



العنوان في مطارات البريد

وتحت المطردة والمحروطة

تربيت في القل



alawzael



توجيهي علمي

الملاذ في مهارات الرياضيات وحدة القطوع المخروطية تدريبات محلولة



الاستاذ حمزة ابو الفول
٠٧٧٢٢٥٩٥٠٣



مثال : جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة (s, c) التي تبعد بعداً ثابتاً قدره (٤) وحدات عن النقطة $M(-2, 5)$.

الحل : طريقة رقم (١)

بتطبيق قانون المسافة بين نقطتين $M(s, c)$ ومساوية بالعدد ٤ تجد أن :

$$(s + 5)^2 + (c - 2)^2 = 16 \dots \text{ وهي معادلة المحل الهندسي.}$$

طريقة رقم (٢)

معادلة المحل الهندسي هي معادلة دائرة مركزها $M(-5, 2)$ ونصف قطرها (٤) وحدات

$$(s - (-5))^2 + (c - 2)^2 = 16 \quad \text{الصورة العامة}$$

$$(s + 5)^2 + (c - 2)^2 = 16$$

مثال : جد معادلة المحل الهندسي للنقطة $A(s, c)$ المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٣ وحدات عن المستقيم $c = -4$ تمر في أثناء حركتها بالنقطة $B(0, 4)$.

الحل : المحل الهندسي للنقطة المتحركة $A(s, c)$ هو مستقيم يوازي $c = -1$

وبتطبيق قانون البعد بين النقطة $A(s, c)$ والمستقيم $c = -4$ هي

بالصورة القياسية

$$|s + 1| = |c + 4| \quad \Leftrightarrow \quad |s + 1| = \frac{|c + 4|}{1}$$

وإذا أنهى بـ $c = -4$... معادلة المحل الهندسي هي

مثال : جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة $N(s, c)$ التي يكون بعدها عن النقطة $B(-8, 2)$ مساوياً دائماً بـ $|c + 4|$ وحدات عن المستقيم $c = -4$.

وبتربيع الطرفين

$$\begin{aligned} |s + 4|^2 &= |c + 4|^2 \\ s^2 + 8s + 16 &= c^2 + 8c + 16 \\ s^2 + 8s + 16 - c^2 - 8c - 16 &= 0 \\ s^2 + 8s - c^2 - 8c &= 0 \end{aligned}$$

$$(s^2 + 8s + 16 - 16) - (c^2 + 8c + 16 - 16) = 0$$

$(s + 4)^2 - (c + 4)^2 = 0$ وهي معادلة المحل الهندسي.

الاستاذ حمزة ابو الفول
٠٧٧٢٢٥٩٥٠٣





مثال : جد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

$$س^2 + ص^2 - 2س + 6ص - 6 = صفر$$

الحل : $س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + ج = صفر$

$$س^2 + ص^2 + 2 \times 1 س + 2 \times 3 ص + 6 = صفر$$

مركز الدائرة هو (-ل، -ك) أي (-نصف معامل س ، -نصف معامل ص)

فإن مركز الدائرة هو (3، -2)

$$ج = -6$$

وبما أن $ر = \sqrt{ل^2 + ك^2 - ج^2}$

$$\text{فإن طول نصف قطر الدائرة } r = \sqrt{(3^2 + 2^2 - (-6)^2)} = 4 \text{ وحدات}$$

مثال : جد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (-3، 2)، وتمس محور الصادات.

الحل : بما ان مركزها النقطة (-3، 2) وتمس محور الصادات

فإن نصف قطرها و = 2

فتكون معادلتها $(س + 2)^2 + (ص + 3)^2 = 4$

مثال : جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط: (0, 0)، (2, 0)، (0, 3).

الحل : $س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + ج = صفر$

تمر بالنقطة (0, 0) تتحقق معادلة الدائرة ومنه $ج = صفر$

تمر بالنقطة (2, 0) تتحقق معادلة الدائرة ومنه $4 + 4ل = صفر \Rightarrow ل = -1$

تمر بالنقطة (0, 3) تتحقق معادلة الدائرة ومنه $9 + 6ك = صفر \Rightarrow ك = -\frac{3}{2}$

اذن معادلة الدائرة هي : $س^2 + ص^2 + 2(-1)س + 4ص + \frac{9}{4} = صفر$





مثال : جد معادلة الدائرة التي تمر بال نقطتين $(1, 2)$ ، $(4, 3)$ و يقع مركزها على الخط المستقيم $3s + 4c = 7$.

الحل : تمر بالنقطة $(1, 2)$ \leftarrow تحقق معادلة الدائرة ومنه $1 + 4 + 2 - 4k - jc = 0$.

$$1 + 4 + 2 - 4k - jc = 0 \quad \leftarrow$$

تمر بالنقطة $(4, 3)$ \leftarrow تتحقق معادلة الدائرة ومنه $16 + 9 + 1 - 4k - jc = 0$.

$$16 + 9 + 1 - 4k - jc = 0 \quad \leftarrow$$

مركز الدائرة $(-l, -k)$ يقع على الخط $3s + 4c = 7$ أي أنه يتحقق $-l - 4 - k = 7$

وبحل المعادلات

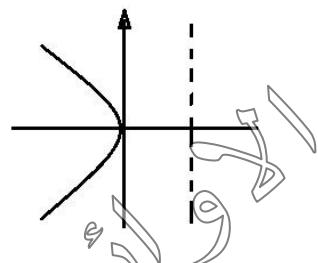
حول الحل

alawzael





مثال : عين البؤرة والدليل للقطع المكافئ $s^2 = 18 - 4x$ ، ثم ارسم منحناه.

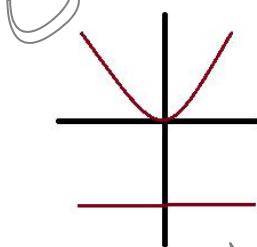


$$\text{الحل : } 4x = 18 - 4 \leftarrow x = 4,5$$

البؤرة $(0, 4,5)$

$$\text{معادلة الدليل } s = \frac{9}{2}$$

مثال : عين إحداثيي البؤرة و معادلة الدليل للقطع المكافئ $s^2 = 16 - 4x$ ثم ارسم منحناه.



$$\text{الحل : } 4x = 16 \leftarrow x = 4$$

البؤرة $(0, 4)$

$$\text{معادلة الدليل } s = -4$$

مثال : اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يمر ببؤرته $(0, 5)$ ومعادلة دليله $s = -5$.

الحل :

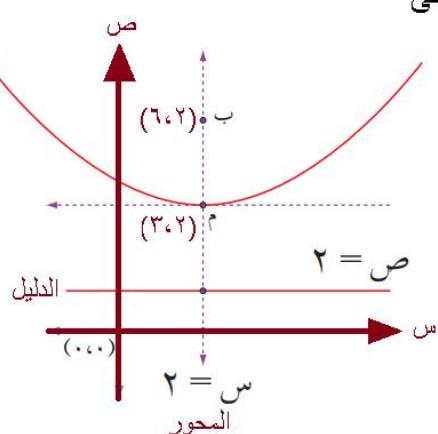
منحني القطع المكافئ يتوجه نحو الاعلى والرأس $(0, 5)$ يقع في منتصف المسافة بين البؤرة والدليل أي أن $x = 5$ المعادلة على الشكل $s^2 = 4x$

$$\text{المعادلة المطلوبة هي: } s^2 = 20x$$

مثال : عين الرأس والبؤرة و معادلة المحور و معادلة الدليل للقطع المكافئ:

$$(s-2)^2 = 4(x-3)$$

الحل : الصورة القياسية هي: $(s-d)^2 = 4(x-h)$ مفتوح للاعلى



$$x = 4 \leftarrow x = 12$$

رأسه في النقطة (d, h)

بؤرته بـ $(d, h + 4)$

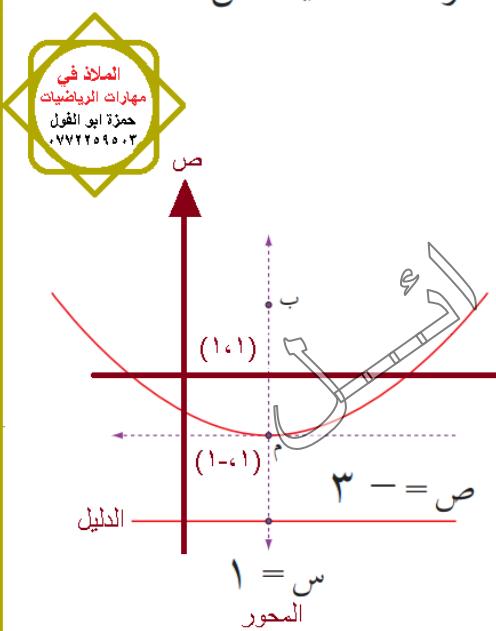
محوره يوازي محور الصادات و معادلته $s = d$

معادلة دليله $s = h - x$

الاستاذ حمزه ابو الفول
٠٣٥٩٥٢٢٧٧٧

مثال : اكتب معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة $(1, 1)$ ، ومعادلة دليله ص = ٣ ، ثم ارسم منحناه.

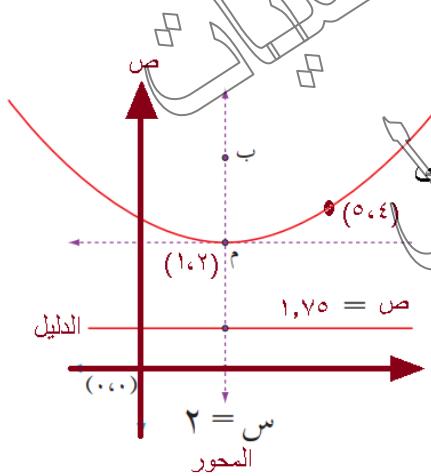
الحن :



$$\begin{aligned}
 & \text{معادلة القطع } (س - د)^2 = 4 ج (ص - ه) \\
 & مفتوح للأجهزة \\
 & 2 ج = ج - 2 \quad \leftarrow \quad 2 ج = 4 \quad \leftarrow \quad 3 - 1 = 2 \\
 & بورته بـ (د، ه) \quad \square \quad د = 1 \\
 & 1 - ه = ه \quad \leftarrow \quad 1 = ج + ه \quad \leftarrow \quad ج + ه = 1 \\
 & الرأس (د، ه) = (1, -1)
 \end{aligned}$$

مثال : جد معادلة القطع المكافي الذي رأسه النقطة (٤ ، ٢) ويمتد من هنا بالنقطة (٥ ، ١) ومحوره يوازي محور الصادات.

الحل :



محوره يوازي محور الصادات ← مفتوح الى الاعلى او الاسفل
 رأسه النقطة (٢ ، ١) ويمر منحناه بالنقطة (٤ ، ٥) ← مفتوح
 الصورة المقلوبة هي: $(س - د)^2 = ٤ ج (ص - ه)$ ←
 رأسه النقطة (١ ، ٢) $(س - ٢)^2 = ٤ ج (ص - ١)$
 يمر منحناه بالنقطة (٤ ، ٥) $(٤ - ٢)^2 = ٤ ج (٥ - ١)$
 معادلة القطع ← $(س - ٢)^2 = ٤ ج (ص - ه)$

$$(1 - \sigma) = 2(2 - \sigma) \quad \leftarrow$$



الملاذ في مهارات الرياضيات

وحدة القطوع المخروطية

تدريبات محلولة

الاستاذ حمزة ابو الفول

٠٧٧٢٢٥٩٥٠٣

مثال : جد إحداثيات الرأس والبؤرة ومعادلتى المحور والدليل للقطع المكافىء الذى معادلته:



ترتيب حدود

عامل مشترك

أكمال مربع

بالقسمة على ٤

عامل مشترك

$$\text{الحل: } 4s^2 - 8s = 3$$

$$4(s^2 - 2s) = 3 + 4$$

$$4(s^2 - 2s + 1) = 4 + 3$$

$$4(s - 1)^2 = 7$$

$$(s - 1)^2 = \frac{7}{4}$$

$$s - 1 = \frac{1}{2}\sqrt{7}$$

$$s = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{7}$$

بمقارنة المعادلة بالصورة القياسية لها وهي $s^2 - 2s - 3 = 0$ تجد أن:

$$\text{رأس }(d, h) = \left(1 + \frac{\sqrt{7}}{2}, 0\right)$$

إذن البؤرة $(d, h) = \left(1 - \frac{\sqrt{7}}{2}, 0\right)$

ومعادلة المحور $s = h$ أي أن: $s = h$

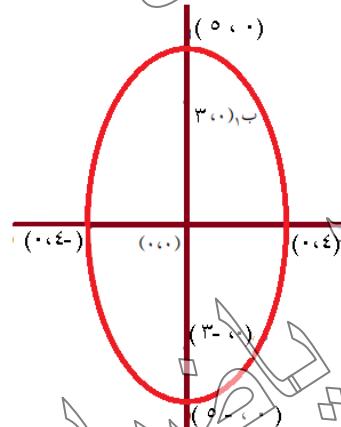
ومعادلة الدليل $s = d - h$ أي أن: $s = d - h$





مثال : عيّن عناصر القطع الناقص $\frac{s^2}{16} + \frac{c^2}{25} = 1$ ، ثم ارسم منحناه.

الحل : العدد الأكبر تحت ص $\xrightarrow{\text{صادي}}$ مركزه نقطة الأصل معادلته على الصورة :



البؤتان واقutan على محور الصادات وهمما:

ب، (٤،٠)، بـ، (٠،٤)

الرأسان: ر، (٥،٠)، رـ، (٠،٥)

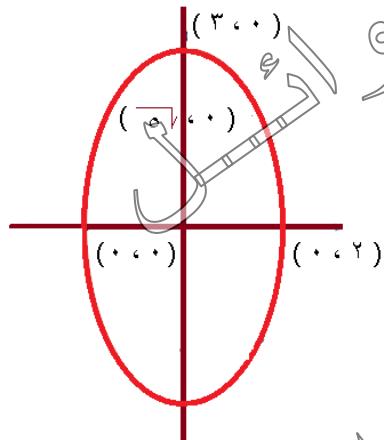
المحور الأكبر هو محور الصادات
ومعادلته س = ٤، وطوله = ٨

المحور الأصغر هو محور السينات
ومعادلته ص = ٣، وطوله = ٦

البعد البؤري = ٢

٧

مثال : جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل، ومحوره الأكبر على محور الصادات، وطول محوره الأصغر يساوي ٤ وحدات، وبعده البؤري يساوي ٥ وحدة ، ثم ارسم منحناه.



الحل : طول محوره الأصغر $2b = 4 \Rightarrow b = 2$

بعده البؤري $2c = 5 \Rightarrow c = 2.5$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 2.5^2 = a^2 + 2^2 \Rightarrow a^2 = 2.25 - 4 = -1.75$$

محوره الأكبر على محور الصادات صادي

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{2.25} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \text{معادلته}$$

مثال : عين عناصر القطع الناقص ، ثم ارسم منحناه.

الحل : العدد الأكبر تحت صادي مركزه نقطة الأصل معادلته على الصورة :

$$c = 25, b = 9, a = 5 \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$$

$$c = 25, b = 9, a = 5 \Rightarrow \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$$

المركز النقطة (١,٠)

البؤتان واقutan على محور الصادات

الرأسان : (٦,٢), (٦,-٢)

المحور الأكبر يوازي محور الصادات

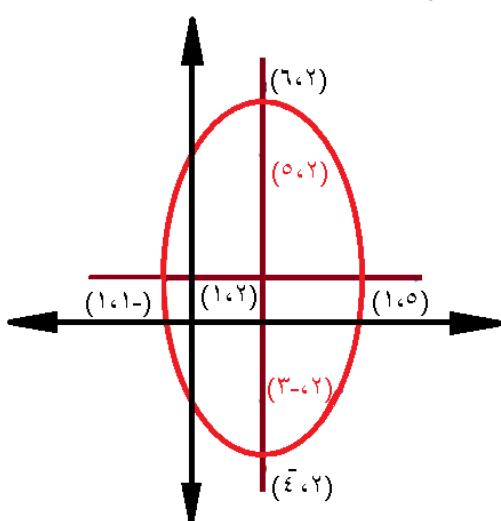
و معادلته $s = 2$ ، و طوله $= 2$

المحور الأصغر يوازي محور السينات

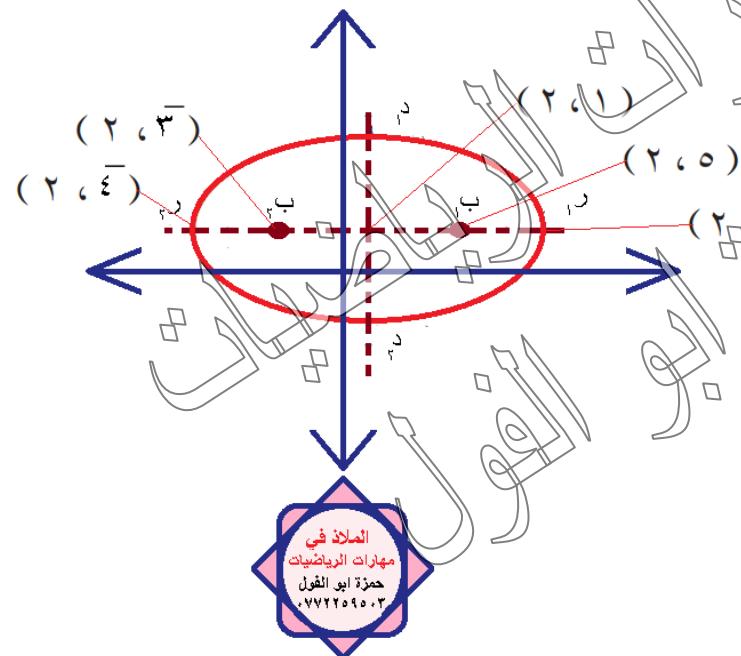
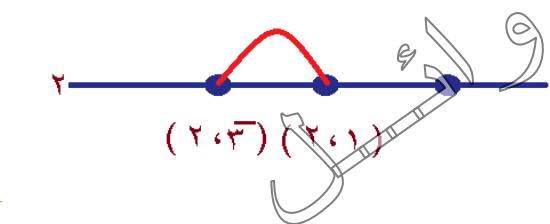
و معادلته $c = 1$ ، و طوله $= 2b = 2$

البعد البؤري $= 2c = 6$

$$\text{الاختلاف المركزي (هـ)} = \frac{c}{b} = \frac{6}{2} = 3$$



مثال : جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (١ ، ٢) وإحدى بؤرتيه النقطة (-٣ ، ٢) واختلافه المركزي يساوي ٨، ثم عين باقى عناصره وارسم منحناه.



الحل : المركز (١ ، ٢) احدى البؤرتين (-٣ ، ٢) اذن القطع سيني

$$\text{معادلته على الصورة : } \frac{(س - ١)^٢}{١} + \frac{(ه - ٢)^٢}{٤} = ١$$

$$ج = ١ - ٣ = -٢ \quad ه = \frac{ج}{أ} = \frac{-٢}{١}$$

$$ج = ٢ - ب = ٢ - ٢ = ٠ \quad ب = \frac{ج}{ه} = \frac{٠}{-٢} = ٠$$

$$\text{معادلته } \frac{(س - ١)^٢}{١} - \frac{(ه - ٢)^٢}{٤} = ١$$

عناصره هي :

١) المركز النقطة (٢ ، ١)

٢) البؤرتان هما: (٢ ، ٣)، (٢ ، -١)

٣) الرأسان: (٢ ، ٦)، (-٢ ، ٤)

٤) المحور الأكبر يوازي محور السينات
ومعادلته ص = ٢، وطوله = ٤

٥) المحور الأصغر يوازي محور الصادات
ومعادلته س = ١، وطوله = ٢

٦) بعد البؤري = ج = ٣

٧) الاختلاف المركزي (ه) = ج - أ = ٣ - ١ = ٢

مثال : جد معادلة القطع الناقص الذي يمس كلاً من المستقيمات:

$$س = ۳، س = ۱۳ = ص - ۱، ص = ۷$$

الحل: طول محوره الأكبر $= 12 = 3 - 13 = 10 = 5$ ←

طول محور الأصغر $= 7$ $= 1 - 8 = 8$ ص $= 7$

طول محور الأصغر

مکرہ (۸، ۳)

معادله

$$= \frac{1}{19} (3 - \cancel{(\text{ص})}) + \frac{1}{25} (8 - \cancel{(\text{س})})$$

مثال : عيّن عناصر القطع الماقص الذي معادلته: $s^2 + 4s + 6 = 0$

$$\text{الحل: } 9 - 6 + 2 = 5$$

$$س^٢ + ٦س + ٤ = ص - ٨$$

$$= 4(s^2 - 2s + 6)$$

$$س ۶ + س ۷ + س ۸ + س ۹ + س ۱۰ - ص ۲ + ص ۴ + ص ۹ + ص ۱$$

$$1 = \frac{(\text{ص} - ١)}{(\text{ص} + ٣)}$$

مرکزه (۳-۱)

ب، تاہ (۳-۳۷)

، أَسَاهٌ (۱ ، ۱-) ، (۱ ، ۵-) ،

محمود الأكمة (ص = ١)، وطوله ٢٤

محور الأصغر ($\sigma_3 = -3$) وطوله ٢ ب

$$\text{الاختلاف المركزي} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$





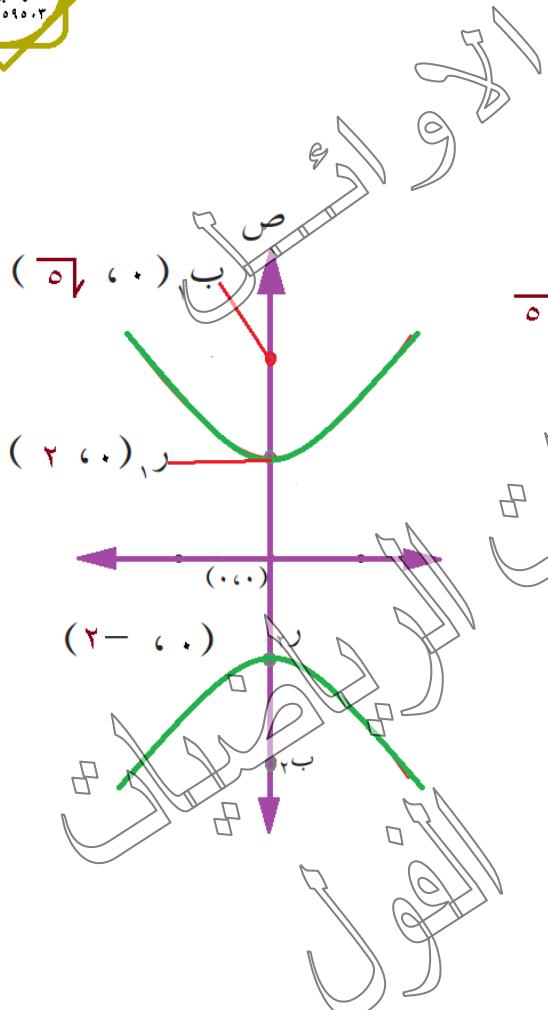
مثال : عَيْنِ عِنَاصِرِ الْقُطْعِ الزَّائِدِ $\frac{ص^2}{٤} - \frac{س^2}{١} = ١$ ، ثُمَّ ارْسِمْ مَنْحَنَاهُ.

الحل : الْقُطْعُ الزَّائِدُ الصَّادِيُّ الَّذِي مَرَكَزُهُ نَقْطَةُ الْأَصْلِ

$$\text{معادلته على الصورة : } \frac{ص^2}{١} - \frac{س^2}{ب^2} = ١$$

$$\begin{aligned} a^2 &= ٤ \\ b^2 &= ١ \end{aligned}$$

$$\text{العلاقة : } ج^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow ج = \sqrt{٥}$$



١ البُؤْرَتَانُ وَاقْتَنَانُهُمَا عَلَى مَحَورِ الصَّادَاتِ وَهُمَا بَرَبَرٌ

٢ الرأسان : $ر_١ = (٠, ٢)$ ، $ر_٢ = (٠, -٢)$

٣ المَحَورُ الْقَاطِعُ هُوَ مَحَورُ الصَّادَاتِ
وَمَعَادِلُهُ س = ٢ ، وَطُولُهُ يُسَاوِي ٤

٤ المَحَورُ الْمُرَافِقُ هُوَ مَحَورُ السِّينَاتِ
وَمَعَادِلُهُ ص = ٢ ، وَطُولُهُ يُسَاوِي ٤

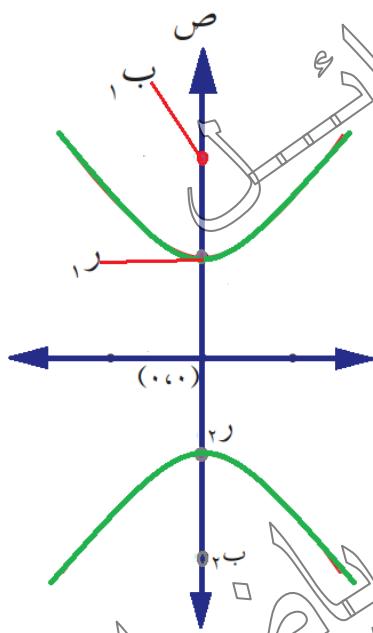
٥ الْبَعْدُ الْبُؤْرِي = ج = ٢

٦ الْخَلَافُ الْمَرْكَزِيُّ (ه) = ج = $\sqrt{٥}$





مثال : جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل، ومحوره القاطع على محور الصادات وطول محوره المراافق يساوي ٤ وحدات وبعده البؤري يساوي $\frac{5}{2}$ وحدة، ثم ارسم منحناه.



الحل : المحور القاطع هو محور الصادات \leftarrow زائد صادي مركزه نقطة الأصل

$$\text{معادلته على الصورة: } \frac{ص^2}{١} - \frac{س^2}{٤} = ١$$

$$\text{طول المحور المراافق} = ٤ \leftarrow ب = ٤$$

$$\text{البعد البؤري} = ٢ = ج = ٢$$

$$\text{العلاقة: } ج = ١ + ب \leftarrow ١ = ٢ - ٤ = ١$$

$$\text{اذن المعادلة هي: } \frac{ص^2}{١} - \frac{س^2}{٤} = ١$$

مثال : عين عناصر القطع الزائد: \leftarrow ثم ارسم منحناه.

الحل : العدد الموجب تحت س \leftarrow القطع زائد سيني \leftarrow معادلته على الصورة $(س - ج)^2 - (س - ج)^2 = ١$

ارسم منحني القطع

١

٢

٣

٤

٥

٦

٧

٨

المركز $(ج, ه)$
العلاقة: $ج = ١ + ب$
البعرتان على محور السينات وهما النقطتان:

$ب, (د + ج, ه), ب, (د - ج, ه)$ $\leftarrow (١, ٣ -), (١, ١ -), (١, ١ +), (١, ٥ -)$

الرأسان هما النقطتان: $ر, (د + ج, ه), ر, (د - ج, ه)$ $\leftarrow (١, ١ +), (١, ١ -), (٠, ٥ -), (٠, ٥ +)$

المحور القاطع يوازي محور السينات ومعادلته $س = ١$ ، وطوله يساوي $ج = ٢$

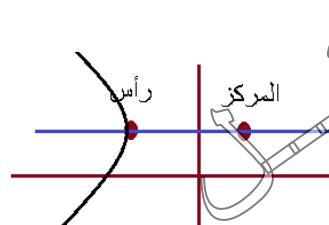
المحور المراافق يوازي محور الصادات ومعادلته $س = ٢$ ، وطوله يساوي $ب = ٤$

البعد البؤري $= ج = ٢$

$$\text{الاختلاف المركزي (ه)} = \frac{ج}{٣} = \frac{٢}{٣}$$

مثال : جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(1, 2)$ وأحد رأسيه النقطة $(-3, -2)$
وأختلافه المركزي $h = \frac{3}{2}$ ثم عين باقي عناصره وارسم منحناه.

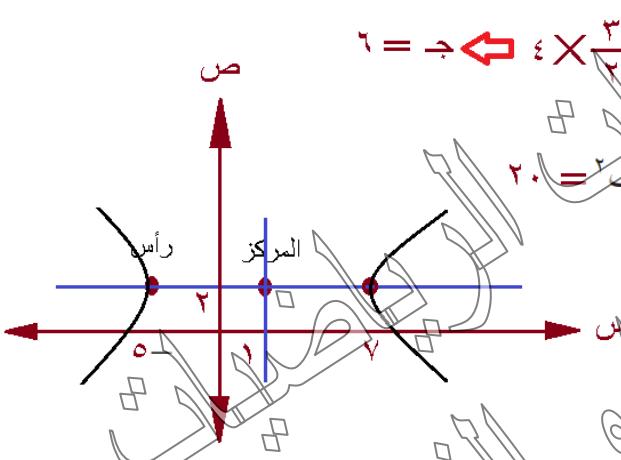
$$\text{الحل : المركز } (2, 1), \text{ أحد رأسيه } (-3, -2) \quad \leftarrow \text{ القطع زائد سيني معادلة } \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$$



المركز $(2, 1) \rightarrow d = 1, h = 2$

أحد رأسيه $(-3, -2) \rightarrow (d - 1, h) \rightarrow d - 1 = -3 \rightarrow d = -2$

$ج = 1 - 1 = 0 \rightarrow ج = 0$



إذن معادلة $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

باقي العناصر هي :

١) البوتان على محور السينات وهو النقطتان:

$ب, (d + ج, h), ب, (d - ج, h) \rightarrow (2, 5), (2, -1)$

٢) الرأسان هما النقطتان: $ر, (d + أ, 0), ر, (d - أ, 0)$

$(2, 5), (2, -1) \rightarrow (2, 1)$

٣) المحور القاطع يوازي محور السينات ومعادلته $ص = 2$ ، وطوله يساوي $أ = 2$

٤) المحور المرافق يوازي محور الصادات ومعادلته $ص = 1$ ، وطوله يساوي $ب = 2$

٥) البعد البوئي $= ج = 2$

الأستاذ: حمزة أبو الفول
٠٧٧٢٢٥٩٥٠٤

الملاذ في مهارات الرياضيات

الصف الثاني الثانوي
التوجيهي

كورسات الملاذ في مهارات الرياضيات

جميع الفروع

كورسات الملاذ في الرياضيات للتجيئي

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفرع العلمي

- ١) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة النهايات والاتصال
- ٢) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة التفاضل
- ٣) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة تطبيقات التفاضل
- ٤) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة التكامل
- ٥) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة القطوع المخروطية
- ٦) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / سلسلة التدريبات والتمارين مع الحلول للمستوى الثالث
- ٧) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / سلسلة التدريبات والتمارين مع الحلول للمستوى الرابع
- ٨) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / استئلة الوزارة من ٢٠٠٣ إلى آخر دورة للمستوى الثالث
- ٩) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / استئلة الوزارة من ٢٠٠٧ إلى آخر دورة للمستوى الرابع

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفروع المشتركة

(الأدبية، الشرعية، الإدارية (الجداول، الحساب، الصناعي، الفنية))

- ١) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / المستوى الثالث
- ٢) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / المستوى الرابع
- ٣) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / سلسلة التدريبات والتمارين مع الحلول / للمستوى الثالث
- ٤) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / سلسلة التدريبات والتمارين مع الحلول / للمستوى الرابع
- ٥) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / استئلة الوزارة من ٢٠٠٣ إلى آخر دورة / للمستوى الثالث
- ٦) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / استئلة الوزارة من ٢٠٠٧ إلى آخر دورة / للمستوى الرابع

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفرع الصناعي

- ١) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات ابasi
- ٢) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات ابasi / سلسلة التدريبات والتمارين مع الحلول
- ٣) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات ابasi / استئلة الوزارة من ٢٠٠٧ إلى آخر دورة

الملاذ في الرياضيات / ملخصات واستئلة متوقعة