

أسئلة الوحدة (التكامل) عصام الشيخ

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (الكامل) () عصام الشيخ
المستوى (٤) ورقة عمل () أجله الوحدة () هاجستير رياضيات

سأجد كلا من التكامل الآتي

$$(٢) \int \frac{x^2}{1+x^4} dx$$

$$\text{حل:} \int \frac{x^2}{(1+x^4)} dx$$

$$\int \frac{x^2}{(1+x^4)} dx$$

$$\int \frac{x^2}{(1+x^4)} dx = \int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2-1)} dx$$

$$(ب) \int \frac{x^2}{x^3 - x} dx$$

الحل:

$$\int \frac{x^2}{x^3 - x} dx$$

$$\int \frac{x^2}{x^3 - x} dx = \int \frac{x^2}{x(x^2 - 1)} dx$$

$$\int \frac{x^2}{x(x^2 - 1)} dx = \int \frac{x}{x^2 - 1} dx$$

$$\int \frac{x}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \ln |x^2 - 1| + C$$

Esam Shikh
0796306625

التخصص (**العلمي**) الوحدة (١) (**التكامل**) () عصام الشيخ

المستوى (٤) ورقة عمل () (**أسئلة الوحدة**) هاجستير رياضيات

$$\text{ج) } \int \frac{x^2 - 1}{x^3} dx$$

الحل:

$$u = \frac{1}{x}$$

$$\frac{du}{dx} = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{dx}{du} = -x^2$$

$$\int \frac{x^2 - 1}{x^3} dx = \int \frac{1 - u^2}{u^3} (-x^2) du = \int \frac{1 - u^2}{u^3} (-\frac{1}{u^2}) du = -\int \frac{1 - u^2}{u^5} du$$

$$= -\int \frac{1}{u^5} + \int \frac{1}{u^3} du = -\frac{1}{-4u^4} + \frac{1}{-2u^2} + C = \frac{1}{4x^4} - \frac{1}{2x^2} + C$$

$$\text{ج) } \int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3} dx$$

الحل:

$$\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^3} dx = \int \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}{x^3} dx$$

$$= \int \frac{\sqrt{1 - u^2}}{u^3} (-\frac{1}{u^2}) du = -\int \frac{\sqrt{1 - u^2}}{u^5} du$$

$$= -\int \frac{1 - u^2}{u^5} du = -\int \frac{1}{u^5} + \int \frac{1}{u^3} du = -\frac{1}{-4u^4} + \frac{1}{-2u^2} + C = \frac{1}{4x^4} - \frac{1}{2x^2} + C$$

$$u = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{u}$$

$$\frac{du}{dx} = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{dx}{du} = -x^2$$

$$= -\int \frac{\sqrt{1 - u^2}}{u^5} du$$

$$= -\int \frac{1 - u^2}{u^5} du = -\int \frac{1}{u^5} + \int \frac{1}{u^3} du = -\frac{1}{-4u^4} + \frac{1}{-2u^2} + C = \frac{1}{4x^4} - \frac{1}{2x^2} + C$$

$$= -\int \frac{1 - u^2}{u^5} du = -\int \frac{1}{u^5} + \int \frac{1}{u^3} du = -\frac{1}{-4u^4} + \frac{1}{-2u^2} + C = \frac{1}{4x^4} - \frac{1}{2x^2} + C$$

$$= -\int \frac{1 - u^2}{u^5} du = -\int \frac{1}{u^5} + \int \frac{1}{u^3} du = -\frac{1}{-4u^4} + \frac{1}{-2u^2} + C = \frac{1}{4x^4} - \frac{1}{2x^2} + C$$

$$= -\int \frac{1 - u^2}{u^5} du = -\int \frac{1}{u^5} + \int \frac{1}{u^3} du = -\frac{1}{-4u^4} + \frac{1}{-2u^2} + C = \frac{1}{4x^4} - \frac{1}{2x^2} + C$$

التخصص (العلمي) الوحدة (1) (الكامل) () عصام الشيخ

المستوى (4) ورقة عمل () (أُسئلة الوحدة) ماجستير رياضيات

$$(هـ) \left[(س - ٤ - ٤) س \right]$$

الحل:

$$\left[(س - ٤ - ٤) س \right]$$

$$\left[س - ٤ - ٤ \right] س$$

$$س - ٤ - ٤ = س$$

$$\frac{س}{س - ٤} = س$$

$$\left[\frac{س}{س - ٤} \right] س$$

$$\frac{1}{س - ٤} س$$

$$\frac{1}{س - ٤} + ج$$

$$\frac{1}{س - ٤} + ج$$

$$(و) \left[قأس لوص ظأس س \right]$$

$$س = ظأس$$

$$\frac{س}{قأس} = س$$

$$\left[قأس لوص س \right] \frac{س}{قأس}$$

$$\left[قأس لوص س \right]$$

$$\left[(١ + قأس) لوص س \right]$$

$$\left[(١ + س) لوص س \right]$$

$$\frac{1}{س} = س$$

$$\frac{1}{س} لوص - \left[(١ + س) \frac{1}{س} \right] س$$

$$\frac{1}{س} لوص - \left[١ + س \right] \frac{1}{س}$$

$$\frac{1}{س} لوص - س - \frac{1}{س} + ج$$

$$\frac{1}{س} لوص - س - \frac{1}{س} + ج$$

296300625

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (التكامل) () عصام الشيخ

المستوى (٤) ورقة عمل () أ - مسألة الوحدة () هاجستير رياضيات

$$(ج) \int \frac{dx}{x^2 + 1 + x^4} =$$

الحل:

$$= \int \frac{dx}{x^4(1+x^{-2})} =$$

$$\int \frac{dx}{x^4(1+x^{-2})} =$$

$$\begin{aligned} 3 &= 3x^2 \cdot 0 = 3 \\ 1+x &= 3x^2 \cdot 1 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1+x &= 3x^2 \\ \frac{dx}{x^4} &= 3 \end{aligned}$$

$$\int \frac{dx}{x^4(1+x^{-2})} =$$

$$\int \frac{1-x}{1-x} =$$

$$\int \frac{1-x}{x} =$$

$$\frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{1+x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - x - 3} =$$

الحل:

$$\int \frac{dx}{(x-1)^2 - 4} =$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)^2 - 4} =$$

$$1-x^2 = 0$$

$$\frac{dx}{x^2} = 0$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = \int \frac{dx}{x^2} =$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = \int \frac{dx}{x^2} =$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = \int \frac{dx}{x^2} =$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = \int \frac{dx}{x^2} =$$

25630679

التخصص (العلمي) (الوحدة) (التكامل) () (عصام الشيخ)

المستوى (٤) (ورقة عمل) (أسئلة الوحدة) (ماجستير رياضيات)

$$(ي) \int \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} dx$$

الحل:

$$\int \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} dx$$

$$u = x^2$$

$$du = 2x dx$$

$$\frac{1}{2} du = x dx$$

$$\int \frac{\frac{1}{2} du}{u^2 + u + 1}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{u^2 + u + 1} du$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{u+1} \right) du$$

$$= \frac{1}{2} \left(\ln|u| + \ln|u+1| \right) + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + C$$

$$(ط) \int \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

الحل:

$$u = x^2 + 1$$

$$du = 2x dx$$

$$\int \frac{1}{u} du$$

$$= \ln|u| + C$$

$$= \ln|x^2 + 1| + C$$

$$= \ln|x^2 + 1| + C$$

$$= \ln|x^2 + 1| + C$$

$$= \ln|x^2 + 1| + C$$

$$= \ln|x^2 + 1| + C$$

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (التكامل) () عصام الشيخ

المستوى (٤) ورقة عمل () (أُسئلة الوحدة) () ماجستير رياضيات

$$(د) \int \frac{1}{\sqrt{3+2x}} dx$$

الحل:

$$u = 3+2x \quad du = 2 dx \quad dx = \frac{du}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{u}} \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{u}} du$$

$$= \frac{1}{2} \int u^{-1/2} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{1/2}}{1/2} + C = \sqrt{u} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{3+2x}}}{\frac{1}{\sqrt{3+2x}}} = 1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3+2x}} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$(ك) \int \frac{1}{\sqrt{3+2x}} dx$$

الحل

$$u = 3+2x \quad du = 2 dx \quad dx = \frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{u}} du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{1/2}}{1/2} + C = \sqrt{u} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$\frac{1}{\sqrt{3+2x}} = \frac{1}{\sqrt{3+2x}}$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

$$= \sqrt{3+2x} + C$$

796300625

التخصص (**العلمي**) الوحدة (**١**) (**الكامل**) () (عصام الشيخ

المستوى (**٤**) ورقة عمل () (**أزمة الوحدة**) (ماجستير رياضيات

س) حل المعادلة التفاضلية

$$3x - \frac{dy}{dx} = 0$$

نحل:

$$3x = \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x}{1}$$

$$\int \frac{dy}{dx} = \int \frac{3x}{1} dx$$

$$y = \frac{3x^2}{2} + C$$

س) اذا كان

$$y = 0 \text{ when } x = 0$$

$$y = \frac{3x^2}{2}$$

الحل:

$$y = \frac{3x^2}{2} + C$$

$$y = \frac{3x^2}{2} + C$$

$$y = \frac{3x^2}{2} + C$$

$$y = \frac{3x^2}{2} + C$$

$$y = \frac{3x^2}{2} + C$$

التخصص (**العلمي**) الوحدة (**١**) (**التكامل**) () عصام الشيخ

المستوى (**٤**) ورقة عمل () (**أُسلة الوحدة**) (**ماجستير رياضيات**)

س) اذا كان $3 \leq x$ ، $f(x)$ هو دالة معكوسة
لـ متتالية الاقتران $f(x)$ وكان

$$\int_1^3 (f(x) - x) dx = 12$$

محدد

$$\int_1^4 (f(x) - x) dx + \int_4^8 (f(x) - x) dx = 12$$

الحل:

$$f(x) - x = 12$$

$$\int_1^3 (f(x) - x) dx = 12$$

$$f(x) - x = 12$$

$$f(x) - x = 12 \rightarrow f(x) = x + 12$$

الآن

$$\int_1^4 (f(x) - x) dx = \int_1^4 (x + 12 - x) dx = \int_1^4 12 dx = 12 \times (4 - 1) = 36$$

$$\int_4^8 (f(x) - x) dx = \int_4^8 (x + 12 - x) dx = \int_4^8 12 dx = 12 \times (8 - 4) = 48$$

$$\int_1^8 (f(x) - x) dx = 36 + 48 = 84$$

$$\int_1^8 (f(x) - x) dx = 84$$

$$84 - 16 \times 3 = 84 - 48 = 36$$

$$36 - 48 = -12$$

$$-12 = -12$$

س) اذا كان $3 \leq x$ ، $f(x)$ هو دالة معكوسة

معكوسة = متتالية الاقتران $f(x)$

محدد $12 = \int_1^3 (f(x) - x) dx$

الحل:

$$f(x) - x = 12$$

$$f(x) - x = 12$$

$$f(x) - x = 12$$

$$f(x) - x = 12$$

$$f(x) - x = 12$$

25063097

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (السكامل) () عصام الشيخ

المستوى (٤) ورقة عمل () (أ - مسألة الوحدة) هاجستير رياضيات

لن إذا كان

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1) - 3 = x^2 - 2x - 2$$

مجدد $f(x)$.

الحل :

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

لن إذا كان

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

مجدد $f(x)$.

الحل :

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 3 = x^2 + 2x - 2$$

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (التكامل) () عصام الشيخ

المستوى (٤) ورقة عمل () (أسئلة الوحدة) ماجستير رياضيات

س) إذا كان

$$\int_1^4 (4x^3 + 2) dx = 18$$

$$\int_1^2 (4x^3 + 2) dx = 3$$

$$\int_2^4 (4x^3 + 2) dx = 15$$

الحل:

$$\int_1^4 (4x^3 + 2) dx - \int_1^2 (4x^3 + 2) dx = \int_2^4 (4x^3 + 2) dx$$

$$(\int_1^4 (4x^3 + 2) dx - \int_1^2 (4x^3 + 2) dx) = \int_2^4 (4x^3 + 2) dx$$

$$((16 - 1) - (4 - 1)) = (16 - 1) - (4 - 1)$$

$$15 = 16 - 1$$

$$18 = (4) + 2$$

$$12 = 4 + 2$$

$$3 = 4 + 2$$

ل) يسير جسيم على خط مستقيم

حسب العلاقة

$$t^2 = \frac{1}{2} P$$

حيث t التار P القوة

إذا تحرك الجسيم من السكون

صيفة P التي يجعل سرعة 8 م/ث

بعد 3 ثوانٍ من بدو الحركة.

الحل:

$$t^2 = \frac{1}{2} P$$

$$\int_0^3 t^2 dt = \int_0^3 \frac{1}{2} P dt$$

$$\frac{1}{3} t^3 = \frac{1}{2} P t$$

$$t = 3$$

$$t = 0$$

$$\frac{1}{3} t^3 = \frac{1}{2} P t$$

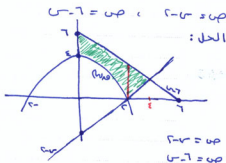
$$t = (3)$$

$$t \times \frac{P}{2} = \frac{1}{2} (8)$$

$$P = 8$$

$$t = P$$

المطلوب إيجاد مساحة المنطقة المحصورة
في الربع الأول والحدود لمنحنى
الاقتران $W = 4 - S$ ومنحنى
الصادات والمستقيمة



$$W = 4 - S$$

$$S = 2W$$

$$W = 4 - 2W$$

$$3W = 4$$

$$W = \frac{4}{3}$$

$$S = \frac{8}{3}$$

$$W(4-W) - W(2W) = 4W - W^2 - 2W^2 = 4W - 3W^2$$

$$= 4 \left(\frac{4}{3} \right) - 3 \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \frac{16}{3} - \frac{16}{3} = 0$$

$$W = 4 - S$$

$$S = 2W$$

$$W = 4 - 2W$$

$$3W = 4$$

$$W = \frac{4}{3}$$

$$S = \frac{8}{3}$$

$$W = 4 - S$$

$$S = 2W$$

$$W = 4 - 2W$$

$$3W = 4$$

$$W = \frac{4}{3}$$

$$S = \frac{8}{3}$$

$$(4 - \frac{8}{3}) - (\frac{8}{3} - \frac{16}{3}) = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{16}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$12 - 16 + \frac{16}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$4 + \frac{16}{3} = \frac{28}{3}$$

$$\frac{28}{3} = \frac{12+16}{3}$$

إذا كان ميل المنحنى
العلاقة من عند النقطة (W, S)
يأخذ

قاعدة العلاقة من علماء بأن
منحناها يمر بالنقطة $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$
الحل:

$$\frac{W}{S} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{W}{S} = \frac{1}{2}$$

$$W = \frac{1}{2}S$$

$$W = \frac{1}{2}S$$

$$W = \frac{1}{2}S$$

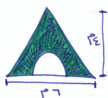
$$W = \frac{1}{2}S$$

$$W = \frac{1}{2}S$$

$$W = \frac{1}{2}S$$

$$W = \frac{1}{2}S$$

$$W = \frac{1}{2}S$$



(٣) الشكل
يمثل العجاجة
الأماسية لأحد
المباني ، مدخل
هذا المبنى على

شكل مدخل الاقتران
هرم $٢ = ٢ - \frac{1}{2} \times ٣٦$

ما استكفه الكليه لدهان المنطقة
المظللة ؟ اذا علمت ان سعر
دخان العود المربع نصف دينار
مثل:

مساحة المنطقة = مساحة المثلث - المساحة تحت
الاقتران

المساحة تحت الاقتران

$$٢ - \frac{1}{2} \times ٣٦ = ٢$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times ٣٦$$

$$٢ = ٤$$

$$٢ \pm ٣٦$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times ٣٦ - ٢$$

$$٢ = \frac{1}{2} \times ٣٦ - ٢$$

$$(٢ - \frac{1}{2}) - (\frac{1}{2} - ٢)$$

$$\frac{17}{2} - ٨$$

$$\frac{17}{2} = \frac{17}{2} \times ٤٨$$

$$\frac{٢٢}{٢} - ١٢ = \frac{٢٢}{٢} - ٤ \times ٦ \times \frac{1}{2} = ٣$$

$$\frac{٤٠}{٢} = \frac{٢٢ - ٧٢}{٢} =$$

$$\frac{٤٠}{٢} = \frac{1}{2} \times \frac{٤٠}{٢} = \text{الكلفة}$$

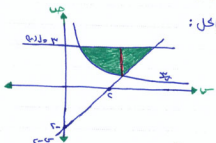
$$= \text{نصف دينار}$$

على حسب مساحة المنطقة المحصورة
بين منحنيات الاقترانات الثلاثة

$$\text{هرم} = \frac{3}{2} = ٣$$

$$\text{هرم} = ٣$$

الحل:



$$\frac{3}{2} = ٣$$

$$\boxed{٣ = ٣}$$

$$٣ - ٣ = ٣$$

$$\boxed{٣ = ٣}$$

$$٣ (٣ - ٣) - ٣ \left(\frac{3}{2} - ٣ \right) + ٣ \left(\frac{3}{2} - ٣ \right) = ٣$$

$$٣ (٣ - ٣) - ٣ \left(\frac{3}{2} - ٣ \right) + ٣ \left(\frac{3}{2} - ٣ \right) = ٣$$

$$(٣ - ٣) - (٣ - ٣) + (٣ - ٣) = ٣$$

$$\frac{٣}{٢} - \frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٢} = ٣$$

$$\frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٢} = ٣$$

$$\frac{٣}{٢} - \frac{٣}{٢} = ٣$$

$$\frac{٣}{٢} - \frac{٣}{٢} = ٣$$

(على)



اعتماداً على الشكل انري يمثل منحنى
الامتداد في الفترة $[1, 13]$
حيث $13 = 10$ و 10 و 4 و 1 و 0

مجدد $\int_1^{13} f(x) dx$

كل:

$$1 = 10 + 0 = 10$$

$$10 = 10$$

$$\frac{10}{10} = 1$$

$$\int_1^{13} f(x) dx = \int_1^{10} f(x) dx + \int_{10}^{13} f(x) dx$$

$$\int_1^{10} f(x) dx = \int_1^{10} 1 dx = 10$$

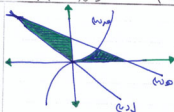
$$\int_{10}^{13} f(x) dx = \int_{10}^{13} 1 dx = 3$$

$$\int_1^{13} f(x) dx = 10 + 3 = 13$$

$$(10 + 3) = 13$$

$$13 = 13$$

(على)



مجموع مادتى المنطقتين المظلفتين
في الشكل صبي
حيث $13 = 10$ و 10 و 4 و 1 و 0

$$13 = 10 + 3 = 13$$

$$\int_1^{13} f(x) dx = \int_1^{10} f(x) dx + \int_{10}^{13} f(x) dx$$

$$\int_1^{10} f(x) dx = \int_1^{10} 1 dx = 10$$

$$\int_{10}^{13} f(x) dx = \int_{10}^{13} 1 dx = 3$$

$$\int_1^{13} f(x) dx = 10 + 3 = 13$$

$$13 = 13$$

$$\int_1^{13} f(x) dx = \int_1^{10} f(x) dx + \int_{10}^{13} f(x) dx$$

$$\int_1^{10} f(x) dx = \int_1^{10} 1 dx = 10$$

$$\int_{10}^{13} f(x) dx = \int_{10}^{13} 1 dx = 3$$

$$\int_1^{13} f(x) dx = 10 + 3 = 13$$

$$13 = 13$$

$$13 = 13$$

التخصص (العلمي) (الوحدة (١)) (التكامل) (عصام الشيخ)
 المستوى (٤) (الدرس ()) (أ - مسألة الوحدة) (ماجستير رياضيات)

(ب) $\int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx + \int_2^3 |f(x)| dx$

$\frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{2} =$

$7 = 2 + 5$

(ج)

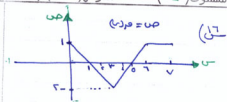
$\int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx + \int_2^3 |f(x)| dx$

$\left| \frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{2} \right|$

$| 5 - 2 |$

$| 3 - |$

$3 =$



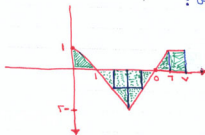
اعتقد الشكل الذي يمثل منحنى
 الاقتراض عربيه في ايجاد

(P) $\int_0^1 |f(x)| dx$

(ب) $\int_1^2 |f(x)| dx$

(ج) $\int_2^3 |f(x)| dx$

الحل :



(P) $\int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx + \int_2^3 |f(x)| dx$

$\frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{2} =$

$7 = 2 + 5 = 2 - \frac{5}{2} =$

التخصص (العلمي) (الوحدة 1) (التكامل) عصام الشيخ
المستوى (4) (الدرس) (أسئلة الوحدة) ماجستير رياضيات

(ب) $\int \sqrt[3]{1+x} \, dx$

الحل:

$$u = 1+x$$

$$\frac{du}{dx} = 1$$

$$\int \sqrt[3]{u} \, du$$

$$\frac{1}{2} u^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{8} (1+x)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

(ج) جد التكامل الآتية.

(P) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} \, dx$

الحل:

$$u = \sqrt{1+x^2}$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{x}{u}$$

$$x = u \frac{du}{dx}$$

$$\int \frac{1}{u^2 \sqrt{1+x^2}} \, dx$$

$$\int \frac{1}{u^2} \, du$$

$$\frac{1}{-1} u^{-1} = -\frac{1}{u}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{1}{2} \sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}$$

عصام الشيخ

الكامل

(الوحدة ١) ()

التخصص (العلمي)

ماجستير رياضيات

أسئلة الوحدة

الدرس ()

المستوى (٤)

$$\text{ج) } \frac{\text{قأى} - \text{قأى}}{\text{قأى} - \text{قأى}} \text{ د}$$

الحل:

$$\text{ص} = \text{قأى}$$

$$\frac{\text{د}}{\text{قأى} - \text{قأى}} = \text{د}$$

$$\frac{\text{د}}{\text{قأى} - \text{قأى}} = \frac{\text{قأى} - \text{قأى}}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}} = \frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}} + \frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

$$(1 - \text{قأى}) + (1 - \text{قأى}) = 1 - \text{قأى}$$

$$\frac{1}{1 - \text{قأى}} = 1 - \text{قأى} \leftarrow \text{قأى} = 1 - \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{1 - \text{قأى}} = 1 - \text{قأى} \leftarrow \text{قأى} = 1 - \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{1 - \text{قأى}} - \frac{1}{1 - \text{قأى}} = \frac{1}{1 - \text{قأى}} + \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{1 - \text{قأى}} - \frac{1}{1 - \text{قأى}} = \frac{1}{1 - \text{قأى}} + \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

$$\text{ج) } \frac{\text{قأى}}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

الحل:

$$\text{ص} = \text{قأى}$$

$$\frac{\text{د}}{\text{قأى}} = \text{د}$$

$$\frac{\text{د}}{\text{قأى}} = \frac{\text{قأى}}{\text{قأى}}$$

$$\frac{\text{قأى}}{\text{قأى}} = \frac{\text{قأى}}{\text{قأى}}$$

$$\frac{\text{قأى}}{\text{قأى}} = \frac{\text{قأى}}{\text{قأى}}$$

$$\text{قأى} = \text{قأى} + 1$$

$$\frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}} = \frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}} = \frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}} + \frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

$$\frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}} + \frac{1}{\text{قأى} - \text{قأى}}$$

$$(1 - \text{قأى}) + (1 - \text{قأى}) = 1 - \text{قأى}$$

$$1 - \text{قأى} = 1 - \text{قأى} \leftarrow \text{قأى} = 1 - \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

$$\text{قأى} = 1 - \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

$$\text{قأى} = 1 - \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

$$1 - \frac{1}{1 - \text{قأى}} = 1 - \frac{1}{1 - \text{قأى}}$$

3796300625

$$(هـ) \int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx$$

الحل:

$$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 1 + 2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln|x^2 + 1| + C$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln|x^2 + 1| + C$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln|x^2 + 1| + C$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln|x^2 + 1| + C$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln|x^2 + 1| + C$$

$$(و) \int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 1 + 2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln|x^2 + 1| + C$$

$$\int 1 + \frac{2x}{x^2 + 1} dx = x + \ln|x^2 + 1| + C$$

$$ز) \left[\frac{2x + 3}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

الحل:

$$\left[\frac{2x + 3}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{2x}{x^2 + 1} + \frac{3}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{2x}{x^2 + 1} + \frac{3}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{2x}{x^2 + 1} + \frac{3}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{2x}{x^2 + 1} + \frac{3}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{2x}{x^2 + 1} + \frac{3}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$ح) \left[\frac{x + 1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

الحل:

$$\left[\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$\left[\frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} \right] \quad \text{ب}$$

$$1. \quad \text{ب) } \left[\frac{x}{(x^2 + 1)^2} \right] \text{ قاسى ب}$$

حل:

$$ص = x^2 + 1$$

$$\frac{ص}{ص^2 + 1} = دس$$

$$\left[\frac{ص}{ص^2 + 1} \right] \text{ قاسى ب}$$

$$\frac{ص}{ص^2} = دس$$

$$\frac{ص}{ص^2} = دس$$

$$= \frac{ص}{ص^2} + \frac{1}{ص}$$

$$= \frac{ص}{ص^2} + \frac{1}{ص}$$

$$\text{ط) } \left[\frac{x}{(1-x)^2} \right] \text{ قاسى ب}$$

حل:

$$\left[\frac{x}{(1-x)^2} \right] \text{ قاسى ب}$$

$$\frac{1}{(1-x)^2} = دس$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} = دس$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} = دس$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} = دس$$

$$(1-x) + 1 = دس$$

$$1-x = دس$$

$$1-x = دس$$

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1-x} = دس$$

عصام الشيخ

التكامل

(الوحدة ١)

ماجستير رياضيات

أسئلة الوحدة

الدرس

المستوى (٤)

٤) إذا كان

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 1, \quad \int_{-1}^3 f(x) dx = 4$$

فإن

$$\int_1^3 f(x) dx = ?$$

أ) ٥ ب) ١٤ ج) ٨ د) ٢٤

الحل:

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$$

$$4 = 1 + \int_1^3 f(x) dx$$

$$3 = \int_1^3 f(x) dx$$

$$3 = \int_1^3 f(x) dx$$

$$3 = \int_1^3 f(x) dx$$

$$\Delta =$$

٣) إذا كان f اقتراناً معرفاً على

الفترة $[1, 4]$ وكان

$$1 \leq f(x) \leq 4$$

فما أكبر قيمة للمقدار

$$\int_{-1}^1 f(x) dx$$

أ) ٦ ب) ٤٤ ج) ٣ د) ١٢

الحل:

$$1 \leq f(x) \leq 4$$

$$8 \leq \int_{-1}^1 f(x) dx \leq 4$$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \geq 8$$

$$8 \leq \int_{-1}^1 f(x) dx \leq 4$$

$$⑤ \int_p^q f(x) dx = \int_p^q f(x) dx$$

$$p \text{ م (ب) - م (د)}$$

$$⑥ \text{ م (د) - م (ب) } = \int_p^q f(x) dx$$

$$ج \text{ م (د) - م (ب)}$$

$$د \text{ م (د) - م (ب) } = \int_p^q f(x) dx$$

نحل:

$$\int_p^q f(x) dx = \int_p^q f(x) dx$$

$$= \int_p^q f(x) dx$$

$$= \int_p^q f(x) dx - \int_p^q f(x) dx$$

نحل:

$$p \text{ م (ب) - م (د)}$$

$$\int_p^q f(x) dx = \int_p^q f(x) dx$$

$$ج \text{ م (د) - م (ب) } = \int_p^q f(x) dx$$

$$\leftarrow \int_p^q f(x) dx = \int_p^q f(x) dx$$

$$\int_p^q f(x) dx = \int_p^q f(x) dx$$

$$\int_p^q f(x) dx = \int_p^q f(x) dx$$

$$\int_p^q f(x) dx = \int_p^q f(x) dx$$

$$\boxed{7} = 2 - 8$$

$$٧) \text{ اذا كان } \frac{1}{x} = 3 \text{ فـ } x = ?$$

$$٨) \text{ اذا كان } \frac{1}{x} = 3 \text{ فـ } x = ?$$

$$\text{جوابه : } \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$٩) \text{ كتاب } x \text{ كتاب } y$$

$$١٠) \text{ كتاب } x \text{ كتاب } y$$

$$\text{جواب : } x + y = 10$$

الحل :

$$x = 10 - y$$

$$\frac{x}{y} + 0 = 10$$

$$\frac{x}{y} = 10 \Rightarrow x = 10y$$

$$x = 10y$$

$$1 = 10y$$

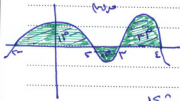
$$y = \frac{1}{10}$$

$$\frac{x}{y} = 10 \Rightarrow x = 10y$$

$$\frac{x}{y} = 10 \Rightarrow x = 10y$$

$$\frac{x}{y} = 10 \Rightarrow x = 10y$$

$$x = 10y$$



(١٠)

معتداً الشكل

الذي يبين المساحة بين منحنى $f(x)$ ومحور السينات إذا عرفت أن

$$1^2 = 6 \text{ وحدة مربعة}$$

$$2^2 = 8 \text{ وحدة مربعة}$$

$$3^2 = 6 \text{ وحدة مربعة}$$

$$\int_{-3}^4 f(x) dx = ?$$

$$\text{جواب (ب) } 7$$

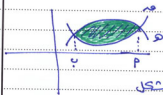
$$\text{جواب (ج) } 7.8$$

$$\text{جواب (د) } 7.6$$

الحل:

$$\int_{-3}^4 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx$$

$$= 2 + 2 + 2 + 1 = 7$$



(٩)

معتداً الشكل

إذا عرفت أن مساحة المنطقة

المحددة بين منحنى $f(x)$ والخط $y = 1$

تساوي 7 وحدات مربعة

$$\int_0^4 f(x) dx = ?$$

$$\int_0^4 f(x) dx = ?$$

$$\text{جواب (ب) } 7$$

الحل:

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx$$

$$= 1 + 2 + 1 = 4$$

$$\int_0^4 f(x) dx = 4$$

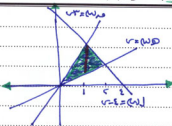
$$\int_0^4 f(x) dx = 4$$

$$\int_0^4 f(x) dx = 4$$

$$\int_0^4 f(x) dx = 4$$

$$\int_0^4 f(x) dx = 4$$

11



معتداً على الشكل ما المماس
للمساحة المظللة.

$$(A) \int_0^1 (v - v_2) \, dv$$

$$(B) \int_0^1 (v - v_2) \, dv + \int_1^2 v \, dv$$

$$(C) \int_0^1 v \, dv + \int_1^2 (v - v_2) \, dv$$

$$(D) \int_0^2 (v - v_2) \, dv$$

الحل:

$$L = 2$$

$$1 = v \Rightarrow v - v_2 = v_2$$

$$L = 2$$

$$2 = v \Rightarrow v - v_2 = v$$

$$\int_0^1 (v - v_2) \, dv + \int_1^2 (v - v_2) \, dv = 3$$

$$\int_0^1 (v - v_2) \, dv + \int_1^2 v \, dv =$$