الدرس الأول :الاقترانات المتشعبة

① شو يعني اقتران ؟

الاقتران هو علاقة تربط كل عنصر في المجال (x) بعنصر واحد فقط في المدى $f(x)$ ← يعني صورته

② طيب شو يعني اقتران متشعب ؟

الاقتران المتشعب هو اقتران يحتوي على أكثر من قاعدة تمت تسميته بالمتشعب لوجود نقطة تشعب (تحول) على الأقل

هو اقتران لكن معرف بقواعد مختلفة

يعني $f(x)=\begin{cases} \text{قاعدة } (1) & , \text{ مجال } (1) \\ \text{قاعدة } (2) & , \text{ مجال } (2) \\ : & \end{cases}$

③ طيب قبل ما نكمل في الاقتران المتشعب خلونا نتذكر شو يعني متباينة ؟!

جملة رياضية تتكون من طرفين , وتحتوي على إحدى الرموز الآتية : $(<\ ,\ >\ ,\ \leq\ ,\ \geq)$

مثال

$x > 2$ $\qquad$ $1 < x < 5$

$x < 2$ $\qquad$ $3 \leq x < 10$

$x \geq 2$ $\qquad$ $-1 < x \leq 0$

$x \leq 2$

والمتباينة بتساعدنا نعبر عن مجال كل قاعدة بداخل الاقتران المتشعب

مثال

1. إذا كان :

$$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & , \quad x<2 \\ 3x^2 & , \quad x=2 \\ 2x-1 & , \quad x>2 \end{cases}$$

لاحظ هذا الاقتران المتشعب يتضمن 3 قواعد مختلفة

جد ما يلي :

① $f(5)=$ $\qquad$ ② $f(2)=$ $\qquad$ ③ $f(1)=$

2. إذا كان :

$$f(x)=\begin{cases}-x+1 & , \quad x>3\\ 1 & , \quad x=3\\ x^2-3 & , \quad x<3\end{cases}$$

جد ما يلي :

① $f(5)=$ ② $f(3)=$ ③ $f(-1)=$

---

3. إذا كان :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x^2+2} & , \quad x>1\\ x^2-3 & , \quad x\le 1\end{cases}$$

هذه قاعدة تسمى اقتران نسبي

$$\frac{\text{اقتران}}{\text{اقتران}}$$

جد ما يلي :

① $f(2)=$ ② $f(1)=$ ③ $f(-1)=$

---

4. إذا كان :

$$f(x)=\begin{cases}2-x & , \quad -1<x\le 2\\ 3x^2 & , \quad x>2\end{cases}$$

جد ما يلي :

① $f(0)=$

② $f(2)=$

③ $f(5)=$

---

5. إذا كان :

$$f(x)=\begin{cases}5+x & , \quad x\neq 3\\ 2 & , \quad x=3\end{cases}$$

جد ما يلي :

① $f(3)=$ ② $f(1)=$ ③ $f(-7)=$

④ طيب شو يعني مجال ؟!

المجال هو مجموعة جميع القيم المدخلة إلى الاقتران شرط الحصول على قيم معرفة المدى نواتج

يعني مجموعة القيم المسموح إلي أعوضها جوا الاقتران يعني أحطها مكان الـ x اللي في الاقتران .

مثال (1)

$$f(x)=\begin{cases} \text{قاعدة } (1) & , \quad x>1 \\ \text{قاعدة } (2) & , \quad x=1 \\ \text{قاعدة } (3) & , \quad x<1 \end{cases}$$

حدد مجال $f(x)$

مثال (2)

$$f(x)=\begin{cases} \text{قاعدة } (1) & , \quad x>-2 \\ \text{قاعدة } (2) & , \quad x=-2 \\ \text{قاعدة } (3) & , \quad x<-2 \end{cases}$$

حدد مجال $f(x)$

مثال (3)

$$f(x)=\begin{cases} \text{قاعدة } (1) & , \quad x\geq 3 \\ \text{قاعدة } (2) & , \quad x<3 \end{cases}$$

حدد مجال $f(x)$

مثال (4)

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2 & , \quad -3\leq x<1 \\ 2x & , \quad x\geq 1 \end{cases}$$

حدد مجال $f(x)$

التمثيل البياني للاقترانات المتشعبة

⇐ خلونا نستذكر التمثيل البياني لأهم أنواع الاقترانات الي رح نتعامل معها

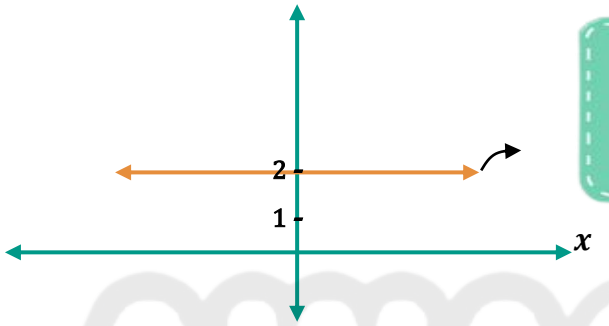
① الاقتران الثابت : $f(x) = a \quad , \quad a \epsilon IR$

يعني الاقتران يساوي عدد ولا يحتوي على x

(دائما رسمته خط أفقي يوازي محور x ويقع محور y في $(0, a)$

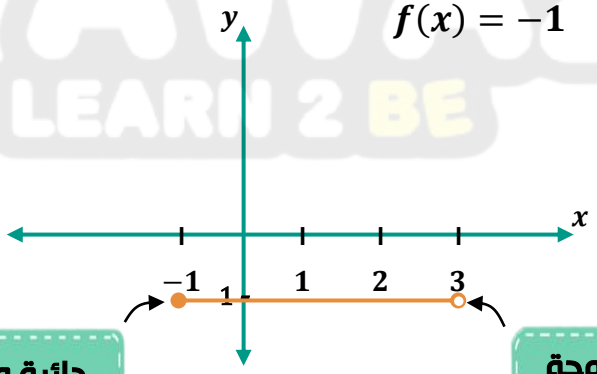
مثال (1) $f(x) = 2$

إذا أي قيمة لـ x صورتها رح تكون 2



وضعنا الأسهم لأنه لم يحدد فترة للمجال , إذا المجال IR

مثال (2) ارسم الاقتران $f(x) = -1 \quad , \quad -1 \leq x3$



دائرة مغلقة لأنه يوجد عندها مساواة

دائرة مفتوحة لأنه لا يوجد عندها مساواة

مثال (3) ارسم الاقتران المتشعب :

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \quad -1 < x \leq 1 \\ -2 & , \quad 2 \leq x < 4 \end{cases}$$

② الاقتران الخطي : $f(x) = ax + b \quad , \quad a, b \in IR$

$a \neq 0$

(درجة x تساوي 1)

تذكّر سمي اقترانا خطيا لأنه شكله بعد التمثيل البياني هو خط مستقيم متزايد أو متناقص

متزايد $a > 0$ ← ↗

متناقص $a < 0$ ← ↘

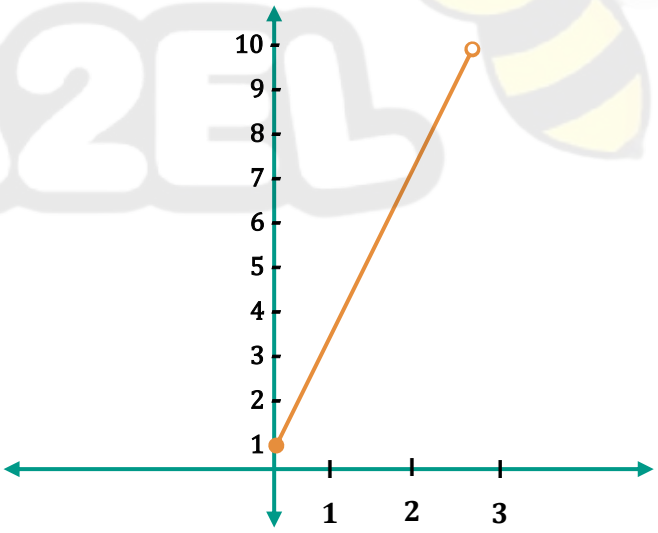
مثال (1) ارسم الاقتران : $f(x) = 3x + 1 \quad , \quad a \leq x < 3$

① جدول

(قيمتين لـ x)

(أطراف الفترة)

x	0	3
y	1	10
(x, y)	$(0, 1)$	$(3, 10)$



0788118727

③ الاقتران التربيعي : $f(x) = ax^2 + bx + c$

$a, b, c \in IR$

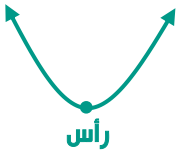
$a \neq 0$

(أعلى درجة لـ $x = 2$)

وشكل الرسمة يسمى (قطع مكافئ)

$a > 0$

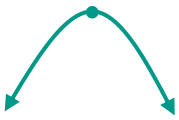
مفتوح للأعلى



$a < 0$

مفتوح للأسفل

رأس



رأس القطع المكافئ

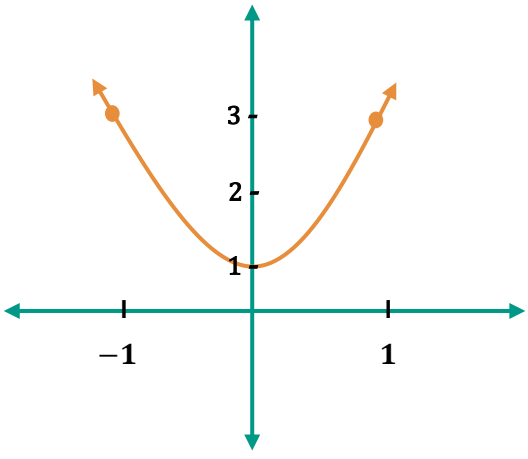
جدول ①

x		$\frac{-b}{2a}$
$f(x) = y$		
(x, y)		

مثال (1) ارسم $f(x) = 2x^2 + 1$

$a = 2 \ , \ b = 0 \ , \ c = 1$

x	-1	$\frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2(2)} = 0$	1
y	3	1	3
(x, y)	$(-1, 3)$	$(0, 1)$	$(1, 3)$



ملاحظة في الكتاب معظم الاقترانات التربيعية المطلوب رسمها بسيطة وغير معقدة (x^2) فقط لحسن حظكم

كتابة قاعدة الاقتران المتشعب

تذكّر

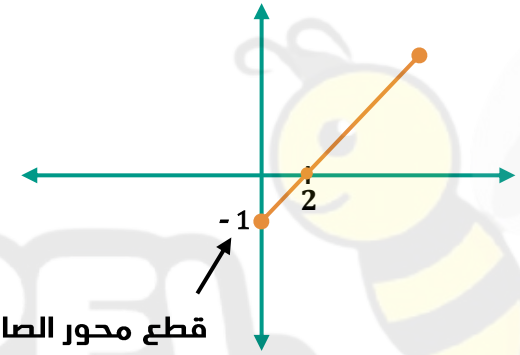
قاعدة الخط المستقيم بوجود :

ميل (m) والمقطع الصادي (b)

$$y = m\,x + b$$

↑ ميل ↑ المقطع

متى هاي ؟



قطع محور الصادات إذا المقطع

$$b = y = -1$$

الميل $m = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \dfrac{-1-0}{0-1} = \dfrac{-1}{-1} = 1$

$$y = mx + b$$

$$y = 1x - 1$$

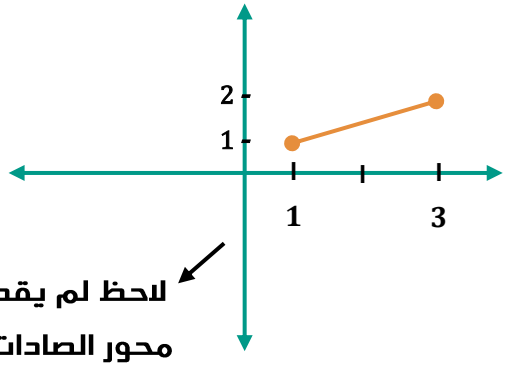
$$y = x - 1$$

قاعدة الخط المستقيم بوجود :

ميل (m) ونقطة (x_1 , y_1)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

متى هاي ؟



لاحظ لم يقطع محور الصادات y

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{1-2}{1-3} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

مثال (1) من الكتاب ' يضم جميع الأفكار : إيجاد المجال , إيجاد قيم النقاط , التمثيل البياني '

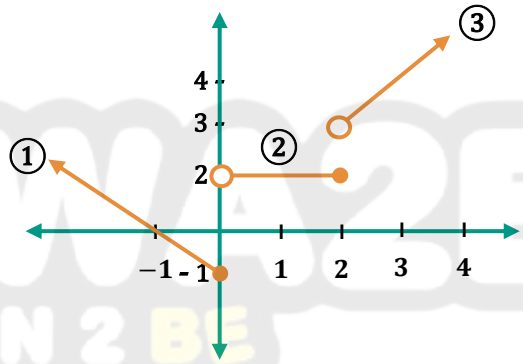
إذا كان $f(x)=\begin{cases}-2x+1 & , \ -3\le x<1\\ x^2 & , \ x\ge 1\end{cases}$

1. حدد مجال $f(x)$
2. جد قيمة $f(1)$, $f(-2)$
3. مثّل الاقتران بيانيا وحدد مداه

تذكّر المدى هو قيم y

مثال (2) صفحة 10 من الكتاب

اكتب قاعدة الاقتران المتشعب $f(x)$ بيانيا في الشكل المجاور :



المتباينة
كبير $<x<$ صغير
○ لا يوجد مساواة
● يوجد مساواة

① قاعدة m , b

$$m=\frac{-1-0}{0-(-1)}=\frac{-1}{1}=-1$$

$$b=-1$$

$$y=mx+b$$

$y=-x-1 \Rightarrow$ المجال $x\le 2$

تهمل لأنه بدأ بسهم يعني $-\infty$

② قاعدة → مباشر لأنه اقتران ثابت

$y = 2$ المجال $0 < x \leq 2$

③ قاعدة ← m ، (x_1 , y_1)

$$m = \frac{3-4}{2-4} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}x - 1$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1 + 3$$

$y = \frac{1}{2}x + 2$ → المجال $2 < x \leq$ تهمل لأنه سهم

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & , \ x \leq 0 \\ 2 & , \ 0 < x \leq 2 \\ \frac{1}{2}x + 2 & , \ 2 < x \end{cases}$$

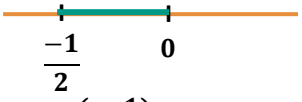
اقتران القيمة المطلقة

تذكّر القيمة المطلقة لأي عدد حقيقي x $(|x|)$ تساوي بعده عن الصفر على خط الأعداد والبعد لا يكون سالبا فإن :

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

مثال

$$\left|-\frac{1}{2}\right| = +\frac{1}{2}$$



بعد الـ $\left(-\frac{1}{2}\right)$ عن الصفر يساوي $\left(+\frac{1}{2}\right)$

إذا لاحظ أن القيمة المطلقة لنعرفه فإننا نستخدم الاقتران المتشعب

اقتران القيمة المطلقة : هو اقتران يحتوي على قيمة مطلقة لمقدار جبري

أمثلة

$$f(x) = |x+3| \quad , \quad f(x) = 2|x| - 3$$

$$f(x) = \left|x^3 - 2x - 3\right| \quad , \quad f(x) = \left|\frac{x+2}{2x-6}\right|$$

لإعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة ⟸ نكتبه على صورة اقتران متشعب دون استعمال رمز القيمة المطلقة

مثال (1)

أعد تعريف الاقتران $f(x) = |2x+4|$

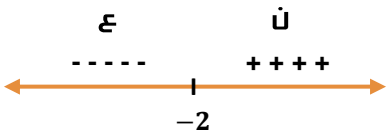
1. نساوي ما داخل المطلق بالصفر $2x + 4 = 0$

2. حل المعادلة (أوجد أصفار المعادلة) $2x + 4 = 0$

$$2x = -4$$

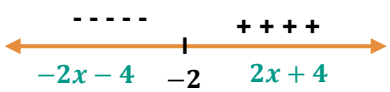
$$x = -2$$

3. عين الأصفار على خط الأعداد واستخدم (نعنع) لتحديد الإشارات



4. اكتب قاعدة الاقتران عند + (نفسه)

عند − (اضرب بسالب)



5. اكتب القاعدة على شكل اقتران متشعب

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 4, & x < -2 \\ 2x + 4, & x \geq -2 \end{cases}$$

مثال (2)

أعد تعريف الاقتران : $f(x) = |2x^2 + 5x - 3|$

تدريبات

① $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$

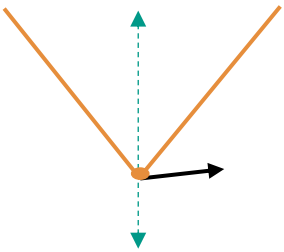
② $f(x) = |-5x + 15)$

تمثيل اقتران القيمة المطلقة بيانيا

$$f(x) = a|mx + b| + c$$

$$m \neq 0 \ , \ a \neq 0$$

الشكل العام يكون حرف (V) متماثلين حول محور $x = \frac{-b}{m}$



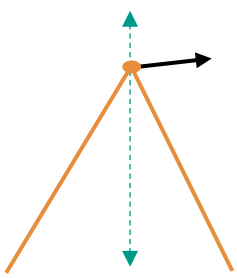
رأس الاقتران

$$\left(\frac{-b}{m} , c\right)$$

يحدث عندها أقل قيمة للاقتران

محور التماثل

$$x = \frac{-b}{m}$$



$$\left(\frac{-b}{m} , c\right)$$

يحدث عندها أعلى قيمة للاقتران

مثال (1) مثل بيانيا $f(x) = |x|$

$f(x) = a|mx + b| + c$

$a = 1 \ , \ m = 1 \ , \ b = 0 \ , \ c = 0$

1. محور التماثل $x = \frac{-b}{m}$

$$x = \frac{-0}{1} = 0$$

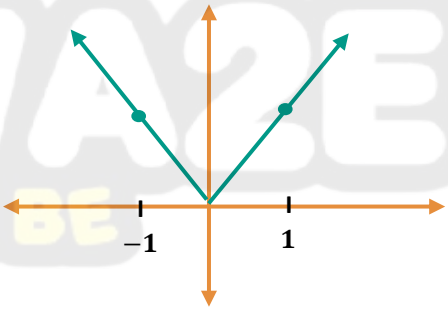
2. إحداثيات نقطة الرأس $\left(-\frac{b}{m}, c\right)$

$(0, 0)$

3. جدول قيمة أكبر من الرأس وقيمة أصغر

X	-1	0	1
Y	1	0	1
(x, y)	$(-1, 1)$	$(0, 0)$	$(1, 1)$

4. ارسم



لاحظ المجال هو IR

المدى هو $[0, \infty)$

مثال (2) مثل بيانيا كل مما يلي وعين مجاله ومداه

① $f(x) = -|x + 2| + 3$

② $f(x) = |2x|$

③ $f(x) = \left|2 - \frac{1}{2}x\right|$

مثال (3) جد قيمة a

عوض أي نقطة تقع على المنحنى , مثلا $(0, 6)$

$$f(x) = a|2x - 6|$$

$$6 = a|2(0) - 6|$$

$$6 = a|0 - 6|$$

$$6 = 6a$$

$$a = 1$$

إذا القاعدة $f(x) = 1|2x - 6| + 0$

$$f(x) = |2x - 6|$$

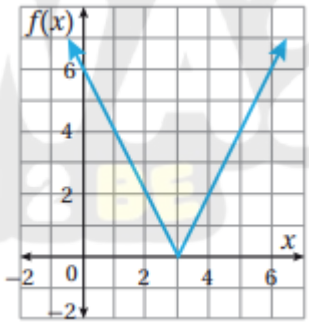
كتابة قاعدة اقتران القيمة المطلقة الممثلة بيانيا

يطلب فقط كتابة اقتران قيمة مطلقة خطي الذي يكون على شكل حرف v

يكتب $f(x) = a|mx + b| + c$

حيث m هو ميل المستقيم $y = mx + b$

واحداثيات الرأس $\left(\frac{-b}{m}, c\right)$



1. نجد ميل المعادلة الخطية داخل رمز القيمة المطلقة , جد ميل الشعاع الأيمن

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 0}{5 - 3} = \frac{4}{2} = 2$$

2. نقطة الرأس $(3\ ,\ 0)$

$$-\frac{b}{m} = 3$$

$$-\frac{b}{2} = 3 \qquad c = 0$$

$$b = -6$$

$$f(x) = a|mx + b| + c$$

$$f(x) = a|2x - 6| + 0$$