

# أسئلة إضافية عصام الشيخ

## تكامل العلمي

الشخص (المعلم) (الوحدة) ( ) التحاصيل  
 عصام الشيخ  
 المستوى (٤) ( ) الدرس ( ) ماجستير رياضيات



$$\frac{\text{ظاهري}}{\text{قائي} + \text{ظاهري}} \quad ①$$

$$\frac{\text{ظاهري}}{\text{قائي} - \text{ظاهري}} \times \frac{\text{ظاهري}}{\text{قائي} - \text{ظاهري}} = \frac{\text{ظاهري}}{\text{قائي} - \text{ظاهري}}$$

$$\frac{\text{ظاهري}}{\text{قائي} - \text{ظاهري}} = \frac{\text{ظاهري}}{\text{قائي} - \text{ظاهري}}$$

$$= \frac{\text{ظاهري}}{\text{قائي} - \text{ظاهري}} \quad 1$$

$$= (\text{ظاهري} - \text{ظاهري})$$

$$= \text{ظاهري} - (1 - \text{ظاهري})$$

$$= (\text{ظاهري} - 1 + \text{ظاهري})$$

$$= \text{ظاهري} - \text{ظاهري} + 1$$

( عصام الشيخ )	( الوحدة )	( التخصص )
( ماجستير رياضيات )	( الدرس )	( المستوى )

 قاسم قاتي

$$\left. \begin{array}{l} \\ \times \frac{1}{جاءس} \end{array} \right\} = \frac{1}{جاءس}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \times \frac{1}{جاءس} \end{array} \right\} = \frac{1}{جاءس}$$

$$\left. \begin{array}{l} جاءس + جاءس \\ \times \frac{1}{جاءس} \end{array} \right\} = \frac{1}{جاءس}$$

$$\left. \begin{array}{l} جاءس + جاءس \\ \times \frac{1}{جاءس} \end{array} \right\} = \frac{1}{جاءس}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ + \frac{1}{جاءس} \end{array} \right\} = \frac{1}{جاءس}$$

$$\left. \begin{array}{l} جاءس + قاتي \\ = \end{array} \right\} =$$

$$= ظاس - ظناس + م$$

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (التكامل) عصام الشيخ  
 ورقة عمل (١) (قواعد التكامل غير المحدود) ماجستير رياضيات المستوى (٤)

المراجبات

$$\text{بالمعرفة} \quad \frac{\text{ظايس}}{\sqrt{\text{قاس}}} \quad \textcircled{1}$$

$$\left[ \text{ظايس ظايس قاس} \right]$$

$$\left[ \text{ظايس (قاسي - ١) قاس} \right]$$

$$\left[ (\text{ظايس قاسي} - \text{ظايس}) \text{ قاس} \right]$$

$$\left[ \text{ظايس قاس} - \text{ظايس قاس} \right]$$

$$\left[ \text{ظايس قاسي قاس} - \text{ظايس قاسي قاسي قاس} \right]$$

$$\text{فاس} = \text{فاس} \Leftrightarrow \text{فاس} = \text{فاس}$$

$$\left[ \text{ظايس قاسي قاسي قاسي} - \text{ظايس قاسي قاسي قاسي} \right]$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ فاس} - \frac{1}{2} \text{ فاس}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \text{ فاس} + \frac{1}{2} \text{ فاس}$$

$$\text{موضع} \quad \frac{\text{جتس}}{\sqrt{\text{جاس}}} \quad \textcircled{1}$$

$$\left[ \text{جتس جتس} \right]$$

$$\left[ \text{جتس (١-جاس)} \right]$$

$$\left[ \text{جاس - جتس جاس} \right]$$

$$\left[ \text{جتس - جتس جاس} \right]$$

$$\left[ \text{ظايس قاس} - \text{جتس} \right]$$

$$= \text{فاس} - \text{فاس} - \text{فاس} = 0$$

التخصص (العلمي)

الوحدة ( ) ( المكامل وتطبيقاته )

عصام الشيخ

المستوى ( ) ( ورقة عمل )

ماجستير رياضيات

$$\frac{1 - \text{كتاب}}{1 + \text{كتاب}} \times \frac{\text{كتاب}}{1 - \text{كتاب}}$$

جد المخالمل الآتي

(كتاب)

$$= \frac{\text{كتاب} - \text{كتاب}}{1 - \text{كتاب}}$$

حل:

$$\frac{1}{2} (\text{كتاب} + \text{كتاب})$$

$$= \frac{\text{كتاب} - \text{كتاب}}{\text{كتاب}}$$

$$\frac{1}{2} \text{كتاب} + \frac{1}{2} \text{كتاب}$$

$$= (\text{كتاب} - \text{كتاب})$$

$$\frac{1}{2} \text{كتاب} + \frac{1}{2} \text{كتاب}$$

$$= (\text{كتاب} - \text{كتاب})$$

$$\frac{1}{2} \text{كتاب} + \frac{1}{2} \text{كتاب}$$

$$= -\text{كتاب} + \text{كتاب} + \text{كتاب} + \text{كتاب}$$

$$\frac{1}{2} \text{كتاب} + \frac{1}{2} \text{كتاب}$$

$$\frac{1}{2} \text{كتاب} = \frac{1}{2} \text{كتاب}$$

جد المخالمل الآتي (كتاب)

$$\frac{1}{1 + \text{كتاب}}$$

حل:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{كتاب}}$$

$$\frac{1}{\frac{كتاب + 1}{كتاب}} =$$

$$\frac{كتاب}{كتاب + 1} =$$

التخصص (العلمي) الوحدة ( ) عصام الشيخ  
 ( ) التكامل وتطبيقاته ( ) حساب المثلثات المحدود ( ) ورقة عمل ( ) المستوى ( ٤ ) ماجستير رياضيات

$$\text{جد } \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} (x^2 - 3) dx$$

$$\text{جد } \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} (x^2 - 3) dx$$

$$x = \frac{1}{3} - 3$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}} = 3$$

$$x = 7$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$$\begin{aligned} r > v > 0 \\ 4 > v > 2 \\ 7 > v > 4 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} r \\ 1 \end{array} \right\}$$

$$v = \frac{1}{3} + v = \frac{1}{2} + v = 2 + v$$

$$(2-v) + (v-1) + (1-v) \times v$$

$$+ \quad r \quad + \quad r$$

$$2 =$$

$$\text{جد } \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} (x^2 - 3) dx$$

$$\text{حل: } \frac{1}{3} - 3$$

$$\frac{1}{3} = v \Leftrightarrow v = \frac{1}{3}$$

$$\dots \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{0}$$

$$v = \text{جتاب} - \frac{1}{3} + v = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{0}$$

$$\left( \dots - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \right) - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{1} \right) +$$

$$\left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) - \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{1} \right) +$$

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1} =$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1} - \frac{1}{1} =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{1} - 1 - \frac{1}{1} =$$

$$\frac{1}{1} - 1 - \frac{1}{1} =$$

الخصوصي (العلمي) الوحدة ( ) الكامل ( ) عاصم الشيخ  
 المستوى (٤) ورقة عمل ( ) خاصية المقارنة ( ) ماجستير رياضيات

٣) إذا كان  $\varphi(x) \leq 7$  تتحقق في جميع  $x$  في الفئة  $[2, 3]$  فما أصغر قيمة المقدار

١) الشكل يمثل ممكنت الاقتران  $\varphi$  على  $[2, 3]$ جد أكبر قيمة ممكنة للتكامل

$$\varphi(2) - \varphi(3) \leq 2$$

الحل:

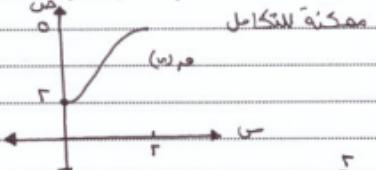
$$7 \leq \varphi(3) \leq 14$$

$$11 \leq \varphi(2) \leq 14$$

$$7 \leq \varphi(3) - \varphi(2) \leq 3$$

$$7 \leq \varphi(3) - \varphi(2) \leq 3$$

أصغر قيمة المقدار هي 7



$$7 \leq \varphi(3) - \varphi(2) \leq 3$$

الحل:

$$0 \geq 3 \geq \varphi(3) - \varphi(2)$$

$$6 \geq 3 \geq \varphi(3) - \varphi(2)$$

$$16 \geq 7 \geq \varphi(3) - \varphi(2)$$

$$22 \geq 7 \geq \varphi(3) - \varphi(2)$$

$$32 \geq 7 \geq \varphi(3) - \varphi(2)$$

32 هو أكبر قيمة ممكنة للتكامل

٢) دون اجراء عملية التكامل بين أن

$$\pi \geq x \geq 0$$

$$\int_{\pi}^{\infty} x dx \geq 0$$

$$x \geq \pi \geq 0$$

$$\int_{\pi}^{x} \pi dx \geq 0$$

$$x \geq \pi \geq 0$$

دون اجراء عملية التكامل بين أن

$$3 \geq x \geq \pi$$

$$\int_{\pi}^x \sqrt{3-x^2} dx = \frac{1}{2} \pi$$

$$\text{الحل: } \int_{\pi}^x \sqrt{3-x^2} dx = \frac{1}{2} \pi$$

٣) إذا كانت  $\varphi(x) > 1$  تتحقق في

الفئة  $[2, 3]$  فما أكبر قيمة وما

أصغر قيمة لمقدار  $\int_{\pi}^x \varphi(x) dx$

$$1 < \varphi(x) < 2$$

$$8 > \int_{\pi}^x \varphi(x) dx > 6$$

$$3 < \int_{\pi}^x \varphi(x) dx < 8$$

$$18 > \int_{\pi}^x \varphi(x) dx > 24$$

أصغر قيمة هي 18

أكبر قيمة هي 24

الشخص (العلمي) ( ) الوحدة ( ) ( ) التكامل  
 عصام الشيخ ( ) ( ) ( ) عصام الشيخ  
 المستوى (٤) ماجستير رياضيات ( ) خاصية المقارنة ورقة عمل ( )

$$\begin{aligned} &= \sqrt{-x - 3 + 4x^2 - 1} + 1 \quad \text{أعلاه} \\ &= \sqrt{1 - (x-2)^2} \quad \text{بالرسم} \end{aligned}$$

$$1 \geq \sqrt{4 - 3x} \geq .$$

$$1 \geq \sqrt{4 - 3x} \geq ? \quad ? \geq \sqrt{4 - 3x} \geq .$$

$$? \geq \sqrt{4 - 3x} \geq .$$

⑥ دون اجراء عملية التكامل بين اثنين

$$\sqrt{27x^3} \geq \sqrt{3 + 3x} \quad ? \geq \sqrt{27x^3}$$

شكل:

$$3 \geq 0 \geq .$$

$$27 \geq 3 \geq .$$

$$27 \geq 3 + 3 \geq 3$$

$$\sqrt{27x^3} \geq \sqrt{3 + 3x} \quad ? \geq \sqrt{27x^3}$$

$$\sqrt{27x^3} \geq \sqrt{3 + 3x} \quad ? \geq \sqrt{27x^3}$$

عصام الشيخ

ماجستير رياضيات

الوحدةة ( ) ( )

الدرس ( ) ( )

التخصص ( )

المستوى ( )



$$\text{مساواة} \rightarrow \frac{1}{جاء} =$$

أمثلة:

$$\rightarrow \frac{1}{جاء} =$$

$$\rightarrow \text{قتاس} =$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{قتاس} \times \frac{\text{قتاس} + \text{ظاس}}{\text{قتاس} + \text{ظاس}} \\ \text{قتاس} + \text{ظاس} \end{array} \right\} =$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{قتاس} + \text{قتاس ظاس} \\ \text{قتاس} + \text{ظاس} \end{array} \right\} =$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{قتاس} + \text{قتاس ظاس} \\ \text{ظاس} + \text{قتاس} \end{array} \right\} =$$

$$\rightarrow - \text{لوا ظاس} + \text{قتاس} + ج =$$



$$\rightarrow \frac{1}{هباء} =$$

أمثلة:

$$\rightarrow \frac{1}{هباء} =$$

$$\rightarrow \text{قاس} =$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{قاس} \times \frac{\text{قاس} + \text{ظاس}}{\text{قاس} + \text{ظاس}} \\ \text{قاس} + \text{ظاس} \end{array} \right\} =$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{قاس} + \text{قاس ظاس} \\ \text{قاس} + \text{ظاس} \end{array} \right\} =$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{قاس} + \text{قاس ظاس} \\ \text{ظاس} + \text{قاس} \end{array} \right\} =$$

$$\rightarrow \text{لوا ظاس} + \text{قاس} + ج =$$

التخصص (العلمي) الوحدة (١) ) التكامل  
 ورقة عمل (١) ) التكامل بالتعويض (٤) ) ماجستير رياضيات

$$\int \frac{3}{x^2 - 1} dx \quad (1)$$

$$\frac{\text{جتايس} - جاس}{جتايس + جاس} \quad (1)$$

شكل:

$$\int \frac{1}{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| \quad (2)$$

$$\frac{(جتايس + جاس)}{(جتايس - جاس)} \quad (1)$$

$$\sqrt{جتايس} \quad (1)$$

$$1 \times \frac{جتايس - جاس}{جتايس} \quad (1)$$

$$\sqrt{جتايس} \quad (1)$$

$$\frac{جتايس}{جتايس} \quad (1)$$

$$\frac{جاس}{جاس} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3x^2 - 1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3x^2 - 1} \quad (1)$$

$$\frac{\text{ظاهر}}{\text{مخرج}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{x^2 - \frac{1}{3}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{x^2 - \frac{1}{3}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{x^2 - \frac{1}{3}} \quad (1)$$

$$\frac{\text{ظاهر}}{\text{مخرج}} \quad (1)$$

$$\frac{جاس}{جاس} \quad (2)$$

$$\frac{\text{ظاهر}}{\text{مخرج}} \quad (1)$$

$$\frac{جاس}{جاس} \quad (1)$$

$$\frac{1}{(قاص - 1)} \quad (1)$$

$$\frac{جاس}{جاس} \quad (1)$$

$$\frac{1}{(قاص - 1)} + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{q^2}}} \quad (1)$$

الخصوص (العلمي) الوحدة (١) التكامل  
المستوى (٤) ورقة عمل (١) التكامل بالتقريب

$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$	$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$
$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$	$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$
$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$	$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$
$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$	$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{x} dx = e^x - \frac{e^x}{x}$ $= e^1 - \frac{e^1}{1}$ $= e - e$ $= 0$

التحقص (المعلم) ( الوحدة ) ( التكامل ) عصام الشيخ  
 المستوى ( ٤ ) ( الدرس ) ( ماجستير رياضيات )

$$\left[ \frac{\text{جاءى}}{\text{جاسى}} \right] \text{ دى } \quad (٣)$$

$$\text{الحل:} \left[ \frac{2 \cdot \text{جاءى} \cdot \text{جتائى}}{\text{جاسى}} \right] \text{ دى}$$

$$= \left[ \frac{2 \times 2 \cdot \text{جاسى} \cdot \text{جتائى}}{\text{جاسى}} \right] \text{ دى}$$

$$= 4 \left[ \text{جتائى} \cdot \text{جتائى} \right] \text{ دى}$$

$$= 4 \left[ \frac{1}{2} (\text{جتائى} + \text{جتائى}) \right] \text{ دى}$$

$$= 2 \frac{\text{جاتى}}{4} + 2 \frac{\text{جاتى}}{4} + 2 \frac{\text{جاتى}}{4}$$

$$\left[ \text{جتائى} \cdot \text{جتائى} \cdot \text{جتائى} \right] \text{ دى} \quad (٤)$$

$$= \left[ \frac{1}{2} (\text{جتائى} + \text{جتائى}) \times \text{جتائى} \right] \text{ دى}$$

$$= \left[ \left( \frac{1}{2} \text{جتائى} + \frac{1}{2} \text{جتائى} \right) \cdot \text{جتائى} \right] \text{ دى}$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \text{جتائى} + \frac{1}{2} \text{جتائى} \right] \left( \text{جتائى} + \text{جتائى} \right) \text{ دى}$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \text{جتائى} + \frac{1}{2} \text{جتائى} + \frac{1}{2} \text{جتائى} + \frac{1}{2} \text{جتائى} \right] \text{ دى}$$

$$= \frac{1}{2} \text{جاتى} + \frac{1}{2} \text{جاتى} + \frac{1}{2} \text{جاتى} + \frac{1}{2} \text{جاتى}$$

الشخص (العلمي) الوحدة (١) ( ) التكامل ( ) عصام الشيخ  
 ورقة عمل (١) ( ) قواعد التكامل غير المحدود ( ) ماجستير رياضيات المستوى (٤)

$$\text{جاء} - \text{جاء} - \text{جاء}$$

$$x + \frac{1}{x} - \text{جاء} - \text{جاء} - \frac{1}{x} +$$

لـ  $\int \frac{dx}{1+x^2}$

$$x = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad 1-x^2$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad \sqrt{1+x^2} = u \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \quad 1-u^2$$

$$u = \frac{(1+u^2)^{1/2} (1-u)}{(1+u^2)^{1/2}}$$

$$u + u^2 - \frac{1}{u}$$

$$u + \sqrt{1-u^2} - \frac{1}{u}$$

لـ  $\int \frac{dx}{1+x^2}$

$$\text{جاء} - \text{جاء} - \text{جاء} + \frac{1}{x}$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} + \frac{1}{x} \text{ جاء} - \text{جاء}$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} - \text{جاء} + \text{جاء} - \text{جاء}$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} (1+\text{جاء})$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} + \text{جاء}$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} + \text{جاء}$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} + \text{جاء}$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} (1-\text{جاء}) (1+\text{جاء})$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} - \text{جاء}$$

$$\text{جاء} = \text{جاء}$$

$$\text{جاء} = \frac{\text{جاء}}{\text{جاء}}$$

$$\text{جاء} - \text{جاء} - \text{جاء}$$

عصام الشيخ

ماجستير رياضيات

الوحدةة

الدرس

التخصص

المستوى

لعميق

د

د

$$\frac{جاء - 5}{3 جاء + 5} \text{ مقياس}$$

د

د

$$\frac{ جاء - 5 }{ 3 جاء + 5 } = 1 - جاء$$

د

د

$$\frac{ جاء - 5 }{ 3 جاء + 5 } = 0 - جاء$$

د

د

$$\frac{ جاء - 5 }{ 3 جاء + 5 } = 0$$

د

د

$$\frac{ جاء - 5 }{ 3 جاء + 5 } = 0$$

د

$$3 جاء - 5 = 0$$

$$\frac{ د }{ 3 جاء - 5 } = \frac{ د }{ 5 }$$

$$\frac{ د }{ 3 جاء - 5 } = \frac{ د }{ 5 } \text{ مقياس مقياس}$$

$$\frac{ د }{ 3 جاء - 5 } = \frac{ 1 }{ 5 } \text{ د}$$

$$\frac{ د }{ 3 } + 1 = \frac{ 1 }{ 5 } د$$

$$\frac{ 5 د }{ 3 } + 5 = د$$

الشخص(العلمي) الوحدة(١) ) التكامل  
ورقة عمل(١) ) التكامل بالاجزاء (٤) ) ماجستير رياضيات

$\int \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) dx$ $= \int \left( x^{-2} + x^{-1} \right) dx$ $= x^{-1} + x^0 + C$ $= \frac{1}{x} + 1 + C$ $= \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ $= \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1}$ $= \frac{x+1}{x+1}$ $= 1$ $= \ln(x+1) + C$ $= \ln(x+1) + \ln(x)$ $= \ln(x(x+1)) + C$ $= \ln(x^2 + x) + C$ $= \ln(x^2) + \ln(x) + C$ $= 2\ln(x) + \ln(x) + C$ $= 3\ln(x) + C$ $= \ln(x^3) + C$ $= \ln(x^3) + \ln(e)$ $= \ln(e \cdot x^3) + C$ $= \ln(ex^3) + C$ $= \ln(ex^3) + \ln(e)$ $= \ln(e^2 \cdot ex^3) + C$ $= \ln(e^2 \cdot ex^3) + C$ $= \ln(e^2) + \ln(ex^3) + C$ $= 2 + 3\ln(ex) + C$ $= 2 + 3\ln(x) + C$ $= 2 + 3\ln(x) + 1$ $= 3 + 3\ln(x)$ $= 3\ln(x) + 3$ $= 3(\ln(x) + 1)$ $= 3\ln(x+1)$ $= 3\ln(x+1) + C$	$\int \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) dx$ $= \int \left( x^{-2} + x^{-1} \right) dx$ $= x^{-1} + x^0 + C$ $= \frac{1}{x} + 1 + C$ $= \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ $= \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1}$ $= \frac{x+1}{x+1}$ $= 1$ $= \ln(x+1) + C$ $= \ln(x+1) + \ln(x)$ $= \ln(x(x+1)) + C$ $= \ln(x^2 + x) + C$ $= \ln(x^2) + \ln(x) + C$ $= 2\ln(x) + \ln(x) + C$ $= 3\ln(x) + C$ $= \ln(x^3) + C$ $= \ln(x^3) + \ln(e)$ $= \ln(e \cdot x^3) + C$ $= \ln(ex^3) + C$ $= \ln(ex^3) + \ln(e)$ $= \ln(e^2 \cdot ex^3) + C$ $= \ln(e^2 \cdot ex^3) + C$ $= \ln(e^2) + \ln(ex^3) + C$ $= 2 + 3\ln(ex) + C$ $= 2 + 3\ln(x) + C$ $= 2 + 3\ln(x) + 1$ $= 3 + 3\ln(x)$ $= 3\ln(x) + 3$ $= 3(\ln(x) + 1)$ $= 3\ln(x+1)$ $= 3\ln(x+1) + C$
--	--

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (التكامل)  
 المستوى (٤) ماجستير رياضيات ورقة عمل (١) (التكامل بالاجزاء)

$$\text{ظا} \theta + \text{ظا} (\theta + \pi) = -\text{ظا} \theta$$

$$\frac{\sqrt{s}}{(s+1)} \quad \text{دسا} \quad \text{حل: } \quad (4)$$

$$s = (s+1) \quad \text{دسا}$$

$$\frac{\sqrt{s}}{(s+1)} = \frac{\sqrt{s}}{s+1} \quad \text{دسا} \quad \text{حل: } \quad (s+1) = s$$

$$s = \frac{\sqrt{s}}{(s+1)} - \frac{\sqrt{s}}{s+1} \quad \text{دسا}$$

$$s = \frac{1}{\sqrt{s+1}} + \frac{\sqrt{s}}{s+1} \quad \text{دسا}$$

$$\Rightarrow s = \frac{\sqrt{s}}{s+1} + \frac{\sqrt{s}}{s+1} \quad \text{دسا}$$

$$\text{قطا} \theta = \frac{\sqrt{s}}{s+1} \quad \text{دسا} \quad \text{حل: } \quad (5)$$

$$\text{قطا} \theta = \frac{\sqrt{s}}{s+1} \quad \text{دسا}$$

$$\text{قطا} \theta = \frac{\sqrt{s}}{s+1} - \frac{\sqrt{s}}{s+1} \quad \text{دسا}$$

$$\text{قطا} \theta = -\text{قطا} \theta$$

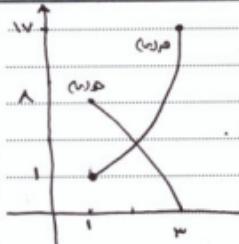
$$\text{قطا} \theta = \text{قطا} \theta - \text{قطا} \theta \quad \text{دسا}$$

$$\text{قطا} \theta = \text{قطا} \theta + \text{قطا} \theta \quad \text{دسا}$$

$$\text{قطا} \theta = \text{قطا} \theta + (\text{قطا} \theta - 1) \quad \text{دسا}$$

( عصام الشيخ )

( ماجستير رياضيات )



٣

١

٢

٦

٨

٩

١٠

١١

١٢

١٣

١٤

١٥

١٦

١٧

١٨

١٩

٢٠

٢١

٢٢

٢٣

٢٤

٢٥

٢٦

٢٧

٢٨

٢٩

٣٠

٣١

٣٢

٣٣

٣٤

٣٥

٣٦

٣٧

٣٨

٣٩

٣١٠

٣١١

٣١٢

٣١٣

٣١٤

٣١٥

٣١٦

٣١٧

٣١٨

[ قـأس لـوجـارـس دـس ]

اـنـطـلـل :

فـمـ(٢) = لـوجـارـس دـس قـأس

دـس = طـبـانـس

هـبـس = طـبـانـس

[ قـأس لـوجـارـس دـس ]

ظـبـانـس لـوجـارـس - [ ظـبـانـس طـبـانـس دـس ]

ظـبـانـس لـوجـارـس - [ دـس طـبـانـس دـس ]

ظـبـانـس لـوجـارـس - دـس + طـبـانـس

٣١٨

التخصص (العلمي) الوحدة ( ) التكامل  
 المستوى (٤) ورقة عمل ( ) ماجستير رياضيات ( ) عصام الشيخ

$$[ \text{هـ} ] \text{ (جـ) } - [ \text{جـ} ] \text{ (هـ) }$$

$$= [ \text{هـ} ] \text{ (هـ) } - [ \text{جـ} ] \text{ (هـ) }$$

$$= [ \text{هـ} ] \text{ (هـ) } - [ \text{جـ} ] \text{ (هـ) }$$

$$= [ \text{هـ} ] \times [ \text{جـ} ] - [ \text{جـ} ] [ \text{هـ} ]$$

$$= [ \text{هـ} \text{ جـ} ] + [ \text{جـ} \text{ هـ} ]$$

$$= [ \text{هـ} ] \text{ جـ} + [ \text{جـ} ] \text{ هـ}$$

$$= \frac{1}{[ \text{هـ} ] + [ \text{جـ} ]}$$

$$= \frac{1}{[ \text{هـ} ]}$$

$$= [ \text{هـ} ] + [ \text{جـ} ] + [ \text{هـ} ] [ \text{جـ} ]$$

$$= \frac{1}{[ \text{هـ} ] (1 + 2 \text{ ظـ})}$$

$$= \frac{1}{1 + 2 \text{ ظـ}}$$

$$= \frac{1}{1 + 2 \text{ ظـ}} = \frac{1}{1 + 2 \text{ ظـ}} \leftarrow \text{قامـ}$$

$$= \frac{1}{1 + 2 \text{ ظـ}} \leftarrow \text{قامـ}$$

$$= \frac{1}{1 + 2 \text{ ظـ}} + [ \text{هـ} ]$$

$$= \frac{1}{1 + 2 \text{ ظـ}} + [ \text{جـ} ]$$

$$= [ \text{هـ} ] (1 + [ \text{لـ} ] \text{ جـ} )$$

$$= [ \text{هـ} ] + [ \text{لـ} ] \text{ جـ}$$

$$\text{صـ جـ}$$

$$\text{صـ دـ جـ}$$

$$\text{صـ جـ}$$

$$= [ \text{جـ} ] + [ \text{لـ} ] \text{ جـ}$$

$$= [ \text{جـ} ] + [ \text{لـ} ] \text{ دـ جـ}$$

$$= [ \text{جـ} ] + [ \text{لـ} ] \text{ دـ} - [ \text{دـ} ] \text{ لـ}$$

$$= [ \text{جـ} ] + [ \text{لـ} ] \text{ جـ} - [ \text{جـ} ] \text{ لـ}$$

$$= [ \text{جـ} ] \text{ لـ} + [ \text{جـ} ]$$

التخصص (العلمي) الوحدة ( ) الكامل وتطبيقاته ( ) عصام الشيخ  
 المستوى (٤) ماجستير رياضيات ورقة عمل ( ) الكامل بالاجناء ( ) جد الكامل الآتي

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right)$$

حل:

$$x \cdot \frac{1}{x} - x \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right) = x \cdot \frac{1}{x}$$

$$x - x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right) = x$$

$$x - \frac{1}{x}$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right) = x$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x} =$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right) = x$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right) = x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right) = x - x$$

$$\text{لـ} \left( \frac{1}{x} \right) = x - x$$

التخصص (العلمي) الوحدة ( ) (التكامل و تطبيقاته ) عصام الشيخ  
 المستوى (٤) (ماجستير رياضيات) ورقة عمل ( ) (التكامل باجزاء) السكاميل باجزاء

جد التكامل الآتي : (٤)

$$\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 5} = \int \frac{dx}{(x-2)^2 + 1}$$

حل :

$$= \int \frac{dx}{(x-2)^2 + 1} = \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}}$$

$$= \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}}$$

$$= \int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}} = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \left[ u - \arcsin u \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-(x-2)^2}} \left[ (x-2) - \arcsin(x-2) \right] + C$$

الشخص (العلمي) الوحدة ( ) (المكامل و تطبيقاته ) ( ) عصام الشيخ  
 المستوى (٤) ماجستير رياضيات ورقة عمل ( ) (المكامل باذ حباء )

جد المكامل المتأتى

$$\frac{1}{1+جاء} - \frac{1}{1-جاء}$$

فعل :

$$\frac{1}{1+جاء} - \frac{1}{1-جاء}$$

فعل :

$$\frac{1}{1+جاء} \times \frac{1+جاء}{1+جاء} - \frac{1}{1-جاء} \times \frac{1+جاء}{1+جاء}$$

$$= \frac{1+جاء}{1+جاء} - \frac{1}{1-جاء}$$

$$= \frac{1}{جاء} + \frac{1}{1-جاء}$$

$$= ( جاء + 1- جاء )$$

$$= \frac{1}{جاء} + \frac{1}{1-جاء}$$

$$= \frac{1}{جاء} + \frac{1}{1-جاء}$$

$$= جاء + 1- جاء$$

$$= جاء - 1+ جاء$$

$$= جاء - 1+ جاء$$

\* التكامل بالاجزاء

$$\text{جد } \int \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

$$\text{الحل: } \rightarrow \frac{1}{x} \times \cancel{x} - \cancel{x} \times \frac{1}{x^2}$$

$$= 3x - \frac{1}{x}$$

$$\text{دالة: } y = \frac{1}{x}$$

$$\rightarrow \frac{1}{x} \times \cancel{x} - \cancel{x} \times \frac{1}{x^2} - \cancel{x} \times \frac{1}{x}$$

$$\therefore y + \frac{1}{x} =$$

$$\Rightarrow \frac{\ln(u)}{v} \quad [ \quad ] \quad \text{* التكامل باهتماء}$$

الحل:

$$u = \ln v$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{1}{v} \quad u = \ln v$$

$$u dv \times \frac{1}{v} \quad [ \quad ]$$

$$= [ \ln v \cdot v ]$$

$$= -v + v \ln v$$

$$= -v + v \ln v - \ln v \times \frac{1}{v}$$

\* المكامل باختصار جداء  
جد  $\int (u^3)^2 du$

$$u = u^3 \Rightarrow du = 3u^2 du$$

$$du = u^2 \cdot \frac{1}{3} du$$

$$= u \cdot u^2 \cdot \frac{1}{3} \int (u^3)^2 du - \int (u^3)^2 du$$

$$= u^3 - \int (u^3)^2 du$$

$$= u^3 - u^6 + C$$

$$\therefore u^3 - u^6 + C$$

\* تكامل بالاجزاء

$$\text{جد } \int \sin x \cos x dx$$

$$\text{الحل: } \int (\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x) dx$$

$$= \int (\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \sin 2x dx + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx$$

$$\text{دوم = جداء } \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\text{ثاني = جداء } \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$= -\frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + C_1 + C_2 =$$

$$\text{دو = جداء } \frac{1}{2}$$

$$\text{ثاني = جداء } \frac{1}{2}$$

$$( دو = جداء \frac{1}{2} \cos 2x - جداء \frac{1}{2} \sin 2x ) - ( دو = جداء \frac{1}{2} \cos 2x + جداء \frac{1}{2} \sin 2x ) =$$

$$= -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x + C_1 - C_2 =$$

التخصص (العلمي) الوحدة ( ) (المكامل)  
العنصر (٢) ( ) ( )  
محاسن رياضيات ( ) ( )  
\* المكامل بالجزاء  
٥٧٩٦٣٠٦٢٥

$$\rightarrow \text{جد } \{ \text{هـ قـاس} (١ + \text{هـ قـاس ظـاري}) \}$$

$$\rightarrow \{ \text{هـ قـاس} + \text{هـ قـاس ظـاري} \}$$

$$\rightarrow \text{هـ قـاس} = ٥٠,٣٥$$

$$\rightarrow \text{دـهـرـهـ قـاسـ ظـاري} = ٣٠,٥٥$$

$$\rightarrow \text{هـ قـاس} - \{ \text{هـ قـاس ظـاري} \} = \{ \text{هـ قـاس ظـاري} \}$$

$$\rightarrow \text{هـ قـاس} =$$

التخصص (العامي) ) الوحدة ) )  
 المستوى ( ) ) الدرس ( ) )  
 ماحستير رياضيات  
 ٥٧٩٦٣٠٥٢٥ \*

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1} \quad \text{جد } \left\{ \begin{array}{l} x \\ x+2 \end{array} \right.$$

دل:

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1} \quad \text{جد } \left\{ \begin{array}{l} x \\ x+2 \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1} \quad \text{جد } \left\{ \begin{array}{l} x \\ x+2 \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\left[ \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} \right] dx$$

$$\left[ \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} \right] dx$$

$$\left[ \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} \right] dx$$

$$= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

التخصص (العلوم) ) ( التكامل ) ( الوحدة ) ) ( التكامل )  
 عصام الشبيه  
 ماجستير رياضيات  
 ٥٩٦٣٠٥٢٥

$$\text{حل: } \int_{\frac{1}{x-1}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x} - \int_{\frac{1}{x-1}}^{\frac{1}{x+1}} \frac{dx}{x}$$

$$= \frac{1}{2} \ln |x+1| - \frac{1}{2} \ln |x-1|$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{|x+1|}{|x-1|}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right) - \frac{1}{2} \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right)$$

$$= 0$$

التخصص (العلمي) الوحدة ( ) عصام الشيخ ( ) التكامل وتطبيقاته ( )  
 المستوى (٤) ماجستير رياضيات ( ) المتكامل بالكسور الجزئية ( ) ورقة عمل ( )

(١٦) جد المتكامل الثاني:

(٢) جد المتكامل الثاني:

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{فأى} \\ \text{ظاوى} \end{array} \right.$$

$$\text{حل: } dx = \text{ظاوى} \Leftrightarrow x = \text{ظاوى}$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{فأى} \\ \text{ظاوى} \end{array} \right.$$

$$x^2 + 4x \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \sin(x+4x) \end{array} \right. =$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} = \frac{1}{\sin(x+4x)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{دمع} \\ \text{دمع} \end{array} \right.$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} = \frac{1}{(x+4x)\sin x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{دمع} \\ \text{دمع} \end{array} \right. =$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} = \frac{\frac{1}{2}}{\sin^2 x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ \sin^2 x \end{array} \right. =$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} = \frac{\frac{1}{2}}{(x+4x)(x-4x)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ (x+4x)(x-4x) \end{array} \right. =$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} = \frac{\frac{1}{2}}{x^2 - 16x^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \\ x^2 - 16x^2 \end{array} \right. =$$

$$(1-16)x^2 + (16)x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{15}x^2 + 16x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{15}x^2 + 16x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{15}$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{جاسى} \\ (1-\text{جاسى})(\text{جاسى}) \end{array} \right.$$

$$\text{حل: } dx = \text{جاسى} \Leftrightarrow x = \text{جاسى}$$

$$\frac{dx}{x^2 + 4x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{جاسى} \\ \text{جاسى} \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{(x^2 + 4x)(x-1)} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{دمع} \end{array} \right. =$$

$$\frac{b}{x^2 - 1} + \frac{a}{x-1} \quad \left\{ \begin{array}{l} b \\ a \end{array} \right. =$$

$$(x^2 - 1) + b(x-1) = 1$$

$$b = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

$$b = 1 \Leftrightarrow 1 = 0$$

$$\frac{1}{x^2 - 1} + \frac{1}{x-1} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \text{دمع} \end{array} \right. =$$

$$- \ln|x-1| + \ln|x+1| - \ln|x-1| + \ln|x+1| =$$

$$- \ln|x-1| + \ln|x+1| + \ln|x+1| - \ln|x-1| =$$

الشخص (العلمي) الوحدة ( ) التكامل (تطبيقاته) ( ) عصام الشيخ  
 المستوى (٤) ورقة عمل ( ) التكامل بالكسور الجزئية ( ) ماجستير رياضيات

$$= \frac{1}{x-4} \left[ x + 4 \right] - \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{x} \ln |x-4| - \frac{1}{x} \ln |x+4|$$

$$= \frac{1}{x} \ln |x^2 - 16| - \frac{1}{x} \ln |x^2 + 16|$$

$$= \frac{1}{x} \ln |\text{ظل } x| - \frac{1}{x} \ln |\text{ظل } -x|$$

تدريب جد

حل:

كسور جزئية

$$\frac{r+s}{3-u} = \frac{r+s}{3-u} + \frac{P}{3-u}$$

مثال

$$\frac{r+s}{(1-u)(3-u)} = \frac{r+s}{(1-u)(3-u)} + P$$

$$\left[ \frac{u}{1-u} \right] + \left[ \frac{u+P}{3-u} \right] =$$

$$(3+u^2)u + (1-u)P = 3+u^2$$

$$1 = u \leftarrow u_0 = 0 \leftarrow 1 = u$$

$$(1-\frac{r}{3})P = r + \frac{9}{3} \leftarrow \frac{r}{3} = u$$

$$1 = P \leftarrow \left( \frac{u}{3} \right) P = \frac{u}{3}$$

$$\left[ \frac{u}{1-u} \right] + \left[ \frac{u}{3-u} \right] =$$

$$لو(1-u) + \frac{1}{u} + لو(3-u) + \frac{1}{u} =$$

كسور جزئية

$$\frac{u}{(1-u)(3-u)} = \frac{u}{(1-u)(3-u)} + P$$

مثال

$$1 = u \leftarrow u - 1 = 1 \leftarrow r = u$$

$$\frac{u}{(1-u)(3-u)} = \frac{u}{(1-u)(3-u)} + P$$

$$1 = P \leftarrow P = 1 \leftarrow 1 = u$$

$$\frac{u}{(1-u)(3-u)} = \frac{u}{(1-u)(3-u)} + P$$

$$\left[ \frac{1}{u-1} \right] + \left[ \frac{1}{u-3} \right]$$

$$\left[ \frac{u}{u-3} \right] + \left[ \frac{u}{u-1} \right]$$

$$P + \frac{1}{u-3} - 1 + \frac{1}{u-1}$$

$$(u-1)u + (u-3)P = 1$$

$$u + u(u-2) + u(u-1) -$$

مكعب حزينة

مثال

{ حاس مهانى

دعا

مهانى . . . . .

$$\frac{60}{60} \times 2 = 2 \leftarrow 2 \times 60 = 120$$

$$\frac{60}{60 - 2} \times 2 = 2 \leftarrow 2 \times 58 = 116$$

$$\frac{60}{60 - 5} = 2 \leftarrow 60 - 5 = 55$$

$$\frac{60}{60 + 1} = 2 \leftarrow 60 + 1 = 61$$

$$(2 - 60) p + (1 + 60) p = 60 -$$

$$\frac{1}{60} = p \leftarrow 60 - 1 = 59 \leftarrow 1 = 60$$

$$\frac{1}{60} = p \leftarrow p = \frac{1}{60} \leftarrow 60 = 1$$

$$\frac{1}{60} = p \leftarrow p = \frac{1}{60} \leftarrow 60 = 1$$

$$2 - \frac{1}{60} = 1 + \frac{1}{60}$$

مقدمة جزئية

$$\text{هشل} \quad \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}} \quad \left[ \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}} \right]$$

$$\text{إيجـ: } \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}} = \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}}$$

$$\left[ \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}} \right] = \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}}$$

$$\left[ \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}} \right] = \frac{\text{جـ} - \text{جـ}}{\text{جـ} - \text{جـ}}$$

$$\text{جـ} = \text{جـ} \quad \leftarrow \quad \text{جـ} = \text{جـ}$$

$$\left[ \frac{\text{جـ}}{\text{جـ}} \right] = \frac{(1-\text{جـ})}{(1-\text{جـ})} \cdot \frac{\text{جـ}}{\text{جـ}}$$

$$\left[ \frac{\text{جـ}}{1+\text{جـ}} \right] + \text{جـ} \cdot \frac{\text{جـ}}{1-\text{جـ}} ]$$

$$(1-\text{جـ}) \text{ جـ} + (1+\text{جـ}) \text{ جـ} = 1-\text{جـ}$$

$$\frac{\text{جـ}}{1} = \text{جـ} \leftarrow \text{جـ} - \text{جـ} = 0 \leftarrow 1 - 1 = 0$$

$$\frac{\text{جـ}}{1} = \text{جـ} \leftarrow \text{جـ} - \text{جـ} = 0 \leftarrow 0 = 0$$

$$\frac{\text{جـ}}{1} \text{ لـو} 1-\text{جـ} + \frac{\text{جـ}}{1} \text{ لـو} (1+\text{جـ})$$

$$\frac{\text{جـ}}{1} \text{ لـو} 1-\text{جـ} + \frac{\text{جـ}}{1} \text{ لـو} 1-\text{جـ}$$

كمونوجونية

$$\text{جد } \frac{1}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}$$

مثال

الحل:

$$\sin \alpha = \sin(\alpha + \beta) - \sin \beta$$

$$\frac{1}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} =$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} =$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} = 0 \leftarrow \sin \alpha = 1 \leftarrow \alpha = 0$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} = 0 \leftarrow \cos \alpha = 1 \leftarrow \alpha = 0$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} =$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha} =$$

$$\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} =$$

التخصص (العلمي) الوحدة (١) ) التكامل  
ورقة عمل (١) ( حل المعادلة التفاضلية ) ماجستير رياضيات المستوى (٤)

١ حل المعادلة التفاضلية  $2 \frac{dy}{dx} - 5y + 3x = 3$

$$2 \frac{dy}{dx} - 5y = 3x - 3$$

٢ اذا كان ميل الماسن للفقرة (٤،٣) هو

جد منحنى العلاقة التي تصر بالفقرة (٤،١)

٣ اذا كان  $\frac{dy}{dx} = 5x - 3 + e^{-5x}$  جد منحنى العلاقة

التي تصر بالفقرة (١٤،١)

٤ اذا كانت  $y = \frac{t^2}{e^t}$  حيث  $t$ : السرعة ،  $t$ : المسار

وكان  $2 \leq n \leq 6$  ، اذا علمت ان  $y = 6$  عندما  $n = 3$ .  
جد  $t$  عندما  $n = 3$ .

الشخص( العلمي ) الوحدة ( ١ ) التكامل ( ) عصام الشيخ  
 ورقة عمل ( ١ ) حل المعادلة التفاضلية ( ) ماجستير رياضيات المستوى ( ٤ )

$\frac{1}{2} \ln  1 - \frac{1}{1+u^2}  + C = u \Rightarrow u = \sqrt{\frac{1}{1-u^2}}$ $\Rightarrow + \sqrt{1-u^2} - u^2 = 1 + u^2 \Rightarrow u^2 = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow + \sqrt{\frac{1+u^2}{2-u^2}} = \frac{1}{\sqrt{2-u^2}}$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{1+u^2}}{\sqrt{2-u^2}} = \frac{u^2}{\sqrt{2-u^2}}$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2-u^2}} = \frac{u^2}{\sqrt{1+u^2}}$ $\Rightarrow \frac{1}{2-u^2} = \frac{u^2}{1+u^2}$ $\Rightarrow + \frac{(2-u^2)}{2} = \frac{u^2(1+u^2)}{1+u^2}$ $\Rightarrow + \frac{(2-u^2)}{2} = \frac{u^2}{1+u^2}$ $\Rightarrow + \frac{1}{2} \ln \frac{1+u^2}{2-u^2} = C$ $\Rightarrow + \frac{1}{2} \ln \frac{1+u^2}{2-u^2} = C$ $\frac{1}{2} \ln \left[ \frac{1+u^2}{2-u^2} \right] + C = \frac{u^2}{1-u^2}$ $\Rightarrow + \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{1+u^2}{2-u^2} \right] + C = \frac{u^2}{1-u^2}$ $u^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{u^2}{1+u^2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{u^2}{1-u^2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$	$u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1+u^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$ $u = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{1-u^2} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$
--	---

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (التكامل)  
 ورقة عمل (١) ( حل المعادلة التفاضلية ) ماجستير رياضيات المستوى (٤)

$$d\zeta = -6dt$$

$$\frac{dt}{t} + \sqrt{-2-4t^2} \sqrt{\frac{t}{3}} = \sqrt{1+4t^2} dt \quad \therefore$$

$$dt + \frac{6}{t} \zeta = 0$$

$$\frac{dt}{t} - \frac{6}{t} \zeta + \frac{6\zeta - 6}{t^2} = \frac{6t}{t^2} \quad (1)$$

$$\zeta = (t)^6$$

$$\frac{dt}{t} + \frac{6}{t} \zeta = \frac{6t}{t^2}$$

$$dt + 6t\zeta = \frac{6t}{t^2}$$

$$dt + \frac{6}{t} \zeta = \frac{6t}{t^2}$$

$$1. = dt \leftarrow dt + t\zeta = 18$$

$$dt + (6t + \frac{6}{t}) \zeta = 18 \quad (2)$$

$$1. + 6t\zeta = \frac{6}{t} \leftarrow$$

$$dt + \frac{6}{t} + \frac{6}{t} \zeta = \frac{6}{t} \quad (3)$$

$$dt + t\zeta = \frac{6}{t} \leftarrow$$

$$\leftarrow (1+1)$$

لنجذب ت  $\zeta$  عندما  $t=3$  في  
 $t=3$  عندما  $\zeta=0$

$$dt + \frac{6}{t} + \zeta = 0$$

$$dt + \frac{6}{t} = 0$$

$$dt + 6t\zeta = 0 \leftarrow$$

$$\frac{1}{t} = \frac{dt}{dt}$$

$$6t\zeta = 0$$

$$\frac{1}{t} - \frac{6}{t} + \frac{6}{t} \zeta = \frac{6}{t} \quad \leftarrow$$

$$\zeta = \sqrt{33}t$$

$$\zeta = 6 \quad (4)$$

$$\frac{3}{\sqrt{117}} = \frac{3}{\sqrt{33}t} = \frac{t}{\sqrt{33}} \leftarrow$$

$$\therefore \Rightarrow$$

$$\frac{t}{\sqrt{117}} =$$

$$\frac{dt}{\zeta} = -\frac{6}{6t} = \frac{1}{t} \quad (5)$$

$$6t = 6 \leftarrow$$

التخصص (العلمي) الوحدة (١) التكامل  
 ورقة عمل (١) حساب العدالة المستوى (٤) ماجستير رياضيات عصام الشيخ

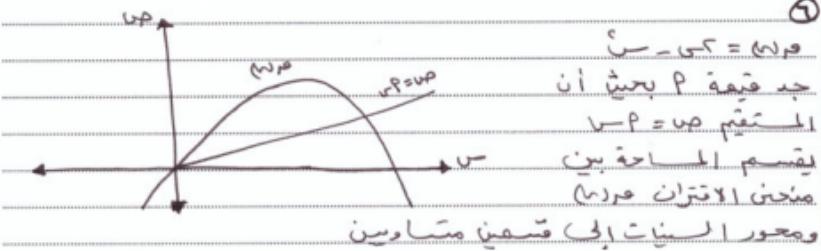
١)  $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$  ،  $\int_{-1}^1 x^3 dx = 0$  ،  $\int_{-1}^1 x dx = 0$   
 جد المساحة لمنطقة المحدودة بين الاقترانات في الفتره [-1, 1]

٢)  $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$  ،  $\int_{-1}^1 x^3 dx = 0$  ،  $\int_{-1}^1 x dx = 0$   
 جد مساحة المنطقة المحدودة بين الاقترانات ومحور الاعداد

٣)  $\int_{-1}^1 x^2 dx = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$   
 جد المساحة لمنطقة المحدودة بين الاقترانين ومحور ص في الربع الأول

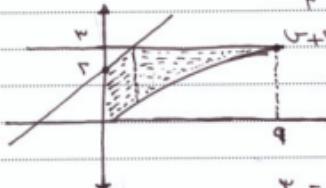
٤)  $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$  ،  $\int_{-1}^1 x dx = 0$   
 جد مساحة المنطقة المحدودة بين الاقترانين ومحور الاعداد.

٥)  $\int_{-1}^1 x dx = 0$  ،  $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$   
 جد مساحة المنطقة المحدودة بين الاقترانين في الفتره [-1, 1]  
 ومحور السينات



التخصص (العلمي) الوحدة (١) التكامل  
 المنسوب (٤) حساب المساحة ورقة عمل (١) ماجستير رياضيات

$$\text{٢} \quad \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} = 5\pi - 3\pi$$



$$y = x + c$$

$$x = 3$$

$$x = 5 \leftarrow$$

$$\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} [x + c] dx = \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} [x^2 + cx] =$$

$$= \left[ \frac{x^2}{2} + cx^2 \right]_{\sqrt{3}}^{\sqrt{5}} = \left[ \frac{5}{2} + c \cdot 5 \right] - \left[ \frac{3}{2} + c \cdot 3 \right] =$$

$$= \left[ \frac{5}{2}c + \frac{5}{2} \right] - \left[ \frac{3}{2}c + \frac{3}{2} \right] =$$

$$= \left( \frac{5}{2}c - \frac{3}{2}c \right) + \left( \frac{5}{2} - \frac{3}{2} \right) =$$

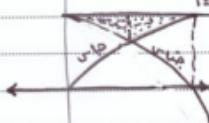
$$= \left( \frac{c}{2} \right) + (1) =$$

$$= \frac{5}{2}c - \frac{3}{2}c + 1 =$$

$$\wedge, 0 = \frac{1}{c} + \wedge =$$

$$\text{١) جرس هباس}\quad \text{٢) هباس هنبا}$$

$$1 = 4\pi \quad 1 = 4\pi$$



$$\frac{\pi}{2} = \pi \leftarrow \text{هباس هنبا} = \pi$$

$$\frac{\pi}{2} = \pi - \text{هباس هنبا}$$

$$\frac{\pi}{2} = \pi - 1 - \text{هباس هنبا}$$

$$\frac{\pi}{2} = \pi - \text{هباس هنبا} + \text{س هنبا}$$

$$(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) - (\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) =$$

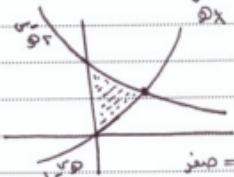
$$= (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) + (\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) =$$

$$= 0 + 0 =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{2} =$$

$$\frac{\pi}{\sqrt{2}} =$$

التخصص (العلمي) ( الوحدة ١ ) ( التكامل ) ( عصام الشيخ )  
 ورقة عمل (١) ( حساب المساحة ) ( ماجستير رياضيات ) ( المستوى (٤) )



$$\int_{0}^{2} (2x - x^2) dx = \frac{4}{3}$$

$$2x - x^2 = 0$$

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(2-x) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ or } x=2$$

$$1 - \frac{x^2}{2} \text{ and } x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مربع  $= 2 - \frac{x^2}{2} - x$

$$= (1 + \frac{x^2}{2})(2 - x)$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

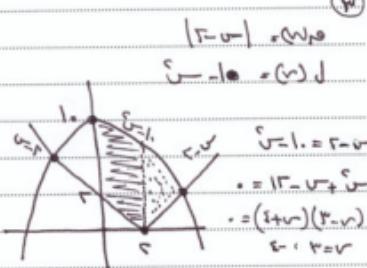
$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$(1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) = ?$$

$$1 + \frac{x^2}{2} - 2x = ?$$

$$1 + \frac{x^2}{2} - 2x = ?$$

$$1 + \frac{x^2}{2} - 2x = ?$$



$$\int_{0}^{2} (2x - x^2) dx = ?$$

$$2x - x^2 = 0$$

$$x(2-x) = 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ or } x=2$$

$$1 - \frac{x^2}{2} \text{ and } x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 - \frac{x^2}{2} = ?$$

$$= (1 + \frac{x^2}{2})(2 - x)$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

$$\int_{0}^{2} (1 + \frac{x^2}{2}) - (2x) dx = ?$$

الخصوصي (العلمي) ( الوحدة ١ ) ( التكامل )  
 ورقة عمل (١) ( حساب المساحة ) المستوى (٤)  
 ماجستير رياضيات عاصم الشيخ

$$\frac{r}{\pi} = \frac{\pi - r}{\pi} - \frac{r}{\pi} \quad (P-2)$$

$$\frac{r}{\pi} = \left| \frac{r}{\pi} - \frac{r}{\pi} \right| \quad (P-2)$$

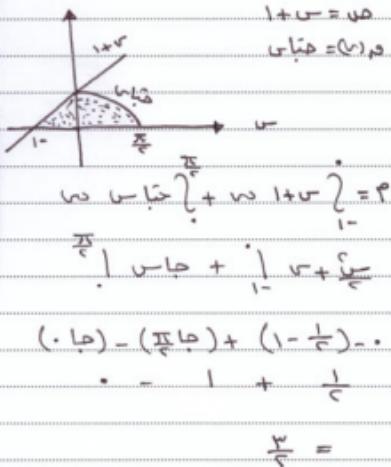
$$6 \times \frac{r}{\pi} = \frac{(P-2)}{3} - \frac{(P-2)}{3} \quad (P-2)$$

$$\Sigma = (P-2)r - \frac{3}{3}(P-2)r \quad (P-2)$$

$$\sqrt[3]{\Sigma} = (P-2)^{\frac{1}{3}} \quad (P-2)$$

$$\sqrt[3]{\Sigma} = P-2$$

$$\therefore \sqrt[3]{\Sigma} - 2 = P$$



٦) جزء المساحة

~~$$\Sigma = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$~~

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0 - \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

بعد نقلة تقابل المسطح مع الأفق

$$\Sigma = P-2 - \Sigma$$

$$\Sigma = 2 - \Sigma + 2 = صفر$$

$$\Sigma = (P-2) - \Sigma = صفر$$

$$\Sigma = (P-2) - \Sigma = صفر$$

$$P-2 = \Sigma \quad \text{أصل}$$

$$\Sigma = P-2 - \Sigma - \Sigma = \frac{P-2}{3} = \frac{6}{3}$$

التخصص (العلمي) الوحدة ( ) التكامل  
 ( ) عصام الشيخ  
 ( ) ماجستير رياضيات

ورقة عمل ( ) المستوى (٤)

$$\frac{1}{\sqrt{9-4x^2}} \quad \text{د}\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{9-4x^2}} \quad \text{د}\}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9-4x^2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9-4x^2}}$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9-4x^2}} \quad \text{د}\}$$

$$= \frac{\sqrt{5} \sqrt{8}}{(3+2)(2-2)} + \frac{\sqrt{3} \sqrt{8}}{(3+2)(2-2)}$$

$$= \frac{\sqrt{40}}{5} + \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$(2-2)B + (3+2)P = \sqrt{40}$$

$$2 = B \leftarrow 2 - 2 = 2 - 2$$

$$2 = P \leftarrow P \leftarrow 2 - 2 = 2 - 2$$

$$= \frac{\sqrt{40}}{5} + \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$= \frac{\sqrt{40}}{5} + \frac{\sqrt{24}}{5}$$

رياضيات ( )

(المستوى) ( )

عصام الشيخ ماجستير رياضيات

$$\text{مثال جزء 1- جبر} \\ \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x-1}$$

$$\text{حل: } x = 1$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = 0$$

( )

ESAM SHIKH  
0796300625

الشخص (العلمي) ( الوحدة ١ ) ( التكامل )  
 عاصم الشيخ  
 ورقة عمل (١) ( التكامل المحدود )  
 المستوى (٤) ( ماجستير رياضيات )

مقدمة عوامع

$$\textcircled{1} \quad [(\text{هـس} + \text{هـس} \times \text{هـس})] =$$

$$= \left[ \text{هـس} + \text{هـس} \times (\text{هـس} \times \text{هـس}) \right] =$$

$$= (\text{هـس} + \text{هـس})^2 =$$

$$= \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \text{هـس} + \frac{1}{4} \text{هـس}^2 + \frac{1}{5} \text{هـس}^3 \right) =$$

$$1 \text{ دس} =$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} - \pi =$$

$$\frac{\pi_0}{2} = \frac{\pi_0}{2} + \frac{\pi_4}{2} =$$

التخصص(العلمي) الوحدة(١) التكامل  
 ( ) عصام الشيخ  
 ( ) ماجستير رياضيات  
 ورقة عمل(١) التكامل بالعودين

مذود عوين

$$\frac{1}{\sqrt{v+1}} \quad \text{دسا} \quad (٧)$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{v+1}} \quad \text{دل:} \quad (٨)$$

$$du = \frac{1}{2\sqrt{v+1}} dv \quad \text{دسا} \quad (٩)$$

$$1 = u^2 - v^2 \\ 3 = u^2 - 1 = v^2$$

$$\text{مع} \quad \frac{1}{\sqrt{v+1}} \times \frac{1}{2\sqrt{v+1}} \quad (١٠)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{u^2 - v^2} \quad (١١)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{u^2 - v^2} =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{v^2} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{52}{81} = \frac{03}{81} + \frac{5}{81} =$$