ي د غ ل

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامّة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢٣

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث: الرياضيات (الورقة الأولى، ف١) | رقم المبحث: 211 | مدّة الامتحان: ٣٠ : ٢ د س
الفرع: العلمي+الصناعي جامعات | رقم النموذج: (١) | اليوم والتاريخ: الإثنين ٢٠٢٣/٠٧/١٠
اسم الطالب: | رقم الجلوس:

ملحوظة مهمّة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5) بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علمًا أنّ عدد صفحات الامتحان (8).

السؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممّا يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علمًا أنّ عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أنّ رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و(b) يقابله (ب)، و(c) يقابله (ج)، و(d) يقابله (د).

1) إذا كان: $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$ ، فإنّ $f'(x)$ هي:

a) $2\sqrt[3]{x}e^{\sqrt[3]{x}}$

b) $\frac{1}{2\sqrt[3]{x}}e^{\sqrt[3]{x}}$

c) $3\sqrt[3]{x^2}e^{\sqrt[3]{x}}$

d) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}e^{\sqrt[3]{x}}$

2) إذا كان: $f(x) = (x-1)\cos x$ ، فإنّ $f'(x)$ هي:

a) $\cos x + (1-x)\sin x$

b) $\cos x\,(x-1) + \sin x$

c) $\cos x\,(1-x) + \sin x$

d) $\cos x + (x-1)\sin x$

3) يمثّل الاقتران: $s(t) = t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 6t \ , \ t \geq 0$ موقع جسم يتحرّك في مسار مستقيم، حيثُ s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني. ما قيم t بالثواني التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظي؟

a) $1 \, , \, \frac{3}{2}$

b) $1 \, , 2$

c) $\frac{3}{2} \, , 2$

d) $1 \, , \, 3$

يتبع الصفحة الثانية ....

4) إذا كان: $y = \frac{\sqrt{2}}{\sin x}$ ، فإنّ $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\frac{\pi}{4}}$ هي:

a) $\sqrt{2}$

b) 2

c) $-\sqrt{2}$

d) -2

5) إذا كان: $x \neq 0$, $f'(x) = \frac{2(x^3-1)}{x^3}$ ، فإنّ $f^{(3)}(x)$ هي:

a) $-120x^6$

b) $\frac{6}{x^4}$

c) $-24x^5$

d) $-\frac{24}{x^5}$

6) إذا كان: $x > 0$, $f(x) = \sqrt{\ln x}$ ، فإنّ $f'(x)$ هي:

a) $\frac{2f(x)}{x}$

b) $\frac{x}{f(x)}$

c) $\frac{1}{2xf(x)}$

d) $\frac{x}{2f(x)}$

7) إذا كان: $f(x) = 3^{(x^2+1)}$ ، فإنّ قيمة x التي يكون للاقتران عندها مماس أفقي هي:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

8) إذا كان: $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$, $x = \tan^2 t$, $y = \sec^2 t$ ، فإنّ مشتقة المعادلة الوسيطية هي:

a) $\tan t$

b) -1

c) $\tan t \sec t$

d) 1

يتبع الصفحة الثالثة ....

9) إذا كان: $y^2 = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}e^{\ln x}\right)$ ، فإنّ ميل المماس لمنحى العلاقة y عند النقطة $(1, 1)$ هو:

a) $-\frac{\pi}{6}$

b) $\frac{\pi}{6}$

c) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

d) $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

10) إذا كان: $x > 0$, $y = x^{x^2}$ ، فإنّ $\frac{d}{dx}(\ln y)$ هي:

a) $x(1 - \ln x^2)$

b) $x(1 + (\ln x)^2)$

c) $x(1 + \ln x^2)$

d) $x(1 - (\ln x)^2)$

11) l و m طريقان مستقيمان متعامدان في النقطة C . تقع محطة وقود على الطريق m وتبعد 12 km عن نقطة التقاطع C . إذا تحركت سيارة على الطريق l بسرعة 26 km/h في اتجاه نقطة التقاطع C ، فما معدّل تغيّر المسافة بين السيارة ومحطة الوقود عندما تكون السيارة على بعد 5 km من نقطة التقاطع؟

a) -4 km/h

b) -10 km/h

c) 10 km/h

d) 4 km/h

12) مثلث متطابق الضلعين طول كل من ضلعيه المتطابقين 10 cm، وقياس الزاوية بينهما θ .
إذا تغيّرت θ بمعدّل $\frac{\pi}{60}$ rad/min ، فإنّ معدّل تغيّر مساحة المثلث عندما $\theta = \frac{\pi}{3}$ هو:

a) $\frac{5\pi}{6}$ cm^2/min

b) $\frac{\pi}{6}$ cm^2/min

c) $\frac{5\pi}{12}$ cm^2/min

d) $\frac{\pi}{12}$ cm^2/min

يتبع الصفحة الرابعة ....

13) إذا كان: $x \neq 0$, $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{9}{x}$ ، فإنّ القيمة العظمى المطلقة للاقتران $f(x)$ في الفترة $[-6, -1]$ هي:

a) $-3\sqrt{3}$

b) $-2\sqrt{3}$

c) $-\frac{7}{2}$

d) $-\frac{28}{3}$

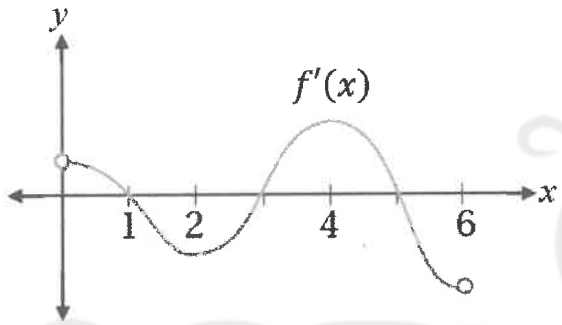
14) معتمدًا الشكل الآتي الذي يمثّل منحنى المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$، ما الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران $f(x)$ مقعرًا لأعلى؟

a) $(0,1),(3,5)$

b) $(0,2)$

c) $(1,3),(5,6)$

d) $(2,4)$



15) يمثّل الاقتران: $s(t) = t^3 - 6t^2 + 5$, $t \geq 0$ موقع جسم يتحرّك في مسار مستقيم، حيثُ s الموقع بالأمتار، و t الزمن بالثواني. ما الفترة الزمنية التي يتحرك فيها الجسم في الاتجاه السالب؟

a) $(4,\infty)$

b) $(0,4)$

c) $(2,4)$

d) $(2,\infty)$

16) إذا كان: $R(x) = -50x^2 + 200(3x + 160)$ يمثّل اقتران الإيراد الكلي بالدينار من بيع x صندوقًا، فإنّ أعلى إيراد يُمكن تحقيقه بالدينار هو:

a) 35600

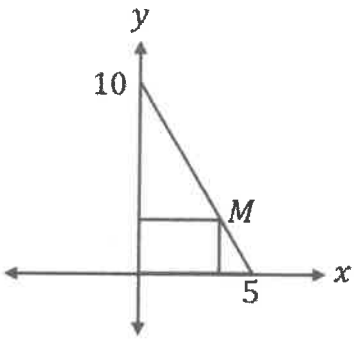
b) 11400

c) 33800

d) 35300

يتبع الصفحة الخامسة ....

17) معتمدًا الشكل الآتي الذي يمثل مستطيلاً مرسومًا داخل مثلث قائم الزاوية. ما قيمة الإحداثي x للنقطة M التي تكون عندها مساحة المستطيل أكبر ما يمكن؟



a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{4}$

d) $\frac{5}{2}$

18) إذا كان: $\sqrt{-1} = i$ ، فإنّ قيمة المقدار $i^{2021} \times \sqrt{-4}$ هي:

a) 2

b) -2

c) $2i$

d) $-2i$

19) إذا كان: $3(x+y) + 4(3x-y)i = 43 + (32-y)i$ ، فإنّ قيمة x الحقيقية التي تحقق المعادلة هي:

a) -5

b) 5

c) $-\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{5}$

20) إذا كان: $k > 0$, $z = \frac{3}{k} - 2\sqrt{2}\,i$ ، وكان: $|z| = 3$ ، فإنّ قيمة الثابت k هي:

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

21) إذا كان: $\frac{a^2+b^2}{a+bi} = 2 + 3i$ ، حيث a و b عددان حقيقيان لا يساوي أي منهما الصفر، فإنّ قيمة $a \times b$ هي:

a) 1

b) -1

c) 6

d) -6

يتبع الصفحة السادسة ....

22) إذا كان: $z_1 = 6\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ ، $z_2 = 3\left(\cos\frac{7\pi}{18} + i\sin\frac{7\pi}{18}\right)$ ، فإنّ $\frac{z_1}{z_2}$ هي:

a) $2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

b) $2\left(\cos\frac{7\pi}{9} + i\sin\frac{7\pi}{9}\right)$

c) $3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

d) $3\left(\cos\frac{7\pi}{9} + i\sin\frac{7\pi}{9}\right)$

23) إذا كان: $a + 4i$ هو أحد الجذور التربيعية للعدد المركب $-7 - 24i$ ، فإنّ قيمة الثابت a هي:

a) -3

b) 3

c) -4

d) 4

24) ما القيمة العظمى لسعة الأعداد المركبة z التي تحقق المعادلة: $|z + 1 - i\sqrt{3}| = 1$ ؟

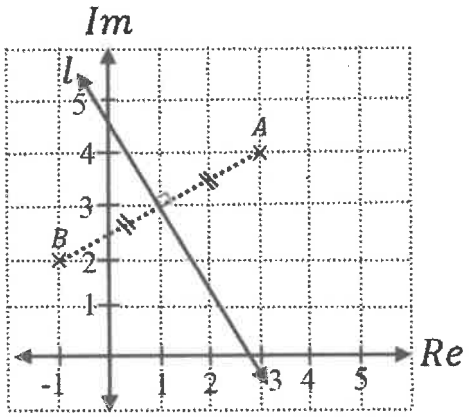
a) $\frac{5\pi}{6}$

b) $\frac{7\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{\pi}{3}$

25) معتمدًا الشكل الآتي، ما معادلة المستقيم l (بدلالة z) المُمثَّل بيانيًا ؟



a) $|z + 1 - 2i| = |z - 3 - 4i|$

b) $|z - 1 + 2i| = |z + 3 + 4i|$

c) $|z + 1 - 2i| = |z + 3 + 4i|$

d) $|z - 1 + 2i| = |z - 3 - 4i|$

يتبع الصفحة السابعة ....

السـؤال الثاني: (22 علامة)

a) ابحث قابلية الاقتران: $f(x) = (2x-6)^{\frac{1}{3}} + 4$ للاشتقاق عندما $x = 3$
(استعمل التعريف العام للمشتقة لبحث قابلية الاشتقاق) (12 علامة)

b) جد مشتقة الاقتران: $f(x) = \left(\cot\left(\tan^2\sqrt{2x^3+1}\right)\right)^5$ (10 علامات)

السـؤال الثالث: (28 علامة)

a) إذا كان: $3y^2 = 4x^2 + xy$ ، فأثبت أنّ: $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{(-a,a)} = -1$ ، حيث a عدد حقيقي لا يساوي الصفر.
(8 علامات)

b) جد $\frac{d^2y}{dx^2}$ للمعادلة الوسيطية الآتية عندما $t = 1$:

$$x = t^3 - 3t^2 + 1 \quad , \quad y = t^2 + 2$$

(10 علامات)

c) يتساقط الرمل من شاحنة متوقفة على أرض مستوية بمعدل $2\ \text{cm}^3/\text{s}$ فيتشكل منه مخروط قائم ارتفاعه مساوٍ لطول قطر قاعدته. جد معدّل التغيّر في مساحة السطح الجانبية للمخروط المتشكل في اللحظة التي يكون فيها ارتفاع المخروط يساوي $12\ \text{cm}$. (10 علامات)

السـؤال الرابع: (22 علامة)

a) حدّد فترات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران: $f(x) = \frac{x^3}{3} - 8\ln x$

(10 علامات)

b) ترغب شركة في تصميم صندوق مفتوح من الأعلى طول قاعدته يساوي مثلي عرضها، ومساحة سطحه الكلية تساوي $2400\ \text{cm}^2$ ، جد أبعاد الصندوق التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن . (12 علامة)

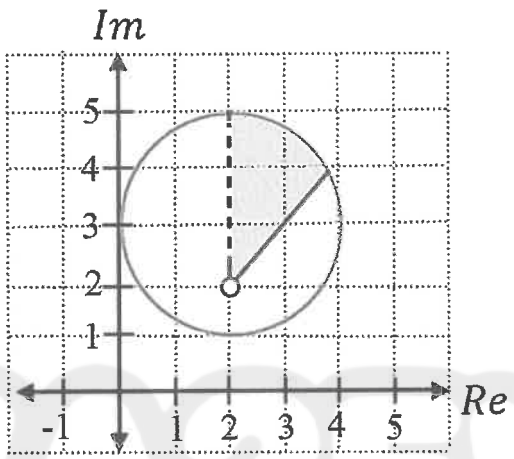
يتبع الصفحة الثامنة ....

السـؤال الخامس: (28 علامة)

a) اكتب العدد المركب: $z = -2 - i\sqrt{12}$ بالصورة المثلثية . (8 علامات)

b) جد جميع الجذور الحقيقية والجذور المركبة للمعادلة: $z^3 + 3z^2 = 5z + 39$. (10 علامات)

c) اكتب (بدلالة z) نظام متباينات يُمثِّل المحل الهندسي الذي تُمثِّله المنطقة المظللة في الشكل الآتي. (10 علامات)



﴿ انتهت الأسئلة ﴾