

التعامل بالاجزاء

يُستخدم التعامل بالاجزاء في الحالات التي لا يوجد علاقة بالاشتقاق بين الأقرانين.

ويمكن حل السؤال على طريقة الاجزاء اذا كان احد الأقران كثيراً محدوداً والأقران الآخر يمكن ايجاد تضليله.

واذا كان التعامل محدوداً فان

$$\left(\frac{u}{v} \right)_{\text{محدود}} = u - v$$

ملاحظة خاصة

طائدة الاجزاء

$\left(\frac{u}{v} \right)_{\text{محدود}} = u - v$ ① يجب كتابة المترافقين على صورة حاصل ضرب الرهان

② الذي ننتهي و هو الذي تنتهي مستقيمه ولو بعد حين اما اذا كانت مستقيمة الأقرانين فنتهي فالذي تنتهي مستقيمه اولاً يكون ور.

$$\left(\frac{u}{v} \right)_{\text{محدود}} = u - v + v - v$$

نهاية الطرفين بالنسبة لـ v

$$\left(\frac{u}{v} \right)_{\text{محدود}} = u - v + v - v$$

$$\frac{u}{v} = u - v \iff u - v = \frac{u}{v}$$

$$u - v + v - v = \left(\frac{u}{v} \right)_{\text{محدود}}$$

$$u - v + v - v = \left(\frac{u}{v} \right)_{\text{محدود}}$$

النوع الأول

أ جزاء فقط

مثال ٣

$$\frac{ds}{dt} = \frac{3s}{1+5s}$$

يجب كتابة المقدارين على صورٍ محاصل

$$\text{ضرب } \frac{1}{(1+5s)} \text{ في } s = \frac{1}{(1+5s)} ds$$

$$ds = \frac{1}{(1+5s)} dt \quad \cancel{ds} = \frac{1}{(1+5s)} \cancel{dt}$$

$$= \frac{1}{(1+5s)} \left(-\frac{3}{4} (1+5s) \right) \times 5s^{\frac{3}{4}} = -\frac{15s^{\frac{3}{4}}}{4} (1+5s)^{-\frac{1}{4}}$$

$$+\frac{9}{4} (1+5s)^{-\frac{1}{4}} - \frac{9}{4} (1+5s)^{-\frac{1}{4}} s \cdot \frac{5}{4} =$$

مثال ٤

$\int \frac{ds}{1+5s}$ من هنا $s = \frac{x}{5}$

الحل

$$ds = \frac{1}{5} dx \quad \cancel{ds} = \frac{1}{5} \cancel{dx}$$

$$\cancel{ds} = \frac{1}{5} dx \quad \cancel{ds} = \frac{1}{5} \cancel{dx}$$

$$-\frac{1}{5} \left[\ln |1+5s| \right] =$$

مثال ١

أوجد $\int s \cosh s ds$

الحل

$$ds = s \cosh s \cancel{ds} = \cosh s \cancel{ds}$$

$$ds = \cosh s \cancel{ds} = -\cosh s \cancel{ds}$$

$$= -s \cosh s - \cancel{s \cosh s} + \cancel{s \cosh s}$$

$$= -s \cosh s + \cosh s + \cancel{s \cosh s}$$

مثال ٥

$$\int (1-s) \cosh s ds$$

$$ds = \cosh s \cancel{ds} = \cosh s \cancel{ds}$$

$$ds = \cosh s \cancel{ds} = \frac{\cosh s}{1} \cancel{ds}$$

$$= (1-s) \cosh s - \left[\frac{1}{2} \cosh^2 s \right]$$

$$= (1-s) \cosh s - \frac{1}{2} (1-\cosh 2s)$$

$$= (1-s) \cosh s + \frac{1}{2} \cosh 2s$$

$$= (1-s) \cosh s + \frac{1}{2} (2 \cosh^2 s - 1)$$

$$\begin{aligned} & \leftarrow 6 \text{ جهاز } \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{w}{2} - \frac{1}{2} [x_1 x_2] = \\ & \text{جهاز } w = 6 \text{ جهاز } \rightarrow w = 6 \text{ جهاز } \\ & \text{جهاز } = 6 \text{ جهاز } \rightarrow w = 6 \text{ جهاز } \\ & = 6 \text{ جهاز } - 6 \text{ جهاز } \\ & = 6 \text{ جهاز } + 6 \text{ جهاز } \\ & \text{الجواب } \\ & = 3 \text{ جهاز } + 6 \text{ جهاز } + 6 \text{ جهاز } + 6 \text{ جهاز } \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{w}{2} - \frac{1}{2} [x_1 x_2] =$$

$$\frac{w}{2} =$$

مثال ⑤

$$\frac{6 \text{ جهاز}}{\text{فأمس } 6 \text{ جهاز}} \rightarrow$$

الحل

$$\begin{aligned} & 6 \text{ جهاز } \rightarrow \text{فأمس } 6 \text{ جهاز } \\ & \text{لكن } 6 \text{ جهاز } = 6 \text{ جهاز } \rightarrow \\ & = 6 \times \frac{1}{2} \text{ جهاز } \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & w = \frac{1}{2} s \rightarrow w = \text{جهاز } \rightarrow \\ & w = \frac{1}{2} s \rightarrow w = -\text{جهاز } \rightarrow \\ & = -\frac{1}{2} s \text{ جهاز } - \frac{1}{2} x - \text{جهاز } \\ & = -\frac{1}{2} s \text{ جهاز } + \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \text{ جهاز } \end{aligned}$$

$$\frac{3 \text{ جهاز}}{\text{فأمس } 6 \text{ جهاز}} \rightarrow$$

الحل

$$\begin{aligned} & w = 3 \text{ جهاز } \rightarrow w = \text{جهاز } \rightarrow \\ & w = 3 \text{ جهاز } \rightarrow w = -\text{جهاز } \rightarrow \\ & = -3 \text{ جهاز } + 6 \text{ جهاز } \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & w = 3 \text{ جهاز } \rightarrow w = \text{جهاز } \rightarrow \\ & w = 3 \text{ جهاز } \rightarrow w = -\text{جهاز } \rightarrow \\ & = -3 \text{ جهاز } + 6 \text{ جهاز } \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ① \\ & \text{د}f(x) = x^4 - 9x^2 + 5x - 17 \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \text{طابع} \\ & \text{بالنحوين} \\ & \text{أحوال} \\ & x^4 - 9x^2 + 5x - 17 = \text{طابع} \\ & \text{لذلك ان اختيار الجزء الثاني} \\ & \text{و تكون نفس أحوال} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ② \\ & \text{د}f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+2)} \\ & = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{4}{(x-2)^2} \\ & \text{أحوال} \\ & \text{د}f(x) = \frac{4}{(x-2)^2} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{4}{(x-2)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ③ \\ & \text{د}f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1} \\ & \text{د}f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} \\ & = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} \\ & = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} \\ & \text{أحوال} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ④ \\ & \text{أو صيغة } \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \\ & = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \\ & = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \quad \leftarrow \text{د}f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

الحل

$x^4 - 9x^2 + 5x - 17$ اجزاء

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{2} \ln \left(\frac{1}{x} \right) - \frac{1}{2} x^2 + C_1 \\ &= \frac{3}{2} \ln \left(\frac{1}{x} \right) - \frac{1}{2} x^2 + C_1 \\ &= \frac{3}{2} \ln \left(\frac{1}{x} \right) - \frac{1}{2} x^2 + C_1 \end{aligned}$$

مثال ١٣
أوجد $\int \frac{\ln x}{x} dx$

الحل

$$u = \ln x \quad du = \frac{1}{x} dx$$

$$dv = x \quad v = x$$

$$= x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= x \ln x - x$$

$$= x \ln x - x + C$$

مثال ١٤
جد $\int \frac{x}{\ln x} dx$

الحل

$$\begin{aligned} u &= \ln x \quad du = \frac{1}{x} dx \\ dv &= x \quad v = \frac{x^2}{2} \end{aligned}$$

$$= \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} x^2 + C$$

مثال ١٥
أوجد $\int (\ln x)^2 dx$. اجزاء متعددة

الحل

$$u = (\ln x) \quad du = \frac{1}{x} dx$$

$$dv = x \quad v = \frac{x^2}{2}$$

$$= x(\ln x)^2 - \int x \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$= x(\ln x)^2 - \int x dx$$

مثال ١٦
 $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$

$$\begin{aligned} u &= \ln x \quad du = \frac{1}{x} dx \\ v &= x^{-2} \quad dv = -2x^{-3} dx \\ du &= \frac{1}{x} dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{c}{x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{1}{x} \right) = \\
 & \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{c}{x} \right) = \text{رس. } 1 \rightarrow \\
 & \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} = \text{رس. } c \quad \text{رس. } \frac{c}{x} = \text{رس. } 5 \\
 & \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{1}{x} \right) = \text{رس. } 1 \rightarrow \text{رس. } \frac{1}{x} = \text{رس. } 5 \\
 & \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{c}{x} \right) - \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{1}{x} \right) = \\
 & \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{c}{x} \right) - \text{رس. } \frac{\partial}{\partial x} \left(\text{رس. } \frac{1}{x} \right) = \\
 & \text{رس. } \frac{c}{x^2} + \text{رس. } \frac{1}{x^2} + \text{رس. } 5 \cdot \frac{c}{x} - \text{رس. } 5 \cdot \frac{1}{x} = \text{رس. } 1
 \end{aligned}$$

W.J.C.

١٥

اہزادِ مرتضیٰ

$\text{ف} = \text{ف}(\text{ل}\text{و}\text{س})$

آندرائی

صلی

لے کر وہ دس اج ای وسترن

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \theta \cdot \sin \beta$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ١٧ \\ & \frac{x^3}{x+1} = x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1} \\ & x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1} = x(x-1) + 1 - \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

مثال ١٨

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ١٨ \\ & \frac{x^3}{x+1} \times (1+x) \text{ دس} \\ & \text{اجزاء دس} \\ & \text{دف} = \text{س دس} \\ & \text{دف} = \frac{(1+x)}{x+1} \\ & \text{دف} = \frac{(1+x)^2}{x+1} \\ & \text{دف} = \frac{x^2 + 2x + 1}{x+1} \\ & \text{دف} = x^2 + 2x + 1 \\ & \text{دف} = x(x+2) + 1 \\ & \text{دف} = x(x+2) - x(x+2) + 1 \\ & \text{دف} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ١٩ \\ & \frac{x^3}{x+1} = (x+1)(x^2 - x + 1) \\ & \text{دف} = x(x+2) + 1 \end{aligned}$$

الجزء ا

$$\begin{aligned} & \text{دف} = (x+1)(x^2 - x + 1) \\ & \text{دف} = x^3 + x^2 - x^2 - x + x + 1 \\ & \text{دف} = x^3 + 1 \\ & \text{دف} = x(x^2 + 1) - x(x^2 + 1) + 1 \\ & \text{دف} = 1 \end{aligned}$$

على خطاب باللحوظين

$$x^3 = u \quad x+1 = v$$

$$x = v - u \quad x^2 = v^2 - u^2$$

$$x^3 = v^3 - u^3 \quad x^2 = v^2 - u^2$$

$$x^3 = (v-u)(v^2 + vu + u^2) \quad x^2 = (v-u)(v+u)$$

$$x^3 = v^3 - u^3 \quad x^2 = v^2 - u^2$$

$$x^3 = (v-u)(v^2 + vu + u^2) - (v-u)(v+u) \quad x^2 = (v-u)(v+u)$$

مثال ٢٠

$$\begin{aligned} & \text{اذا كان } \text{دف} = \text{س قوة }(x) \text{ دس} = 10 \\ & \text{فأولى فتحة } \text{دف} = \text{س قوة }(x) \text{ دس على} \\ & \text{بيان دف}(x) = 0 \quad x = 1-1 \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} & \text{دف} = \text{س قوة }(x) \text{ دس} = 10 \\ & \text{دف} = \text{س} = \text{دف}(x) \\ & \text{دف} = \text{س} \quad \text{دف} = \text{دف}(x) \\ & \text{دف} = \text{س قوة }(x) - \text{دف}(x) \text{ دس} = 10 \\ & \text{دف} = \text{س قوة }(x) - \text{دف}(x) \text{ دس} = 10 \\ & \text{دف} = \text{س قوة }(x) - \text{دف}(x) \text{ دس} = 10 \\ & \text{دف} = \text{س قوة }(x) - \text{دف}(x) \text{ دس} = 10 \end{aligned}$$

$$v = s \quad dv = v'(s)$$

$$dv = s \quad v = s'$$

$$- \int [s v'(s)] ds = s v(s) - \int v'(s) ds$$

$$\begin{aligned} & (3)(s^2) - (3)(s^3) - (s^3) = \\ & (1-s) - 0 \times s = \\ & 13 - 7 - 10 - 3 = \end{aligned}$$

مثال ٤٣
إذا كان $s = v(s)$ حيث $s \neq 0$.
وكان $s v'(s) + v(s) = \text{صياس}$
حيث $v'(s)$ و $v(s)$ ؟

$$\text{أكمل } v(s) = v_0(s)$$

$$s v'(s) + v(s) = \text{صياس}$$

$$(s v'(s) + v(s)) + v_0(s) = \text{صياس}$$

$$v = s \quad dv = v'(s)$$

$$dv = s \quad v = s'$$

$$s v'(s) + s' = v'(s) + s = v'(s) + v_0(s)$$

$$\frac{d}{s} (s v'(s) + v_0(s)) = \text{صياس}$$

$$\frac{d}{s} (s v'(s) + v_0(s)) = \text{صياس}$$

مثال ٤٤
إذا كان $\int s \text{ حساس} ds$

$$v = s \quad dv = s$$

$$v = s \quad dv = s$$

$$- \int s^2 ds + \int s^2 ds =$$

$$- \frac{s^3}{3} + s^3 =$$

$$- \frac{s^3}{3} + s^3 =$$

$$- \frac{s^3}{3} + s^3 =$$

$$3 - \frac{P\Lambda}{3} \Leftarrow 3 + \frac{P\Lambda}{3} = 1$$

$$\frac{9 - P}{3} = P \Leftarrow 9 - P = P \Lambda \Leftarrow$$

مثال ٤٥
إذا كان $v(s)$ صواعداً متجهاً
الاً فـ $v'(s) + v(s) = 0$ $v(s) = v_0 e^{-s}$
 $v_0 = v(0)$
 $v(s) = v_0 e^{-s}$

$$v = v_0 e^{-s}$$

$$\text{سـ} \left[\text{فـ}(x) \right] - \text{فـ} \left[\text{سـ}(x) \right]$$

$$96 = + \text{فـ} \left[\text{سـ}(x) \right]$$

$$96 = \text{سـ} \left[\text{فـ}(x) \right]$$

$$96 = \text{فـ} \left(٢٠ \right) - \text{فـ} \left(١٠ \right)$$

$$96 = ٣x - ٣x$$

$$\frac{96}{٣} = \text{فـ} \left(٣x \right) - \text{فـ} \left(٣x \right)$$

$$0 = ٣x - ٣x \Rightarrow 0 = ٣x$$

مثال ٤٤

اذا كانت $\text{فـ}(x) = ١١x + ٥$

وكان $\text{فـ}(٣) = ١٨$

وكان $\text{فـ}(٣) - \text{فـ}(١) = ٨$ اوجد قيمة

$$٨ = \text{فـ}(٣) - \text{فـ}(١)$$

كل

حسب كائن الأجزاء

$$٨ = \text{فـ}(٣) - \text{فـ}(١)$$

$$٨ = \text{فـ}(٣) - \text{فـ}(١)$$

$$٨ = \text{فـ}(٣) - \text{فـ}(٣)$$

$$٨ = ٥ - ١٨$$

$$٨ = ٣٥ - ١٣$$

$$٨ = ٣٥$$

مثال ٤٥

اذا كان $\text{فـ}(x)$ افتى انماط بلا للارتفاع

على ع و كان $\text{فـ}(٣) = ٣$ و كان

$\text{فـ}(٣) = \text{فـ}(١) + \text{فـ}(٣) - \text{فـ}(١)$

اوجد قيمة x

الحل

$$\text{فـ} = \text{سـ}$$

$$\text{فـ} = \text{فـ}(٣) - \text{فـ}(١)$$

$$\text{فـ} = \text{فـ}(٣) - \text{فـ}(١)$$

النوع الثاني تعويضها واجزاء

مثال ③

$$\frac{س}{هـ} = \frac{هـ}{هـ + حـبـاـصـ} \quad \text{حيـدـ} \quad \text{سـ حـبـاـصـ} \quad \text{هـ اـجـزـاءـ}$$

$$سـ = \frac{هـ \cdot سـ}{هـ + حـبـاـصـ}$$

$$سـ = \frac{هـ \cdot سـ}{هـ + ٣سـ}$$

$$سـ = \frac{هـ \cdot سـ}{٤سـ}$$

جدـ { حـبـاـصـ سـ بالـتـعـوـيـضـ

$$سـ = حـبـاـصـ \cdot هـ = - حـاسـ سـ$$

$$هـ = \frac{سـ \cdot حـبـاـصـ}{صـ} - \frac{سـ}{صـ} = \frac{١}{صـ} سـ$$

$$هـ = \frac{١}{صـ} سـ + \frac{صـ}{صـ}$$

$$هـ = \frac{١}{صـ} سـ + \frac{١}{صـ} هـ = \frac{١}{صـ} هـ = \frac{١}{صـ} هـ$$

لـتـعـوـدـ لـهـ اـجـزـاءـ

$$سـ = سـ - \frac{١}{صـ} هـ$$

$$سـ = \frac{١}{صـ} هـ + سـ$$

مثال ④

سـ ظـهـاـرـاـ حـاسـ

$$سـ = ٧ + سـ \Rightarrow سـ = ٧$$

$$هـ = سـ - ٧ \Rightarrow هـ = سـ - ٧$$

$$(هـ - ٧) \times ظـهـاـرـاـ + هـ = ٧ \times ظـهـاـرـاـ + هـ$$

$$هـ = ٧ - ظـهـاـرـاـ$$

مثال ①

سـ³ حـبـاـصـ دـسـ عـنـ خـطـيـ (ـتـعـوـيـضـ)

$$\frac{هـ}{صـ} = سـ \Rightarrow هـ = صـ سـ$$

$$سـ³ حـبـاـصـ دـسـ \frac{هـ}{صـ}$$

$$سـ³ حـبـاـصـ دـسـ = \frac{هـ}{صـ} سـ³ حـبـاـصـ دـسـ$$

اجـزـاءـ

$$هـ = حـبـاـصـ$$

$$هـ = حـاسـ$$

$$صـ = حـاسـ - \{ حـاسـ دـسـ +$$

$$صـ = صـ حـاسـ + حـبـاـصـ + دـسـ$$

$$صـ = سـ³ حـاسـ + حـبـاـصـ + دـسـ$$

مثال ⑤

سـ حـاسـ دـسـ

$$سـ = \sqrt[3]{سـ} = \frac{١}{\sqrt[3]{سـ}} سـ$$

$$سـ حـاسـ دـسـ = \frac{هـ}{صـ} سـ دـسـ$$

اجـزـاءـ

$$هـ = حـاسـ$$

$$هـ = حـبـاـصـ$$

$$هـ = دـسـ + حـبـاـصـ دـسـ$$

$$هـ = دـسـ + حـبـاـصـ دـسـ + حـاسـ دـسـ$$

$$هـ = دـسـ + حـبـاـصـ دـسـ + حـاسـ دـسـ$$

$$\text{مثال } \textcircled{1} \quad \frac{1}{1+\sqrt{x}} \quad ?$$

$$1 + \sqrt{x} = u \quad u^2 = x \quad du = 2u \, dx$$

$$u^2 \times 2u \, dx = u^3 \, du$$

$$u^3 = u \cdot u^2$$

كما بالعقول بعده

$$(u^3 - u^2) \, du = (u^3 - u^2) \, du - (u^3 - u^2) \, du =$$

اجزاء

$$u^3 - u^2 \quad \text{له} = \text{قطاً له} \\ u^2 - u^2 \quad \text{له} = -\text{قطاً له} \\ (u^3 - u^2) \, du - (u^3 - u^2) \, du =$$

(الص -) ضطا ص اجزاء كمل محل

$$\text{مثال } \textcircled{2} \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad ?$$

$$x^2 = u^2 \quad u = \sqrt{x^2}$$

$$x^2 \times 2x \, dx = u^2 \, du$$

$$x^2 = u^2 \quad x = u$$

$$x^2 = u^2 \quad x = u$$

$$u^2 = x^2 \quad u = x$$

$$u^2 = x^2 \quad u = x$$

$$u^2 = x^2 \quad u = x$$

اجزاء مرة اخرى

$$\text{مثال } \textcircled{3} \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad ?$$

الحل

$$x = \text{حياس } u \quad u = -\text{حياس } x$$

$$u^2 = \text{حياس } x \times u \times 2u \, du = -\frac{du}{u}$$

$$u^2 = \text{حياس } u \quad u = \text{حياس } u$$

$$u^2 = \text{حياس } u \quad u = \text{حياس } u$$

$$u^2 = \text{حياس } u \quad u = \text{حياس } u$$

$$u^2 = \text{حياس } u \quad u = \text{حياس } u$$

$$\text{حياس } u + \text{حياس } u + \text{حياس } u + \text{حياس } u$$

$$\begin{aligned} &= \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) - \left[\frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \right] \cos \theta \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \cos \theta = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{1}{2} \theta + \frac{1}{2} \pi \right) \end{aligned}$$

مثال ٨

$$\int \sin \theta \cos(\sin \theta) d\theta$$

الحل

$$\int \sin(\cos \theta + \sin \theta) d\theta$$

$$(\sin \theta + \cos \theta) d\theta$$

اجزاء

وهو $\sin \theta$

$$d\theta = \frac{1}{\cos \theta} d\theta$$

$$\sin \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta$$

$$\sin \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta$$

$$\frac{3}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \sin^3 \theta$$

مثال ٩

$$\text{إذا كان } \int_0^{\pi} \sin(\theta) d\theta = 0$$

$$\text{فـ } \int_0^{\pi} \sin(\theta) d\theta = 0 \text{ فـ مـ }\int_0^{\pi} \sin(\theta) d\theta = 0$$

$$\sin \theta = \theta (\sin \theta)$$

$$\sin \theta = \theta (\sin \theta)$$

$$\frac{1}{2} \theta^2 = \frac{1}{2} \theta^2$$

مثال ٩

$$\text{إذا كان } \int_0^{\pi} \sin(\theta) d\theta = 0$$

$$\text{حيث } \sin(\theta) = \sin(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \sin(\theta)$$

امثلة على تطبيقات دوريات

مثال ③

{ حبایا (لوس) } س

الحل

$$و = حبایا لوس \quad ده = س$$

$$\frac{دوه}{د} = - \frac{حابیا لوس}{لوس} \quad و = س$$

$$= س \cdot حبایا لوس + \frac{حابیا لوس}{لوس} \times س$$

الجزء ا

$$و = حابیا لوس \quad ده = س$$

$$\frac{دوه}{د} = \frac{حبایا لوس}{لوس} \quad و = س$$

$$\text{حبایا (لوس)} = س \cdot \text{حبایا لوس} + س \cdot \text{حابیا لوس} - \frac{\text{حبایا لوس}}{\text{لوس}}$$

$$\text{حبایا لوس} = س \cdot \text{حبایا لوس} + س \cdot \text{حابیا لوس}$$

الجواب

$$و = س \cdot ده = س \cdot حبایا س$$

$$ده = س \cdot و = س \cdot - حبایا س$$

$$\text{حبایا س} = - س \cdot حبایا س + س \cdot حابیا س - \frac{\text{حبایا لوس}}{\text{لوس}}$$

$$\text{حابیا س} = - \frac{س \cdot حبایا س + س \cdot حابیا س}{لوس}$$

التكامل بـ طريقة الجدول

﴿رسئ لهم من المحدود الأول
أى المحدود النهائي كما في المثل﴾

﴿نتائج﴾

$$\{ \text{رسئ حاسيس} =$$

$$\text{رسئ خباس} - \text{رسئ خباس}$$

$$= -\text{رسئ خباس} + \text{رسئ خباس} \\ + \text{رسئ خباس} + \text{رسئ خباس}$$

مثال ٣

أوجب $\{ \text{رسئ خباس} =$
باستخدام التكامل

د	ه
رسئ خباس	رسئ خباس
$\frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2}x^2$
$\frac{1}{3}x^3$	$\frac{1}{3}x^3$
$\frac{1}{4}x^4$	$\frac{1}{4}x^4$
صفر	صفر
$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4$	$= \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4$
$x + 6 + 6$	$+ x + 6 + 6$
دائم بدل	دائم بدل

تَتَعَدُّم هذِه الطريقة لـ إيجاد
تكامل حاصل ضرب أقرانين

أهد هما كثير حدود ولا يقتضي أن لا يخ

عى أحد الصور الدالة $y =$

$$\textcircled{1} \text{ حاسيس } \textcircled{2} \text{ خباس } \textcircled{3} \text{ د}$$

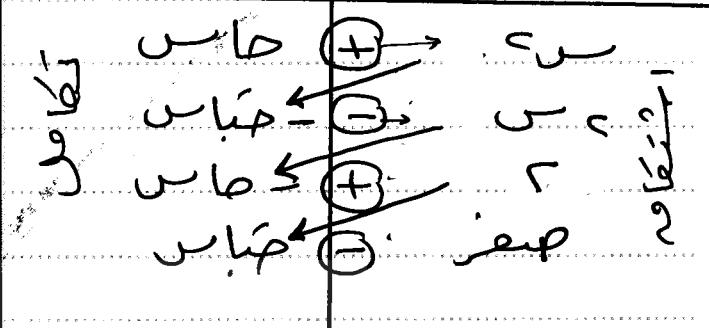
$$\textcircled{4} \quad (x^2 + 5)^2 = x^4 + 10x^2 + 25$$

مثال ٤

جد $\{ \text{رسئ خباس} =$

تكون حدول كل لبائى

عن (اجراء التكامل) وهو (اجراء التكامل)



﴿اجراء لـ شطافه حتى نحصل على (الصف)﴾

﴿اجراء التكامل في لطف المقابل﴾

﴿في لوط نضع اسماً له كل دايم بدل﴾

$+ x + 6 + 6 - و هكذا$

تدريبات الكتاب

$$= - \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x + C$$

$$\textcircled{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{هـ} \end{array} \right. = \frac{1}{2} (\text{س} - \text{هـ})$$

$$\text{س} = \frac{1}{2} \text{هـ} + \text{فـ}$$

$$\text{هـ} = \frac{1}{2} \text{س} + \text{فـ}$$

$$= \frac{1}{2} (\text{س} - \text{هـ}) - \frac{1}{2} (\text{س} + \text{هـ})$$

$$= \frac{1}{2} \text{س} + \frac{1}{2} \text{هـ} + C$$

$$\textcircled{4} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{س} \\ \text{هـ} \end{array} \right. = \text{هـ}$$

$$\text{س} = \frac{1}{2} \text{هـ} + \text{فـ}$$

$$\text{هـ} = \frac{1}{2} \text{س} + \text{فـ}$$

$$= \text{س} - \frac{1}{2} \text{هـ} - \frac{1}{2} \text{فـ}$$

تدريب ١ ص ٦٧٦

جدولة من التكاملات الآتية

١) س حتبا س اجزاء

ا كل

س = س ده = حتبا

ده = س ده = حبا

= س حبا - حبا

= س حبا + حبا + جـ

٢) س حاه س ده

ده = حاه

ده = جـ

ده = ١

= - س حتبا + جـ

= - س حتبا + جـ

عليه حلها بطريقة كيدول

ده

حاه

جـ

- جـ

ده

س

-

+

$$\text{لـ ٣) } \int_{\sin x}^{\frac{\pi}{2}} dx$$

$$u = \sin x \quad du = \cos x \, dx$$

$$du = \sin x \, dx \quad u = -\cos x$$

$$= -\cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = -\cos \frac{\pi}{2} - \left(-\cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right)$$

$$= -0 - (-1) = 1$$

$$+ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$$

$$= 2 \cdot \left[\sin x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 \cdot (\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0) = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\text{لـ ٤) } \int_{-\cos x}^{\sin x} dx$$

$$\text{الحل: } \int_{-\cos x}^{\sin x} dx = \int_{-\cos x}^{\sin x} \sin x \, dx$$

$$= \frac{1}{2} \sin^2 x \Big|_{-\cos x}^{\sin x} = \frac{1}{2} (\sin^2 \sin x - \sin^2 (-\cos x))$$

$$u = \sin x \quad du = \cos x \, dx$$

$$du = \cos x \, dx \quad u = -\frac{1}{2} \cos^2 x$$

$$= \frac{1}{2} \cos^2 x - \frac{1}{2} \cos^2 (-\cos x)$$

$$= \frac{1}{2} \cos^2 x + \frac{1}{2} \cos^2 \cos x$$

$$= \frac{1}{2} \cos^2 x + \frac{1}{2} \cos^2 1 + \frac{1}{2}$$

تدريب ٥)

جدلًاً عن التكاملات الآتية

$$\text{لـ ٥) } \int_{\cos x}^{\sin x} dx$$

الحل

$$u = \sin x \quad du = \cos x \, dx$$

$$du = \cos x \, dx \quad u = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$= \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \sin 0 = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$= \frac{1}{2} (2 \sin x \cos x) - \frac{1}{2} (0) = \sin x \cos x$$

$$= \frac{1}{2} (\sin 2x) - \frac{1}{2} (0) = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\text{لـ ٦) } \int_{\cos x}^{\sin x} \frac{dx}{x}$$

$$u = \frac{1}{x} \quad du = -\frac{1}{x^2} dx$$

$$du = -\frac{1}{x^2} dx \quad u = \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2} \ln x \, dx$$

$$= \frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} \ln x \, dx$$

$$= \frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \ln^2 x \right)$$

٤) س (لوس) دس

الحل

$$ه = س (لوس) دس$$

$$\frac{ه}{ه} = \frac{س}{ه} \rightarrow ه = س \times \frac{1}{ه}$$

$$= \frac{ه}{ه} (لوس) - (ه لوس) \times \frac{1}{ه}$$

$$= \frac{ه}{ه} (لوس) - س لوس دس$$

أجزاء

$$ه = لوس ده = س$$

$$\frac{ه}{ه} = \frac{1}{ه}$$

$$= \frac{ه}{ه} (لوس) - (لوس \times \frac{1}{ه}) - \frac{ه}{ه} دس$$

$$= \frac{ه}{ه} (لوس) - (\frac{ه}{ه} لوس - \frac{1}{ه} دس)$$

$$= \frac{ه}{ه} (لوس) - \frac{ه}{ه} لوس - \frac{1}{ه} دس + ج$$

٣) ص ٤٧٩ تدريب

جد كلًّاً من التكاملات الآتية

١) س ه دس

ملاحظة عليه حلها بالاجزاء مرتبة أو طريقة الجدول.

$$ه = س ده = ه ده = س$$

$$= س ه - \frac{ه}{ه} س ده$$

$$= س - \frac{ه}{ه} ده$$

$$= س - \frac{ه}{ه} ده$$

$$= س - \frac{ه}{ه} ده$$

أ) الجدول

<u>ه</u>	<u>ه</u>

$$= س - \frac{ه}{ه} ده + ده$$

٣) طبع س

$$\begin{array}{r} \frac{d}{dx} \ln S = \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} - \frac{\partial}{\partial x} \ln S \\ \frac{d}{dx} \ln S = \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} \ln S \\ \frac{d}{dx} (\ln S) = \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} \ln S \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{d}{dx} \ln (0+S) = \frac{1}{0+S} \frac{d(0+S)}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} \ln (0+S) \\ \frac{d}{dx} \ln (0+S) = \frac{1}{0+S} \cdot 1 + \frac{\partial}{\partial x} \ln (0+S) \\ \frac{d}{dx} \ln (0+S) = \frac{1}{0+S} + \frac{\partial}{\partial x} \ln (0+S) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{d}{dx} \ln (0+S) = \frac{1}{0+S} + \frac{\partial}{\partial x} \ln (0+S) \\ \frac{d}{dx} \ln (0+S) = \frac{1}{0+S} + \frac{\partial}{\partial x} \ln (0+S) \end{array}$$

٤) تدريب ٤

جد كلًاً من التحويلات التالية
ملاحظة كل مما يلي إعداد أدوات تحضير كرويل

١) $\ln^3 S$

$$\begin{array}{r} \frac{d}{dx} \ln^3 S = \frac{3}{S} \frac{dS}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} \ln^3 S \\ \frac{d}{dx} \ln^3 S = \frac{3}{S} \frac{dS}{dx} + 3 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \ln S \end{array}$$

$$= \frac{3}{S} \frac{dS}{dx} + 3 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \ln S$$

٢) $\ln^2 S$

$$\begin{array}{r} \frac{d}{dx} \ln^2 S = \frac{2}{S} \frac{dS}{dx} + \frac{\partial}{\partial x} \ln^2 S \\ \frac{d}{dx} \ln^2 S = \frac{2}{S} \frac{dS}{dx} + 2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \ln S \end{array}$$

$$= \frac{2}{S} \frac{dS}{dx} + 2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \ln S$$

تفنیون مل سه (اجزاء)

$$= \text{ص} - \text{ص} + \text{ص}$$

حاس حاس

$$2. + \text{حاس} - \text{حاس} =$$

جبا ١+٥٤٧ دس (٣)

$$1+٥٤٧ = \text{ص} \quad 1+٥٤٧ = \text{ص}$$

$$\text{ص} \times \text{ص} = \text{ص} \times \text{ص}$$

$$\text{د} \times \text{ص} = \text{ص} \times \text{ص}$$

جبا ص × ص دص

ص جبا دص

$$\text{د} = \text{ص} \quad \text{د} = \text{ص}$$

$$\text{د} = \text{ص} \rightarrow \text{د} = \text{ص}$$

$$\text{ص} \times \text{ص} = \text{ص} \times \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{ص} + \text{ص} \times \text{ص} =$$

$$\text{د} + \text{ص} \times \text{ص} + \text{ص} \times \text{ص} =$$

٣) عاس لوكس (٢)

$$\text{ص} = \text{ص} = \text{ص} = \text{ص}$$

$$\text{ص} \times \text{ص} \times \text{ص} = \text{ص} \times \text{ص} \times \text{ص}$$

$$= \text{ص} \times \text{ص} \times \text{ص} = (1 + \text{ص}) \times \text{ص}$$

$$\text{اجزاء} \quad \text{اجزاء}$$

تدریب ٥ هـ

٦) عاس دس

الحل

$$\text{ص} = \text{لوكس} \leftarrow \text{ص} = \text{لوكس}$$

$$= ٥٤٥٥٤ = \text{عاس دس}$$

$$\leftarrow \text{د} = \frac{\text{ص}}{\text{عاس}}$$

$$\frac{\text{عاس دس} \times \text{ص}}{\text{لوكس}} = \text{عاس دس}$$

٦) دس اجزاء

$$\text{ص} = \text{د} \quad \text{د} = \text{ص}$$

$$\text{ص} = \text{د} \rightarrow \text{ص} = \text{د}$$

$$\text{د} - \text{ص} = \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

$$\text{د} + \text{د} - \text{ص} = \text{د} + \text{د} - \text{ص}$$

تمارين وسائل

$$= \frac{1}{3} \ln x - \frac{1}{3} x^3 + C$$

$\leftarrow 82$

$$= \frac{1}{3} \ln x - \frac{1}{3} x^3 + C$$

$$\textcircled{Q} = \frac{1}{3} \ln x + C$$

عليه صله بالجغرافيا او الجمازوبي
اولاً كدول

$$x^3 + x^2 = x^2 = \sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{4}$$

$$\boxed{3^2 - 3^2 = 0}$$

$$1 = 0 \leftarrow < - = x$$

$$< = 0 \quad 1 = x$$

$$\text{مقدار } x \times \ln x \times (x^2 - 1) = 0$$

$$(0 \ln x \times (10 - 1)) = 0$$

$$= 0 \ln x - 0 \ln x = 0$$

$$= \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{2} \ln x = 0$$

$$(10 - 1) \ln 10 - (10 - 1) \ln 1 = 0$$

$$(10 - 1) - (10 - 1) = 0$$

$$10 - 1 = 10 - 1 = 0$$

١ جدول للاقة لمعاملات الایم

$$\textcircled{P} = \frac{\pi}{4} (1 + \ln 3)$$

اكل

$$1 + \ln 3 = \frac{1}{3} \ln x + 0 = \ln x$$

$$\frac{1}{3} \ln x = \frac{1}{3} \ln x$$

$$\frac{1}{3} \ln x - \frac{1}{3} \ln x = \frac{1}{3} \ln x$$

$$\frac{1}{4} \ln x (1 + \ln x) - \frac{1}{4} \ln x (1 + \ln x)$$

$$\frac{1}{4} \ln x +$$

$$(\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}) + (0 \times (1 - 0)) =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} =$$

$$\textcircled{U} = \ln x + 0 = \ln x$$

$$0 = \ln x \quad 0 = \ln x$$

$$0 = \frac{1}{2} \ln x \quad 0 = \frac{1}{2} \ln x$$

$$= \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{2} \ln x = 0$$

$$= طاس لو طاس - طاس + ج$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\text{س حاس دس}}{\text{حبابش}} \quad \{$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{\text{س حاس دس}}{\text{ه}} \quad \{$$

$$\text{اكل} \quad \frac{\text{س حاس دس}}{\text{ه}} \quad \{$$

$$\text{فه} = \text{س} \quad \text{ده} = \text{ه}$$

$$\frac{\text{ده}}{\text{ه}} = \frac{\text{س}}{\text{ه}} \rightarrow \text{ده} = \text{س} \quad \text{ده} = \text{ه} \rightarrow \text{ده} = \text{ه}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\text{س}}{\text{ه}} + \frac{\text{ه}}{\text{س}} \right) + \frac{1}{2}$$

$$= 2 + \frac{\text{ه}}{\text{س}} + \frac{\text{س}}{\text{ه}} =$$

$$\textcircled{7} \quad \text{حبابش دس} \quad \{$$

$$\text{ده} = \text{ه} = \text{س} = (\text{س})^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{ده} = \frac{1}{2} (\text{س})^{-\frac{1}{2}} \text{ دس}$$

$$\text{حبابش} \times \text{س} (\text{س})^{\frac{1}{2}} \text{ دص}$$

$$\text{دص} \times \text{س}^{\frac{3}{2}} \text{ دص}$$

$$\text{ـ س هـ حبابش رهـ (نـعـةـ بـلـغـوـ)}$$

$$\text{ـ س هـ حبابش دـهـ (نـعـةـ بـلـغـوـ)}$$

$$\text{اكل} \quad \text{ده} = \text{طاس قـاس} \quad \{$$

$$\text{ده} = \text{س} \quad \text{ده} = \text{ه} = \text{طاس قـاس}$$

$$\text{ده} = \text{طاس} \quad \text{ده} = \text{قـاس دـس}$$

$$\text{ده} = \text{قـاس دـس} \times \frac{\text{ده}}{\text{ه}} \quad \{$$

$$\frac{\text{ده}}{\text{ه}} = \frac{\text{ده}}{\text{ه}} \times \frac{\text{ده}}{\text{ه}} \quad \{$$

$$= \text{س طاس} - \left(\frac{\text{ده}}{\text{ه}} \times \text{طاس دـس} \right)$$

$$= \text{س طاس} - \frac{1}{2} (\text{ده} - \text{س}) \text{ دـس}$$

$$= \text{س طاس} - \frac{1}{2} (\text{طاس} - \text{س}) \text{ دـس}$$

$$\textcircled{8} \quad \text{قـاس لو طاس دـس} \quad \{$$

$$\text{ده} = \text{لو طاس} \quad \text{ده} = \text{قـاس}$$

$$\text{ده} = \text{قـاس} \rightarrow \text{ده} = \text{طاس}$$

$$= \text{طاس لو طاس} - \left(\frac{\text{ده}}{\text{ه}} \times \text{طاس} \right)$$

٤) $\int \frac{dx}{x^2 + 3x}$

$$\begin{aligned} & u = x \quad du = dx \\ & u^2 = x^2 \quad u^2 = x^2 \\ & \frac{du}{3} = x \cdot \frac{1}{3} dx \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 3x} = \int \frac{1}{u^2 + 3u} du$$

أجزاء

$$\begin{aligned} & u = x \quad du = dx \\ & u^2 = x^2 \quad u^2 = x^2 \\ & \frac{du}{3} = x \cdot \frac{1}{3} dx \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + 3x} = \int \frac{1}{u^2 + 3u} du - \left(\frac{1}{3} \int \frac{du}{u^2 + 3u} \right)$$

$$= \int \frac{du}{u(u+3)} - \frac{1}{3} \int \frac{du}{u(u+3)}$$

$$= \frac{1}{u+3} + C_1 + \frac{1}{u} + C_2$$

$$= \frac{1}{u+3} + \frac{1}{u} + C_1 + C_2$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{u+3} + \frac{1}{u} + C_1 + C_2 = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} + C_1 + C_2 \\ & \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} + C_1 + C_2 = \frac{1}{x(x+3)} + C_1 + C_2 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x(x+3)} + C_1 + C_2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} + C_1 + C_2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} + C_1 + C_2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} + C_1 + C_2$$

+ C

٥) $\int \frac{dx}{x^2 - 4x}$

$$\begin{aligned} & u = x \quad du = dx \\ & u^2 = x^2 \quad u^2 = x^2 \\ & \frac{du}{2} = x \cdot \frac{1}{2} dx \end{aligned}$$

$$\text{طابع} - \frac{\text{طابع}}{\text{طابع}} = \text{طابع}$$

$$\text{طابع} - \frac{\text{طابع}}{\text{طابع}} = \text{طابع}$$

$$\text{طابع} - \frac{\text{طابع}}{\text{طابع}}$$

$$\text{طابع} + \frac{\text{طابع}}{\text{طابع}}$$

$$= (س - م) \times \frac{1}{3} (س + م) \times \frac{1}{4} (س + م) \times \frac{1}{5} (س + م) \times \frac{1}{6} (س + م) \times \frac{1}{7} (س + م) + \dots$$

$$\text{ل) } \frac{\log(s+m)}{s+m}$$

الحل

$$م = س$$

٢) قاس لوحات مس

$$م = لوحات مس = مس$$

$$\log \frac{s}{m} = \log s - \log m$$

$$= \log s - \log m$$

$$= \log s - \log m$$

$$= طابس لوحات مس - طابس مس - طابس لوحات مس - مس$$

$$م = \log s - \log m = \log s - \log m = 4 م$$

$$4 م = \log s - \log m = \log s - \log m = 4 م$$

$$4 م = \log s - \log m = 4 م$$

$$4 م = \log s - \log m = 4 م$$

$$\text{ل) } (س - م) \sqrt{s+m}$$

عليه صلها بالجدول والاجزاء

$$+ \frac{1}{2} \frac{1}{(س+m)} \frac{1}{(س-m)}$$

$$- \frac{1}{2} \frac{1}{(س+m)} \frac{1}{(س-m)}$$

$$+ \frac{1}{4} \frac{1}{(س+m)} \frac{1}{(س-m)}$$

$$+ \frac{1}{4} \frac{1}{(س+m)} \frac{1}{(س-m)}$$

٣) حساب مس تكامل دورى

$$مس = حساب مس = - \frac{1}{2} مس$$

$$= - \frac{1}{2} مس ضبابي + \frac{1}{2} مس ضبابي$$

$$= اجزاء مس = مس - مس = ضبابي$$

$$= مس - مس = \frac{1}{2} مس ضبابي + \frac{1}{2} مس ضبابي$$

$$= \frac{1}{2} مس ضبابي + \frac{1}{2} مس ضبابي$$

يسع

$$⑤ \quad 0 = (1)(s) + s^3 - 3s^2 = 0$$

$$8 = 1 - 3s^2 + s^3 - s^2$$

الحل

$$s^3 - 3s^2 + s^3 - s^2 = 0$$

$$2s^3 - 4s^2 = 0$$

$$s^2(2s - 4) = 0$$

$$s^2(2s - 4) = 0$$

$$s^2 = 0 \quad s = 0$$

وزارة (٢٠٠٤) صيفية

$$3 = (2)(s) + s^3 - 1 = 0$$

$$1 = 0 - s^3 + s^3 - s^2 = 0$$

$$1 = 0 - s^3 + s^3 - s^2 = 0$$

$$s^2 = 1 + s^3 \leftarrow s^2 = 1 + s^3$$

$$s = \sqrt{1 + s^3} \leftarrow s = \sqrt{1 + s^3}$$

$$s = \sqrt[3]{1 + s^2} \times \frac{\sqrt{1 + s^3}}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 + s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$s = \sqrt[3]{1 - s^2} \times \frac{1}{\sqrt{1 + s^3}}$$

$$\text{لـ حـاءـ} = \frac{1}{2} \text{ لـ حـاءـ} + \frac{1}{2} \text{ لـ حـاءـ} + \frac{1}{2} \text{ لـ حـاءـ}$$

$$\frac{1}{2} \text{ لـ حـاءـ} + \frac{1}{2} \text{ لـ حـاءـ} + \frac{1}{2} \text{ لـ حـاءـ} = \frac{1}{2} \text{ لـ حـاءـ}$$

$$⑥ \quad s^2(s+3) \times \frac{1}{s}$$

أجزاء احادي دل

$$\frac{s}{s+3}$$

$$\frac{s}{s+3}$$

$$\frac{s}{s+3}$$

$$\frac{s}{s+3}$$

$$\frac{s}{s+3}$$

$$s(s+3) + (s+3) =$$

$$s + s^2 + s + 3 +$$

$$s(s+1)$$

$$s(s+1)$$

$$s(s+1)$$

$$s(s+1)$$

$$s(s+1)$$

$$s(s+1)$$

$$s(s+1)$$

السئلة الوزارية

$$\text{أ) } \int s \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) dx$$

$$\int s \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) dx = s \int \frac{1}{x} dx + s \int \frac{1}{x+1} dx$$

أجزاء

$$dx = s \cdot \frac{1}{x} \cdot s = s^2$$

$$dx = \frac{1}{x} s \rightarrow s = x \cdot s$$

$$s^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) - s \int x \cdot s \frac{1}{x} dx + s \int s \frac{1}{x+1} dx =$$

$$s^2 + s \int x \cdot s \frac{1}{x} dx - s \int x \cdot s \frac{1}{x+1} dx =$$

$$s^2 + s \int x \cdot s \frac{1}{x} dx + s \int x \cdot s \frac{1}{x+1} dx =$$

وزارة (٢٠٤) متساوية

$$\int s \frac{1}{x} dx$$

الحل

$$\text{ب) } \int s \frac{1}{x} dx$$

$$dx = s \cdot \frac{1}{x} \cdot s = s^2$$

$$dx = s \cdot \frac{1}{x} s = s^2$$

$$= -s^2 \ln s + C$$

$$\text{أجزاء آخر} = -s^2 \ln s + C$$

أكمل أكمل

مثال ① وزارة (٢٠٧) صفيحة

وزارة (٢٠٤) متساوية

$$\int s \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) dx$$

أكمل

$$s = \frac{s}{x+1}$$

$$s = \frac{s}{x+1} \cdot s = s^2$$

$$= s^2 \left(\frac{1}{x+1} \right)$$

$$= s^2 \ln s + C$$

$$s = s \cdot \frac{1}{x+1} \cdot s = s^2$$

$$s = s \cdot \frac{1}{x+1} \cdot s = s^2$$

$$= s^2 \ln s - s^2$$

$$= s^2 \ln s + s^2$$

$$= s^2 \ln s + s^2 + s^2$$

وزارة (٢٠٨) صفيحة

$$\text{أوجد } \int s \frac{1}{x} dx$$

أكمل

$$\int s \ln s dx$$

وزارة (٢٠١١) شئون

جد (٢) حساب - ضباب (٢)

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1-x} \right) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

↓
صبا

↓
صبا

↓
صبا

↓
صبا

$$\frac{d}{dx} (x + \frac{1}{1-x}) = 1 + \frac{1}{(1-x)^2}$$

وزارة (٢٠١١) صناعة

جد (٢) صناعة

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{1-x} \right) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{1}{1-x} \times \frac{1}{(1-x)} = \frac{1}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{1}{(1-x)^2} \times (-1) = -\frac{1}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^2} = 0$$

$$= 0 + 1 = 1$$

$$= 1 + 1 = 2$$

وزارة (٢٠١٠) شئون

جد (٢) صبا - ضباب (٢)

$$\begin{aligned} \text{اكل} \\ \text{صبا} &= \frac{1}{2} (\text{ضا} + \text{صبا}) \\ \text{صبا} &= \frac{1}{2} (\text{ضا} + \text{صبا}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 = \\ &= \text{ضا} + \text{صبا} \text{ بالجوع} \\ &= \text{ضا} + \text{صبا} = \text{صبا} \end{aligned}$$

جد (٢) صبا دوري

$$\begin{aligned} \text{صبا} &= \frac{1}{2} \text{ دوري} \\ \text{صبا} &= \frac{1}{2} \text{ دوري} = \text{صبا} \\ \text{صبا} &= \frac{1}{2} \text{ دوري} = \text{صبا} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ دوري} = \frac{1}{2} \text{ صبا}$$

$$\begin{aligned} \text{الجزء} \\ \text{صبا} &= \frac{1}{2} \text{ دوري} \\ \text{صبا} &= \frac{1}{2} \text{ دوري} = \text{صبا} \\ \text{صبا} &= \frac{1}{2} \text{ دوري} = \text{صبا} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ دوري} - \frac{1}{2} (\text{ضا} + \text{صبا})$$

$$= \frac{1}{2} \text{ دوري} + \frac{1}{2} \text{ دوري} - \frac{1}{2} (\text{ضا} + \text{صبا})$$

$$= \frac{1}{2} \text{ دوري} = \frac{1}{2} \text{ دوري}$$

$$\begin{aligned} \text{صبا} &= \frac{1}{2} \text{ دوري} \\ \text{صبا} &+ \frac{1}{2} \text{ دوري} = \text{صبا} \end{aligned}$$

$$u = s \quad du = ds$$

$$\int u^2 du = s^2 ds \quad u = \text{طابس}$$

$$= \frac{1}{3} (s^3 - \text{طابس}^3)$$

$$= \frac{1}{3} (s^3 + \text{طابس}^3) + C$$

حل آخر لضرب بالملاعنة

وزارة (١٢) ثانية

$$\int s^2 u^3 du$$

$$\text{الحل} \quad u = s^3 \quad du = 3s^2 ds$$

$$= \int s^2 u^3 \times \frac{du}{3s^2} = \frac{1}{3} \int s^2 u^3 du$$

$$= \frac{1}{3} \int s^2 u^3 du = \frac{1}{3} s^2 u^4 = \frac{1}{3} s^2 s^8 = \frac{1}{3} s^{10}$$

$$= \frac{1}{3} s^{10} \quad \text{اجزاء} \quad \text{اجزاء}$$

$$u = s^3 \quad du = 3s^2 ds$$

$$u = s^3 \quad du = 3s^2 ds$$

$$= \frac{1}{3} (s^3 u^3 - \frac{1}{4} u^4) + C$$

$$= \frac{1}{3} (s^3 s^9 - \frac{1}{4} s^{12}) + C$$

$$= \frac{1}{3} (s^{12} - \frac{1}{4} s^9) + C$$

وزارة (١٢) ثانية

$$\int s^2 u^3 du = \frac{1}{3} s^3 u^4 + C$$

$$u = s \quad du = ds$$

$$u = s \quad du = ds$$

$$u = s \quad du = ds$$

$$= \frac{1}{3} s^3 u^4 - \frac{1}{3} s^3 s^4$$

$$= \frac{1}{3} s^3 - \frac{1}{3} s^7$$

$$= -\frac{1}{3} s^7 - \frac{1}{3} s^3$$

$$= -s^3 + \frac{1}{3} s^7$$

$$= \frac{1}{3} s^7 - \frac{1}{3} s^3 + C$$

وزارة (١٢) صفيف

$$\int s^2 u^3 du = \frac{1}{3} s^3 u^4 + C$$

اكل

$$= \frac{1}{3} s^3 u^4 + C$$

$$\frac{س}{1+هـ} + \frac{هـ}{صـ} = \frac{س}{هـ} + \frac{هـ}{صـ}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{س}{هـ} + \frac{هـ}{صـ} \right)$$

$$\rightarrow \text{أجزاء} : \quad \frac{هـ}{صـ} = \frac{هـ}{صـ} \quad \frac{هـ}{صـ} = \frac{هـ}{صـ}$$

$$= \frac{1}{2} (صـ - هـ) + هـ$$

$$= \frac{1}{2} (صـ - هـ) + هـ$$

$$= صـ - هـ + هـ$$

$$\underline{\text{وزارة (٢٠١٥) سند}}$$

$$\frac{هـ}{صـ} = \frac{هـ}{صـ}$$

$$\frac{هـ}{صـ} = \frac{هـ}{صـ}$$

$$هـ = هـ \leftarrow هـ = هـ$$

$$هـ = هـ \leftarrow هـ = هـ$$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

رس لوس رس
الحل

$$هـ = رس \quad رس = هـ$$

$$= \frac{رس}{هـ} - \frac{1}{هـ} \times \frac{رس}{هـ}$$

$$= \frac{رس}{هـ} - \frac{رس}{هـ}$$

$$= \frac{رس}{هـ} + \frac{رس}{هـ}$$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

رس هـ + رس هـ

اكل : وزارة (٢٠٠٠) الصيف
الموسي من اسئلته لوزارة

وزارة (٢٠١٤) صيفية

$$\frac{رس}{هـ} + \frac{رس}{هـ}$$

$$\frac{رس}{هـ} + \frac{رس}{هـ}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

أجود

$$x \ln x + \int x \cdot \frac{1}{x} dx + \frac{1}{2} x^2$$

وزارة (٢٠١٦) ستوب

اكل: ك دربيب (٤) لفروع برابع
فنون الكتاب

وزارة (٢٠١٦) صيفي

$$\textcircled{1} \quad \text{إذا عملت أن } \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\text{ص} \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

الحل

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

وزارة (٢٠١٥) صيفي

$$\text{جد } \frac{d}{dx} \ln x + \frac{1}{x}$$

الحل

$$\frac{d}{dx} \ln x + \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{جزء ماس } \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{جزء ماس } \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x} \ln x + \frac{1}{x}$$

وزارة (٢.١٧) صيغة

اذا كان $\int \frac{dx}{(1+x)^n}$ حباص $= u$ فـ

فـ بدلالة u يـ $\int \frac{dx}{(1+u)^n}$ دـ

اـ $\frac{du}{u}$ دـ

$$du = \frac{1}{1+u} dx \quad \frac{1}{1+u} = \frac{du}{u}$$

$$\frac{du}{u} = \frac{1}{1+u} dx \quad u = -\frac{1}{1+u}$$

$$\left(\frac{1}{(1+u)^n} \right) - \left[\frac{1}{(1+u)^{n-1}} \right] = \text{حباص}$$

$$u = \frac{1}{1+u} \quad u = \frac{u}{1+u}$$

$$u = \frac{1}{1+u} \quad \frac{1}{1+u} = \frac{u}{1+u}$$

$$\frac{u}{1+u} = \frac{u}{1+u} \quad \frac{u}{1+u} = \frac{u}{1+u}$$

$$\frac{u}{1+u} = \frac{u}{1+u}$$

اـ $\frac{u}{1+u}$

$$P_C = \frac{1}{2} + \frac{1}{2+u}$$

وزارة (٢.١٧) صيغة

? حباص لو $(1+حباص) u$

? $u = 1+حباص$ دـ $= -\frac{1}{1+u}$

? حباص لو دـ $\frac{1}{1+u}$

? حباص لو دـ

? $(1-حباص) لو دـ$

? حباص = $1-u$

? $(1-(1-u)) لو دـ$

? $(u-1) لو دـ$

? $(u-1) (u+1) لو دـ$

? $(u^2-1) لو دـ$

? $u^2-1 = \frac{1}{u^2}-1 = \frac{1-u^2}{u^2}$

? $u^2-1 = \frac{1}{u^2}-1 = \frac{1-u^2}{u^2}$

? $(\frac{1}{u^2}-1)(u^2-1) = (\frac{1}{u^2}-1)(\frac{1}{u^2}-1)$

? $(\frac{1}{u^2}-1)(\frac{1}{u^2}-1) = \frac{1}{u^2}-1$

? $\frac{1}{u^2}-1 = \frac{1}{u^2}-1$

? $\frac{1}{u^2}-1 = \frac{1}{u^2}-1$

? $\frac{1}{u^2}-1 = \frac{1}{u^2}-1$

? +

وزرة (٢٠١٨) تكنو

$$\text{جد } \frac{1}{2} (s+3)^3 \ln(s+3+4s)$$

الحل

$$u = s+3+4s$$

$$5s(c+v)c = s+5c = 4s$$

$$\frac{1}{2} \ln(s+3) \ln(s+3+4s)$$

$$\frac{1}{2} (s+3) \ln(s+3)$$

$$\frac{1}{2} (s+3+4s) \ln(s+3)$$

$$\text{آيس } s+3+4s = 4s - 3 \text{ من الفرق}$$

$$\frac{1}{2} (s+3-4s) \ln(s+3)$$

$$u = s+1 \quad v = \ln(s+3)$$

$$du = ds \quad dv = -\frac{1}{s+3} ds$$

$$\frac{1}{2} (- (s+3) + \ln(s+3) + \ln(s+3))$$

$$-\frac{1}{2} (s+3+4s) \ln(s+3+4s)$$

$$\frac{1}{2} \ln(s+3+4s)$$

$$-\frac{1}{2} (s+3+4s+4s) \ln(s+3+4s)$$

$$+\frac{1}{2} \ln(s+3+4s)$$

ورقة عمل

٦) فتاوى في

٧) اذا كان $\int_{a}^b f(x) dx = 0$

$f(x) = 0$ ، $a = b$ ، $b - a = 0$

٨) اذا كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

$f(x) = 0$

او $f(x) = 0$

$$\frac{1}{3+7} - \frac{1}{3-5} = 0$$

٩) اذى كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

$$\frac{1}{5+3} - \frac{1}{5-3} = 0$$

١٠) اذى كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

١) اذا كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

فهذا يعني $f(x) = 0$ على بان

٢) اذا كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

فهذا يعني $f(x) = 0$ على بان

٣) اذا كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

فهذا يعني $f(x) = 0$ على بان

٤) اذا كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

فهذا يعني $f(x) = 0$ على بان

٥) اذا كان $\int_a^b f(x) dx = 0$

فهذا يعني $f(x) = 0$ على بان

$$\textcircled{14} \quad \text{إذا كانت } h(s) = 50 \text{ مس}\text{،}\\ \text{فـ } h'(s) = \text{مس جـبـع سـرـة } (h(s)) \text{ درـ}$$

$$\textcircled{15} \quad h'(s) = \frac{1}{s+1} \text{ درـ}$$

$$\frac{\text{مس حـبـاس}}{\text{حـاس}} \text{ درـ}$$

$$\textcircled{16} \quad h'(s) = \frac{1}{s+1} \text{ درـ}$$

$$\textcircled{17} \quad \text{إذا كان } h'(s) = 1 \text{ درـ}$$

$$h'(s) = \text{درـع } (s)$$

$$\textcircled{18} \quad \text{أوـ } h'(s) = \frac{1}{s+1} \text{ درـ} \quad \text{لوـ } (s)$$

$$\textcircled{19} \quad \frac{1+s}{s} \text{ درـ}$$

$$\textcircled{20} \quad \text{إذا كانت }$$

$$\textcircled{21} \quad h'(s) = \text{مس لـوس} + 3 \text{ درـ}$$

$$\text{فـ } h'(s) = \text{مس لـوس} + 3 \text{ درـ}$$

$$\textcircled{22} \quad \text{أوـ } h'(s) = \frac{1}{s+3} \text{ درـ}$$

$$\textcircled{23} \quad \text{أوـ } h'(s) = \frac{1}{(s+3)^2} \text{ درـ}$$

\textcircled{24} \quad \text{إذا كانت سـلـى المـاسـ لـمـخـنـ فـهـ}\\ \text{كـنـدـاـيـ نـقـطـهـ } (s, 0) \text{ رـعـطـهـ}\\ \text{بـاـ لـعـلـاقـهـ } \frac{s}{s+1} \text{ مـاوـجـهـ}\\ \text{صـادـلـهـ لـمـخـنـ إـذـاـ كـانـ يـمـرـ بـالـقـطـهـ}\\ (s=0)

$$\textcircled{25} \quad \text{إـذـاـ كـانـ } h(s) \text{ درـ} = 4$$

$$\text{فـ } h'(s) = \text{درـفـ } (s+1) \text{ درـ}$$

$$\textcircled{26} \quad h'(s) = s^3$$

$$\textcircled{27} \quad h'(s) = (s-1)^3 \text{ درـ}$$

$$\textcircled{28} \quad \text{إـذـاـ كـانـ } h(s) \text{ درـ} = 6$$

$$\text{فـ } h'(s) = -3 \text{ مـاوـجـهـ}\\ (h'(s) = \text{مس حـبـاسـ}) \text{ درـ}$$

$$\textcircled{29} \quad h'(s) = \frac{1}{(s+3)^2} \text{ درـ}$$

$$\textcircled{30} \quad \text{إـذـاـ عـلـمـتـ انـ } h'(s+3) = 3(s)$$

$$\text{فـ } h'(s) = \frac{1}{(s+3)^2} \text{ درـ}$$

التعامل بالكسور الجزئية

اولاً:- بجزئية الكسر

$$= \frac{P + (s - P)}{(s + P)(s - P)}$$

$$= \frac{P}{(s + P)(s - P)}$$

عندما $s = -P$ (صفر المدخل) \Rightarrow

$$\cdot x_0 + (s + P)P = 0$$

$$\Leftrightarrow s = -P$$

$$\Leftrightarrow s = -s \Leftrightarrow s + s = 0$$

$$\text{عندما } s = -P$$

$$= \frac{P - (s - P)}{(s + P)(s - P)} = \frac{2P - s}{(s + P)(s - P)}$$

$$\text{لتحوين } \Leftrightarrow s = -2P \Leftrightarrow s = -P \text{ يدل على}$$

$$\frac{s}{s+P} = \frac{-P}{s+P} + \frac{2P}{s+P} \text{ وندخل التكامل}$$

$$= \frac{1}{s+P} - \frac{2}{s-P}$$

$$= \frac{1}{s+P} - \frac{2}{s-P} = \frac{1}{s+P} + \frac{2}{s+P}$$

$$\text{دائماً التعامل الناتج من بجزئية}\frac{s}{s-P} \text{ المقام إلى عوامل يتم}$$

$$= \frac{2}{s+P}$$

الشرط

① s كثير صدود من الدرجة n التالية وكل الى عوامل الـ دوالـية

② درجة s $<$ درجة $P(s)$

مثال ①

$$= \frac{4}{s-3}$$

كل

$\frac{4}{s-3}$ بجزء الكسر وذلـى تجعل المقام الى عوامل .

$$= \frac{4}{(s+1)(s-3)}$$

$$= \frac{4}{s-3} + \frac{A}{s+1}$$

ملاحظة هامة

اذا كانت درجة البسط اقل من
درجة المقام .

① التكامل باللوغاريتم اذا كانت
متنية المقام تختصر مع البسط

② التكامل بالكلور الجزيئي اذا
كانت متنية المقام لا تختصر مع
البسط .

مثال

$$\frac{3}{9-x} \leftarrow \text{متنية المقام} = \text{بسط}$$

لوغاريتم

مثال ③

$$\frac{1}{x-5}$$

$$\frac{5}{x+5} + \frac{P}{x-5} = \frac{1}{x-5}$$

البسط \neq متنية المقام
المقام يحل الكلور جزيئي

مثال

$$\frac{1+3x}{3+5x-5}$$

البسط ليس متنية المقام

\rightarrow كلور جزيئي

$$\frac{1+3x}{3+5x-5} = \frac{1+3x}{(x-2)(x-1)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(x-5)(x+5)P}{(x+5)(x-5)} = \\ & \frac{1}{x+5} = P \leftarrow 1 + P x = 1 \\ & \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x-5} \leftarrow x = 5 \\ & \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x-5} \\ & \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x-5} \end{aligned}$$

لواء $x-5$ -1 لواء $x+5$

$$\frac{u}{1} + \frac{1-u}{1} =$$

مثال ٤

$$\text{جد } \frac{u}{1-u} - \frac{1-u}{1-u}$$

فلا حظه هامة

اذا كان المقام كربيعى يحل
 الى عوامل متباينه لذلك
 لا نستخدم الكوراجزى

لما في المقام الباقي

مثال ٥

$$\frac{u+50}{1+u+50}$$

المقام يحل $(1+u)(1+u)$
 ليس كوراجزى

$$\frac{u+50}{(1+u)(1+u)} = \frac{(u+50)}{(1+u)(1+u)}$$

$(1+u)(1+u)(2+50) =$
 تتحدم الاعزاء
 اى و كم دول

$$1+u = 50 \quad u = 49$$

$$\frac{1}{1+u} = \frac{1}{50} \quad u = 49$$

$$\frac{u}{1+u} + \frac{1}{1+u}(2+50) =$$

$$u + \frac{(u+50)}{1+u} =$$

$\Leftrightarrow 3 = 0$

$$(1+3x)(1+u) = 3xv$$

$$3 = u \Leftrightarrow uv = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{v} = u$$

$$xu + (3-\frac{1}{v})v = \frac{1}{v}xv$$

$$1 = v \Leftrightarrow v = \frac{1}{u} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{u}{3} + \frac{1}{1+u} =$$

الواحد + ١ + ٣ لوايس - ١٣

مثال ٦

$$\frac{u}{1+u-3} =$$

$$\frac{1}{(u-3)(u-3)} =$$

$$\frac{1}{(u-3)(u-3)} = \frac{1}{(u-3)^2}$$

$$\frac{(1-u)(1+u) + u(u-1)}{(u-1)(1+u)} =$$

$$(1-u)(1+u) + u(u-1) = 1$$

$$\text{عندما } u=1$$

$$\frac{1}{2} = 0 \leftarrow 0 = 1$$

$$\text{عندما } u=-1$$

$$\frac{1}{2} = 0 \leftarrow 0 = -1$$

$$\frac{\frac{1}{u}}{1+u} + \frac{\frac{1}{u}}{1-u} \quad (1=)$$

$$= \frac{1}{u} (\ln(1+u) - \ln(1-u))$$

$$= \frac{1}{u} \ln(1+u) - \frac{1}{u} \ln(1-u)$$

$$\underline{\text{مثال ٤}} \quad \frac{u+u^2}{u^2+u}$$

ملاحظة : صننا المقام كثبيجي ولا حل لذلك
كل بالتعويفن :

الحل

$$u = s + s^2, \quad u^2 = s(s+1)$$

$$= \frac{s+s^2}{s+s^2+s} \quad \leftarrow$$

$$= \frac{s}{s+1} \times \frac{1}{s+1}$$

$$= \ln(u+1) +$$

$$= \ln(u+1) + s + s^2 +$$

$$\underline{\text{مثال ٥}} \quad \frac{u^2}{u^2-4}$$

ملاحظه هام

هنا المقام غير ثبيجي
المجه = متنقّلة مقام

كل بالتعويفن

$$u = s^2 - 4 \leftarrow s^2 = 4 \rightarrow s = \pm 2$$

$$\frac{u}{u^2-4} \times \frac{u}{u}$$

$$= \frac{1}{s^2-4} = \frac{1}{(s-2)(s+2)}$$

$$= \ln(s-2) + \ln(s+2)$$

$$\underline{\text{مثال ٦}} \quad \frac{u}{u^2-1}$$

$$u = s \quad \leftarrow$$

الحل

$$= \frac{s}{(s-1)(s+1)}$$

$$= \frac{1}{s-1} - \frac{1}{s+1}$$

$$= \frac{1}{s-1} \times \frac{s}{s} - \frac{1}{s+1} \times \frac{s}{s}$$

$$= \frac{1}{(s-1)s} - \frac{1}{(s+1)s}$$

$$= \frac{1}{s-1} + \frac{1}{s+1}$$

مثال ١١

$$\frac{1}{3 - \sqrt{2 - x}} dx$$

الحل

$$u = \sqrt{2 - x} \rightarrow x = 2 - u^2$$

$$du = -2u \cdot (-1) du = u du$$

$$\frac{1}{3 - \sqrt{2 - x}} = \frac{1}{3 - \sqrt{2 - (2 - u^2)}} = \frac{1}{3 - \sqrt{u^2}}$$

$$\frac{u}{3 - \sqrt{u^2}} = \frac{u}{\sqrt{u^2}(3 - \sqrt{u^2})} = \frac{u}{u\sqrt{u^2 - 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{u^2 - 9}}$$

$$\frac{u}{(1+u)(3-u)} + \frac{1}{(3-u)} = \frac{u}{(1+u)(3-u)} + \frac{(1+u)}{(1+u)(3-u)} = \frac{u+1}{(1+u)(3-u)}$$

$$\frac{(u+1)+(1+u)}{(1+u)(3-u)} = \frac{2(u+1)}{(1+u)(3-u)} = \frac{2}{3-u}$$

$$\frac{2}{3-u} = \frac{2}{u} \left(\frac{1}{u} \right) = \frac{2}{u} \left(\frac{1}{u} \right) = \frac{2}{u} \left(\frac{1}{u} \right)$$

$$\frac{\frac{1}{u}}{u+1} + \frac{\frac{1}{u}}{3-u} = \frac{1}{u(u+1)} + \frac{1}{u(3-u)}$$

$$\frac{1}{u(u+1)} + \frac{1}{u(3-u)} = \frac{1}{u} \left(\frac{1}{u+1} + \frac{1}{3-u} \right)$$

$$\frac{1}{u} \left(\frac{1}{u+1} + \frac{1}{3-u} \right) = \frac{1}{u} \left(\frac{1}{u+1} + \frac{1}{3-u} \right)$$

مثال ١٢

$$\frac{u}{3 - \sqrt{u^2 - 16}} du$$

الحل

$$u = 4 \sin \theta \rightarrow \theta = \arcsin \frac{u}{4}$$

$$\frac{4 \sin \theta}{3 - \sqrt{16 \sin^2 \theta}} \cdot 4 \cos \theta d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

$$\frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta = \frac{4 \sin \theta \cos \theta}{3 - 4 \sin \theta} d\theta$$

ثانية

الكسور الجزئية باستخدام القسماة الطويلة

الباقي

$$\frac{3}{1+5x} = \frac{3}{5x+1} = \frac{3}{5x} - \frac{3}{5}$$

المقسوم عليه الناتج

$$= \frac{3}{5x} - \frac{3}{5} + \frac{1}{5x+1}$$

قسماة طويلة

$$\text{مثال } ⑤ \quad \frac{3}{5x+1}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \overline{)5x+1} \\ 5x \\ \hline 1 \end{array}$$

$$= 1 - \frac{1}{5x+1}$$

$$= \frac{1}{5x+1} - 1$$

$$\text{مثال } ⑥ \quad \frac{3+3}{5x+1}$$

ملاحظة هامة جداً

هنا نلاحظ أن المقام يحل ، وكل بالكسور الجزئية لكن يجب اولاً أن نقسم قسماة طويلة ← يلي بعده

ملاحظات هامة

١ يجب أن يكون كل من الرatio المقام كثيرة حدود . درجة البسط ≤ درجة المقام

٢ الباقي
المقسوم = الناتج + المقسوم عليه

٣ يجب مرتب كل من المقسوم والمقسوم عليه حسب قوى س لتنازلية

٤ تتوقف عملية القسمة عندما تصبح درجة البسط أقل من درجة المقسوم عليه .

مثال ①

$$\frac{1}{5x+1}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \overline{)5x+1} \\ 5x \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3}} \left(\frac{3+s}{s} \right) = \text{مسافة طولها}$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3}} \frac{3+s}{s} = \frac{1}{\sqrt{s-3}} \frac{3+s}{s}$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3}} + \frac{(s+3)}{s} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3}} = \frac{(s+3)}{s}$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3}} + \frac{1}{s-3} =$$

$$\frac{(1-s)(s+3)}{s(s-1)} =$$

$$(1-s)(s+3) = 1$$

$$1 = 1 \iff s = 1$$

$$1 = p \iff s = 1$$

$$\frac{1}{1-p} + \frac{1}{p} + \frac{1}{s-3} =$$

$$1 + s + \frac{1}{s-3} =$$

مثال ④

$$\frac{\sqrt{s-3}}{s} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3}} = \frac{1}{\sqrt{s-3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3}} \times \frac{\sqrt{s-3}}{\sqrt{s-3}} =$$

يسعى ←

$$\frac{s}{\sqrt{1-\frac{3+s}{s}}} =$$

$$\frac{3+s}{s} + \frac{1}{s-3} =$$

كسر جزئي

$$\frac{p}{1+s} + \frac{q}{1-s} =$$

$$\frac{(1-s)(1+p)+(1+s)q}{(1+s)(1-s)} =$$

$$(1-s)(1+p)+(1+s)q = s+3$$

$$\iff 1 = s$$

$$s = p \iff p = s$$

$$1 = s \iff s = 1 \iff 1 = s$$

$$\frac{1}{1+s} + \frac{1}{1-s} + rs =$$

$$1 + s - 1 = s$$

مثال ⑤

$$\frac{\sqrt{s-3}}{\sqrt{s-3} + \sqrt{2}}$$

$$s-3 =$$

$$\frac{1}{2} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3} + \sqrt{2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{s-3} - \sqrt{2}} =$$

$$\left(\frac{u}{\epsilon - u} \right) = \frac{\ln \frac{u}{\epsilon - u}}{\epsilon}$$

$$\text{فَسْمَةٌ طُولُهُ } \frac{\ln \frac{u}{\epsilon - u}}{\epsilon} =$$

$$\frac{\epsilon - u}{u} = e^{\frac{u}{\epsilon - u}}$$

$$\text{كُوْرُجِزِيَّةٌ } \frac{\epsilon}{\epsilon - u} \left(+ \ln \frac{u}{\epsilon - u} \right) =$$

$$\frac{\epsilon}{(\epsilon + u)(\epsilon - u)} = \frac{\epsilon}{\epsilon^2 - u^2}$$

$$\frac{1}{\epsilon + u} + \frac{1}{\epsilon - u} =$$

$$\frac{(\epsilon - u) + (\epsilon + u)}{(\epsilon + u)(\epsilon - u)} =$$

$$\leftarrow \epsilon = u$$

$$\epsilon = p \leftarrow p \epsilon = \lambda$$

$$\epsilon - = u$$

$$\epsilon - = 0 \leftarrow 0 \epsilon - = \lambda$$

$$\frac{\epsilon}{\epsilon + u} = \frac{\epsilon}{\epsilon - u} + \ln \frac{u}{\epsilon - u}$$

$$(\epsilon + u) - \epsilon - \ln \frac{u}{\epsilon - u} =$$

$$| \epsilon + u - \epsilon - \ln \frac{u}{\epsilon - u} + \ln \frac{u}{\epsilon - u} | =$$

تکاولات عتیبة وسراجهة لجیع التکاولات

$$\text{مثال } \textcircled{1} \quad \frac{1}{1+x} = \frac{1}{1-\sqrt{1-x}} \quad \text{جد } \quad \frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-\sqrt{1-x}} = 0$$

$$\frac{1}{1+x} \times \frac{1}{1-\sqrt{1-x}} = \frac{1}{(1+x)(1-\sqrt{1-x})} = \frac{\sqrt{1-x} + 1}{x}$$

$$\frac{\sqrt{1-x} + 1}{x} = \frac{\sqrt{1-x} + 1}{\sqrt{1-x}(1+\sqrt{1-x})} = \frac{1}{\sqrt{1-x}} + \frac{1}{1+\sqrt{1-x}}$$

أعمل اجل

ملاحظه حافظه

اذا اذخرت لات ما هو كزاوية او كجزء من كرقوغا بالتعريف

مثال \textcircled{1} حجم جداً

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

$$\text{الحل} \quad \frac{1}{1-x} = \frac{1}{\sqrt{1-x}} \quad \leftarrow \quad \sqrt{1-x} = 1-x \quad \leftarrow \quad x = 1-x \quad \leftarrow \quad 2x = 1 \quad \leftarrow \quad x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1-x} = \frac{1}{\sqrt{(1-x)^2}} = \frac{1}{1-x}$$

$$= \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{2}{1-x^2}$$

$$= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x)(1-x)} = \frac{2}{(1+x)(1-x)}$$

أعمل اجل

مثال ٤

$$\frac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{ds}{\sqrt{1-s^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$$

الحل

$$\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$$

$$1+s^2 = \frac{ds}{ds}$$

$$ds = \frac{ds}{ds} ds$$

$$ds = ds - 1$$

$$ds = (1-s^2) ds$$

$$ds = \frac{ds}{\frac{1-s^2}{s^2}}$$

$$\frac{ds}{1-s^2} = \frac{ds}{s^2}$$

$$(1-s^2)(s^2) = 1-s^2$$

$$\frac{1}{1-s^2} + \frac{1}{s^2} =$$

امثل اكل

مثال ٣

$$\frac{ds}{\sqrt{1+s^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{s}{\sqrt{1+s^2}}$$

$$\frac{s}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{\sqrt{1+s^2}}{1+s^2}$$

$$\frac{s}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+s^2}}$$

$$s = s \sqrt{1+s^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{1}{s} \cdot \frac{s}{s} = \frac{s}{s \sqrt{1+s^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$1 - \frac{1}{s} = \frac{s-1}{s} = \frac{s-1}{\sqrt{1+s^2}}$$

$$1 - \frac{1}{s} = \frac{s-1}{\sqrt{1+s^2}} = \frac{s-1}{s \sqrt{1+s^2}}$$

$$s - \frac{1}{s} = \frac{s-1}{s \sqrt{1+s^2}}$$

اجراء

$$s = s$$

مثال ٥

$$\frac{1}{\sqrt{1+s^2}(s+1)} ds$$

$$\sqrt{1+s^2} = s \sqrt{1+s^2} = s$$

$$s = s - 1$$

$$s = s - 1$$

$$\frac{1}{s(s-1)(s+1)} = \frac{1}{s(s^2-1)}$$

$$\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s+1} =$$

$$s - 1 + s + 1 =$$

$$2s =$$

$$2s = 2s$$

$$2s = 2s$$

$$\begin{aligned} & \frac{u}{u+1} = ? \\ & \frac{u}{u+1} = \frac{u-1+1}{u+1} = \frac{u-1}{u+1} + \frac{1}{u+1} \\ & u-1 = u(u+1) - 1 \\ & u-1 = u^2 + u - 1 \\ & u = u^2 + u \\ & u = u(u+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ③ \\ & \frac{1}{1+\sqrt{u}} = ? \\ & \frac{1}{1-\sqrt{u}} = ? \end{aligned}$$

$$u = s \leftarrow \frac{1}{1+\sqrt{u}} = s$$

$$s = \frac{(1+u)}{u-1}$$

$$\frac{u+u^2}{u-1} = ?$$

$$\frac{u+u^2}{u-1} = \frac{u(u+1)}{u-1} = u$$

$$\frac{u}{u-1} + u = ?$$

$$u + u(u-1) = ?$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } ④ \\ & \frac{u}{u+1} = ? \\ & u = s \quad \sqrt{u} = s \\ & u = s^2 \quad u^2 = s^2 \\ & u^2 + u = s^2 + s \\ & u(u+1) = s(s+1) \\ & u = s(s+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & u = s(s+1) \\ & u = s^2 + s \\ & u = s + s^2 \\ & u = s + \frac{s^2}{s} \\ & u = s + \frac{u}{s} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{u+1}} = ?$$

$$u = s \quad \sqrt{u} = s$$

$$s = u^2$$

$$s^2 = u^2 \quad u = ?$$

$$s^2 = u^2 \quad u = ?$$

$$\frac{s^3}{s-1} + \frac{3}{(s-1)^2}$$

مَعْكَهُ طَهُول

$$+ \frac{1}{s-1} + \frac{3}{(s-1)^2}$$

$$\left(\frac{1}{s-1} + 1 \right) \frac{3}{(s-1)^2} + \frac{3}{(s-1)^2}$$

كُور حِزْرَيْه

$$\frac{1}{s-1} + \frac{3}{(s-1)^2} =$$

$$\frac{2(s+1) + 3(s-1)}{(s-1)(s+1)} =$$

$$\frac{1}{s-1} = 2 \quad 1 = 2 \quad \Leftrightarrow \quad s = 1$$

$$\frac{1}{s-1} = 3 \quad 1 = 3 \quad \Leftrightarrow \quad s = 1$$

$$\left(\frac{1}{s-1} + \frac{3}{(s-1)^2} \right) \frac{3}{(s-1)^2} + \frac{3}{(s-1)^2}$$

$$\frac{3}{(s-1)^2} + \frac{9}{(s-1)^4} = \frac{3}{(s-1)^2} + \frac{3}{(s-1)^4}$$

? +

$$s + \frac{3}{(s-1)^2} + \frac{1}{(s-1)}$$

$$- \frac{3}{(s-1)^2} + \frac{1}{(s-1)} \left(1 + \frac{3}{(s-1)} \right)$$

اَكْل اَكْل

صَنْدَل

$$\frac{3}{(s-1)^2} \text{ دَس لَيْسَ تَحْوِيفَه}$$

اَكْل

$$\frac{3}{(s-1)^2} \text{ دَس دَس}$$

$$\frac{3}{(s-1)^2} \text{ دَس دَس}$$

$$دَهَه = دَس (س - 1)$$

$$دَهَه = دَس (س - 1)$$

$$\text{تَحْوِيفَه} = دَس - 1$$

$$دَس = دَس - 1$$

$$دَهَه = دَس دَهَه \times دَهَه$$

$$\frac{1}{s-1} = \frac{1}{s-1}$$

$$\frac{1}{(s-1)^2} =$$

$$\frac{3}{(s-1)^2} - \frac{3}{(s-1)^4}$$

$$\frac{u}{1-u} + \frac{v}{u-1} = \frac{u(v-1) + v(1-u)}{u(v-1)} =$$

$$1 = u \quad 1 = v \\ \frac{1}{1-u} + \frac{1}{u-1}$$

$$= -\ln|1-u| + \ln|1-v| \\ = -\ln|1-u| + \ln|1-v| + 0$$

$$\text{مثال } ⑯ \\ \frac{1}{u-1} = \frac{1}{(\ln|1-u|)^2}$$

$$\frac{1}{u(u+\frac{1}{u})} = \frac{1}{u^2+1} \\ = \frac{1}{u^2+1} = \frac{1}{u^2+1}$$

$$u = \ln|1-\frac{1}{u}| = \ln|1-\frac{1}{u}| = \frac{1}{u} = \frac{1}{u}$$

$$u + \frac{1}{u} = u + \frac{1}{u} = \frac{1}{u} + \frac{1}{u} = \\ u + \frac{1}{u} = u + \frac{1}{u} =$$

$$\text{مثال } ⑰ \\ \frac{1}{1+\sqrt{u}} = \frac{1}{1+\sqrt{u}} = \frac{1}{1+\sqrt{u}} = \frac{1}{1+\sqrt{u}} = \frac{1}{1+\sqrt{u}} = \frac{1}{1+\sqrt{u}} =$$

$$= \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} =$$

$$\text{مثال } ⑱ \\ \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} = \frac{1}{u-1} =$$

مثال ١٥ محي جيداً جيداً

فاس عس

احدى فاس عاس عس

دورى

ع = عاس ده = عاس

ده = عاس طاس و = طاس

عاس طاس - فاس (فاس -)

عاس طاس - فاس + فاس

حل بالتعريفين يوحى به حلقة

درس التعرفين

فاس (فاس + فاس) =

فاس + فاس

= لوا فاس + طاس

\Leftrightarrow

فاس ده = عاس طاس - فاس

+ لوا فاس + طاس

فاس = عاس طاس + لوا فاس + طاس

مثال ١٦

$\frac{1}{(1-\text{فاس})}$

احدى $\frac{1}{(1-\text{فاس})} \times \frac{(1+\text{فاس})}{(1+\text{فاس})}$

$= \frac{1+\text{فاس}+\text{فاس}}{(1-\text{فاس})(1+\text{فاس})}$

$= \frac{1+\text{فاس}+\text{فاس}}{(1-\text{فاس})^2}$

$= \frac{1+\text{فاس}+\text{فاس}}{(\text{فاس})^2}$

$= \frac{1+\text{فاس}+\text{فاس}}{\text{فاس}}$

$= \frac{1}{\text{فاس}} + \frac{1}{\text{فاس}} + \frac{1}{\text{فاس}}$

$$\frac{\ln x}{x} \times dx$$

$$= \frac{dx}{x - 1}$$

$$\frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x^2} (1 + \ln x)$$

كوارجيزى

مثال ١٥

$$\frac{x - \sqrt{3}}{\sqrt{3}x^2}$$

الحل

$$\frac{x - \sqrt{3}(x-1)}{\sqrt{3}x^2}$$

$$= \frac{x - \sqrt{3}x + \sqrt{3}}{\sqrt{3}x^2}$$

$$= \frac{-\sqrt{3}x + \sqrt{3}}{\sqrt{3}x^2}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{3}x}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{3}x}$$

$$= \frac{1}{x} + \frac{1}{(x-1)}$$

مثال ١٦

$$\frac{1}{(1+\sqrt{x})}$$

اكل

$$x = \sqrt{x} \quad \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x}$$

$$x = \ln x \quad \ln x = x$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{\ln x}$$

$$dx = \frac{1}{x} dx \quad x = \ln x$$

$$dx = \frac{1}{\ln x} dx \quad x = \ln x$$

$$dx = \frac{1}{x} dx \quad x = \ln x$$

$$dx = \frac{1}{x} dx \quad x = \ln x$$

$$dx = \frac{1}{x} dx \quad x = \ln x$$

يَتَّبِعُ اَكْل

مثال ١٦

$$\frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 1$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \sqrt{\frac{1}{x}} = \\ & \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \sqrt{x} + \\ & \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \sqrt{x} = \\ & \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \sqrt{x} = \\ & \left(\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \sqrt{x} = \\ & \sqrt{x} = \left[\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} \right] = \\ & \sqrt{x} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 - x^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}{1 + x^{\frac{1}{2}}} = \\ & \frac{(1 + x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{2}})}{1 + x^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}{1 + x^{\frac{1}{2}}} = \\ & x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} = \\ & x^{\frac{1}{2}} + \frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}} = \\ & x^{\frac{1}{2}} + \frac{5}{2}x^{\frac{1}{2}} = \\ & \text{مثال } 18 \quad \text{أوجد } \sqrt{1 + \sqrt{x}} = \\ & \text{الحل} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{مثال } 19 \quad \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = \\ & \text{نفرض } u = \sqrt{x} \quad u^2 = x \\ & u^2 = u^2 + 1 \quad u^2 = u^2 + 1 \\ & u^2 - u^2 = 1 \quad u^2 - u^2 = 1 \\ & 0 = 1 \quad 0 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 + \frac{1}{2}u^2}{\frac{1}{2}u^2} \sqrt{u^2} = \frac{1}{u^2} + 1 \sqrt{u^2} = \\ & \frac{1 + \frac{1}{2}u^2}{1 - \frac{1}{2}u^2} \sqrt{u^2} = \frac{1 + \frac{1}{2}u^2}{\frac{1}{2}u^2} \sqrt{u^2} = \\ & \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \\ & \frac{1 + \frac{1}{2}u^2}{\frac{1}{2}u^2} \sqrt{u^2} + \frac{1 + \frac{1}{2}u^2}{\frac{1}{2}u^2} \sqrt{u^2} = \\ & \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \\ & 1 = 1 \quad 1 = 1 \\ & u = 1 \quad u = 1 \\ & \sqrt{x} = 1 \quad \sqrt{x} = 1 \end{aligned}$$

٢٠ مثال

$$\frac{\sqrt{1+\cos x} \times \sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}$$

$$\frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} = \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}$$

$$\frac{1-\cos x}{\sqrt{1+\cos x}}$$

صيغة

$$\frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}}$$

$$1 - \cos x = u \quad \Rightarrow \quad u + 1 = \cos x$$

$$1 = u \quad \Rightarrow \quad u = 1$$

$$1 + 1 = 2 = u \quad \Rightarrow \quad u = 2$$

$$\frac{\sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x}} = \frac{\sqrt{1-u}}{\sqrt{1+u}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+u}} \times \frac{\sqrt{1-u}}{\sqrt{1+u}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+u}} = \frac{1}{\sqrt{1+2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$1 - \sqrt{1-u} = \sqrt{1-u}$$

أعماق

ص < ٠

$$\frac{\sqrt{u} \times \sqrt{3-u}}{\sqrt{3+u}}$$

$$\frac{\sqrt{u}}{\sqrt{(u+1)^3}}$$

$$\frac{\sqrt{u}}{u+1}$$

$$\frac{u}{u+1}$$

$$\frac{u}{u+1} + \frac{u-1}{u+1}$$

$$\frac{u-1}{u+1} = \frac{1-(u+1)}{u+1} = \frac{1-u-1}{u+1} = \frac{-u}{u+1} = \frac{-u}{u+1} = \frac{-u}{u+1}$$

أعماق الكل

تدريبات الكتب

$$\frac{1}{s-3} + \frac{4}{1-s} =$$

$$= \frac{4(s-3) + 1(s-4)}{(s-3)(s-1)} =$$

$$= \frac{4s - 12 + s - 4}{(s-3)(s-1)} =$$

$$= \frac{5s - 16}{(s-3)(s-1)} =$$

$$0 = \frac{16}{s-1} = 2$$

$$= \frac{5s - 16}{s-1} =$$

$$= \frac{5(s-3) - 1}{s-1} =$$

تدريب ٣ حل
حل كلًّاً من التمرينات الآتية

$$\frac{s^2 + s + 5}{s^2 + s} \quad (1)$$

مساحة طوبية

$$\frac{s^2 + s + 5}{s^2 + s}$$

$$= \frac{5 + s + s^2}{s^2 + s} + 1 =$$

$$= \frac{5}{s^2 + s} + \frac{s}{s^2 + s} + \frac{s^2}{s^2 + s} + 1 =$$

نسبة

تدريب ١ حل

$$= \frac{s}{s^2 - 4s + 4} =$$

الحل

$$= \frac{0}{(s-2)^2} =$$

$$= \frac{0}{s^2 - 4s + 4} =$$

$$= \frac{(s-1) + 0(s-2)}{(s-1)(s-2)} =$$

$$= \frac{1}{s-1} = 0 \leftarrow$$

$$= \frac{0}{s-2} = 0 \leftarrow$$

$$= \frac{0}{s-1} + \frac{0}{s-2} =$$

$$= \frac{0}{s-1} + \frac{0}{s-2} =$$

تدريب ٤ حل ورقة (١٤) صفيحة

$$= \frac{s-13}{s^2 - 4s - 5} =$$

$$= \frac{s-13}{s^2 - 4s - 5} =$$

٤٨٨ ص ٣ درس

$$\frac{u}{u-3} - \frac{u}{u-5} = \frac{u}{u-5}$$

$$u = u(u-5) = u^2 - 5u$$

$$u(u-5) = u^2 - 5u$$

$$u(u-5) = u^2 - 5u$$

$$1 = 1$$

$$(1-u)(u+5) = u^2 - 5u$$

$$\frac{u}{1-u} + \frac{5}{u+5} =$$

$$(u+5)u + (1-u)5 =$$

$$(1-u)(u+5)$$

$$\frac{1}{1-u} = 1 \leftarrow u = 1 \Leftrightarrow 1 = u$$

$$5 \times \frac{1}{1-u} = (1-\frac{1}{1-u})5 = 1 \leftarrow \frac{1}{1-u} = u$$

$$\frac{1}{1-u} = u \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{1-u} + \frac{5}{u+5} =$$

$$1 + \frac{1}{u+5} = \frac{1}{u+5} + \frac{1}{u+5} =$$

$$1 + \frac{1}{u+5} = \frac{1}{u+5} + \frac{1}{u+5} =$$

$$1 + \frac{1}{u+5} = \frac{1}{u+5} + \frac{1}{u+5} =$$

و.

$$\frac{(1+s)p}{s(s+1)} =$$

$$s = s \\ p = 0$$

$$0 = 0 \leftarrow 1 = 1$$

$$\frac{0}{1+s} = \frac{0}{s} \leftarrow$$

$$0 = 0 \leftarrow 1 = 1$$

$$\frac{s}{s-1} =$$

$$\frac{s+5+s}{s+5-s} =$$

$$\frac{s+5-s}{s+5-s} =$$

$$\frac{s+5-s}{s+5-s} =$$

$$\frac{s+5-s}{s+5-s} =$$

$$\frac{s+5-s}{s+5-s} =$$

$$\left[(1-5)u + \left[5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} \right] \right] =$$

$$(5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4}) - (7 + \frac{7}{2} + \frac{7}{4})$$

$$(10 - 14)u =$$

$$-4u + 10 =$$

$$-4u + 4 =$$

$$-4u + 70 =$$

$$\frac{(c-\sqrt{c})(c+\sqrt{c})}{(c+\sqrt{c})(c-\sqrt{c})} = \frac{c-\sqrt{c}}{c+\sqrt{c}}$$

$$c = 12 \leftarrow c = 12 - 2x12 \\ 3 = 2$$

$$c = 12 - 2x12 \leftarrow c = 12 - 2x12 \\ 4 = 0 \leftarrow$$

$$\frac{4}{c+\sqrt{c}} + \frac{3}{c-\sqrt{c}} + 3 - \sqrt{c}^3$$

$$(c+\sqrt{c}) + (c-\sqrt{c}) + 3\sqrt{c} + 3\sqrt{c}^3 + 3\sqrt{c}^5 + 3\sqrt{c}^7$$

$$\frac{1}{c} (\sqrt{c} - \sqrt{c}^3) =$$

$$12 - \sqrt{c} + \\ 2 + 12 + \sqrt{c} + 4 +$$

$$\sqrt{1+4c} = 00 \quad \frac{1}{1+4c} \quad (3)$$

$$c = \frac{1}{1+4c} = 00 \quad 1 = 00 \leftarrow c = 0$$

$$c = 0 \leftarrow c = 0$$

$$00 \sqrt{1+4c} \times \frac{1-c}{1+c}$$

$$\frac{1-c}{1+c} = 00 \times \frac{1-c}{1+c}$$

$$\frac{1-c}{1+c} = \frac{00c - c^2}{1+c}$$

$$\frac{1-c}{1+c} = \frac{c^2 - 00c}{1+c}$$

$$c = \frac{1-c}{1+c} + c - 00c$$

$$c + 1 - = [1 + c + 4 + 3\sqrt{c} + 3\sqrt{c}^3 + 3\sqrt{c}^5 + 3\sqrt{c}^7]$$

$$\frac{1 - \sqrt{c}^3}{c - \sqrt{c}^3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} c = \frac{1}{4} c = \sqrt{c}^3 = 00 \\ 00 = \frac{1}{4} c = \frac{1}{4} c = \sqrt{c}^3$$

$$00 \sqrt{c}^3 \times \frac{1 - \sqrt{c}^3}{c - \sqrt{c}^3} \quad (2)$$

$$00 \times \frac{1 - \sqrt{c}^3}{c - \sqrt{c}^3} \quad (2)$$

$$\frac{1 - \sqrt{c}^3}{c - \sqrt{c}^3} \quad (2)$$

$$\frac{1 - \sqrt{c}^3}{c - \sqrt{c}^3} = \frac{1 - \sqrt{c}^3}{c - \sqrt{c}^3}$$

$$\frac{12 + 4c - 12 - 4c}{12 + 4c - 12 - 4c} =$$

$$\frac{12 - 4c}{c - \sqrt{c}^3} (1 - \sqrt{c}^3) =$$

مكتوب حسب المنهج

$$\frac{12 - 4c}{(c+\sqrt{c})(c-\sqrt{c})} =$$

$$\frac{J}{c+\sqrt{c}} + \frac{P}{c-\sqrt{c}} =$$

تمارين وسائل

٤٨٩

$$\frac{(s-p)(s+p+ps)p}{(s+p)(s-p)} =$$

$$\frac{v}{s} = \frac{p}{s} = p \Leftrightarrow p^2 = 1 \Leftrightarrow s = v \Leftrightarrow s = v - p \Leftrightarrow s = v - s \Leftrightarrow s = 0$$

$$\frac{\frac{1}{s}}{s+p} + \frac{\frac{1}{s}}{s-p} =$$

$$\frac{1}{s} \left[\frac{1}{s-p} + \frac{1}{s+p} \right] = \text{لواتس}$$

$$\frac{1}{s} \left(\frac{1}{s-p} + \frac{1}{s+p} \right) =$$

$$\frac{1}{s} \left(\frac{1}{s-p} - \frac{1}{s-p} \right) =$$

$$\frac{s-1}{(s-p)(s+p)} = \frac{s-1}{s^2 - p^2}$$

$$\frac{1}{s-p} + \frac{1}{s+p} =$$

$$\frac{(s-p)v + (s-p)ps}{(s-p)(s+p)} =$$

$$\frac{(s-p)(v+ps)}{(s-p)(s+p)} =$$

$$1 = v \Leftrightarrow v = 1 \Leftrightarrow s = v \Leftrightarrow s = v - p \Leftrightarrow s = v - s \Leftrightarrow s = 0$$

لتبين محل

جد للآن التحويلات الارتفاع

$$\frac{v}{s} = \frac{v}{s^2 - p^2} \quad ①$$

$$\frac{v}{(s+p)(s-p)} = \frac{v}{s^2 - p^2}$$

$$\frac{v}{s+p} + \frac{v}{s-p} =$$

$$\frac{(s-p)v + (s+p)v}{(s+p)(s-p)} =$$

$$1 = v \Leftrightarrow v = 1 \Leftrightarrow s = v$$

$$1 = v \Leftrightarrow v = 1 \Leftrightarrow s = v$$

$$\frac{1}{s+p} + \frac{1}{s-p} =$$

$$= \text{لواتس} - 1$$

$$\frac{s^2}{s^2 - p^2} =$$

$$\frac{s^2}{(s+p)(s-p)} =$$

$$\frac{1}{s+p} + \frac{1}{s-p} =$$

$$\frac{3+s^3}{s^2-s} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{s-1} \\ &\quad - \frac{s}{s-1} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{s+3}}{(1+s)(s-3)} = \frac{\sqrt{s+3}}{s+3}$$

$$\frac{1}{s+3} + \frac{3}{s-3} =$$

$$\frac{(s-3)(s+1) + (1+s)s}{(1+s)(s-3)} =$$

$$\frac{1}{s-1} = \frac{s}{s+3} \leftarrow s =$$

$$s = \frac{s}{s+3} \leftarrow s =$$

$$\frac{c_0}{s} = P \leftarrow \frac{c_0}{s} =$$

$$\frac{1}{s-1} \left(+ \frac{c_0}{s} \right) + s =$$

$$= s + c_0 + \frac{c_0}{s-1} - \frac{c_0}{s-1} \ln(s-1)$$

$$= -\frac{c_0}{s-1} \ln(s-1) + 1$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{s-1} \left(-\frac{s}{s-1} \right) = \\ &= -\frac{1}{s-1} \left(\ln(s-1) + \frac{1}{s-1} \right) = \\ &= (\ln(s-1) - 1) + (s-1) = \\ (3) &= \frac{8-5s+3s^2}{s^2-4s} \end{aligned}$$

$$\frac{c_0}{s-4} + \frac{4}{s-4} = \frac{8-5s+3s^2}{s^2-4s}$$

$$\frac{8-5s+3s^2}{s^2-4s} \left(+ s \right) =$$

$$\frac{c_0}{s-4} + \frac{4}{s-4} = \frac{8-5s+3s^2}{s^2-4s}$$

$$\frac{8-5s+3s^2}{s^2-4s} \left(+ \frac{31}{s-4} \right) + s =$$

$$\frac{8-5s+3s^2}{s^2-4s} \left(+ \frac{31}{s-4} \right) + s =$$

$$\text{مس} \frac{1}{1+\omega} \quad (1)$$

$$\text{مس} \frac{1}{\omega} = \omega \text{ مس}$$

$$x \frac{1}{1+\omega} \quad ?$$

$$= \frac{1}{\omega + 1} \times \frac{1}{\omega} \quad ?$$

$$= \frac{1}{(\omega + 1)\omega} \quad ?$$

$$\frac{J}{1+\omega} + \frac{P}{\omega} = \frac{1}{(\omega + 1)\omega}$$

$$=\frac{\omega J + (\omega + 1)P}{(\omega + 1)\omega}$$

$$P = 1 \leftarrow \omega$$

$$J = 0 \leftarrow J - 1 = \omega$$

$$= \frac{1}{1+\omega} + \frac{1}{\omega} \quad ?$$

$$\text{لوا} \omega - \text{لوا} \omega + \omega + J$$

$$= \text{لوا} \omega - \text{لوا} \omega + \omega + J$$

$$= \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega - \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega + \omega + J$$

$$= \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega - \text{لوا} \omega - \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega + \omega + J$$

$$+ J$$

$$\text{مس} \frac{1}{\omega - 50} \quad (2)$$

$$= \text{لوا} \omega - \text{لوا} \omega + \omega$$

$$= \frac{\omega}{\omega - 50} \quad ?$$

$$= \frac{\omega}{\omega - 50} \times \frac{\omega}{\omega - 50} \quad ?$$

$$= \frac{1 - \omega}{\omega - 50} \quad ?$$

$$\frac{J}{\omega + 0} + \frac{P}{\omega - 0} = \frac{1 - \omega}{\omega - 50}$$

$$= \frac{(\omega - 0)J + (\omega + 0)P}{(\omega + 0)(\omega - 0)}$$

$$= \frac{1 - \omega}{\omega - 50} = \frac{1 - \omega}{\omega - 0} = \omega$$

$$= \frac{1}{\omega + 0} - \frac{1}{\omega - 0} \quad ?$$

$$= \frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega} \quad ?$$

$$= \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega - \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega + \omega$$

$$= \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega - \text{لوا} \omega - \frac{1}{\omega} \text{لوا} \omega + \omega$$

$$+ J$$

$$\frac{\sqrt{v}}{v-1} \quad ?^{\textcircled{4}}$$

$$s = v \leftarrow \sqrt{v} = s \Leftrightarrow s^2 = v$$

$$s^3 = v \leftarrow 9 = s \leftarrow s^3 = v$$

$$s = v^{\frac{1}{3}} \leftarrow 17 = s$$

$$s^3 < v < s^2 \quad ?^{\textcircled{4}}$$

$$\frac{1}{s^3 - v} \quad ?^{\textcircled{4}}$$

$$\frac{1}{s^3 - v} = \frac{1}{s^3 - s^3} + c \quad ?^{\textcircled{4}}$$

$$\frac{1}{s^3 - v} = \frac{1}{s^3 - s^3} + c \quad ?^{\textcircled{4}}$$

$$v = (s - w)u + (s + w)p$$

$$s - w = u \quad \leftarrow s - w$$

$$s + w = p \quad \leftarrow s + w$$

$$w(v) \left(\frac{1}{s+w} + \frac{1}{s-w} + c \right) =$$

$$c = \ln(s+w) - \ln(s-w) - \frac{1}{w}$$

$$c = \ln(s+w) - \ln(s-w) - \frac{1}{w}$$

$$\frac{s^3}{s^3 - v} \quad ?^{\textcircled{4}}$$

الحل

$$s^3 = v \leftarrow s = v^{\frac{1}{3}} \leftarrow s = v^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{1}{s^3 - v} = \frac{1}{s^3 - s^3} =$$

$$(s - w)u + (s + w)p = (s - w)u + (s + w)p$$

$$s - w = u \quad \leftarrow s - w$$

$$\frac{1}{s} = u \quad \leftarrow s = w$$

$$\frac{1}{s} = p \quad \leftarrow s = w$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s} + 1 =$$

$$s + w + \frac{1}{s} - \frac{1}{s} \ln(s+w) =$$

$$s + w + \frac{1}{s} \ln(s-w) - \frac{1}{s} \ln(s+w) =$$

١١) لو $(س - ٩)$ دس

$$و = لو(س - ٩) دس = دس$$

$$\frac{دوس}{س} = \frac{س}{س - ٩}$$

$$\frac{s}{s-9} - \text{لو}(s-9) \quad ?$$

$$\frac{18 + ٩ - s}{18 + s} - \text{متحصل} \quad ?$$

$$\frac{18}{(s+9)(s-9)} + دس \quad ?$$

$$\frac{18}{(s+9)(s-9)} =$$

$$\frac{c}{s+9} + \frac{p}{s-9} =$$

$$\frac{(s-9) + (s+9)p}{(s+9)(s-9)} =$$

$$s = p \leftarrow p = 18 \leftarrow s = 9$$

$$s = 9 \leftarrow 9 = 18 \leftarrow s = 9$$

$$s = 9 \leftarrow 9 + 9p = 18 \leftarrow p = 1$$

$$s = 9 \leftarrow 9 + 9p = 18 \leftarrow p = 1$$

$$s = 9 \leftarrow 9 + 9p = 18 \leftarrow p = 1$$

? +

١٠) حناس

١٣+ حناس - حباص

حس

١٣+ حناس - (١ - حناس)

حس

١٣+ حناس - حناس

حس = حناس

حس × حناس

حس × حناس

$\frac{1}{s^2 + 4s}$

$$\frac{c}{s^2 + 4s} + \frac{p}{s} = \frac{1}{(s^2 + 4s)s}$$

$$s = p \leftarrow p = 1 \leftarrow$$

$$s = 1 \leftarrow \frac{1}{s} = 1 \leftarrow$$

$$\frac{1}{s} = 1 \leftarrow$$

$$\frac{1}{s^2 + 4s} + \frac{1}{s^2} =$$

$$\frac{1}{c + \sqrt{c^2 - s}} \quad (13)$$

$$s = c - \sqrt{c^2 - s}$$

$$s^2 = c^2 - 2sc + c^2 - s$$

$$2sc = c^2 - s$$

$$sc = \frac{c^2 - s}{2}$$

$$sc = \frac{c^2 - s}{2} \leftarrow c = \sqrt{s^2 + sc^2}$$

$$\frac{1}{c + \sqrt{c^2 - s}} = \frac{1}{\sqrt{s^2 + sc^2}}$$

$$= \frac{1}{(1+s)(c-s)}$$

$$\frac{1}{c-s} + \frac{1}{c+s} =$$

$$= \frac{1}{c-s} (c+s) + \frac{1}{c+s} (c-s)$$

$$= \frac{(c+s)^2 + (c-s)^2}{c^2 - s^2}$$

$$= \frac{2c^2 + 2s^2}{c^2 - s^2} = \frac{2(c^2 - s^2)}{c^2 - s^2} = 2$$

$$2 = \epsilon \leftarrow c = \omega$$

$$\frac{1}{c-s} + \frac{1}{c+s} =$$

$$= \frac{1}{\omega-\epsilon} + \frac{1}{\omega+\epsilon}$$

$$= \frac{1}{\omega-\epsilon} + \frac{1}{\omega+\epsilon} =$$

$$\frac{1}{s + \sqrt{s^2 + sc^2}} \quad (14)$$

$$s = c - \sqrt{c^2 - s}$$

$$= \frac{c^2 - s^2}{c^2 - s^2} = \frac{c^2 - s^2}{c^2 + sc^2}$$

$$\frac{1}{c^2 + sc^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + s/c} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{\sec^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \cos^2 \theta = \frac{\cos^2 \theta}{c^2}$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$= \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{c} - 1} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{c} - 1} &= \frac{\sqrt{c} + 1}{(\sqrt{c} - 1)(\sqrt{c} + 1)} \\ &= \frac{\sqrt{c} + 1}{c - 1} \\ &\leftarrow c = \sqrt{c}^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{c} + 1}{\sqrt{c} - 1} \times ?$$

$$\frac{\sqrt{c} + 1}{\sqrt{c} - 1} \times \frac{\sqrt{c} - 1}{\sqrt{c} - 1}$$

$$\frac{\sqrt{c} + 1}{c - 1} \times ?$$

$$\frac{c + \sqrt{c}}{c - 1} \times ?$$

$$\frac{\sqrt{c}}{c - 1} + ?$$

$$\frac{c}{1 + \sqrt{c}} + \frac{\sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} = ?$$

$$\frac{(1 - \sqrt{c})d + (1 + \sqrt{c})p}{(1 + \sqrt{c})(1 - \sqrt{c})} = ?$$

$$1 = p \leftarrow p = c \leftarrow 1 = \sqrt{c}$$

$$1 = \sqrt{c} \leftarrow \sqrt{c} = c \leftarrow 1 = \sqrt{c}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{c}} + \frac{1}{1 - \sqrt{c}} ? + ?$$

$$\begin{aligned} &1 + \frac{1}{\sqrt{c} - 1} - 1 + \frac{1}{\sqrt{c} + 1} = ? \\ &\text{لوا}\sqrt{c} + \text{لوا}\sqrt{c} - \text{لوا}\sqrt{c} - \text{لوا}\sqrt{c} = ? \end{aligned}$$

$$\frac{1 + \sqrt{c - 1}}{c - \sqrt{c - 1}} \quad (14)$$

$$\frac{1 + \sqrt{c - 1}}{c - \sqrt{c - 1}} = ?$$

$$\frac{1}{\sqrt{c - 1}} = ?$$

$$\frac{c}{\sqrt{c - 1}} = ?$$

$$\frac{(1 + \sqrt{c})(\sqrt{c})}{c - \sqrt{c}} = ?$$

$$\frac{\sqrt{c} + \sqrt{c}}{c - \sqrt{c}} = ?$$

$$\frac{(\sqrt{c} + \sqrt{c})}{(1 - \sqrt{c})\sqrt{c}} = ?$$

$$\frac{\sqrt{c} + \sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{c}} = ?$$

$$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{c}}$$

$$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{c}} + ? = ?$$

$$1 - \sqrt{c} + \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{c}} = ?$$

$$\frac{\sqrt{c} - \sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{c}} = ?$$

$$1 - \sqrt{c} + ? = ?$$

$$\frac{d}{dx} \ln \frac{u}{v} = \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} \quad (7)$$

$$\text{اصل } \frac{d}{dx} \ln \frac{u}{v} = \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v}$$

$$\ln \frac{u}{v} = \int \left(\frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} \right) dx$$

$$u = \ln v = \ln u \quad \text{لـ } u = v$$

$$u' = v' \quad \text{لـ } u = v$$

$$\ln \frac{u}{v} = \int \frac{v'}{v} - \frac{u'}{u} dx$$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{p}{u-v}$$

$$\frac{(u-v)(p+q)}{(u+v)(u-v)} =$$

$$\frac{1}{u} = p \quad \text{لـ } u = v$$

$$\frac{1}{v} = q \quad \text{لـ } u = v$$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{u} (1 - \frac{1}{u}) + \frac{1}{v} (1 - \frac{1}{v})$$

$$\frac{d}{dx} \ln \frac{u}{v} = \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} \quad (7)$$

$$\text{اصل } \frac{d}{dx} \ln \frac{u}{v} = \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v}$$

$$\ln \frac{u}{v} = \int \frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} dx$$

$$u = v = \ln u = \ln v$$

$$\frac{u'}{u} - \frac{v'}{v} = \frac{1}{u} - \frac{1}{v}$$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{p}{u-v}$$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{p+q}{u-v}$$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{(p+q)(u-v)}{(u+v)(u-v)}$$

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$\frac{ds}{s(s-u)} \quad ? \quad (1)$$

$$\frac{ds}{s(u-s)} = \frac{ds}{s(u-s)} \quad ?$$

$$s = u - s \leftarrow s = \frac{1}{2} u \quad ?$$

$$\frac{ds}{s(u-s)} \quad ?$$

$$s \times \frac{1}{u-s} \quad ?$$

$$\frac{1}{s+u} + \frac{1}{s-u} =$$

$$\frac{(s-u) + (s+u)}{(s+u)(s-u)} =$$

$$\frac{1}{s} = u \leftarrow s = u$$

$$s = u - u = 0 \leftarrow s = u$$

$$\frac{1}{s+u} - \frac{1}{s-u} =$$

$$\frac{1}{u} \ln \left| \frac{s-u}{s+u} \right| - \frac{1}{u}$$

$$\frac{1}{u} \ln \left| \frac{u-u}{u+u} \right| - \frac{1}{u} \ln \left| \frac{u+u}{u-u} \right| + C$$

+ C

أسئلة الوزارة

$$\frac{1}{s(s-2)} + \frac{1}{s-2} \leftarrow \text{كور حزينة}$$

$$\frac{1}{s-2} + \frac{1}{s} = \frac{s+2-s}{s(s-2)}$$

$$1 = P \quad C = PC - \leftarrow = s$$

$$1 = U \quad C = UC \leftarrow C = s \quad \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s-2} \leftarrow = s$$

$$C = \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s-2} \leftarrow = s$$

$$C = \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s-2} \leftarrow = s$$

$$C = \frac{1}{s(s-2)(s-2)} \leftarrow = s$$

$$C = \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s-2} \leftarrow = s$$

$$C = \frac{1}{s-2} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s-2} \leftarrow = s$$

وزارة (٢٠١٢) صيفي

$$C = \frac{3}{s-2} + \frac{3}{s}$$

$$\frac{3}{s-2} = \frac{3}{s} - \frac{3}{s-2} \leftarrow = s$$

$$\frac{3}{s-2} + \frac{3}{s} = \frac{3s+3s-6}{s(s-2)} = \frac{6s-6}{s(s-2)}$$

$$\frac{6}{s-2} = 0 \leftarrow 6 = 0 \quad \frac{6}{s} = P \leftarrow P = 6$$

$$\frac{3}{s-2} + \frac{3}{s} = 6$$

$$\frac{3}{s-2} + \frac{3}{s} = 6 \leftarrow 6 = 6$$

وزارة (٢٠١٤) شتوى

$$\frac{3}{s-2} + \frac{3}{s} = 6 \leftarrow 6 = 6$$

$$\frac{3}{s-2} = 6 \leftarrow 6 = 6$$

كور حزب

$$\frac{4}{3+4x - x^2}$$

$$= \frac{4}{(1-x)(3-x)}$$

$$= \frac{u}{1-x} + \frac{v}{3-x}$$

$$\frac{(3-u)v + (1-u)v}{(1-x)(3-x)} =$$

$$v=5 \leftarrow u=4$$

$$v=12 \leftarrow u=3$$

$$= \frac{5}{1-x} + \frac{12}{3-x}$$

$$5(\text{لوا}-\text{لو}) + 12(\text{لو}-\text{لو})$$

$$6(\text{لو}-\text{لو}) - 5(\text{لو}-\text{لو})$$

$$= -6\text{لو}$$

وزارة (٢٠١٥) كتب

$$= \frac{5}{\sqrt{3x+4} + \sqrt{3x+4}}$$

$$= \frac{5}{\frac{1}{\sqrt{3x+4}} + \frac{1}{\sqrt{3x+4}}} = \frac{5}{\frac{2}{\sqrt{3x+4}}} = 5\sqrt{3x+4}$$

يسعى اكل

كور حزب

$$\frac{5}{(3-x)(2-x)}$$

$$= \frac{u}{3-x} + \frac{v}{2-x}$$

$$= \frac{(2-u)v + (3-u)v}{(3-x)(2-x)}$$

$$v=5 \leftarrow u=4$$

$$v=12 \leftarrow u=3$$

$$= \frac{5}{3-x} + \frac{12}{2-x}$$

$$= [12-5] \text{لو} + [12-5] \text{لو} -$$

$$= 7(\text{لو} - \text{لو}) + 7(\text{لو} - \text{لو})$$

وزارة (٢٠١٥) كتب

$$= \frac{5}{3+\sqrt{3x+4}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{3x+4}} = 5$$

$$= \frac{5}{\sqrt{3x+4}} = 5$$

$$= 5 \leftarrow x=3$$

$$= 5 \leftarrow x=3$$

$$= \frac{5}{3+4x-3} = 5$$

حالة (٢) صيغة

$$\frac{du}{u} = \ln(u-1) du$$

$$u = \frac{e^u}{e^{u-1}} \Rightarrow \frac{e^u}{e^{u-1}} = u$$

$$\frac{e^u}{e^{u-1}} - 1 = \ln(u-1)$$

$$\frac{e^u}{e^{u-1}} - 1 = \text{مسافة طولها } \sqrt{\frac{e^u}{e^{u-1}} - 1}$$

$$\frac{e^u}{e^{u-1}} + 5\sqrt{\frac{e^u}{e^{u-1}} - 1} - (\ln(u-1))$$

$$\frac{e^u}{e^{u-1}} = \frac{u}{u-1}$$

$$\frac{u}{1+u} + \frac{p}{1-u} =$$

$$(1-u)u + (1+u)p =$$

$$(1+u)(1-u) =$$

$$1 - u = u \quad 1 = p$$

$$\frac{1}{1+u} + \frac{1}{1-u}$$

$$\ln(u-1) = \ln(u) - \ln(u-1)$$

$$u + \ln(u-1) - \ln(u)$$

$$1 = \bar{u} = u \iff 1 = u$$

$$1 = \bar{u} = u \iff 1 = u$$

$$\frac{\sqrt{u^3 + u^4} \times c}{u^3 + u^4} =$$

$$\frac{c}{(u^3 + u^4)^{1/2}} =$$

$$\frac{c}{(u^3 + u^4 + u^5)^{1/2}} =$$

$$\frac{c}{(1+u^4)(u^3 + u^4)} =$$

$$\frac{u}{1+u} + \frac{p}{u+u} =$$

$$\frac{(u+u)(u + (1+u)p)}{(1+u)(u+u)} =$$

$$u = 1 \quad u = 1 \leftarrow 1 = u$$

$$p = 0 \quad p = 1 \leftarrow u = 0$$

$$\frac{u}{1+u} + \frac{u}{u+u} =$$

$$\left[\frac{u}{1+u} + \left[\frac{u}{u+u} \right] \right]$$

$$(u \ln(u) - u) + (u \ln(u) - u)$$

وزارة (٢٠١١) صيف

$$\frac{3}{s^3 + s} = \frac{3}{s(s+1)} = \frac{3}{s} - \frac{3}{s+1}$$

اكل

$$\frac{3}{s} = \frac{3}{s(1+s)} = \frac{3}{1+s}$$

$$\frac{3}{1+s} \times \frac{1}{s} = \frac{3}{s(1+s)}$$

$$\frac{3}{s(1+s)} = \frac{3}{s} - \frac{3}{1+s}$$

$$\frac{3}{1+s} + \frac{3}{s} =$$

$$\frac{(s+3) + 3s}{s(1+s)} =$$

$$s = P \leftarrow \therefore = s$$

$$s = u \leftarrow u = s \leftarrow v = s$$

$$\frac{s}{s+1} + \frac{3}{s} =$$

$$s(\ln s) - s(\ln s) + 3 + 3 =$$

$$3\ln s - 3\ln s + 3 + 3 =$$

وزارة (٢٠١١) سنتوية

$$\frac{4}{s^3 - s} = \frac{4}{s(s-1)(s+1)} =$$

الحل

$$\frac{4}{s(s-1)(s+1)} = \frac{4}{s-1} - \frac{4}{s+1}$$

$$\frac{4}{s-1} = \frac{4}{s+1}$$

$$\frac{4}{s-1} = \frac{4}{s-3} =$$

$$\frac{4}{s-3} + \frac{4}{s-1} =$$

$$\frac{(s-3) + (s-1)}{(s-3)(s-1)} =$$

$$s-2 = s-2$$

$$s-2 \leftarrow s = 2 \leftarrow s = 2$$

$$\frac{4}{s-2} + \frac{4}{s-2} =$$

$$4 - 4 = 0 =$$

$$0 = 0 - (0) - (0) =$$

$$0 = 0 - (0) - (0) =$$

$$0 = 0 - 3 - 3 =$$

وزارة (٢٠١٤) صيف

وزارة (٢٠١٤) شتوى

$$\frac{1}{c^2 - \omega^2} = \frac{1}{c - \omega} - \frac{1}{c + \omega}$$

$$\text{اكل} \quad \frac{1}{c - \omega} = \frac{1}{c + \omega} \quad \frac{1}{c + \omega} = \frac{1}{c - \omega}$$

$$\frac{1}{c - \omega} = \frac{1}{c + \omega}$$

$$\frac{1}{c - \omega} = \frac{1}{c + \omega} \times \frac{c + \omega}{c + \omega} = \frac{c + \omega}{c^2 - \omega^2}$$

$$\frac{1}{c + \omega} + \frac{1}{c - \omega} = \frac{1}{(c + \omega)(c - \omega)} =$$

$$(c - \omega)U + (c + \omega)V = \frac{1}{(c + \omega)(c - \omega)}$$

$$\frac{1}{\omega} = U \leftarrow c = \omega$$

$$\frac{1}{\omega} = V \leftarrow c = -\omega$$

$$\frac{1}{c + \omega} + \frac{1}{c - \omega} =$$

$$(c + \omega) \frac{1}{\omega} + (c - \omega) \frac{1}{\omega} =$$

$$c + \omega - c - \omega =$$

$$0 +$$

$$\frac{1}{c^2 - \omega^2} = \frac{1}{c + \omega} - \frac{1}{c - \omega}$$

$$\text{اكل}$$

$$\frac{1}{c - \omega} = \sqrt{\frac{c + \omega}{c - \omega}}$$

$$\sqrt{\frac{c + \omega}{c - \omega}} = \sqrt{\frac{c + \omega}{c - \omega}}$$

$$\frac{1}{c - \omega} = \frac{1 - \omega^2}{c^2 - \omega^2}$$

$$1 - \omega^2$$

$$\frac{1 - \omega^2}{c^2 - \omega^2} + \frac{1 - \omega^2}{c^2 - \omega^2} =$$

$$\frac{1}{c + \omega} + \frac{1}{c - \omega} = \frac{1 - \omega^2}{c(c - \omega)} =$$

$$\frac{1}{c + \omega} + \frac{1}{c - \omega} = \frac{1 - \omega^2}{c(c + \omega)} =$$

$$\frac{1}{c} = U \leftarrow c = \omega$$

$$\frac{1}{c} = V \leftarrow c = -\omega$$

$$\frac{1}{c + \omega} + \frac{1}{c - \omega} + \omega(c - \omega) =$$

$$\omega - \omega + \omega(c - \omega) + \omega(c + \omega) =$$

$$0 +$$

$$\frac{c+s}{s-1} + \frac{c+s}{1-s} = s^2 + s + ?$$

$$\frac{c+s}{(1+s)(s-1)} = \frac{c+s}{1-s}$$

$$\frac{c}{1+s} + \frac{s}{1-s} =$$

$$\frac{(1-s)(0+(1+s)P)}{(1+s)(1-s)} =$$

$$\frac{1}{s} = 0 \quad \leftarrow \quad 1 = s$$

$$\frac{c}{s} = P \quad \leftarrow \quad 1 = s$$

$$\frac{c}{1+s} + \frac{s}{1-s} + s^2 + s + ? =$$

$$s^2 + s + \frac{c}{s} + \frac{s}{c} + ? = \text{لوا}s - 1 - \frac{1}{s} \text{ لوا}s + 1 + s + ?$$

وزارة (٢٠١٤) تسوية

$$\frac{s}{s-1} -$$

$$\frac{1}{s-1} = \frac{s}{s+1}$$

$$\frac{s}{s-1} + s^2 + s + 1 =$$

$$\frac{c}{s-1} + \frac{s}{s+1} = \frac{s}{(s+1)(s-1)} =$$

$$\frac{(s-s)(0+(c+s)P)}{(s+1)(s-1)} =$$

$$1 = P \quad \leftarrow \quad c = s$$

$$1 = s \quad \leftarrow \quad c = s$$

$$\frac{c}{s-1} + \frac{1}{s-1} + s^2 + s + ? =$$

$$s^2 + s - 1 - \text{لوا}s - 1 - \text{لوا}s + 1 + ? =$$

وزارة (٢٠١٤) تسوية

$$\frac{ds}{s+1-s} \quad (1)$$

$$\frac{c}{s-1} + \frac{s}{s-1} = \frac{1}{(s-1)(s-1)} =$$

$$\frac{(s-s)(0+(c+s-1)P)}{(s-1)(s-1)} =$$

$$1 = 0 \quad \leftarrow \quad c = s$$

$$1 = P \quad \leftarrow \quad s = 1$$

$$\frac{c}{s-1} + \frac{s}{s-1} =$$

$$\frac{1-s}{s-1} = \frac{c+s}{s-1} = \frac{s+s}{s-1} = \frac{2s}{s-1}$$

$$1 - \text{لوا}s - 1 - \text{لوا}s + 1 + ? =$$

وزارة (٢٠١٤) صيفيه

$$\text{جد } \left\{ \begin{array}{l} s - 13 \\ s + 37 - s \end{array} \right\}$$

$$\frac{s - 13}{(s - 3)(s - 1)} = \frac{s - 13}{s + 37 - s}$$

$$\frac{c}{s-3} + \frac{p}{s-1} =$$

$$\frac{(1-p)(s+37-s)}{(s-3)(s-1)} =$$

$$c = p \quad \leftarrow \quad s = s$$

$$0 = p \quad \leftarrow \quad \frac{1}{s} = s$$

$$\frac{c}{s-3} + \frac{0}{s-1} =$$

$$13 - 11 - \ln(s-1) - \ln(s-3) =$$

وزارة (٢٠١٥) شتوئي

$$\frac{s}{(s-c)s} \quad \text{جد } \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ c \end{array} \right\}$$

$$s - c = s - s \quad \leftarrow \quad s = s$$

$$s - x \frac{\frac{1}{s}}{s-c} =$$

$$s - x \frac{\frac{1}{s}}{s-c} \leftarrow \text{جمع كل}$$

وزاره (٢٠١٦) شتوئي $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ s+1 \end{array} \right\}$

$$\frac{1}{s} = \frac{s+1}{s} = \frac{s+1}{s} = \frac{s}{s} = \frac{s}{s}$$

$$\frac{0.5 \times \frac{1}{s}}{s+1} ?$$

$$\frac{1}{s(s+1)} ? =$$

$$\frac{c}{1+s} + \frac{p}{s} =$$

$$\frac{0.5 + (1+0.5)p}{s(s+1)} =$$

$$1 = p \quad \leftarrow \quad . = 0.5$$

$$1 = c \quad \leftarrow \quad 1 = s$$

$$\frac{1}{1+s} + \frac{1}{s} ?$$

لواهـا - لواهـا + ١ + ١

لواهـا - لواهـا + ١ + ١

$$\begin{aligned} & \frac{7 - 4x^3}{9 - 4x^3} \\ & \frac{4x^2 + 3}{4x^2 + 3} \\ & \frac{4x^2 + 3}{7 - 4x^3} \\ & 0 \leq -4x^3 \end{aligned}$$

$$\frac{04 - 4x^3}{9 - 4x^3} (7 - 4x^3) =$$

لـ $\sqrt{7 - 4x^3}$

$$\frac{04 - 4x^3}{(3 + 4x)(3 - 4x)} = \frac{04 - 4x^3}{9 - 4x}$$

$$\frac{3}{3+4x} + \frac{1}{3-4x} =$$

$$\frac{(3-4x)(3+4x)P}{3+4x}(3-4x)P =$$

$$\frac{3}{3+4x}(3-4x)P =$$

$$\frac{0}{3} = 0 \quad \frac{1}{7} = P$$

$$\frac{0}{3+4x} + \frac{1}{3-4x} (7 - 4x^3) =$$

$$\frac{1}{3-4x} + \frac{1}{7} + 4x^3 - \frac{3}{7} =$$

$$(\frac{1}{3-4x} + \frac{1}{7}) + \frac{1}{7} + 4x^3 - \frac{3}{7} =$$

$$(\frac{1}{3-4x} + \frac{1}{7}) + \frac{1}{7} + 4x^3 - \frac{3}{7} =$$

$$1 + \frac{1}{3-4x} + \frac{1}{7} + 4x^3 - \frac{3}{7} =$$

$$2 +$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum + 4x^3 + 3}{9 - 4x^3} \\ & \frac{4x^2 + 3}{9 - 4x^3} \\ & \frac{4x^2 + 3}{\sum + 4x^3} \\ & \frac{4x^2 + 3}{\sum + 4x^3} \\ & \frac{4x^2 + 3}{\sum + 4x^3} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{3-4x} + \sum + 4x^3 + 3 \right) \frac{1}{7} =$$

$$(1 - 4x + 4x^3 + 4x^6 + \frac{3}{7}) \frac{1}{7} =$$

$$(1 - 4x + 4x^3 + 4x^6 + \frac{3}{7}) \frac{1}{7} =$$

$$1 - 4x + 4x^3 + 4x^6 + \frac{3}{7} =$$

$$\frac{\sum - 3}{3-4x} \quad \text{جـ ٣} \quad \textcircled{3}$$

$$3 = 3x^3 \quad \leftarrow \quad 3 = 3x^3$$

$$3 = 3x^3 \quad \leftarrow \quad 3 = 3x^3$$

$$3 = 3x^3 \quad \leftarrow \quad 3 = 3x^3$$

$$3 = 3x^3 \quad \leftarrow \quad 3 = 3x^3$$

$$3 = 3x^3 \quad \leftarrow \quad 3 = 3x^3$$

$$3 = 3x^3 \quad \leftarrow \quad 3 = 3x^3$$

$$3 = 3x^3 \quad \leftarrow \quad 3 = 3x^3$$

وزارة (< .٦) سكرتارية

$$\text{جد } \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{s+1} - \sqrt{s-1} \\ \sqrt{s+1} + \sqrt{s-1} \end{array} \right\}$$

اصل

$$\frac{\sqrt{s-1} - \sqrt{s+1}}{\sqrt{s-1} + \sqrt{s+1}} \times \frac{\sqrt{s-1} + \sqrt{s+1}}{\sqrt{s-1} + \sqrt{s+1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{s-1} - \sqrt{s+1})}{\sqrt{s+1} + \sqrt{s-1}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{s-1} - \sqrt{s+1}}{\sqrt{s-1}}$$

$$= \frac{1 - (\sqrt{s+1} - \sqrt{s-1})}{\sqrt{s-1}}$$

$$= \frac{1 - \sqrt{s+1} + \sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}}$$

$$\sqrt{s-1} = \sqrt{s-1} - \sqrt{s-1}$$

$$\sqrt{s-1} = \sqrt{s-1} - \sqrt{s-1}$$

$$\frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}} = \frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}}$$

$$\frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}} = \frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}}$$

$$\frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}} = \frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}}$$

$$\frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}} = \frac{\sqrt{s-1}}{\sqrt{s-1}}$$

$$\frac{1}{1 - \sqrt{s+1}} - \frac{1}{1 + \sqrt{s+1}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \sqrt{s+1}} + \frac{1}{1 - \sqrt{s+1}} -$$

$$= \frac{1}{1 + \sqrt{s+1}} + \frac{1}{1 - \sqrt{s+1}} -$$

وزارة (< .٥) صناعة

$$\frac{s}{s+50} \quad ?$$

الحل

$$\frac{s}{s+50} = \frac{s}{s+50} \quad \frac{s}{s+50} = \frac{s}{s+50}$$

$$\frac{s}{s+50} = \frac{s}{s+50} \quad \frac{s}{s+50} = \frac{s}{s+50}$$

$$\frac{s}{s+50} = \frac{1}{s+50 - 50} \quad ?$$

$$\frac{1}{s+50} = \frac{1}{(s-50)(1-50)} =$$

$$\frac{(1-50)}{(s-50)(1-50)} =$$

$$\frac{1}{s-50} = 0 \quad \leftarrow s = 50$$

$$\frac{1}{s-50} = 0 \quad \leftarrow \frac{1}{s} = 0$$

$$\frac{1}{s-50} + \frac{1}{1-50} =$$

$$1 - \frac{1}{50} + \frac{1}{1-50} =$$

$$1 - \frac{1}{50} + \frac{1}{1-50} =$$

$$? +$$

وزارة (٢٠١٧) شئوه

$$\text{جد } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{فاس طاس}}{\text{دنس}} \\ - \frac{\text{طاكن}}{٨} \end{array} \right.$$

الحل

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{فاس طاس}}{\text{دنس}} \\ - ٨ - (\text{فاس} - ١) \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{فاس طاس}}{\text{دنس}} \\ ٤ - \text{فاس} \end{array} \right.$$

$$٥٥ = \text{فاس} \quad \text{و} \quad ٥٥ = \text{فاس طاس دنس}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{فاس طاس}}{\text{دنس}} \\ \times \frac{\text{دنس}}{\text{فاس طاس}} \end{array} \right. =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{١}{٩ - \text{ص}} \end{array} \right.$$

$$\frac{١}{٩ - \text{ص}} + \frac{١}{٣ - \text{ص}} = \frac{١}{٩ - \text{ص}} \leftarrow$$

$$= \frac{(٣ - \text{ص}) + (٣ + \text{ص})}{(٣ - \text{ص})(٣ + \text{ص})} \leftarrow$$

$$\frac{١}{٩ - \text{ص}} = ٣ \leftarrow \text{ص} = ٣$$

$$\frac{١}{٣ - \text{ص}} = \text{ص} \leftarrow \text{ص} = \text{ص}$$

$$= \frac{١}{٣ + \text{ص}} + \frac{١}{٣ - \text{ص}}$$

$$= \frac{١}{٣ - \text{ص}} + \frac{١}{٣ + \text{ص}} \leftarrow \text{ص} = ٣$$

$$= \frac{١}{٣ - \text{ص}} - \frac{١}{٣ + \text{ص}} \leftarrow \text{ص} = ٣$$

٢ +

وزارة (٢٠١٦) صيفيه

$$\text{جد } \left\{ \begin{array}{l} \text{دنس} \\ ٣ - \sqrt{٣ + ٥٧} \end{array} \right.$$

الحل

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{دنس} = ٣ + \sqrt{٣ + ٥٧} \\ \text{دنس} = ٣ - \sqrt{٣ + ٥٧} \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{دنس} = \frac{\text{دنس}}{\text{دنس}} \\ \text{دنس} = \frac{\text{دنس}}{\text{دنس}} \end{array} \right. =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{دنس} = \frac{\text{دنس}}{\text{دنس}} \\ \text{دنس} = \frac{\text{دنس}}{\text{دنس}} \end{array} \right. =$$

$$\left(١ + \text{ص} \right) \left(٣ - \text{ص} \right) = \frac{\text{دنس}}{\text{دنس}} \leftarrow$$

$$= \frac{١}{١ + \text{ص}} + \frac{١}{٣ - \text{ص}} =$$

$$= \frac{(٣ - \text{ص}) + (١ + \text{ص})}{(١ + \text{ص})(٣ - \text{ص})} =$$

$$= \frac{٤}{٣} = \text{ص} \leftarrow \text{ص} = ٣$$

$$= \frac{٣}{١ + \text{ص}} + \frac{٤}{٣ - \text{ص}} =$$

$$= \frac{٣}{١ + \text{ص}} + \frac{٤}{٣ - \text{ص}} \leftarrow \text{ص} = ٣$$

٢ +

وزارة (٢٠١٨) شهادة

$$\frac{ds}{s^2 - s - 2} = \frac{1}{(s-2)(s+1)} ds$$

$$\frac{1}{(s-2)(s+1)} = \frac{A}{s-2} + \frac{B}{s+1}$$

$$= \frac{s+3}{s^2 - s - 2} + 1$$

$$\frac{s+3}{(s-2)(s+1)} = \frac{s+3}{s^2 - s - 2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{1+s} + \frac{1}{s-2} =$$

$$\frac{(s-2) + (1+s)(s+1)}{(1+s)(s-2)} =$$

$$0 = 0 \leftarrow P_3 = 0 \leftarrow s = 2$$

$$s = 2 \leftarrow s = 1 \leftarrow 1 = 0$$

$$\frac{s-2}{1+s} + \frac{0}{s-2} + 1$$

$$= s + \frac{0}{s-2} - 1 - \frac{0}{s+1} \text{ لوازم} +$$

٦ +

ورقة عمل

$$\frac{1}{s + \frac{1}{s+1}} \quad (9)$$

$$\frac{s - 2}{s^2 - s} \quad (1)$$

$$\frac{s^2 - 2s}{s^2 - s} \quad (1)$$

$$\frac{s^2 - 2s}{s^2 - s} \quad (1)$$

$$\frac{s^2 + 9}{s^2} \quad (12)$$

$$\frac{s}{s-2} \quad (3)$$

$$\frac{s^2 - 5}{s^2 - 3s - 2} \quad (13)$$

$$\frac{1}{s^2 + s + 1} \quad (4)$$

$$\frac{s}{s^2 - 5} \quad (14)$$

$$\frac{1}{s^2 + 3s + 5} \quad (5)$$

$$\frac{s}{s^2 - 5} \quad (5)$$

$$\frac{s}{1 + \frac{s}{s^2 + 5}} \quad (6)$$

$$\frac{s}{s^2 - 5s - 2} \quad (7)$$

$$\frac{s}{s^2 + 5s + 5} \quad (8)$$

صياغ

المعادلات التفاضلية

المعادلة التفاضلية

مثال ①

حل المعادلة التفاضلية
 $\frac{dy}{dx} = x^3 \cdot e^y$

الحل

$$\frac{dy}{dx} = x^3 \cdot e^y$$

$$e^{-y} dy = x^3 dx$$

$$\int e^{-y} dy = \int x^3 dx$$

$$-e^{-y} = \frac{x^4}{4} + C$$

$$e^{-y} = \frac{-4}{x^4} - \frac{4C}{x^4}$$

هي المعادلة التي تحتوي على أحد رموز المشتققة $\frac{dy}{dx}$ ، y ، x ، C ، e^y

$$\frac{dy}{dx}$$

مثل

$$\frac{dy}{dx} = x \cdot e^y$$

$$e^{-y} dy = x dx$$

$$-e^{-y} = \frac{x^2}{2} + C$$

$$e^{-y} = \frac{-2}{x^2} - \frac{2C}{x^2}$$

حل المعادلة التفاضلية

مثال ②

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\text{قاص}}{x^2}$$

الحل

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2}$$

$$y = \int \frac{1}{x^2} dx$$

$$y = -\frac{1}{x} + C$$

إيجاد علاقة تربط بين المتغير ص و المتغير س حيث تتحقق المعادلة خطوات الحل

١) فصل المتغيرات

٢) إدخال التكامل على المحدود على الطرفين

٣) إجراء عملية التحاصل بطرحه التحاصل السابقة.

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \sqrt{x} + 2 \\ \frac{dy}{x^{\frac{1}{2}}} &= \sqrt{x} + 2 \end{aligned}$$

مثال ③

حل المعادلة المترافقية
 $\frac{dy}{dx} = 2x + 3$ حيث y_0

مثال ④

المقدار التجاري $y = 4 - x^{\frac{1}{3}}$ أقصى الجذر

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{x} \\ y &= 4 - x^{\frac{1}{3}} \\ y &= 4 - \frac{1}{3}\sqrt{x} + C \end{aligned}$$

$\frac{dy}{dx} = y_0$ حيث y_0

$y_0 = 4 - \sqrt{y_0}$ $\Rightarrow y_0 = 4 - \sqrt{y_0}$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{y_0} = \frac{1}{2}y_0 + C$$

مثال ⑤

$$y = 10 + \frac{1}{2}\ln(x) - \frac{1}{2}x$$

الحل

$$y' = 0 - \frac{1}{2}\ln(x) - \frac{1}{2}$$

$$y' = 0 - \frac{1}{2}\ln(x) - \frac{1}{2}$$

$$0 = \frac{1}{2}\ln(x) - \frac{1}{2} \Rightarrow \ln(x) = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y' = 1 - x$$

الحل

$$y' = (4 - x)^{-1}$$

$$y' = (4 - x)^{-1}$$

$$y' = x - 4$$

مثال ⑥

$$y = \sqrt{x}$$

الحل

$$y' = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$

$$y' = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$

$$y = 0.5x$$

$$y = 0.5x + C$$

المعلم: ناجح الجمازوبي

$$دص = حا \frac{1}{2} - حبأ \frac{1}{2} . دس$$

لذلك

$$حا س = ٢٤٣ دس حبأ س$$

$$\frac{1}{2} حبأ س = حاس حبأ س$$

$$\frac{1}{2} حا س = حا \frac{1}{2} - حبأ \frac{1}{2}$$

$$(\frac{1}{2} حبأ \frac{1}{2}) = ٦٤٥$$

$$\left(\frac{1}{2} حبأ \frac{1}{2} \right) = دص . دس$$

$$حا س = \frac{1}{2} (١ - حبأ س)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} (١ - حبأ س) \Leftrightarrow$$

$$دص = \frac{1}{2} (١ - حبأ س) دس$$

$$دص = \frac{1}{2} (س - حاس) + دس$$

مثال ١٠

حل لـ معادلة التفاضلية

$$قتاس دص = حبأ س دس$$

الحل

$$دص = حبأ س . دس$$

$$دص = حبأ س دس - حاس دس$$

بالنحوين

$$دص = حبأ س دس - حاس دس$$

$$= حبأ س دس - حاس دس$$

مثال ١١

$$\frac{دص}{دس} = \sqrt{١ + ده + ده دس + ده دس ده}$$

حيث ده < ١

الحل

$$دص = \sqrt{١ + ده + ده دس + ده دس ده}$$

$$دص = \frac{\sqrt{(١ + ده)(١ + ده دس)}}{\sqrt{١ + ده دس}} دس$$

$$دص = \frac{\sqrt{١ + ده}}{\sqrt{١ + ده دس}} دس$$

$$دص = \frac{\sqrt{١ + ده}}{\sqrt{١ + ده دس}} دس$$

$$(ده + دص) دص = (١ + ده) دس$$

$$\frac{دص}{دص} = \frac{١ + ده}{ده + دس}$$

مثال ١٢

$$قا \frac{1}{2} . دص - حا \frac{1}{2} . دس = ده$$

الحل

$$\frac{دص}{دص} = حا \frac{1}{2} . دس$$

$$دص = \frac{حا \frac{1}{2} . دس}{قا \frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{1-s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{s-1}$$

$$\frac{1}{s-1} + \frac{1}{s} = \frac{1}{s(s-1)}$$

$$1 = s \leftarrow 1 = s$$

$$1 = p \leftarrow 1 = p - \leftarrow s$$

$$s = \frac{1}{s-1} + \frac{1}{s}$$

$$s = -\frac{s}{s-1} + \frac{1}{s}$$

$$s = -\frac{1}{s-1}$$

$$\frac{1}{1-s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{s-1}$$

$$\frac{1}{s-1} = -\ln s + \ln(1-s)$$

مثال ١٣

حل المعادلة التفاضلية

$$(s^2 - 9) ds = (s^2 - 4s) ds$$

مثال ١١

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{ds}{s} = \frac{ds}{s-4}$$

المثال

$$\frac{ds}{s} = \frac{ds}{s-4}$$

$$\frac{ds}{s} = \frac{ds}{s}$$

$$\ln s = \ln s + 4$$

$$\frac{ds}{s-4} = \frac{ds}{s-4}$$

↓
كفايل عادي
لـ $\int \frac{ds}{s-4}$

$$\frac{ds}{s-4} = \frac{ds}{(s-4)^2}$$

$$\frac{ds}{s-4} = \frac{ds}{s-4}$$

أمثل أكل

مثال ١٤

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{ds}{s} = \frac{ds}{s-1}$$

$$\frac{ds}{s} = \frac{ds}{s-1}$$

أمثل أكل

مثال ١٥

$$\text{حل المعادلة } \frac{ds}{dt} = s \cdot h$$

$$\text{الحل} \\ \frac{ds}{s} = h dt$$

$$\int \frac{ds}{s} = \int h dt$$

$$s \cdot h = ?$$

$$L = s \text{ بالتفاصل}$$

$$dl = ds$$

$$\int s \cdot h dl = \int s \cdot h \times \frac{ds}{s}$$

$$s + \frac{1}{2} h^2 = ?$$

$$s + \frac{1}{2} h^2 = ?$$

$$s + \frac{1}{2} h^2 = ?$$

مثال ١٦

$$\text{اذا كانت } \frac{ds}{s} = h \cdot t \text{ وكانت } s = 2 \text{ عند } t = 0 \text{ . اثبت ان } \frac{s}{h-t} = 2$$

الحل

$$\frac{ds}{s} = h \cdot t$$

$$s = ?$$

$$s + \frac{h}{t} = ?$$

$$s = ?$$

$$\frac{1}{s} = ?$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{h} + \frac{1}{t} \text{ (الضرب في (-1))}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{h} - \frac{1}{h-t}$$

$$\frac{h-t}{h-s} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{h-t}{h-s} = 2 \leftarrow$$

مثال ١٦

تكتائمه يكتمل ما مطلب إهلاكه

$$د ت = ٥ ن^٤ + ٢ ن$$

حيث $T =$ عدد البليتات

$n =$ الرغبة بالثواب

إذا كان عدد هدايا ثانية دالة

يؤدي (n) بحد عددها بعد
٣ ثواب.

الحل

$$T = ٣n \quad \text{عندما } n = ١$$

المطلوب T عند $n = ٣$

$$د T = (٥n^4 + ٢n) \quad \text{لـ}$$

$$د T = (٥n^4 + ٢n) \quad \text{لـ}$$

$$T = \frac{٥n^٥}{٥} + \frac{٢n^٢}{٢}$$

$$T = n^٥ + ١٠n^٢$$

$$T(1) = ١ + ١٠ = ١١$$

$$19 = ٨ \leq ١١ = ٨ + ١١$$

$$19 + ٣ = n^٥ + ١٠n^٢ + ٦$$

$$19 + ٣ = ٣ + ١٠(٣) + ٦$$

$$٣٠٣ =$$

مثال ١٧

صل امداداته لتفاصيله

$$\frac{٥٠٠}{٥} \times \frac{١}{٣ - ٢} = \frac{٥٠٠}{٥} \times \frac{١}{١} = \frac{٥٠٠}{٥}$$

الحل

$$\frac{٥٠٠}{٥} = \frac{٥٠٠}{٣ - ٢} = \frac{٥٠٠}{١}$$

$$\frac{(٣+٥)(٣+٤)}{(٣-٢)(٣-١)} = \frac{٨٠}{٦} = \frac{٤٠}{٣}$$

$$\frac{٥٠٠}{٥} = \frac{(٣+٥)(٣+٤)}{٦} = \frac{٨٠}{٣}$$

$$\frac{٥٠٠}{٥} = \frac{٦٠}{٣}$$

$$\frac{٥٠٠}{٥} = \frac{٦٠}{٣} = \frac{٦٠}{٣} + ٦$$

$$\frac{٥٠٠}{٥} = \frac{٦٠}{٣} + ٦ = \frac{٦٠}{٣} + ٦$$

مثال ١٩

اذا كان عصل تخفي حجم سائل في وعاء نتيجة وجود ثقب بالقاع معطى بالعلاقة $\text{د} = \frac{1}{3}\pi h^2$ و كان حجم كل بولوعاء بعد مرور t دقائق هو $50\pi h^2$ فما يزيد عن t دقائق هو $50\pi h^2$ \therefore الرهن للارض حتى تربى كل جمجمة

الحل

$$\text{د} = 50\pi h^2$$

$$2\text{د} = 2(50\pi h^2)$$

$$2\text{د} = 100\pi h^2 - 100 + 2$$

$$100 = 2\pi h^2 \text{ عند } t = 0$$

$$50 = \frac{100\pi h^2}{2} - 100$$

$$100 = 2\pi h^2$$

$$h(t) = \frac{1}{2}t - 50 + 50$$

$$h(t) = 50 + \frac{1}{2}t$$

$$h(t) = 50 + \frac{1}{2}t = 2$$

$$50 + \frac{1}{2}t = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}t = 2 - 50$$

$$t = 2 - 50 \cdot 2 = 48$$

$$(t - 2)(t - 50) = 0$$

$$t = 2 \text{ او } t = 50$$

مثال ٢٠ صلبوال الثاني الكتاب

اذا صناعي فحصها عنده t اي $(50-t)$ دينار وكانت فحصها تناقص بمقدار الرهن وفقه العلاقة

$$\text{د} = -50 + (50-t)$$

فهي الالة تقدر سنه في t ائدا

احسب قيمة الالة بعد ٣ سنوات من شرائها.

$$50 = \text{د} \quad \text{عند } t = 3$$

$$50 = 0 - 50(3+1)$$

$$50 = 0 - 25(4)$$

$$50 = 0 - 100$$

$$50 = \frac{0}{1+t}$$

$$50 = 0 + \frac{0}{1+t}$$

$$50 = 0 + 0 = 50$$

$$h(t) = \frac{0}{1+t} + 50$$

$$h(t) = 50 + \frac{0}{1+t}$$

$$50 = 50 + \frac{0}{1+t}$$

مثال ١٤

اذا كانت حصة نقصان حجم بالون تقارب
منه عماز هو اد. فن جمجمة كل دفقة
خواجهم البالون يقدر بـ ١٠ دفائقه اذا
كان حجم البالون عند بداية التقارب
هو 5 سم^3 .

الحل

$$\begin{aligned} \text{نفرض من حجم البالون} &= u \\ \text{الزمن بالدقائق} &= n \\ u = 5 \text{ عند } n = 0 & \\ \text{و المطلوب } u \text{ عند } n = 10 & \\ \frac{du}{dn} = -\text{اد. } u \leftarrow du = -\text{اد. } dn & \\ \frac{du}{dn} = -\text{اد. } n + \frac{d}{dn} u & \\ \text{لو } u_0 = -\text{اد. } n_0 + u_0 & \\ u = 0 \text{ عند } n = 10 & \\ \text{لو } u_0 = -\text{اد. } n_0 + u_0 \leftarrow u_0 = \text{لو } u_0 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u = -\text{اد. } n + \text{لو } u_0 & \\ u = -\text{اد. } n + \text{لو } u_0 - \text{اد. } u_0 & \\ u = -\text{اد. } n + \text{لو } u_0 - \text{اد. } u_0 & \\ u = -\text{اد. } n + \text{لو } u_0 & \\ u = -\text{اد. } n + \text{لو } u_0 & \end{aligned}$$

$$\frac{u}{n} = \frac{0}{0} = \frac{-\text{اد. } n}{n}$$

مثال ١٥

يرداد عدد الساعه عدده $\frac{1}{2}\% \text{ عن}$
عدده يومياً، فاذا كانت عدد الساعه
الادن هو ١٠٠، كم يصبح بعد
٥ يوماً.

الحل

ملاحظة هامة

هذا المعادلة التناضليه غير
جاهره و يجب ان نقوم بتكونيزها

$$\begin{aligned} \text{نفرض ان عدد الساعه} &= u \\ \text{الزمن بالأيام} &= n \\ \frac{du}{dn} = \frac{1}{2}\% u & \text{معادلة تناضليه} \\ \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\% dn & \end{aligned}$$

$$\frac{du}{u} = \frac{1}{2}\% dn$$

$$\text{لو } u_1 = \text{لو } u_0 + \frac{1}{2}\% n$$

$$u = \text{لو } u_0 + \frac{1}{2}\% n$$

$$\text{لو } u = \text{لو } u_0 + \frac{1}{2}\% n + \text{لو } u_0$$

$$\text{لو } u = \text{لو } u_0 + \frac{1}{2}\% n + \text{لو } u_0$$

$$\text{لو } u = \text{لو } u_0 + \frac{1}{2}\% n + \text{لو } u_0$$

$$u(5) = 100 \times e^{\frac{1}{2}\% \times 5} = 100 e^{0.005}$$

تطبيقات هندسية

مثال ③

اذا كان ميل الماس لمحى علاقته
عند النقطة (٣٤٦) يساوى
ماس - قاس جيد قاعدة العدمة

عليه بان $\frac{dy}{dx}$ تقع على مخناه

$$\text{الحل} \quad \frac{dy}{dx} = \text{ماس} - \text{قاس}$$

$$\frac{dy}{dx} = (\text{ماس} - \text{قاس}) \frac{1}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\text{ماس} - \text{قاس} + \frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned} & \frac{dy}{dx} = -\text{ماس} - \text{قاس} - \frac{1}{x} \\ & \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{x} = 74 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x} + 70 = 74$$

$$\text{ماس} = -\text{ماس} - \text{قاس} - \frac{1}{x} + 70 + 74$$

مادحنه

$$\text{ميل الماس} = \text{مادحنه} = \frac{dy}{dx}$$

مثال ④

اذا كان $\frac{dy}{dx} = 2x$
جيد قاعدة العدمة علي بان
نقطة (٦١٢) تقع على مخناها.

الحل

$$\frac{dy}{dx} = 2x$$

$$y = 2x^2 + C$$

$$\begin{aligned} & \frac{dy}{dx} = 2x \\ & \frac{1}{x} = 2x \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x} = x + 2 \quad \text{نحوذن}(٦١٢)$$

$$0 = x + 2 \iff x + 2 = 0$$

$$\frac{1}{x} = 2 - 0$$

مثال ٤

اذا كان ميل التحدى على المماس المخلى
ص ص هو $\frac{1+rc}{rc}$ ص ص اذا كان
المخلى يمر بالنقطة (١٦٠)

اكل

ميل التحدى ≠ ميل المماس = -١

$$1 = -\frac{rc}{1+rc} \times \frac{rc}{rc}$$

$$\frac{(1+rc)}{rc} = \frac{rc}{rc}$$

$$rc(1+rc) = rc \times rc$$

$$rc(1+rc) = rc^2$$

$$rc + \frac{rc}{rc} = rc$$

يمر بالنقطة (١٦٠)

$$rc + \frac{(1+rc)}{rc} = 1$$

$$\frac{1}{rc} + 1 = rc \Leftrightarrow \frac{1}{rc} = 1 - rc$$

$$\frac{1}{rc} + \frac{(1+rc)}{rc} = rc$$

$$\frac{1}{rc} + \frac{2(1+rc)}{rc} = rc$$

مثال ٣

اذا كان ميل المماس المخلى (٢٠٠)
عند اي نقطة (٢٠٠) يعني
بالعلاقة $y = 4x$ هي صيغة
هذا المخلى عملاً بان يمر بالنقطة
(٣٦٠)

$$y = 4x$$

$$2 = 4x \Rightarrow x = \frac{2}{4}$$

يعني

$$rc = \frac{2}{4} \Rightarrow rc = \frac{1}{2}$$

$$4x = 4 \times \frac{1}{2}$$

$$x + rc = 4 \times \frac{1}{2}$$

$$x + rc = 2$$

$$x = 2 - rc$$

$$x = 2 - \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$1 = \frac{3}{2}$$

$$1 + rc = \frac{3}{2}$$

$$rc = \frac{1}{2}$$

مثال ٦

اذا كان ميل الماس لمحني علاقه
ساوى $\frac{-\text{ص}}{\text{س}^2}$ هيد فايره
العلاقه اذا علمنا ان مخناها
غير بالنتفه $(1-61)$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = -\frac{\text{ص}}{\text{س}^2}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = -\frac{(\text{س}-1)}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س}} (\text{س}-1)$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{س}} + 1 = \frac{1}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = (-1 + \frac{1}{\text{س}}) \text{س}$$

$$\text{دص} = (-\text{س} + \frac{1}{\text{س}}) +$$

$$\text{دص} = (-\text{s} - \frac{1}{\text{s}}) +$$

$$\text{غير بالنتفه } (1-61)$$

$$\text{دص} = (1-1) +$$

$$\text{دص} = \text{د} + \text{ص} -$$

$$\text{دص} = (-\text{s} - \frac{1}{\text{s}}) +$$

مثال ٧

اذا كان ميل الماس لمحني علاقه
ص عنده $(\text{س}, \text{ص})$ يساعد

$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{س}}$ هيد فايره العلاقه
ص عينياً بان مخناها غير بالنتفه
 $(\frac{1}{\text{س}}, \text{ص})$

الحل

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{س}} \text{ ملخصاً}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \Leftrightarrow \text{دص} = \text{ص} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \Leftrightarrow \text{دص} = -\text{ص} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\text{دص} = -\text{ص} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{س}} \Leftrightarrow \text{دص} = -\text{ص} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{س}} \Leftrightarrow \text{دص} = -\text{ص} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\text{دص} = -\text{ص} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{س}} \Leftrightarrow \text{دص} = -\text{ص} \cdot \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

تطبيقات فيزيائية

ملاحظات هامة

① اذا أعطى في سؤال العلاقة $F = \frac{N}{d}$ بدلالة ازمنة ماننا نستخدم

$$F = \frac{N}{d}$$

$$N = Fd$$

وكذلك $N = Fd$ اذا كانت المعادلة تحتوي على اغيرتين نستخدم حل المعادلة التفاضلية

$$N = Fd$$

$$\begin{aligned} F(N) &= N \\ N(N) &= F(N) \end{aligned}$$

$$F(N) = \begin{cases} N(N) & N \\ F(N) & \text{السرعة} \end{cases}$$

$$N(N) = \begin{cases} F(N) & N \\ N(N) & \text{المomentum} \end{cases}$$

$$F(N) = \begin{cases} N(N) & N \\ F(N) & \text{السرعه} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{السرعه} &= \frac{\text{مسار}}{\text{وقت}} \\ \text{السرعة} &= \frac{\text{مسار}}{\text{وقت}} \\ \text{السرعة} &= \frac{\text{مسار}}{\text{وقت}} \end{aligned}$$

ملاحظة

$$N = \frac{F}{d}$$

$$N = Fd$$

$$\begin{aligned} N &= Fd \\ F &= \frac{N}{d} \\ d &= \frac{N}{F} \end{aligned}$$

مثال ⑤ سؤال (٢) الكتاب ص: ٣٩

عذف جسم رأسياً إلى أعلى ببرقة ابتدائياً فقد رصاع $4\text{م}/\text{s}$ وبصاع ما وجد المسافة التي تقطعها الجسم بعد مرور 3 ثانية من بدء حركته علماً بأن سرعته عند طبع الأرض بعد ثانية من حركته الابتدائية $2\text{م}/\text{s}$ وإنها قطع مسافة ٢٠ م في أول ثانية من الحركة. يصله الجسم عن طبع الأرض.

الحل

$$\begin{aligned} t(n) &= 10 \\ u(n) &= \{t(n)\} = 10 - \frac{1}{2}n^2 \\ u(n) &= -10 + \frac{1}{2}n^2 \\ u(0) &= 0 = u \\ \frac{1}{2}n^2 &= 10 \\ u(n) &= -10 + \frac{1}{2}n^2 \\ v(n) &= \{u(n)\} = 10 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n^2 = 10 \end{aligned}$$

$$v(10) = 10 = 10$$

$$8 + 40 = 10 \quad \leftarrow$$

$$40 = 10 \quad \leftarrow$$

$$v(n) = -5n + 10 \quad \leftarrow$$

ومنذ ما يصله الجسم إلى أقصى ارتفاع

$$u(n) = 0 \quad \leftarrow$$

$$10 - \frac{1}{2}n^2 = 0 \quad \leftarrow$$

$$40 + 4x4 + 16x0 = 0 \quad \leftarrow$$

$$40 + 16x0 + 16 = 0 \quad \leftarrow$$

$$320 =$$

مثال ⑥

إذا كان ساعي حريم (٢) لغيره n ثانية بخطى بالعادته $t(n) = 6n + 4$ ما وجد المسافة التي تقطعها الجسم بعد مرور 3 ثانية من بدء حركته علماً بأن سرعته عند طبع الأرض بعد ثانية من حركته الابتدائية $2\text{م}/\text{s}$ وإنها قطع مسافة ٢٠ م في أول ثانية من الحركة.

الحل

$$\begin{aligned} t(n) &= 6n + 4 \\ u(n) &= \{t(n)\} = (6n + 4) \cdot n \\ u(n) &= 6n^2 + 4n + 4 \\ u(0) &= 4 = u \\ 6n^2 + 4n + 4 &= 4 \\ 6n^2 + 4n &= 0 \\ n^2 + \frac{2}{3}n &= 0 \\ n(n + \frac{2}{3}) &= 0 \\ n = 0 & \text{ أو } n = -\frac{2}{3} \\ n = 0 & \quad \leftarrow \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{ن}(n) &= 6 \\ \text{ج}(n) &= 2n + 6 \\ \text{ع}(n) &= 3 \leftarrow \text{ج} = 3 \\ \text{ف}(n) &= 6n + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ف}(n) &= 3n^2 + 3n + 6 \\ \text{ف}(n) &= 3 \leftarrow \text{ج} = 3 \\ \text{ف}(n) &= 3n^2 + 3n + 6 \\ \text{ف}(n) &= 3 + 6 + 12 = 21 \end{aligned}$$

سؤال ٣

خُذفَت كُرْة لِدُاعِي بِسِرِّيَّة اِبْدَائِيهِ قَدْرَهَا ٣٤ م٢/م عن عَلَى اِرْفَاقِ ٣٨. جَهَ صَادَلَهُ الحَرْكَهُ لِهَذِهِ الْكُرْهَهِ اِذَا اعْلَمَتْ اَن تَابِعَ الْكُرْهَهِ يَادِي ٣٨ م٢/م.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ن}(n) &= -3n - 3 \\ \text{ج}(n) &= -3n - 3 \\ \text{ع}(n) &= -3n - 3 \\ \text{ف}(n) &= 6n + 6 \leftarrow \\ \text{ف}(n) &= 6n + 6 \end{aligned}$$

مثال ٥

خُذفَت كُرْهَهُ عَنْ قَمَّهَهِ بِرَجَعِ اِرْتَقَاعِهِ ٣٦ م عن سطح الارض لِدُاعِي بِسِرِّيَّة اِبْدَائِيهِ ٣٨ م/م وَتَابِعَهُ -٣٨ م/م. جَهَ اِزْصَنَهُ الَّذِي اِسْتَخْرَقَهُ الْكُرْهَهُ لِتَعُودَ سطح الارض.

الحل

$$\begin{aligned} \text{ف}(n) &= (\text{ج}(n)) = -3n - 3 \\ &= -3n + 6n + 6 \\ \text{ف}(n) &= -12n + 6n + 6 \\ \text{ف}(n) &= 6n + 6 \leftarrow n = 6 \end{aligned}$$

$$\text{ن}(n) = -10$$

$$\begin{aligned} \text{ج}(n) &= -10 + 6 \\ \text{ف}(n) &= -10 + 6 \leftarrow \end{aligned}$$

$$\text{ف}(n) = -16n + 6n + 6$$

مثال ٦

اِنْطَلَقَ جَبِيمُهُ مِنْ تَنْقَطَهَهُ (٦٤ م٢/م) بِاِجْمَاهِ حُورِ اِسْنَاتِ الْمُوَحِّبِ وَبِسِرِّيَّة اِبْدَائِيهِ فَ(n) = (ج(n)) = -5n^2 + 20n + 6. قَدْرَهَا ٣٦ م٢/م وَتَابِعَهُ تَابِعَهُ قَدْرَهَا ٣٦ م٢/م. جَهَ رُبَدَ اِجْبِيمُهُ مِنْ تَنْقَطَهَهُ (٦٤ م٢/م)، بِدِرْجَهِ اِجْبِيمُهُ مِنْ تَنْقَطَهَهُ (٦٤ م٢/م). تَابِعَهُ مِنْ الْاِصْلَلِ لِعَدِي صَرُورَهُ تَابِعَهُ مِنْ بِدِي اِحْرَكَهُ

اِنْطَلَقَ جَبِيمُهُ مِنْ تَنْقَطَهَهُ (٦٤ م٢/م) بِاِجْمَاهِ حُورِ اِسْنَاتِ الْمُوَحِّبِ وَبِسِرِّيَّة اِبْدَائِيهِ فَ(n) = (ج(n)) = -5n^2 + 20n + 6. قَدْرَهَا ٣٦ م٢/م وَتَابِعَهُ تَابِعَهُ قَدْرَهَا ٣٦ م٢/م. جَهَ رُبَدَ اِجْبِيمُهُ مِنْ تَنْقَطَهَهُ (٦٤ م٢/م)، بِدِرْجَهِ اِجْبِيمُهُ مِنْ تَنْقَطَهَهُ (٦٤ م٢/م). تَابِعَهُ مِنْ الْاِصْلَلِ لِعَدِي صَرُورَهُ تَابِعَهُ مِنْ بِدِي اِحْرَكَهُ

مثال ①

تحرك جسم بحسب العلاقة $y = \sqrt{t}$ حيث t العدة $\text{م}/\text{س}$ ، حيث كانت المسافة بعد مرور t ثانية هي 34 جد مسافة بعد مرور 4 ثانية

$$\underline{\text{الحل}} \\ y = \sqrt{t}$$

$$y^2 = t \quad \leftarrow \frac{y}{t} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}t = y^2$$

$$t = 2y^2 \quad \leftarrow y = \sqrt{t}$$

$$t = 2y^2 \leftarrow y = \sqrt{t}$$

مثال ②

إذا كان تارع جسم بحسب العلاقة $t(n) = 4(n) + 1$ وكان الجسم قد انطلق من المكان قطع مسافة 97 كم في أول دقيقة من حركة جد مسافة التي يقضيها الجسم بعد 4 دقائق

\leftarrow يتبع أصل

مثال ③

يسير جسم على خط مستقيم بحسب العلاقة $t = \frac{1}{2}y^2$ حيث t المسار $\text{م}/\text{s}$ حيث y العدة $\text{م}/\text{s}$ فإذا تحرك الجسم من المكون قطع في n ثانية بعد 4 ثانية من حركة بدأ المسار التي قطعها بعد 3 ثانية واحدة منه حركة

$$\underline{\text{الحل}} \\ y^2 = 4t$$

$$y^2 = 4t \quad \leftarrow \frac{y}{t} = \frac{2}{1}$$

$$y^2 = 4n \quad \leftarrow y = \sqrt{t}$$

مثال ٤

تتحرك كوكب جسم بحيث ان سرعته
ع = $\frac{\text{لوب}}{ن}$ مادا قطع اجم

صافته ٤٣ بعد ١١ ثانية
حيث صافته مقطوعة بغير صور
٥٣ من المسواني

الحل

$$\frac{ع}{ن} = ع + ٤$$

$$ns = \frac{ع s}{٤ + ع} \leftarrow ns = \frac{ع s}{٤ + ع}$$

$$لواع + ١١ = ن + ٤$$

$$ع (٠) =$$

$$لو ١٠ + ١١ = ع$$

$$لواع + ١١ = ن$$

$$\frac{لواع + ١١}{٤} = ن$$

$$\frac{لواع - ١}{٤} = ن \leftarrow ع = ٤ - ن$$

$$ع = (٤ - ن)$$

$$ف = ن - ع + ٤$$

$$\text{قطع هـم عن (١) } \rightarrow$$

$$ع + ن - ف = ٤$$

$$ف = ن - ع$$

$$ف (٢) = ن + ع - ٤$$

$$ف = ع + ن - ٤$$

$$ف = \frac{٤}{٢} (لوب) + ع$$

$$ف (٢) = \frac{٤}{٢} (لوب)$$

$$\Sigma + ع \times \frac{٤}{٢}$$

$$\Sigma = ع + ف$$

تدرییج الکتابی

$$\frac{1}{x} = \frac{1 - \frac{1}{x+3}}{x+3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1 - \frac{1}{x+3}}{x+3}$$

بالتعویین

$$x = 3 + \frac{1}{\frac{1}{x}}$$

$$x = \frac{1}{\frac{1}{x}} - 3$$

$$x = \frac{1}{\frac{1}{x}} - 3$$

$$x = (x+3) - \frac{1}{x}$$

تدرییج ١ ص ٣٥
حل معادلة التفاضلية

$$(x^2 - 3x) dx = \frac{dx}{(x^2 + x - 12)}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{(x^2 + x - 12)}{x^2 + x}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{x(x-3)}{x(x+4)}$$

$$= \frac{(x+4)(x-3)}{x(x+4)}$$

$$= \frac{x+3}{x}$$

$$= 1 + \frac{3}{x}$$

$$x = 3 + 4 \ln(1 + \frac{3}{x})$$

تدرییج ٢ ص ٣٧ (وزیر ٤٠٤)

ليكن حجمهم على قطع متسق وعمر
العلاقة $T = 14$ ص ٢٧
أ إذا كانت صيغة $T = 14$ ص ٢٧
فإذا كانت سرعة أكياس جميع
حركتها ٩ متر، وقطع مسافة ٨٠
متر في ٤٤ ثانية، حيث ينبع
عزمها أكياس بعد ثانية من بدء
الحركة،

← يسع محل

تدرییج ٣ ص ٣٦

إذا كانت صيغة الحودي على لمحاس لمحن
العلاقة x عند النقطة (x_0, y_0)
يساوي $\frac{x_0^2 + y_0^2}{x_0 + y_0}$ ، جد صيغة
العلاقة x على y ، بيان فختها ينبع
بأن $x = \frac{y^2}{y^2 + 1}$ ص ٢٧، حيث x ينبع
من y بالخطوة (x_0, y_0) ص ٢٧

الحل

صيغة لمحاس \times صيغة الحودي = ١

تدريب ٤ تد

قدرت كره فنحة بعد ارتفاعه
٣٤٥ عن سطح الأرض إلى أعلى
برعه ابتدائياً مقدارها (٤) م/٢
وتابع مقداره (-١٠) م/٢
الرضا الذي استغرقه المركب للعود
إلى سطح الأرض

الحل

$$T(n) = -10$$

$$U(n) = -10n + 6$$

$$U(0) = 6 \leftarrow J = U$$

$$U(n) = -10n + U$$

$$U(n) = (-10n + 6)n$$

$$-5n^2 + 6n + 6 =$$

$$F(0) = 45 \leftarrow J = F$$

$$F(n) = -5n^2 + 6n + 45$$

لعود سطح الأرض $F(n) = 0$

$$-5n^2 + 6n + 45 = 0$$

$$n^2 - 12n - 9 = 0$$

$$(n - 9)(n + 1) = 0$$

$$n = 9 \quad n = -1 \quad \text{محظوظ}$$

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{J} \\ \frac{n}{\sqrt{J}} &= \frac{U}{\sqrt{J}} \leftarrow \frac{n}{U} = \frac{\sqrt{J}}{\sqrt{J}} = 1 \\ \frac{n}{U} &= \frac{1}{\sqrt{J}} \\ n + ? &= \sqrt{J} \\ \Leftrightarrow 9 &= \sqrt{J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T &= ? + U = \sqrt{J} \\ \frac{T}{\sqrt{J}} &= \frac{? + U}{\sqrt{J}} \leftarrow \frac{T}{U} = \frac{\sqrt{J}}{\sqrt{J}} = 1 \\ T &= (n + ?) \sqrt{J} \\ \frac{T}{\sqrt{J}} &= (n + ?) \leftarrow \frac{T}{J} = (n + ?)^2 \\ \frac{T}{J} &= \left(\frac{n}{\sqrt{J}} + \frac{?}{\sqrt{J}} \right)^2 \\ \frac{T}{J} &= \left(\frac{n + ?}{\sqrt{J}} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{عندما } T &= 0 \leftarrow F = 0 \\ \frac{T}{J} &= \frac{0}{J} = 0 \leftarrow \frac{0}{J} = 0 \\ 0 + \frac{3}{4}(n + ?)^2 &= 0 \\ 0 + 3(n + ?)^2 &= 0 \\ 0 + 100(n + ?)^2 &= 0 \\ 100(n + ?)^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100(n + ?)^2 &= 0 \\ \frac{100(n + ?)^2}{100} &= \frac{0}{100} \\ (n + ?)^2 &= 0 \\ n + ? &= 0 \\ n &= -?$$

$$\begin{aligned} F(2) &= -\frac{1}{4}(2 + ?)^2 + 45 \\ -\frac{1}{4}(2 + ?)^2 &= -\frac{1}{4}(2 + 9)^2 = -\frac{1}{4} \cdot 121 = -\frac{121}{4} \\ -\frac{1}{4}(2 + 9)^2 + 45 &= -\frac{121}{4} + 45 = \frac{119}{4} \end{aligned}$$

تمارين وسائل

٣٠٨

$$\textcircled{1} \quad \text{حل كل من الحالات التفاضلية الآتية } \quad \frac{dy}{dx} = \text{ظاس فاس دس}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \text{ظاس فاس دس} \\ \frac{dy}{dx} = \text{ظاس فاس دس} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{ds}{dx} - \text{ص دس} = 0$$

اكل

$$\frac{ds}{dx} = \text{ص دس}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{ds}{dx} \\ \frac{dy}{dx} = \frac{ds}{dx} \end{array} \right.$$

$$\text{لو اصل} = \text{سر س دس}$$

$$= \frac{s}{x} + \frac{c}{x^2}$$

$$\text{اصل} = \frac{c}{x} + \frac{s}{x^2}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{د س} - \frac{ds}{dx} = \text{ص دس دس}$$

$$\frac{ds}{dx} = \text{د س} - \text{ص دس دس}$$

$$\frac{ds}{dx} = (1 - \text{ص دس}) \text{ دس}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{ds}{dx} = (1 - \text{ص دس}) \text{ دس}$$

$$= (\text{د س} - \text{ص دس}) + \text{ج}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{د س} = (\text{د س} - \text{ص دس}) + \text{ج}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{د س} = \text{د س} - \frac{\text{ص دس}}{\text{د س}}$$

$$\textcircled{5} \quad \text{د س} = \frac{\text{د س}}{\text{د س}} \text{ ص دس}$$

$$\textcircled{6} \quad \text{د س} = \frac{\text{د س}}{\text{د س}} \text{ ص دس}$$

$$\textcircled{7} \quad \text{د س} = \frac{\text{د س}}{\text{د س}} \text{ ص دس}$$

$$\textcircled{8} \quad \text{د س} = \frac{\text{د س}}{\text{د س}} \text{ ص دس}$$

$$\textcircled{9} \quad \text{د س} = \frac{\text{د س}}{\text{د س}} \text{ ص دس}$$

السؤال (٢) وحله) هي
مثال (١٨) امثلة درس
في الدروس.

(٣) اذا كان ميل بحاس لمحنة
العلاقة $y = mx + b$ عند النقطة (x_0, y_0)
يكون $\frac{dy}{dx} = m$

بجد قاعدة العلاقة ص علها بان
محناتها يمر بالنقطة (x_0, y_0) .

$$\text{الحل} \quad \frac{dy}{dx} = m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dx}}{1 + \frac{dy}{dx}} = \frac{\frac{dy}{dx}}{1 + \frac{dy}{dx}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{m}{1 + m}$$

$$y = mx$$

$$y = mx + b$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{m}{1 + m}$$

$$y = \frac{m}{1 + m}$$

$$y = \frac{mx}{1 + m} + b$$

$$y = \frac{mx + b}{1 + m}$$

$$(1) \leftarrow y = \frac{mx + b}{1 + m}$$

$$y = 1 - \frac{b}{1 + m}$$

$$y = \frac{m}{1 + m}x + 1 - \frac{b}{1 + m}$$

$$(٤) \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{b}{1 + m} - \frac{b}{1 + m}$$

الحل

$$\frac{dy}{dx} = (1 - b) + b(1 - \frac{b}{1 + m})$$

$$= (1 - b)(1 + \frac{b}{1 + m})$$

$$\frac{dy}{dx} = (1 + \frac{b}{1 + m})b$$

$$\frac{dy}{dx} = (1 + \frac{b}{1 + m})b$$

$$-b = b + \frac{b^2}{1 + m}$$

$$(٥) \frac{dy}{dx} = \frac{(1 + \frac{b}{1 + m})(1 + \frac{b}{1 + m})}{1 + \frac{b}{1 + m}} = \frac{(1 + \frac{b}{1 + m})(1 + \frac{b}{1 + m})}{1 + \frac{b}{1 + m}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1 + \frac{b}{1 + m})(1 + \frac{b}{1 + m})}{1 + \frac{b}{1 + m}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1 + \frac{b}{1 + m})(1 + \frac{b}{1 + m})}{1 + \frac{b}{1 + m}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \frac{b}{1 + m}}{1 + \frac{b}{1 + m}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \frac{b}{1 + m}}{1 + \frac{b}{1 + m}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \frac{b}{1 + m}}{1 + \frac{b}{1 + m}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \frac{b}{1 + m}}{1 + \frac{b}{1 + m}}$$

وزارة التربية والتعليم (٢٠١٦) صيغته
 ⑤ ابتدأ حميم بحركة عن نقطة لاصل
 على محور السين وفقاً للعلاقة
 $n = -4x^2 + 8x + 1$ ، x : مساع
 ابجيم ، y : سرعة الحميم ، فإذا
 كانت سرعته عند بدء الحركة y كم/ث
 است. ان $y = ?$

الحل

$$y = -4x^2 + 8x + 1 \quad \leftarrow \quad y = -4x^2 + 8x + 1$$

$$1 = \Rightarrow 2 = \frac{c}{-4} \leftarrow 4 = 1 \quad \leftarrow \quad y = -4x^2 + 8x + 1$$

$$1 = -4n = \frac{c}{-4} \quad \leftarrow \quad 4n + 1 = c$$

$$y = \frac{c}{(4n+1)(4n+1)} = \frac{c}{4n+1} \quad \leftarrow \quad \text{بالربيع}$$

$$y = \frac{c}{4n+1} = \frac{c}{4n+1} \quad \leftarrow \quad c = 4n+1$$

$$y = \frac{c}{4n+1} = \frac{c}{4n+1} \quad \leftarrow \quad c = 4n+1$$

$$1 = \frac{1}{4n+4} = \frac{1}{4(n+1)} \quad \leftarrow \quad n+1 = 4$$

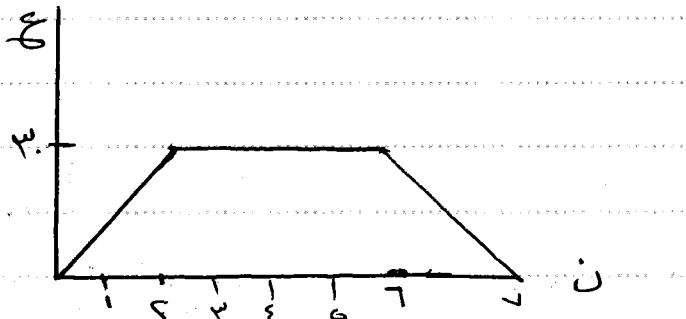
$$1 = \frac{1}{4} \leftarrow n = 3$$

$$y = \frac{1}{4n+4} = \frac{1}{4(3+1)} = \frac{1}{16}$$

$$y = \frac{1}{16} \quad \leftarrow \quad \boxed{y = \frac{1}{16}}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{16}}$$

٤) حمل الكيل أحجار بعلاوه بين
 السرعة والزمن لجسم يتحرك على
 خط مستقيم بحدائق المقطوعة
 في الفترة الزمنية [٠٦٥]



جد العلامة في (ان) هذا المركبة

$$y(n) = \begin{cases} 15 & . \quad n \geq 2 \\ 3 & . \quad 2 \leq n \leq 6 \\ -3n + 21 & . \quad n \leq 2 \end{cases}$$

صيغة بخط الستيم المدار بالقطبين

$$y(n) = 15n + (-3n + 21) + (-3n + 21) + (-6n + 30) =$$

$$15n - 3n - 3n - 6n + 21 + 21 + 30 =$$

$$(15n - 12n) + (21 + 21 + 30) = 3n + 72 =$$

$$(72 + 3n) - (48 + 3n) = 24 =$$

$$10 + 16 = 26 = 26 - 20 + 10 =$$

$$10 + 16 = 26 = 26 - 20 + 10 =$$

$$160 = 160 \quad \leftarrow \quad \boxed{y(n) = 160}$$

$$160 = 160 \times (4 + 1) = \frac{1}{4} \times 160 = 40$$

صيغة حركة حميم عن طريق صيغة

$$y(n) = 160 \quad \leftarrow \quad \boxed{y(n) = 160}$$

٧) وزاره (٢٠١٥) صيف
زيادة عدد سكان حسب الـ (٣)
 $\frac{\text{نوع}}{\text{نوع}} = \frac{٢٠٢٥}{٢٠١٥}$
اذا كان ارتفاعه عن سطح الارض بعد
نـ : الزعن بالسنوات ، اذا علمنـ ان
عدد سكان لمدينة بلغ (.....) في
ـ (٢٠١٥) ، فـ عدد سكانها
لـ (ـ) عاماً ،

الحل

$$\frac{\text{نوع}}{\text{نوع}} = \frac{٢٠٢٥}{٢٠١٥}$$

$$\frac{\text{نوع}}{\text{نوع}} = \frac{٢٠٢٥}{٢٠١٥} \cdot \text{نـ}$$

$$\text{نـ} = \frac{٢٠٢٥}{٢٠١٥} + \text{نـ}$$

٧) كنف جسم رئيـاً لـ أعلى
براعة ابتدائـها عـدـها . عـمـرـ
وـتـابـعـ مـقـدـارـه (١٠) مـرـ
اـذاـ كانـ اـرـفـاعـهـ عـنـ سـطـحـ الـارـضـ بـعـدـ
ـ (.....) وـاـهـدـهـ فـ بـدـ حـرـكـتـهـ يـاـوـيـ
(٨) مـتـأـجـاـ، جـدـ اـوـصـيـ اـرـفـاعـ وـصـلـ
ـ اليـهـ اـجـمـ

الحل

$$\text{نـ} = ١٠$$

$$\text{نـ} = ٢٠ - \text{نـ}$$

$$\text{نـ} = -\text{نـ} + ٢٠$$

$$\text{نـ} = ١٠$$

$$\text{نـ} = ٢٠ - \text{نـ}$$

أُسْكَلَةُ الْوِزَارَةِ

وزارة (٢٠٠٨) صيغة

اذا كان صيل المعايس لمحني علاقته عند

$$\frac{ص}{ص+٣} \times \frac{ص}{ص} = \frac{٥٥}{٥٥+٣٣}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{(ص+٣)(ص-٤)}{ص}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص-٣}{ص+٣}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ص-٣}{ص+٣} = \left(١ - \frac{٦}{ص+٣} \right)$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{٣}{ص+٣} - \frac{٣}{ص} - \frac{٣}{ص+٣} \rightarrow \text{لواص} +$$

وزارة (٢٠٠٩) شمسيّة

اذا كان صيل المعايس لمحني علاقته عند

النقطة (٣،٥) يساوي

$$\frac{ص}{ص-٣} (ص+٤) (ص-٣)$$

$$\frac{ص}{ص-٣} = \frac{٥٥ (ص+٤) (ص-٣)}{ص-٣}$$

الحل
ص = ٣ - بعين

ـ يليـعـ اـكـل

وزارة (٢٠٠٨) شمسيّة

اذا كان صيل المعايس لمحني علاقته عند

$$\frac{ص}{ص+٣} = \frac{٣}{٣+٥}$$

بـ عـ اـ قـ دـ هـ لـ عـ لـ اـ عـ عـ اـ بـ اـ مـ نـ خـ اـ هـ اـ

برـ بـ النـ قـ طـ تـ (٥٦١)

الحل

$$\frac{ص}{ص+٣} = \frac{٣}{٣+٥}$$

$$\frac{ص}{ص+٣} = \frac{٣}{٣+٥} = \frac{٣}{٨}$$

$$\frac{٣}{٨} = \frac{٣}{٨} (٣+٥) = \frac{٣}{٨} (٨)$$

$$\frac{٣}{٨} = \frac{٣}{٨} (٣+٥) = \frac{٣}{٨} (٣+٥)$$

$$g = \frac{1}{4}(n+1)$$

$$g = n + 1$$

$$g = n + 1$$

$$g = n + 1$$

$$g = (n+1) \text{ ممוצע}$$

$$g = (n+1) \frac{3}{2}$$

$$g = (n+1) \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$$

$$g = (n+1) \frac{3}{2}$$

$$g = g + \frac{3}{2} = g + \frac{3(3+1)}{2} = g + \frac{12}{2}$$

$$g = g + \frac{3}{2}$$

$$g = (n+1) \frac{3}{2}$$

$$g = \frac{3}{2} = 1.5$$

خوارزمية (٢٠١٠) متوازية

إذا كان ميل الماس متغير علاقته عند نقطة

$$(x, y) \text{ يساوى } -\frac{y}{x} (x \neq 0)$$

فإذن ميل الماس متغير علاقته إذا اعتبرت

أن سخناها يمر بالتقاطع (١-٥١)

يسعى إلى

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+4)(x-3)}{x(x-3)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+4)(x-3)}{x(x-3)}$$

$$\frac{dy}{dx} = (1 + \frac{4}{x}) \frac{1}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = x + 4 \ln x + 1 + \frac{4}{x}$$

وزارة (٢٠١٩) صيفي

يرجى جسم على خط مستقيم حسب العلاقة $y = kx + b$ حيث k : سرعة الجسم فإذا كانت سرعة الجسم عند بدء حركة ٣٥٩ م/ث فجراً مسافة التي تقطعها الجسم بعد ٣ ثوانٍ عن بدء حركته على أن يكون قطع مسافة تقدرها $\frac{3}{2}$ م في أول ثانية من حركته

الحل

$$y = \frac{3}{2}x + b$$

$$y = \frac{3}{2}x + b$$

$$y = \frac{3}{2}x + b$$

$$y = 0.5x + b$$

$$\frac{dy}{dx} = \text{فأمسى}$$

$$\text{لواصا} = \text{نطاس} + ج$$

$$\frac{dy}{dx} = \text{فأمسى} + ج = \frac{dy}{dx}$$

وزارة (٢.١١) صيغة

إذا كانت ميل المماس لخط العدالة
ص عن نقطة (س، ص) يساوي

أ- خطاس $\frac{dy}{dx}$ هي عايدة العدالة من
عند بان منتهاها يمر بالتقى (٤٦)

$$\frac{\text{الحل}}{\text{لواصا}} = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ص}{هـ}$$

$$\frac{dy}{dx} = \text{فتايسى}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\text{نطاس} + ج$$

$$(٤٦)$$

$$1 = ج = ج + 1 - =$$

$$\frac{dy}{dx} = -\text{نطاس} -$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{هـ} \text{نطاس} + \frac{1}{هـ}$$

$$\frac{dy}{dx} = \text{لواصا} \left(\frac{1}{هـ} \text{نطاس} + \frac{1}{هـ} \right)$$

$$ص = ج = -\text{لواصا} \left(\frac{1}{هـ} \text{نطاس} + \frac{1}{هـ} \right)$$

$$\frac{\text{الحل}}{\text{لواصا}} = \frac{ص (١ - ج)}{هـ}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(١ - ج)}{هـ} ص$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(١ - ج)}{هـ} (١ - ج) ص$$

$$\text{لواصا} = \frac{١}{هـ} - ج$$

وزارة (٢.١٠) صيغة

حل معادلة لتفاضلية

$$\text{لواصا} + ج = ص$$

$$\text{لواصا} - ج = - ص$$

$$ص (٤٣ - ١) = - ص$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{٤٣ - ١}{هـ}$$

$$\frac{ص}{ص} + ج = \frac{٤٣ - ١}{هـ}$$

الحل

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= 2s \\ \frac{ds}{s} &= 2dt \\ \int \frac{ds}{s} &= \int 2dt \\ s &= e^{2t} \\ s &= e^{2t} = e^{2\ln 2} \\ s &= 2^2 = 4 \end{aligned}$$

وزارة (٢٠١٤) شهادة

لدي جسم على خط مستقيم صبليقة
ن = ع $\frac{1}{2}$ ع $\frac{1}{2}$ ع < صين \rightarrow انتخاع
ع : السرعة اذا تحرك الجسم من تكون
في نقطة الشبطة \rightarrow التي تحصل سرعته
كم / ث تهدى ٣ ثوان من حركة

الحل

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{2} \times 9 \\ n &= \frac{1}{2} \times 9 \leq \frac{1}{2} \times 9 = 4.5 \end{aligned}$$

وزارة (٢٠١٤) شهادة

اذا كان صل الماس لخط العلاقه من
عند النقطه (٢٠،٥٠) يساوي
 $\frac{1}{x+20}$ ، صد فاذه
العلاقه ص عاكماً بان مخناها يبر
بالنقطه (٤٠،٥)

اخرج

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+20} &= \frac{1}{5} \\ x+20 &= 5 \\ x &= 5 - 20 \\ x &= -15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+20} &= \frac{1}{5} \\ x+20 &= 5 \\ x &= 5 - 20 \\ x &= -15 \end{aligned}$$

وزارة (٢٠١٤) شهادة

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+20} &= \frac{1}{5} \\ x+20 &= 5 \\ x &= 5 - 20 \\ x &= -15 \end{aligned}$$

وزارة (٢٠١٤) صيف

اذا كان صل الماس لخط علاقه عند
(٢٠،٥٠) يساوي (٢٠،٥٠) ، صد منه
قم ص عند ماس - س عاكماً بان
مخفى العلاقه يبر بالنقطه

(١٦٤)

< شهادة

وزارة (٢٠١٤) محوسبة

مُحرَّكَة كرَهٌ فِي الْكَوْنِ عَلَى خطِّ مُسْتَقِيمٍ
يَسْرَاعُ مَقْدَارُهُ $\left(\frac{d}{dt} + N\right) M/N$ ،
صَبَّتْ نَزْفَتُ التَّوَانِيَّ، فَمَا ذَاعَتْ
أَنْ سَرْعَةُ الْكَرَهِ (٥٠) م/س، عَنْدَهَا
 $N = ٣٩$ م٢، وَأَنْ سَرْعَةُ
وَطْعَتْ صَانَهُ قَدْرُهَا (٢٠) فَرِّزاً
لَهُ دَوْيَانِيَّةٍ فِي بَدْءِ حَرْكَتِهِ، جَدَ
الْمَسَافَةَ الَّتِي مَلَّحَتْهَا إِلَيْهِ بَعْدَ
(٩) دَوْيَانِيَّةٍ فِي بَدْءِ حَرْكَتِهِ.

الحل

$$M = \frac{N}{d} + N = \frac{N}{39} + N$$

$$M = \frac{N}{39} + N = (N + \frac{N}{39})$$

$$M(N) = (N + \frac{N}{39})$$

$$M(N) = N + \frac{1}{39}N = N(1 + \frac{1}{39})$$

$$M(N) = N(1 + \frac{1}{39}) = N(40)$$

$$M(N) = N(40) = 40N$$

$$M(N) = N(40) = \frac{N}{39} + N$$

$$M(N) = N(40) = \frac{N}{39} + N = N(1 + \frac{1}{39})$$

$$M(N) = N(40) = N(1 + \frac{1}{39})$$

$$M(N) = N(40) = N(1 + \frac{1}{39})$$

$$M(N) = N(40) = N(1 + \frac{1}{39})$$

$$M = \frac{N}{39} + N = N + \frac{N}{39}$$

$$(N + N) \Leftrightarrow N = N + N$$

$$N = N + N$$

وزارة (٢٠١٣) صيغة

قَذَفَتْ كَرَةٌ مِنْ لَمَّةٍ بَعْدَ ارْتِفَاعِهِ
(٤٥) مَرَّاً عَنْ سَطْحِ الْأَرْضِ إِلَى أَعْلَى
سَرْعَةِ اِتَّبَايَتِهِ قَدْرُهَا (٤٠) م/س
وَسَرْعَةِ مَقْدَارِهِ (١٠) م/س، جَدَ
الْزَرْفَنِ لِلَّأَرْضِ الَّذِي اِسْتَفَرَقَتْ إِلَيْهِ
لَتَعُودَ إِلَى سَطْحِ الْأَرْضِ.

الحل

$$N = 10 - \frac{M}{40} \Leftrightarrow M = 40(10 - N)$$

$$M = 40(10 - N)$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$M = 400 - 40N \Leftrightarrow N = 10 - \frac{M}{40}$$

$$\begin{aligned} r &= 2 \quad s = 97x^2 \\ r+n &= \frac{1}{2}uv \\ n &= \frac{1}{2}uv - r \\ n &= \frac{1}{2}uv - 2 \\ v &= \frac{(n+2)}{\frac{1}{2}uv} \\ v &= \frac{2(n+2)}{uv} \\ v &= \frac{2(n+2)}{uv} \end{aligned}$$

عندما $n = 4$

$$v = \frac{2(4+2)}{uv} = \frac{12}{uv} = 120x^2 - 8.$$

$$\frac{12}{uv} = 2 \Leftrightarrow uv = 60 \Leftrightarrow$$

$$\begin{aligned} v(n) &= \frac{2}{uv}(n+2) - 2 \\ v(2) &= \frac{2}{uv}(4) - 2 \\ &= \frac{118}{uv} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 + 4x^2 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4}v^2 &= 22 \\ 2 + 10 - \frac{3}{4}v^2 + \frac{1}{4}v^2 &= 22 \\ 2 + 10 - \frac{9}{4}v^2 &= 22 \\ 12 - \frac{9}{4}v^2 &= 22 \\ 48 - 9v^2 &= 22 \\ 9v^2 &= 26 \\ v^2 &= \frac{26}{9} \\ v &= \sqrt{\frac{26}{9}} \\ v &= \frac{\sqrt{26}}{3} \\ v &= \frac{\sqrt{26}}{3} \end{aligned}$$

وزارة (٢٠١٤) صفيه

تتحرك جسم على خط مستقيم و معه العلاقة $v = 7t$ ، $t > 0$ صفر $\leq t \leq 4$ ، v سرعة الجسم فإذا علمت أن السرعة بلا نهاية للجسم $(9/2)$ ، وقطع صافته (80) مترًا في (4) ثوانٍ ، فدراسته التي قطعها زيد 7 مائتين عن بدء حركته

الحل

$$\begin{aligned} t &= \frac{v}{7} \Leftrightarrow \frac{v}{7} = \frac{80}{9/2} \\ \frac{v}{7} &= \frac{160}{9} \\ v &= \frac{160}{9} \cdot 7 \\ v &= \frac{1120}{9} \\ v &= 124.44 \end{aligned}$$

عندما $v = 124.44$

وزارة (٢٠١٥) سوية

حل المعادلة لـ $\sin x$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \sqrt{3}$$

الحل

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1}}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\sin x = \sqrt{3} \cos x$$

وزارة (٢٠١٦) سئوحة

يراد عدد سكان مدينة محب بالعلاقة
مع $y = (3n + 2)$ ، وعلمت انه
سرعه الاتساع $6\text{م}/\text{س}$ ،
و المسافة التي تقطعها هذه المدينة
واحدة من بدء الحركة $(12)\text{م}$ ، فما
المسافة التي تقطعها بعد (3) ثوان
من بدء الحركة.

الحل

$$y = 3n + 2 \leftarrow n = \frac{y - 2}{3}$$

$$y = (3n + 2)n$$

$$y(n) = \frac{3}{2}n^2 + 2n + 2$$

$$y = 2 + 2n + 2$$

$$y = 2 \leftarrow$$

$$y(n) = \frac{3}{2}n^2 + 2n + 2$$

$$y = (\frac{3}{2}n^2 + 2n + 2) \times 2$$

$$y = \frac{3}{2}n^2 + 2n + 2$$

$$y(1) = \frac{1}{2} + 2 + 2 = 5$$

$$\frac{d}{dx} y = 2$$

$$y(n) = \frac{1}{2}n^2 + 2n + 2$$

$$y(3) = \frac{1}{2}(3^2 + 2 \times 3 + 2)$$

$$\Sigma_0 = \frac{9}{2} =$$

وزارة (٢٠١٥) صفاقس

يراد عدد سكان مدينة محب بالعلاقة
مع $y = (3n + 2)$ ، حيث عدد
السكان في المدن n سنوات، اذا
علمت ان عدد سكان مدينة عام
 (2015) بلغ (100000) نسمه، فجد
عدد سكانها بعد (4) عاماً.

أكمل

$$\frac{y}{n} = 300000$$

$$\frac{y}{4} = 300000$$

$$\frac{y}{4} = 100000$$

$$100000 = 25000 + 2n$$

$$25000 = 2n \times 5 = 10000$$

$$25000 = 2n \leftarrow$$

$$25000 = 2n \times 5 \leftarrow 25000 = 2n$$

$$25000 = 2n \times 5 \leftarrow$$

$$25000 = 2n \times 5 = 10000$$

$$n = 10000$$

$$n = 10000$$

$$n = 10000$$

وزارة (٢٠١٧) سُوْدَان

حل لمعادلة التفاضلية

$$\frac{du}{ds} = \frac{s^3 - 4s + 3}{s^2 - 1}$$

الحل

$$\frac{du}{ds} = s(s^2 - 1) - 4(s^2 - 1)$$

$$\frac{du}{ds} = (s^3 - 4s^2 + 3) = \frac{(s-1)(s^2 - 3s - 3)}{s+1}$$

$$s^2 - 3s - 3 = s(s-1) \quad \text{ضرب بـ} \quad s+1$$

$$(s^2 - 3s - 3) = (s^2 - 1) - 4s$$

$$(s^2 - 3s - 3) = (s^2 - 1) - 4s$$

$$s^2 - 3s - 3 = s^2 - 1 - 4s$$

وزارة (٢٠١٧) صيف

ابدأ بـ s الحركة من نقطة $(0,0)$ يصل على محور s ميلان وفقاً لـ $\frac{ds}{dt} = -4t$. حيث $t = 4$ \Rightarrow $s = 4t^2$. إذا كانت سرعة عند بدء الحركة (4) كـ m/s أثبتت أن $s = 7t^2$

الحل

$$s = \frac{1}{2} \cdot 4t^2 \Rightarrow s = 2t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{s}{2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{s}{2}} - 2 = \frac{s}{2} - 2 \Rightarrow t = \frac{s-2}{2} \Rightarrow s = 2t + 2$$

$$1 - s = 2t \Rightarrow$$

$$1 - s = \frac{c}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{c}{\sqrt{2}} = \frac{c}{\sqrt{2}} - 2 \Rightarrow c = 4\sqrt{2} \Rightarrow c = 4(\sqrt{2} + 1)$$

$$c = 4(\sqrt{2} + 1)$$

$$s = 2t + 2 \Rightarrow$$

$$s = 2t + 2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2} + 4) = \frac{1}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2} + 4) = 4\sqrt{2} + 4$$

$$s = 4\sqrt{2} + 4$$

$$s = 4\sqrt{2} + 4$$

وزارة (٢١٨) تسوية

يُسر جسم على خط مستقيم صلب بعلاقته
بن = ٤ + ٤ > ٨، حيث $\frac{1}{n}$ = ٣، حيث
ن = ٣، اذ اخراج جسم، اسرعه اجسام
حياته التي لا يُقطعها اجسام بعد
(٣) توالي من بدء الحركة.

الحل

$$n = \frac{4}{4} \leftarrow \frac{4}{4} \leftarrow \frac{4}{4}$$

$$n = \frac{4}{4} \leftarrow \frac{4}{4} \leftarrow \frac{4}{4}$$

$$n = \frac{4}{4} \leftarrow \frac{4}{4} \leftarrow \frac{4}{4}$$

$$n = \frac{4}{4} \leftarrow \frac{4}{4}$$

وزارة (٢١٧) صيف

يُسر جسم على خط مستقيم صلب بعلاقته
بن = ٤ + ٤ > ٨، حيث $\frac{1}{n}$ = ٣، اذ اخراج
اجسام، اسرعه اجسام، اذ اخراج
اجسام من الكون فتصبح مسافته عصبة لها
٦١ (٣) بعد توالي من حركة
جد ملائمة التي قطعوا العيد (٩) توالي
من حركة

اكل

$$n = \frac{4}{4} \leftarrow 1 + 4 =$$

$$n = \frac{4}{4} \leftarrow n = \frac{4}{4}$$

$$n = 1 + 4 =$$

ورقة عمل

المقطوعه بعد تأثير من بده بحركة
٣٦٣، هي كافيه لقطعه بعد ثلاثة
نوان

١) حل المعادله لـ $\frac{ds}{dt}$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{v_0}{s + v_0 t}$$

لما كان $v_0 = 0$ عند $t = 0$

إذا كان سل المchas تحت لاقيان
قد $s(t)$ عند نقطه (٤) يساوي
وحياته $s'(t) = -s^2 - 2s - 4$
عاديه لاقيانه $s(t)$.

٢) تصفه عاديه تتحرك في خط مستقيم
يكتي ان سرعتها (٤) بالأعينه
فقد نظيره تعطى بالقانون

$$s = \frac{1}{s^2 + 1} \text{ ماديه}$$

الذى في بدلاته $s = \frac{1}{t}$
بأن نقطه عاديه كانت عند نقطه
الأصل هي بديهية بحركة:

٣) حل المعادله لـ $\frac{ds}{dt}$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{s^2 + 1}$$

٤) صيحل المعادله لـ $\frac{ds}{dt}$

$$s = \frac{1}{s^2 + 1}$$

٥) سنواهن عجم الماء في بركة بيدل
من حجرها سنواهيا اذا كان عجم الماء s
 فهو $s' = -\frac{1}{s^2}$ حيث عجم الماء بعد مرور
سنه

٦) حل المعادله لـ $\frac{ds}{dt}$

$$s = \frac{1}{s^2 + 1}$$

٧) تحرك جسم تباعي يعطي بالعلاقة
 $s = 6t + 4$ اذا كانت سرعة
الاتجاه للجسم $= 30/10$ فـ

١٢) أطلقت كرمة رأسياً بلا دفع من سطح مربع ارتفاعه ٣٨ سم بسرعه ابتدائيه قدرها $3m/s$ وسباع
كل ساعه حيث لا تدل على عدد الملايات اذا كانت $L = 100$ في الباقي ($n = 1$) ما عدد الملايات بعد

$$13) \text{ حل معادلة المتداوين} \\ (4 + 4 \cdot \frac{\text{تس} + \text{تس}}{\text{تس}})^{\frac{1}{\text{تس}}} = 7 + 7 \cdot \text{تس}$$

١٤) عكاز يقع من الفل في حرر عده وفقه الصادلة $\frac{L}{L_0} = \frac{1}{1+n}$
كل ساعه حيث لا تدل على عدد الملايات اذا كانت $L = 100$ في الباقي ($n = 1$) ما عدد الملايات بعد ٨ ساعات

١٥) تتحرك حبيب حيث تارعه $T = 8$ دق صبت على سرعته $4m/s$ فإذا كانت سرعته الابتدائيه $4m/s$ وموقعه الابتدائي في $(0, 0)$ في حيث كانت المقطوعي لعدم حركة $2m$

١٦) تتحرك حبيب حيث ان تارعه T يعبر بالقدره $T = 10$ دق او به 4 ثانفه التي تقطعها الحركه اذ اعلنت ان سرعته عند بدء الحركه $5m/s$ وان $V = 18$ عندها $t =$

١٧) وعاء اسطواني اهتز في مطره $5cm$ وارتفاعه $16cm$ لصبه منه 50 جم بعلقه $\frac{1}{2}n$ $= 20$ من كجم اذ كانت n وعاء فارغاً كل ثانية لا يعرف حتى عندي بالدار

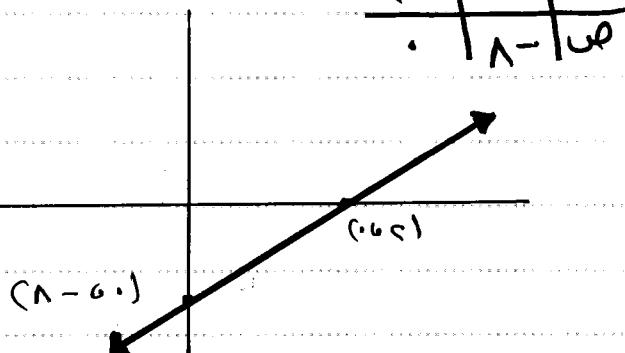
رسم الاقترانات

الاقتران الخطى

$y = mx + b$
نجد نقطة تقاطعه مع محور السينات
نجد نقطة تقاطعه مع محور الصادات
مثا

$$1 - 3m = 4 - 3 - 8$$

$$\frac{3}{3} \begin{array}{|c|} \hline m \\ \hline \end{array}$$

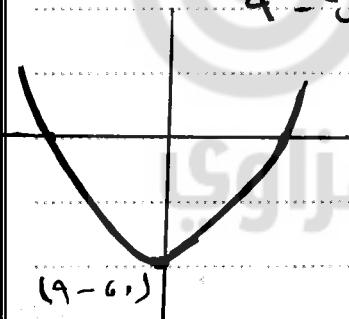


الاقتران التربيعى

$y = ax^2 + bx + c$
نجد احداثيات الرأس $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$
معامل a موجب لـ
معامل a سالب لـ
مثال: $1 - 3m = 4 - 9$
كل

$$\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (-\frac{1}{2}, 9)$$

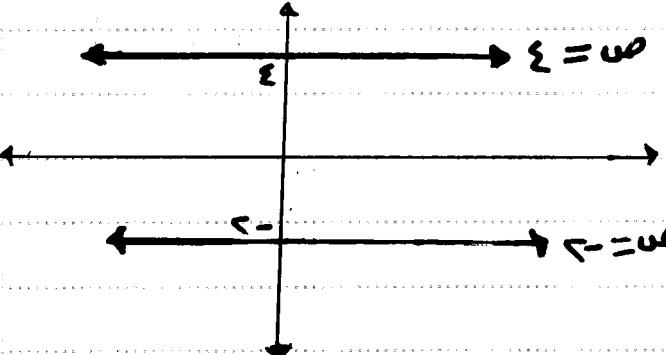
(٩ - ٦٠) للداعى



الاقتران النابت

$y = P^n$ حيث P ثابت
خط افقي موازي لمحور السينات
ويقطع محور الصادات بالنقطة $(P, 0)$
مثا

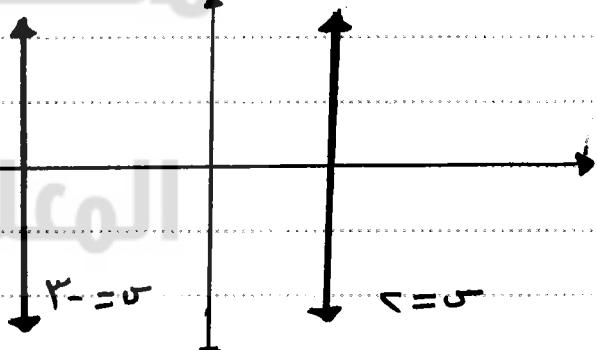
$$4 = P^n \quad 6 = P^n$$



خط افقي موازي لمحور السينات هي $y = 6$

$y = P^n$ حيث P ثابت
خط موازي لمحور الصادات
ويعودي على السينات

$$3 = P^n \quad 6 = P^n$$



٥) الجذر التربيعي

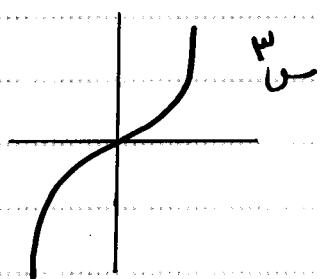
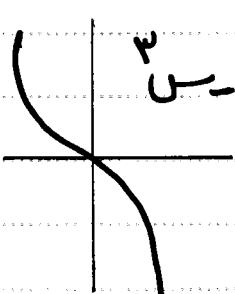
٤) الأقتران التكعبي

على صورة $y = s^{\frac{1}{2}} + b$ خد حالة

$$\sqrt{s+5} = u \quad (1)$$

$$s - 5 = u^2 \quad \leftarrow \quad s = u^2 + 5$$

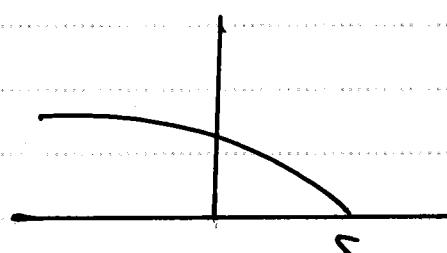
$$s - 5 < 0$$



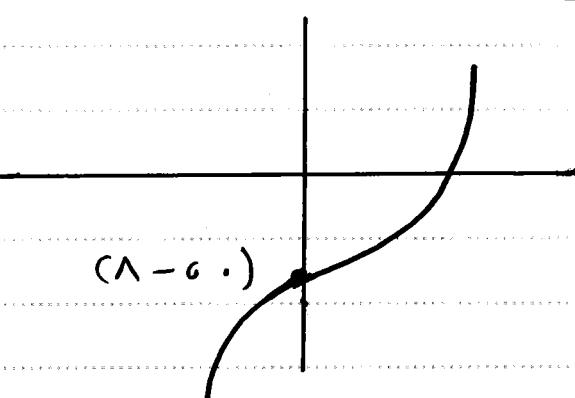
مثال

$$\sqrt{s-4} = u \quad (2)$$

$$s - 4 = u^2 \quad \leftarrow \quad s = u^2 + 4$$



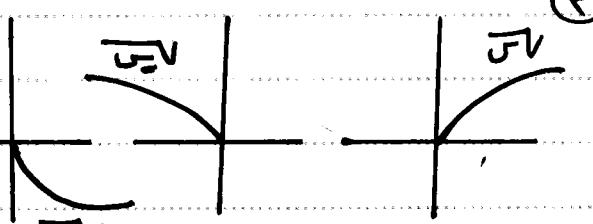
خذ نقطة تقاطعه مع الصادا
نوضع $s = 0 \leftarrow u = 0$



(8-0, 0)

$$s - 4 = u^2 \quad \leftarrow \quad s = u^2 + 4$$

$$s = u^2 \leftarrow u = 0$$



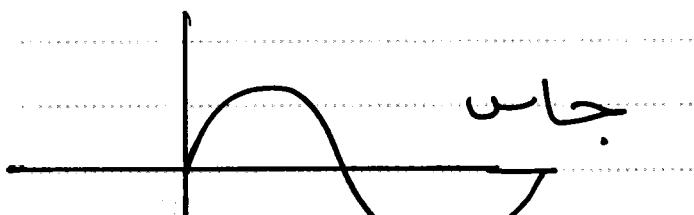
$$\sqrt{4-s} = u \quad (3)$$



$$\sqrt{s-4} = u \quad (4)$$



٦) حاس، جتاس



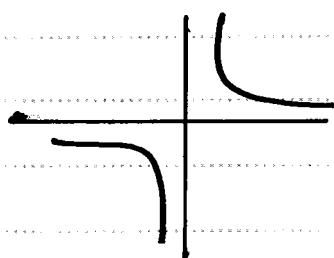
٧) الدقiran النسبي

$$ص = \frac{م}{ن+ج} = \frac{\text{ثابت}}{\text{خطي}}$$

جد صفر المقام من دون صفر خط التقارب

بتاء

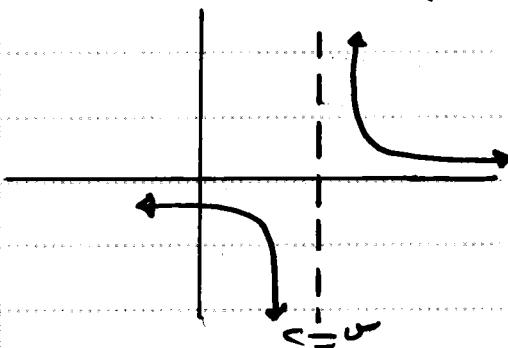
$$\textcircled{1} \quad ص = \frac{1}{ن} \quad ص = \text{خط لتقريب}$$



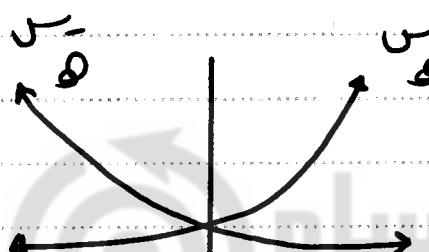
٨) لوس

(٠٦١)

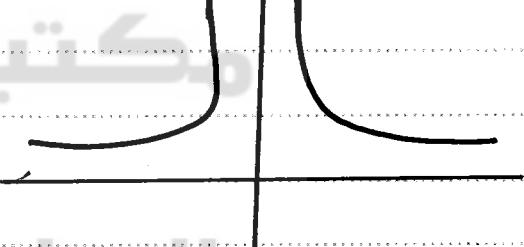
$$ص = ن \Leftrightarrow \frac{1}{ص} = ن \quad \textcircled{2}$$



٩) نس



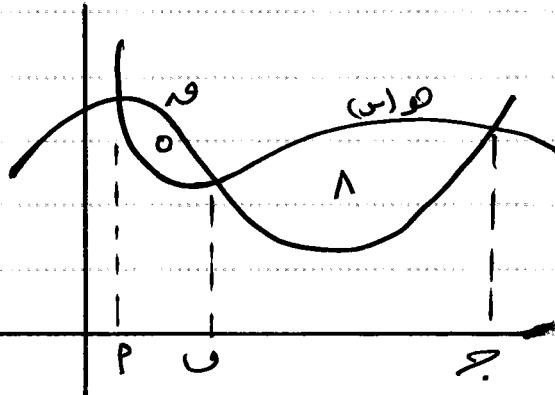
$$\textcircled{3} \quad ص = \frac{1}{ص}$$



المساحة

ملاحظات أولية

مثال ①



١) المساحة في هذه موجبة دائمة بغض النظر عن موقع المنصفة

٢) يكون التكامل موجباً اذا وقع المحنى فوق محور السينات

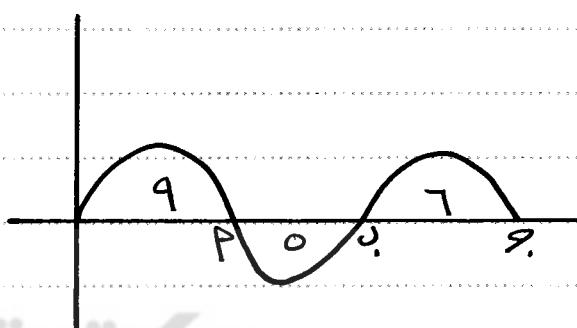
٣) يكون التكامل سالباً اذا وقع المحنى تحت محور السينات

$$\text{جد } \int_{-1}^1 (x^2 - 5) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 5x \right]_{-1}^1 =$$

مثال ①

$$(1) + 0 =$$

$$3 - =$$



$$\text{جد } \int_{-1}^1 (x^2 - 5) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 5x \right]_{-1}^1 =$$

$$= 2 - 0 - 4 =$$

المالدة الـ دـولي

المساحة المقصورة بين صخن ومحور السينات

مثال ①

احسب المساحة المقصورة بين

$y = 2x$ و $y = x^2$ ومحور السينات والمحور

$$\text{الحل} \quad \begin{aligned} & y = 2x \\ & y = x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x = x^2 \\ & x^2 - 2x = 0 \\ & x(x - 2) = 0 \end{aligned}$$

$$x = 0, x = 2$$

$$\int_{0}^{2} (2x - x^2) dx$$

طريقة الحل

١) ناوى الأقران بالصفر وجد نقاط تقاطعه مع محور السينات فإذا كانت نقاط التقاطع بين المستقيمين يجزء التكامل، وإذا كانت خارج المستقيمين خانها ترافق المساحة

$$\text{المساحة } M = \int_{0}^{2} |2x - x^2| dx$$

مثال ②

جد المساحة المقصورة بين صخن

$y = x^3$ ومحور السينات

وأطستقيمين $x = -1$ و $x = 2$

٢) محور السينات هو اقران عادلته ص = 0.

$$\text{الحل} \quad \begin{aligned} & x^3 = 0 \\ & x = 0 \end{aligned}$$

$x = 2$ ، $x = -2$ هي الفرق $[2, -2]$ وهو حدود التكامل

$$\int_{-2}^{2} x^3 dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} \right]_{-2}^{2}$$

$$= \left(\frac{2^4}{4} - \frac{(-2)^4}{4} \right)$$

$$= \left(\frac{16}{4} - \frac{16}{4} \right) = 0$$

مثال ⑥

جد المساحة المقصورة بين مختصى $y(x) = x^2 + 1$ ومحور السينات والصادرات والمستقيم $x = 2$

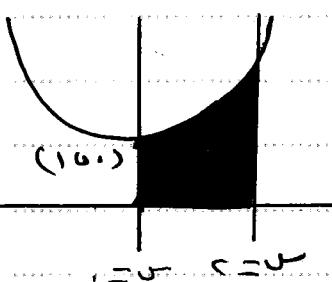
الحل

الستقمان صاحب $x = 2$.
محور الصادرات

$x^2 + 1 \neq 2$, لا يوجد نقاط تَعَاطِف

$$= \int (x^2 + 1) dx$$

$$\frac{1}{3}x^3 + x =$$



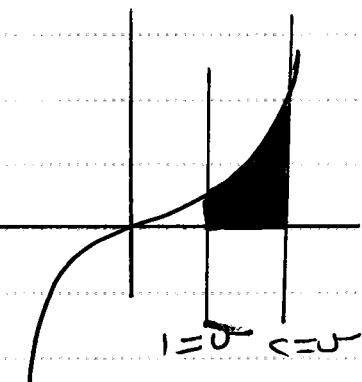
جد المساحة المقصورة بين مختصى $y(x) = x^2 + 1$ ومحور السينات والمستقمين $x = 1$ و $x = 2$

مثال ⑦

الحل للقراءة $x = 2$.

$$= \int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{3} =$$



مثال ⑧

أوجد مساحة المثلثة المقصورة بين مختصى $y(x) = \sqrt{x+5}$ ومحور السينات وبين مختصى $x = 0$ و $x = 3$ والمستقيم $x = 2$

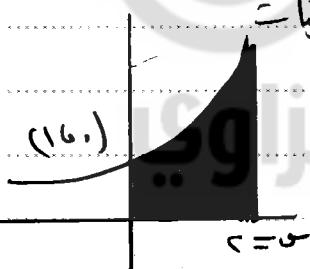
الحل

الستقمان $x = 0$.
 $x = 3$ ≠ . لا تلتف محور السينات

$$= \int_{0}^{3} (\sqrt{x+5}) dx$$

$$= \frac{2}{3}(x+5)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$$

$$= \frac{2}{3}(8-1)$$



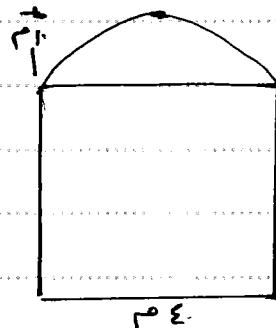
$$= \int_{0}^{3} (x+5)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3}(x+5)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$$

$$= \frac{2}{3}(27-1) =$$

$$= \frac{16}{3}$$

مثال ٨

الشكل المجاور عين المدخل الجبوني لوزارة التربية والتعليم وهو على شكل قطع مكافىء جرد مساحة واجهة حفاظ الأقمار ومحور السنان في القراءة



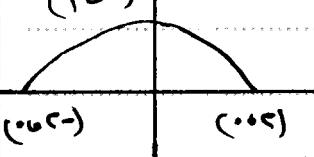
مساحة مستطيل

$$= 4 \times 0 = 4 \text{ م}^2$$

وللإجابة مصادره القاطع المكافىء (الربيع)

$$\text{وهو } (s) = 2s + 5s = 7s$$

النقطاط $(100.0, 0.0)$ تقع على محنتها



$$1 = 2 \leftarrow (100)$$

$$1 + 5s + 5s = 0 \leftarrow (0.0)$$

$$1 + 5s - 5s = 0 \leftarrow (0.0)$$

$$\frac{1}{2} = 0 \leftarrow 0 = 0.5$$

$$\text{بالنحوين في المثلث } 0 = 0.5 = 0.5$$

$$\text{وهو } (s) = 0.5 + 0.5 = 1$$

$$s = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = 1 - 1 = 0$$

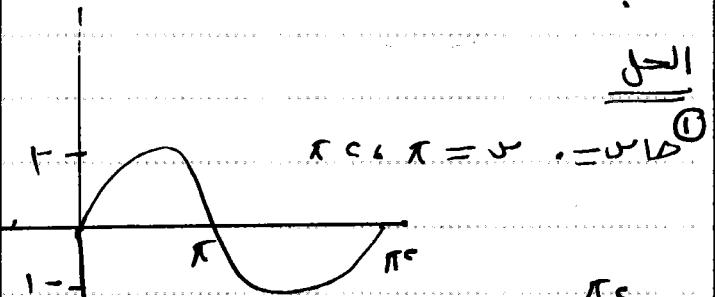
$$(\frac{1}{2} + 0.5) - (\frac{1}{2} - 0.5) =$$

$$\frac{1}{2} - 0.5 = \frac{1}{2} - 0.5 + \frac{1}{2} - 0.5 = 0$$

مثال ٩

اذا كانت $f(x) = \text{حاس}(x)$ [٢٠٠٦] هي كل ما يأىي مساحة المنطقه المحصوره بين محنتي الدقراط ومحور السنان في القراءة [٢٠٠٦]

$$\text{فـ } f(x) = s$$



$$S = ? \quad \text{أصل } s = ?$$

$$= \text{حاس}(s) + \frac{\pi}{2} - \text{حاس}(s)$$

$$= -\text{حاس}(s) + \frac{\pi}{2}$$

$$= -\text{حاس}(s) + \frac{\pi}{2} + \text{حاس}(s) + \frac{\pi}{2}$$

$$= (\text{حاس}(s) - \text{حاس}(s)) + \frac{\pi}{2}$$

$$= 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$= \text{حاس}(s) + \frac{\pi}{2}$$

$$= -\text{حاس}(s)$$

$$= -\text{حاس}(s) + \text{حاس}(s) + \frac{\pi}{2}$$

$$= 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

الحالة الثانية

المساحة المقصورة بين اقتراين

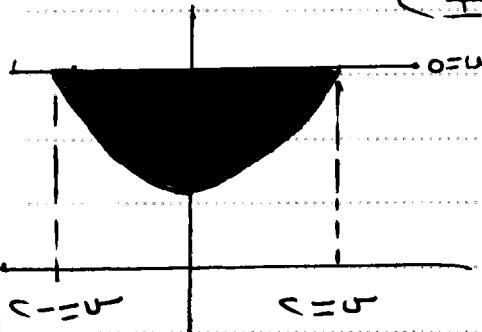
مثال ①

جد المساحة المقصورة بين $y = x^2$ و المستقيم $x = 5$

جد نقط تقاطع

$$x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm 2.236$$



المساحة بين $y = h(x)$ و $x = b$

و المستقيمين $x = a$, $x = b$

$$M = \int_a^b |h(x) - g(x)| dx$$

خطوات الحل

١. حدد الأفقيات والأعمدة
(المستقيمات)

٢. ناوي الدقائقين يعرضها
لديجاد نقاط التقاطع $y = h(x) = g(x)$

٣. رسم الأعمدة ثم الأفقيات

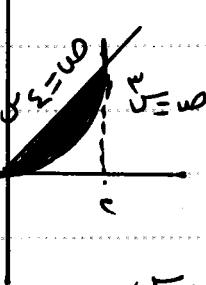
٤. حدد المنطبق المترافق

يزها

٥. بجزي التكامل

$$\text{مس}(س - ٤) = ٢$$

$$س = ٣ \quad س = ٥$$



$$٢ = س^٣ - س^٣ + (س - س^٣)$$

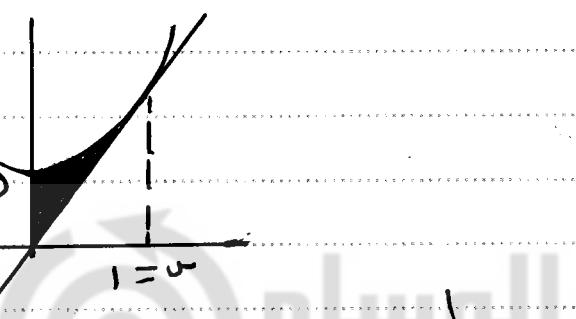
$$٢ = ٤ + ٤ =$$

مثال ٤

جد المساحة المقصورة بين الدائرة $و(س) = س^٢ + ١$ و المستقيم $و(س) = س$ وهو الصادا

الحل

$$س^٢ + ١ - س = ١ + س - س = ١ + س - س = ١$$



$$٢ = \frac{١}{٢} (س^٣ + س - س^٢ - س)$$

$$= (س^٣ - س^٢ + س) / ٢$$

$$= \left[\frac{س^٤}{٤} - \frac{س^٣}{٣} + س^٢ \right] / ٢$$

$$= \frac{١}{٣} = ١ + ١ - \frac{١}{٣}$$

مثال ٥

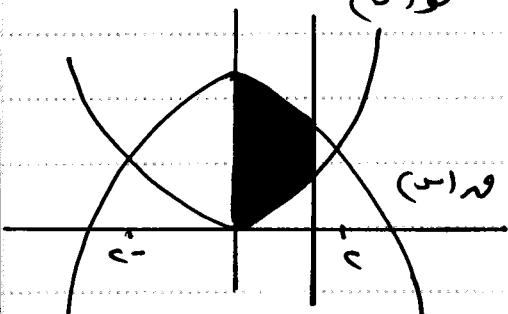
جد المساحة المقصورة بين منحنين الدائرة اثنين $و(س) = ٨ - س$ و $و(س) = س^٣$ والمستقيم $س = ١$.

الحل

$$٨ - س^٣ = س^٣ \quad س = ٢$$

$$س^٣ = ٤ \quad س = ٢ \quad (١٦)$$

$و(س)$



$$٢ = ٨ - س^٣ - س^٣$$

$$٢ = ٨ - س^٣ - س^٣ = ٨ - ٢ س^٣ = ٦ س^٣ = ٦ / ٣ = ٢$$

مثال ٦

أوجد مساحة النهاية المقصورة بين $و(س) = س^٣ - س^٢$ و $س = ٤$.

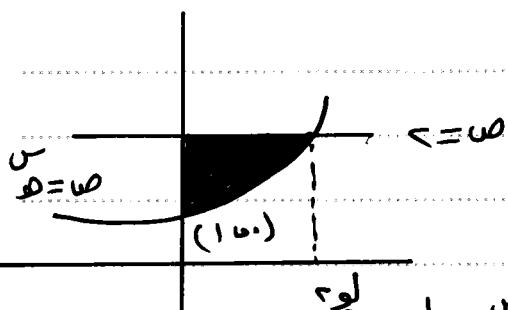
الحل

نحسب الدائرة اثنين

$$٤ = س^٣ - س^٢ \quad س = ٤$$

بذر نخط لستها طبع

$$س^٣ = ٤ س \quad س = ٤ - س^٢$$



$$\text{لـ} \int_{1}^{2} x^2 dx$$

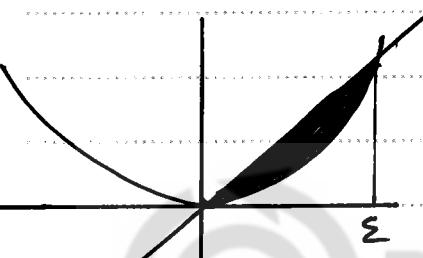
$$\begin{aligned} &= \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 \\ &= \frac{8}{3} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

مثال ⑥

جد مساحة المجموعة بين صخنی
عـ(س) = س و الصخنی سـ = س

الحل

$$\begin{aligned} &\text{سـ} = س \leftarrow س = \frac{1}{3} س \\ &\text{جـ دـ رـ قـ طـ لـ تـ حـ اـ طـ} \frac{1}{3} س = س \\ &\leftarrow \frac{1}{3} س - س = س \\ &\leftarrow س \left(\frac{1}{3} - 1 \right) = س \\ &\leftarrow س = س \end{aligned}$$



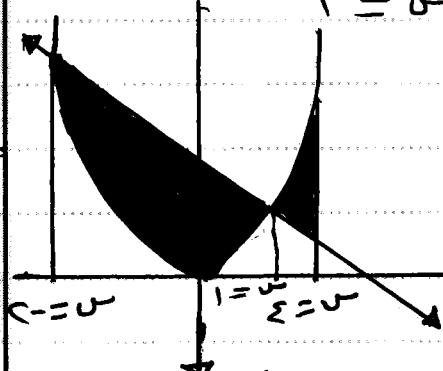
$$\begin{aligned} &\left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = 8 - \frac{1}{3} \\ &= \frac{23}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{7}{3} - 1 \right) = \frac{4}{3} \\ &\frac{1}{3} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

مثال ⑥
جد مساحة المجموعة بين دـ(س) = س
وـ(س) = س - سـ و المـتـقـيم سـ = س

الحل

$$\begin{aligned} &\text{دـ(س) = س} \\ &\text{سـ} = س \leftarrow س = س + س \\ &\cdot = (1 - 5)(2 + 5) \\ &\cdot = 1 = س - س = س \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &\left(2 - \frac{1}{3} \right) + \left(5 - \frac{1}{3} \right) = 20 = \frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \end{aligned}$$

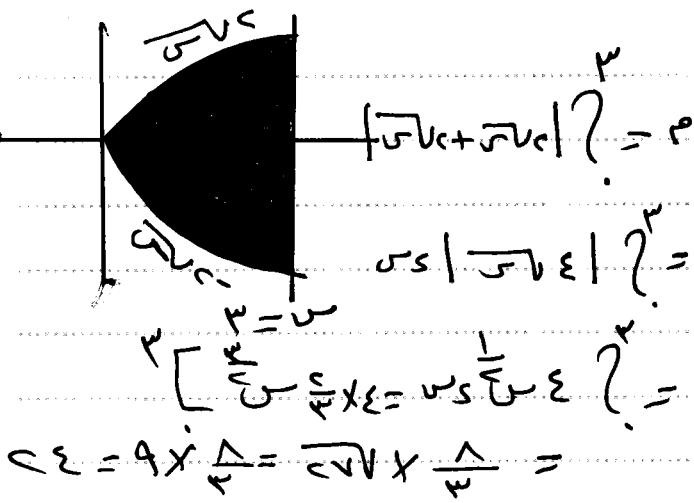
مثال ⑦

جد مساحة المجموعة بين صخنی
عـ(س) = س و المـتـقـيم سـ = سـ
و مـجـوـرـ لـصـادـاـ

الحل

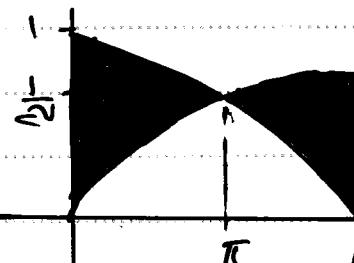
$$\begin{aligned} &\frac{1}{3} = س \leftarrow س = \frac{1}{3} س \\ &\frac{1}{3} = س \leftarrow س = \frac{1}{3} س \end{aligned}$$

مـجـوـرـ لـصـادـاـ = س = 1



مثال ٨

جد المساحة المقصورة بين $y = \sin x$ و $y = \cos x$ من $x = \frac{\pi}{4}$ إلى $x = \frac{\pi}{2}$.



الحل

$\sin x = \cos x$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$= [\sin x + \cos x]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left[\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2} - \left(\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2}$$

مثال ٩

جد المساحة المقصورة بين خطين القطع المطابقين $x = 4$ و $x = 5$ و ملائيم $y = x$ و $y = x^2$.

$$\begin{aligned} & \text{Area} = \int_{x=4}^{x=5} (x - x^2) dx \\ & = \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_{4}^{5} \\ & = \frac{1}{2}(5^2 - 4^2) - \frac{1}{3}(5^3 - 4^3) \\ & = \frac{1}{2}(25 - 16) - \frac{1}{3}(125 - 64) \\ & = \frac{9}{2} - \frac{61}{3} = -\frac{95}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{95}{6} = -\frac{89}{6} \\ & \text{Area} = \frac{89}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & x & & x^2 & \\ \hline 1 & | & | & | & \\ \hline 4 & | & | & | & \\ \hline 5 & | & | & | & \end{array}$$

$$1 = x^2 \Rightarrow x = 1 \quad x = 4 = x^2 \Rightarrow x = 2$$

يتبعد اكمل

حصل اكمل فوضي الماء في

$$x = 4 \Rightarrow x = 4$$

$$x = 5 \Rightarrow x = 5$$

$$x = 4 \Rightarrow x = 4$$

$$x = 5 \Rightarrow x = 5$$

المواهدة $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \sin x dx$ بين $\omega(x) = \sin x$

$$\frac{17}{4} = \omega = \sin x \quad \text{سادى}$$

جذ نقطه لستها مع

$$r \pm = \omega \iff \omega = r$$

$$\frac{17}{4} = \omega(\omega - r) \quad \left\{ \begin{array}{l} r \\ \omega \end{array} \right.$$

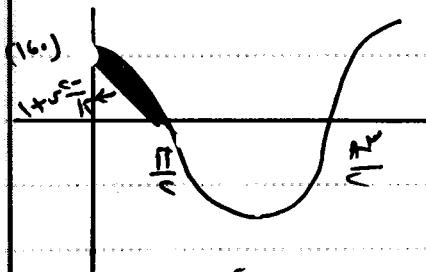
$$\frac{17}{4} = r \left[\frac{\pi}{2} - \sin x \right]$$

$$\frac{17}{4} = \left(\frac{3r}{2} + \frac{3r}{2} - \right) - \left(\frac{3r}{2} - \frac{3r}{2} \right)$$

$$\frac{17}{4} = \frac{3r}{2} - \frac{3r}{2}$$

$$\frac{17}{4} = \frac{3r}{2} - \frac{3r}{2}$$

$$\frac{17}{4} = r \leftarrow r = \frac{3r}{2} \leftarrow \frac{17}{4} = \frac{3r}{2}$$



$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} &= \left(\text{حيات } \omega \right) \omega \left(\frac{\pi}{2} \right) - \left(\text{حيات } \omega \right) \omega \left(0 \right) \\ &= \text{حيات } \omega + \frac{1}{\omega} \left(\text{حيات } \omega \right) - 1 = \end{aligned}$$

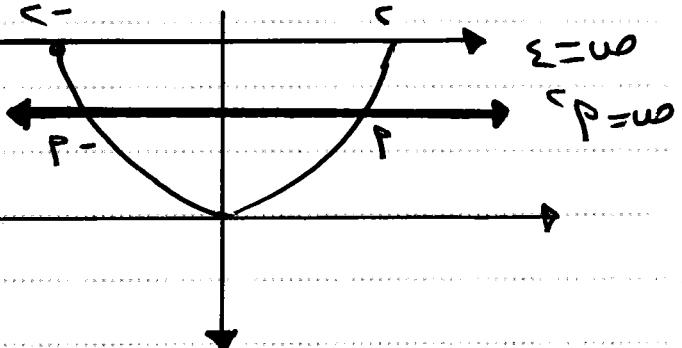
مثال ⑪

اذا كان $\omega(x) = \sin x$, $\omega(0) = 0$

وكان ω متقيمة موجة يقسم

المواهدة $\int_{\omega(0)}^{\omega(\pi/2)} \sin x dx$ بين $\omega(x)$ و $\omega(0)$

اى قسمين متساوين حبد فتحه



جد المواهدة بين $\omega(x)$ = $\sin x$, $\omega(0) = 0$

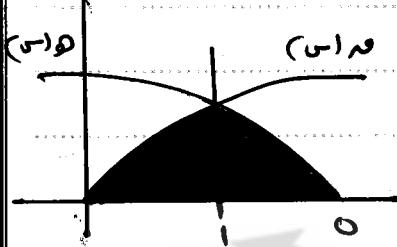
$$s = r \pm = s =$$

$$\left[\frac{3r}{2} - \frac{3r}{2} \right] \omega = \left(\frac{3r}{2} - \frac{3r}{2} \right) \omega = \left(\frac{3r}{2} - \frac{3r}{2} \right) \omega =$$

$$\frac{3r}{2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) =$$

نصف المواهدة بين $\omega(x)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3r}{2} \times \frac{1}{2} =$$



المحل

جد المواهدة المقطعة المخصوصة بين

$$\sqrt{1-x^2} = \omega(x), \omega(0) = 1$$

ومحو لبيان

الحل

$$\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-x^2} = s$$

بالربع

$$s = \sqrt{1-x^2} =$$

$$0 = x^2 =$$

$$1 = x^2 =$$

$$\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1-x^2} = \omega(x) =$$

$$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x^2} =$$

$$\left(\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1-x^2} \right) - \left(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x^2} \right) =$$

$$\frac{s}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

مثال ١٤

جزء معاوٰة المماس و $f'(x) = 3x^2$

مقدار المماس $= f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 12$

معادلة المماس هي $y - 4 = 12(x - 1)$

$y = 12x - 12 + 4 = 12x - 8$

$y = 12x - 8$

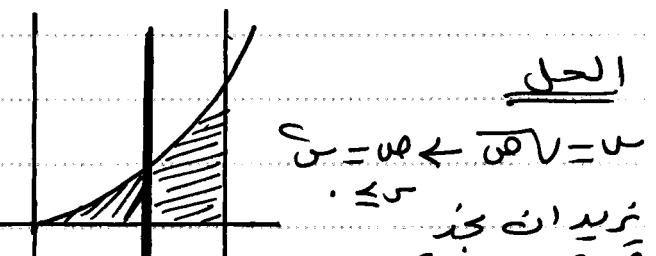
$\frac{y}{2} = 6x - 4$

$\frac{y}{2} = 6x - 4$

مثال ١٥

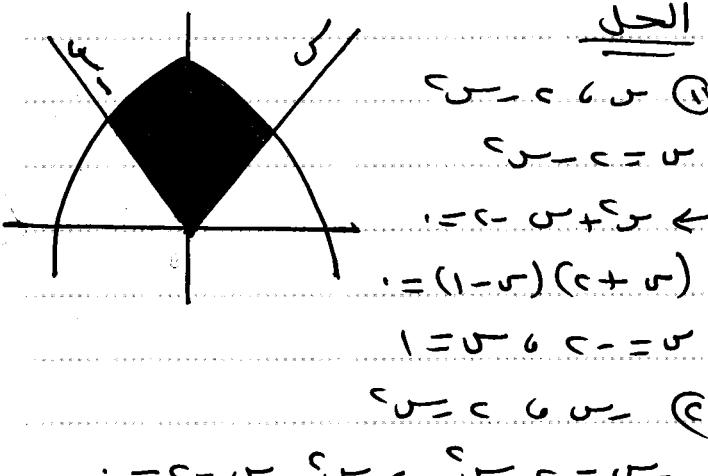
حسب قاعدة ٢ حيث ان المستقيم $y = 2x$ يقسم المعاوٰة المخصوصة بين المحنى $y = x^3$ والمستقيم $y = 2x$

وهو الممكنا $= 1/2$ مساحتين متساويتين



نريد ان جزء قاعدة ٢ التي تحصل $y = x^3$ على المستقيم $y = 2x$ له معاوٰة مظلله اى مساحتين متساويتين

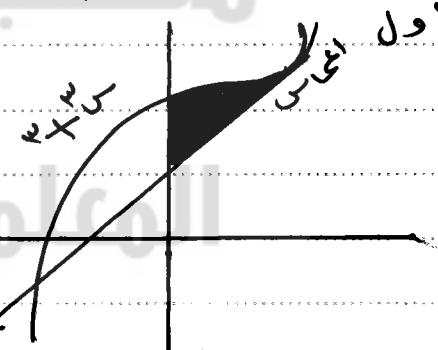
$$2 \int_0^2 (2x - x^3) dx = \frac{1}{2} [2x^2 - \frac{x^4}{4}]_0^2 = \frac{1}{2} [2(2^2) - \frac{(2^4)}{4}] = \frac{1}{2} [8 - 4] = 2$$



$$\begin{aligned} & 2 \int_0^2 (2x - x^3) dx = \frac{1}{2} [2x^2 - \frac{x^4}{4}]_0^2 = \frac{1}{2} [2(2^2) - \frac{(2^4)}{4}] = \frac{1}{2} [8 - 4] = 2 \\ & \therefore \text{مساحتين متساويتين} \end{aligned}$$

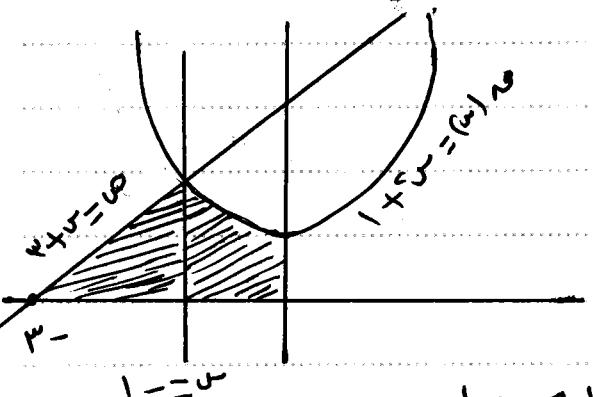
مثال ١٦

حسب صياغة المعاوٰة المخصوصة بين معاوٰة $y(x) = x^3 + 3$ ومساحات المحنى عند التقاطع $(1, 4)$ ومحور الصادات الواقع في الربع الاول



الحالة الطارئة

المساحة المقصورة بين ثلاثة اقوانات



جذب نقطه تقاطع

$$\textcircled{1} \quad x^2 + y^2 = 1 + 3 = x + y$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - y^2 = 3 - x = (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\textcircled{3} \quad x = 3 - x = 1$$

$$\textcircled{4} \quad x = 3 + x = 0$$

$$\textcircled{5} \quad x = 3 + x = 0$$

$$\textcircled{6} \quad x = 3 + x = 0$$

خطوات الحل

١) نرسم مخطى الاقوانات ونحدد المنطقة المطلوبه والرسم هنا اجهزاري

٢) نخذ الاصدائي الى لنقاط التقاطع . بين كل اقوانتين وذيلها بسادتها ببعض

٣) اغاءة اعداد من نقاط التقاطع على المنطقة المطلوبه للجرتها

٤) نخذ المساحة كل منطقة

مثال ①

جد مساحة المقصورة بين مخطى $y = x^2 + 1$ ومستقيم $y = x + 3$

اصل

جذب نقطه تقاطع

$$x^2 + 1 = x + 3 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = 2, x = -1$$

$$\textcircled{1} \quad x^2 + 1 = x + 3 \rightarrow x = 2, x = -1$$

$$\boxed{x = 2} \quad \boxed{x = -1}$$

سؤال ①

جد مساحة المقصورة بين مخطى $y = x^2 + 1$ ومستقيم $y = x + 3$ ومحوري السيارات والصادرات

الحل

$$y = x^2 + 1 \quad y = x + 3 \quad y = 0$$

$$x = 0, x = 3$$

الرسم اجهزاري

$$\begin{aligned} & + 5s(1-a)^2 + (4-\frac{1}{4}s)(a-9)^2 = 0 \\ & + s^2(a-9)^2 + \frac{1}{4}s^2(a-9)^2 = 0 \\ & \frac{5}{4}s^2 + 3s + \frac{5}{4}s^2 = 0 \\ & 3s + \frac{11}{4}s^2 = 0 \end{aligned}$$

مثال ٤
جبر تache المخصوصة بين $s=0$ و $s=4$ والمسقطات $s=4$ و $s=0$ والواحدة في الربع الأول

الحل

٤-٢ مع محور السينات

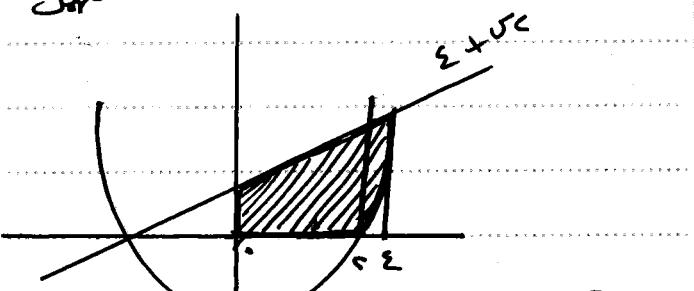
$$s \pm = 0 \quad \therefore = 4 - s$$

$$s + 4s = 0 \quad \text{مع } s = 4 \quad \text{و } s = 0 \quad \text{لـ} \quad \text{مـ} \quad \text{لـ}$$

$$s + 4s = 0 \quad \leftarrow s + 4s = s - 4s \quad \leftarrow s - 4s = 0 \quad \leftarrow s - 4s = 0$$

$$s - 4s = 0 \quad \therefore = (s+4s)(s-4s) \quad \therefore = s(s+4s)$$

تمـ



$$s^2 + 4s^2 + s^2 + 4s^2 = 0 \quad \leftarrow s^2(4 + 4s) = 0$$

$$s^2 + 4s^2 + s^2 + 4s^2 = 0 \quad \leftarrow s^2(4 + 4s) = 0$$

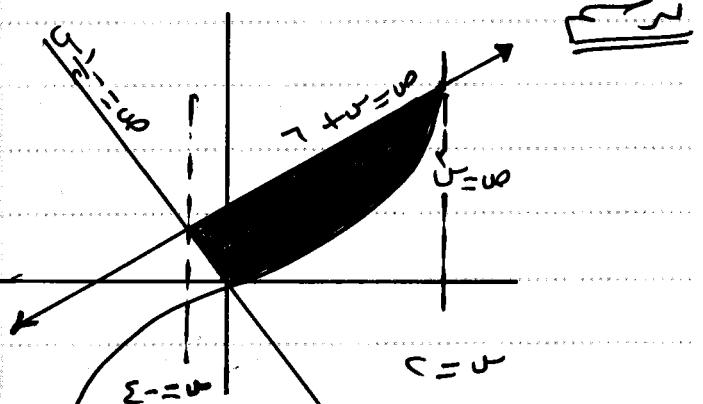
$$s^2 + 4s^2 + s^2 + 4s^2 = 0 \quad \leftarrow s^2(4 + 4s) = 0$$

$$s^2 + 4s^2 + s^2 + 4s^2 = 0 \quad \leftarrow s^2(4 + 4s) = 0$$

$$s^2 + 4s^2 + s^2 + 4s^2 = 0 \quad \leftarrow s^2(4 + 4s) = 0$$

$$\begin{aligned} & \text{٤) سـ مع } s = 0 \quad \leftarrow s = 0 \\ & \text{سـ}^2 - 4s + 4s = 0 \quad \leftarrow s^2 - 4s + 4 = 0 \\ & \text{بالعـصـة الـرـكـيـبـ (ـتـجـربـ)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{٥) سـ}^2 - \frac{1}{4}s = 0 \quad \leftarrow s^2 = \frac{1}{4}s \\ & s^2 = \frac{1}{4}s \quad \leftarrow s = \frac{1}{4}s \\ & s(s + \frac{1}{2}) = 0 \quad \leftarrow s = 0 \quad \text{أـنـكـ} \end{aligned}$$

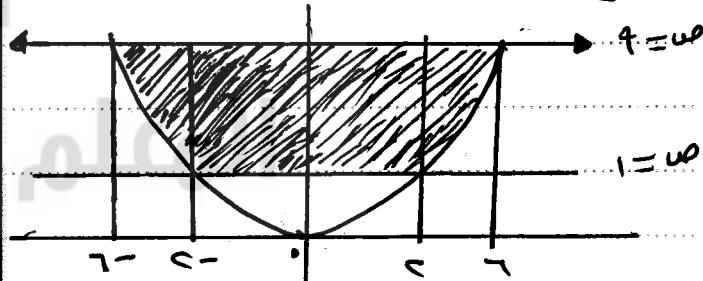


$$s^2 + 4s^2 + s^2 + 4s^2 = 0 \quad \leftarrow s^2(4 + 4s) = 0$$

$$s^2 + 4s^2 + s^2 + 4s^2 = 0 \quad \leftarrow s^2(4 + 4s) = 0$$

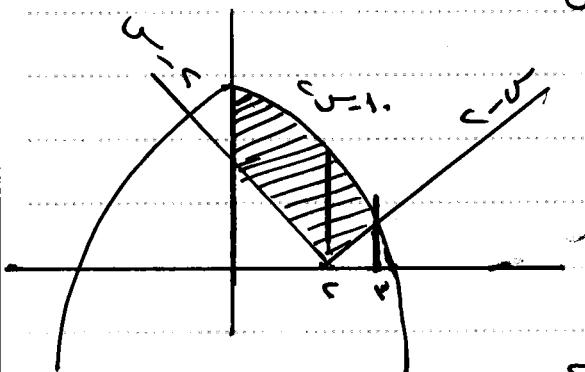
$$\begin{aligned} & \text{٦) سـ مع } s = 1 \quad \leftarrow s = 1 \\ & \text{و } 4s = 4s \quad \leftarrow s = 1 \quad \text{و } s = 1 \\ & \text{الـحـلـ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s \pm = 0, s = 1 \leftarrow 1 = s + \frac{1}{2} \quad \text{٦} \\ & 4 \pm = 0, 4 = s \leftarrow 4 = s + \frac{1}{2} \quad \text{٧} \end{aligned}$$



مثال ⑥

$$\begin{aligned} 1 - س^2 &= س - ٢ \quad \leftarrow \\ س^2 + س - ١٢ &= ٠ \quad (س+٤)(س-٣) = ٠ \\ س = -٤ \quad س = ٣ & \quad \text{الربع الأول فقط} \\ \text{أكمل التكامل} & \end{aligned}$$



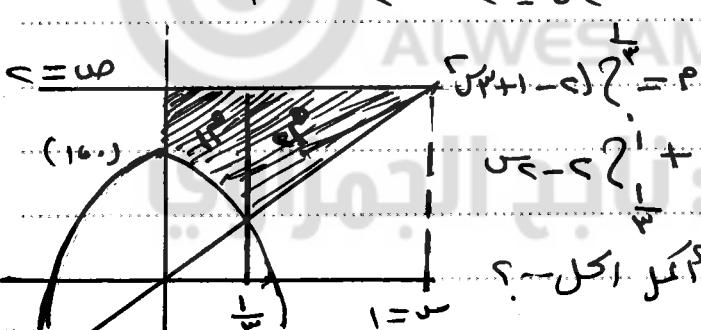
$$\begin{aligned} س = ٣ - (١ - س^2 - س) س &= س^3 + س^2 - س \\ س = ٣ - ١ - س^3 + س^2 - س & \quad \text{أكمل التكامل} \end{aligned}$$

مثال ⑦

$$\begin{aligned} \text{جد مساحة المثلثة المحصورة بين} \\ و (س) = ١ - س^3 \quad هـ (س) = س \quad \text{و مستقيم} \\ س = ٣ \quad \text{ومحور الصادات} & \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{تقاطع } و (س) \text{ مع محور } (س) \\ ١ - س^3 = س \quad \leftarrow س + س^2 - ١ = ٠ \\ (س - ١)(١ + س)^2 = ٠ \quad \leftarrow س = ١ \end{aligned}$$



مثال ⑧

$$\begin{aligned} \text{جد المساحة المحصورة بين } و (س) = ١ - س^2 \quad \text{و } (س) = س \quad \text{ومحور الصادات} \\ \text{والواحدة مني الربع الأول} & \end{aligned}$$

الحل

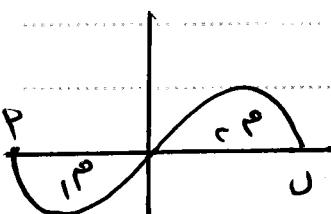
$$\begin{aligned} \text{تقاطع } و (س) = ١ - س^2 \text{ مع } (س) = س \\ س = ١ - س^2 \quad \leftarrow \text{الربع الأول} \end{aligned}$$

مثال ١٠

في المثلث المجاور اذا كانت مساحة المثلثة م، رأواي ٩ وهذا هو عرضه ومساحة المثلثة م، رأواي ٤ وهذا

عرضه

$$\textcircled{1} \quad \text{أوجد } \int_{-3}^3 f(x) dx$$



٦) صيغة المثلث المقصورة بين $f(x)$ و $g(x)$ ممكنا $\int_{-3}^3 f(x) dx = 9$

الحل

$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-3}^3 (x+3) dx = \int_{-3}^3 x^2 + 6x + 9 dx = \int_{-3}^3 x^2 dx + \int_{-3}^3 6x dx + \int_{-3}^3 9 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^3 + 6x^2 \Big|_{-3}^3 + 9x \Big|_{-3}^3 = \frac{27}{3} - \frac{-27}{3} + 6(9) - 6(9) + 9(3) - 9(-3) = 27 + 54 + 27 = 108 \quad \textcircled{2}$$

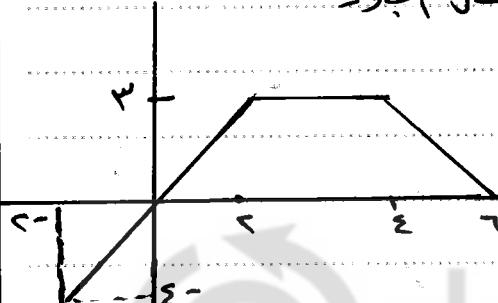
$$0 = 8 + 4 - =$$

$$108 = 8 + 9 = 0^2 + 1^2 = 3 \quad \textcircled{3}$$

مثال ١١

اعطى على المثلث المجاور

أوجد ماحلبي



$$\textcircled{4} \quad \text{أوجد } \int_{-3}^3 f(x) dx$$

$$\text{أكمل} = \text{مساحة المثلث} + \text{مساحة بقية}$$

$$17 = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 6 + 4 = 10$$

$$10 = 12 - 2 = 12 + 4 - 8 = 12 + 4 - 8 = 4$$

٦) مساحة المقصورة بين $f(x)$ و $g(x)$ ممكنا

$$17 = 12 + 4 = [7, 2] - 3 = 4$$

$$4 = 4 - 3 = 1$$

مثال ١٢

جده المساحة المقصورة بين $f(x) = 3$ و $g(x) = \frac{1}{3}x$, $L(x) = 3$

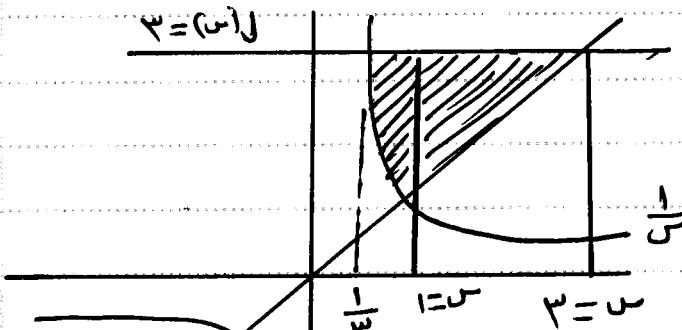
الحل

نهاية طبع $f(x)$ مع $g(x)$

$$3 = \frac{1}{3}x \Leftrightarrow x = 9 \leftarrow 3 = 1 \Leftrightarrow x = 3$$

نهاية طبع $f(x)$ مع $L(x)$ $\leftarrow x = 3$

$$3 = L(x) \leftarrow x = 3$$



مثال ١٣

جده المساحة المقصورة بين $f(x) = 3x$ و $g(x) = 2x$

من $x = 0$ الى $x = 2$ والمستقيم $y = 3x = 3 - x$

ممحوري السيناء والصياد =

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$= 3 - 3 - 3x \text{ ممكنا}$$

$$= 3 - 3 - 3x \text{ ممكنا}$$

$$= 3 - 3 - 3x \text{ ممكنا}$$

توريبيان الكتاب

٢٩٤ تدريب ① ص

جد حافة المثلثة المحصورة بين
مح軸ن $y = \sin x$ و $y = \cos x$ وكل
من محوري السينات والصادرات

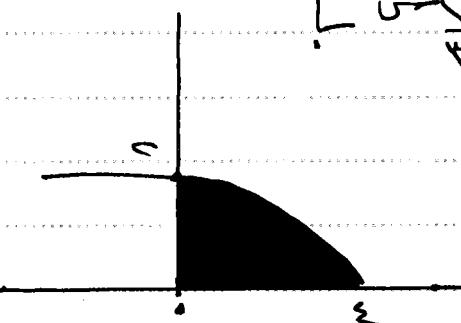
الحل

$$z = \sqrt{v} \Leftrightarrow z = \sqrt{v - c}$$

$$z = v \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} z = v \\ z = \sqrt{v - c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = v \\ z = \sqrt{v - c} \end{cases}$$



تدريب ②

عجل العجل المثلثة
المحصورة بين مح軸ن
الأفقي $x = 0$ ومحور السينات في $[0, \pi]$
فإذا علّمت أن حافة المثلثة (θ)
سأوي (α) وحدات ضربه، وحافة
المثلثة (β) سأوي (β) وحدات

توريبيان الكتاب

تدريب ④ ق ٩٧ وزارة ٢٠١٦

جدول ملخص المنهج لمحضه بين مختبر
اللقاء ٢٠١٦

$$\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{4} \right]$$

أمثل

$$1 + \cos s = 1 + \sin s \Rightarrow \cos s = \sin s$$

$$s = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{لقاء}$$

$$\left(\cos s - \sin s \right) + \left(\sin s - \cos s \right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{4} \\ & \left[\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{4} \right] = -\cos s - \sin s + \cos s + \sin s \end{aligned}$$

$$(1) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) - (0 + 1) +$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} =$$

جدول ملخص المنهج لمحضه بين مختبر
اللقاء ٢٠١٦

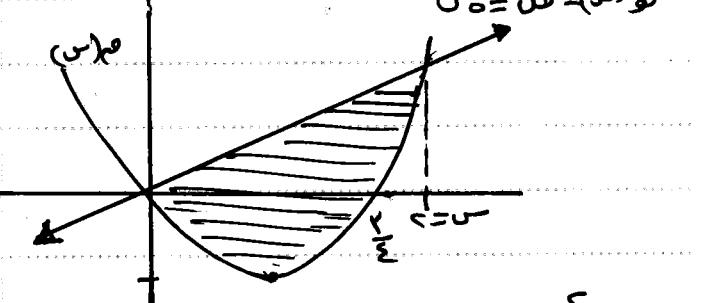
الحل

$$\cos s = \sin s \Rightarrow s = 45^\circ$$

$$4s^2 - 3s = 0 \Rightarrow s = 45^\circ$$

$$4s(s - 45^\circ) = 0 \Rightarrow s = 45^\circ$$

$$\cos s = s = 45^\circ$$



$$s = 45^\circ$$

$$s = 45^\circ - 45^\circ$$

$$\frac{45}{2} - \frac{45}{2} = \frac{45}{2} - 45 =$$

$$\frac{45}{2} =$$

تدريبات الكتاب

تدريب ٥ ص ٣

عمل الشكل واجهة صبى ، ودخل المبنى
عيله المخنى $(س)$ = $8 - \frac{1}{2}س$ ما
التكلفة الكلية لدهان الواجهة
المظللة اذا علمنا ان سعر الدهان
للوحدة المربعة . عقر Δ

١٤ وحدة ١٤ دينار

اكل

تدريب ٦ ص ٩٩

جد ماحلة المنشقة المحصورة بين
مختنفات الاقرارات الائتمان .
 $(س)$ = $س - 1$ ، $و(س) = 1 - س$
 $ل(س) = ٣$

الحل

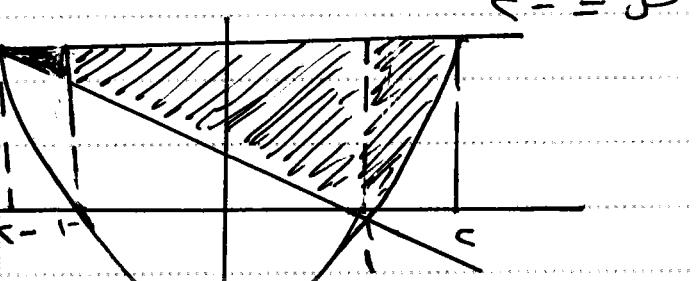
$$(1) \quad و(س) = ٦ \quad (و(س))$$

$$س^٢ - 1 = ٦ \quad \leftarrow س + س - ٢ = ٦$$

$$(س + ١)(س - ١) = ٦ \quad \leftarrow س = ٣$$

$$س = ٣ \quad (و(س)) \quad س^٢ = ٩ \quad \leftarrow س = ٣$$

$$س = ٣ \quad (و(س)) \quad س = ٣ \quad \leftarrow س = ٣$$



$$\left(\frac{7}{4} + ٣\right) - \left(\frac{7}{4} - ٣\right) =$$

$$\frac{١٢٨}{٤} = \frac{١٢٨}{٤} - ٦ =$$

$$\frac{١٢٨}{٤} - ٣٣٦ = ١١١ - ٣٣٦ =$$

$$٨٨٠ =$$

$$\text{تكلفة الدهان } \Sigma ٠ \times \frac{٨٨٠}{٤}$$

$$= ٣ \left(١ - ٣ \right) \left(٣ + ١ \right) \left(٣ + ٢ \right) \left(٣ + ٣ \right) =$$

$$= \left(٣ - ٣ \right) \left(٣ + ٣ \right) \left(٣ + ٣ \right) =$$

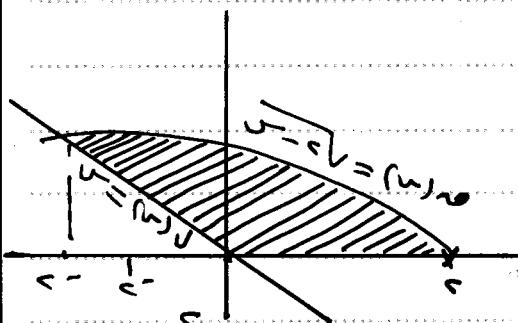
$$= \frac{٣}{٢} \left(٣ + ٣ \right)^٢ =$$

$$\text{اكواب} = \frac{٣}{٢}$$

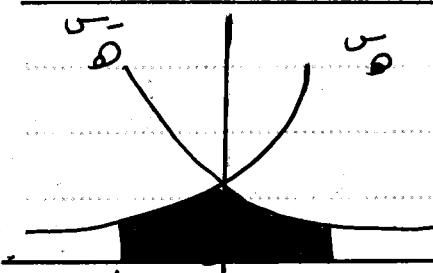
تمارين وسائل

٣٠١ ص

- ١) أكتب التكامل المحدود الذي يعبر عن مساحة المتقطعة المظللة في كل من الأشكال التالية.

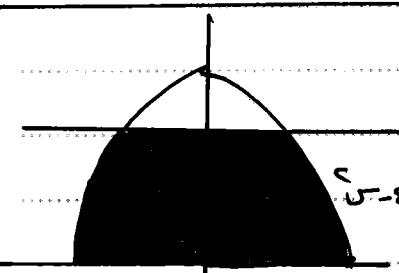


$$M = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



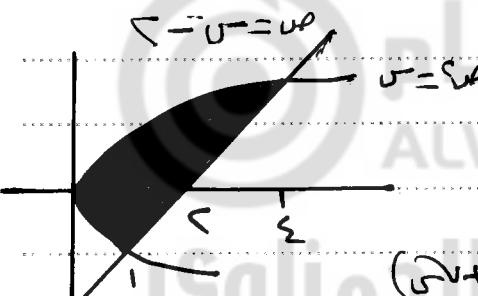
٤)

$$M = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



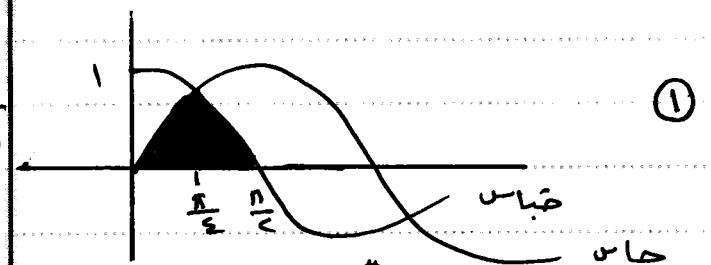
٥)

$$M = \int_a^b [f(x) - c] dx$$



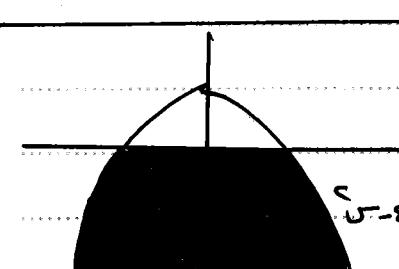
٦)

$$M = \int_a^b [f(x) - c] dx$$



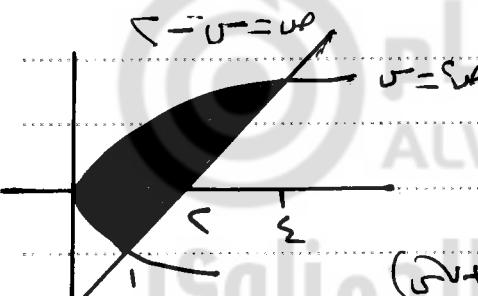
٧)

$$M = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$



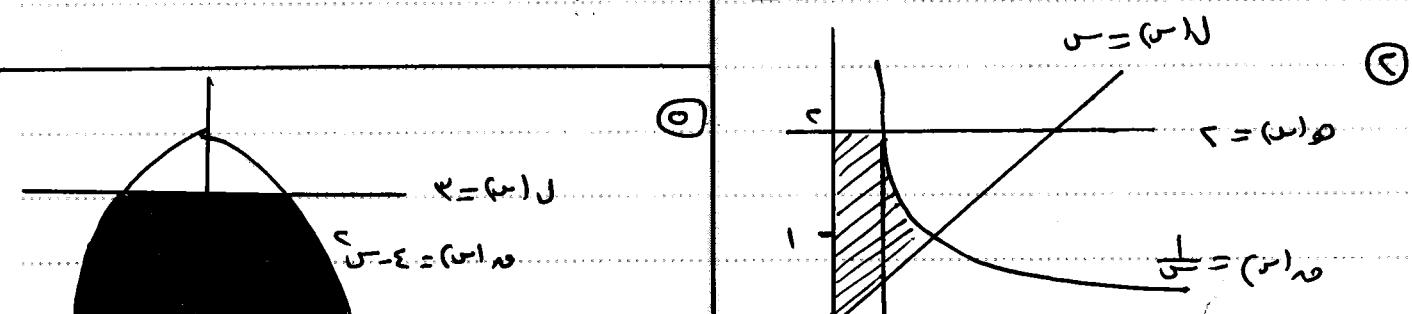
٨)

$$M = \int_a^b [f(x) - c] dx$$



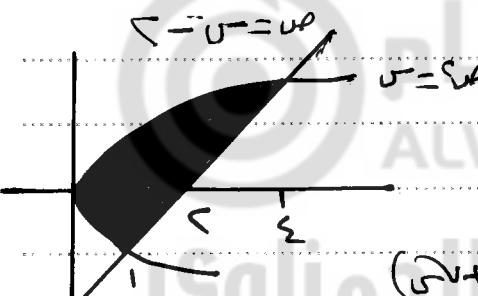
٩)

$$M = \int_a^b [f(x) - c] dx$$



١٠)

$$M = \int_a^b [f(x) - c] dx$$



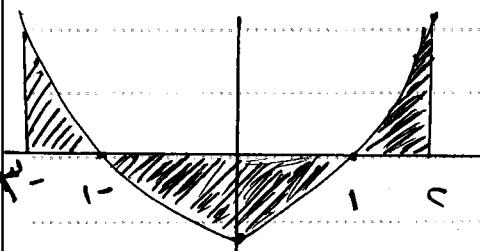
١١)

$$M = \int_a^b [f(x) - c] dx$$

٤) اذا كانت $f(x) = \sin x$ جد مساحة المثلثة المحصورة بين م軸 x والأقواء $y = f(x)$ ومحور x ما بين $x = 0$ و $x = \pi$

$$\text{مس}^2 - 3 = \dots \leftarrow \text{مس}^2 = 3$$

$$\text{مس}^2 = 1 \leftarrow \text{مس} = 1 \pm$$



$$M = \int_{-\pi}^{\pi} (\text{مس}^2 - 3) + (-\text{مس}^2 + 3) dx$$

$$M = \int_{-\pi}^{\pi} 6 dx$$

الجواب $M = 12\pi$

٥) جد مساحة المثلثة المحصورة بين م軸 x والأقواء $y = f(x)$ ومحور x ما بين $x = 0$ و $x = \pi$

$$\text{مس}^2 - 3 = \dots \leftarrow \text{مس}^2 = 3$$

$$\text{مس} = 1 \pm$$

$$M = \int_{-\pi}^{\pi} (\text{مس}^2 - 3) + (\text{مس}^2 - 3) dx$$

$$\text{الجواب } M = 2\pi$$

٦) جد مساحة المثلثة المحصورة بين م軸 x والأقواء $y = f(x)$ ومحور x ما بين $x = 0$ و $x = \pi$

$$\text{مس}^2 - 3 = \dots \leftarrow \text{مس} = \sqrt{3}$$

$$M = \int_{-\pi}^{\pi} (\text{مس}^2 - 3) dx$$

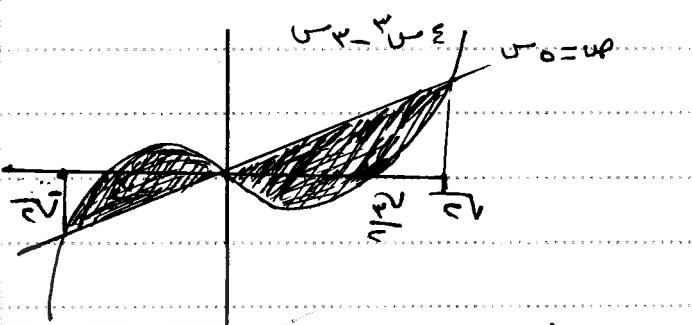
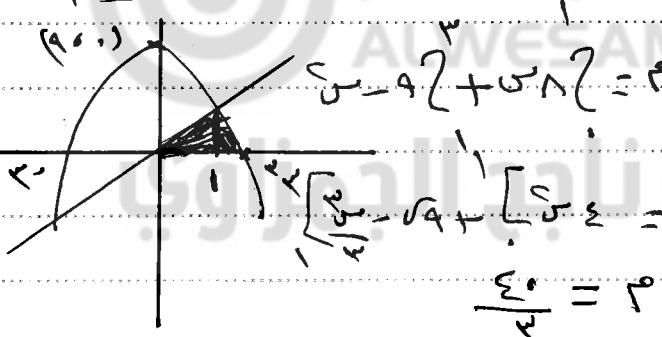
٧) جد مساحة المثلثة الواقعه في الربع الرابع الأدؤل والمحصورة بين المستقيم $y = 4x$ ومحور x والأقواء $y = 9 - x^2$ ومحور y

الكل

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} (9 - x^2) - 4x dx$$

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} 5x^2 - 9x + 9 dx$$

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{5}{3}x^3 - 9x^2 + 9x dx$$



$$M = \int_{-\infty}^{\infty} (9 - x^2) - 4x dx$$

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} 5x^2 - 9x + 9 dx$$

$$M = 3$$

(٦) جيد صاحبة المنقطة المحورة بين متحنى الاقرآن $y = \ln(x)$ و $y = 1 - x^2$, $0 \leq x \leq 1$.
و مستقيم $y = 4x + 5$.

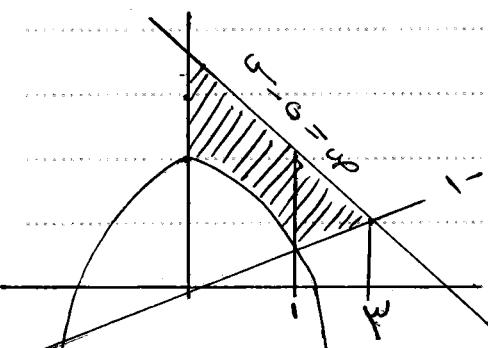
الحل

(٧) جيد عاشرة المنقطة المحورة بين متحنى الاقرآن $y = \sin(x)$ و $y = \cos(x)$ هو $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$. الواقعه في الربع الأول ومحور الصادار ومستقيم $y = 4x + 5$.

الكل

$$\begin{aligned} & \text{في المثلث مع } 4x+5 = 1-x^2 \\ & 4x+5 = x^2-1 \Rightarrow x^2-4x-6=0 \\ & (x+2)(x-3)=0 \Rightarrow x_1=-2, x_2=3 \\ & \text{لابد من تقييم المثلث} \\ & \text{قد المثلث مع } 4x+5 = 1-x^2 \\ & 4x+5 = x^2-1 \Rightarrow x^2-4x-6=0 \\ & x_1=-2, x_2=3 \end{aligned}$$

$$A = \int_{-2}^3 [4x+5 - (1-x^2)] dx$$



$$A = \int_0^1 [\ln(x) - (1-x^2)] dx$$

$$A = \int_0^1 [(x^2-1)^2 + 4x] dx$$

$$A = \int_0^1 [x^4-2x^2+1+4x] dx$$

$$\begin{aligned} & \text{جيد العاشرة المنقطة المحورة بين} \\ & \text{محبها } y = \sin(x) \text{ و } y = \cos(x) \text{ في} \\ & \text{الربع الأول الواقعه في} \\ & \text{الحل} \end{aligned}$$

(٧) جيد صاحبة المنقطة المحورة في الربع الأول المحورة بين متحنى الاقرآن $y = \sin(x)$ و $y = \cos(x)$ ومحور السيناء ومستقيم $y = 4x + 5$. ومستقيم $y = 4x + 5$ صفر.

$$\begin{aligned} & \text{الحل} \\ & \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} [\cos(x) - \sin(x)] dx \\ & = \left[\sin(x) + \cos(x) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \end{aligned}$$

$$A = \left[\sin(x) + \cos(x) \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$A = \left[\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] - \left[\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right]$$

$$A = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] - \left[-1 + 1 \right]$$

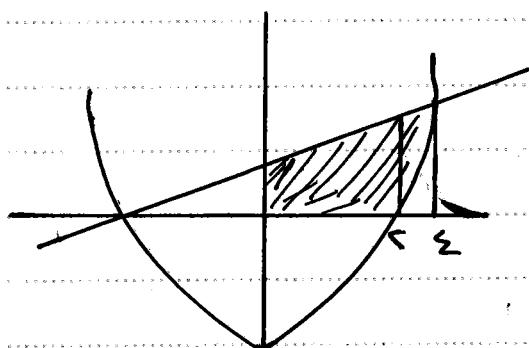
$$A = \sqrt{2}$$

$$A = 2\sqrt{2}$$

$$A = 2\sqrt{2}$$

١٠ جد معاشرة المنحني الواقعه
في الربع الاول المحدود بين صخن
الأفقي ادنى و $L(s) = s^2 - 4$ والمستقيم
 $s = 4 + s^2$ و تكورسها بالاصدسين

$$\begin{aligned} & \text{اكل} \\ & L(s) \text{ مع } s = 4 + s^2 \Rightarrow s^2 - 4 = s + s^2 \Rightarrow \\ & \Rightarrow s^2 - 4 = s^2 + s \Rightarrow s = -4 \quad (s+4)(s-4) \\ & \Rightarrow s = 4 \quad (s-4) \\ & \Rightarrow s = 4 \quad (s+4) \\ & \Rightarrow s = 4 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (s^2 - 4) - (4 + s^2) = 0 \\ & s^2 - 4 - 4 - s^2 = 0 \\ & -8 - s^2 = 0 \\ & s^2 = -8 \end{aligned}$$

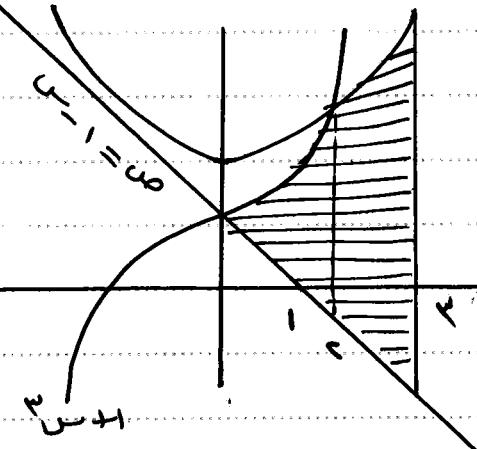
$$\frac{7}{3} = 3$$

١١ جد معاشرة المنحنيات المصوره بين
صخن افقي ادنى $s = 1 + s^2$
و $L(s) = s^2 + 5$ والمستقيم
 $s = 4 + s^2$ و تكورسها بالاصدسين

الحل

$$\begin{aligned} & L(s) \text{ مع } s = 4 + s^2 \Rightarrow s^2 - 4 = s + s^2 \Rightarrow \\ & \Rightarrow s^2 - 4 = s^2 + s \Rightarrow s = -4 \quad \text{بالنحوين} \\ & L(s) \text{ مع } s = 1 - s \Rightarrow s^2 - 4 = s + s^2 \Rightarrow \\ & \Rightarrow s^2 - 4 = s^2 + s \Rightarrow s = -4 \quad (s+4)(s-4) \\ & L(s) \text{ مع } s = 4 = 1 - s \Rightarrow s^2 - 4 = s + s^2 \Rightarrow \\ & \Rightarrow s^2 - 4 = s^2 + s \Rightarrow s = -4 \end{aligned}$$

لا يجد نقطه تقاطع

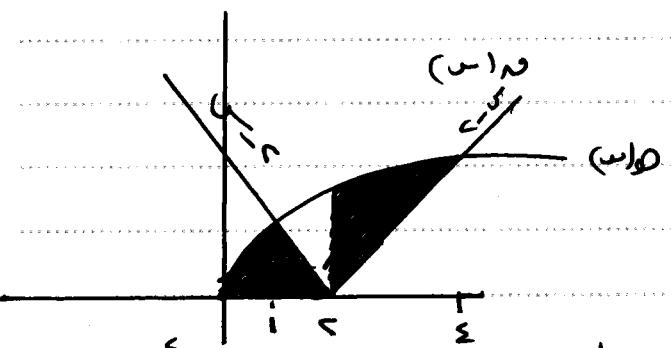


$$\begin{aligned} & (s^2 - 4) - (4 + s^2) = 0 \\ & s^2 - 4 - 4 - s^2 = 0 \\ & -8 = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{112}{7} = 3$$

وزارة (٢٠١٠) صيف

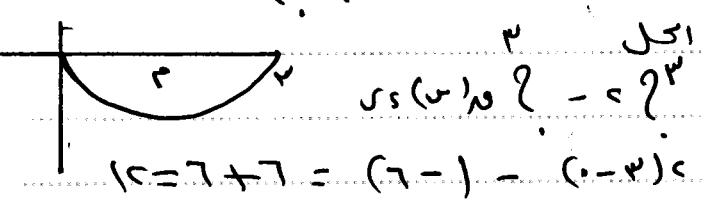
- (١٢) جد مساحة المثلثة المظللة
من داخل المثلث المجاور، حيث $f(x) = |x - 5|$
 $w(x) = \sqrt{x}$



$$(x+y-\sqrt{x})dx + x - \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{x} dx = ?$$

$\frac{(x+\sqrt{x}-\frac{1}{2}x^2)}{2} = ?$ وحدة مربعة

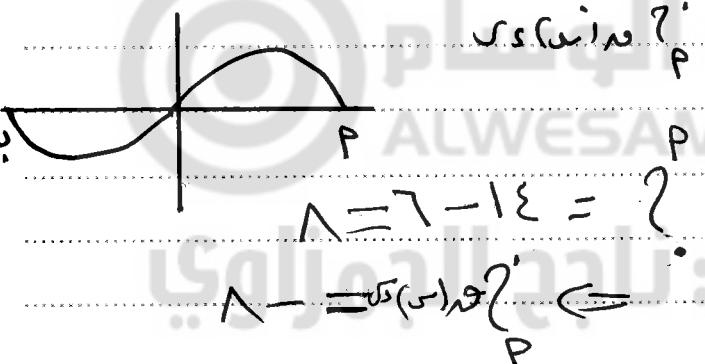
- (١٣) مساحة المثلث المجاور الذي يمثل مساحة $w(x)$ في المثلث [٣٠] اذا كانت مساحة المثلث M تساوى $\frac{1}{2}(x^3 - 9x)$ و



$$M = 6 + 7 = (7 - 1) - (0 - 3) = ?$$

- (١٤) مساحة المثلث اذا كانت المثلثة مصورة من مساحتها $w(x)$ ومحور انسنة زاوي (١٤)

$$\text{وكان } \theta \text{ زاوية زاوي } = 2 \text{ ملخصها }$$



$$\Delta = 7 - 14 = ?$$

$$\Delta = ? \text{ مساحة } w(x) = ?$$

- (١١) جد مساحة المثلثة المصورة بين مساحتى المثلث $x=4$ و المستقيم $x=5$

$$x = 5 - 4 = 1 \text{ ملخص}$$

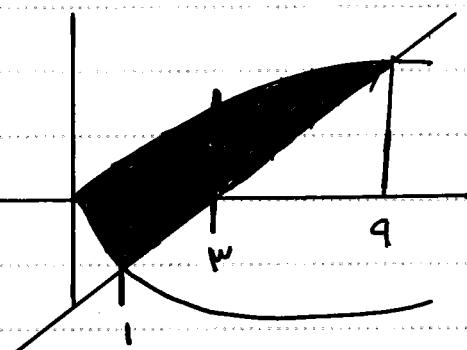
$$\frac{\sqrt{1+x^2}}{2} = ? \text{ مساحة المثلث}$$

$$= 5 - 4 = 1 \text{ ملخص بالطبع}$$

$$= 9 + 5\sqrt{2} - 5 = 9 + 5\sqrt{2} - 5 = 5 = 5 \text{ مساحة المثلث}$$

$$= 5 \subseteq \sqrt{2} - 4 = 5 \text{ مساحة المثلث}$$

$$1 = 5$$



$$(\sqrt{2} - \sqrt{5}) = ?$$

$$9 + 5 - \sqrt{2} = ?$$

$$\frac{24}{3} = ?$$

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٧) صيف

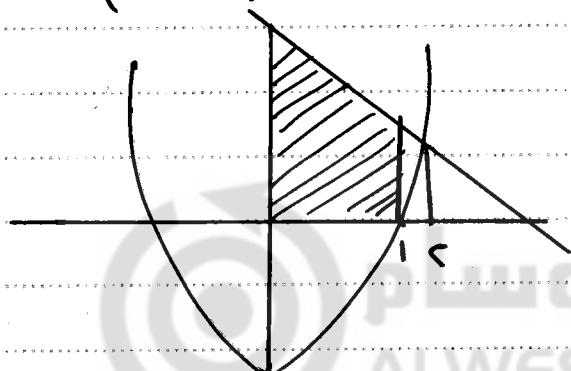
الحل

جذ نقط تفاطع مع مال

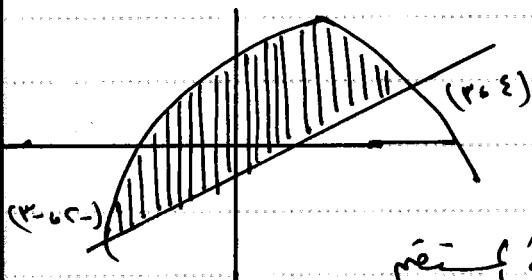
$$s^2 - 1 = 1 - s \Leftrightarrow s^2 + s - 2 = 0 \Leftrightarrow (s+2)(s-1) = 0$$

$$s = 1 \quad s = -2$$

$$\frac{37}{2} = \frac{1}{2} - 2 - 12 + 4 =$$



جد مساحة المثلثة بظلاته
بين مخن الماقر ان د(x) = ٣x + ٧ - x^2
و المتضمن المدار بالتفصين (٣،٤)، (٢،٣)



$$s = 3 \quad s = -3$$

$$s = 3 \quad s = -3$$

$$36 =$$

وزارة (٢٠٠٨) سبتمبر

جد مساحة المثلثة الواقعه في اربع
الأول والمحصوره بين محور الصدقات
وتحفيات الأقمار انان

$$f(x) = s^2 - 1 \quad f(0) = 0 - 1 = -1$$

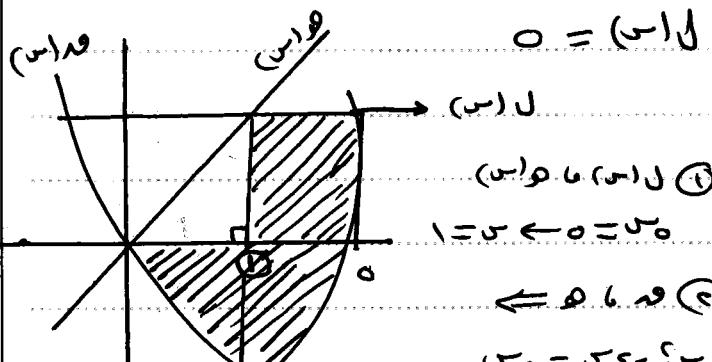
$$f(x) = 1 - s^2$$

$$\text{فـ} \int_{-1}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{4}(1+1) = 0.$$

$$x^3 - x^2 = x(x^2 - x) = x^2(x-1)$$

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 (x^2 - x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^1 = \frac{1}{3}(1+1) - \frac{1}{2}(1+1) \\ & = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3} \\ & \sqrt{1+x^2} = \sqrt{1+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{فـ} \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{3}(1+1) = \frac{2}{3}$$



$$\text{فـ} \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$$

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

وزارة (٢.٨) صيغة

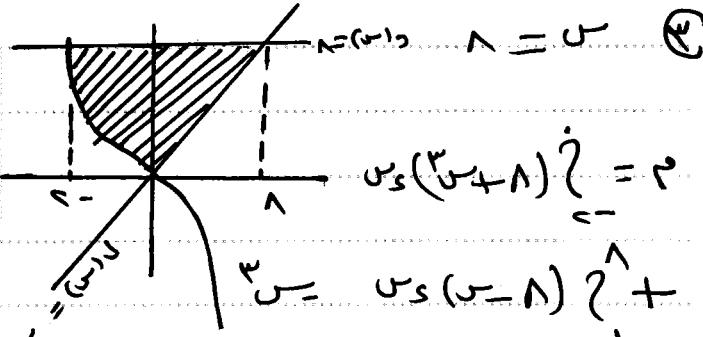
اذا كان $f(x) = x^3 - x^2$ مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$
لـ x^2 جـ مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$
بسـ الاـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$

الحل

$$x^3 - x^2 = x(x^2 - x) = x^2(x-1)$$

$$\int_{-1}^1 x^2(x-1) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx - \int_{-1}^1 x^3 dx$$

$$x^2 = x^2 \Big|_{-1}^1 = 1 - 1 = 0$$



$$x^3 - x^2 = x^2(x-1) = x^2(0) = 0$$

$$x^3 - x^2 = x^2(x-1) = x^2(0) = 0$$

$$x^3 - x^2 = x^2(x-1) = x^2(0) = 0$$

وزارة (٢.٩) شـ

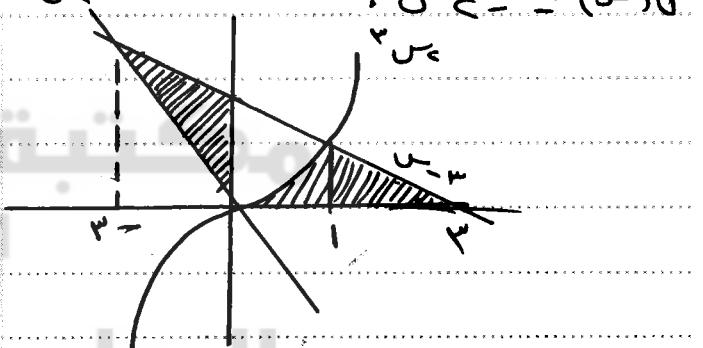
جد مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$ مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$

المـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$ مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$

مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$ مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$

مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$ مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$

مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$ مـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$



تمـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$ بـ $\int_{-1}^1 (x^3 - x^2) dx$

$$x^3 - x^2 = x^2(x-1) = x^2(0) = 0$$

بسـ ١ بالتجربـ

$$\begin{aligned} & \left(s^2 - 4s + 4 \right) + \left(s^2 - 2s + 1 \right) = 2 \\ & \frac{s^2 - 4s + 4}{2} + \frac{s^2 - 2s + 1}{2} = 2 \\ & \frac{2s^2 - 6s + 5}{2} = 2 \end{aligned}$$

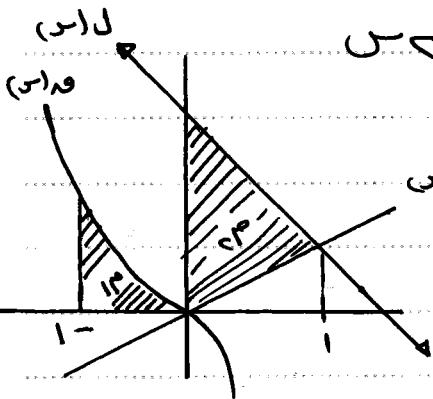
وزارة (٢٠١٠) متساوية

حد مساحة المثلث المنظم لله

$$\begin{aligned} \text{مده}(s) &= -\sqrt{s-4} (s-5) \text{ متساوية} \\ L(s) &= s - 6 - s \\ &= -6 \end{aligned}$$

وزارة (٢٠١١) متساوية

١) حدد مجموع مساحتي المثلثين 13 م^2
المطلعين في المثلث المجاور
مده(s) = $s - 3$, $L(s) = s$



جد نقطة تقطع (هـ)(s) و L(s)

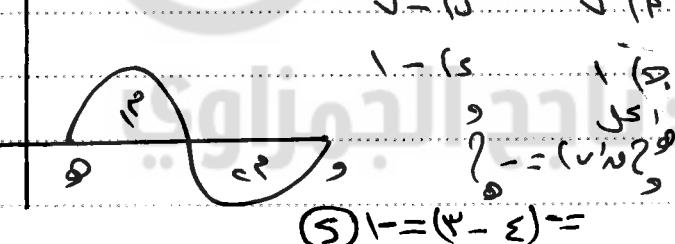
$$s - 3 = s - 6 \Rightarrow s = 3 \Rightarrow s = 1$$

$$1 - s = \frac{1}{2} \cdot s \cdot 3 = \frac{3}{2}s = 1.5 \quad \text{وحدة مربعة}$$

$$s - 6 = (s - 3) \cdot \frac{1}{2} s = 0.5s^2 - 4.5s = 0.5s(s-9) \quad \text{وحدة مربعة}$$

$$s = 9$$

٢) المثلث المجاور على (هـ)(s) هي [٤, ٣] و [٦, ٣]
مده(s) = $s^2 - 6s + 5$



$$(5) 1 = (3 - 4) = -$$

١) $1 = 5 - s$

$$s = 4 -$$

$$s = s$$

$$s = 5 -$$

$$s = s - 1$$

$$s = 4 -$$

$$s = 3.6 + 0.5\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} \cdot s \cdot s = 3.6 + 0.5\sqrt{5} \\ s &= s = (4 - s)(4 - s) \\ s &= (s + \sqrt{5})(s - \sqrt{5}) \end{aligned}$$

$$s = \frac{4}{2} =$$

وزارة (٢٠١٠) صفيحي (أحوال)، الكتاب

حد مساحة المثلث المنظم لله

$$\text{مده}(s) = 4s - 12 \text{، هـ}(s) = \sqrt{s} = 4 -$$



$$1 = 4 - s$$

$$s = 3 + \sqrt{5}$$

$$s = 3$$

$$s = 5 - 4 =$$

$$s = 1.5$$

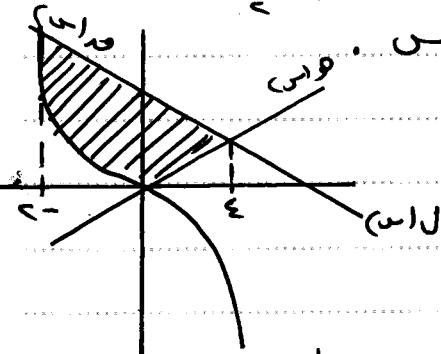
$$s = 4 + 0.5\sqrt{5} =$$

$$\begin{aligned} s &= 4 + 0.5\sqrt{5} = 4 + 0.5\sqrt{5} = 1 = \text{مروض} \\ s &= 4 + \sqrt{5} = 4 + \sqrt{5} = 4 \end{aligned}$$

وزارة (١٢) سطويه

جدول ملخص المنهج المصور بين
مختيارات الاقرارات الثلاث.

$$f(x) = x^3, g(x) = \frac{1}{x}$$



$$f(x) > g(x)$$

$$\boxed{x=1}$$

$$x^3 > \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^4 > 1 \Leftrightarrow x^4 - 1 > 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) > 0$$

$$x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 1 \Leftrightarrow x < -1 \text{ or } x > 1$$

$$x^2 + 1 > 0$$

في التكامل المقام - العوامل الذي يعبّر عن مساحة
المصورة بين مختيارات $f(x)$ و $g(x)$ هي $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

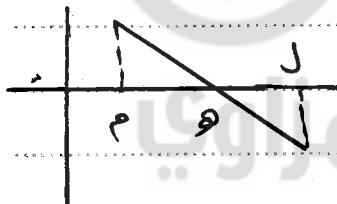
$$x^3 - \frac{1}{x}$$

$$\int_{-1}^1 \left(x^3 - \frac{1}{x} \right) dx$$

$$(x^4 - x) \Big|_{-1}^1$$

$$[(1^4 - 1) - (-1^4 - (-1))] = 0$$

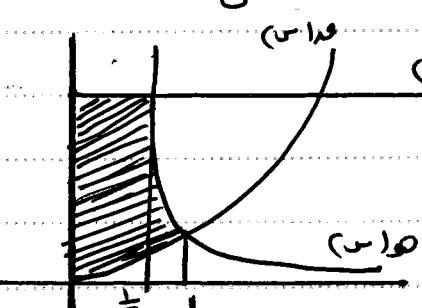
$$[0 - 0] = 0$$



ج

وزارة (١١) صيفيه

جدول ملخص المنهج المظلله حيث
 $f(x) = -x^2, g(x) = \frac{1}{x^2}$



$$-x^2 > \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

$$-x^2 < 1 \Leftrightarrow x^2 > -1$$

$$\frac{1}{x^2} < 1 \Leftrightarrow x^2 > \frac{1}{x^2}$$

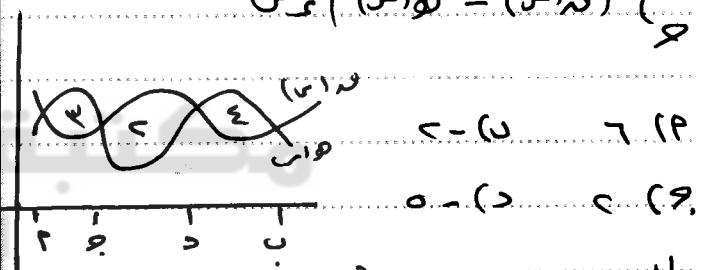
$$\frac{1}{x^2} - x^2 < 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{x^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2}(x^4 - 1) < 0$$

$$x^4 - 1 < 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) < 0$$

إذا كان $f(x)$ هو اقصى مصاليس في

[٣، ٤] وكانت مصاليس المظللة بين
الاقرارات كاصغر في [٣، ٤] فهذا

$$\int_3^4 (f(x) - g(x)) dx$$



$$\int_3^4 (f(x) - g(x)) dx = \int_3^4 (-x^2 - \frac{1}{x^2}) dx$$

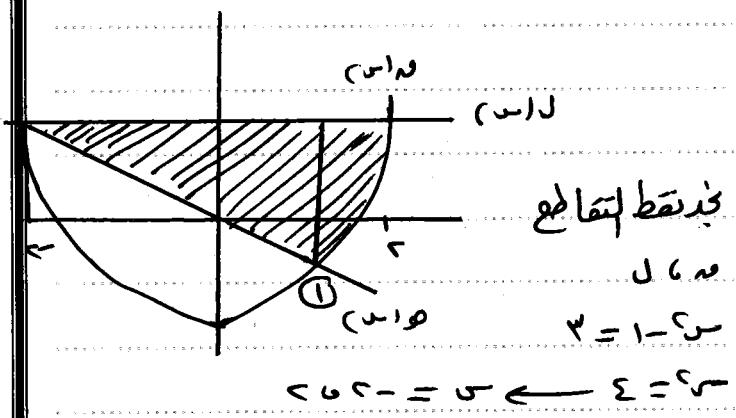
$$= \int_3^4 -x^2 dx + \int_3^4 -\frac{1}{x^2} dx$$

$$= -\frac{1}{3}x^3 \Big|_3^4 + \frac{1}{x} \Big|_3^4 = -\frac{1}{3}(4^3 - 3^3) + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{7}{3}$$

ب

وزارة (٢٠١٣) توجيه

١) حدد مساحة المثلث المقصورة بين منحنيات الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ و $y = x^2 - 1$ و $y = 1 - x^2$.



$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{1 - x^2}$$

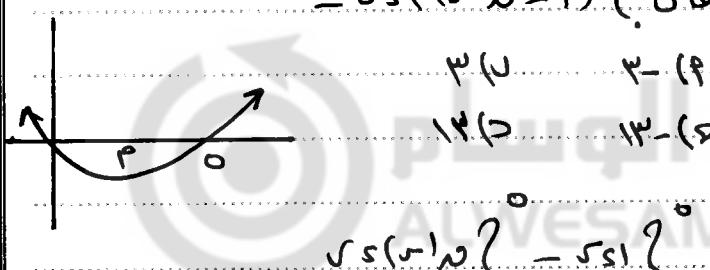
$$y = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 = y + 1$$

$$1 = x^2 - 1 = x^2$$

$$(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1 - x^2)^2 = 1$$

$$x^4 - 2x^2 + 1 + x^4 - 2x^2 + 1 = 1$$

في الحل المعاو، اذا كانت المقادير بين صخن و دمحور لستها = (٨) وهذا مربع فان $(1 - x^2)^2 = 1$



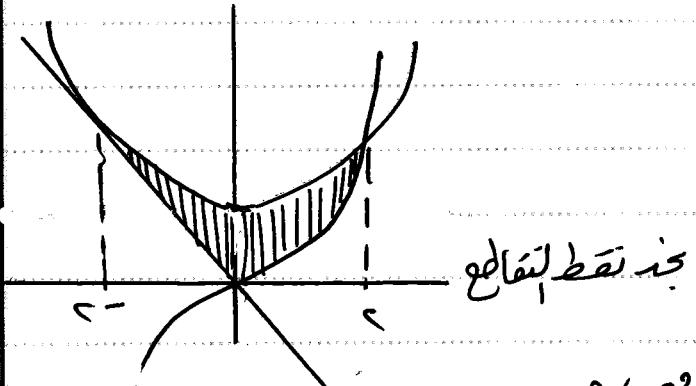
$$8 + 0 = (1 - 0)^2 - (0 - 0)^2$$

$$13 = 1 - 0$$

(٥)

وزارة (٢٠١٤) صيفي

جد مساحة المثلث المقصورة بين منحنيات الدائرة $x^2 + y^2 = 1$ و $y = x^2 - 1$ و $y = 1 - x^2$.



$$x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{1 - x^2}$$

$$y = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 = y + 1$$

$$1 = x^2 - 1 = x^2$$

$$(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1 - x^2)^2 = 1$$

$$x^4 - 2x^2 + 1 + x^4 - 2x^2 + 1 = 1$$

$$x^4 - 4x^2 + 2 = 1$$

$$x^4 - 4x^2 + 1 = 0$$

$$(x^2 - 2)^2 = 0$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

$$\frac{\pi}{2} =$$

$$\begin{aligned} & \text{فيمثل } \int_{-4}^4 (x^2 - 16) dx = \frac{2}{3}(16 - 64) + \frac{2}{3}(64 - 16) \\ & \text{لذلك } \int_{-4}^4 x^2 dx = 16x - \frac{x^3}{3} \Big|_{-4}^4 = \frac{2}{3}(64 - 64) + \frac{2}{3}(16 - (-64)) \\ & \text{مما يدل على أن مساحة المثلثة المنشقة بين خطوط } x = -4 \text{ و } x = 4 \text{ هي} \end{aligned}$$

وزارة (٢.١٣) صيغة
جداء المثلثة المنشقة بين
خط (س) = خط (س) ومحور السينات في
الصورة [٢٦].

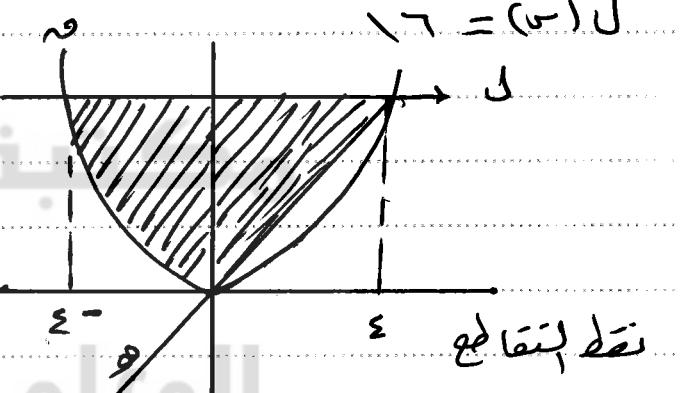
الحل

$$\begin{aligned} & \text{حيث } s = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4} = \pi \\ & s = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}(\text{حيث } s + \frac{\pi}{2})^2 + \frac{1}{2}(\text{حيث } s)^2 = \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6})^2 + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{6})^2 =$$

$$\begin{aligned} & = [\frac{1}{2} + 1 + 1] \frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi} = \frac{4}{\pi} \times \frac{1}{\pi} = \frac{4}{\pi^2} \end{aligned}$$

وزارة (٢.١٤) شعوبية
جد مساحة المثلثة المنشقة بين
محنيات الأقواس الابتدائية
عند (س) = س و (س) = س



$$\begin{aligned} & \text{مساحة المثلثة المنشقة بين خط }(s) = s \text{ و } (s) = \sqrt{s} \text{ هي} \\ & \int_0^1 (\sqrt{s} - s) ds = \frac{1}{2}s^{1/2} - \frac{1}{2}s^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{2}(1^{1/2} - 1^2) - \frac{1}{2}(0^{1/2} - 0^2) = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x} = 4 \quad \text{or} \quad x = \frac{1}{4}$$

$$x = 1 \quad \text{or} \quad x = -1$$

الربع الأول

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$$

$$x^2 + 1 = 2$$

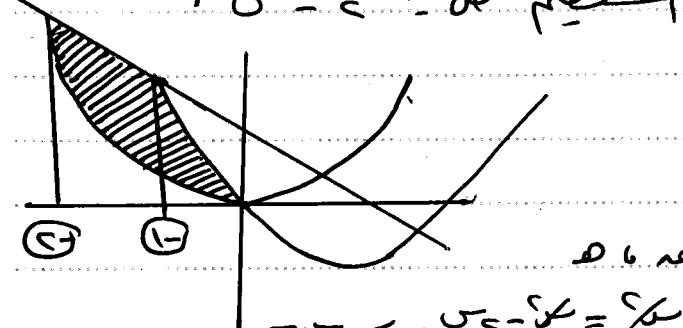
$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \quad \text{or} \quad x = -1$$

وزارة (٢٠١٥) حسابي

اللائحة بالمصورة بين م軸ي الماقرئان هي صاحبة المقدمة الواقعه في الربع
الثاني والرابع [٥١٤] وبين فتحتي الماقرئين

$$\text{وهي}(x) = x^2, \text{ وهي}(x) = x - 1$$



$$x^2 = x - 1 \quad \text{or} \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0 \quad \text{no solution}$$

$$(x-1)(x+1) = 0 \quad \text{or} \quad x = 1, x = -1$$

$$x^2 - x = x^2 - 1 \quad \text{or} \quad x = 1$$

$$(x+1)(x-1) = 0 \quad \text{or} \quad x = 1, x = -1$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

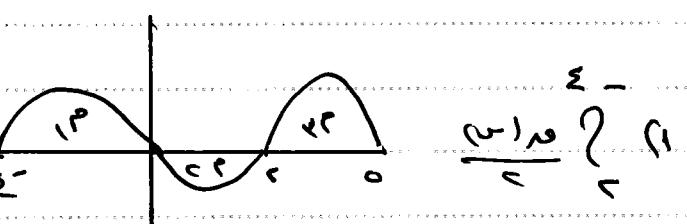
$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$\frac{1}{2}$$

وزارة (٢٠١٥) شئوي

١ محمد أنا كل المقادير والذى عيل
مختى الماقرئات له اذا كانت $m = 7$
وقداته مربعه $m^2 = 49$ وحداته مربعه
 $m^3 = 343$ وقداته مربعه جيد ما يجي



٢ لائحة بالمصورة بين م軸ي الماقرئان هي صاحبة المقدمة الواقعه في الربع

الثاني والرابع [٥١٤] وبين فتحتي الماقرئين

اللائحة

$$x^2 = x - 1 \quad \text{or} \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0 \quad \text{no solution}$$

$$x^2 - x = x^2 - 1 \quad \text{or} \quad x = 1$$

$$(x+1)(x-1) = 0 \quad \text{or} \quad x = 1, x = -1$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

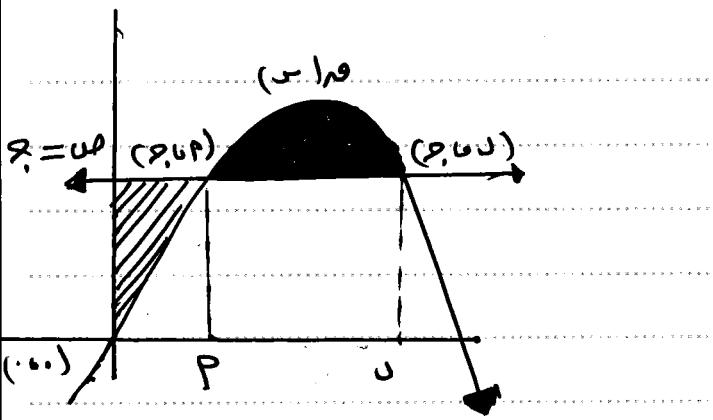
$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$

$$x^2 - x^2 = 1 - 1 \quad \text{or} \quad 0 = 0$$



الحل

$$\begin{aligned} & \int_{-s}^s (h(x) - g(x)) dx = - \int_{-s}^s (g(x) - h(x)) dx \\ & \int_{-s}^s (h(x) - g(x)) dx + \int_{-s}^s (g(x) - h(x)) dx = 0 \\ & \left[\frac{h(x)}{2} - \frac{g(x)}{2} \right]_{-s}^s = 0 \end{aligned}$$

$$s - \frac{h(s)}{2} - \frac{g(s)}{2} = 0 \quad \text{لـ (١)} \quad \text{لكـ المـطـبـعـ} \\ (s, g) \text{ تـقـعـ عـلـىـ بـعـدـ بـعـدـ (s) = 0$$

و سـعـورـفـرـهـاـجـمـ (١)

$$\begin{aligned} & s - \frac{h(s)}{2} - \frac{g(s)}{2} = 0 \\ & s - \frac{h(s)}{2} - \frac{g(s)}{2} + \frac{h(s)}{2} + \frac{g(s)}{2} = 0 \\ & s = 0 \quad \leftarrow \frac{9}{4}s - \frac{4}{3}s = 0 \quad \leftarrow \frac{9}{4}s = \frac{4}{3}s \\ & s = 0 \quad \leftarrow \frac{9}{4}s = \frac{4}{3}s \quad \leftarrow \frac{9}{4} = \frac{4}{3} \\ & s = 0 \quad \leftarrow \frac{27}{12} = \frac{8}{12} \quad \leftarrow 27 = 8 \\ & s = 0 \quad \leftarrow 27 - 8 = 19 \quad \leftarrow 19 = 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & s = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} = \frac{27}{8} = \frac{27 - 8}{8} = \frac{19}{8} \end{aligned}$$

وزـارـةـ (٢.١٦) سـتـوـيـهـ

صـدـقـاتـهـ مـنـخـفـهـ أـخـافـرـهـ بـيـنـ صـاحـبـيـ الـأـقـرـاءـ سـيـرـهـ (سـ) = ١ـ حـاسـ (سـ) = ١ـ +ـ حـيـاسـ (سـ) [٣٣] ٦

الـحـلـ

$$\begin{aligned} & (سـ) = ٥ـ (سـ) \leftarrow ١ـ +ـ حـاسـ = ١ـ +ـ حـيـاسـ \\ & \leftarrow حـاسـ = حـيـاسـ [٣٣] ٦ \end{aligned}$$

$$سـ = \frac{\pi}{2} ٦ \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$= (١ـ +ـ حـاسـ - ١ـ - حـيـاسـ) ٦سـ = ٦$$

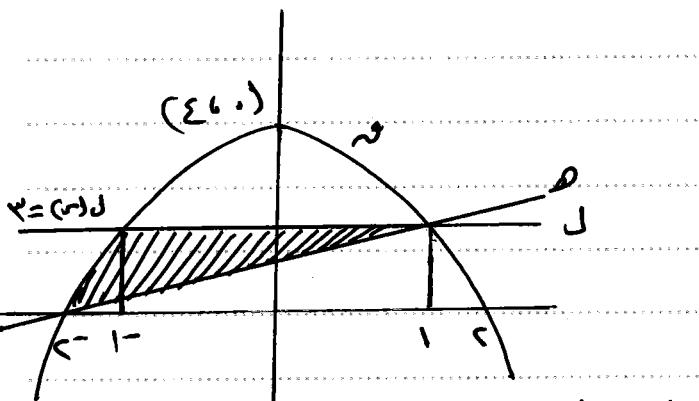
$$\left(1 + \frac{\pi}{4} - 1 - \frac{\pi}{4} \right) 6s =$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(6s - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\pi}{2} \left(6s - \frac{\pi}{2} \right) =$$

$$= ٦s$$

وزـارـةـ (٢.١٧) صـبـغـ

رـسـمـ مـسـيـقـ (سـ) = جـ قـطـعـ صـحنـيـ الـأـقـرـاءـ (سـ) = ٢ـ سـ - ٣ـ سـ مـعـ النـطـقـيـنـ (٢، ٣) وـ (١ـ، ٢ـ) حـيـ صـبـغـ (٢، ٣) وـ (١ـ، ٢ـ) حـيـ عـلـوـنـاـ المـنـطـقـيـنـ (٢، ٣) طـافـيـ الـكـلـ حـيـ حـيـ جـ الـيـ حـيـ حـيـ حـيـ المـنـطـقـيـنـ (٢، ٣) مـنـاـسـيـنـ



جد نقطه التقاء

$$c + s = c - s \leftarrow$$

$$\therefore = c - s + s \leftarrow$$

$$c - s = s \leftarrow \therefore = (1-s)(c+s)$$

$$c = s - 4 \leftarrow \text{وهو } L$$

$$1 + s = s \quad 1 = c \leftarrow$$

$$1 = s \leftarrow \therefore = c + s \quad \text{وهو } L$$

$$c - s - 4 \leftarrow \left(c - s - s - 4 \right) = 2 - s$$

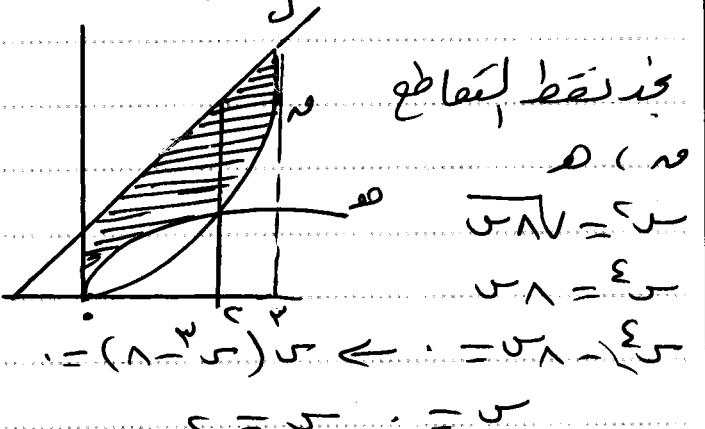
$$1 - 1 \quad c - s \quad 2 - s$$

$$c - s - 4 \leftarrow \left(c - s - s - 4 \right) = 2 - s$$

$$\frac{14}{7} =$$

وزارة (٢.١٧) متساوية
جد صاحة المطقة المحصوره بين
 $L(s) = s^2$, $W(s) = \sqrt{s}$

$$L(s) = s^2 + s + 6 \quad \text{ومحور الصادف} =$$



جد نقطه التقاء

$$s^2 = s \leftarrow$$

$$s^2 = 4 \leftarrow$$

$$s^2 = 4 \leftarrow \therefore = s^2 - 4$$

$$s = 2 \quad \therefore = 2$$

$$s + 2 = s \leftarrow$$

$$(c+s)(s-2) \leftarrow s - 2 = s$$

$$s - 2 = s \quad 3 = s$$

$$s^2 - 2s + 2 = \sqrt{s} \quad \text{وهو } L$$

$$46 + 58 + 58 = 162 \leftarrow$$

$$s^2 + 54 + 54 = 162 \leftarrow \text{لديه تقاء} \\ 36 + 54 + 54 = 162 \leftarrow (s^2 - 2s + 2) + (\sqrt{s} - 2 + s)^2 = 162$$

$$\frac{72}{7} = \frac{57}{7} + \frac{1}{4} =$$

وزارة (٢.١٧) صبيحة

استخدم التكامل في إيجاد صاحة

المطقة المحصوره بين منحنيات

$$W(s) = 4 - s, \quad L(s) = s + 2$$

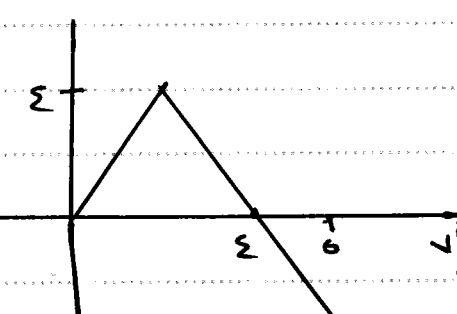
$$3 = s$$

الجمازو

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \\ & \int_{-1}^1 (x^2 - 4) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 4x \right]_{-1}^1 = \frac{1}{3} - 4 + \frac{1}{3} + 4 = \frac{2}{3} \\ & \int_{-1}^1 (x^2 - 4) dx = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

وزارة (٢٠١٨) شئوه

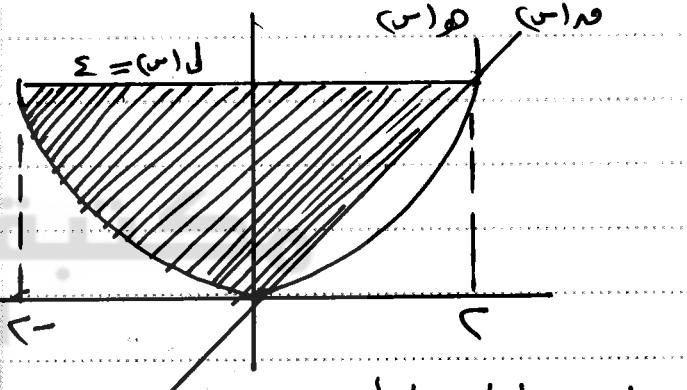
- ١) مساحة المثلث متحاد الذي على محوره
وأعلاه مربع فيه $\frac{1}{2}(1+2)(1+3)$



$$\begin{aligned} & \text{مساحة مثلث} + \text{مساحة مربع} \\ & = \frac{1}{2}(2+3) \times 1 + 4 \times 1 = 13 \\ & = 0 + 8 = 8 \end{aligned}$$

١٣) احوال د

- ٢) جد مساحة المثلث متحاد بين
وأعلاه $L(x) = 2x$ ، و $W(x) = x^2$



جد مساحة المثلث

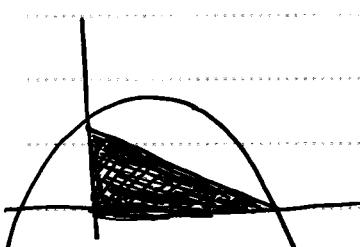
$$\begin{aligned} & \int_0^2 (2x - x^2) dx = x^2 - \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = (4 - 8) = -4 \end{aligned}$$

ورقة عمل

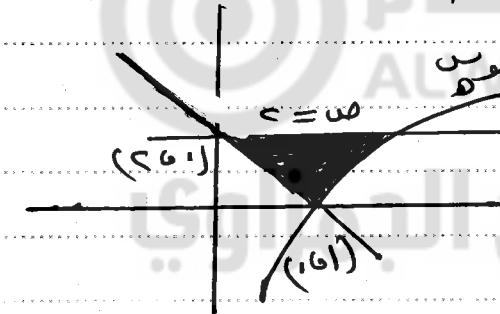
٦) اوجد المساحة المقصورة بين $y = \sqrt{x}$ و $y = x + 2$

٧) اوجد المساحة المقصورة بين $y = 2x^2 + 3$ و $y = 5x - 2$

٨) في الشكل المقابل اوجد المساحة المقصورة بين الدائرة $x^2 + y^2 = 16$ وخط $y = 3x$



٩) اوجد المساحة المقصورة بين $y = x^2 + 1$ و $y = 2x + 1$



١٠) اوجد المساحة المقصورة بين $y = x^2 + 1$ و $y = 2x + 1$

١١) اوجد المساحة المقصورة بين $y = x^2 + 2$ و $y = 5x + 2$

١٢) اوجد المساحة المقصورة بين $y = \sin x$ ، $y = 0$ ، $x = \pi$ ، $x = 0$

١٣) اوجد المساحة المقصورة بين محيط دائرة $r = 4$ وخط $y = 4x$

$$\text{مساحة} = \pi r^2 - \int_{-1}^1 4x \, dx$$

١٤) اسألكم قلعة الدكاء في حباب صاحبة المثلث الذي رأوه

$$(16, 4), (16, 6), (4, 6)$$

١٥) احسب المساحة المقصورة بين

$$y = \frac{1}{x+5} \quad \text{و} \quad y = 0 \quad \text{في } x = 0$$

السُّلْطَةُ الْوَحْدَةُ

٤١٠

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\sqrt{s}} - \frac{1}{\sqrt{s+4}} \right) = ? \\ & \frac{1}{\sqrt{s}} \times \left(1 - \frac{1}{\sqrt{s+4}} \right) = ? \\ & \frac{\sqrt{s} - \sqrt{s+4}}{\sqrt{s} \times \sqrt{s+4}} = ? \\ & \frac{\sqrt{s} - \sqrt{s+4}}{\sqrt{s(s+4)}} = ? \\ & \frac{\sqrt{s} - \sqrt{s+4}}{\sqrt{s+4}} = ? \\ & \frac{1}{\sqrt{s+4}} \times \left(\sqrt{s} - \sqrt{s+4} \right) = ? \\ & = -\frac{1}{\sqrt{s+4}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{s}} \right) = ? \end{aligned}$$

٤١٠ جد كلاًً عن التَّحَاوُلَاتِ الْأَسْيَهِ

$$? = \frac{1}{\sqrt{s+4}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{s}} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{الحل} & ? = \frac{1}{\sqrt{s+4}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{s}} \right) = \frac{1}{\sqrt{s+4}} \left(\frac{\sqrt{s} + \sqrt{s+4}}{\sqrt{s}} \right) \\ & = \frac{(\sqrt{s} + \sqrt{s+4})}{\sqrt{s+4} \times \sqrt{s}} = ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ? = \frac{1}{\sqrt{s}} = \frac{1}{\sqrt{s}} = \frac{9}{4} - \frac{4}{9} = ? \\ & ? = \frac{5}{36} = ? \end{aligned}$$

٤١٠ س طاس - س طاس

$$? = \frac{1}{\sqrt{s}} \left(\text{طاس} - \text{طاس} \right) \text{ دس}$$

٤١٠ بطناس لوحاس دس

الحل

$$\begin{aligned} & \frac{\text{طاس}}{\text{حناس}} = \frac{\text{لوهاس}}{\text{حناس}} \quad \text{حس} = \text{حناس} \\ & \text{حس} = \text{طناس دس} \quad \text{طناس دس} = \text{طناس دس} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ? = \frac{1}{\sqrt{s}} \times \frac{1}{\sqrt{s+4}} = ? \\ & ? = \frac{1}{\sqrt{s+4}} \times \frac{1}{\sqrt{s}} = ? \end{aligned}$$

$$? = \frac{1}{\sqrt{s+4}} - \frac{1}{\sqrt{s}}$$

الحل

$$? = \frac{(\text{حس} - \text{حس})}{\text{حس} \times \text{حس}} = ?$$

$$\begin{aligned} & ? = \frac{\text{حس}}{\text{حس}} + \frac{\text{حس}}{\text{حس}} = ? \\ & ? = (\text{لوهاس}) + \text{حس} = ? \end{aligned}$$

$$\text{ن) } \int_{\frac{1}{1-x^2}}^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x} dx = \int_{\frac{1}{1-x^2}}^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} dx = \int_{\frac{1}{1-x^2}}^{\frac{1}{x}} \frac{1}{x^2} dx$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \ln|x| \Big|_{\frac{1}{1-x^2}}^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x}{1-x^2}\right) \\ &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x}{1-\frac{1}{x^2}}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x^3}{x^2-1}\right) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x^3}{(x-1)(x+1)}\right) \end{aligned}$$

$$\text{ط) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{1}{x} dx$$

الحل

$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{1}{x} dx = \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} dx = \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{1}{x^2} dx \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x^2+x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \\ &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{ه) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} (x-4) dx$$

$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} (x-4) dx = \frac{1}{2} x^2 - 4x \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1}^2 - \frac{1}{x^2} \right) - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x^2+2x+1} - \frac{1}{x^2} \right) - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{-2x}{x^2+2x+1} \right) - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{-x}{x+1} - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{-x-4}{x+1} + 4 \end{aligned}$$

$$\text{ه) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} (x-4) dx$$

$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} (x-4) dx = \frac{1}{2} x^2 - 4x \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1}^2 - \frac{1}{x^2} \right) - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{-2x}{x^2+2x+1} \right) - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{-x}{x+1} - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{-x-4}{x+1} + 4 \end{aligned}$$

$$\text{ه) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} (x-4) dx$$

$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} (x-4) dx = \frac{1}{2} x^2 - 4x \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1}^2 - \frac{1}{x^2} \right) - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{-2x}{x^2+2x+1} \right) - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{-x}{x+1} - 4 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{-x-4}{x+1} + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 18 - 5c^4 \\ \hline 3 + c^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5c^6 - 5c^3 \\ \hline 5c^3 + c^4 \\ \hline 5c^6 + 5c^3 \\ \hline 5c^4 \end{array}$$

$$= \frac{5c^4}{3 + c^3} + (18 - 5c^4)$$

$$= \frac{5c^4}{3 + c^3} + 5c^4 + 5c^4 - \frac{5c^4}{3 + c^3}$$

$$= 5c^4 + \frac{5c^4(18 - 5c^4)}{3 + c^3}$$

$$(1) \quad \text{لواص} \left(\frac{5c^4}{3 + c^3} + 5c^4 \right)$$

اكل

$$5c = 5c \quad \text{لوا} (5c + 5c)$$

$$5c = 5c \quad \frac{c + 5c}{5c + 5c} = 5c$$

$$\frac{5c + 5c}{5c + 5c} - (5c + 5c) = 5c \text{ لوا}$$

$$\begin{array}{l} \text{مكعب طولي} \\ \sqrt{5c + 5c} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{5c^2} = \sqrt{5c} \\ \sqrt{5c} - (\sqrt{5c} + \sqrt{5c}) \\ \sqrt{5c} - \sqrt{5c} \end{array}$$

لوجريتيم

$$\frac{b}{c+r} + \frac{r}{c} =$$

$$\frac{b + (c+r)r}{(c+r)c} =$$

$$\frac{b + cr + r^2}{(c+r)c}$$

اعل اكل

$$(1) \quad \frac{s^3}{s^3 + s^2}$$

$$\text{الحل} \quad \frac{s^3}{s^3 + s^2} = \frac{1}{1 + \frac{s^2}{s^3}}$$

$$\frac{s^3 \times s^2}{s^3} = 5c \leftarrow 1 + \frac{s^2}{s^3} = 5c$$

$$5c \frac{s^2}{s^3} = 5c$$

$$5c \times \frac{s^2}{s^3} \leftarrow \frac{1}{s^3} \times 5c$$

$$-\frac{1}{s} \text{ لوا} \left(\frac{1}{s^3} \right) \left(\frac{1}{s} \right)$$

$$- \frac{1}{s} \text{ لوا} \left(1 + \frac{1}{s^2} \right) =$$

$$(1) \quad \frac{s^3 - 5c + 5c}{s^3 + 5c}$$

$$\text{الحل} \quad \frac{s^3 - 5c + 5c}{s^3 + 5c} =$$

$$\frac{s^3 - \sqrt{5c} \sqrt{5c}}{s^3 + \sqrt{5c} \sqrt{5c}} =$$

$$5c \frac{1}{\sqrt{5c} \sqrt{5c}} = 5c \leftarrow \sqrt{5c} \sqrt{5c} = 5c$$

$$5c = 5c$$

$$5c \times \left(\frac{3 - 5c}{3 + 5c} \right) =$$

$$5c \frac{3 - 5c}{3 + 5c} =$$

٥ اذا كان $s = 6m$ ممكوسين

لستقة فراس

$$\text{مكان } \frac{3}{4} (m - 6m) s = 12$$

$$m - \frac{3}{4} m s + \frac{3}{4} s^2 = 12$$

أصل

$$12 = 4x \leftarrow 12 = 5s \quad ?$$

$$s = 2 \quad ?$$

$$s = 2m - 6m \quad ?$$

$$s = 4 \quad ?$$

$$s = 4(m - 6m) \quad ?$$

$$s = 4 \times 4 \times s \quad ?$$

$$16s = 4s \quad ?$$

$$\Sigma s = 16 \quad ?$$

٧ اذا كان $\int (f(x) + g(x)) dx = 5$

$$f(x) + g(x) = \frac{5}{x}$$

$$12 = 5x \quad ?$$

$$\text{الحل} \quad f(x) + g(x) = \frac{1}{x}$$

$$12 = (\Sigma +) x \quad ?$$

$$12 = (2-1)x + x \quad ?$$

$$12 = x - x \quad ?$$

$$12 = x \quad ?$$

$$x = 12 \quad ?$$

$$x = 12 - x^3 =$$

$$x^3 = 12 - x^3 =$$

٨ حل المعادلة التفاضلية

$$3\dot{x} - \frac{dx}{ds} x = 0$$

$$3\dot{x} = \frac{dx}{ds} x$$

$$3\dot{x} = \frac{x}{s}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{x} \frac{dx}{ds} = \frac{1}{s} \frac{ds}{ds}$$

$$\frac{1}{x} \dot{x} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{x} \ln x = \frac{1}{s} + C$$

$$\ln x = \frac{s}{x} + C$$

$$x = e^{\frac{s}{x} + C}$$

$$x = e^{\frac{1}{x}} e^C$$

$$x = e^{\frac{1}{x}}$$

$$x = e^{-\frac{1}{x}}$$

$$x' = (x) = x + 2x^3 =$$

$$x = 54 + 12 = 66$$

$$x = 5 \quad 12 = 54$$

٩) يمر حجم على خط مستقيم حيث العلاقة $\dot{x} = 2t^2 + 3$ مع $t > 0$. حيث تتسارع اتجاهه، مع سرعة اتجاهه اذا تحرك اتجاهه من تكون، مجرد قمة التابع x التي تحصل سرعته على $v_0 = 2$ تو ان هي بدء حركة

$$\text{الحل}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{4t}{2} = 2t$$

$$v_0 = 2 \Rightarrow 2 = 2t \Rightarrow t = 1$$

$$x = \frac{1}{3}t^3 + 3t = \frac{1}{3}(1)^3 + 3(1) = \frac{10}{3}$$

$$x = \frac{10}{3}$$

١٠) اذا كان مسل البابس لخط العلاقة $x = 2t^2 + 3$ عند النقطة $(s, 0)$ ينادي صيغة $\frac{dx}{dt}$ صيغة $\frac{dx}{dt}$ حيث s عددها باطنها غير محددة بالنظر $(\frac{dx}{dt})_{t=0}$ صيغة وزارة $(0, 11)$ صيغة اكل موجود في دين المعادلة لتفاصله صلول اسئلة الوزارة

$$\text{اكون } s = -2 \text{ و } (x_{t=0} + 1)$$

$$7) \text{ اذا كان } v(t) = s^3 - 3s^2 + 3s \text{ دين } v(t) = s^2 - 3s + 3$$

$$v(t) = s^2 - 3s + 3$$

$$v(t) = 1 + 3s^2 - 3s^2 + 3s = 1$$

$$8) \text{ اذا كان } v(t) = 4s + 4 \text{ دين } v(t) = 4$$

$$v(t) = 4s + 4$$

$$\text{الحل}$$

$$v = 4s + 4$$

$$v = 4 + 4s$$

$$s = \frac{1}{4}v - \frac{1}{4}$$

$$10) \text{ اذا كان } v(t) = 2s - 2 \text{ دين } v(t) = 2$$

$$v(t) = 2s - 2$$

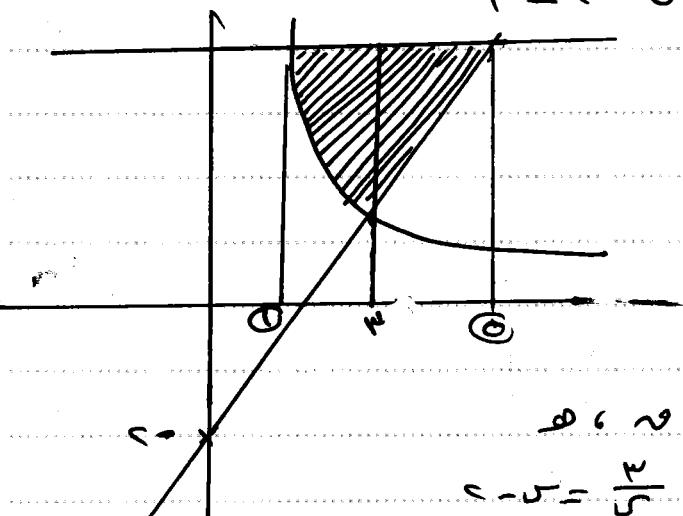
$$s = \frac{1}{2}v - \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{1}{2}v + \frac{1}{2}$$

$$(1-16) - (3+10) = 15 - 15 = 0$$

$$15 - 15 = 0$$

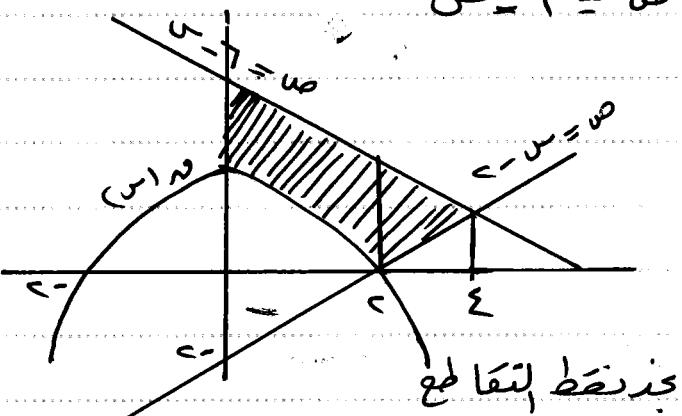
(١٦) حدد مساحة المثلقة المخصوصة
بين محضيات الأقواء إنماز الإيه
 $f(x) = \frac{3}{x}$, $g(x) = x - 2$
 $L(x) = x^2$



$$\begin{aligned} &= 3 - \sqrt{x} - x + 2 \\ &\leftarrow x = \sqrt{x} \leftarrow x^2 = x \leftarrow x^2 - x = 0 \\ &\leftarrow x(x-1) = 0 \quad \therefore x_1 = 0, x_2 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[x^2 - \frac{1}{2}x^2 \right] + \int_{0}^{1} (x^2 - \frac{1}{2}x^2) dx = 2 \\ & \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right] + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right] \Big|_0^1 = 2 \end{aligned}$$

(١٧) جدد مساحة المثلقة المخصوصة في الربع
الأول والمحدودة بمحضي الأقواء إنماز
 $f(x) = 4 - x^2$, $g(x) = x - 2$
والمسافة بينهما $= 4 - x^2 - x + 2 = 6 - x^2$



$$\begin{aligned} & \text{مع } x - 2 = 4 - x^2 \\ & x^2 + x - 6 = 0 \quad \therefore x_1 = -3, x_2 = 2 \\ & \text{مروضن } x = 2 \end{aligned}$$

مع $x = 2$, $y = 4 - x^2 = 4 - 4 = 0$
 $x = 2$, $y = x - 2 = 2 - 2 = 0$
لذلك لا يتحقق الشرط

$$\begin{aligned} & 6 - x^2 = 4 - x^2 \\ & x^2 = 2 \quad \therefore x = \sqrt{2} \\ & \left[6 - x^2 \right] + \left[4 - x^2 \right] \Big|_0^{\sqrt{2}} = 2 \\ & \left(6 - (\sqrt{2})^2 \right) + \left(4 - (\sqrt{2})^2 \right) = 2 \end{aligned}$$

إجابات $M = 8 - 4\sqrt{2}$

إجابات $M = 8 - 4\sqrt{2}$

إجابات $M = \frac{16}{3}$

(٤) وزارة (٢٠٠٩) سئولة

اكل فوجود باستاذ الوزاره
لدرس الماء.

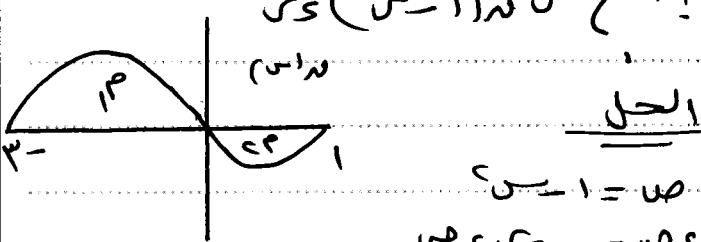
(٥) اعتماداً على المثلث الذي عين محيط

الأقصى ان فيه لقطره $٣ - ١٠٣$

حيث $٣ = ١٠$ و هذان مربعه

$= ٣٣$ = (٤) وهذا مربعه

بده ٣^2 سـ ١٠٣ (٤) سـ



الحل

(٦) المثلث بجوار قيل لها مساحة $\frac{1}{2}as$

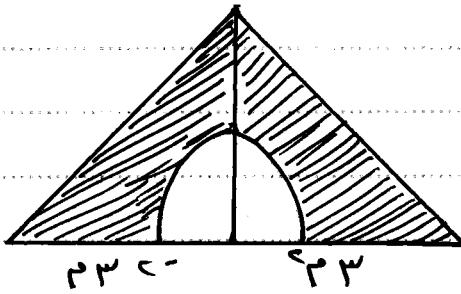
لذلك المباني ، مدخل صناعي

على المثلث محيطه $٣ - ٣ - \frac{1}{2}s$

ما التكاليف الكلية لدهان المنشآت

المطلوب ؟ اذا اعلنت ان سعر دهان

الواحد مربعه $\frac{1}{2}$ دينار



مساحة المنشآت المطلوب

= مساحة مثلث - مساحة الماء

= $\frac{1}{2} \times ٦ \times ٤ - \frac{1}{2} \times ٣ \times ٣$

= $\frac{٣٦}{٢} - \frac{٩}{٢} = ٣$

= $٣ - \frac{٩}{٢} = \frac{٣}{٢}$

= $\frac{٣}{٢} - \frac{٩}{٢} = -\frac{٣}{٢}$

= $\left(\frac{٣}{٢} - \frac{٩}{٢} \right) \times \frac{١}{٢}$

= $\frac{٣}{٤} - \frac{٩}{٤} = -\frac{٣}{٤}$

= $(\frac{٣}{٤} + ٤) - (\frac{٣}{٤} - ٤)$

= $\frac{١٦}{٤} - ٤ = \frac{٤}{١} - ٤$

= $\frac{٤}{١} - ٤ = \frac{٤}{١} - \frac{١٦}{٤}$

= $\frac{٤}{١} - \frac{١٦}{٤} = \frac{٤}{١} - \frac{٤}{٤}$

= $\frac{٤}{١} - \frac{٤}{٤} = \frac{٤}{١} - \frac{٤}{٤}$

= $\frac{٤}{١} - \frac{٤}{٤} = \frac{٤}{١} - \frac{٤}{٤}$

= $\frac{٤}{١} - \frac{٤}{٤} = \frac{٤}{١} - \frac{٤}{٤}$

٦) حد للدالة التكاملات الآتية

٧) حساب حبائس

اكل: هو صيغة في درس تكاملات
صيغة المتداول

$$\frac{1}{1+x} \int_{-1}^x dx = ?$$

$$5 \sqrt{c} = \sqrt{5} \quad 1 + x = u$$

$$\frac{1}{\sqrt{u}} \int_{\sqrt{c}}^{\sqrt{5}} \frac{1}{u} du = \frac{1}{\sqrt{c}} \int_{c}^{5} \frac{1}{u} du =$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} \left[\ln u \right]_{c}^{5} = \frac{1}{\sqrt{c}} \left(\ln 5 - \ln c \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} \ln \frac{5}{c} = ?$$

$$5 \ln \frac{5}{c} = \ln 25 - \ln c$$

$$5 \ln \frac{5}{c} = \ln \frac{25}{c}$$

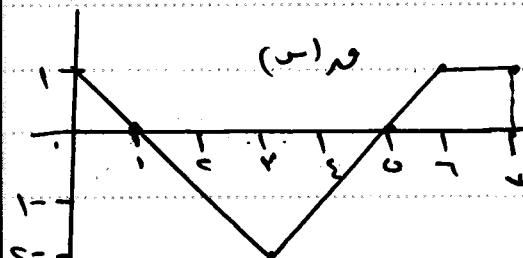
$$\frac{5}{c} \ln \frac{5}{c} = \frac{1}{c+5} \ln \frac{5}{c}$$

$$\frac{5}{c} \ln \frac{5}{c} = \frac{1}{c+5} \ln \frac{5}{c}$$

$$\frac{5}{c} \ln \frac{5}{c} = \frac{1}{c+5} \ln \frac{5}{c} + \frac{1}{c+5} \ln \frac{5}{c} + 1$$

يبقى

٨) اعثر على الحد الذي يقبل صيغة
الأقواء (٢٠١٣) او وحدة مائية



$$f(x) = ?$$

$$\text{صيغة بدل} \frac{1}{x} = 1 \times 1 \times \frac{1}{x} =$$

$$\Sigma = 4 \times 2 \times \frac{1}{x} =$$

$$\text{صيغة سبة بحرف} = 1 \times (1+2) \left(\frac{1}{x} \right) =$$

$$\frac{3}{2} + 2 - \frac{1}{x} = 5 \ln 5 ?$$

$$\Sigma - 2 = \Sigma - \frac{3}{2} =$$

$$2 =$$

$$= 1 \times 1 \times 1 ?$$

$$\gamma = 4 + 2 = 1 \times 1 + 1 \times 1 =$$

$$? \text{ ماء} ?$$

$$1 \times 1 = 1 \times 1 =$$

$$2 =$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2} &= 2 \quad \leftarrow x = 1 \\ \frac{1}{x^2} &= 5 \quad \leftarrow x = 1 \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} &= 2 \\ x^2 &= - - - \end{aligned}$$

٤) سعہ سے توں

سعہ سے توں دس
سے توں دس سے توں دس

$$x^2 = 2x \quad \leftarrow x = 0$$

$$x = 0 \quad \leftarrow x = 0$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 2$$

تكامل بالاجزاء .

$$d\ln x = \ln x \quad \leftarrow x = 0$$

$$x^0 = 0 \quad \leftarrow \ln x = 0$$

$$\frac{1}{x^0} - \frac{1}{0^0} = 1$$

$$\frac{1}{x^0} - \frac{1}{0^0} = 1 \quad \leftarrow \text{اجواب}$$

$$\begin{aligned} \frac{1 - \mu^3}{(1 - \mu)(c - \mu)} &= \frac{1 - \mu^3}{c + \mu^3 - \mu} \\ \frac{1}{1 - \mu} + \frac{\mu}{c - \mu} &= \frac{(c - \mu)(1 - \mu) + (1 - \mu)\mu}{(1 - \mu)(c - \mu)} \\ c - \mu &= 0 \quad \leftarrow 1 = 0 \\ \mu = 0 &\leftarrow c = 0 \\ \frac{1}{1 - \mu} + \frac{\mu}{c - \mu} &= \frac{1}{1 - 0} + \frac{0}{c - 0} = 1 \\ c + \mu &= 1 - 0 = 1 \quad \leftarrow \text{لواحد} \end{aligned}$$

٥) خطاس قناس

$x = \text{قناس}$
 $\text{كمس} = - \text{قناس خطاس} \times s$

$$\frac{x - \text{مس}}{\text{مس} - x}$$

$$\frac{1}{(w^2 + 3)(w^2 - 3)} = \frac{1}{w^4 - 9}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{w^2 + 3} + \frac{\mu}{w^2 - 3} &= \frac{1}{w^4 - 9} \\ (w^2 - 3)(0 + w^2 + 3)\mu &= \frac{1}{(w^2 + 3)(w^2 - 3)} \end{aligned}$$

$$\text{وزاره (٢٠١٤) صيغه} \\ \frac{s}{1+هبايس} + \frac{s}{هبايس} \quad (٢)$$

$$اكل \left(\frac{s}{1+هبايس} + \frac{s}{هبايس} \right) =$$

$$\frac{s}{هبايس} + \frac{s}{1+هبايس} \quad (٣)$$

$$\frac{s}{هبايس} + \frac{s}{هبايس} \quad (٤) \quad \text{عجايج صاعده} \\ \text{عرضياً} \quad (٥) \quad \text{س قاء س} +$$

$$\text{أجزاء} \quad (٦) \quad \frac{s}{هبايس} + \frac{s}{هبايس}$$

المثل

$$(٦) \quad \frac{s}{هبايس} \quad \text{س هبايس}$$

$$= \frac{s}{هبايس} \quad (٧) \quad \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad \text{س هبايس}$$

$$= \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad (٨)$$

$$= \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad (٩)$$

$$= \text{هبايس} + \text{هبايس} \quad (١٠)$$

$$(٦) \quad \frac{s}{هبايس} \quad \text{س هبايس}$$

$$= \frac{(هبايس + ١) \cdot \frac{١}{٢}}{هبايس} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} =$$

$$= \frac{هبايس + ١}{هبايس} \quad (١١)$$

$$\frac{هبايس - ١}{هبايس} = \frac{هبايس - ١}{هبايس} \quad (١٢)$$

$$\frac{هبايس}{هبايس} + \frac{هبايس}{هبايس} =$$

$$\frac{هبايس}{هبايس} + \frac{هبايس}{هبايس} =$$

$$هبايس = ٤ - ١ \leftarrow ١ = س$$

$$هبايس = ٣ \leftarrow ٣ - ٤ = ٣ - ٤ = س$$

$$\frac{هبايس - ٣}{هبايس} + \frac{هبايس - ٣}{هبايس} =$$

$$(٦) \quad \frac{s}{هبايس} \quad \text{س هبايس}$$

$$= \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad (١١)$$

$$= \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad (١٢)$$

$$= \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad (١٣)$$

$$= \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad (١٤)$$

$$= \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} + \frac{\text{هبايس}}{\text{هبايس}} \quad (١٥)$$

$$\text{ل} \quad ٦ \quad ٦ \quad ٦ \quad ٦ \quad ٦ \quad ٦$$

$$\text{ل} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب} \quad \text{ب}$$

$$ص = طاس + حاس + حاس + حاس + حاس + حاس$$

١٠) (طاس + حاس) حاس

$$\begin{aligned} ص &= طاس + حاس \\ ص &= حاس + قاس طاس \\ &= حاس (قاس + طاس) \\ &= حاس \times طاس \end{aligned}$$

١١) ص لا ينبع من حاس

$$\frac{ص}{ج} = \frac{ص}{ج} + \frac{ص}{ج}$$

$$(طاس + حاس) + ج$$

١٢)

$$ص = ٥ \quad ١$$

$$ص = ٥ + حاس \quad ١ \quad ٣$$

$$ص = ٦ \quad ٣$$

$$ص = ٦ \quad ٤$$

$$ص = ٦ - حاس \quad ٥ \quad ٦$$

١٣) محمد خطأ في المقادير

$$ص = ٦ \quad ٧$$

$$ص = ٦ - خطأ في المقادير \quad ٨ \quad ٩$$

$$ص = ٦ - خطأ في المقادير \quad ٩ \quad ٩$$

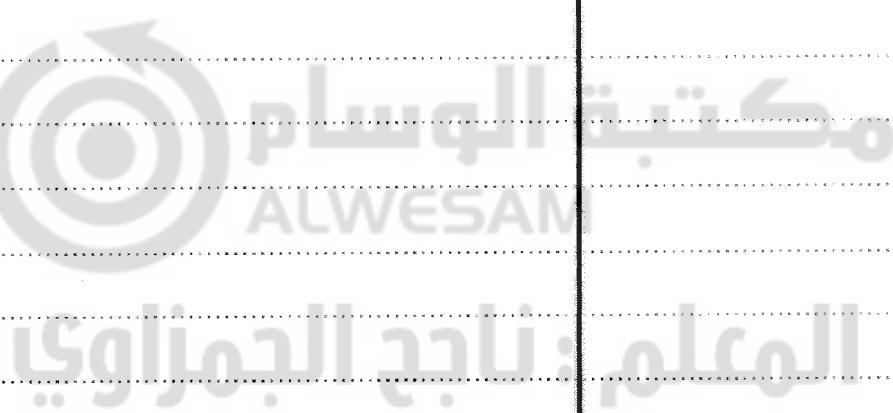
الاستاذ ناجح الجمازو

التكامل

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

الثاني الثانوي العلمي



تمت بحمد الله

امنياتي بال توفيق والنجاح

ناجح الجمزاوي



المعلم : ناجح الجمزاوي