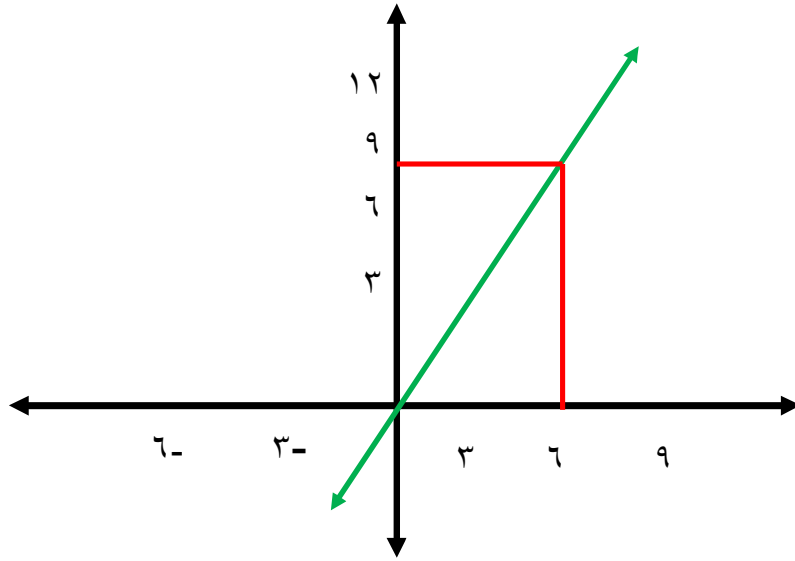
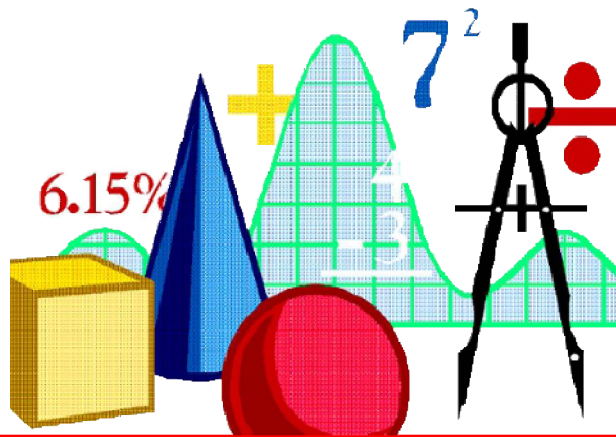


أوراق عمل في الأسس النسبية



الأستاذ :

يزن القريوتي



الأسس النسبية

تستخدم الأسس في كثير من المجالات ، حيث تساعد في تسهيل الحسابات المتعلقة بكثير من المواضيع ، مثل علم الفلك ، والازدحام بين الكواكب وبعدها عن الأرض وعلم الأحياء الدقيقة وحساب سرعة الضوء ، وغيرها

قوانين الأسس

إذا كان a, n أعدادا نسبية ، فإن :

$$(1) \quad a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(2) \quad a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(3) \quad (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$(4) \quad (a \div b)^n = a^n \div b^n$$

$$(5) \quad (a^m)^n = a^{m \times n} = (a^n)^m$$

$$(6) \quad a^0 = 1$$

$$(7) \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

تذكر

ص : مجموعة الأعداد الصحيحة

ط : مجموعة الأعداد الطبيعية

ن : مجموعة الأعداد النسبية

ح : مجموعة الأعداد الحقيقية

إعداد الأستاذ : يزن القريوتي

$$^2_6 (1)$$

$$^0(3-)(2)$$

$$^{\xi-} 0 (3)$$

$$^3-(2-)(2)$$

$$^2\left(\frac{1}{2}\right) (0)$$

$$^3\left(\frac{2-}{7}\right) (1)$$

الحل

$$36 = 6 \times 6 = ^2_6 (1)$$

$$243- = 3- \times 3- \times 3- \times 3- \times 3- = ^0(3-)(2)$$

$$\frac{1}{620} = ^{\xi}\left(\frac{1}{0}\right) = ^{\xi-} 0 (3)$$

$$\frac{1-}{8} = \frac{1-}{2} \times \frac{1-}{2} \times \frac{1-}{2} = ^3\left(\frac{1-}{2}\right) = ^3-(2-)(2)$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = ^2\left(\frac{1}{2}\right) (0)$$

$$\frac{8-}{323} = \frac{2-}{7} \times \frac{2-}{7} \times \frac{2-}{7} = ^3\left(\frac{2-}{7}\right) (1)$$

مثال (2) : جد قيمة كل مما يأتي :

$$^6(3)(1)$$

$$^{\xi-}(7)(2)$$

$$^5\left(\frac{1}{0}\right) (3)$$

$$^3\left(\frac{3-}{8}\right) (2)$$

$$^2-\left(\frac{2}{6}\right) (0)$$

$$^{1-}\left(\frac{6-}{8}\right) (1)$$

$$^{\xi-}(2-)(7)$$

$$^3(0-)(8)$$

$$^{\cdot}(178)(9)$$

$$^{\xi}\left(\frac{2-}{3}\right) (10)$$

$$^0\left(\frac{1}{0}\right) (11)$$

$$^2(2)(12)$$

$$^2(6-)(13)$$

$$^3-\left(\frac{7}{9}\right) (12)$$

$$^8_2 (10)$$

الأسس النسبية :

لمعرفة الأسس النسبية إليك الآتي :

(١) مربع العدد $2^2 = 2 \times 2 = 4$ ، و الجذر التربيعي للعدد $4 = \sqrt{4} = 2$

ونكتب $\sqrt{4}$ على صورة $(4)^{\frac{1}{2}}$ وتسمى أسا نسبيا

(٢) مكعب العدد $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ ، و الجذر التربيعي للعدد $64 = \sqrt[3]{64} = 4$

ونكتب $\sqrt[3]{64}$ على صورة $(64)^{\frac{1}{3}}$ وتسمى أسا نسبيا

قاعدة

(١) إذا كان n عددا زوجيا موجبا ، وكانت s عددا حقيقيا موجبا ، فإن : $\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$

(٢) إذا كان n عددا فرديا موجبا ، وكانت s عددا حقيقيا ، فإن : $\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$

سؤال : لماذا يشترط أن يكون s عددا موجبا إذا كان n عددا زوجيا

مثال (٣) : أكتب كلاهما يأتي على صورة أسس نسبية ، ثم جد قيمة كل منها :

$$\sqrt[3]{\frac{1-}{27}} \quad (٤) \quad \sqrt[3]{\frac{4}{16}} \quad (٣) \quad \sqrt[3]{125} \quad (٢) \quad \sqrt[3]{144} \quad (١)$$

الحل

$$١٢ = \sqrt[3]{(144)} = \sqrt[3]{144} \quad (١) \quad ٥ = \sqrt[3]{(125)} = \sqrt[3]{125} \quad (٢)$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{16}\right)} = \sqrt[3]{\frac{4}{16}} \quad (٣) \quad \frac{1-}{3} = \sqrt[3]{\left(\frac{1-}{27}\right)} = \sqrt[3]{\frac{1-}{27}} \quad (٤)$$

مثال (٤) : أكتب كلاهما يأتي على صورة أسس نسبية ، ثم جد قيمة كل منها :

$$\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} \quad (٤) \quad \sqrt[3]{512} \quad (٣) \quad \sqrt[3]{216-} \quad (٢) \quad \sqrt[3]{81} \quad (١)$$

$$\sqrt[3]{\frac{27-}{1331}} \quad (٦) \quad \sqrt[3]{\frac{36}{1000}} \quad (٥) \quad \sqrt[3]{\frac{25}{49}} \quad (٧)$$

الحل

تعلم

نستخدم طريقة التحليل الى العوامل لحساب قيم بعض الأسس النسبية المختلفة

جد قيمة $\frac{1}{4}(625)$

$$\text{الحل : } \frac{1}{4}(625) = \frac{1}{4}(5 \times 5 \times 5 \times 5) = 5$$

مثال (٥) : جد قيمة كل مما يأتي

١ ($\frac{1}{5}(1024)$)

٢ ($\frac{1}{6}(729)$)

٣ ($\frac{1}{3}(512)$)

٤ ($\frac{1}{4}(1296)$)

٥ ($\frac{1}{2}(144)$)

٦ ($\frac{1}{6}(49 \times 49 \times 49)$)

الحل

سؤال (١): صندوق خشب مكعب الشكل طول ضلعه $\sqrt[3]{8}$ سم ، يراد ملؤه بالتراب جد

١ (جد حجم التراب)
٢ (أكتب حجم التراب على شكل الأسس)

سؤال (٢): أرد أحمد ملء صندوق زجاجي مكعب الشكل برمل ملون ، فإذا كان حجم

الرمل الملون = ٨٠٠٠ سم^٣ ، فكم طول حجم الصندوق ؟

قوانين الأسس (١)

مثال (١) : جد قيمة كل مما يأتي :

$$= {}^3 2 \times {}^4 2 \quad (٣)$$

$$= {}^3 2 \quad (٢)$$

$$= {}^4 2 \quad (١)$$

$$= {}^{3-4} 2 \quad (٦)$$

$$= \frac{{}^4 2}{{}^3 2} \quad (٥)$$

$$= {}^7 2 \quad (٤)$$

$$= {}^3 ({}^2 3) \quad (٩)$$

$$= {}^2 ({}^3 3) \quad (٨)$$

$$= {}^3 3 \quad (٧)$$

$$= {}^{3 \times 2} 3 \quad (١٠)$$

هكذا تلاحظ ؟

قاعدة

$$(١) \quad {}^m s \times {}^n s = {}^{m+n} s$$

$$(٢) \quad {}^{m-n} s = \frac{{}^m s}{{}^n s}$$

$$(٣) \quad {}^m ({}^n s) = ({}^m s) = {}^m ({}^n s)$$

مثال (٢) : جد قيمة كل مما يأتي :

$$\frac{625}{125} \quad (٤)$$

$$\sqrt[2]{({}^8 2)} \quad (٣)$$

$$\frac{1}{5} \left(\frac{{}^{24} 3}{{}^{32} 2} \right) \quad (٢)$$

$$9 \times \frac{1}{4} ({}^{81} 3) \quad (١)$$

$$\sqrt[7]{729} \quad (٨)$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{{}^{16} 6}{{}^{81} 3} \right) \quad (٧)$$

$$\frac{1}{7} ({}^{128} 2) \quad (٦)$$

$$36 \times \frac{1}{3} ({}^{216} 6) \quad (٥)$$

مثال (٣) : جد قيمة كل مما يأتي :

$$= {}^{\circ} 2 \times {}^{\circ} 3 \quad (١)$$

$$= {}^{\circ} (2 \times 3) \quad (٢)$$

$$= {}^3 4 \div {}^3 8 \quad (٣)$$

$$= {}^3 \left(\frac{8}{4} \right) \quad (٤)$$

$$= {}^{\circ} 9 \div {}^{\circ} 9 \quad (٥)$$

$$= \left(\frac{9}{9} \right)^{\circ} (٦)$$

$$= \frac{1}{4-\sqrt{}} (٧)$$

$$= {}^3(15) (٨)$$

$$= {}^23 \times {}^28 (٩)$$

$$= 49 \times \left(\frac{1}{\sqrt{}} \right)^3 (١٠)$$

$$= \frac{4}{15} \times {}^{2-} \left(\frac{2}{5} \right) (١١)$$

مثال (٤) : جد قيمة كل مما يأتي :

$$\begin{array}{lll} \frac{{}^4 20 \times {}^{2-} 5}{{}^7 2} (٣) & \frac{{}^{10} (1-5\sqrt{2})}{{}^{13} (1-5\sqrt{2})} (٢) & {}^9 (\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}) (١) \\ \frac{\sqrt[3]{126\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{2}} (٦) & \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{\frac{1}{8}\sqrt[3]{6}} (٥) & \sqrt[3]{(64)} \times \sqrt[3]{(64)} (٤) \\ & & \sqrt[3]{196\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{90\sqrt{2}} (٧) \end{array}$$

الحل

$$\sqrt[9]{(3)\sqrt{2}} \times \sqrt[9]{(2)\sqrt{2}} = {}^9 (\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}) (١)$$

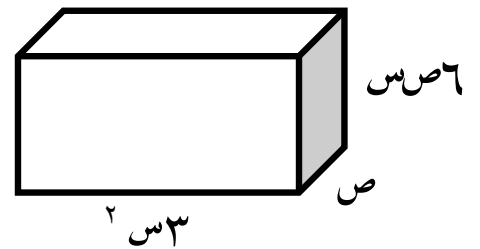
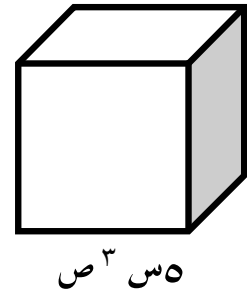
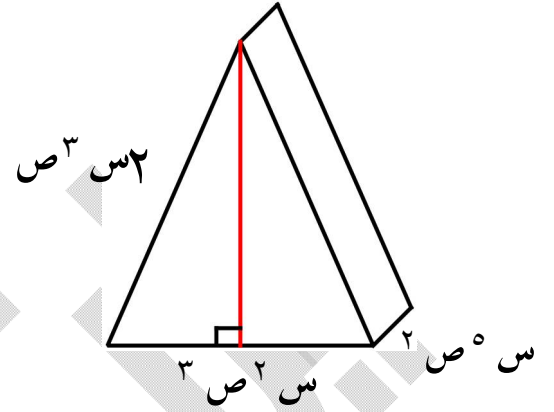
$$\overline{r(r(3))} \times \overline{r(r(2))} =$$

$$216 = 27 \times 8 = {}^r 3 \times {}^r 2 =$$

$$\overline{r} 2-6 = 1 + \overline{0} 2-5 = {}^r (1 - \overline{0}) = \frac{{}^{13-10} (1 - \overline{0})}{{}^{13} (1 - \overline{0})} ({}^r$$

مثال (٥) : إذا كانت أطوال أحرف كل من الأشكال الآتية بالسنتيمترات ، فعبّر عن **حجم** كل منها

مستخدما الأسس :



سؤال مهم : جد قيمة كل مما يأتي بأبسط صورة :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\sqrt{-3}} \right) \quad \left(\frac{\sqrt{-3} - \sqrt{-3}}{\sqrt{-3} - \sqrt{-3}} \right) \quad \left(\sqrt{-3} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{256}{625} \right) \quad \left(\sqrt{-1} + \sqrt{-1} \right) \left(\sqrt{-1} - \sqrt{-1} \right) \quad \left(\frac{\sqrt{-3} \times \sqrt{-3}}{5\sqrt{-3}} \right) \end{aligned}$$

الحل

قوانين الأسس (٢)

مثال (١) : جد قيمة كل ما يأتي :

$$= {}^2(\overline{8})^3 \quad (٢)$$

$$= \overline{{}^2 8}^3 \quad (١)$$

$$= {}^3(\overline{4})^2 \quad (٤)$$

$$= \overline{{}^3 4}^2 \quad (٣)$$

قاعدة

(١) إذا كانت $m \in \mathbb{N}$ ، عددا نسبيا، $s \in \mathbb{C}^+$ ، فإن :

$$\overline{s}^m = \overline{{}^m s} = \overline{{}^m(\overline{s})} = {}^m \overline{s}$$

$$\overline{\left(\frac{1296}{81}\right)}^3$$

$$\overline{{}^{10} 8}$$

$$\overline{{}^2(216)}^3$$

مثال (٢) : جد قيمة كل ما يأتي :

الحل

كتابة العدد على شكل أسس

$$\overline{{}^2(216)}^3 = \overline{{}^2(3^6)}^3 \quad (١)$$

إستخدام قوانين الأسس

$$= 36 = {}^2 6 = {}^2\left({}^{\frac{2}{3}} 6\right) = \overline{{}^2(3^6)}^3 =$$

إستخدام قوانين الأسس

$$64 = {}^2 8 = {}^{\frac{10}{2}} 8 = \overline{{}^{10} 8} \quad (٢)$$

إعداد الأستاذ : يزن القريوتي

كتابة العدد على شكل أسس

$$\left(\frac{1296}{81}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\left(\frac{1296}{81}\right)^3} \quad (3)$$

استخدام قوانين الأسس

$$8 = \left(\frac{6}{3}\right)^3 = \left(\frac{6}{3}\right)^{\frac{3}{4} \times 4} = \left(\frac{6^4}{3^4}\right)^{\frac{3}{4}} =$$

مثال (3) : جد قيمة كل مما يأتي :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{5}\right)^8 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-4} \quad (3) \quad \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^5}{\left(\frac{1}{3}\right)^6} \quad (2) \quad \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (1) \end{aligned}$$

الحل

الأساسات متساوية ، نجوع الأسس

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{4+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^7 \quad (1)$$

الأساسات متساوية ، نطرح الأسس

$$\left(\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{5-6} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^1}{\left(\frac{1}{3}\right)^6} \quad (2)$$

الأساسات متساوية ، نجوع الأسس

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{4+8} = \left(\frac{1}{5}\right)^{12} \quad (3)$$

كتابة العدد على شكل أسس

$$25 = 5^2 = 5^{\frac{2}{4} \times 4} = 5^{\frac{1}{2} \times 4} =$$

هل يوجد طريقة أخرى للحل ؟

مثال (٤) : جد قيمة كل مما يأتي :

(١) $\sqrt{18} \times \sqrt{8}$

(٢) $\sqrt{\frac{343}{1331}}$

(٣) $\sqrt{25} \times \sqrt{4}$

(٤) $\sqrt{\frac{169}{196}}$

(٥) $\sqrt{\frac{32}{243}} \times \sqrt{\frac{729}{64}}$

(٦) $\left(\sqrt{\frac{125}{40}} \right)^4$

(٧) $\sqrt{\frac{3م}{3-م}}$

(٨) $\sqrt[7]{س}$

(٩) $\sqrt[6]{(هـ)^{-2}}$

الحل

مثال (٥) : جد قيمة كل مما يأتي بأبسط صورة :

$$\sqrt[3]{\frac{8 - 2 \times 183}{163}} \quad (٣)$$

$$\sqrt[2]{1 - 2 \times \frac{(4 \times 7)^0}{(7)^4}} \quad (٢)$$

$$\sqrt[4]{\frac{180 \times 3(12)}{3(3 \times 5)}} \quad (١)$$

الحل

مثال (٦) : جد قيمة كل مما يأتي بأبسط صورة :

$$\sqrt[3]{3375} \quad (٣)$$

$$\sqrt[2]{(8^6)^{-2}} \quad (٢)$$

$$\sqrt[3]{\frac{24 \times 6^3}{2^8 \times (3 \times 2)^7}} \quad (١)$$

الحل

المعادلات الأسية

المعادلة الأسية : هي عبارة رياضية يكون الأساس فيها عددا حقيقيا والأُس متغيرا ، وتحتوي

على إشارة المساواة (=)

ويمكن كتابتها على الصورة $a^b = c$ ، حيث $a > 0$ ، $b \in \mathbb{R}$ ، $c > 0$

*** ومن الأمثلة على المعادلات الأسية :**

$$2^{1-3} = 32 ، 3^3 = 27 ، 9^{4-2} = 729 ، \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$$

ملاحظة هامة :

حتى نستطيع حلها يجب كتابة الطرفين بصورة أسية **تتساوى فيها الأساسات** ، وذلك بتحليل

الأعداد الى العوامل الأولية و **استخدام قوانين الأسس** ، وبالتالي تكون الأسس متساوية ،

$$2^2 = 128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$2^2 = 2^7$$

$$2 = 7$$

مثال (١) : حل المعادلات الأسية التالية :

$$2^{3-1} = 16 \quad (2)$$

$$3^3 = 81 \quad (1)$$

$$\frac{1}{512} = {}^{\text{ص}}\left(\frac{1}{8}\right) \quad (٤)$$

$$\frac{256}{2401} = {}^{\text{ص}}\left(\frac{4}{7}\right) \quad (٣)$$

الحل

مثال (٢) : حل المعادلات الأسية الآتية :

$$243 = {}^{\text{ص}} 9 \times 3 \quad (٣)$$

$$٠.٠١ = {}^{\text{ع}}\left(\frac{1}{10}\right) \quad (٢)$$

$${}^{\text{ص}} 2 = {}^{\text{ص}}\left(\frac{1}{2}\right) \quad (١)$$

الحل

أسئلة عامة

سؤال : حل المعادلات الأسية التالية :

$$\begin{array}{lll}
 (1) \quad (3^x) = (0.8^x) & (2) \quad 9^x = 1 & (3) \quad 11^x = 11^2 \times 11^2 \\
 (4) \quad \left(\frac{1}{8}\right)^x = 8^5 & (5) \quad 3^{1-x} = 27 & (6) \quad 4^x = 16 \\
 (7) \quad 4^{1-x} = 2^{3+x} & (8) \quad 2^x = 1 & (9) \quad 9^{2-x} = 2^{3+x} \\
 (10) \quad \sqrt{\frac{3 \times 125^x}{3 \times 5^x}} = 405 & (11) \quad 2^{x^2} \times 4^{x^2} = 1024
 \end{array}$$

الحل

يُمنح القريوتي