مكثف وحدة الاحصاء والاحتمالات

مثال1:

أُبيّن إذا كانت التجربة العشوائية تُمثّل تجربة احتمالية هندسية او ذات حدين في كلٍّ ممّا يأتي:

1) إلقاء عبد العزيز قطعة نقد منتظمة 6 مرات، ثم كتابة عدد مرّات الظهور الصورة.

2) إطلاق سامية أسهمًا بشكل مُتكرِّر نحر هدف، ثم التوقُّف عند إصابته أوَّل مرَّة، علمًا بأنَّ احتمال إصابتها الهدف في كل مرَّة هو 0.6

1) تمثل تجربة ذات حدين

2) تمثل تجربة احتمالية هندسية

مثال 2:

إذا كان: $X \sim Geo\left(\frac{1}{8}\right)$ ، فأجد كُلًّا ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

$P(X \leq 4)$

$$= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$$
$$= \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^0 + \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^1 + \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^3 = 0.414$$

$P(X \geq 2)$

3. $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 1)$
$$= 1 - P(X=1)$$
$$= 1 - \frac{1}{8}\left(\frac{7}{8}\right)^0 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$
$$= 0.875$$

$P(3 \leq X \leq 7)$

4. $P(3 \leq X \leq 7)$
$$= P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7)$$
$$= \frac{1}{8}\left(\left(\frac{7}{8}\right)^2 + \left(\frac{7}{8}\right)^3 + \left(\frac{7}{8}\right)^4 + \left(\frac{7}{8}\right)^5 + \left(\frac{7}{8}\right)^6\right) \approx 0.373$$

مثال 3:

إذا كان: $X \sim B(5, 0.4)$ ، فأجد كُلًّا ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

$P(X = 4)$

9. $= \binom{5}{4}(0.4)^4(0.6)^1$
$$\approx 0.077$$

$P(X \geq 5)$

10. $P(X \geq 5) = P(X = 5)$
$$= \binom{5}{5}(0.4)^5(0.6)^0 \approx 0.010$$

مثال 4 :

أجد التوقُّع

$X \sim Geo(0.45)$

$$E(X) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.45} = \frac{20}{9} \approx 2.22.$$

أجد التوقُّع والتباين :

$X \sim B(10, 0.2)$

$$E(X) = np = 10(0.2) = 2$$
$$Var(X) = \sigma^2 = np(1-p)$$
$$= 10(0.2)(0.8)$$
$$= 1.6$$

مثال 5 :

أخذت تالين تُراقِب السيّارات المارَّة أمام منزلها. إذا كان احتمال أنْ تكون أيُّ سيّارة تمرُّ من أمام منزلها صفراء اللون هو 0.1 ، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

1) احتمال عدم مرور أيّ سيّارة صفراء من بين أوَّل 5 سيّارات مرَّت أمام المنزل.

2) احتمال مرور أكثر من 5 سيّارات حتى شاهدت نور أوَّل سيّارة صفراء .

1) ذات حدين

$$P = (0.9)^5 \approx 0.590$$

2) هندسي

$$\begin{aligned}P(X > 5) &= 1 - \big(P(X = 1) + P(X = 2) \\ &\quad + P(X = 3) + P(X = 4) \\ &\quad + P(X = 5)\big)\end{aligned}$$

$$= 1 - 0.1(1 + 0.9 + (0.9)^2 + (0.9)^3 + (0.9)^4) \approx 0.590$$

مثال 6 :

أصلح خالد محرّك إحدى السيارات، لكنَّه لم يستطع تجربة تشغيله إلا مرة واحدة كل 20 دقيقة نتيجة خلل كهربائي. إذا كان احتمال أن يعمل المُحرّك عند محاولة تشغيله هو 0.4، فما احتمال عمل المُحرّك أوَّل مرة بعد مُضِيّ أكثر من ساعة على محاولة إصلاحه ؟

$X \sim Geo(0.4)$

$$P(t > 1) = P(X > 3) = 1 - P(X \le 3)$$

$$= 1 - \big(P(X = 1) + P(X = 2)\big)$$

$$= 1 - \big((0.4)(0.6)^0 + (0.4)(0.6)^1\big)$$

$$= 1 - (0.4 + 0.24) = 1 - 0.64 = 0.36$$

$X \sim Geo(0.4)$

$$P(t > 1) = P(X > 3) = 1 - P(X \le 3)$$

$$= 1 - \big(P(X = 1) + P(X = 2)\big)$$

$$= 1 - \big((0.4)(0.6)^0 + (0.4)(0.6)^1\big)$$

$$= 1 - (0.4 + 0.24) = 1 - 0.64 = 0.36$$

مثال 7 :

إذا كان X متغيّر عشوائيا ذا حدَّين، وكان : E (X) = 1.4, Var(X) = 1.12 فأجد $P(X \ge 6)$

$$E(X) = 1.4 \Rightarrow np = 1.4 \ldots\ldots (1)$$

$$Var(X) = 1.12$$

$$\Rightarrow np(1-p) = 1.12 \ldots\ldots (2)$$

$$P(X \ge 6) = P(X = 6) + P(X = 7)$$

$$= \binom{7}{6}\left(\frac{1}{5}\right)^6\left(\frac{4}{5}\right)^1 + \binom{7}{7}\left(\frac{1}{5}\right)^7\left(\frac{4}{5}\right)^0$$

$$= 28\left(\frac{1}{5}\right)^7 + \left(\frac{1}{5}\right)^7 = 29\left(\frac{1}{5}\right)^7 = \frac{29}{78125} \approx 0.0003712$$

مثال 8 :

إذا كان $X \sim Geo\ (p)$، وكان $E(X) = \frac{4}{3}$ فأجد قيمة P.

$$34.\ E(X) = \frac{1}{p} = \frac{4}{3} \rightarrow p = \frac{3}{4}$$

مثال 9 :

إذا كان $X \sim B\ (\,21\,, P\,)$ ، p، وكان:

P (X = 10) = P (X = 9) ، فأجد قيمة p .

$$P(X = 10) = P(X = 9)$$

$$\binom{21}{10} p^{10}(1-p)^{11} = \binom{21}{9} p^{9}(1-p)^{12}$$

$$\binom{21}{10} p = \binom{21}{9}(1-p)$$

$$\frac{21!}{11!\,10!}p = \frac{21!}{12!\,9!}(1-p) \rightarrow 12p = 10(1-p) \rightarrow 6p = 5 - 5p \rightarrow p = \frac{5}{11}$$

مثال 10 :

في دراسة لمندوب مبيعات، تبيَّن أنَّ احتمال شراء شخص مُنتجًا ما بعد التواصل معه هو 0.1 إذا تواصل مندوب المبيعات مع 10 أشخاص، وكان ثمن المنتج 10 JD، فأجد كلا مما يأتي :

1) احتمال أن يشتري جميع الأشخاص المنتج.

2) احتمال أن يكون عائد المبيعات أكثر من 80 JD.

1) إذا كان x يدل على عدد الأشخاص الذين يشترون المنتج ، فإن : $X \sim B(10,0.1)$

$$P(X = 10) = \binom{10}{10}(0.1)^{10}(0.9)^{0} = (0.1)^{10} = 10^{-10}$$

ليكن R عائد المبيعات ، إذن : $R = 10X$

$$P(R > 80) = P(X > 8) = P(X = 9) + P(X = 10)$$

$$= \binom{10}{9}(0.1)^{9}(0.9)^{1} + \binom{10}{10}(0.1)^{10}(0.9)^{0}$$

$$= (0.1)^{10}(10 \times 9 + 1) = 91 \times 10^{-10}$$

مثال 11 :

إذا كان عدد الطلبة في أحد الصفوف 25 طالبًا، فأجد كُلًّا مما يأتي:

1) احتمال أن يكون طالب واحد فقط من مواليد شهر آذار.

2) احتمال أن يكون 3 طلبة فقط من مواليد شهر آذار.

3) احتمال أن يكون اثنان من الطلبة فقط من مواليد فصل الشتاء.

1) ليكن x عدد الطلبة المولودين في شهر آذار، $X \sim B\left(25, \frac{31}{365}\right) = B(25,0.085)$

وذلك لأن احتمال النجاح في كل مرة هو :

$$p = \frac{31}{356} \approx 0.085$$

$$P(X = 1) = \binom{25}{1}(0.085)^{1}(0.915)^{24}$$

41). $P(X = 3)$

$$= \binom{25}{3}(0.085)^{3}(0.915)^{22} \approx 0.200$$

2) ليكن X عدد الطلبة المولودين في فصل .

الشتاء $X\sim B(25,p)=B(25,0{,}25)$

حيث p هو احتمال أن أي منهم مولود في فصل الشتاء $p\approx\frac{1}{4}$

$$P(X=2)=\binom{25}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^{23}\approx 0.025$$

مثال 10 :

إذا كان $X\sim B(30\,,0.1\,)$ ،

فأجد $P\,(\,\mu\ \le X<\ \mu+\ \sigma\,)$

$$\mu=E(X)=np=30(0.1)=3$$

$$\sigma=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{30(0.1)(0.9)}$$
$$=\sqrt{2.7}\approx 1.643$$

$$p(\mu\le X<\mu+\sigma)$$
$$=p(3\le X<4.693)$$

$$=P(X=3)+P(X=4)$$

$$=\binom{30}{3}(0.1)^3(0.9)^{27}+\binom{30}{4}(0.1)^4(0.9)^{26}$$

$$=0.2361+0.1771\approx 0.413$$

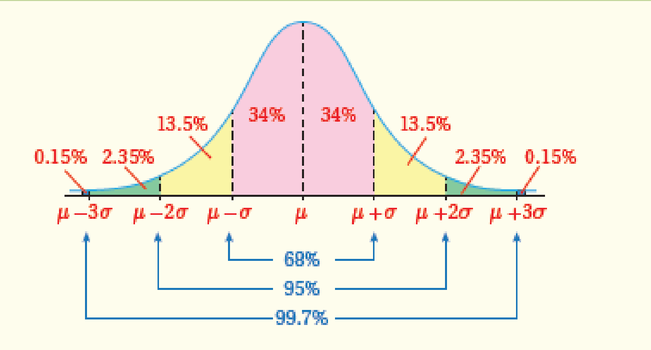
مثال 11 :

يمتاز المنحنى الطبيعي بالخصائص الآتية:

- منحنى متصل له شكل الجرس.
- تطابق الوسط الحسابي والوسيط والمنوال، وتوسط كل منها البيانات.
- تماثل البيانات حول الوسط الحسابي.
- اقتراب المنحنى عند طرفيه من المحور x من دون أن يمسه.
- المساحة الكلية أسفل المنحنى هي 1

مثال 12 :

إذا اتخذت مجموعة من البيانات شكل المنحنى الطبيعي، وكان وسطها الحسابي ، وانحرافها المعياري ، فإنَّ:



- 68% من المشاهدات تقريباً تقع بين μ − σ و μ + σ؛ أي إنَّ 68% من البيانات لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على قيمة الانحراف المعياري.
- 95% من المشاهدات تقريباً تقع بين μ − 2 σ و μ + 2 σ ؛ أي إنَّ 95% من البيانات لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على مثلي قيمة الانحراف المعياري.
- %99.7 من المشاهدات تقريباً تقع بين μ − 3 σ وμ + 3 σ ؛ أي إنَّ 99.7 % من البيانات لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على ثلاثة أمثال قيمة الانحراف المعياري.

مثال 13 :

إذا اتخذ التمثيل البياني لأطوال مجموعة من طلبة الصف السابع شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كُلاً مما يأتي:

a) النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي.

b) النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم والوسط الحسابي على انحراف ابي على انحراف معياري واحد.

c) النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

d) النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية، أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين .

مثال 14 :

إذا دلَّ المُتغيّر العشوائي X على طول قُطر رأس مِثْقب (بالمليمتر) تُنتجه آلة في مصنع، حيث $X \sim N\ (\ 30\ , 0.4^2)$، فأجد كُلّا مما يأتي:

a) $p\ (\ x > 30\ )$

b) $p\ (\ 29.6 < x < 30.4\ )$

c) $p\ (\ 29.2 < x < 30\ )$

d) $p\ (\ 29.2 < x < 30.4\ )$

$a)\ P(X > 30) = P(X > \mu) = 0.5$

$b)\ p(29.6 < X < 30.4)$

$= p(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.68$

$c)\ P(29.2 < X < 30)$

$= p(\mu - 2\sigma < X < \mu) =$

$\frac{1}{2}(95\%) = 47.5\% = 0.475$

$d)\ p(29.2 < X < 30.4)$

$= p(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma)$

$= \frac{1}{2}(0.95) + \frac{1}{2}(0.68)$

$= 0.815$

مثال 15 :

أجد كُلاً ممّا يأتي، مُستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

a) $P\ (\ Z < 1.5\ )$

b) $P\ (\ Z > 0.61\ )$

c) $P\ (\ Z < \ -0.43\ )$

d) $P\ (\ Z > \ -3.23\ )$

e) $P(-1.4 < Z < 2.07))$

$a)\ p(Z<1.5)=0.9332$

$b)\ P(Z>0.61)=1-P(Z<0.61)$
$=1-0.7291=0.2709$

$c)\ P(Z<-0.43)=1-P(Z<0.43)$
$=1-0.6664=0.3336$

$d)\ P(Z>-3.23)=P(Z<3.23)$
$=0.9994$

$e)\ P(-1.4<Z<2.07))$

$=P(Z<2.07)-P(Z<-1.4)$

$=P(Z<2.07)-\big(1-P(Z<1.4)\big)$

$=P(Z<2.07)+P(Z<-1.4)-1$

$=0.9808+0.9192-1=0.9000$

مثال 15 :

إذا كان: $X \sim N\ (7\ ,3^2)$ ، فأجد كل احتمال ممّا يأتي، مستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

a) $P\ (\ X<\ -2\ )$

b) $P\ (X>10\ )$

c) $P\ (\ 4<X\ \leq 13\ )$

$a)\ P(X<-2)=P\left(Z<\frac{-2-7}{3}\right)$

$=P(Z<-3)=1-P(Z<3)$

$=1-0.9987=0.0013$

$b)\ P(X>10)=P\left(Z>\frac{10-7}{3}\right)$

$=P(Z>1)=1-P(Z<1)$

$=1-0.8413=0.1587$

$c)\ P(4<X<13)$

$=P\left(\frac{4-7}{3}<Z<\frac{13-7}{3}\right)=P(-1<Z<2)$

$=P(Z<2)-P(Z<-1)$

$=P(Z<2)-\big(1-P(Z<-1)\big)$

$=P(Z<2)+P(Z<1)-1$

مثال 16 :

توصلت دراسة إلى أنَّ أطوال النساء في إحدى المدن تتبع توزيعًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 165 cm، وانحرافه المعياري 3 cm إذا اختيرت امرأة عشوائيًا، فأجد كلًا مما يأتي:

a) احتمال أن يكون طول المرأة أقل من 162 cm

b) احتمال أن يكون طول المرأة أكثر من 171cm

c) احتمال أن يكون طول المرأة بين 162 cm و 171 cm

$a)\ P(X < 162) = P\left(Z < \frac{162-165}{3}\right) = P(Z < -1)$

$= 1 - P(Z < 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$

$b)\ P(X < 171) = P\left(Z < \frac{171-165}{3}\right) = P(Z < 2)$

$= 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$

$c)\ P(162 < X < 171)$

$= P\left(\frac{162-165}{3} < Z < \frac{171-165}{3}\right) = P(-1 < Z < 2)$

$= P(Z < 2) - P(Z < -1)$

$= P(Z < 2) - \left(1 - P(Z < 1)\right)$

$= P(Z < 2) - P(Z < 1) - 1$

مثال 17 :

إذا كان X متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 3- وانحرافه المعياري 4 فأجد قيمة x التي تحقق الاحتمال المعطى في كلٍّ مما يأتي:

a) $P\ (X < x\ ) = 0.9877$

b) $P\ (X < x) = 0.31$

c) $P\ (X > x\ ) = 0.9738$

d) $P(\ X > x\ ) = 0.2$

$a)\ P(X < x) = 0.9877 \to P(Z < z) = 0.9877$

$\to z = 2.25 \to \frac{x+3}{4} = 2.25 \to x = 6$

b) $)\ P(X < x) = 0.31 \to P(Z < z) = 0.31$

$0.31 = 1 - P(Z < z) \to$

$P(Z < z) = 0.69 \to z = 0.5$

$c)\ P(X > x) = 0.9738$

$\Rightarrow P(Z > -z) = 0.9738$

$\to z = -1.94$

$P(Z > z) = 0.9738$ هي -1.94

$\Rightarrow \frac{x+3}{3} = -1.94 \to x = -10.76$

مثال 18 :

المُتغيّر العشوائي $X \sim N\ (4.5\ ,\sigma^2)$ يُمثل الطبيعي لكتل أكياس السُّكر (بالكيلوغرام) التي يُنتجها أحد المصانع. إذا زادت كتلة 3% فقط منها على 4.8 kg ، فأجد الانحراف المعياري لكتل أكياس السُّكر

$$P(X > 4.8) = 0.03 \to P(Z > z) = 0.03$$

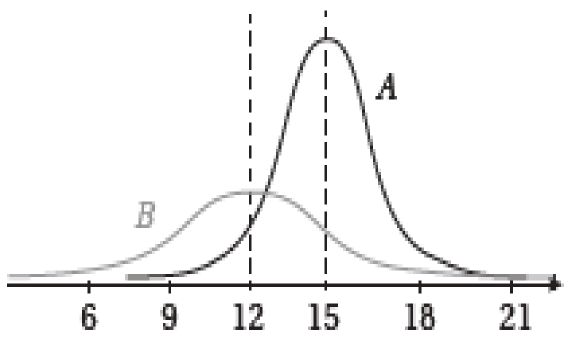
$$\Rightarrow P(Z < z) = 1 - 0.03 = 0.97$$

$$\Rightarrow z = 1.88 \to \frac{4.8 - 4.5}{\sigma} = 1.88$$

$$\to \sigma = \frac{0.3}{1.88} \approx 0.16$$

مثال 19 :

يُمثِّل كلٌّ من المنحنيين المجاورين توزيعًا طبيعيًّا. أُقارِن بين هذين التوزيعين من حيث قِيَم الوسط الحسابي، والانحراف المعياري.



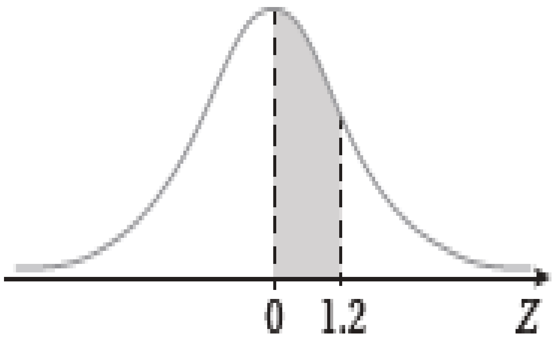
1. $\mu_A = 15 > \mu_B = 12$

$\sigma_B > \sigma_A$

وذلك لأن قيم المتغير العشوائي في B أكثر انتشارًا من نظيراتها في المنحنى A

مثال 20 :

أجد مساحة المنطقة المُظلَّلة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في كلٍّ ممّا يأتي:



$$P(0 < Z < 1.2)$$
$$= P(Z < 1.2) - P(Z < 0)$$
$$= 0.8849 - 0.5 = 0.3849$$

مثال 21 :

أجد القيمة المعيارية z التي تُحقِّق كل احتمال ممّا يأتي:

$$\boldsymbol{P(-z < Z < z) = 0.8}$$

$$.\ P(-z < Z < z) = 0.8$$

$$\to P(Z < z) - P(Z < -z) = 0.8$$

$$\to P(Z < z) - (1 - P(Z < z)) = 0.8$$

$$\to 2P(Z < z) - 1 = 0.8$$

$$\to P(Z < z) = 0.9$$

$$\to z \approx 1.28$$

مثال 22 :

يدلُّ المُتغير العشوائي $X \sim N\ (100\ ,\sigma^2)$ على أطوال الأفاعي (بالسنتيمتر) في أحد مجتمعاتها. إذا كانت أطوال 68% منها تتراوح بين 93 cm و 107 cm

فأجد σ^2.

نعلم أن 68% تقريبًا من البيانات في التوزيع الطبيعي تقع بين $\mu - \sigma$ ، $\mu + \sigma$ ، فإذن :

$$107 = \mu + \sigma \rightarrow 107 = 100 + \sigma$$
$$\rightarrow \sigma = 7 \rightarrow \sigma^2 = 49$$

مثال 23 :

تتبع أطوال لاعبي كرة السلة توزيعًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 185 cm، وانحرافه المعياري 5 cm . إذا اختير لاعب عشوائيًا، فأجد كلاً مما يأتي:

1) احتمال أن يزيد طول اللاعب على 175 cm

2) احتمال أن يتراوح طول اللاعب بين 180 cm و 190 cm

3) العدد التقريبي للاعبين الذين يزيد أطوالهم على 195 cm من بين 2000 لاعب.

$$1.\ P(X > 175) = P\left(Z > \frac{175-185}{5}\right)$$
$$= P(Z > -2) = P(Z < 2) = 0.9772$$

$$2.\ P(180 < X < 175)$$
$$= P\left(\frac{180-185}{5} < Z < \frac{190-185}{5}\right)$$
$$= P(-1 < Z < 1)$$
$$= P(Z < 1) - P(z < -1)$$
$$= P(Z < 1) - (1 - P(z < 1))$$
$$= 2P(z < 1) - 1 = 2(0.8413) - 1$$
$$= 0.6826$$

$$3.\ P(X > 195) = P\left(Z > \frac{195-185}{5}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$$
$$= 1 - 0.9772 = 0.0228$$

إذا كان عدد اللاعبين الذين تزيد أطوالهم على $195\ cm$ هو N ، فإنّ :

$$N = 2000 \times 0.0228 = 45.6 \approx 46$$

مثال 23 :

اذا كان توزيع طبيعي، وسطه الحسابي 60g وانحرافه المعياري 4 g. أجد عدد البيض صغير الحجم من بين 5000 بيضة في المزرعة، علمًا بأن كتلة البيضة الصغيرة لا تزيد على 55 غرامًا.

$$P(X \le 55) = P\left(Z \le \frac{55-60}{4}\right)$$

$$= P(Z \le -1.25)$$

$$= P(Z > 1.25)$$

$$= 1 - P(Z < 1.25)$$

$$= 1 - 0.8944 = 0.1056$$

إذا كان عدد البيض صغير الحجم من بين 5000 هو N ، فإنّ :

$$N = 5000(0.1056) = 528$$

مثال 26 :

أجرت باحثة تفاعلاً كيميائياً بصورة متكررة، فوجدت أنَّ الزمن اللازم لحدوث التفاعل يتبع توزيعًا طبيعيًا، وأن 5% من التجارب يلزمها أكثر من 13 دقيقة لحدوث التفاعل، وأنَّ 12 % منها تتطلب أقل من 10 دقائق لحدوث التفاعل. أقدر الوسط الحسابي،

$$P(X > 13) = P\left(Z > \frac{13-\mu}{\sigma}\right) = 0.05$$

$$\Rightarrow P(Z < z) = 1 - 0.05 = 0.95$$

$$\rightarrow z = 1.64 \rightarrow \frac{13-\mu}{\sigma} = 1.64 \rightarrow 13-\mu = 1.64\sigma \ldots\ldots (1)$$

$$P(X < 10) = P\left(Z < \frac{10-\mu}{\sigma}\right) = 0.12$$

$$P(Z < z) = 0.12$$

$$\Rightarrow P(Z < -z) = 1 - P(Z < z)$$

$$0.12 = 1 - P(Z < z)$$

$$\Rightarrow P(Z < z) = 0.88 \rightarrow z = 1.17$$

$P(Z < z) = 0.12$ هي $z = -1.17$

$$\Rightarrow \frac{10-\mu}{\sigma} = -1.17 \rightarrow 10-\mu = -1.17\sigma \ldots\ldots (2)$$

$$(1)-(2): 3 = 2.81\sigma \rightarrow \sigma \approx 1.07 ,$$

مثال 25 :

إذا كان $P(X > 35) = 0.025$،

$, P(X < 15) = 0.1469 , X \sim N(\mu, \sigma^2)$

فأجد قيمة كل من μ ، و σ ، مبررًا إجابتي.

$$P(X < 15) = P\left(Z < \frac{15-\mu}{\sigma}\right) = 0.1469$$

$$P(Z < z) = 0.1469$$

$$\Rightarrow P(Z < -z) = P(Z > z)$$

$$0.1469 = 1 - P(Z < z)$$

$$P(Z < z) = 1 - 0.1469 = 0.8531$$

$$\rightarrow z = 1.05$$

$$\rightarrow \frac{15-\mu}{\sigma} = -1.05 \rightarrow 15-\mu = -1.05\sigma \ldots\ldots (1)$$

$$P(X > 35) = P\left(Z > \frac{35-\mu}{\sigma}\right) = 0.025$$

نفرض أن $z = \frac{35-\mu}{\sigma}$ ، فيكون

$$P(Z > z) = 0.025$$

$$\rightarrow P(Z < z) = 1 - P(Z > z) = 1 - 0.025 = 0.975$$

$$\rightarrow z = 1.96 \rightarrow \frac{35-\mu}{\sigma} = 1.96 \rightarrow 35-\mu = 1.96\sigma \ldots\ldots (2)$$

$$(2)-(1): 20 = 3.01\sigma \rightarrow \sigma \approx 6.64 ,$$

$$\mu \approx 22$$