



AWA2EL
LEARN 2 BE



الرياضيات

الصف الثاني عشر- الفرع الأدبي
الفصل الدراسي الأول

12

إجابات التمارين

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

🌐 @nccdjor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo



إجابات كتاب التمارين - مادة الرياضيات - الصف الثاني عشر الأدبي ف1

الوحدة الأولى: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

أستعد لدراسة الوحدة



تبسيط المقادير الأسية صفحة 6

1 $(16)^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{16})^3 = (2)^3 = 8$

2 $\sqrt[3]{64a^6} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{a^6} = 4a^2$

3 $\frac{20a^5b^2}{12ab^{-3}} = \frac{20}{12} \times \frac{a^5}{a} \times \frac{b^2}{b^{-3}} = \frac{5}{3}a^4b^5$

حل المعادلات الأسية صفحة 6

4 $3^{x+1} = 27$

$3^{x+1} = 3^3$

$x + 1 = 3$

$x = 2$

5 $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$

$(5^{-1})^x = 5^4$

$5^{-x} = 5^4$

$-x = 4$

$x = -4$

6 $4^{-x} = \frac{1}{256}$

$4^{-x} = \frac{1}{4^4}$

$4^{-x} = 4^{-4}$

$-x = -4$

$x = 4$



إيجاد الاقتران العكسي صفحة 7

$$f(x) = x + 3$$

$$y = x + 3$$

$$y - 3 = x$$

$$x - 3 = y$$

$$f^{-1}(x) = x - 3$$

$$f(x) = \frac{x}{4} + 1$$

$$y = \frac{x}{4} + 1$$

$$y - 1 = \frac{x}{4}$$

$$4y - 4 = x$$

$$4x - 4 = y$$

$$f^{-1}(x) = 4x - 4$$

$$f(x) = 2x^3$$

$$y = 2x^3$$

$$\frac{y}{2} = x^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{y}{2}} = x$$

$$\sqrt[3]{\frac{x}{2}} = y$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$$

7

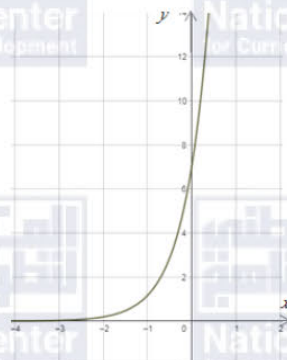
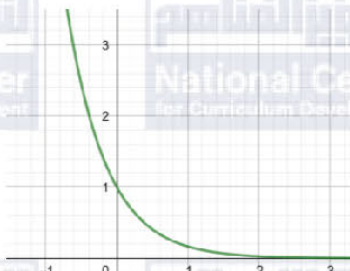
8

9



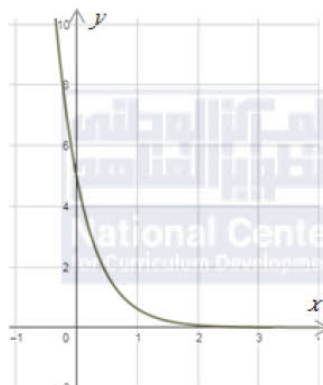


الدرس الأول: الاقترانات الأسية

1	$f(2) = (13)^2 = 169$
2	$f(3) = 4(5)^3 = 4 \times 125 = 500$
3	$f(3) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 7 \times \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
4	$f(4) = -(3)^4 + 7 = -81 + 7 = -74$
5	$f(6) = -(2)^6 + 1 = -64 + 1 = -63$
6	$f(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 12 = \frac{1}{64} - 12 = -\frac{767}{64}$
7	$f(x) = 7(6)^x$ 
	مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$
8	$f(x) = (7)^{-x} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ 
	مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$

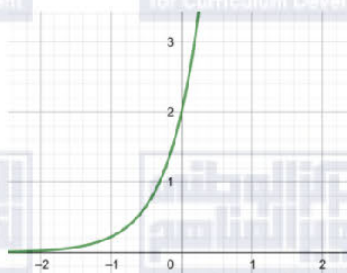


$$f(x) = 5 \left(\frac{1}{8}\right)^x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$

$$f(x) = 2(9)^x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$

$$f(x) = 7^{x-2} + 1$$

لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 1$
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(1, \infty)$
الاقتران $f(x)$ متزايد

$$f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$$

لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -3$
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$
الاقتران $f(x)$ متناقص



13	$f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$	لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -7$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(-7, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متناقص
14	$f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$	لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 3$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(3, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد
15	$f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $f(0) = 400(2)^0 = 400$	
16	$f(12) = 400(2)^{\frac{12}{3}} = 400(2)^4 = 400 \times 16 = 6400$	
17	$102400 = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $256 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $(2)^8 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $\frac{x}{3} = 8$ $x = 24$	إذن، يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 بعد 24 ساعة.
18	$f(1) = 2(0.75)^1 = 1.5 \text{ m}^3$	
19	$\frac{9}{8} = 2(0.75)^x$ $\frac{9}{16} = (0.75)^x$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ $x = 2$	



الدرس الثاني: النمو والاضمحلال الأسي

1	$A(t) = a(1 + r)^t$ $A(t) = 35000(1 + 0.02)^t$ $A(t) = 35000(1.02)^t$
2	$A(7) = 35000(1.02)^7 \approx 40204$
3	$A(t) = a(1 - r)^t$ $A(t) = 12000(1 - 0.2)^t$ $A(t) = 12000(0.8)^t$
4	$A(3) = 12000(0.8)^3 = 6144$
5	$A(t) = a(1 + r)^t$ $A(t) = 84370(1 + 0.024)^t$ $A(t) = 84370(1.024)^t$
6	$2030 - 2015 = 15$ $A(15) = 84370(1.024)^{15} \approx 120417$
7	$A(t) = a(1 - r)^t$ $A(t) = 19725(1 - 0.03)^t$ $A(t) = 19725(0.97)^t$
8	$A(4) = 19725(0.97)^4 \approx \text{JD}17462$
9	$A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ $A = 8000 \left(1 + \frac{0.055}{12}\right)^{12t}$
10	$A = 8000 \left(1 + \frac{0.055}{12}\right)^{12 \times 3} \approx \text{JD} 9431.59$
11	$A = Pe^{rt}$ $A = 60000e^{0.06 \times 17} \approx \text{JD}166391.69$



الدرس الثالث: الاقترانات اللوغاريتمية

1	$\log_3 729 = 6 \rightarrow 3^6 = 729$
2	$\log_5 625 = 4 \rightarrow 5^4 = 625$
3	$\log_{64} 4 = \frac{1}{3} \rightarrow 64^{\frac{1}{3}} = 4$
4	$\log_{64} 8 = 0.5 \rightarrow 64^{0.5} = 8$
5	$\log_7 1 = 0 \rightarrow 7^0 = 1$
6	$\log_{43} 43 = 1 \rightarrow 43^1 = 43$
7	$4^5 = 1024 \rightarrow \log_4 1024 = 5$
8	$3^{-4} = \frac{1}{81} \rightarrow \log_3 \frac{1}{81} = -4$
9	$7^3 = 343 \rightarrow \log_7 343 = 3$
10	$5^{-2} = 0.04 \rightarrow \log_5 0.04 = -2$
11	$32^1 = 32 \rightarrow \log_{32} 32 = 1$
12	$8^0 = 1 \rightarrow \log_8 1 = 0$
13	$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$
14	$\log_{81} 9 = y \rightarrow 81^y = 9$ $(9^2)^y = 9$ $9^{2y} = 9$ $2y = 1$ $y = \frac{1}{2}$
15	$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$
16	$\log_{25} 125 = y \rightarrow 25^y = 125$ $(5^2)^y = 5^3$ $5^{2y} = 5^3$ $2y = 3$ $y = \frac{3}{2}$
17	$\log_{10} 0.0001 = \log_{10} 10^{-4} = -4$
18	$\log_{\frac{5}{3}} 1 = 0$

إذن، $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$

إذن، $\log_{25} 125 = \frac{3}{2}$



19

$$\log_{\frac{1}{6}} 6 = y \rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^y = 6$$

$$(6^{-1})^y = 6^1$$

$$6^{-y} = 6^1$$

$$-y = 1$$

$$y = -1$$

إن، $\log_{\frac{1}{6}} 6 = -1$

20

$$(10)^{\log_{10} \frac{1}{9}} = \frac{1}{9}$$

21

$$\log_3 \frac{1}{\sqrt{3^6}} = \log_3 \frac{1}{3^3} = \log_3 3^{-3} = -3$$

22

$$\log_b \sqrt[7]{b} = \log_b b^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}$$

23

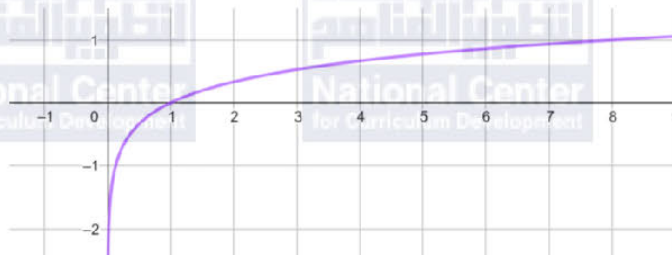
$$\log_{10}(1 \times 10^{-5}) = \log_{10} 10^{-5} = -5$$

24

$$4^{\log_4 3} = 3$$

25

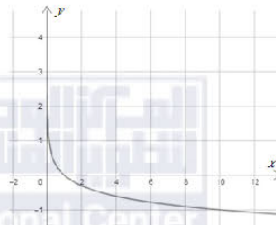
$$f(x) = \log_8 x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متزايد

26

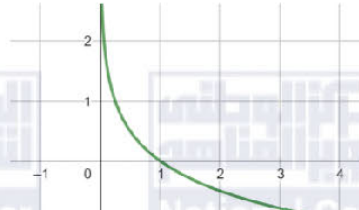
$$g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متناقص



$$h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$$



27

AWAZ23L
LEARN 2 BE

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متناقص

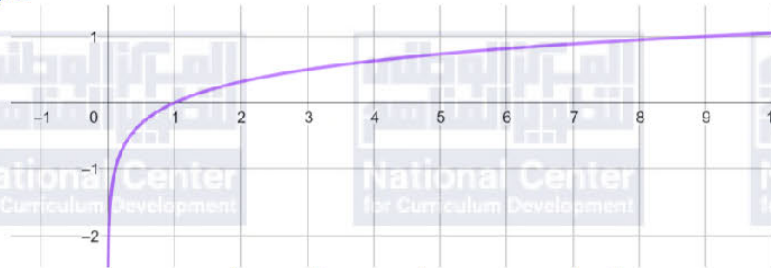
$$r(x) = \log_{\frac{1}{9}} x$$



28

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متناقص

$$f(x) = \log_9 x$$

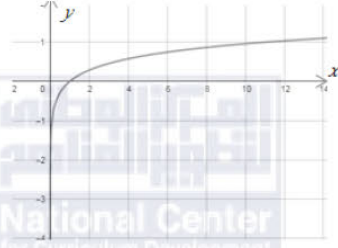


29

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متزايد



$$g(x) = \log_{11} x$$



30
LEARN 2 BE

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متزايد

$$f(x) = \log_2(x + 3)$$

$$x + 3 > 0$$

$$x > -3$$

31

مجال هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$

$$f(x) = 7 + 2 \log_5(x - 2)$$

$$x - 2 > 0$$

$$x > 2$$

32

مجال هذا الاقتران هو $(2, \infty)$

$$f(x) = -5 \log_7(-x)$$

$$-x > 0$$

$$x < 0$$

33

مجال هذا الاقتران هو $(-\infty, 0)$

$$\log_{10} \left(\frac{I}{12} \right) = -0.0125(10)$$

$$\log_{10} \left(\frac{I}{12} \right) = -0.125$$

$$10^{-0.125} = \frac{I}{12}$$

$$I = 12 \times 10^{-0.125} \approx 118.5 \text{ lumen}$$

34



الدرس الرابع: قوانين اللوغاريتمات

1	$\log_a \frac{3}{7} = \log_a 3 - \log_a 7$ $\approx 0.528 - 0.936$ ≈ -0.408
2	$\log_a 21 = \log_a 3 \times 7$ $= \log_a 3 + \log_a 7$ $\approx 0.528 + 0.936$ ≈ 1.464
3	$\frac{\log_a 3}{\log_a 7} \approx \frac{0.528}{0.936} \approx 0.56$
4	$\log_a \frac{1}{7} = \log_a 1 - \log_a 7$ $\approx 0 - 0.936$ ≈ -0.936
5	$\log_a 441 = \log_a 21^2$ $= 2 \log_a 21$ $= 2 \log_a (3 \times 7)$ $= 2(\log_a 3 + \log_a 7)$ $\approx 2(0.528 + 0.936)$ $\approx 2 \times 1.464$ ≈ 2.928



6	$\log_a \frac{49}{27} = \log_a 49 - \log_a 27$ $= \log_a 7^2 - \log_a 3^3$ $= 2 \log_a 7 - 3 \log_a 3$ $\approx 2(0.936) - 3(0.528)$ $\approx 1.872 - 1.584$ ≈ 0.288
7	$\log_a (7a^2) = \log_a 7 + \log_a a^2$ $= \log_a 7 + 2 \log_a a$ $\approx 0.936 + 2$ ≈ 2.936
8	$\log_a \sqrt[4]{81} = \log_a \sqrt[4]{3^4}$ $= \log_a 3$ ≈ 0.528
9	$(\log_a 3)(\log_a 7) \approx 0.528 \times 0.936$ ≈ 0.494
10	$\log_a x^7 = 7 \log_a x$
11	$\log_a \left(\frac{ac}{b}\right) = \log_a ac - \log_a b$ $= \log_a a + \log_a c - \log_a b$ $= 1 + \log_a c - \log_a b$
12	$\log_a (\sqrt{x}) = \log_a x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a x$



13

$$\begin{aligned}\log_a \left(\frac{\sqrt{xy}}{z} \right) &= \log_a \sqrt{xy} - \log_a z \\ &= \log_a (xy)^{\frac{1}{2}} - \log_a z \\ &= \log_a x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} - \log_a z \\ &= \log_a x^{\frac{1}{2}} + \log_a y^{\frac{1}{2}} - \log_a z \\ &= \frac{1}{2} \log_a x + \frac{1}{2} \log_a y - \log_a z\end{aligned}$$



AWAZEL
LEARN 2 BE

14

$$\begin{aligned}\log_a \frac{1}{x^3 y^4} &= \log_a 1 - \log_a x^3 y^4 \\ &= \log_a 1 - (\log_a x^3 + \log_a y^4) \\ &= 0 - (3 \log_a x + 4 \log_a y) \\ &= -3 \log_a x - 4 \log_a y\end{aligned}$$

15

$$\begin{aligned}\log_a \sqrt[7]{128x^7} &= \log_a \sqrt[7]{128} \times \sqrt[7]{x^7} \\ &= \log_a 2x \\ &= \log_a 2 + \log_a x\end{aligned}$$

16

$$\begin{aligned}\log_a \frac{(x^{-1}y^2)^4}{(x^5y^{-2})^3} &= \log_a \frac{x^{-4}y^8}{x^{15}y^{-6}} \\ &= \log_a x^{-19} y^{14} \\ &= \log_a x^{-19} + \log_a y^{14} \\ &= -19 \log_a x + 14 \log_a y\end{aligned}$$

17

$$\begin{aligned}\log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{z^3}} &= \log_a \frac{\sqrt{x^2} \sqrt{y^3}}{\sqrt{z^3}} \\ &= \log_a \frac{xy^{\frac{3}{2}}}{z^{\frac{3}{2}}} \\ &= \log_a xy^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}} \\ &= \log_a x + \log_a y^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}} \\ &= \log_a x + \frac{3}{2} \log_a y - \frac{3}{2} \log_a z\end{aligned}$$



18	$\log_a(x - y + z)^9 = 9 \log_a(x - y + z)$
19	$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
20	$\log_b(b - 1) + 2 \log_b b = \log_b(b - 1) + \log_b b^2$ $= \log_b b^2(b - 1)$
21	$\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}} = \log_a \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \log x$
22	$\log_a(x^2 - 25) - \log_a(x + 5) = \log_a \frac{(x^2 - 25)}{(x + 5)}$ $= \log_a \frac{(x + 5)(x - 5)}{(x + 5)}$ $= \log_a(x - 5)$
23	$3 \log_b 1 - \log_b b = 3(0) - 1 = -1$
24	$8 \log_b x + 4 \log_b y - \frac{1}{2} \log_b z = \log_b x^8 + \log_b y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b x^8 y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b \frac{x^8 y^4}{z^{\frac{1}{2}}} = \log_b \frac{x^8 y^4}{\sqrt{z}}$
25	$T(a) = 10 + 20 \log_6(a + 1)$ $f(11) = 10 + 20 \log_6(11 + 1)$ $= 10 + 20 \log_6(12)$ $= 10 + 20 \log_6(6 \times 2)$ $= 10 + 20(\log_6 6 + \log_6 2)$ $\approx 10 + 20(1 + 0.3869)$ $\approx 10 + 20(1.3869)$ $\approx 10 + 27.738$ ≈ 37.738

قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ JD 11000 على الإعلانات هو JD 37738



الدرس الخامس: المعادلات الأسية

1	$\log 17 \approx 1.2$
2	$\log(1.5 \times 10^{-4}) \approx -3.8$
3	$\ln 2.3 \approx 0.8$
4	$\log_2 15 = \frac{\log 15}{\log 2} \approx 3.9$
5	$\log_5 e^7 = 7 \times \frac{\ln e}{\ln 5} \approx 4.3$
6	$\ln 7 \approx 1.95$
7	$\log_5 27 = \frac{\log 27}{\log 5} \approx 2.05$
8	$\log_{\frac{1}{4}} 19 = \frac{\log 19}{\log \frac{1}{4}} \approx -2.12$
9	$\log_7 8 = \frac{\log 8}{\log 7} \approx 1.07$
10	$\log_8 \frac{1}{8} = -1$
11	$\log 10000 = 4$
12	$\log_3 18 = \frac{\log 18}{\log 3} \approx 2.63$
13	$5^x = 120$ $\log 5^x = \log 120$ $x \log 5 = \log 120$ $x = \frac{\log 120}{\log 5} \approx 2.9746$



14

$$-4e^{4x} = -64$$

$$e^{4x} = 16$$

$$\ln e^{4x} = \ln 16$$

$$4x = \ln 16$$

$$x = \frac{\ln 16}{4} \approx 0.9631$$

15

$$3^{2x+1} = 7^{5x}$$

$$\log 3^{2x+1} = \log 7^{5x}$$

$$(2x + 1) \log 3 = (5x) \log 7$$

$$2x \log 3 + \log 3 = 5x \log 7$$

$$2x \log 3 - 5x \log 7 = \log 3$$

$$x(2 \log 3 - 5 \log 7) = \log 3$$

$$x = \frac{\log 3}{2 \log 3 - 5 \log 7} \approx -0.1459$$

16

$$64^x + 2(8)^x - 3 = 0$$

$$(8^x)^2 + 2(8)^x - 3 = 0$$

$$u^2 + 2u - 3 = 0$$

$$(u + 3)(u - 1) = 0$$

$$u = -3 \quad \text{أو} \quad u = 1$$

$$8^x = -3 \quad \text{أو} \quad 8^x = 1$$

المعادلة $8^x = -3$ ليس لها حل لأن $8^x > 0$ لجميع قيم x .

$$8^x = 1 \quad \rightarrow \quad x = \log_8 1 = 0$$

17

$$7(4)^x = 49$$

$$(4)^x = 7$$

$$\log(4)^x = \log 7$$

$$x \log 4 = \log 7$$

$$x = \frac{\log 7}{\log 4} \approx 1.4037$$



$$21^{x-1} = 3^{7x+1}$$

$$\log 21^{x-1} = \log 3^{7x+1}$$

$$(x-1) \log 21 = (7x+1) \log 3$$

$$x \log 21 - \log 21 = 7x \log 3 + \log 3$$

$$x \log 21 - 7x \log 3 = \log 21 + \log 3$$

$$x(\log 21 - 7 \log 3) = \log 21 + \log 3$$

$$x = \frac{\log 21 + \log 3}{\log 21 - 7 \log 3} \approx -0.8918$$

$$T = 27 + 219e^{-0.032t}$$

$$100 = 27 + 219e^{-0.032t}$$

$$73 = 219e^{-0.032t}$$

$$73 = 219e^{-0.032t}$$

$$\frac{73}{219} = e^{-0.032t}$$

$$\ln \frac{73}{219} = \ln e^{-0.032t}$$

$$\ln \frac{73}{219} = -0.032t$$

$$t = -\frac{\ln \frac{73}{219}}{0.032} \approx 34.3$$

إذن، تصبح درجة حرارة المعدن 100°C بعد حوالي 34.3 min من بدء تبريده.

$$N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$$

$$N(0) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05(0)}} = \frac{2000}{4} = 500$$

18

AWA2023
LEARN 2 BE

19

20



$$700 = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$$

$$1 + 3e^{-0.05t} = \frac{2000}{700}$$

$$3e^{-0.05t} = \frac{20}{7} - 1$$

$$3e^{-0.05t} = \frac{13}{7}$$

$$e^{-0.05t} = \frac{13}{21}$$

$$\ln e^{-0.05t} = \ln \frac{13}{21}$$

$$-0.05t = \ln \frac{13}{21}$$

$$t = -\frac{\ln \frac{13}{21}}{0.05} \approx 9.6$$

بعد 9.6 سنة تقريبًا يصبح عدد الأرناب في المحمية 700 أرناب.

22

$$P(t) = 200e^t$$

$$P(0) = 200e^0 = 200$$

23

$$4000 = 200e^t$$

$$20 = e^t$$

$$\ln 20 = \ln e^t$$

$$t = \ln 20 \approx 3$$



إجابات كتاب التمارين - مادة الرياضيات - الصف الثاني الثانوي الأدبي ف 1

الوحدة الثانية: التفاضل

أستعد لدراسة الوحدة

كتابة المقدار الجبري في أبسط صورة صفحة 13

1	$2x(x-4) = 2x^2 - 8x$
2	$(x+4)(x-5) = x^2 - 5x + 4x - 20 = x^2 - x - 20$
3	$(3x+1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$

التحويل من الصيغة الجذرية إلى الصيغة الأسية صفحة 13

4	$\sqrt[5]{x^4} = x^{\frac{4}{5}}$
5	$\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$
6	$\sqrt{x-1} = (x-1)^{\frac{1}{2}}$
7	$\frac{5}{\sqrt[7]{x^4}} = \frac{5}{x^{\frac{4}{7}}} = 5x^{-\frac{4}{7}}$

مشتقة اقتران القوة صفحة 14

8	$f'(x) = 21x^2$
9	$f'(x) = 12 \times \frac{4}{3} x^{\frac{1}{3}} = 16x^{\frac{1}{3}}$
10	$f(x) = 3x^2 - 5x^{\frac{1}{2}}$ $f'(x) = 6x - \frac{5}{2} x^{-\frac{1}{2}} = 6x - \frac{5}{2\sqrt{x}}$
11	$f(x) = -3x^{-7}$ $f'(x) = 21x^{-8} = \frac{21}{x^8}$
12	$f(x) = x^2(x^3 - 2x) = x^5 - 2x^3$ $f'(x) = 5x^4 - 6x^2$
13	$y = 7x^{-3} + 3x^{-1} - 2$ $\frac{dy}{dx} = -21x^{-4} - 3x^{-2} = \frac{-21}{x^4} - \frac{3}{x^2}$



الدرس الأول: قاعدة السلسلة

1	$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x-1}} = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$
2	$f(x) = 3(3-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = -\frac{3}{2}(3-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x) = \frac{3x}{\sqrt{(3-x^2)^3}}$
3	$f'(x) = \frac{5}{2}(3+4x)^{\frac{3}{2}}(4) = 10(3+4x)^{\frac{3}{2}}$
4	$f'(x) = 100(8-x)^{99}(-1) = -100(8-x)^{99}$
5	$f'(x) = 2x + 2(200-x)^1(-1) = 2x - 2(200-x)$ $= 2x - 400 + 2x$ $= 4x - 400$
6	$f'(x) = 7(x+5)^6(1) + 6(2x+3)^5(2)$ $= 7(x+5)^6 + 12(2x+3)^5$
7	$f(x) = (x^5 + 6x)^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}(x^5 + 6x)^{-\frac{2}{3}}(5x^4 + 6) = \frac{5x^4 + 6}{3\sqrt[3]{(5x^4 + 6x)^2}}$
8	$f(x) = (x^2 - 3)^{-3}$ $f'(x) = -3(x^2 - 3)^{-4}(2x) = \frac{-6x}{(x^2 - 3)^4}$
9	$f'(x) = x + \frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}} = x - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$
10	$f'(x) = 12x^2 + 4(x-2)^3$ $f'(2) = 12(4) + 4(2-2)^3 = 48$
11	$f'(x) = \frac{2x+8}{2\sqrt{x^2+8x}} = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x}}$ $f'(8) = \frac{8+4}{\sqrt{64+64}} = \frac{12}{\sqrt{128}} = \frac{12}{8\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$



12

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 14u$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$= (3u^2 - 14u) \times 2x$$

$$= 6x(x^2 + 3)^2 - 28x(x^2 + 3)$$

13

$$\frac{dy}{du} = \frac{-3}{2\sqrt{7-3u}}$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$= \frac{-3}{2\sqrt{7-3u}} \times 2x$$

$$= \frac{-3x}{\sqrt{7-3(x^2-9)}} = \frac{-3x}{\sqrt{34-3x^2}}$$

14

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 10(u^3 - 7u)(3u^2 - 7)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

عندما $x = 4$ ، فإن $u = 2$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=4} = \left. \frac{dy}{du} \right|_{u=2} \times \left. \frac{du}{dx} \right|_{x=4}$$

$$\left. \frac{dy}{du} \right|_{u=2} = 3(4) - 10(8 - 14)(12 - 7) = 312$$

$$\left. \frac{du}{dx} \right|_{x=4} = \frac{1}{4}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=4} = 312 \times \frac{1}{4} = 78$$



$$\frac{dy}{du} = 6u^2 + 6u$$

$$\frac{du}{dx} = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{dy}{dx}\bigg|_{x=1} = \frac{dy}{du}\bigg|_{u=2} \times \frac{du}{dx}\bigg|_{x=1}$$

$$\frac{dy}{du}\bigg|_{u=2} = 6(4) + 6(2) = 36$$

$$\frac{du}{dx}\bigg|_{x=1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{dy}{dx}\bigg|_{x=1} = 36 \times \frac{3}{2} = 54$$

عندما $x = 1$ ، فإن $u = 2$

16

$$P'(t) = 3 \left(t^{\frac{1}{4}} + 3 \right)^2 \times \frac{1}{4} t^{-\frac{3}{4}} = \frac{3 \left(t^{\frac{1}{4}} + 3 \right)^2}{4t^{\frac{3}{4}}}$$

17

$$P'(16) = \frac{3(2+3)^2}{4(8)} = \frac{75}{32} \approx 2.34$$

18

$$f'(x) = g'(h(x)) \times h'(x)$$

$$f'(5) = g'(h(5)) \times h'(5)$$

$$= g'(-2) \times 6$$

$$= 4 \times 6 = 24$$

19

$$f'(x) = 8(h(x)) \times h'(x)$$

$$f'(5) = 8(h(5)) \times h'(5)$$

$$= 8 \times -2 \times 6 = -96$$



الدرس الثاني: مشتقا الضرب والقسمة

1	$f'(x) = (2x) \times 3(1 + 3x^2)^2(6x) + (1 + 3x^2)^3(2)$ $= 36x^2(1 + 3x^2)^2 + 2(1 + 3x^2)^3$
2	$f'(x) = \frac{(x+2)(1) - (x-2)(1)}{(x+2)^2} = \frac{4}{(x+2)^2}$
3	$f'(x) = \frac{(x^2+1)(3x^2) - (x^3-1)(2x)}{(x^2+1)^2} + 12x^2$ $= \frac{3x^4 + 3x^2 - 2x^4 + 2x}{(x^2+1)^2} + 12x^2$ $= \frac{x^4 + 3x^2 + 2x}{(x^2+1)^2} + 12x^2$
4	$f'(x) = (1-x^2)^4 \times 3(2x+6)^2(2) + (2x+6)^3 \times 4(1-x^2)^3(-2x)$ $= 6(1-x^2)^4(2x+6)^2 - 8x(2x+6)^3(1-x^2)^3$
5	$f'(x) = \frac{(x+1)^2(3) - (3x+5)(2)(x+1)}{(x+1)^4}$ $= \frac{3(x+1)^2 - 2(3x+5)(x+1)}{(x+1)^4}$
6	$f'(x) = (5x^2 + 4x - 3)(4x - 3) + (2x^2 - 3x + 1)(10x + 4)$ $= 40x^3 - 21x^2 - 26x + 13$
7	$f(x) = 3x^6 - 15x^4 - x^3 + 5x$ $f'(x) = 18x^5 - 60x^3 - 3x^2 + 5$ <p>أو بتطبيق قاعدة مشتقة ضرب اقترانين:</p> $f'(x) = (3x^5 - x^2) \left(1 + \frac{5}{x^2}\right) + \left(x - \frac{5}{x}\right) (15x^4 - 2x)$ $= 18x^5 - 60x^3 - 3x^2 + 5$
8	$f'(x) = \frac{(2x^3 + 3)(10x) - (5x^2 - 1)(6x^2)}{(2x^3 + 3)^2} = \frac{-10x^4 + 6x^2 + 30x}{(2x^3 + 3)^2}$



9	$f'(x) = \frac{-1}{(x-4)^2}$
10	$f'(x) = (x^5) \left(\frac{5}{\sqrt{10x+6}} \right) + (\sqrt{10x+6})(5x^4)$ $f'(1) = (1) \left(\frac{5}{\sqrt{10+6}} \right) + (\sqrt{10+6})(5) = \frac{85}{4} = 21.25$
11	$f'(x) = \frac{(\sqrt{x+4})(1) - (x+3) \left(\frac{1}{2\sqrt{x+4}} \right)}{x+4}$ $f'(12) = \frac{(\sqrt{12+4})(1) - (12+3) \left(\frac{1}{2\sqrt{12+4}} \right)}{12+4} = \frac{17}{128}$
12	$\frac{dy}{du} = 10u + 3$ $\frac{du}{dx} = \frac{-36x}{(x^2+5)^2}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= (10u + 3) \times \frac{-36x}{(x^2+5)^2}$ $= \left(\frac{180}{x^2+5} + 3 \right) \times \frac{-36x}{(x^2+5)^2}$ $\left. \frac{dy}{dx} \right _{x=2} = \left(\frac{180}{4+5} + 3 \right) \times \frac{-72}{(4+5)^2} = \frac{184}{9}$



$$\frac{dy}{du} = \frac{-1}{(u+1)^2}$$

$$\frac{du}{dx} = 3x^2 - 2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

$$= \frac{-1}{(u+1)^2} \times (3x^2 - 2)$$

$$= \frac{-1}{(x^3 - 2x + 6)^2} \times (3x^2 - 2)$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \frac{-1}{(6)^2} \times (-2) = \frac{1}{18}$$

14

$$P'(t) = \frac{6}{(t+1)^2}$$

15

$$P'(9) = \frac{6}{(9+1)^2} = 0.06$$

بعد 9 سنوات من الآن سيتزايد عدد السكان بمعدل 60 نسمة لكل سنة.

16

$$h'(t) = \frac{(4+t^2)(6t) - (3t^2)(2t)}{(4+t^2)^2} = \frac{24t}{(4+t^2)^2}$$

17

$$(fg)'(x) = f(x) \times g'(x) + g(x) \times f'(x)$$

$$(fg)'(0) = f(0) \times g'(0) + g(0) \times f'(0)$$

$$= 5 \times 2 - 1 \times -3 = 13$$

18

$$\left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \frac{g(x) \times f'(x) - f(x) \times g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$\left(\frac{f}{g} \right)'(0) = \frac{g(0) \times f'(0) - f(0) \times g'(0)}{(g(0))^2} = \frac{-1 \times -3 - 5 \times 2}{1} = -7$$

19

$$(7f + 2fg)'(x) = 7f'(x) + 2(f(x) \times g'(x) + g(x) \times f'(x))$$

$$(7f + 2fg)'(0) = 7f'(0) + 2(f(0) \times g'(0) + g(0) \times f'(0))$$

$$= 7 \times -3 + 2(5 \times 2 - 1 \times -3)$$

$$= -21 + 2 \times 13 = 5$$



الدرس الثالث: مشتقتا الاقتران الأسي والطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

1	$f'(x) = (x^{10})(e^x) + (e^x)(10x^9)$ $= e^x x^{10} + 10e^x x^9$
2	$f'(x) = 3 \times 2e^{2x-1}$ $= 6e^{2x-1}$
3	$f'(x) = 3e^x - 2 \times 4e^{4x}$ $= 3e^x - 8e^{4x}$
4	$f'(x) = (9x - 1)(3e^{3x}) + (e^{3x})(9)$ $= 27xe^{3x} - 3e^{3x} + 9e^{3x}$ $= 27xe^{3x} + 6e^{3x}$
5	$f'(x) = \frac{(\sqrt{x+1})(-2e^{-2x}) - (e^{-2x})\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)}{x+1}$ $= \frac{-2e^{-2x}\sqrt{x+1} - \frac{e^{-2x}}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}$ $= \frac{-2e^{-2x}(x+1) - \frac{e^{-2x}}{2\sqrt{x+1}}}{2\sqrt{x+1}}$ $= \frac{-2e^{-2x}(x+1) - e^{-2x}}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$
6	$f'(x) = \frac{(x)(3)(e^x + 2)^2(e^x) - (e^x + 2)^3(1)}{x^2}$ $= \frac{3xe^x(e^x + 2)^2 - (e^x + 2)^3}{x^2}$
7	$f'(x) = 2xe^{x^2+7}$
8	$f'(x) = 2(2e^{3x} - 1)(6e^{3x}) = 12e^{3x}(2e^{3x} - 1) = 24e^{6x} - 12e^{3x}$



9	$f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x + 1}}$
10	$f'(x) = \frac{(x+2)\left(\frac{1}{x}\right) - (\ln x)(1)}{(x+2)^2}$
11	$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$
12	$f'(x) = (e^x)\left(\frac{2x}{x^2}\right) + (\ln x^2)(e^x) = \frac{2e^x}{x} + e^x \ln x^2$
13	$f'(x) = (3+x)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(1) = \frac{3}{x} + 1 + \ln x$
14	$f'(x) = \frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}} = -\frac{1}{x^2} \times \frac{x}{1} = -\frac{1}{x}$ $f(x) = \ln 1 - \ln x \rightarrow f'(x) = 0 - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x} \quad \text{حل آخر:}$
15	$f'(x) = (x^5)\left(\frac{3}{3x}\right) + (\ln(3x))(5x^4) = x^4 + 5x^4 \ln(3x)$
16	$f'(x) = e^{-1} \times 2x$ $f'(-1) = e^{-1} \times -2 = -\frac{2}{e}$
17	$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$ $f'(3) = \frac{6}{9 + 1} = \frac{3}{5}$
18	$N(t) = 1000 \left(30 + e^{-\frac{t}{30}}\right)$ $N(0) = 1000 \left(30 + e^{-\frac{0}{30}}\right) = 1000 \times 31 = 31000$
19	$N'(t) = 1000 \left(-\frac{1}{30} e^{-\frac{t}{30}}\right) = -\frac{100}{3} e^{-\frac{t}{30}}$



20	$N'(20) = -\frac{100}{3} e^{-\frac{20}{30}} \approx -17.11$
21	$N'(a) = 500 \times \frac{1}{a} = \frac{500}{a}$
22	$N'(10) = \frac{500}{10} = 50$

LEARN 2 BE





الدرس الرابع: مشتقتا اقتران الجيب واقتران جيب التمام

1	$f(x) = (\sin(5x - 1))^3$ $f'(x) = 3(\sin(5x - 1))^2(5 \cos(5x - 1))$ $= 15(\sin(5x - 1))^2 \cos(5x - 1)$
2	$f'(x) = (3x^2 - 2) \cos(x^3 - 2x + 4)$
3	$f'(x) = 2 \times -4 \times -\sin(-4x) = 8 \sin(-4x)$
4	$f'(x) = 3 \times 3 \cos(3x + 7) = 9 \cos(3x + 7)$
5	$f'(x) = (2x^3)(\cos x) + (\sin x)(6x^2) - ((3x)(-\sin x) + (\cos x)(3))$ $= 2x^3 \cos x + 6x^2 \sin x + 3x \sin x - 3 \cos x$
6	$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $f'(x) = 0$
7	$f'(x) = -\frac{1}{x} \sin(\ln x)$
8	$f'(x) = (e^x)(-\sin x + \cos x) + (\cos x + \sin x)(e^x)$ $= -e^x \sin x + e^x \cos x + e^x \cos x + e^x \sin x$ $= 2e^x \cos x$
9	$f'(x) = 2(1 - 2x)(-2) \times -\sin(1 - 2x)^2 = (4 - 8x) \sin(1 - 2x)^2$
10	$f'(x) = 4 \times \frac{-\sin x + \cos x}{2\sqrt{\cos x + \sin x}} = \frac{-2 \sin x + 2 \cos x}{\sqrt{\cos x + \sin x}}$
11	$f'(x) = 3(1 + \cos 2x)^2(-2 \sin 2x) = -6(\sin 2x)(1 + \cos 2x)^2$
12	$f(x) = (\sin x)^3(\cos 4x)$ $f'(x) = (\sin x)^3(-4 \sin 4x) + (\cos 4x) \times 3(\sin x)^2 \cos x$
13	$f'(x) = \frac{(1 + e^x)(e^x) - (e^x)(e^x)}{(1 + e^x)^2} \cos\left(\frac{e^x}{1 + e^x}\right)$ $= \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} \cos\left(\frac{e^x}{1 + e^x}\right)$



14	$f'(x) = \frac{(e^x)(-2x \sin x^2) - (\cos x^2)(e^x)}{(e^x)^2}$ $= \frac{-2xe^x \sin x^2 - e^x \cos x^2}{(e^x)^2}$
15	$f'(x) = \frac{(1 - \sin x)(-\sin x) - (\cos x)(-\cos x)}{(1 - \sin x)^2}$ $= \frac{-\sin x + \sin^2 x + \cos^2 x}{(1 - \sin x)^2}$ $= \frac{1 - \sin x}{(1 - \sin x)^2}$ $= \frac{1}{1 - \sin x}$
16	$f'(x) = \frac{(1 + x)(x \cos x + \sin x) - (x \sin x)(1)}{(1 + x)^2}$ $= \frac{x \cos x + x^2 \cos x + \sin x + x \sin x - x \sin x}{(1 + x)^2}$ $= \frac{x \cos x + x^2 \cos x + \sin x}{(1 + x)^2}$
17	$f'(x) = \frac{(2 - \cos x)(1) - (x)(\sin x)}{(2 - \cos x)^2}$ $= \frac{2 - \cos x - x \sin x}{(2 - \cos x)^2}$
18	$f'(x) = \frac{-\sin x - \cos x}{\cos x - \sin x}$
19	$D'(t) = 200(0.4) \cos(0.4(t - 2)) = 80 \cos(0.4(t - 2))$
20	$C'(t) = 21.6 \left(\frac{2\pi}{365} \right) \cos \left(\frac{2\pi t}{365} + 10.9 \right)$
21	$f'(x) = (\cos x)(\cos x) + (\sin x)(-\sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ <p>الخطأ في الحل هو اعتبار $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$ وهذا غير صحيح لأن $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$</p> <p>ويمكن التعبير عن النتيجة $(\cos^2 x - \sin^2 x)$ بالصورة $(1 - 2 \sin^2 x)$ أو $(2 \cos^2 x - 1)$</p>



إجابات كتاب التمارين - مادة الرياضيات - الصف الثاني الثانوي الأدبي ف1

الوحدة الثالثة: تطبيقات التفاضل

أستعد لدراسة الوحدة



إيجاد ميل المنحنى صفحة 19

1

$$f'(x) = 1 - 3x^2$$
$$f'(1) = 1 - 3(1)^2 = -2$$

2

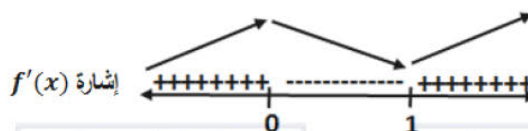
$$f'(x) = 0 \rightarrow 1 - 3x^2 = 0$$
$$1 = 3x^2$$
$$\rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

إيجاد القيم الحرجة لاقتران ما صفحة 19

3

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$
$$6x^2 - 6x = 0 \rightarrow 6x(x - 1) = 0$$
$$\rightarrow x = 0 \text{ أو } x = 1$$

القيم الحرجة لهذا الاقتران هي: $x = 0$ و $x = 1$



توجد قيمة عظمى محلية عندما $x = 0$

توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = 1$

4

$$f'(x) = 2x$$
$$2x = 0 \rightarrow x = 0$$

القيمة الحرجة لهذا الاقتران هي: $x = 0$



توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = 0$



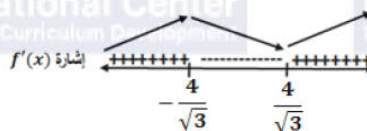
$$f'(x) = 3x^2 - 16$$

$$3x^2 - 16 = 0 \rightarrow x^2 = \frac{16}{3} \rightarrow x = \pm \frac{4}{\sqrt{3}}$$

القيم الحرجة لهذا الاقتران هي: $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ و $x = -\frac{4}{\sqrt{3}}$



AWA23L
LEARN 2 BE



توجد قيمة عظمى محلية عندما $x = -\frac{4}{\sqrt{3}}$

توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$



الدرس الأول: المماس والعمودي على المماس

1	$f'(x) = 6x^2 + 6$ $f'(-1) = 6 + 6 = 12$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = 12(x + 1)$ $y - 2 = 12x + 12$ $y = 12x + 14$	معادلة المماس:
2	$f'(x) = \frac{(x+4)(e^x) - (e^x)(1)}{(x+4)^2}$ $f'(0) = \frac{(4)(1) - (1)(1)}{16} = \frac{3}{16}$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - \frac{1}{4} = \frac{3}{16}(x)$ $y = \frac{3}{16}x + \frac{1}{4}$	معادلة المماس:
3	$f'(x) = 2x - \frac{-(7)(2x)}{x^4} = 2x + \frac{14}{x^3}$ $f'(1) = 2 + \frac{14}{1} = 16$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - (-6) = 16(x - 1)$ $y + 6 = 16x - 16$ $y = 16x - 22$	معادلة المماس:
4	$f'(x) = 2x - \frac{-(8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{x} = 2x + \frac{4}{\sqrt{x}}$ $f'(4) = 8 + \frac{4}{2} = \frac{17}{2}$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 12 = \frac{17}{2}(x - 4)$ $y - 12 = \frac{17}{2}x - 34$ $y = \frac{17}{2}x - 22$	معادلة المماس:



$$f'(x) = 4 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$f'(9) = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 12 = \frac{2}{3}(x - 9)$$

$$y - 12 = \frac{2}{3}x - 6$$

$$y = \frac{2}{3}x + 6$$

معادلة المماس:

$$f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{25-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{25-x^2}}$$

$$f'(3) = \frac{-3}{\sqrt{25-9}} = -\frac{3}{4}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3)$$

$$y - 4 = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$$

معادلة المماس:

$$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}, \quad x = 8$$

$$f(8) = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow (8, 2)$$

$$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(8) = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{12}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{1}{12}(x - 8)$$

$$y - 2 = \frac{1}{12}x - \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{1}{12}x + \frac{4}{3}$$

معادلة المماس:



$$f(8) = \frac{4+8}{8-2} = 2 \rightarrow (8, 2)$$

$$f'(x) = \frac{(x-2)(1) - (4+x)(1)}{(x-2)^2} = \frac{-6}{(x-2)^2}$$

$$f'(8) = \frac{-6}{(8-2)^2} = \frac{-6}{36} = -\frac{1}{6}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{6}(x - 8)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{1}{6}x + \frac{10}{3}$$

معادلة المماس:

$$f(5) = \frac{8}{\sqrt{5+11}} = 2 \rightarrow (5, 2)$$

$$f'(x) = \frac{-(8) \left(\frac{1}{2\sqrt{x+11}} \right)}{x+11}$$

$$f'(5) = \frac{-(8) \left(\frac{1}{2\sqrt{5+11}} \right)}{5+11} = -\frac{1}{16}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{16}(x - 5)$$

$$y - 2 = -\frac{1}{16}x + \frac{5}{16}$$

$$y = -\frac{1}{16}x + \frac{37}{16}$$

معادلة المماس:

9



$$f'(x) = 15x^2 + 2x$$

$$f'(-1) = 15 - 2 = 13$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-6) = -\frac{1}{13}(x + 1)$$

$$y + 6 = -\frac{1}{13}x - \frac{1}{13}$$

$$y = -\frac{1}{13}x - \frac{79}{13}$$

معادلة العمودي على المماس:

10

$$f(5) = 2(5)^2(6 - 5) = 50 \rightarrow (5, 50)$$

$$f'(x) = (2x^2)(-1) + (6 - x)(4x)$$

$$f'(5) = (50)(-1) + (6 - 5)(20) = -30$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 50 = \frac{1}{30}(x - 5)$$

$$y - 50 = \frac{1}{30}x - \frac{1}{6}$$

$$y = \frac{1}{30}x + \frac{299}{6}$$

معادلة العمودي على المماس:

11

مماس المنحنى أفقي أي $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 12x^5 - 4x^3$$

$$12x^5 - 4x^3 = 0$$

$$4x^3(3x^2 - 1) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ أو } x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

12

$$f(0) = 2(0)^6 - (0)^4 - 2 = -2$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$$

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$$

النقاط هي $(0, -2), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right)$



مماس المنحنى أفقي أي $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 60x^2 - 15x^4$$

$$60x^2 - 15x^4 = 0$$

$$15x^2(4 - x^2) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ or } x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

$$f(0) = 20(0)^3 - 3(0)^5 = 0$$

$$f(-2) = 20(-2)^3 - 3(-2)^5 = -160 + 96 = -64$$

$$f(2) = 20(2)^3 - 3(2)^5 = 160 - 96 = 64$$

النقاط هي $(0, 0), (-2, -64), (2, 64)$

13

ميل المماس 6 أي $f'(x) = 6$

$$f'(x) = x^4 - 10$$

$$x^4 - 10 = 6$$

$$x^4 = 16 \rightarrow x = \sqrt[4]{16} \rightarrow x = \pm 2$$

$$f(-2) = \frac{1}{5}(-2)^5 - 10(-2) = -\frac{32}{5} + 20 = \frac{68}{5}$$

$$f(2) = \frac{1}{5}(2)^5 - 10(2) = \frac{32}{5} - 20 = -\frac{68}{5}$$

النقاط هي $(-2, \frac{68}{5}), (2, -\frac{68}{5})$

14

معادلة المماس عند $x = 1$ هي $y = 2x + 5$ إذن ميل المماس يساوي 2 عند $x = 1$ ،

ومنه $f'(1) = 2$

$$f(x) = kx^3 + h$$

$$f'(x) = 3kx^2$$

$$f'(1) = 3k$$

$$3k = 2$$

$$k = \frac{2}{3}$$

15



لإيجاد إحداثيي نقاط التقاطع بين $f(x)$ و $g(x)$ نحل المعادلة $f(x) = g(x)$

المستقيم الذي معادلته $2y = x + 5$ تصبح $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$$x^2 - 4x + 7 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{2} = 0$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ أو } x = 3$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{2}\right) + 7 = \frac{9}{4} - 6 + 7 = \frac{13}{4}$$

$$f(3) = (3)^2 - 4(3) + 7 = 9 - 12 + 7 = 4$$

$$A\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right), B(3, 4)$$

معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة $A\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right) - 4 = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - \frac{13}{4} = -\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$y - \frac{13}{4} = -x + \frac{3}{2}$$

$$y = -x + \frac{19}{4}$$

معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة $B(3, 4)$

$$f'(3) = 2(3) - 4 = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 2(x - 3)$$

$$y - 4 = 2x - 6$$

$$y = 2x - 2$$



الدرس الثاني: المشتقة الثانية، والسرعة، والتسارع

1	$f'(x) = 15x^2 + 4$ $f''(x) = 30x$
2	$f'(x) = 20e^{4x}$ $f''(x) = 80e^{4x}$
3	$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ $f''(x) = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}} = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^5}}$
4	$f'(x) = \frac{7}{x}$ $f''(x) = \frac{-7}{x^2}$
5	$f(x) = (x-1)(2x+3) = 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 2x^2 + x - 3$ $f'(x) = 4x + 1$ $f''(x) = 4$
6	$f'(x) = (e^x)(\cos x) + (\sin x)(e^x)$ $= e^x \cos x + e^x \sin x$ $f''(x) = (e^x)(-\sin x) + (\cos x)(e^x) + (\sin x)(e^x) + (e^x)(\cos x)$ $= -e^x \sin x + e^x \cos x + e^x \sin x + e^x \cos x$ $= 2e^x \cos x$
7	$f'(x) = \frac{-4 \times \frac{3}{2\sqrt{3x-2}}}{3x-2} = \frac{-6}{\sqrt{3x-2}} = \frac{-6}{(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$ $f''(x) = \frac{6 \times \frac{3}{2} (3x-2)^{\frac{1}{2}} \times 3}{(3x-2)^3} = \frac{27\sqrt{3x-2}}{(3x-2)^3}$ $f''(2) = \frac{27\sqrt{6-2}}{(6-2)^3} = \frac{54}{64} = \frac{27}{32}$
8	$f'(x) = -14x$ $f''(x) = -14$ $f''(-3) = -14$



9	$f'(x) = 4ax^3 - 6x$ $f''(x) = 12ax^2 - 6$ $f''(2) = 12a(2)^2 - 6$ $42 = 48a - 6$ $48 = 48a$ $a = 1$
10	$v(t) = 3t^2 - 8t + 5$ $v(1) = 3(1)^2 - 8(1) + 5 = 0 \text{ m/s}$
11	بما أن السرعة صفر، فإن الجسم في حالة سكون لحظي عندما $t = 1$
12	$a(t) = 6t - 8$ $a(1) = 6(1) - 8 = -2 \text{ m/s}^2$
13	يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته 0 $3t^2 - 8t + 5 = 0$ $(3t - 5)(t - 1) = 0$ $t = \frac{5}{3} \text{ or } t = 1$
14	$v(t) = 3(t - 3)^2$ $v(5) = 3(5 - 3)^2 = 12 \text{ m/s}$
15	بما أن إشارة السرعة موجبة، فإن الجسم يتحرك في الاتجاه الموجب عندما $t = 5$
16	$a(t) = 6(t - 3)$ $a(5) = 6(5 - 3) = 12 \text{ m/s}^2$
17	يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته 0 $3(t - 3)^2 = 0$ $(t - 3)^2 = 0$ $t - 3 = 0$ $t = 3$
18	$v(t) = 12t - 2$ $v(5) = 12(5) - 2 = 58 \text{ m/s}$
19	$a(t) = 12$ $a(5) = 12 \text{ m/s}^2$
20	تكون السيارة في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعتها 0 $v(t) = 12t - 2 = 0 \rightarrow 12t = 2 \rightarrow t = \frac{1}{6}$



الدرس الثالث: تطبيقات القيم القصوى

1	$f'(x) = 4x + 4$ $4x + 4 = 0 \rightarrow x = -1$ $f''(x) = 4$ $f''(-1) = 4 > 0$ $f(-1) = 2(-1)^2 + 4(-1) - 3 = -5$	توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = -1$ إذن توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = -1$ هي: -5
2	$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$ $3x^2 - 10x + 3 = 0$ $(3x - 1)(x - 3) = 0$ $x = \frac{1}{3}$ أو $x = 3$ $f''(x) = 6x - 10$ $f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6\left(\frac{1}{3}\right) - 10 = -8 < 0$ $f''(3) = 6(3) - 10 = 8 > 0$ $f(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + 3(3) + 1 = -8$ $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{40}{27}$	توجد قيمتان حرجتان هما $x = 3$ و $x = \frac{1}{3}$ إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = 3$ هي: -8 وتوجد قيمة عظمى عندما $x = \frac{1}{3}$ هي: $\frac{40}{27}$



$$f(x) = x^3(x - 2) = x^4 - 2x^3$$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2$$

$$4x^3 - 6x^2 = 0$$

$$2x^2(2x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = \frac{3}{2}$$

توجد قيمتان حرجتان هما $x = 0$ و $x = \frac{3}{2}$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x$$

3

$$f''\left(\frac{3}{2}\right) = 12\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 12\left(\frac{3}{2}\right) = 9 > 0$$

إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = \frac{3}{2}$ ، هي $-\frac{27}{16}$

$$f''(0) = 12(0)^2 - 12(0) = 0$$

يفشل اختبار المشتقة الثانية في تحديد نوع النقطة الحرجة (0, 0) لذلك نلجأ لاختبار المشتقة الأولى:

$$f'(-1) = 4(-1)^3 - 6(-1)^2 = -4 - 6 = -10 < 0$$

$$f'(1) = 4(1)^3 - 6(1)^2 = 4 - 6 = -2 < 0$$

إشارة $f'(x)$ سالبة على يسار $x = 0$ وعلى يمينها، فالنقطة (0, 0) ليست نقطة قيمة قصوى.

$$V = lwh = yx(2x) = 2x^2y$$

$$A = 2xy + (2x + 2y)(2x) = 6xy + 4x^2$$

$$600 = 6xy + 4x^2$$

$$600 - 4x^2 = 6xy$$

4

$$y = \frac{600 - 4x^2}{6x}$$

$$V(x) = 2x^2 \left(\frac{600 - 4x^2}{6x} \right)$$

$$V(x) = 200x - \frac{4}{3}x^3$$

حجم القالب:
مساحة سطح القالب:

حجم القالب بدلالة x :

$$V'(x) = 200 - 4x^2$$

$$200 - 4x^2 = 0$$

$$200 = 4x^2$$

$$x^2 = \frac{200}{4} = 50 \rightarrow x = \pm 5\sqrt{2}$$

5

لكن الطول لا يكون سالبا، لذا فإن $x = 5\sqrt{2}$ cm

$$V''(x) = -8x$$

$$V''(5\sqrt{2}) = -40\sqrt{2} < 0$$

توجد قيمة عظمى عندما $x = 5\sqrt{2}$ ، ويكون حجم القالب أكبر ما يمكن عندما $x = 5\sqrt{2}$ cm



6	$s(x) = 150 - 0.5x$ $R(x) = x(150 - 0.5x) = 150x - 0.5x^2$	سعر البدلة الواحدة اقتران الإيراد:
	$R'(x) = 150 - x$ $C'(x) = 0.5x$	الإيراد الحدي: التكلفة الحدية:
7	$R'(x) = 2C'(x)$ $150 - x = 2(0.5x)$ $150 - x = x$ $2x = 150$ $x = 75$	
8	$P(x) = R(x) - C(x)$ $= 150x - 0.5x^2 - 4000 - 0.25x^2$ $= 150x - 0.75x^2 - 4000$	اقتران الربح:
9	$P'(x) = 150 - 1.5x$ $150 - 1.5x = 0$ $150 = 1.5x$ $x = \frac{150}{1.5} = \frac{1500}{15} = 100$	توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = 100$
10	$P''(x) = -1.5$ $P''(100) = -1.5 < 0$ توجد قيمة عظمى لهذا الاقتران عندما $x = 100$ ويكون أكبر ربح ممكن عندما تكون عدد البدلات المباعة 100، ويكون أكبر ربح ممكن هو: $P(100) = 150(100) - 0.75(100)^2 - 4000$ $= 15000 - 7500 - 4000 = 3500$	ويكون حينها سعر البدلة الواحدة:
10	$s(100) = 150 - 0.5(100) = 100$	



$$V = x^2h$$

$$A = 4xh + x^2$$

$$500 = x^2h \rightarrow h = \frac{500}{x^2}$$

$$A = 4xh + x^2$$

$$A(x) = 4x\left(\frac{500}{x^2}\right) + x^2$$

$$= \frac{2000}{x} + x^2$$

$$A'(x) = -\frac{2000}{x^2} + 2x$$

$$-\frac{2000}{x^2} + 2x = 0 \rightarrow \frac{2000}{x^2} = 2x$$

$$\rightarrow 2x^3 = 2000$$

$$\rightarrow x^3 = 1000$$

$$\rightarrow x = 10$$

حجم الخزان
مساحة سطح الخزان المفتوح من الأعلى

11

توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = 10$

$$A''(x) = \frac{4000}{x^3} + 2$$

$$A''(10) = \frac{4000}{(10)^3} + 2 = 6 > 0$$

إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = 10$ ، وتكون أبعاد الخزان التي تجعل مساحة سطحه أقل ما

$$l = x = 10 m, w = x = 10 m, h = \frac{500}{(10)^2} = 5 m$$

يمكن هي:



الدرس الرابع: الاشتقاق الضمني والمعدلات المرتبطة

1	$2x + 10y \frac{dy}{dx} = 0$ $10y \frac{dy}{dx} = -2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{10y} = -\frac{x}{5y}$
2	$2x + 2x \left(\frac{dy}{dx} \right) + 2y(1) = 6y \frac{dy}{dx}$ $2x \frac{dy}{dx} - 6y \frac{dy}{dx} = -2y - 2x$ $(2x - 6y) \frac{dy}{dx} = -2x - 2y$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-2y - 2x}{2x - 6y}$
3	$(y) \left(\frac{1}{x} \right) + (\ln x) \left(\frac{dy}{dx} \right) = 1$ $\frac{y}{x} + \ln x \frac{dy}{dx} = 1$ $\ln x \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{x}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \frac{y}{x}}{\ln x}$
4	$\frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx} = \cos x - 2x$ $\frac{dy}{dx} (1 + 3y^2) = \cos x - 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x - 2x}{1 + 3y^2}$



$$(x) \left(e^y \frac{dy}{dx} \right) + (e^y)(1) - 3 = 0$$

$$xe^y \frac{dy}{dx} + e^y - 3 = 0$$

$$xe^y \frac{dy}{dx} = 3 - e^y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 - e^y}{xe^y}$$

5

$$3x^2 + (x) \left(2y \frac{dy}{dx} \right) + (y^2)(1) = 5$$

$$3x^2 + 2xy \frac{dy}{dx} + y^2 = 5$$

$$2xy \frac{dy}{dx} = 5 - y^2 - 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5 - y^2 - 3x^2}{2xy}$$

6

$$(x^2) \left(\frac{dy}{dx} \right) + (y)(2x) - 6x^2 - 3y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

بتعويض $(x, y) = (2, -3)$ ينتج أن:

7

$$4 \frac{dy}{dx} - 12 - 24 - 27 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$-23 \frac{dy}{dx} - 36 = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{36}{23}$$



$$3y^2 \frac{dy}{dx} - 2x = 0$$

بتعويض $(x, y) = (2, 2)$ ينتج أن:

$$3(2)^2 \frac{dy}{dx} - 2(2) = 0$$

$$12 \frac{dy}{dx} - 4 = 0$$

$$12 \frac{dy}{dx} = 4$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

ميل المماس عند النقطة $(3, 5)$

$$2y \frac{dy}{dx} - 2x = 0$$

$$2(5) \frac{dy}{dx} - 2(3) = 0$$

$$10 \frac{dy}{dx} - 6 = 0$$

$$10 \frac{dy}{dx} = 6$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

معادلة المماس عند النقطة $(3, 5)$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = \frac{3}{5}(x - 3)$$

$$y - 5 = \frac{3}{5}x - \frac{9}{5}$$

$$y = \frac{3}{5}x + \frac{16}{5}$$



ميل المماس عند النقطة (2, 1)

$$(x^2) \left(\frac{dy}{dx} \right) + (y)(2x) = -4 \frac{dy}{dx}$$

بتعويض (x, y) = (2, 1)

$$(4) \left(\frac{dy}{dx} \right) + (1)(4) = -4 \frac{dy}{dx}$$

11

$$4 \frac{dy}{dx} + 4 = -4 \frac{dy}{dx}$$

$$4 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{dy}{dx} = -4$$

$$8 \frac{dy}{dx} = -4$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

معادلة المماس عند النقطة (2, 1)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

ميل المماس عند النقطة (0, 5)

$$2x + (4x) \left(\frac{dy}{dx} \right) + (y)(4) + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

بتعويض (x, y) = (0, 5)

$$0 + (0) \frac{dy}{dx} + 20 + 10 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$10 \frac{dy}{dx} = -20$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{20}{10} = -2$$



معادلة المماس عند النقطة (0, 5)

14 $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 5 = -2(x - 0)$$

$$y - 5 = -2x$$

$$y = -2x + 5$$

$$\frac{dV}{dt} = -0.6$$

معدل التغير المعطى:

$$\left. \frac{dr}{dt} \right|_{r=250}$$

معدل التغير المطلوب

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

العلاقة التي تربط بين حجم المنطاد ونصف قطره:

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$

15

$$-0.6 = 4\pi(250)^2 \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{0.6}{4\pi(250)^2} = -\frac{0.6}{250000\pi} = -\frac{6}{2500000\pi}$$

إذن يتناقص طول نصف قطر المنطاد بمعدل $\frac{6}{2500000\pi}$ cm/s عندما يكون طول نصف قطره 250 cm

$$\frac{dV}{dt} = 0.4$$

معدل التغير المعطى:

$$\frac{dh}{dt}$$

معدل التغير المطلوب:

$$V = \pi r^2 h$$

العلاقة التي تربط بين حجم الخزان وارتفاعه:

$$\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt}$$

16

$$0.4 = \pi(0.3)^2 \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{0.4}{\pi(0.3)^2} = \frac{0.4}{0.09\pi} = \frac{40}{9\pi}$$

إذن يتزايد عمق الماء في الخزان بمعدل $\frac{40}{9\pi}$ m/s