

# أسئلة الوحدة (التكامل) عصام الشيخ

التخصص (العلمي) ( الوحدة ١ ) ( التكامل )  
 عصام الشيخ  
 ورقة عمل ( ) ( أسلحة المعرفة )  
 ماجستير رياضيات المستوى ( ٤ )

$$\text{ب)} \quad \int \frac{\ln(\text{قياس} - \text{ظاء})}{\sqrt{3}} \, dx$$

مل) جد كللاً من التكاملات الآتية

$$\text{ب)} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$$

أمثل:

$$\text{ب)} \quad \int \frac{\ln(\text{قياس} - \text{ظاء})}{\sqrt{3}} \, dx$$

$$\text{ب)} \quad \int \frac{(1+x^4)^{\frac{1}{4}}}{x^3} \, dx$$

$$\text{ب)} \quad \int \frac{1 \times x}{\sqrt{x}} \, dx$$

$$\text{ب)} \quad \int \frac{1}{\sqrt{1+x^4}} \, dx$$

$$\text{ب)} \quad \int x^{\frac{1}{2}} \, dx$$

$$\text{ب)} \quad \int x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{5}{2}} \, dx$$

Esam Shikh  
 ٥٩٦٣٠٦٢٥

التخصص (الحلمي) الوحدة (١) التكامل ( ) عصام الشيخ  
 المستوى (٤) ماجستير رياضيات ورقة عمل ( ) أسلمة الوحدة ( )

ج) ظناني لوجايس

الحل:

$$\sin = \text{لوجايس}$$

$$du = \frac{d\sin}{\cos} \quad \frac{d\sin}{\cos} = du$$

ظناني  $\sin$  دم كفاف

$$\frac{1}{2} + \sin$$

$$\cdot \frac{1}{2} + \frac{\sin}{\cos}$$

ج)  $\int_{0}^{\pi/4} \sqrt{1 - \sin^2 u} du$

الحل:

$$du = \frac{1}{2} \sin(u) (1 - \sin^2(u))^{-1/2} du$$

$$\int_{0}^{\pi/4} \frac{1}{2} \sin(u) (1 - \sin^2(u))^{-1/2} du$$

$$= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2(u) \right)^{-1/2}$$

$$\sin = 1 - \frac{1}{2} u^2$$

$$du = \frac{1}{2} \sin(u) (-\cos(u)) du$$

$$du = \frac{\sin(u)}{-\cos(u)} du$$

$$\int_{0}^{\pi/4} \frac{1}{2} \sin^2(u) \times \frac{\sin(u)}{-\cos(u)} du$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{\pi/4} \sin^3(u) du$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{\pi/4} \sin(u) \sin^2(u) du$$

$$= \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{3} \sin^3(u) \right) \Big|_0^{\pi/4}$$

التخصص: العلمي ( ) الوحدة ( ١ ) ( ) التكامل  
 المستوى ( ٤ ) ( ) ماجستير رياضيات  
 ورقة عمل ( ) أسلمة الوحدة

و) { قاس لـ  $\theta$  ظاس  $\alpha$

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \text{ظاس} \\ \frac{\text{ص}}{\text{دص}} &= \frac{\text{دص}}{\text{قاس}} \end{aligned}$$

{ قاس لـ  $\theta$  ص دص  
 قاس

{ قاس لـ  $\theta$  دص دص

{  $(\alpha + \theta)$  لـ  $\theta$  دص دص

{ دص دص لـ  $\theta$  دص دص

$$\frac{\text{دص}}{\text{دص}} = \frac{3}{4} \quad \text{دص} = \frac{1}{3} \text{ دص}$$

$$\frac{1}{3} \text{ دص} - \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \right) \text{ دص}$$

$$\frac{1}{3} \text{ دص} - 1 + \frac{1}{3} \text{ دص}$$

$$\frac{1}{3} \text{ دص} - \frac{6}{9} - \frac{3}{9} + ج$$

$$\frac{1}{3} \text{ دص} - \frac{9}{9} + ج$$

ه) {  $(\sin - 4x)^7$  دص

الحل:

$$D \{ (\sin - 4x)^7 \}$$

$$- \sin^6 (-4x) D \{ (\sin - 4x)^7 \}$$

$$- \sin^6 (-4x) = 4^6$$

$$- \frac{\text{دص}}{\text{دص}} = - \frac{1}{3}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دص}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \text{ دص} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

التخصص: العلوم ( ) الوحدة ( ١ ) التكامل  
 المستوى ( ٤ ) ورقة عمل ( ) ماجستير رياضيات

$$= \frac{5}{1+5x} \quad ?$$

$$= \sqrt[3]{1-5x} - \frac{1}{3}$$

الحل:

الحل:

$$= \frac{5}{(1+5x)} \quad ?$$

$$= \sqrt[3]{1-(1-5x)}^3$$

$$= \sqrt[3]{1-5x}$$

$$1-5x = u$$

$$\frac{du}{dx} = 5$$

$$\frac{1}{5} du = dx$$

$$\frac{1}{3} u^{1/3} + C$$

$$= \frac{1}{3} (1-5x)^{1/3} + C$$

$$= \frac{1}{3} (1-5x)^{1/3} + C$$

$$\frac{1-5x}{5} \quad ?$$

$$\frac{1-5x}{5}$$

$$= \frac{1-5x}{5} - \frac{1}{5}$$

التخصص: (العلوم) الوحدة: (التكامل)  
 المستوى: (4) ماجستير رياضيات  
 ورقة عمل: (أمثلة الوحدة)

$$\text{ط) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}}$$

اصل:

$$= \ln|x| \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} = \ln\left(\frac{1}{x+1}\right) - \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{1}{x+1}\right) + \ln(x)$$

$$= \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$\text{د) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x+1} = \ln|x+1| \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}}$$

$$= \ln\left(\frac{1}{x+1} + 1\right) - \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right)$$

$$= \ln\left(\frac{1+x}{x+1}\right) - \ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$$

$$\text{س) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x(x+1)} = \frac{1}{x} \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

$$= 0$$

$$\text{ج) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{x} \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

$$= 0$$

$$\text{د) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x^3} = \frac{1}{2x^2} \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} = \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2(x+1)^2}$$

$$\text{هـ) } \int_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x^4} = \frac{1}{4x^3} \Big|_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x+1}} = \frac{1}{4x^3} - \frac{1}{4(x+1)^3}$$

0791300625

التخصص (العلمي) الوحدة (١) التكامل  
 ( ) عصام الشيخ  
 ( ) ماجستير رياضيات  
 ورقة عمل ( ) أسلمة الوحدة  
 المستوى (٤)

$$\text{ل) } \ln(3x+4y) \text{ دس}$$

اكل:

$$\text{د) } \frac{\ln(3x+4y)}{3x+4y} \text{ دس}$$

$$\text{دس } \frac{3+4y}{3x+4y} \text{ ددس}$$

$$\text{دس } \frac{(3+4y)}{3x+4y} \text{ دس } -4y \ln(3x+4y) \text{ دس}$$

$$\text{دس } \frac{3x+4y}{3x+4y} \text{ دس } - (3x+4y) \ln(3x+4y) \text{ دس}$$

$$\frac{\sqrt{3x+4y}}{\sqrt{3x+4y}} -$$

$$\text{دس } \frac{4y}{3x+4y} + c \text{ دس } - (3x+4y) \ln(3x+4y) \text{ دس}$$

$$\text{دس } 2 + x \ln(3x+4y) \text{ دس } - 3x -$$

$$\text{دس } \frac{3 - \sqrt{3x+4y}}{3 + \sqrt{3x+4y}} \text{ دس}$$

اكل

$$\text{دس } \frac{3 - \sqrt{3(x+2)}}{3 + \sqrt{3(x+2)}} \text{ دس}$$

$$\text{دس } \frac{3 - \sqrt{3x+6}}{3 + \sqrt{3x+6}} \text{ دس}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3x+6} &= 0\text{د} \\ 3x+6 &= 0\text{د} \\ 3x &= 0\text{د} \\ \text{دس } 3x &= 0\text{د} \end{aligned}$$

$$\text{دس } \frac{3 - 0\text{د}}{3 + 0\text{د}} \text{ دس}$$

$$\begin{aligned} \frac{3 - 0\text{د}}{3 + 0\text{د}} &= \frac{3 - 0\text{د}}{3 + 0\text{د}} \text{ دس} \\ \frac{18 - 0\text{د}}{18 + 0\text{د}} &= \frac{18 - 0\text{د}}{18 + 0\text{د}} \text{ دس} \\ \frac{0\text{د}}{0\text{د}} &= \frac{0\text{د}}{0\text{د}} \text{ دس} \end{aligned}$$

$$\text{دس } \frac{0\text{د}}{3 + 0\text{د}} \text{ دس } 18 - 0\text{د}$$

$$\text{دس } 18 - 0\text{د} + 0\text{د} \text{ دس}$$

$$18 - 0\text{د} + 0\text{د} \text{ دس}$$

٢٩٦٣٠٥٦٥

الشخص (العلمي) ( الوحدة ١ ) ( التكامل ) ( عصام الشيخ  
 المستوى ( ٤ ) ماجستير رياضيات ( ورقة عمل ) ( ١ - ثلاثة الوحدة )

٣) اذا كان

$$f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$$

حيث  $x > 0$ .

اولا:

$$\int f(x) dx = \int (\ln x - \frac{1}{x}) dx$$

$$= \int \ln x dx - \int \frac{1}{x} dx$$

$$= x \ln x - \int x d(\ln x) - \frac{1}{x}$$

$$= x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx - \frac{1}{x}$$

$$= x \ln x - \int 1 dx - \frac{1}{x}$$

$$= x \ln x - x - \frac{1}{x}$$

٤) حل المعادلة التفاضلية

$$y' - \frac{1}{x} y = 0$$

علي:

$$y' - \frac{1}{x} y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} y$$

$$y' = \frac{1}{x} y \quad [y' = \frac{dy}{dx}]$$

$$y' = \frac{1}{x} y \quad [y = \text{ظافر دهن}]$$

$$y' = \frac{1}{x} y \quad [y = \text{ظافر دهن}]$$

$$y' = \frac{1}{x} y \quad [y = \text{ظافر دهن}]$$

$$y' = \frac{1}{x} y \quad [y = \text{ظافر دهن}]$$

الشخص (العلم) ( ) الوحدة ( ) ( ) التكامل ( ) عصام الشيخ  
 المستوى ( ) ( ) ورقة عمل ( ) ( ) أسلة الورقة ( ) ماجستير رياضيات

٣) اذا كان  $m = 3$ ،  $n = 4$  معطى  
 ملائمة الاقتران  $f(x)$  وكانت

$$m = \frac{1}{3}(n^2 - 4n + 3)$$

جذب

$$m = \frac{1}{3}n^2 + n - 3$$

الآن:

$$m = \frac{1}{3}n^2 - 4n + 3$$

$$m = \frac{1}{3}n^2 - 4n + 3$$

$$m = (n-3)(n-1)$$

$$m = b \leftarrow m = b$$

الآن

$$m = \frac{1}{3}n^2 - 4n + 3$$

$$m = \frac{1}{3}n^2 - 4n + 3$$

$$m = 3x^2 - 4x + 3$$

٤) اذا كان  $m = 3 + b - 1$

معطى = ملائمة الاقتران  $f(x)$

$m = 3 + b - 1 = 2 + b$  ملائمة الشكل ب

اولا:

$$m = 3 + b - 1$$

$$m = 2 + b$$

$$2 + b = 2 + b$$

$$b = b$$

$$b = b$$

٢٩٦٣٥٥٦٢٥

التخصص: (العلوم) الوحدة (١) (التكامل)  
 المستوى (٤) ورقة عمل ( ) أسلمة الوحدة  
 ماجستير رياضيات ( ) عصام الشيخ

$$\text{لأن } \int_{-3}^1 (x^2 - 4x) dx = \frac{x^3}{3} - 4x \text{ عند } x=1 \text{ .}$$

أمثلة:

$$\int_{-3}^1 (x^2 - 3x) dx =$$

$$\int_{-3}^1 (x^2 + 3x) dx = 14 \text{ .}$$

عند:

أمثلة:

$$\int_{-3}^1 (x^2 + 3x) dx = 14$$

$$\int_{-3}^1 (x - 4) dx = 14$$

$$\int_{-3}^1 (x + 4) dx = 14$$

$$\int_{-3}^1 (4 - (3-x)) dx = 14$$

$$\int_{-3}^1 (8 - x) dx = 14$$

$$\int_{-3}^1 (8 - 3x) dx = 14$$

$$11 = \int_{-3}^1 (8 - 3x) dx$$

$$11 - x^3 = \int_{-3}^1 (8 - 3x) dx$$

التخصص (العلمي) ( الوحدة ١ ) ( التكامل ) ( عصام الشيخ )  
 المستوى ( ٤ ) ( ماجستير رياضيات ) ( ورقة عمل ) ( أسلمة الوردة )

٩) يُرجى إيجاد خط مستقيم

hab العلاقة

$$T = \frac{4}{\sqrt{3} - 2}$$

هيئت الشاعرية

إذا احترق الجبيم من السوها  
عافية ٤ التي يقتل سرت ٨  
بعد ٣ ثوانٍ من بدء احراقه.

الحل:

$$P = \frac{2t}{3}$$

$$P = \frac{2(3)}{3} = 2$$

$$\therefore P = 2$$

$$P + 0 = 2$$

جـ = ٢

$$T = \frac{3}{2} P$$

$$\therefore T = 3$$

$$X \times \frac{P}{2} = \overline{P(X)}^3$$

$$P \cdot 3 = 4$$

$$P = 4$$

١٧) إذا كان

$$w = \frac{1}{(2+3x)^2}$$

$$w = \frac{1}{(2+3x)^2} \text{ مجد}$$

$$(w - 2) dx$$

الحل:

$$w - \frac{1}{2} dx$$

$$(w - \frac{1}{2}) dx = \frac{1}{2} dx$$

$$(16 - 17) - (16 - 17)$$

$$5 - = 13 - - 10 -$$

$$18 = (2) 3 + \frac{1}{2} w$$

$$18 = \frac{1}{2} w$$

$$w = 36$$

$$w = 36$$

عصام الشيخ

( التكامل ) ( الوحدة ١ ) ( التخصص الحصري )

ماستير رياضيات

( المستوى ٤ ) ( الدرس ٤ ) ( أسلمة الوحدة )

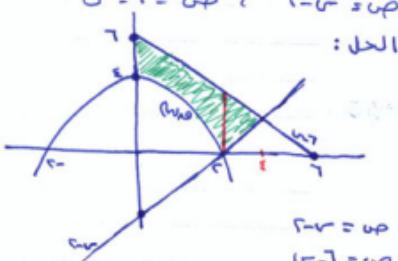
لل هدفة المنطق المعمدة  
في اربع الاول والمحور مطبوع

الاقتران  $W(x) = 4 - x$  ومحور

الصادات والمستقيمية

$$S = \int_{-3}^1 (4 - x) dx$$

الحل :



$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^1 (4 - x) dx \\ &= [4x - \frac{x^2}{2}] \Big|_{-3}^1 \\ &= (4 \cdot 1 - \frac{1^2}{2}) - (4 \cdot (-3) - \frac{(-3)^2}{2}) \\ &= (4 - \frac{1}{2}) - (-12 - \frac{9}{2}) \\ &= \frac{7}{2} + \frac{33}{2} \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[(4 \cdot 1) - \frac{1^2}{2}] + [(4 \cdot (-3)) - \frac{(-3)^2}{2}] = 20 \\ &4 - \frac{1}{2} + (-12) - \frac{9}{2} = 20 \\ &\{ 4 - \frac{1}{2} + (-12) \} + \{ -\frac{9}{2} \} = 20 \\ &(4 - \frac{1}{2}) + (-12) + (-\frac{9}{2}) = 20 \\ &4 - \frac{1}{2} - 12 - \frac{9}{2} = 20 \\ &(8 - 1) - (24 - 9) + 20 = 20 \\ &7 - 15 + \frac{1}{2} + 20 = 20 \\ &\cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{-15} + \frac{1}{2} = 20 \\ &\cancel{\frac{1}{2}} = 20 - \cancel{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12 - 16 + \frac{1}{2} + 20 \\ &\cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{-16} + \frac{1}{2} \\ &\frac{21}{2} = \frac{12 + 16}{2} \end{aligned}$$

١) اذا كان ميل المموج لمحى  
العلاقة من عن النقطة  $(x_0, y_0)$

$$\text{يادى} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}$$

قاعدة العلاقة من علماء بأن  
صخناها من بالنقطة  $(\frac{x_0}{2}, \frac{y_0}{2})$

$$\text{الحل :} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}$$

$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{\frac{y_0}{2} - y_1}{\frac{x_0}{2} - x_1}$$

$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{\frac{y_0}{2} - y_1}{\frac{x_0}{2} - x_1}$$

$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{y_0 - 2y_1}{x_0 - 2x_1}$$

$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}$$

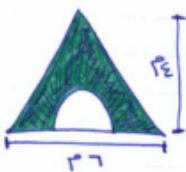
$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}$$

$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = 1$$

$$\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = 1$$

$$1 - \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}$$

$$\frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}$$



( ٣٦ ) **الشكل**  
لـ مثل العاچـة  
الأمامـية لأـحد  
المـبـانـي ، سـعـلـه  
هـذـاـ المـبـنـيـ عـلـىـ  
ـمـكـلـ مـذـنـنـ الـاقـتـرانـ

$$\text{هرم} = 3 - \frac{1}{2}x^2$$

ـ ماـ الـسـكـلـهـ الـكـلـيـهـ لـهـمـ الـمـنـطـقـهـ  
ـ الـمـلـطـلـهـ ؟ـ اـذـاـ عـلـمـتـ أـنـ سـعـهـ  
ـ دـصـنـ الـعـرـضـ الـمـرـبـعـ رـفـعـ دـيـارـ

ـ يـفـلـهـ :

$$\text{مسـاحـةـ الـمـنـطـقـهـ} = \text{مسـاحـةـ المـشـكـلـ} - \text{مسـاحـةـ الـاقـتـرانـ}$$

ـ مـسـاحـةـ خـلـقـ الـاقـتـرانـ

$$= 3 - \frac{1}{2} \times 3^2$$

$$= 3 - \frac{9}{2}$$

$$= 4.5$$

$$= 2.25$$

$$= 3 - \frac{1}{2} \times 3^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 2$$

$$= 3 - \frac{9}{2} + 2 \times \frac{3}{2}$$

$$= (\frac{6}{2} + 2) - (\frac{9}{2})$$

$$= 8 - 4.5$$

$$= 3.5$$

$$= \frac{35}{7} = 5$$

$$\frac{23}{7} - 13 = \frac{35}{7} - 13 = \frac{35}{7} - \frac{91}{7} = \frac{-56}{7} = -8$$

ـ المـنـطـقـهـ

$$\text{الـكـلـفـهـ} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{25}{14} \text{ دـيـارـ}$$

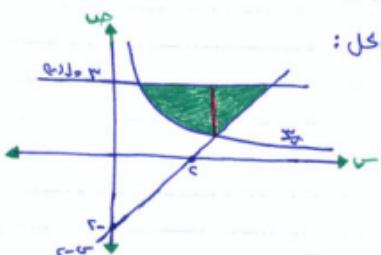
$$= \frac{1}{2} \text{ دـيـارـ}$$

ـ عـلـىـ مـسـاحـةـ الـمـنـطـقـهـ الـمـحـصـدـهـ  
ـ بـينـ سـعـيـاتـ الـاقـتـرانـ ١٨٠ تـشـ

$$\text{هرـم} = \frac{3}{7} \text{ دـيـارـ}$$

$$\text{لـلـيـاـ} = 3$$

ـ إـكـلـ :



$$\frac{3}{7} = 3 \text{ دـيـارـ}$$

$$\boxed{\text{لـلـيـاـ} = 3}$$

$$3 - \text{دـيـارـ} = 3$$

$$\boxed{\text{دـيـارـ} = 0}$$

$$3 = (3 - \text{دـيـارـ}) - \frac{3}{7} \text{ دـيـارـ} + \text{دـيـارـ}$$

$$3 = \frac{3}{7} \text{ دـيـارـ} - \frac{3}{7} \text{ دـيـارـ} + \text{دـيـارـ}$$

$$3 = (\frac{14}{7} \text{ دـيـارـ}) - (\frac{3}{7} \text{ دـيـارـ}) - (\frac{3}{7} \text{ دـيـارـ})$$

$$3 = (\frac{8}{7} \text{ دـيـارـ}) - (\frac{3}{7} \text{ دـيـارـ}) - (\frac{3}{7} \text{ دـيـارـ})$$

$$3 = \frac{2}{7} \text{ دـيـارـ} - \frac{3}{7} \text{ دـيـارـ} - \frac{3}{7} \text{ دـيـارـ}$$

$$3 = \frac{2}{7} \text{ دـيـارـ} - \frac{6}{7} \text{ دـيـارـ}$$

$$3 = \frac{2}{7} \text{ دـيـارـ} - \frac{6}{7} \text{ دـيـارـ}$$

$$3 = \frac{2}{7} \text{ دـيـارـ} - \frac{6}{7} \text{ دـيـارـ}$$

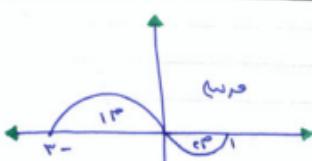
( عصام الشيخ )

( التكامل ) ( الوحدة ١ ) ( المنهج التعليمي )

( ماجستير رياضيات )

( أسلمة الوحدة )

( المستوى ٤ ) ( الدرس )



( حل )

اعتقاداً على الشكل الذي يمثل سمعنا

الاقترات في الغرفة [١٢٣]

$$\frac{1}{3} = 10 \text{ مللي مترية}$$

$$3 = 4 \text{ وحدات مترية}$$

$$\text{مقدار } \int_{-3}^1 f(x) dx$$

$$\begin{aligned} 1 &= v_1 + v_2 \\ 3 &= v_1 + v_2 + v_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حل:} \\ v_1 &= 1-v_2 \\ \frac{603}{v_2} &= v_2 \end{aligned}$$

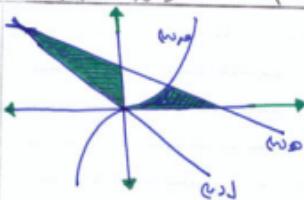
$$\begin{cases} v_1 = v_2 \\ v_2 = \frac{603}{v_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = v_2 \\ v_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 = v_2 \\ v_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$(v_1 + v_2) + v_3 =$$

$$3 = \frac{1}{2} =$$



( حل )

هي مجموع مساحتي المظلتين

في الشكل حيث

$$v_1 = 1-v_2, v_2 = 3-v_3, v_3 = -3-v_1$$

( حل: )

$$v_1 = v_2 = v_3 \Leftrightarrow v_1 = v_2 = v_3$$

$$v_1 = v_2 = v_3 = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$\left(\frac{9}{2} + 9 - \right) - .$$

$$\frac{9}{2} = \frac{9}{2} - = \left(\frac{9+18}{2}\right) - .$$

$$1 = v_1 \Leftrightarrow v_2 = v_3 \Leftrightarrow v_1 = v_2 = v_3$$

$$w v_1 = v_2 \Leftrightarrow v_1 + v_2 = v_3 = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - v_1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}-v_1\right) - \left(\frac{9}{2}-9\right) + \left(0-\frac{1}{2}\right) =$$

$$\frac{1}{2} - \frac{9}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{0}{2} = \frac{0-10}{2} =$$

$$V = \frac{10}{2} = \frac{0}{2} + \frac{9}{2} = 5$$

٥٩٦٣٠٦٢٥

$$\int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x} + x^2 - 2x \right) dx$$

$$\int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x} + x^2 - 2x \right) dx =$$

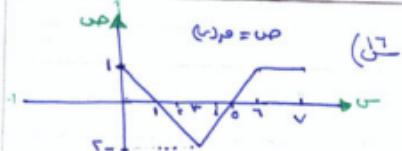
$$\int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x} + x^2 - 2x \right) dx \quad (ج)$$

$$\left[ \frac{1}{x} + \frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]$$

$$\left. \left( x - \frac{1}{x} \right) \right|$$

$$\left. \left( x - \frac{1}{x} \right) \right|$$

$$=$$



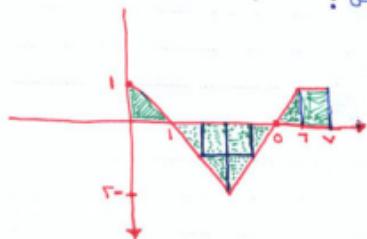
اعتقد الممكـل الذي يمثل مساحة  
الاقتران هو مني ايجاد

$$\int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x} + x^2 - 2x \right) dx \quad (ج)$$

$$\int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x} + x^2 - 2x \right) dx \quad (ب)$$

$$\int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x} + x^2 - 2x \right) dx \quad (ج)$$

الحل:



$$\int_{-1}^1 \left( \frac{1}{x} + x^2 - 2x \right) dx \quad (ج)$$

$$\frac{1}{x} + x^2 - 2x =$$

$$x - \frac{1}{x} = \Sigma - \frac{1}{x} =$$

الخصائص (العلمي) الوحدة (١) ( ) التكامل  
 الماجستير رياضيات ( ) ( ) أسلحة الوحدة ( ) ( ) الدرس ( ) ( ) المستوى (٤)

$$b) \int_{-1}^3 (x^2 - 3x + 1) dx$$

الحل:

$$\begin{aligned} u &= x^2 \\ du &= 2x dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^3 (x^2 - 3x + 1) dx \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^3 (2x^2 - 6x + 2) dx \\ &= \frac{1}{2} \left[ x^3 - 3x^2 + 2x \right]_{-1}^3 \end{aligned}$$

c) جد التكاملات الآتية.

$$d) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{x^2 - 1}$$

الحل:

$$\begin{aligned} \sqrt{2} &= u \\ u^2 &= 2 \\ u &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$u^2 - 1 = 1$$

$$e) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{x^2 - 1} dx$$

$$\begin{aligned} &\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{x^2 - 1} dx \\ &= \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{du}{u^2 - 1} \\ &= \left[ \frac{1}{2} \ln \left| \frac{u-1}{u+1} \right| \right]_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$f) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{x^2 - 1} dx$$

$$g) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{(x^2 - 1)^{1/2}}$$

$$h) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{(x^2 - 1)^{1/2}}$$

$$i) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{(x^2 - 1)^{1/2}}$$

$$j) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{(x^2 - 1)^{1/2}}$$

$$k) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{(x^2 - 1)^{1/2}}$$

$$l) \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{(x^2 - 1)^{1/2}}$$

عصام الشيخ

التكامل (1) الوحدة (1) التخصص (العلمي)

ماجستير رياضيات (4) المستوى (4) الدرس (1) أسلمة الوحدة

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\ln x}{x^2 - 4} \right]$$

حل:

$$u = x^2 - 4$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

قطاب عتاس

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\ln u}{u^2 - 4} \right]$$

$$\frac{1}{(u^2 + 4)(u^2 - 4)} \left\{ \frac{d}{dx} (u^2 - 4) \right\}$$

$$\frac{d}{dx} (u^2 - 4)$$

$$= 2u \cdot 2x$$

$$(u^2 - 4) p + (u^2 + 4) u = 1$$

$$\frac{1}{4} = p \leftarrow p = 1 - \frac{u^2 - 4}{u^2 + 4}$$

$$\frac{1}{4} = p \leftarrow p = 1 - \frac{u^2 - 4}{u^2 + 4}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{u^2 - 4}{u^2 + 4} \ln u$$

$$\frac{1}{4} - \frac{u^2 - 4}{u^2 + 4} \ln u + \frac{1}{4} \ln u^2$$

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\ln x}{x^2 - 4} \right]$$

حل:

$$u = x^2 - 4$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

قطاب عتاس

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\ln u}{u^2 - 4} \right]$$

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{\ln u}{u^2 - 4} \right]$$

$$\frac{1}{u(u^2 - 4)} + \frac{1}{u^2 - 4}$$

$$(1-u^2)p + (u^2-4)p = 1+u^2$$

$$u^2 - 4p \leftarrow p = u^2 - 4$$

$$u^2 - 4p \leftarrow p = u^2 - 4$$

$$(1-u^2)p + (u^2-4)p = 1+u^2$$

$$u^2 - 4p \leftarrow p = u^2 - 4$$

$$u^2 - 4p \leftarrow p = u^2 - 4$$

$$1 - \frac{1}{u^2 - 4} \ln u + \frac{1}{u^2 - 4} \ln u$$

٢٩٦٣٠٥٢٥

$$\text{و) } \int_{\sin x}^{\cos x} \frac{dt}{t}$$

$$\begin{aligned} & \text{حل:} \\ & \int_{\sin x}^{\cos x} \frac{dt}{t} \end{aligned}$$

$$\left[ \ln|t| \right]_{\sin x}^{\cos x}$$

$$\left[ \ln|\cos x| - \ln|\sin x| \right]_0^{\pi/2}$$

$$\left[ \ln|\cos x| + \ln|\sin x| \right]_0^{\pi/2}$$

$$\left[ \ln|\sin x| \right]_0^{\pi/2}$$

$$\left[ \ln|\sin x| + 1 \right]_0^{\pi/2}$$

$$= \left[ \ln|\sin x| + 1 \right]_0^{\pi/2}$$

$$= \left[ \ln|\sin x| + 1 \right]_0^{\pi/2}$$

$$\text{ه) } \int_{\sin x}^{\cos x} t dt$$

$$\begin{aligned} & \text{حل:} \\ & \int_{\sin x}^{\cos x} t dt \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{t^2}{2} \right]_{\sin x}^{\cos x}$$

$$\left[ \frac{\cos^2 x}{2} - \frac{\sin^2 x}{2} \right]_0^{\pi/2}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{2} = v \\ & \cos^2 x - \sin^2 x = v \\ & \cos 2x = v \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\pi/2}$$

$$\left[ \frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\pi/2}$$

$$\left[ \frac{1}{2} (\cos \pi - \cos 0) \right]_0^{\pi/2}$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{2} (-1 - 1) \right]_0^{\pi/2} \\ & = \left[ -\frac{1}{2} \right]_0^{\pi/2} \end{aligned}$$

$$\left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$



## التكامل

رياضيات العدسي المستوى ( ٤ ) الوحدة

## أسئلة الوحدة

الدرس (

$$(x) \int \frac{dx}{1 + e^{x^2}}$$

الحل:

$$= \int \frac{dx}{e^{-x^2} + 1} + \int \frac{dx}{e^{x^2}}$$

$$= \int \frac{dx}{e^{-x^2} + 1} + \int \frac{dx}{e^{-x^2} + e^{x^2}}$$

$$= \int \frac{dx}{e^{-x^2}} + \int \frac{dx}{e^{x^2}}$$

$$dx = \frac{1}{2} e^{-x^2} dx + \frac{1}{2} e^{x^2} dx$$

$$= \int \frac{1}{2} e^{-x^2} dx + \int \frac{1}{2} e^{x^2} dx - \int e^{x^2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int e^{-x^2} dx + \frac{1}{2} \int e^{x^2} dx - \int e^{x^2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erf}(x) + \frac{1}{2} \operatorname{erf}(x) - \int e^{x^2} dx$$

$$= -\int e^{x^2} dx$$

$$(z) \int \frac{dx}{e^{x^2} + e^{-x^2}}$$

الحل:

$$= \int \frac{dx}{e^{x^2} (e^{x^2} + e^{-x^2})}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{dx}{e^{x^2}} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{e^{-x^2}}$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erf}(x) + \frac{1}{2} \operatorname{erf}(x)$$

$$= (\operatorname{erf}(x) + \operatorname{erf}(x)) / 2$$

$$= -\frac{1}{2} \operatorname{erf}(x) + \frac{1}{2} \operatorname{erf}(x)$$

$$= -\operatorname{erf}(x)$$

## التكامل

رياضيات الأدبي المستوى (٤) الوحدة (١)

## أ- سلسلة الوحدة

$$\text{إ) } \int (ظاس + قاس) \, دس$$

ف حل:

$$دس = ظاس + قاس$$

$$\frac{دس}{قس + قاس + ظاس} = دنس$$

$$\frac{دس}{قس + ظاس} \cdot \frac{قس + ظاس}{قس + ظاس} = دنس$$

$$\frac{قس}{قس} \cdot \frac{قس}{قس} دنس$$

$$\frac{قس}{قس} دنس$$

$$= \frac{قس}{قس} +$$

$$\frac{قس}{قس} + ج =$$

$$\text{ط) } \int \frac{لس}{(1-s)^2} \, دس$$

ف حل:

$$\frac{لس}{(1-s)^2} = \frac{لس}{دنس} \cdot \frac{دنس}{دنس} = دنس \times \frac{لس}{(1-s)}$$

$$+ \frac{لس}{1-s}$$

$$+ \frac{لس}{s(1-s)}$$

$$+ \frac{لس}{s} + \frac{لس}{1-s}$$

$$(1-s) + s = 1$$

$$P = \frac{لس}{1-s}$$

$$+ \frac{لس}{1-s} - 1 - لس + ج$$

الشخص (اللهم) (الوحدة ٣) (التكامل)  
ال المستوى (٤) (أمثلة الوحدة) (الدرس) (ماجيستير رياضيات)

١٦) صنع دائرة حول زعنف الاجابة الصحيحة.

$$\text{مربع } s = r + \text{جباس} - 2r$$

درس سامي

١٧) اذا كان  $r = 10$  ميل ميل ميل  
حاله وكانت

$$\text{مربع } s = 50 - \text{جباس} \quad (١)$$

$$50 = 50 - \text{جباس}$$

$$(٢) \quad \text{كل}: ٥٢ = ٥٠ + جباس$$

$$\text{جباس} = ٢ + \text{جباس} \quad (\text{كل})$$

$$\text{مربع } s = ٥ + \text{جباس}$$

$$\text{جباس} = ٥ - \text{جباس} \quad \text{مربع } s = ٥ \times ٥ - \text{جباس}$$

$$\text{جباس} = ٢٥ - \text{جباس} \quad \text{مربع } s = ٢٥ + \text{جباس}$$

$$٢٥ + \text{جباس} =$$

$$+ ٢ =$$

$$٣ =$$

التحقص (العلم) (الوحدة ١) (التكامل)  
 المصطفى عصام الشيخ  
 (أثناء الدراسة) (الدرس ٤)  
 ماجستير رياضيات

$$\text{إذا كانت } \int_{a}^{b} f(x) dx = 0 \text{ فـ } \int_{a}^{b} g(x) dx = 0$$

$$\text{فـ } \int_{a}^{b} (f(x) + g(x)) dx = \int_{a}^{b} f(x) dx + \int_{a}^{b} g(x) dx = 0 + 0 = 0$$

$$24 \quad ٦ \quad ٨ \quad ٢ \quad ١٤ \quad ٥ \quad ٠ \quad ٤$$

أولاً:

$$(٢) \quad ٣ + \int_{a}^{b} f(x) dx$$

$$7 + (\int_{a}^{b} f(x) dx + \int_{a}^{b} g(x) dx)$$

$$7 + (0 + \int_{a}^{b} g(x) dx)$$

$$7 + 1 \times 0$$

$$7 + 0$$

$$8 =$$

٣) إذا كان  $a < b$  معرفاً على الفترة  $[a, b]$  وكانت

$f \geq g$  على  $[a, b]$  ما أكبر صيغة للقيمة

$$\int_a^b f(x) dx ?$$

$$12 \quad ٦ \quad ٣ \quad ٤ \quad ٢ \quad ٧ \quad ٤$$

أولاً:

$$\int_a^b f(x) dx \geq 1$$

$$8 \geq \int_a^b f(x) dx \geq 7$$

$$\int_a^b g(x) dx \geq \int_a^b f(x) dx \geq 7$$

$$7 \leq \int_a^b g(x) dx \leq 8$$

الشخص المعلم ( ) الوحدة ( ١ ) التكامل  
 المستوى ( ٤ ) ( ) ( ) امثلة الوحيدة ( ) ( ) ( ) ( )  
 ماجستير رياضيات ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )

٦) اذا كانت  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$  و  $\int_{-1}^1 g(x) dx = 0$   
 فما هي قيمة  $\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx$ ؟

$$\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx = 0$$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{-1}^1 g(x) dx = 0$$

$$18) 3) 12) 4) 5) 6) 7)$$

هل:

$$f(x) - g(x) = 0$$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$$

$$f(x) - g(x) = 0 \leftarrow 12 = 3x \leftarrow x = 4$$

$$\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx = 0$$

$$x = 4 \times -1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$(1-x)^2 - 4x^2$$

$$\boxed{7} = 5 - 8$$

$$\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx = 0$$

$$f(x) - g(x) = 0$$

هل:

$$\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx = 0$$

$$f(x) - g(x) = 0$$

$$f(x) - g(x) = 0$$

اذا كانت  $x+y = 5 + \text{لقطاب}$  ⑧

فإن  $x+y = 5$

ب) نظاب ⑨

$x+y+z = 5 + \text{نظاب} + \text{نظاب}$

كل :

$$\frac{\text{نظاب}}{\text{جاء}} + \dots = 5$$

$$x+y = \text{نظاب}$$

اذا كانت  $x+y+z = 5$  ⑩

عما فيه  $\{ 5 \} \text{ عـ (صـ) سـ}$

$$x+y+z = 5 \quad ⑪$$

$$5 = 5$$

$$\frac{5}{5} = \frac{5}{5} = \frac{5}{5}$$

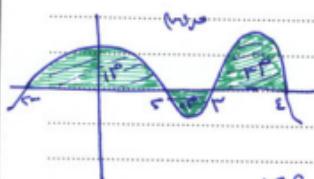
$$1 = 1 + 0 + 0 = v \\ 1 = 1 + 0 + 0 = v$$

$$x \times \frac{5}{5} = \frac{5}{5} \text{ عـ (صـ) سـ}$$

$$\frac{5}{5} = \frac{5}{5} \text{ عـ (صـ) سـ}$$

$$\frac{5}{5} = \frac{5}{5} \text{ عـ (صـ) سـ}$$

$$\Delta = \Sigma x =$$



(١)

مقدار المثلث  
إذن يبين المساحة بين مرتبتين  
وتحدد المسألة لهذا على أنه

$$\pi r^2 = \pi \cdot 2^2 = 4\pi \quad \text{وشكل مرغبة}$$

$\pi r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi \quad \text{وشكل مرغبة}$

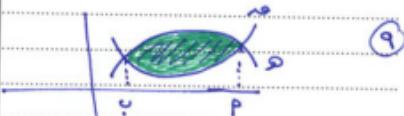
مثلث  $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

(٢)  $\pi - 2$

$$\pi r^2 = \pi \left[ \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \right] = \pi \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \pi \cdot 1 = \pi$$

$$\pi + 2 - \pi = 2$$

$$\pi = 2$$



(٢)

مقدار المثلث  
إذا أخذت المساحة المثلثية  
المحصورة بين صحنين الاتزانية درجة  
ستمائة بـ  $\frac{1}{2} \times 100 \times 100 = 5000$

$$\text{وشكل } \frac{1}{2} \times 100 \times 100 = 5000$$

$$4 - G = 100 \cdot 6 \cdot 6 = 3600$$

$$\text{ذلك: } \frac{1}{2} \times 100 \times 100 = 5000$$

$$5000 - 3600 = 1400$$

$$1400 - 5000 = -3600$$

$$1400 - 5000 = -3600$$

$$1400 - 5000 = -3600$$

$$1400 - 5000 = -3600$$

$$1400 - 5000 = -3600$$

$$1400 - 5000 = -3600$$

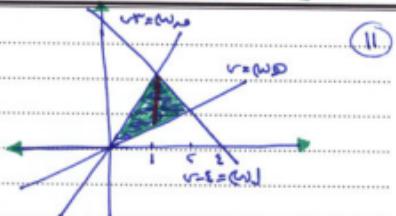
$$1400 - 5000 = -3600$$

# التكامل

عصام الشيخ ماجستير رياضيات

## أمثلة الوحدة

رياضيات (الحلبي) المستوى (٤)



(١١)

محتواه المثلث ما الماء  
لمسقطه المطلقة.

$$\approx (v - v^3) \quad (f)$$

$$\approx v^3 + v^2 \quad (1)$$

$$\approx v^2 + v \cdot v^2 \quad (ج)$$

$$\approx (v - v^3) \quad (e)$$

كل:

$$J = 0$$

$$I = V \Leftrightarrow V - I = V$$

$$J = 0$$

$$I = V \Leftrightarrow V - I = V$$

$$\approx v - v^3 + v^3 - v^5 = v^5$$

$$\approx v^5 + v^3 =$$

( )