وزارة التربية والتعليم

مديرية التربية والتعليم للواءي الطيبة والوسطية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام 2023 / التجريبي

المبحث : الرياضيات / الفصل الدراسي الثاني — مدة الامتحان : 2:30

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الاحد 21/ 5 / 2023

اسم الطالب :

ملحوظة مهمة : اجب عن الأسئلة الاتية جميعها وعددها (5) علما ان عدد الصفحات (6) .

السـؤال الأول : (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي ، علما بان عدد فقراته (25) .

(1) قيمة : $\int \frac{e^x}{e^{x-1}}\,dx$ يساوي :

$a)\ \frac{x}{e}+C$ $b)\ e(x+1)+C$ $c)\ ex+C$ $d)\ \frac{x-1}{e}+C$

(2) قيمة : $\int \left(\frac{(2x)^3-8}{8(x^2+x+1)}\right)dx$ يساوي :

$a)\ -\frac{x^2}{2}+x+C$ $b)\ -\frac{x^2}{2}-x+C$ $c)\ \frac{x^2}{2}+x+C$ $d)\ \frac{x^2}{2}-x+C$

(3) اذا كان : $\int_1^3 2(a+b)\,dx = 6a$ حيث $a \neq 0$ و a, b ثوابت فان قيمة $\frac{2(b-a)}{a}$ تساوي :

$a)\ 1$ $b)\ 2$ $c)\ -2$ $d)\ -1$

(4) قيمة : $\int \frac{1}{(cos^4x-sin^4x)^2}\,dx$ يساوي :

$a)\ tan2x+C$ $b)\ 2tanx+C$ $c)\ \frac{1}{2}tanx+C$ $d)\ \frac{1}{2}tan2x+C$

(5) قيمة : $\int \frac{1}{1+sinx}\,dx$ يساوي :

$a)\ tanx+secx+C$ $b)\ tanx-secx+C$

$c)\ cscx-cotx+C$ $d)\ cscx+cotx+C$

يتبع الصفحة الثانية ...

⟨6⟩ قيمة : $\int \frac{tan^2 lnx}{x}\, dx$ يساوي :

a) $tan(lnx) - lnx + C$
b) $tan(lnx) - x + C$
c) $tan(lnx) + lnx + C$
d) $sec(lnx) + C$

⟨7⟩ اذا كان : $\int_{\pi/9}^{\pi}(9 + sin3x)\ dx = a\pi + b$ فان قيمة الثابتين $\{a\ ,b\}$ على الترتيب تساوي :

a) $\left\{8\ ,\frac{1}{12}\right\}$
b) $\left\{8\ ,\frac{1}{2}\right\}$
c) $\left\{-8\ ,\frac{1}{12}\right\}$
d) $\left\{-8\ ,-\frac{1}{12}\right\}$

⟨8⟩ اذا كان : $\int_1^2 2f(x)\ dx = 12$ فان قيمة $\int_0^1 x^2 f(x^3+1)\ dx$ هي :

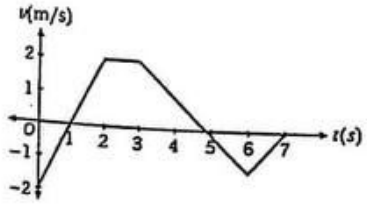
a) 2
b) 4
c) 6
d) 12

⟨9⟩ احدى العلاقات التالية تمثل حلا للمعادلة التفاضلية $y' - y^2 = 1$:

a) $y = cosx$
b) $y = secx$
c) $y = tanx$
d) $y = sinx$

⟨10⟩ تمثل المعادلة التفاضلية $\left(\frac{dy}{dx} = ycosx\right)$ ميل المماس لمنحنى علاقة ما فان قاعدة العلاقة اذا علمت ان منحناها يمر بالنقطة $(0\ ,1)$ هي :

a) $y = e^{sinx}$
b) $y = -e^{sinx}$
c) $y = e^{sinx-1}$
d) $y = -e^{sinx-1}$



☐ يبين الشكل المجاور منحنى السرعة المتجهة – الزمن لجسيم يتحرك على المحور (x) في الفترة الزمنية $[0\ ,7]$ اذا بدا الجسم الحركة من $(x = 2)$ عندما $(t = 0)$ ، اجب عن السؤالين ⟨11⟩ ، ⟨12⟩ الآتيين :

⟨11⟩ إزاحة الجسيم في الفترة الزمنية $[0\ ,7]$ هي :

a) 3
b) 5
c) 7
d) -2

⟨12⟩ الموقع النهائي للجسيم هو :

a) 9
b) 7
c) 0
d) 5

يتبع الصفحة الثالثة ....

(13) اذا كان : $\vec{v}\langle 4,0,7\rangle$, $\vec{u}\langle 1,2,-3\rangle$ ، فان : $3\vec{v}+2\vec{u}$ بدلالة متجهات الوحدة الأساسية يساوي :

a) $6\hat{\imath}+2\hat{\jmath}+27\hat{k}$
b) $13\hat{\imath}+2\hat{\jmath}+18\hat{k}$
c) $14\hat{\imath}-4\hat{\jmath}+15\hat{k}$
d) $14\hat{\imath}+4\hat{\jmath}+15\hat{k}$

(14) ذا كان : $A(3,-5,7)$, $B(-11,2,21)$ فان احد الاتية هو متجه وحدة في اتجاه $\overrightarrow{AB}$:

a) $\langle \frac{2}{3},-\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\rangle$ b) $\langle -\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\rangle$ c) $\langle -\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3}\rangle$ d) $\langle \frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}\rangle$

(15) اذا كان : $\vec{v}=\langle a+3,a+1,a+2\rangle$ وكان $|\vec{v}|=\sqrt{5}$ فان الثابت (a) يساوي :

a) $-1,-3$ b) $1,3$ c) $1,8$ d) $-8,-1$

(16) ناتج الضرب القياسي للمتجهين $\vec{v}=\langle 4,8,-3\rangle$, $\vec{w}=\langle -3,7,2\rangle$ يساوي :

a) 38 b) -38 c) 50 d) -50

(17) اذا كان: $\vec{m}=4\hat{\imath}+3\hat{\jmath}-4\hat{k}$, $\vec{n}=5\hat{\imath}+4\hat{\jmath}+8\hat{k}$ فان قيمة الزاوية θ المحصورة بين المتجهين تساوي :

a) 0 b) π c) $\frac{\pi}{2}$ d) $\frac{\pi}{3}$

(18) اذا كان PQR مستقيما حيث $PQ=\vec{a}$ و $PQ:QR=3:2$ فان التعبير عن المتجه $\overrightarrow{RQ}$ بدلالة $\vec{a}$ هو :

a) $\frac{2}{3}\vec{a}$ b) $\frac{2}{5}\vec{a}$ c) $-\frac{2}{3}\vec{a}$ d) $-\frac{2}{5}\vec{a}$

(19) اذا كانت : $\vec{r}=\langle 11,5,-6\rangle+t\langle 7,-2,5\rangle$ معادلة متجه للمستقيم l وكانت النقطة $(39,-3,14)$ تقع على المستقيم l فان قيمة (t) تساوي :

a) 2 b) -4 c) 4 d) -2

(20) مساحة المثلث ABC حيث : $\overrightarrow{AB}=\langle 4,9,1\rangle$ و $\overrightarrow{AC}=\langle 9,1,4\rangle$ تساوي :

a) $49\sqrt{3}$ b) $\frac{49}{2}\sqrt{3}$ c) $\frac{7}{2}\sqrt{3}$ d) $7\sqrt{3}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

(21) اذا كان : $X \sim N(\mu, \mu^2)$ ، وكانت القيمة المعيارية التي تقابل $(x = 1)$ هي $(z = 2)$ ، فان قيمة (μ) تساوي :

$a) -\frac{1}{3}$ $b) \{-1, \frac{1}{2}\}$ $c) \{-\frac{1}{2}, 1\}$ $d) \frac{1}{3}$

(22) اذا كان : $X \sim Geo\left(\frac{1}{3}\right)$ ، فان : $P(X = 2)$ يساوي :

$a) \frac{2}{3}$ $b) \frac{2}{9}$ $c) \frac{1}{3}$ $d) \frac{1}{9}$

(23) اذا كان : $X \sim B(6, 0.3)$ ، فان : $P(X = 7)$ يساوي :

$a) (0.3)^7$

$b) \binom{7}{6}(0.3)^6(0.7)^{-1}$

$c) 0$

$d) \binom{7}{6}(0.3)^6(0.7)^1$

(24) النسبة المئوية لمساحة المنطقة المحصورة بين $(\mu - 2\sigma)$ و $(\mu + \sigma)$ اسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي :

$a) 13.5\%$ $b) 18.5\%$ $c) 68\%$ $d) 81.5\%$

(25) اذا كان : $X \sim N(8, 0.2^2)$ ، فان قيمة $P(7.8 < X < 8.2)$ يساوي :

$a) 0.68$ $b) 0.34$ $c) 0.815$ $d) 0.95$

AWA3D LEARN 2 BE

السـؤال الثاني : (33 علامة)

(a) اجد كلا من التكاملين الآتيين :

(11 علامة)

① $\int \frac{x^3 e^{x^2}}{(x^2+1)^2}\, dx$

(12 علامة)

② $\int_3^4 \frac{4}{x^3 - 4x^2 + 4x}\, dx$

يتبع الصفحة الخامسة ....

(b) اجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران :

$f(x) = 2 + \csc x$ ، في الفترة $(0\ ,\ \pi)$ و المستقيم $(y = 4)$، حول المحور (x). (10 علامات)

السـؤال الثالث : (29 علامة)

(a) اجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين :

$f(x) = x$ ، $g(x) = \frac{1}{4}x^3$. (9 علامات)

(b) حل المعادلة التفاضلية الاتية :

$$\frac{dy}{dx} = 1 + cot^2x + cot^2y + cot^2x cot^2y$$

(10 علامات)

(c) اذا كانت : $\vec{r} = 2\hat{j} - 3\hat{k} + t(-\hat{\imath} + 2\hat{j} + 5\hat{k})$ معادلة متجه للمستقيم (l) ، والنقطة $P(-2, 22, 5)$ غير واقعة على المستقيم (l) فأجيب عن السؤالين الآتيين : (10 علامات)

① احدد مسقط العمود من النقطة (P) على المستقيم (l) .

② اجد البعد بين النقطة (P) و المستقيم (l) .

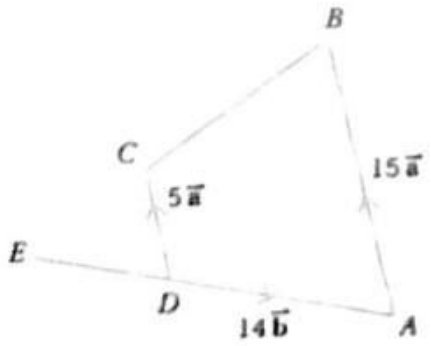
السـؤال الرابع : (18 علامة)

(a) في الشكل الرباعي $ABCD$ الاتي ، مد AD على استقامته ليصل الى النقطة E ، حيث : $AD = 2\ DE$.

اذا كان : $\overrightarrow{DA} = 14\ \vec{b}$ ، وكان : $\overrightarrow{DC} = 5\ \vec{a}$ ،

كان : $\overrightarrow{AB} = 15\ \vec{a}$.

فاثبت ان B و C و E تقع على استقامة واحدة . (8 علامات)



يتبع الصفحة السادسة ....

(b) اذا كان : $l_1 : \vec{r} = \langle 1, q, 3\rangle + t\langle 3, 2, 1\rangle$, $l_2 : \vec{r} = \langle 3, 4, 5\rangle + m\langle 6, 7, 8\rangle$ وكان المستقيمان l_1 , l_2 متقاطعان فاجد :

① قيمة الثابت (q) . ② نقطة التقاطع . (10 علامة)

السـؤال الخامس : (20 علامة)

(a) اذا كان (X) متغيرا عشوائيا ذا حدين ، وكان : $(E(X) = 1.4 \ , \ Var(X) = 1.12)$ فاجد $P(X \geq 6)$. (10 علامات)

(b) يعبأ انتاج مزرعة من التفاح في صناديق ، ثم تقاس كتلتها بحسب المواصفات المطلوبة . وقد تبين ان (1587) صندوقا من اصل (10000) صندوق تزيد كتلة كل منها على $(6\ kg)$. اذا كانت كتل الصناديق تتبع توزيعا طبيعيا ، وسطه الحسابي $(5\ kg)$ ، فاجد الانحراف المعياري لهذه الكتل .

(10 علامات)

ملاحظة : يمكنك الاستفادة من الجدول الاتي :

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319

⟨ انتهت الأسئلة ⟩

اجابات الفرع العلمي

1	c	14	b
2	d	15	a
3	d	16	a
4	d	17	c
5	b	18	c
6	a	19	c
7	b	20	b
8	a	21	d
9	c	22	b
10	a	23	c
11	a	24	d
12	d	25	a
13	d		

AMAZED LEARN 2 BE

السؤال الثاني:

(a) (1) $\int \frac{x^3 e^{x^2}}{(x^2+1)^2}\,dx$

$a = x^2$ (1)

$\frac{da}{dx} = 2x$

$dx = \frac{da}{2x}$ (1)

(1) بالتعويض

$= \int \frac{x^3 e^a}{(a+1)^2} \frac{da}{2x}$ (1)

$= \int \frac{1}{2} \frac{x^2 e^a}{(a+1)^2}\,da$

$= \int \frac{1}{2} a e^a (a+1)^{-2}\,da$ (1)

$u = ae^a \quad dv = \frac{1}{2}(a+1)^{-2}da$

(1) $du = (ae^a + e^a)da$

$= e^a(a+1)da$

(1) $v = \frac{-1}{2(a+1)}$

$= \frac{-ae^a}{2(a+1)} + \int \frac{1}{2} e^a\,da$ (1) (1)

$= \frac{-ae^a}{2(a+1)} + \frac{1}{2} e^a + c$ (1) (1)

$= \frac{-x^2 e^{x^2}}{2(x^2+1)} + \frac{1}{2} e^{x^2} + c$ (1)

② $\int_3^4 \frac{4}{x^3-4x^2+4x}\,dx$ — ans: 12

$$\frac{4}{x^3-4x^2+4x} = \frac{4}{x(x-2)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2}$$ ① ① ①

$$\frac{4}{x(x-2)^2} = \frac{A(x-2)^2 + Bx(x-2) + Cx}{x(x-2)^2}$$ ①

$$4 = A(x-2)^2 + Bx(x-2) + Cx$$

$x=0$ $\quad 4 = 4A \Rightarrow A=1$ ①

$x=2$ $\quad 4 = 2C \Rightarrow C=2$ ①

$x=1 \Rightarrow 4 = 1 + -B + 2$

$4 = -B + 3 \Rightarrow B=-1$ ①

$$\int_3^4 \frac{4}{x^3-4x^2+4x}\,dx = \int_3^4 \left(\frac{1}{x} + \frac{-1}{(x-2)} + \frac{2}{(x-2)^2}\right)dx$$

$$= \left(\ln|x| - \ln|x-2| - \frac{2}{x-2}\right)\Big]_3^4$$ ① ① ①

$$= [\ln 4 - \ln 2 - 1) - (\ln 3 - \ln 1 - 2)$$ ①

$$= \ln 2 - 1 - \ln 3 + 2$$ ①

$$= \ln\frac{2}{3} + 1$$

b) $f(x) = 2 + \csc x$, $y = 4$

السؤال الثاني (b)

الحل 10

$2 + \csc x = 4$ (1)

$\csc x = 2 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$

$\boxed{x = \frac{\pi}{6}}$ (1) , $\boxed{x = \frac{5\pi}{6}}$ (1)

$$V = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \pi\left(4^2 - (2+\csc x)^2\right) dx \quad (1)$$

$$= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \pi\left(16 - (4 + 4\csc x + \csc^2 x)\right) dx \quad (1)$$

$$= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \pi\left(12 - 4\csc x - \csc^2 x\right) dx$$

$$= \pi\left(12x + 4\ln|\csc x + \cot x| + \cot x\right)\Big]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \quad (1)\ (1)\ (1)$$

$$= \pi\left(10x + 4\ln\left|\csc\tfrac{5\pi}{6} + \cot\tfrac{5\pi}{6}\right| + \cot\tfrac{5\pi}{6}\right) -$$

$$\pi\left(2\pi + 4\ln\left|\csc\tfrac{\pi}{6} + \cot\tfrac{\pi}{6}\right| + \cot\tfrac{\pi}{6}\right)$$

$$= \pi\left(10\pi + \ln|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}\right) - \pi\left(2\pi + 4\ln|2 + \sqrt{3}| + \sqrt{3}\right) \quad (1)\ (1)$$

السؤال الثاني :

(a) $g(x) = \frac{1}{4}x^3$, $f(x) = x$

A

$\frac{1}{4}x^3 = x$

$\frac{1}{4}x^3 - x = 0$

$x^3 - 4x = 0$

$x(x^2 - 4) = 0$ (1) (1) (1) $x = 0, x = -2, x = 2$

$A = \int_{-2}^{0} (\frac{1}{4}x^3 - x)\,dx + \int_{0}^{2} (x - \frac{1}{4}x^3)\,dx$ (1) (1)

$= \left(\frac{1}{16}x^4 - \frac{x^2}{2}\right)\Big]_{-2}^{0} + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{16}x^4\right)\Big]_{0}^{2}$ (1) (1)

$= (0) - (1 - 2) + (2 - 1)$ (1)

$= 1 + 1 = 2$ (1)

(b) $\frac{dy}{dx} = 1 + \cot^2 x + \cot^2 y + \cot^2 x \cot^2 y$

10

$\frac{dy}{dx} = 1 + \cot^2 x + \cot^2 y(1 + \cot^2 x)$ (1)

$\frac{dy}{dx} = (1 + \cot^2 x)(1 + \cot^2 y)$ (1)

$\frac{dy}{dx} = \csc^2 x \csc^2 y$ (1) (1)

$\int \frac{dy}{\csc^2 y} = \int \csc^2 x\,dx$ (1) (1) $\Rightarrow \int \sin^2 y\,dy = \int \csc^2 x\,dx$

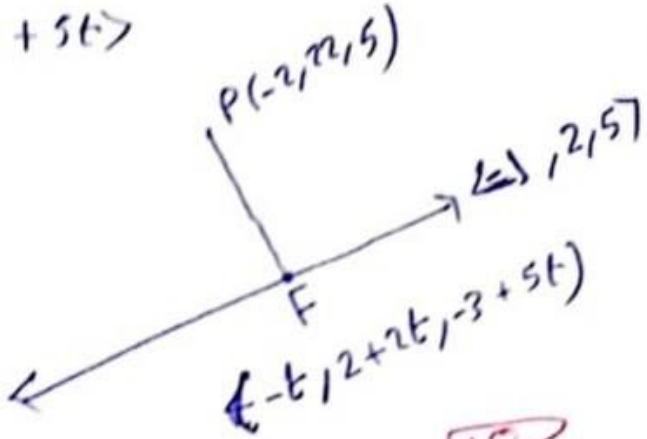
$\Rightarrow \int \frac{1}{2}(1 - \cos 2y)\,dy = -\cot x + c$ (1) (1)

$\Rightarrow \frac{1}{2}(y - \frac{\sin 2y}{2}) = -\cot x + c$ (1)

(5)

$\vec{r} = 2\hat{j} - 3\hat{k} + t(-\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k})$ (c)

$\vec{r} = \langle -t, 2+2t, -3+5t \rangle$



10

① $\vec{PF} = \vec{OF} - \vec{OP}$ ①

$= \langle -t, 2+2t, -3+5t \rangle - \langle -2, 2, 5 \rangle$ ①

$= \langle -t+2, -2+2t, -8+5t \rangle$ ①

$\langle -t+2, -2+2t, -8+5t \rangle \cdot \langle -1, 2, 5 \rangle = 0$ ①

$+t+2 - 4 + 4t - 40 + 25t = 0$ ①

$30t - 82 = 0$

$30t = 82$ ①

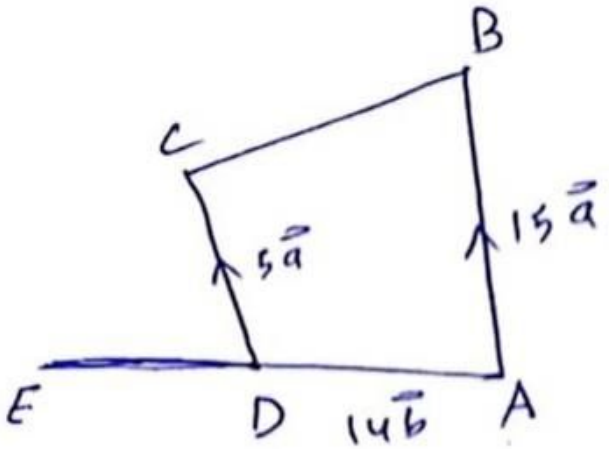
$t = \frac{82}{30} \Rightarrow t = \frac{41}{15}$

$F\left(-\frac{41}{15}, \frac{112}{15}, \frac{32}{3}\right)$ ①

② $|\vec{PF}| = \sqrt{\left(-2+\frac{41}{15}\right)^2 + \left(2-\frac{112}{15}\right)^2 + \left(5-\frac{32}{3}\right)^2}$ ②

$|\vec{PF}| = 15.6$

السؤال الرابع



$AD = 2DE$

(3)

المطلوب: إثبات أن النقاط E ، C ، B على استقامة واحدة

نثبت أن $\overrightarrow{EC} // \overrightarrow{EB}$

$\overrightarrow{ED} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$

$= 7\vec{b}$ (1)

$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC}$ (1)

$= 7\vec{b} + 5\vec{a}$ (1)

$\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$ (1)

$= 7\vec{b} + 14\vec{b} + 15\vec{a}$

$= 21\vec{b} + 15\vec{a}$ (1)

$= 3(7\vec{b} + 5\vec{a})$ (1)

$\overrightarrow{EB} = 3\overrightarrow{EC}$ (1)

$\overrightarrow{EB} // \overrightarrow{EC}$ ∴

∴ النقاط E ، C ، B على استقامة واحدة. (1)

السؤال الرابع b

$$L_1: \vec{r} = \langle 1, q, 3 \rangle + t\langle 3, 2, 1 \rangle$$

$$= \langle 1+3t, q+2t, 3+t \rangle \quad (1)$$ /10

$$L_2: \vec{r} = \langle 3, 4, 5 \rangle + m\langle 6, 7, 8 \rangle$$

$$= \langle 3+6m, 4+7m, 5+8m \rangle \quad (1)$$

(1) $1+3t = 3+6m$ (1)

$3t - 6m = 2 \sim (1)$

$3+t = 5+8m$ (1)

$t = 8m+2 \sim (2)$

بتعويض $t = 8m+2$ (1) في معادلة (1)

$24m + 6 - 6m = 2$

$18m = -4$

$m = \frac{-4}{18} = \frac{-2}{9}$ (1)

$t = 8\left(\frac{-2}{9}\right) + 2$

$= -\frac{16}{9} + \frac{18}{9} = \frac{2}{9}$ (1)

(2) $\left(\frac{15}{9}, \frac{22}{9}, \frac{29}{9}\right)$ /2

$\Rightarrow q + 2t = 4 + 7m$

$q + \frac{4}{9} = 4 - \frac{14}{9}$

$q = 4 - \frac{14}{9} - \frac{4}{9}$ &

$q = 4 - \frac{18}{9} = 4 - 2 = 2$ (1)

السؤال الخامس

a) $Var(X) = 1.12$

$E(X) = 1.4$

10

$Var(X) = E(X)(1-P)$ (1)

$1.12 = (1.4)(1-P)$ (1)

$\Rightarrow 1-P = \frac{1.12}{1.4}$

$1-P = 0.8$

$\boxed{P = 0.2}$ (1)

$E(X) = nP$ (1)

$1.4 = (0.2)n$

$n = \frac{1.4}{0.2}$

$n = 7$ (1)

(1)
$P(X=r) = \binom{n}{r}(P)^r(1-P)^{n-r}$

$P(X \geq 6) = P(X=6) + P(X=7)$ (1)

$= \binom{7}{6}(0.2)^6(0.8)^1 + \binom{7}{7}(0.2)^7(0.8)^0$ (1) (1)

$= 0.0003712$ (1)

السؤال الخامس (b)

b) $\mu = 5 \qquad X = 6$

$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ (1)

$P(X > 6) = \frac{1587}{10000}$ (1) (1)

10

$P(X > 6) = 0.1587$

$P(Z > \frac{6-5}{\sigma}) = 0.1587$ (1)

$P(Z > \frac{1}{\sigma}) = 0.1587$ (1)

$1 - P(Z < \frac{1}{\sigma}) = 0.1587$ (1)

$P(Z < \frac{1}{\sigma}) = 1 - 0.1587$ (1)

$P(Z < \frac{1}{\sigma}) = 0.8413$ (1)

$\frac{1}{\sigma} = 1$ (1) (1)

$\boxed{\sigma = 1}$

AWA2EL LEARN 2 BE