بسم الله الرحمن الرحيم

الموضوع :- رياضيات/ أدبي م٤
الأستاذ :- منتصر بني عطا   هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠   الموقع :- عمان

التكامل :- هو العملية العكسية للمشتقة ويرمز له بالرمز $\int \text{ق}(\text{س}) \, .\, \text{دس}$

قواعد التكامل غير المحدود

1) $\int \text{أ} \, . \, \text{دس} = \text{أ}\,\text{س} + \text{ج}$

2) $\int \text{س}^{\text{ن}} \, . \, \text{دس} = \dfrac{\text{س}^{\text{ن}+1}}{\text{ن}+1} + \text{ج}$

3) $\int \text{جاس} \, . \, \text{دس} = -\text{جتاس} + \text{ج}$

4) $\int \text{جتاس} \, . \, \text{دس} = \text{جاس} + \text{ج}$

5) $\int \text{هـ}^{\text{س}} \, . \, \text{دس} = \text{هـ}^{\text{س}} + \text{ج}$

6) $\int \dfrac{1}{\text{س}} \, . \, \text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}| + \text{ج}$

، حيث ج هو ثابت التكامل

أمثلة :-

1) $\int 2 \, . \, \text{دس} = 2\text{س} + \text{ج}$

2) $\int -3 \, . \, \text{دس} = -3\text{س} + \text{ج}$

3) $\int \text{س}^2 \, . \, \text{دس} = \dfrac{1}{3}\text{س}^3 + \text{ج}$

4) $\int \text{س}^5 \, . \, \text{دس} = \dfrac{1}{6}\text{س}^6 + \text{ج}$

5) $\int 3\text{س} \, . \, \text{دس} = \dfrac{3}{2}\text{س}^2 + \text{ج}$

6) $\int 6 \, . \, \text{دس} = 6\text{س} + \text{ج}$

7) $\int 2\text{س} \, . \, \text{دس} = \dfrac{2\text{س}^2}{2} + \text{ج}$

$= \text{س}^2 + \text{ج}$

8) $\int 3\text{س}^2 \, . \, \text{دس} = \dfrac{3\text{س}^3}{3} + \text{ج}$

$= \text{س}^3 + \text{ج}$

9) $\int (3\text{س}^2 + 2\text{س}) \, . \, \text{دس}$

$= \text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{ج}$

10) $\int (10\text{س}^9 - 2\text{س}^9) \, . \, \text{دس}$

$= \text{س}^{10} - \dfrac{2}{10}\text{س}^{10} + \text{ج}$

$= \dfrac{4}{5}\text{س}^{10} + \text{ج}$

بسم الله الرحمن الرحيم

الموضوع :- رياضيات/ م٤
الأستاذ :- منتصر بني عطا   هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠   الموقع :- عمان

قواعد تكامل الإقترانات الدائرية

١) $\int$ جاس . دس = - جتاس + جـ

٢) $\int$ جتاس . دس = جاس + جـ

٣) $\int$ قا^{2}س . دس = ظاس + جـ

⇐ عندما تتغير الزاوية

١) $\int$ جا أس . دس = $-\frac{1}{أ}$ جتا أس + جـ

٢) $\int$ جتا أس . دس = $\frac{1}{أ}$ جا أس + جـ

٣) $\int$ قا^2 أس . دس = $\frac{1}{أ}$ ظا أس + جـ

أمثلة :-

١) $\int$ ٢ جاس . دس = -٢ جتاس + جـ

٢) $\int$ ٤ جتاس . دس = ٤ جاس + جـ

٣) $\int$ -٣ جاس . دس = ٣ جتاس + جـ

٤) $\int$ ٦ قا^{2}س . دس = ٦ ظاس + جـ

٥) $\int$ جا٢س . دس = $-\frac{1}{2}$ جتا٢س + جـ

٦) $\int$ ٢ جا٢س . دس = - جتا٢س + جـ

٧) $\int$ قا^{2}٤س . دس = $\frac{1}{4}$ ظا٤س + جـ

٨) $\int$ جتا٥س . دس = $\frac{1}{5}$ جا٥س + جـ

٩) $\int$ (جا٣س + جتا٤س) . دس

= $-\frac{1}{3}$ جتا٣س + $\frac{1}{4}$ جا٤س + جـ

١٠) $\int$ (قا^{2}٧س + جتا١٢س) . دس

= $\frac{1}{7}$ ظا٧س + $\frac{1}{12}$ جا١٢س + جـ

بسم الله الرحمن الرحيم

الموضوع :- رياضيات/ أدبي م٤
الأستاذ :- منتصر بني عطا   هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠   الموقع :- عمان

11) $\int \frac{\text{س}^2-4}{\text{س}-2}\,.\,\text{د س}$

$= \int \frac{(\text{س}-2)(\text{س}+2)}{(\text{س}-2)}\,.\,\text{د س}$

$= \int (\text{س}+2)\,.\,\text{د س}$

$= \frac{1}{2}\text{س}^2 + 2\text{س} + \text{ج}$

12) $\int \frac{\text{س}^2-9}{\text{س}-3}\,.\,\text{د س}$

$= \int \frac{(\text{س}-3)(\text{س}+3)}{(\text{س}-3)}\,.\,\text{د س}$

$= \int (\text{س}+3)\,.\,\text{د س}$

$= \frac{1}{2}\text{س}^2 + 3\text{س} + \text{ج}$

13) $\int \text{س}^2(\text{س}^3-1)\,.\,\text{د س}$

$= \int (\text{س}^5-\text{س}^2)\,.\,\text{د س}$

$= \frac{1}{6}\text{س}^6 - \frac{1}{3}\text{س}^3 + \text{ج}$

14) $\int (\text{س}^4-\text{س})(\text{س}-3\text{س}^2)\,.\,\text{د س}$

$= \int (\text{س}^5 - 3\text{س}^6 - \text{س}^2 + 3\text{س}^3)\,.\,\text{د س}$

$= \frac{1}{6}\text{س}^6 - \frac{3}{7}\text{س}^7 - \frac{1}{3}\text{س}^3 + \frac{3}{4}\text{س}^4 + \text{ج}$

15) $\int \frac{\text{س}^2-64}{\text{س}-8}\,.\,\text{د س}$

$= \int \frac{(\text{س}-8)(\text{س}+8)}{(\text{س}-8)}\,.\,\text{د س}$

$= \int (\text{س}+8)\,.\,\text{د س}$

$= \frac{1}{2}\text{س}^2 + 8\text{س} + \text{ج}$

⊗ **قاعدة :-**

$\int \text{ق}'(\text{س}) \cdot \text{دس} = \text{ق}(\text{س}) + \text{جـ}$

، حيث التكامل هو معكوس للمشتقة

أمثلة :-

١) إذا كان $\int \text{ق}'(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ١$

جد: ق(١) ، ق'(١)

الحل :- $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢} + ١$

$\text{ق}(١) = (١)^{٢} + ١ = ٢$

$\text{ق}'(\text{س}) = ٢\text{س}$

$\text{ق}'(١) = ٢$

٢) إذا كان $\int \text{ق}'(\text{س}) = \text{س}^{٣} + ٢\text{س}^{٢} + ١$

جد: ق(٢)

الحل :- $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} + ٢\text{س}^{٢} + ١$

$\text{ق}(٢) = (٢)^{٣} + ٢(٢)^{٢} + ١$

$= ٨ + ٨ + ١$

$= ١٧$

٣) إذا كان $\int \text{ق}'(\text{س}) = \text{س}^{٣} - \text{س}$

جد: ق(١) ، ق(٢) ، ق'(٢) ، ق'(٤)

الحل :- ١) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - \text{س}$

$\text{ق}(١) = (١)^{٣} - (١) = ١ - ١$

$\therefore \text{ق}(١) = \text{صفر}$

٢) $\text{ق}(٢) = (٢)^{٣} - (٢)$

$= ٨ - ٢ = ٦$

$\therefore \text{ق}(٢) = ٦$

٣) $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٣} - \text{س}$

$\text{ق}'(\text{س}) = ٣\text{س}^{٢} - ١$

$\text{ق}'(٢) = ٣(٢)^{٢} - ١$

$\text{ق}'(٢) = ١١$

٤) $\text{ق}'(٤) = ٣(٤)^{٢} - ١$

$\text{ق}'(٤) = ٣(١٦) - ١$

$\text{ق}'(٤) = ٤٧$

بسم الله الرحمن الرحيم

الأستاذ :- منتصر بني عطا هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠ الموقع :- عمان

* قاعدة :-

$$\int (\text{أ}\,\text{س} + \text{ب})^{\text{ن}} \cdot \text{دس} = \frac{1}{\text{أ}} \, \frac{(\text{أ}\,\text{س} + \text{ب})^{\text{ن}+1}}{\text{ن}+1} + \text{جـ}$$

مثال :-

١) $$\int (2\text{س}+1)^{4} \cdot \text{دس} = \frac{1}{2} \, \frac{(2\text{س}+1)^{5}}{5} + \text{جـ} = \frac{(2\text{س}+1)^{5}}{10} + \text{جـ}$$

٢) $$\int (3\text{س}-1)^{2} \cdot \text{دس} = \frac{1}{3} \, \frac{(3\text{س}-1)^{3}}{3} + \text{جـ} = \frac{(3\text{س}-1)^{3}}{9} + \text{جـ}$$

٣) $$\int (5\text{س}+3)^{8} \cdot \text{دس} = \frac{1}{5} \, \frac{(5\text{س}+3)^{9}}{9} + \text{جـ} = \frac{(5\text{س}+3)^{9}}{45} + \text{جـ}$$

٤) $$\int 9(9-2\text{س})^{4} \cdot \text{دس} = -\frac{1}{2} \, \frac{9(9-2\text{س})^{5}}{5} + \text{جـ} = \frac{-9(9-2\text{س})^{5}}{10} + \text{جـ}$$

٥) $$\int (\text{س}-1)^{10} \cdot \text{دس} = \frac{(\text{س}-1)^{11}}{11} + \text{جـ}$$

بسم الله الرحمن الرحيم

الموضوع :- رياضيات/ ادبي م٤

الأستاذ :- منتصر بني عطا	هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠	الموقع :- عمان

التكامل المحدود

قواعد التكامل المحدود

1) $\int_{أ}^{ب} \text{جـ} \, .\, \text{دس} = \text{جـ}(ب - أ)$ ، حيث جـ ثابت

2) $\int_{أ}^{ب} \text{س}^{ن} \, .\, \text{دس} = \left[\frac{\text{س}^{ن+1}}{ن+1} \right]_{أ}^{ب} = \frac{ب^{ن+1}}{ن+1} - \frac{أ^{ن+1}}{ن+1}$

3) $\int_{أ}^{أ} \text{ق(س)} \, .\, \text{دس} = \text{صفر}$

4) $\int_{أ}^{ب} \text{ق(س)} \, .\, \text{دس} = - \int_{ب}^{أ} \text{ق(س)} \, .\, \text{دس}$

5) $\int_{أ}^{ب} \text{جـ} \, .\, \text{ق(س)} \, .\, \text{دس} = \text{جـ} \int_{أ}^{ب} \text{ق(س)} \, .\, \text{دس}$

6) $\int_{أ}^{جـ} \text{ق(س)} \, .\, \text{دس} = \int_{أ}^{ب} \text{ق(س)} \, .\, \text{دس} + \int_{ب}^{جـ} \text{ق(س)} \, .\, \text{دس}$

أمثلة :-

1) $\int_{1}^{3} 2 \, .\, \text{دس} = [2\text{س}]_{1}^{3}$

$= 2(3-1) = 4$

2) $\int_{1}^{2} 3\text{س}^{2} \, .\, \text{دس} = [\text{س}^{3}]_{1}^{2}$

$= (2)^{3} - (1)^{3} = 7$

3) $\int_{0}^{1} (2\text{س}-1) \, .\, \text{دس} = [\text{س}^{2} - \text{س}]_{0}^{1}$

$= ((1)^{2}-1) - ((0)^{2}-0)$

$= \text{صفر}$

4) $\int_{1}^{3} 4\text{س}^{3} \, .\, \text{دس} = [\text{س}^{4}]_{1}^{3}$

$= (3)^{4} - (1)^{4}$

$= 81 - 1$

$= 80$

5) $\int_{2}^{5} (6\text{س}-1) \, .\, \text{دس} = [3\text{س}^{2} - \text{س}]_{2}^{5}$

$= ((3(5)^{2}-5) - (3(2)^{2}-2))$

$= (75-5) - (12-2)$

$= 70 - 10$

$= 60$

بسم الله الرحمن الرحيم

الموضوع :- رياضيات/ أدبي م٤

الأستاذ :- منتصر بني عطا | هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠ | الموقع :- عمان

٦) $\int_{0}^{1} (س - 1)\,.\,دس = [س - \frac{1}{2}س^{2}]_{0}^{1}$

$= \left((1 - \frac{1}{2}(1)^{2}) - (0 - \frac{1}{2}(0)^{2})\right)$

$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

٧) $\int_{0}^{1} س^{\frac{1}{2}}\,.\,دس = \left[\frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right]_{0}^{1}$

$= \frac{2}{3}[س^{\frac{3}{2}}]_{0}^{1} = \frac{2}{3}\left((1)^{\frac{3}{2}} - (0)^{\frac{3}{2}}\right)$

$= \frac{2}{3}(1)$

$= \frac{2}{3}$

٨) $\int_{0}^{1} س^{\frac{1}{3}}\,.\,دس = \left[\frac{س^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1}\right]_{0}^{1}$

$= \frac{3}{4}[س^{\frac{4}{3}}]_{0}^{1} = \frac{3}{4}\left((1)^{\frac{4}{3}} - (0)^{\frac{4}{3}}\right)$

$= \frac{3}{4}(1)$

$= \frac{3}{4}$

٩) $\int_{1}^{1} (س^{2} - ٤س + 1)\,.\,دس = صفر$

١٠) $\int_{2}^{2} (٥س^{٦} - ٤س^{3} + س^{2} - 2)\,.\,دس$

$= صفر$

١١) $\int_{1}^{2} (٣س^{2} - ٢س + 1)\,.\,دس$

$= [س^{3} - س^{2} + س]_{1}^{2}$

$= \left(((2)^{3} - (2)^{2} + 2) - ((1)^{3} - (1)^{2} + 1)\right)$

$= \left((8 - 4 + 2) - (1 - 1 + 1)\right)$

$= 6 - 1$

$= 5$

١٢) $\int_{0}^{2} (٥س^{4} - س)\,.\,دس$

$= [س^{5} - \frac{1}{2}س^{2}]_{0}^{2}$

$= \left(((2)^{5} - \frac{1}{2}(2)^{2}) - ((0)^{5} - \frac{1}{2}(0)^{2})\right)$

$= \left((32 - 2) - (0)\right)$

$= 32 - 2$

$= 32$

١٣) $\int_{٠}^{١} ٥س^{٢}\left(س^{٢}+٣\right).\,دس$

$= \int_{٠}^{١} \left(٥س^{٤}+١٥س^{٢}\right).\,دس$

$= \left[س^{٥}+٥س^{٣}\right]_{٠}^{١}$

$= \left(\left((١)^{٥}+٥(١)^{٣}\right)-\left((٠)^{٥}+٥(٠)^{٣}\right)\right)$

$= ٦$

١٤) $\int_{١}^{٢} \frac{٣س^{٢}+٢}{س^{٢}}.\,دس$

$= \int_{١}^{٢} \left(٣+\frac{٢}{س^{٢}}\right).\,دس$

$= \int_{١}^{٢} \left(٣+٢س^{-٢}\right).\,دس$

$= \left[٣س+\frac{٢س^{-٢+١}}{-٢+١}\right]_{١}^{٢}$

$= \left[٣س-\frac{٢}{س}\right]_{١}^{٢}$

$= \left(\left(٣(٢)-\frac{٢}{٢}\right)-\left(٣(١)-\frac{٢}{١}\right)\right)$

$= ٥ - ١$

$= ٤$

١٥) $\int_{١}^{٩} \frac{٢}{\sqrt{س}}.\,دس$

$= \int_{١}^{٩} ٢س^{-\frac{١}{٢}}.\,دس$

$= \left[\frac{٢س^{-\frac{١}{٢}+١}}{-\frac{١}{٢}+١}\right]_{١}^{٩} = \left[٤س^{\frac{١}{٢}}\right]_{١}^{٩}$

$= \left[٤\sqrt{س}\right]_{١}^{٩} = ٤\left(\sqrt{٩}-\sqrt{١}\right)$

$= ٤(٢)$

$= ٨$

١٦) إذا كان $\int_{١}^{٣} أ.\,دس = ١٨$

فجد قيمة أ.

الحل :- $\int_{١}^{٣} أ.\,دس = ١٨$

$أ(٣-١) = ١٨$

$٢أ = ١٨$

$أ = ٩$

#

الأستاذ :- منتصر بني عطا   هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠   الموقع :- عمان

١٧) إذا كان ق(ب) = ٣

وكان $\int_{أ}^{ب}$ ق'(س) . دس = ٢٠ ، جد ق(أ).

الحل :- $\int_{أ}^{ب}$ ق'(س) . دس = ق(ب) − ق(أ)

⇐ ٢٠ = ق(ب) − ق(أ)

⇐ ٢٠ = ٣ − ق(أ)

⇐ ق(أ) = ٣ − ٢٠

⇐ ق(أ) = −١٧

١٨) إذا كان $\int_{٠}^{١}$ ق(س) . دس = ١٢

جد $\int_{١}^{٠}$ ½ ق(س) . دس

الحل :- ½ $\int_{١}^{٠}$ ق(س) . دس = ½ × −١٢

= −٦

١٩) اذا كان $\int_{٠}^{أ}$ (٢س − ٢) . دس = −١

جد قيمة أ

⇐ $\int_{٠}^{أ}$ (٢س − ٢) . دس = $\left[س^{٢} − ٢س \right]_{٠}^{أ}$ = −١

⇐ $أ^{٢}$ − ٢أ = −١

⇐ $أ^{٢}$ − ٢أ + ١ = ٠

⇐ (أ − ١)(أ − ١) = ٠

∴ أ = ١

٢٠) إذا كان

$\int_{-١}^{٢}$ ق(س) . دس = ٢ ، $\int_{٢}^{٧}$ ق(س) . دس = ٨

جد $\int_{-١}^{٧}$ ٢ق(س) . دس

الحل :-

$\int_{-١}^{٧}$ ق(س) . دس = $\int_{-١}^{٢}$ ق(س) . دس + $\int_{٢}^{٧}$ ق(س) . دس

= ٢ + ٨

= ١٠

∴ $\int_{-١}^{٧}$ ٢ق(س) . دس = ٢ × ١٠

= ٢٠

الأستاذ :- منتصر بني عطا　　هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠　　الموقع :- عمان

⊗ **التكامل بالتعويض :-** يستخدم في الاقترانات المركبة $(\text{ق}(\text{س}))^{\text{ن}}$ ، بحيث يكون ق(س) اقتران غير خطي ، وذلك يكون بفرض ص بدلاً من جزء من السؤال بشرط أن يكون الجزء الآخر هو مشتقته.

طريقة الحل :-

$$\int \text{ن}\ \text{قَ}(\text{س}) \cdot (\underbrace{\text{ق}(\text{س})}_{\text{ص}})^{\text{ن}-1}\ \text{دس}$$

١) نفرض "ص" الاقتران المركب بدون القوة.

$$\text{ص} = \text{ق}(\text{س})$$

٢) نشتق الطرفين.

$$\text{دص} = \text{قَ}(\text{س}) \cdot \text{دس}$$

٣) نضع دس في طرف وما تبقى في الطرف الآخر من المساواة.

$$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{قَ}(\text{س})}$$

٤) نقوم بتعويض القيم في الاقتران المراد تكاملة.

$$\Leftarrow \int \text{ن}\ \cancel{\text{قَ}(\text{س})} \cdot (\text{ص})^{\text{ن}-1} \cdot \frac{\text{دص}}{\cancel{\text{قَ}(\text{س})}}$$

$$\Leftarrow \int \text{ن}\ (\text{ص})^{\text{ن}-1} \cdot \text{دص}$$

$$= \text{ن} \left(\frac{\text{ص}^{\text{ن}-1+1}}{\text{ن}-1+1} \right) + \text{ج}$$

$$= \cancel{\text{ن}} \left(\frac{\text{ص}^{\text{ن}}}{\cancel{\text{ن}}} \right) + \text{ج}$$

$$= \text{ص}^{\text{ن}} + \text{ج}$$

٥) نقوم بتعويض قيمة ص في الناتج.

$$\text{ص} = \text{ق}(\text{س})$$

$$\Leftarrow = \text{ق}(\text{س})^{\text{ن}} + \text{ج}$$

#

الموضوع :- رياضيات/ أدبي م٤
الأستاذ :- منتصر بني عطا   هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠   الموقع :- عمان

أمثلة :-

١) $\int ٥س^{٤}(س^{٥}+٢)^{٦} \cdot دس$

الحل

$ص = س^{٥}+٢$

$دص = ٥س^{٤} \cdot دس$

$دس = \frac{دص}{٥س^{٤}}$

$\Leftarrow \int \cancel{٥س^{٤}}(ص)^{٦} \cdot \frac{دص}{\cancel{٥س^{٤}}}$

$= \int ص^{٦} \cdot دص$

$= \frac{١}{٧} ص^{٧} + جـ$

$= \frac{١}{٧}(س^{٥}+٢)^{٧} + جـ$

٢) $\int_{٠}^{١} س(١+س^{٢})^{٤} \cdot دس$

الحل :-

$ص = ١+س^{٢}$

$دص = ٢س \cdot دس$

$دس = \frac{دص}{٢س}$

$س = ٠ \ ، \ ص = ١$

$س = ١ \ ، \ ص = ٢$

$\Leftarrow \int_{١}^{٢} \cancel{س}(ص)^{٤} \cdot \frac{دص}{٢\cancel{س}}$

$= \int_{١}^{٢} \frac{١}{٢} ص^{٤} \cdot دص$

$= \frac{١}{٢} \times \left[\frac{ص^{٥}}{٥}\right]_{١}^{٢}$

$= \frac{١}{٢}\left(\frac{٣٢}{٥} - \frac{١}{٥}\right)$

$= \frac{٣١}{١٠}$

٣) $\int (٣س^{٢}+٥)(س^{٣}+٥س+٧)^{٨} \cdot دس$

الحل :-

$ص = س^{٣}+٥س+٧$

$دص = ٣س^{٢}+٥ \cdot دس$

$دس = \frac{دص}{٣س^{٢}+٥}$

$\Leftarrow \int \cancel{(٣س^{٢}+٥)}(ص)^{٨} \cdot \frac{دص}{\cancel{٣س^{٢}+٥}}$

$= \int ص^{٨} \cdot دص$

$= \frac{١}{٩} ص^{٩} + جـ$

$= \frac{١}{٩}(س^{٣}+٥س+٧)^{٩} + جـ$

الأستاذ :- منتصر بني عطا هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠ الموقع :- عمان

٤) $\int_{0}^{1} 6\text{س}^{2}(\text{س}^{3}+1)^{3}\,.\,\text{دس}$

الحل :- $\text{ص} = \text{س}^{3}+1$

$\text{دص} = 3\text{س}^{2}\,.\,\text{دس}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{3\text{س}^{2}}$

$\text{س} = 0 \text{ ، } \text{ص} = 1$

$\text{س} = 1 \text{ ، } \text{ص} = 2$

$\Leftarrow \int_{1}^{2} \cancel{6}\cancel{\text{س}^{2}}(\text{ص})^{3}\,.\,\frac{\text{دص}}{\cancel{3\text{س}^{2}}}$

$= \int_{1}^{2} 2\text{ص}^{3}\,.\,\text{دص}$

$= \frac{1}{2}\text{ص}^{4}\Big]_{1}^{2}$

$= \frac{1}{2}\left((2)^{4}-(1)^{4}\right)$

$= \frac{1}{2}(16-1)$

$= \frac{15}{2}$

٥) $\int_{0}^{4} \frac{4\text{س}}{\sqrt{\text{س}^{2}+9}}\,.\,\text{دس}$

الحل :-

$\int_{0}^{4} 4\text{س}(\text{س}^{2}+9)^{-\frac{1}{2}}\,.\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{س}^{2}+9$

$\text{دص} = 2\text{س}\,.\,\text{دس}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{2\text{س}}$

$\text{س} = 0 \text{ ، } \text{ص} = 9$

$\text{س} = 4 \text{ ، } \text{ص} = 25$

$\Leftarrow \int_{9}^{25} \cancel{4}\cancel{\text{س}}(\text{ص})^{-\frac{1}{2}}\,.\,\frac{\text{دص}}{\cancel{2\text{س}}}$

$= \int_{9}^{25} 2\text{ص}^{-\frac{1}{2}}\,.\,\text{دص} = 4\text{ص}^{\frac{1}{2}}\Big]_{9}^{25}$

$= 4\sqrt{\text{ص}}\Big]_{9}^{25} = 4\left(\sqrt{25}-\sqrt{9}\right)$

$= 4(5-3)$

$= 8$

٦) $\int$ س جا س² . دس

الحل :- ص = س² ، نفرض الزاوية

دص = ٢س . دس

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{٢س}}$

⇐ $\int$ س جا ص . $\frac{\text{دص}}{\cancel{\text{٢س}}}$

= $\int$ $\frac{1}{2}$ جا ص . دص

= − $\frac{1}{2}$ جتا ص + ج

٧) $\int$ س² قا² (س³ + ١) . دس

الحل :- ص = س³ + ١

دص = ٣س² . دس

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{٣س}^2}$

⇐ $\int$ س² قا² (ص) . $\frac{\text{دص}}{\cancel{\text{٣س}^2}}$

= $\int$ $\frac{1}{3}$ قا² ص . دص

= $\frac{1}{3}$ ظا ص + ج

= $\frac{1}{3}$ ظا (س³ + ١) + ج

٨) $\int$ (س³ + ١) جتا (س⁴ + ٤س) . دس

الحل :- ص = س⁴ + ٤س

دص = ٤س³ + ٤ . دس

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{٤(س}^3\text{+١)}}$

⇐ $\int$ $\cancel{(\text{س}^3+1)}$ جتا (ص) . $\frac{\text{دص}}{\cancel{\text{٤(س}^3\text{+١)}}}$

= $\int$ $\frac{1}{4}$ جتا ص . دص

= $\frac{1}{4}$ جا ص + ج

= $\frac{1}{4}$ جا (س⁴ + ٤س) + ج

بسم الله الرحمن الرحيم

الموضوع :- رياضيات/ أدبي م٤
الأستاذ :- منتصر بني عطا   هاتف :- ٠٧٨٢٩٩٢٨٨٠   الموقع :- عمان

٩) $\int 14\,\text{س}^{6}\,(\text{س}^{7}+3)^{8}\,.\,\text{د}\text{س}$

<u>الحل</u> :- $\text{ص} = \text{س}^{7} + 3$

$\text{د}\text{ص} = 7\,\text{س}^{6}\,.\,\text{د}\text{س}$

$\text{د}\text{س} = \dfrac{\text{د}\text{ص}}{7\,\text{س}^{6}}$

$\Leftarrow \int \cancel{14}^{\,2}\,\cancel{\text{س}^{6}}\,(\text{ص})^{8}\,.\,\dfrac{\text{د}\text{ص}}{\cancel{7\,\text{س}^{6}}}$

$= \int 2\,\text{ص}^{8}\,.\,\text{د}\text{ص}$

$= \dfrac{2}{9}\,\text{ص}^{9} + \text{جـ}$

$= \dfrac{2}{9}\,(\text{س}^{7}+3)^{9} + \text{جـ}$

١٠) $\int 5\,\text{س}^{9}\,(\text{س}^{10}+10)^{10}\,.\,\text{د}\text{س}$

<u>الحل</u> :- $\text{ص} = \text{س}^{10} + 10$

$\text{د}\text{ص} = 10\,\text{س}^{9}\,.\,\text{د}\text{س}$

$\text{د}\text{س} = \dfrac{\text{د}\text{ص}}{10\,\text{س}^{9}}$

$\Leftarrow \int \cancel{5}\,\cancel{\text{س}^{9}}\,(\text{ص}^{10})\,.\,\dfrac{\text{د}\text{ص}}{\cancel{10}^{\,2}\,\cancel{\text{س}^{9}}}$

$= \int \dfrac{1}{2}\,\text{ص}^{10}\,.\,\text{د}\text{ص}$

$= \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\text{ص}^{11}}{11}\right) + \text{جـ}$

$= \dfrac{1}{22}\,(\text{س}^{10}+10)^{11} + \text{جـ}$