع = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$جا(٢ن) + \frac{\sqrt{٢}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$جا(٢ن) = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

$ن = ٦٠° = \frac{\pi}{٣}$

١٤ $ع' = -٣٠ ن$ الزمن : $ف' + ١٣ = ف_{ح}$

$ع^٢ = ٣٣ - ١٠ن$

$٣٠ن - ٥٥ن^٢ + ١٣ن = ٣٣ - ٥٥ن^٢$

$١٣ن = ١٣$

$ع'| = ١٠$ ، $ن = ١$

$ن = ١$

$ع''|_{ن=١} = ٣٢$

السؤال الخامس :

١١ $ص - ص_١ = ق(س - س_١)$

الحل

$ق(س) = \frac{١}{\sqrt{٣س^٢ - ٤س}}$

$س = ١ ، ص = ١ ، ق = \frac{١}{٢}$

$ص - ١ = \frac{١}{٢}(س - ١)$

تماس ،

$ه = هـ$

$٧س = س^٢ - \frac{٣}{٢}س + \frac{٣}{٢}$

بالتجريب

$س = ١$

١٢ نثبت $ص = ٣س - \frac{٣}{س}$

لدنيا حماس

$ص = ص$ ، $١٫٥ = ٢٫٤$

$٣س - \frac{٣}{س} = \frac{-٣}{س-٣} + ٤$ ، $٣ = \frac{٣}{(س-٣)^٢} + ٠$

$٣(س-٣)^٢ = ٣$

$(س-٣)^٢ = ١$

$س - ٣ = ١$ ، $س - ٣ = -١$

عندما $س = ٤$ ، $س = ٢$

$٨ - \frac{٣}{٢} = -٣ + ٤$

$٨ - \frac{٣}{٢} = ٢ \leftarrow ٣ = ١٢$

عندما $س = ٣$

$٤ - \frac{٣}{٢} = ٦ \leftarrow ٣ = -٤$

السؤال السادس :

١١ $ق(س) = \frac{١}{٣}(س^٢ - ٤س)^{-\frac{١}{٣}} \times (٢س - ٤)$

$ق(س) = \frac{٤س - ٨}{٣\sqrt{س^٢ - ٤س}}$

$٤س - ٨ = ٠$

$س = ٢$

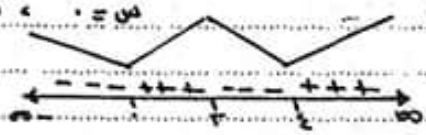
$ق(س) = ٠$

$٣\sqrt{س^٢ - ٤س} = ٠$

$س^٢ - ٤س = ٠$

$س(س - ٤) = ٠$

$س = ٠$ ، $س = ٤$



١) متزايد $[٠، ٢]$ ، $[٤، \infty)$

متناقص $(-\infty، ٠]$ ، $[٢، ٤]$

٢) $ق(٠)$ صغرى $= ٥$ حطفة

$ق(٢)$ عظمى $= \sqrt{١٦} + ٥$ محليه حطفة

$ق(٤)$ صغرى $= ٥$ حطفة

١٠ $ق'(س) = -٣جاس - جتا٣س$

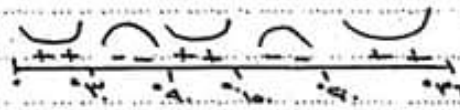
$ق''(س) = -٣جتاس + جا(٣س) \times ٣$

$ق''(س) = ٠$

$-٣جتاس + ٣جاس \times جتاس \times ٢ = ٠$

$-٣جتاس (١ - ٢جاس) = ٠$

$-٣جتاس = ٠$	$١ - ٢جاس = ٠$
$جتاس = ٠$	$جاس = \frac{١}{٢}$
$س = ٩٠°، ٢٧٠°$	$س = ٣٠°، ١٥٠°$



نقاط الانعطاف : $(٣٠°، ق(٣٠°))$

$(٩٠°، ق(٩٠°))$

$(١٥٠°، ق(١٥٠°))$

$(٢٧٠°، ق(٢٧٠°))$

السؤال السابع :

١١ الحجم $= \pi نق^٢ ع$

$ع = ٨ - س^٢ - ص$

$ع = \pi س^٢ \times ص$

$ع = \pi س^٢ \times \frac{٣٠٠ - س^٢}{\pi س}$

$ع = ٣٠٠ س - \pi س^٣$

$ع = ٣٠٠ \pi - ٣ \pi س^٢ = ٠$

$-٣ \pi س^٢ = -٣٠٠ \pi$

$س^٢ = ١٠٠$

$س = ١٠$

الحجم $= ع = ٣٠٠ \pi (١٠) - \pi (١٠)^٣$

المساحه الجانبة + مساحه الدائرتين $= ٦٠٠ \pi$

$٢ \pi نق ع + ٢ \pi نق^٢ = ٦٠٠ \pi$

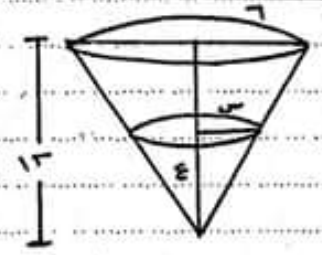
$٢٠ \pi س ص + ٢ \pi س^٢ = ٦٠٠ \pi$ (٣ نقط)

$س ص + س^٢ = ٣٠٠$

$س ص = ٣٠٠ - س^٢$

$ص = \frac{٣٠٠ - س^٢}{س}$

١٢



المساحة $= \pi نق^٢$

$م = \pi س^٢$

السؤال الثامن :

١١ ← صح

$ق'(س) = ٠$ ← $٣س - ٣ = ٠$ ← $س = ١$

$س + ٣ = ٠$ ← $س = -٣$ مرفوض

الحرجة $\{١\}$ (ب)

١٢ المطلوب هو نهاية $\frac{ق(س) - ٠}{س - ٣}$ ← نشتق البسط والمقام

$= \frac{ق'(٣)}{-٣}$

لكن العمودي $ق'(٣) = \frac{-١}{ظا ١٣٥°} = \frac{-١}{-١} = ١$

المطلوب $= \frac{١}{-٣}$ (ج)

١٣ $ت = م \times \frac{ع}{٣ \pi ن}$

$٨ = م \times \frac{م^٢ \pi ن}{٣ \pi ن}$

$٨ = \frac{م^٣}{٣}$

$١٦ = م^٢$

$م = ٤$ ، -٤ مرفوض

(ب)

١٤ $حتا \frac{ص}{٢} = ٣$

$ج = \frac{٤}{٣} \pi نق^٢ \times ٤$

$ج = \frac{٣٢}{٣} \pi س^٢ \times ٤$ ← من التشابه $\frac{٦}{س} = \frac{١٢}{ع}$

$ع = ٢س$

$ج = \frac{٣٢}{٣} \pi س^٣$

عندما $ع = ٣$ ← $س = ١$

$\frac{دج}{دن} = ٣٢ \pi س^٢ \times \frac{دس}{دن}$

$٣ = ٣٢ \pi \times \frac{دس}{دن}$ ← $\frac{دس}{دن} = \frac{٣}{٣٢ \pi}$

$\frac{دم}{دن} = ٤ \pi نق \times \frac{دنق}{دن}$

$= ٤ \pi \times ١ \times \frac{٣}{٣٢ \pi}$

$= ٣$

٤) $ق(س) = س - ١ - (-س)$

$ق'(س) = ٢س - ١$

$ق'(س) = ٣$ (د)

٥) $\frac{ص}{ن} = ٣ن^{٢} + ٣$

$\frac{ص}{س^{٤}} = \frac{ص}{ن^{٤}} \times \frac{ن^{٤}}{س^{٤}}$

$= (٣ن^{٢} + ٣) \times \frac{١}{٤}$

$\frac{ص}{س^{٤}} = (٣ن^{٢} + ٣) \times \frac{١}{٤}$ ، $\frac{ص}{ن} = ٦ \leftarrow \frac{ص}{س^{٤}} = \frac{١}{٤}$

$= ٣ \times \frac{١}{٤}$

$= \frac{١}{٤}$ (ج)

٦) $\lim_{س \to ٣} \frac{س \times ق(س) - ٣ق(س)}{س^{٢} - ٩}$

$= \frac{٣ \times ق(٣) - ق(٣)}{٩}$

$= \frac{٣-٣}{٩} = \frac{١}{٩}$ (ب)

٧) $\frac{ل(٣) - ل(-٣)}{٣+٣} = \frac{ص\Delta}{س\Delta}$ ، $\frac{ق(٣) - ق(-٣)}{٣+٣} = \frac{ص\Delta}{س\Delta}$

$= \frac{ق(٣) - ق(-٣)}{٦}$ ، $٨ = \frac{ق(٣) - ق(-٣)}{٤}$

$= ق(٣) - ق(-٣)$ ، $٣٢ = ق(٣) - ق(-٣)$

$= ٣٢$ (ج)

١٨) $[٢، ٠]$ (د)

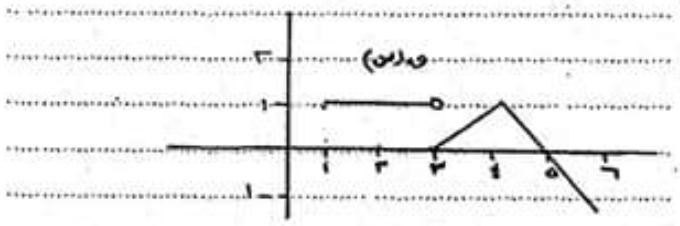
١٩) ٣ (ب)

١٠) ٩ (د)

إعداد : احمد عرابي

أسئلة ضع دائرة (الفصل الأول)

الشكل المجاور يمثل منحنى و(س) المعرف على الفترة [٠، ٦] أجب عن الفقرات ١، ٢، ٣



١) حد نهـا (س-١) و(س) = س٢ - س + ٣
س ← ٥

أ) -١٨ ب) ٢٤ ج) -٢٣ د) -٢٥

٢) ما هي قيم م حيث نهـا و(س) = ١
س ← م-

أ) (١، ٣) ب) (١، ٣) ∪ {٤} ج) [١، ٣) ∪ {٤} د) (١، ٣] ∪ {٤}

٣) حد نهـا ٣س٢ - و(س+١)
س ← ٢

أ) ١١ ب) ١٣ ج) ٨ د) ٧

٤) نهـا [٨-٣س] + [٣س-٣]
س ← ٢-

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) غير موجودة

٥) اذا كان و(س) = { ٢س+١ ، س ≤ ٣ ; [١٠-٣س] ، س > ٣ } فإن نهـا و(س) =
س ← ٣+

أ) ٦ ب) ٥ ج) ٤ د) غير موجودة

٦) اذا علمت أن نهـا [٣س-١] = ٣ فما هي قيم ب
س ← ب

أ) [٨، ١٠) ب) (٨، ١٠] ج) (٨، ١٠) د) [٨، ١٠]

٧) اذا كان و اقتران كثير حدود و كانت نهـا و(س)/س = ٣ جد نهـا و٢(س)/س
س ← ٣ س ← ٢

أ) ٩ ب) ١٨ ج) ٦ د) ٣٦

٨) اذا كان و(س) = (س٣ + (م+١٣)س + م٢) / (س - ٣) ، جد قيمة م التي تجعل نهـا و(س) موجودة
س ← ٣

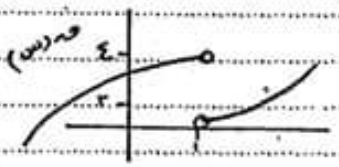
أ) ٣ ب) -٣ ج) -١٣ د) -١٠

إعداد : احمد عرابي

٩) $\lim_{س \to 0} \frac{جا(\pi ٢ + ٣س)}{٣س}$ =

أ) $\frac{٢}{٣\pi}$ ب) $\frac{٣}{٢\pi}$ ج) $\frac{-٢}{٣}$ د) $\frac{٥}{٣}$

١٠) اعتمد على الشكل لايجاد $\lim_{س \to ٣} [س] \times ه(س)$



أ) ٣ ب) ٤ ج) صفر د) غير موجودة

١١) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - جا(\frac{\pi}{٢} - ٣س)}{س}$

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) صفر ج) $\frac{-١}{٣}$ د) $\frac{٤}{٣}$

١٢) $ه(س) = \begin{cases} \frac{ظا ٣س^{٢}}{س} & ، س < ٠ \\ ٣س + ٣ - ٣ & ، س > ٠ \end{cases}$ ما هي قيم م حيث $\lim_{س \to 0}$ ه(س) موجودة

أ) -١ ب) ٣ ج) -٣ د) ١

١٣) اذا كان $ه(س) = \begin{cases} |س| & ، -١ \le س < ٢ \\ [س + ٢] & ، ٢ \le س \le ٣ \end{cases}$ فإن قيم س التي يكون عندها ه(س) غير متصل هي :

أ) $\{-١، ٠، ٢\}$ ب) $\{٢، ٣\}$ ج) $\{٢\}$ د) $\{٣\}$

١٤) اذا كان $ه(س) = \begin{cases} \frac{جا \pi س}{س^{٢} - ١} & ، س \neq ١ \\ ٣س + \frac{\pi}{٢} & ، س = ١ \end{cases}$ ما قيمة الثابت م التي تجعل ه متصل عند س = ١

أ) -٨ ب) $\frac{-\pi}{٢}$ ج) صفر د) $\frac{٨}{٣}$

١٥) اذا كان ه متصل عند س = ٢ وكانت $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ه(س) = ٥ فإن $\lim_{س \to ٢}$ ه(س) - [س - $\frac{١}{٢}$] =

أ) ٣ ب) ٥,٥ ج) ٤ د) ٢,٥

١٦) اذا كان $ه(س) = \begin{cases} [س] + ب & ، ١ \le س < ٢ \\ \frac{١٠}{س} & ، ٢ \le س \le ٣ \end{cases}$ فما قيمة الثابت ب التي تجعل ه متصل عند س = ٢

أ) -١ ب) -٤ ج) ٣ د) ٤

١٧) $\lim_{س \to 0} \frac{٥س}{س + ظا(\pi - ٣س)}$ =

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) $\frac{١}{٣}$ د) -١

١٨) نهـا $\frac{1 - \text{جتا}^2 س}{س^2 \text{ظا}^2 س}$ = $\lim_{س \to 0}$

أ) $\frac{1}{2}$ ب) صفر ج) ١ د) $\frac{1}{9}$

١٩) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} [س] + 2 & ، س \geq 2 \\ 2س & ، س < 2 \end{cases}$ حد فقط م التي تجعل ق متصل عند س = ٢

أ) -١ ب) ١ ج) ٣ د) -٣

٢٠) نهـا $\frac{\text{ظا} 6س}{س^2 + 2س}$ = ٣ ، ما قيمة م

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٣ د) ١

٢١) اذا كان منحنى ق(س) يمر بالنقطة (٢،٣) وكان ميل المماس عند تلك النقطة يصنع زاويه قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات حد نهـا $\frac{ق(س) - 3}{س^2 - 3س}$ $\lim_{س \to 2}$

أ) ١ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $-\frac{1}{2}$ د) $-\frac{1}{3}$

٢٢) اذا كان ق(٣س - ١) = $\frac{1}{س^2} - \frac{ك}{س}$ حد ق(٥)

أ) $\frac{1}{4}$ ب) $-\frac{1}{4}$ ج) $\frac{1}{13}$ د) $-\frac{1}{12}$

٢٣) اذا كان ق(س) = $\frac{|س^2 - 3| [\frac{1}{2} - س]}{س - 1}$ حد ق(٢)

أ) -٣ ب) ٣ ج) $\frac{1}{2}$ د) $-\frac{1}{2}$

٢٤) اذا كانا ق(س) = $س + \frac{م}{س}$ وكانت نهـا $\frac{ق(2) - ق(2 - 3هـ)}{هـ}$ = ٤ فما هي قيمه م

أ) $-\frac{1}{4}$ ب) -٤ ج) $\frac{1}{4}$ د) ٤

٢٥) اذا علمت أن هَ(١) = ٩ ، ق(١) = ٥ ، حد نهـا $\frac{س ق(س) - 5}{س^2 - 1}$ $\lim_{س \to 1}$

أ) ١٤ ب) ٧ ج) ٢٨ د) -١

٢٦) اذا كان س = ظا ص فإن $\frac{د^2 ص}{د س^2}$ $\Big|_{س=2}$ =

أ) $-\frac{4}{25}$ ب) $\frac{25}{4}$ ج) $\frac{1}{5}$ د) $-\frac{1}{5}$

٢٧) اذا كان المماس لمنحنى العلاقة (-٤، و(-٤)) ، (١، و(١)) وكان ميل العمودي على المماس يساوي $-\frac{1}{2}$ ، و(١) = ٣ جـ و(-٤)

أ) ١١ ب) -١٣ جـ) -١١ د) ١٣

٢٨) اذا كان المنحنى في و(س) يساوي $٨هـ^{٢س} + ٣هـ^{س^{٢}} + هـ^{٣س}$ ، جـ و(٠)

أ) صفر ب) ٩ جـ) ١٣ د) ٦

٢٩) اذا كان و(س) = $\frac{س + ٥}{٦ - ٢س}$ ، جـ وَ(٣)

أ) -٤ ب) ٤ جـ) $-\frac{1}{2}$ د) ٣

٣٠) اذا كان و(س) = $\frac{ل(س)}{س^{٢} + ١}$ وكان ل(٣) = -٥ ، وَ(٣) = ٢ جـ ل(٣)

أ) ١٣ ب) ١١ جـ) ٤ د) -٥

٣١) اذا كان هـ(س) = $\frac{[٣س + ١]}{ل(س)}$ ، هـ($\frac{1}{2}$) = ٣ ، هَ($\frac{1}{2}$) = -١ جـ ل'($\frac{1}{2}$)

أ) $\frac{1}{4}$ ب) $-\frac{1}{4}$ جـ) $-\frac{1}{9}$ د) $\frac{1}{9}$

٣٢) اذا كان و(س) = [س + ٧] - [س] + |٣س| جـ وَ(-٣)

أ) ٣ ب) ١٣ جـ) -٣ د) غير موجودة

٣٣) اذا كان و(س) = س × [٣ - $\frac{س}{٣}$] جـ وَ(٣)

أ) صفر ب) ١ جـ) ٣ د) غير موجودة

٣٤) اذا كان و(س) = س + [س + ٢٫٥] - |س| جـ وَ(-١)

أ) صفر ب) -١ جـ) ٣ د) غير موجودة

٣٥) اذا كان و(س) = $س^{٣}$ ، هـ(١) = -١ ، هَ(١) = ٣ ، جـ (وَ ∘ هـ)'(١)

أ) ١٣ ب) -٣ جـ) صفر د) ٦

٣٦) اذا كان و(س) كثير حدود وكان و(١) = ٥ ، فَ(١) = -١ ، جـ (وَ٣)'(١)

أ) -١ ب) ١٠ جـ) صفر د) -٣

٣٧) و(س٢) = ٥س٣ + ٣٢س حيث س > ٠ ، وكانت و`(٩) = ٢ ، جد قيمه الثابت أ

أ) ٩ ب) ٩٠ ج) ٣ د) −٣

٣٨) اذا كان و(س) = جاس ، هـ(س) = ٣س ، جد : (هـ ○ و)`(π/٢)

أ) ١ ب) ٩/٢ ج) ٣√٢/٢ د) ٣√٢

٣٩) اذا كان و(س) = س٢ × أس−١ وكان هـ(٣) = ٤ ، هـ(٢) = −١ فما قيمه (و ○ هـ)`(٢)

أ) −٢٨ ب) ٢٨ ج) ٧ د) −١

٤٠) اذا كان ص = ظا ن ، دن/دس = ١٢ جد دص/دس عندما ن = π/٦

أ) ٤/٣ ب) ٨ ج) ٤٨ د) ١٦

٤١) اذا كان س٤ + ٣س٢ ص٣ = ٩ جد دص/دس عند (٢،١)

أ) ٥/٣ ب) −٥/٣ ج) ٣ د) −٣

٤٢) اذا كان و(س) = س٣ ، هـ(س) = ب/س وكان (و ○ هـ)`(٣) = ٥/٢٧ فما قيمه ب

أ) ٢٧ ب) −٣ ج) −٨ د) ٣

٤٣) اذا كان ص = ن٢ + ٣ن ، دص/دن = ٦ جد | د٢ص/دس٢ | ن=٣

أ) ١/٦ ب) ١/٣ ج) ٣ د) ٦

٤٤) اذا كان و(س) = ٢س٢ + ٤س وكانت نهـا (و(س٣) − و(٩))/(س − ٣) = ٦ فما قيمه أ

س→٣

أ) −١/٩ ب) ٧/٣ ج) ٢/٩ د) ٦

٤٥) تتحرك نقطه على خط مستقيم بحيث أن المسافه ف بالامتار التي تقطعها في زمن قدره (ن) ثانيه هي ف(ن) = ٦ن٢ − ن٣ + ١٣ فإن المسافة ف عندما يصبح التسارع صفر هي :

أ) ٤١٣ ب) ٣١٨ ج) ٣٢٩ د) ٣٤٤

٤٦) اذا كان و(س) = ٣√س٢ ، س ∈ (−١،١) فإن النقطه الحرجه للاقتران و(س) هي

أ) (−١،١) ب) (١،١) ج) (٠،٠) د) (١،٠)

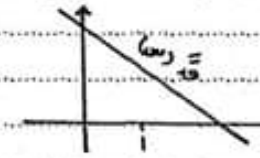
٤٧) اذا كان ق(س) = ٢س³ + ٦(م - ٢)س² فما هي قيم م التي تجعل ق متقعراً للاسفل

أ) (-∞، ٢) ب) (-∞، -٣) ج) (٣، ∞) د) (-∞، ٢]

٤٨) اذا كان ق(س) = جتاس - جاس س ∈ [٠، π] فما قيمه س التي يكون للاقتران عندها قيمه صغرى مطلقه

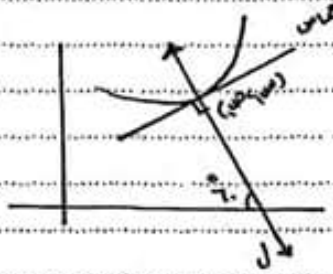
أ) ٠ ب) π/٤ ج) π/٢ د) ٣π/٤

٤٩) الشكل المجاور يمثل منحنى ق'(س) للاقتران ق المعرف على ح اذا كان للاقتران ق نقطه حرجة عند (١، ق(١)) فإن ق(١) تمثل قيمه



أ) عظمى محلية ب) عظمى مطلقه ج) صغرى محليه د) صغرى مطلقه

٥٠) في الشكل المجاور المستقيم (ل) عمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند النقطه (س، ص) فما قيمه ق'(س)



أ) √٣ ب) -√٣ ج) ١/√٣ د) -١/√٣

٥١) اذا كان المستقيم ٣ص + ٣س = ٧ يمثل معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند س = ١ وكان ل(س) = ٦س × ق(س) فإن ل'(١)

أ) -٩ ب) ٤ ج) ٣ د) ١٦

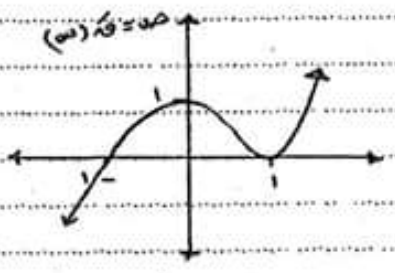
٥٢) اذا كانت ٣ع = ف³ حيث ع السرعة ، ف المسافة أوجد المتاره ت عندما ع = ٣

أ) ٣م/ث³ ب) ٢م/ث² ج) ٩م/ث² د) ١/٢ م/ث²

٥٣) ليكن ق(س) = س³ فإن الفترة التي يكون فيها ق(س) مقعرا للاسفل هي

أ) (-∞، ٠] ب) [٠، ∞) ج) (-∞، ∞) د) ∅

٥٤) الشكل المجاور يمثل منحنى ق'(س) فإن مجالات التزايد للاقتران ق(س)



أ) (-∞، -١] ب) [-١، ∞) ج) [١، ∞) د) [-١، ١]

٥٥) اذا كان و متصل وقابل للاشتقاق على ح وكان: و'(س١) > و'(س٢) لكل س١ ، س٢ ∈ ح

حيث س١ < س٢ ∈ ح فإن :

أ) و(س) متزايداً على ح ب) و(س) متناقصاً على ح

ج) و(س) مقعراً للأعلى على ح د) و(س) مقعراً للأسفل على ح

٥٦) اذا كان و(س) = حتاس - ٢س٢ وكان له نقطة انحطاف عند س = $\frac{\pi}{3}$

فإن قيمة الثابت أ هي :

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $-\frac{1}{4}$ ج) $\frac{1}{4}$ د) -١

٥٧) اذا كان و(س) = $س^{\frac{1}{2}} - س$ فإن حـ مقعر للأسفل في الفترة

أ) [٠ ، ∞) ب) (-∞ ، ٠] ج) [١ ، ∞) د) (-∞ ، ∞)

٥٨) اذا كان للاقتران و(س) = س٣ - ٣س + جـ نقطة حرجة قيمتها تساوي ٤

فإن قيمة الثابت جـ هي :-

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٤ د) ١

١) جـ
٢) د
٣) ب
٤) ب
٥) ب
٦) جـ
٧) ب
٨) ج
٩) م
١٠) جـ
١١) ب
١٢) د
١٣) ب
١٤) م
١٥) جـ
١٦) د
١٧) د
١٨) م
١٩) جـ
٢٠) جـ

٢١) جـ
٢٢) جـ
٢٣) م
٢٤) ب
٢٥) ب
٢٦) م
٢٧) جـ
٢٨) جـ
٢٩) ب
٣٠) ب
٣١) م
٣٢) جـ
٣٣) د
٣٤) جـ
٣٥) جـ
٣٦) م
٣٧) ب
٣٨) ج
٣٩) م
٤٠) د

٤١) ب
٤٢) ب
٤٣) م
٤٤) م
٤٥) جـ
٤٦) جـ
٤٧) د
٤٨) د
٤٩) جـ
٥٠) جـ
٥١) د
٥٢) جـ
٥٣) جـ
٥٤) ب
٥٥) د
٥٦) ب
٥٧) م
٥٨) ب

إعداد : احمد عرابي

أسئلة عامة على المعدلات

١ أ ب ج مثلث قائم الزاوية ، اذا كان طول الضلعين المجاورين للزاويه القائمة في اللحظة ن هما ص ، س على التوالي و معدل ازدياد س هو ٤ سم/ث و معدل تناقص ص هو ٠,٢٥ سم/ث حيث سرعة تغير الزاوية أ ب ج في اللحظة التي يتساوى فيها الضلعان س ، ص .

حيث س = ٣ سم

• الحل :

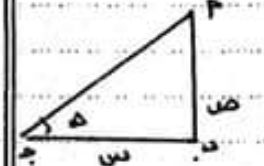
ظا هـ = $\frac{ص}{س}$

$\frac{د هـ}{د ن} = \frac{س \times \frac{د ص}{د ن} - ص \times \frac{د س}{د ن}}{س^2}$

$\frac{د هـ}{د ن} = \frac{٣ \times -٠,٢٥ - ٣ \times ٤}{٩}$

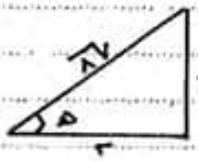
$\frac{د هـ}{د ن} = \frac{-٣,٧٥}{٩}$

$\frac{د هـ}{د ن} = -٠,٤١٦$



$\frac{د س}{د ن} = ١$

$\frac{د ص}{د ن} = -٠,٢٥$



هـ = ٤٥°

ظا هـ = ١

٢ مستطيل طوله يزداد بمعدل ٣سم/ث و يتناقص عرضه وتبقى المساحة ثابتة دائماً = ٥٠ سم^2 جد معدل التغير في محيطه عندما يكون طوله ٥ سم

• الحل :

المحيط = ٢س + ٢ص

م = ٢س + ٢ص

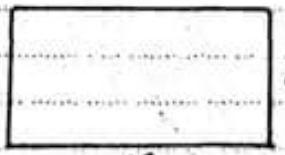
م = ٢س + $\frac{١٠٠}{س}$

$\frac{د م}{د ن} = ٢ \frac{د س}{د ن} + -١٠٠ \frac{\frac{د س}{د ن}}{س^2}$

$= ٤ - \frac{٣٠٠}{٢٥}$

$= ٤ - ٨$

$= -٤$



المساعدة من السؤال

المساحة = س × ص

٥٠ = س ص

$ص = \frac{٥٠}{س}$

$\frac{د ص}{د ن} = ٢$

س = ٥

٣ أسطوانه دائرية قائمة مصنوعة من المعدن ارتفاعها = $\frac{٣}{٢}$ طول قطر قاعدتها ، اذا كان الارتفاع يزداد بمعدل ٤سم/ث ، جد معدل التغير في حجم الاسطوانة عندما ارتفاعها = ٧سم

• الحل :

حجم الاسطوانه = π نق^2 ع

ح = π س^2 ع

ح = $\pi (\frac{ع}{٣})^2$ ع

ح = $\frac{\pi}{٩}$ ع^3

$\frac{د ح}{د ن} = \frac{\pi}{٣} ع^2 \frac{د ع}{د ن}$

$= \frac{\pi}{٣} \times ٤٩ \times ١$

$= \frac{٤٩}{٣} \pi$

المساعدة من السؤال

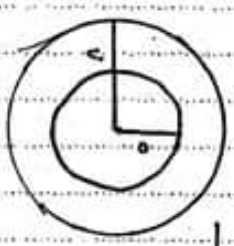
ع = $\frac{٣}{٢}$ × ٣س

ع = ٣س

$\frac{ع}{٣} = س$

٤ دائرتان متحدتان في المركز ، طولا نصف قطريهما ٥ سم ، ٣سم ، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٣سم/د ، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تصغر بحيث طول نصف قطرها يتعدل ١سم/د ، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظه التي تنطبق الدائرتين على بعضهما

• الحل :



نق$_1$ = ٥ + س

نق$_2$ = ٣ - ص

المساحه = π نق$_1^2$ - π نق$_2^2$

م = $\pi (٣ - ص)^2 - \pi (٥ + س)^2$

$\frac{د م}{د ن} = \pi ٢ (٣ - ص)(-\frac{د ص}{د ن}) - \pi ٢ (٥ + س)(\frac{د س}{د ن})$

$\frac{د س}{د ن} = ٣$

$\frac{د ص}{د ن} = -١$

فيد س ، ص

فيد الزمن (ن)

عندما تنطبق الدائرتان

م = $\pi ٢ (٣ - ٥)(-١) - \pi ٢ (٥ + ١٠)(٣)$

$= -\pi ٩٠$

المساحه = السرعه × الزمن

س = ٣ × ن = ٣ن

ص = ١ × ن = ن

٣ - ص = ٥ + س

٣ - ن = ٥ + ٣ن

-٢ن = ٢

ن = ١ ثوان

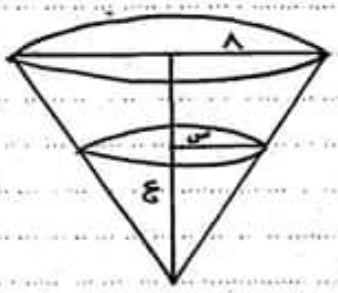
∴ س = ٣ ، ص = ١

إعداد : احمد عرابي

أسئلة عامة على تطبيقات التكامل المحدود

١٥ قمع على شكل مخروط دائري قائم قاعدته للأعلى فإذا كان ارتفاع القمع ١٦ سم وطول نصف قطر قاعدته ٨ سم ، صُب فيه سائل بمعدل ١٣ سم^{٣}/ث ، جد معدل التغير في مساحة سطح السائل في القمع عندما يكون ارتفاع السائل ٨ سم

• الحل :



مساحة سطح الماء = دائرة = π نق^{٢}

$م = \pi س^{٢}$

$\frac{دم}{دن} = \pi ٢ س \frac{دس}{دن}$

$\frac{دح}{دن} = ١٣$ ← سرعة الحجم

الحجم = $\frac{\pi}{٣}$ نق^{٢} × ع

$ح = \frac{\pi}{٣} س^{٢} \times ع$

من التشابه

$\frac{٨}{س} = \frac{١٦}{ع}$

$٨ع = ١٦ س$

$ع = ٢ س$

$ح = \frac{\pi}{٣} س^{٢} \times ٢ س$

$ح = \frac{٢\pi}{٣} س^{٣}$

$\frac{دح}{دن} = ٢\pi س^{٢} \frac{دس}{دن}$

(عندما ع = ٨ ← س = ٤)

$١٣ = ٣٢\pi \frac{دس}{دن}$

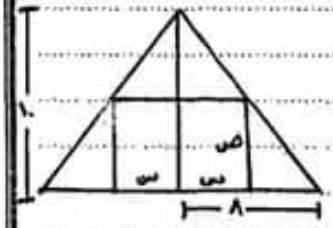
$\frac{دس}{دن} = \frac{١٣}{٣٢\pi}$

$\therefore \frac{دم}{دن} = ٢\pi \times ٤ \times \frac{١٣}{٣٢\pi}$

$= ٣$

١١ أوجد أكبر مساحة مستطيل مرسوم داخل مثلث متساوي الساقين ارتفاعه ١٠ سم وطول قاعدته ١٦ سم ؟

• الحل :



المساحة = الطول × العرض

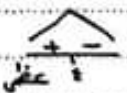
$م = ٢س \times ص$

$م = ٢س (١٠ - \frac{٥}{٤} س)$

$م = ٢٠س - \frac{٥}{٢} س^{٢}$

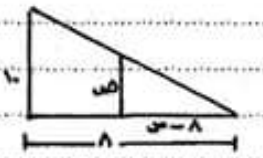
$م' = ٢٠ - ٥س = ٠$

$س = ٤$



$م = ٢٠(٤) - \frac{٥}{٢} (٤)^{٢}$

المساعدة (تشابه)



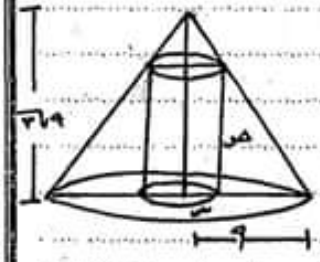
$\frac{١٠}{ص} = \frac{٨}{٨ - س}$

$٨٠ - ١٠س = ٨ص$

$ص = ١٠ - \frac{٥}{٤} س$

١٤ أوجد أكبر حجم لاسطوانة يمكن وضعها داخل مخروط قاعدتها على قاعدة المخروط بنصف قطر قاعدته ٩ سم وارتفاعه $\sqrt{٣٦٩}$

• الحل :



$ح = س^{٢} \pi ص$

$ح = س^{٢} \pi (\sqrt{٣٦٩} - \sqrt{٣٦٩} س)$

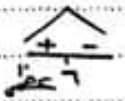
$ح = \sqrt{٣٦٩} \pi س^{٢} - \sqrt{٣٦٩} \pi س^{٣}$

$ح' = ٢\sqrt{٣٦٩} \pi س - ٣\sqrt{٣٦٩} \pi س^{٢} = ٠$

$س (٢\sqrt{٣٦٩} \pi - ٣\sqrt{٣٦٩} \pi س) = ٠$

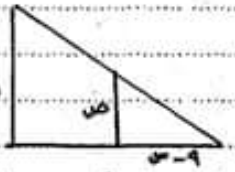
$س = ٠$ (تهمل)

$س = ٦$



$\therefore ح = \frac{١}{٣} \pi (٦)^{٢} \sqrt{٣٦٩} - \frac{١}{٣} \pi (٦)^{٣}$

المساعدة (تشابه)



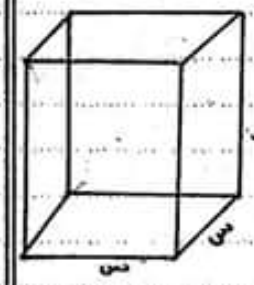
$\frac{\sqrt{٣٦٩}}{ص} = \frac{٩}{٩ - س}$

$ص = \sqrt{٣٦٩} - \sqrt{٣٦٩} س$

إعداد : أحمد عرابي

١٣ متوازي مستطيلات «موشور» قاعدته مربعة الشكل ومجموع طول أحرفه يساوي ٦٠٠ سم. جد ابعاد المتوازي التي تجعل حجمه اكبر ما يمكن

• الحل:



الحجم = الطول × العرض × الارتفاع

ح = س × س × ص

ح = س٢ ص

ح = س٢ (١٥٠ - ٣س)

ح = ١٥٠ س٢ - ٣س٣

ح' = ٣٠٠ س - ٦ س٢ = ٠

٦ س (٥٠ - س) = ٠

٦ س = ٠ ، ٥٠ - س = ٠

س = ٠ تهمل ، س = ٥٠

مجموع الحرف = ٦٠٠

٤ ص + ٨ س = ٦٠٠

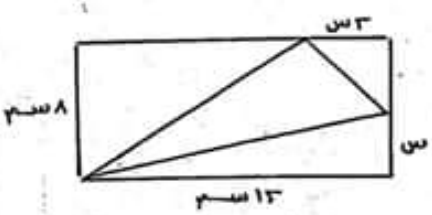
٤ ص = ٦٠٠ - ٨ س

ص = ١٥٠ - ٢ س

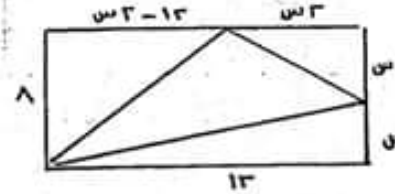
ص = ١٥٠ - ١٠٠

ص = ٥٠

١٤ من الشكل المجاور جد قيمة س حتى تكون مساحة المثلث المظلل أكبر ما يمكن ؟!



• الحل:



المساحة = مساحة المستطيل - مساحة ٣ مثلثات

م = ٨ × ١٣ - (½ × ١٣ × س + ½ × ٣س (٨ - س) + ½ × ٨ (١٣ - ٣س))

م = ٩٦ - (٦س + ٨س - س٢ + ٤٨ - ٨س)

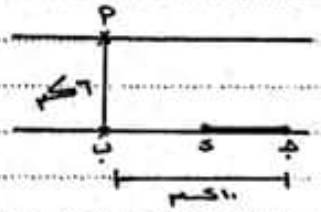
م = ٩٦ - (٦س - س٢ + ٤٨)

م = س٢ - ٦س + ٤٨

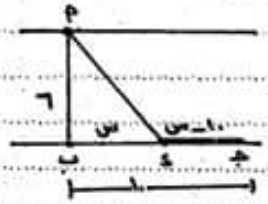
م' = ٢س - ٦

س = ٣

١٥ على ضفة نهر وقف رجل عند م يريد الوصول إلى (ب) على الضفة الثانية مروراً بـ (ك)، سرعة الرجل في النهر ٣كم/ساعة وفي البر ٥كم/ساعة حدد موقع (ك) حتى يصل في اقل وقت كما في الشكل



• الحل:



الزمن = المسافة / السرعة

$ن = \frac{م ك}{٥} + \frac{ك جـ}{٣}$

$ن = \frac{\sqrt{٣٦ + س^٢}}{٥} + \frac{١٠ - س}{٣}$

$ن' = \frac{٣س}{٥\sqrt{٣٦ + س^٢}} + \frac{-١}{٣} = ٠$

(م ك)٢ = ٣٦ + س٢

م ك = $\sqrt{٣٦ + س^٢}$

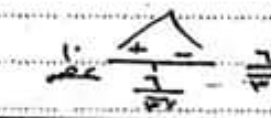
$\frac{س}{\sqrt{٣٦ + س^٢}} = \frac{٥}{٣}$

٣س = $٥\sqrt{٣٦ + س^٢}$

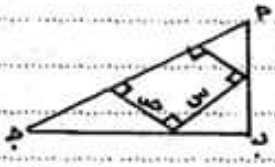
٩س٢ = ٢٥ (٣٦ + س٢)

٩س٢ = ٩٠٠ + ٢٥ س٢

١٦ س٢ = ٩٠٠ ← س٢ = ٥٦.٢٥ ∴ س = ٧.٥

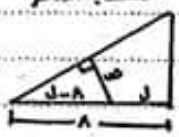


١٦ من الشكل مثلث م ب جـ قائم الزاوية فيه م ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، م جـ = ١٠سم جد ابعاد المستطيل التي تجعل مساحته اكبر ما يمكن



• الحل:

التشابه	التشابه الاكبر
المساحة = الطول × العرض	
م = س × ص	
$\frac{٨}{ل} = \frac{١٠}{س}$	$\frac{٦}{ص} = \frac{١٠}{٨ - ل}$
	١٠ ص = ٦ (٨ - ل)
	$\frac{١٠}{٦}$ ص = ٨ - ل
	ل = ٨ - $\frac{١٠}{٦}$ ص



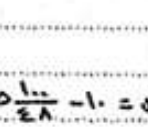
$\frac{٨}{٨ - \frac{١٠}{٦} ص} = \frac{١٠}{س}$ ∴

٨ س = ٨٠ - $\frac{١٠٠}{٦}$ ص ← س = ١٠ - $\frac{١٠٠}{٤٨}$ ص

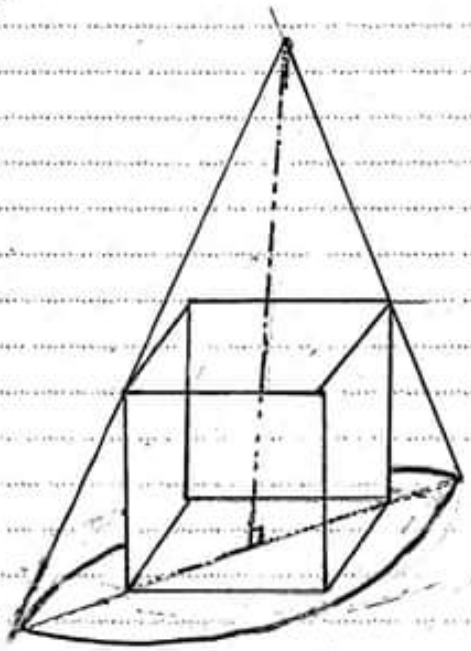
م = ص (١٠ - $\frac{١٠٠}{٤٨}$ ص)

= ١٠ ص - $\frac{١٠٠}{٤٨}$ ص٢

م' = ١٠ - $\frac{٢٠٠}{٤٨}$ ص = ٠



ص = $\frac{١٢}{٥}$ ← ∴ س = ٤



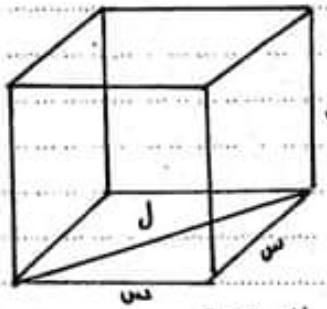
٧ جد أكبر حجم لمونشور رباعي قائم قاعدته مربعه المشكل يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم طول نق القاعدة للمخروط ٦سم والارتفاع ١٣سم

• الحل:

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع

ح = س × س × ص

ح = س^{٢} × ص

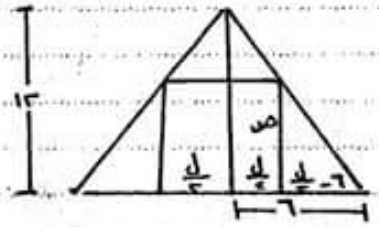


المساعدة

ل^{٢} = س^{٢} + س^{٢}

ل^{٢} = ٢ س^{٢}

ل = $\sqrt{٢}$ س



تشابه :

$\frac{١٣}{ص} = \frac{٦}{٦ - \frac{ل}{٢}}$

٦ص = ١٣ (٦ - $\frac{ل}{٢}$)

ص = ١٣ - ل

∴ ص = ١٣ - $\sqrt{٢}$ س

ح = س^{٢} × (١٣ - $\sqrt{٢}$ س)

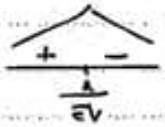
ح = ١٣ س^{٢} - $\sqrt{٢}$ س^{٣}

ح$'$ = ٢٦ س - ٣ $\sqrt{٢}$ س^{٢} = ٠

س (٨ - $\sqrt{٢}$ س) = ٠

س = ٠ ← س = ٠ تهمل

٨ - $\sqrt{٢}$ س = ٠ ← س = $\frac{٨}{\sqrt{٢}}$



∴ ح = ١٣ $(\frac{٨}{\sqrt{٢}})^{٢}$ - $\sqrt{٢}$ $(\frac{٨}{\sqrt{٢}})^{٣}$