الإبداع في الرياضيات

الصف الثاني عشر الفرع العلمي

الفصل الدراسي الأول

الوحدة الأولى

التفاضل

"مكثف"

إعداد

أ.زكي غنيم
0788557325

أ.ابراهيم العقرباوي
0790082328

AWA2EL
LEARN 2 BE

أولاً الإتصال و الإشتقاق

العلاقة بين الاتصال وقابلية الإشتقاق:

الإتصال شرط ضروري لكنه غير كافٍ لوجود المشتقة

رقم	الحالة	النتيجة
1	اذا كان $f(x)$ قابلا للإشتقاق عندما $x = a$	$f(x)$ متصلا عند $x = a$
2	اذا كان $f(x)$ غير متصل عندما $x = a$	$f(x)$ غير قابل للإشتقاق عندما $x = a$
3	اذا كان $f(x)$ متصل عندما $x = a$	قد يكون $f(x)$ قابلا للاشتقاق عندما $x = a$ و قد يكون غير قابلا للاشتقاق عندما $x = a$

تعريف المشتقة:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

العلاقة بين الاتصال وقابلية الإشتقاق من خلال الرسم:

$f(x)$ يكون غير قابل للاشتقاق عند $x = x_0$ ، في الحالات التالية:

1) نقاط عدم الإتصال

2) الرؤوس المدبَّبة

3) المماس رأسي

قابلية الإشتقاق من خلال الجبر:

$f(x)$ يكون غير قابل للاشتقاق عند $x = x_0$ ، في الحالات التالية:

1) $f'_+(x_0) \neq f'_-(x_0)$

2) $f(x)$ غير متصل

ثانياً قواعد الإشتقاق

قواعد الإشتقاق:

رقم	الإقتران $y=$	الإشتقاق $y'=$	بشكل عام " سلسلة "	
			الإقتران	الإشتقاق
١	$a\ ,a\in R$	0	-----	
٢	x^n	$n.x^{n-1}$	$(f(x))^n$	$n.f(x)^{n-1}.f'(x)$
٣	e^x	e^x	$e^{f(x)}$	$e^{f(x)}.f'(x)$
٤	a^x	$ln\,(a)\times a^x$	$a^{f(x))}$	$ln\,a\times a^{f(x)}\times f'(x)$
٥	$ln\,(x)$	$\frac{1}{x}$	$ln\,(f(x))$	$\frac{f'(x)}{f(x)}$
٦	$log_a x$	$\frac{1}{x\,(ln\,a)}$	$log_a g(x)$	$\frac{(g'(x))}{g(x)(ln\,a)}$
٦	$sin\,x$	$cos(x)$	$sin(f(x))$	$cos(f(x)).f'(x)$
٧	$cos(x)$	$sin(x)$	$cos(f(x))$	$-sin(f(x)).f'(x)$
٨	$tan(x)$	$sec^2 x$	$tan\,(f(x))$	$sec^2(f(x))\times f'(x)$
٩	$cot(x)$	$-csc^2 x$	$cot\,(f(x))$	$-csc^2(f(x))\times f'(x)$
١٠	$\sec x$	$\sec x\ \tan x$	$sec\,(f(x))$	$sec\,(f(x))\,tan\,(f(x))\times f'(x)$
١١	$\csc x$	$-\csc x\ \cot x$	$csc\,(f(x))$	$-csc\,(f(x))\,cot\,(f(x))\times f'(x)$

حالات لقواعد الإشتقاق:

رقم	الإقتران $y=$	الإشتقاق $y'=$
١	$f(x)\pm g(x)$	$f'(x)\pm g'(x)$
٢	$k*f(x)\ ,k\in R$	$k*f'(x)$
٣	$f(x)*g(x)$	$f(x)g'(x)+g(x)f'(x)$
٤	$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{g(x)f'(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$
٥	$\frac{k}{f(x)}\ ,k\in R$	$\frac{-k\times f'(x)}{(f(x))^2}$
٦	$\frac{f(x)}{k}\ ,k\in R$	$\frac{f'(x)}{k}$
٧	$\sqrt{f(x)}$	$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

المشتقّات العليا:

المشتقة الأولى: $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ ، المشتقة الثانية: $f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$ ، المشتقة الثالثة: $f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3}$

تستمر إيجاد المشتقات وتسمياتها على النحو نفسه : المشتقة (n) : $f^n(x) = \frac{d^ny}{dx^n}$

الإستعمال المتكرِّر لقاعدة السلسلة

أحيانا تستخدم قاعدة السلسلة لأكثر من مرَّة لإيجاد مشتقة بعض الإقترانات .

اذا كان : $y = f(u), u = g(x), x = h(t)$ فإنَّ: $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dt} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} \times \frac{dx}{dt}$

مشتقة المعادلات الوسيطية

مصطلحات مهمَّة:

١) معادلة وسيطية للمنحنى C : $x = h(t), y = g(t)$

٢) المتغيِّر الوسيط (t): لكل قيمة له تحدد قيمة المتغيرِّ x وقيمة أخرى للمتغيِّر y

٣) مجال الوسيط $(t_0 \le t \le t_1)$: فترة تحدد قِيَم المتغيِّر t ، لأنَّ النقاط على المنحنى قد تتكرر بعد هذه الفترة.

اذا كان h, g اقترانين قابلين للإشتقاق عند t ، وكان: $x = h(t), y = g(t)$ ، فإنَّ :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \quad , \frac{dx}{dt} \neq 0$$

اشتقاق ضمني

اشتقاق ضمني مباشر

خطوات الإشتقاق الضمني:

١) نشتق طرفي المعادلة بالنسبة إلى x ، مراعياً استعمال قاعدة السلسلة عند اشتقاق حدود تتضمَّن المتغيِّر y.

٢) ننقل جميع الحدود التي تحوي $\frac{dy}{dx}$ إلى طرف المعادلة الأيسر، والحدود الأخرى إلى طرف المعادلة الأيمن.

٣) نخرج $\frac{dy}{dx}$ عاملاً مشتركاً من حدود طرف المعادلة الأيسر.

٤) نحلَّ المعادلة بالنسبة إلى $\frac{dy}{dx}$.

الاشتقاق اللوغاريتمي

عند اشتقاق اقترانات معقَّدة تتضمن ضرباً أو قسمة أو قوًى ، عندها يفضّل استعمال اللوغاريتمات لتبسيط هذه الإقترانات أولا ثم إيجاد مشتقاتها.

خطوات الإشتقاق:

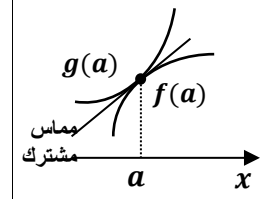
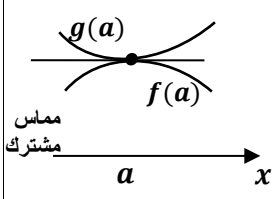
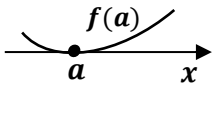
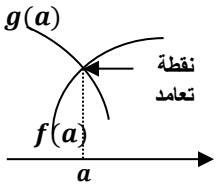
١) نأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة: $y = f(x)$.

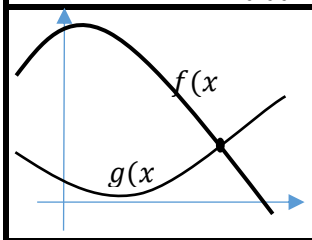
٢) نستعمل قوانين اللوغاريتمات لكتابة المقادير بالصورة المطوَّلة.

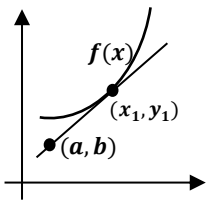
٣) نشتق المعادلة ضمنيًّا بالنسبة إلى x.

٤) نحل المعادلة الناتجة لـ $\frac{dy}{dx}$ ، ثم نضع $f(x)$ بدلاً من y .

ثانياً التطبيقات الهندسيّة

الجملة	التفسير			
ميل المماس	منحنى الإقتران $f(x)$ عند النقطة (x_1, y_1) $m = f'(x_1)$	احداثيّات نقطتين $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	الزاوية المحصورة بين المماس ومحور x^+ $m = tan(\theta)$, $0 \le \theta < 180$	معادلة المستقيم : $y = ax + b$ $m = a$
معادلة	المماس	$y - y_1 = m\,(x - x_1)$		
	العامودي على المماس	$y - y_1 = -\frac{1}{m}\,(x - x_1)$		
ميل المستقيمات	اذا كان المستقيمين : $k \parallel l$ فإنّ : $m_l = m_k$ ، اذا كان المستقيمين : $k \perp l$ فإنّ : $m_l \times m_k = -1$			
	ميل المحور x يساوي 0 ومعادلته $y = 0$، بشكل عام ميل أي مستقيم أفقي // المحور x يساوي 0 ، ومعادلته : $y = y_1 \rightarrow$ وزاوية ميله $= 0$			
	ميل المحور y = غير معروف ومعادلته $x = 0$، بشكل عام ميل أي مستقيم عامودي على المحور x = غ.م ، ومعادلته : $x = x_1 \rightarrow$ وزاوية ميله $= 90$			
لإيجاد نقطة تقاطع اقتران $f(x)$:	a) مع محور السينات $\leftarrow$ $y_1 = f(x_1) = 0$			
	b) مع محور الصادات $\leftarrow$ $x_1 = 0$ or $f(0)$			
	c) مع اقتران $g(x)$ $\leftarrow$ $f(x_1) = g(x_1)$			
التوازي والتعامد:	a) اذا كان المماس موازي لمحور السينات، ومعادلته: $y = y_1 \leftarrow$: $f'(x_1) = 0$.			
	b) اذا كان المماس موازي لمحور الصادات، ومعادلته: $x = x_1 \leftarrow$: $f'(x_1) = eror$			
	c) اذا كان المماس موازي لمستقيم معلوم "$y = ax + b$" $\leftarrow$: $f'(x_1) = a$			
	d) اذا كان المماس معامد لمستقيم معلوم "$y = ax + b$" $\leftarrow$: $f'(x_1) = -\frac{1}{a}$			
المماسات المشتركة والمتقاطعة:	$f(x)$ يمس $g(x)$ عند النقطة (a, b) مماس مشترك عند (a, b) $f(a) = g(a) = b$ $f'(a) = g'(a)$	اذا كان المماس المشترك يوازي محور السينات : $f'(a) = g'(a) = 0$	اذا كان $f(x)$ يمس محور السينات عند $x = a$: $f(a) = 0$ $f'(a) = 0$	اذا تقاطع $f(x)$ مع $g(x)$ وكان مماس $f \perp g$ عند النقطة (a, b) $f(a) = g(a) = b$ $f'(a) \times g'(a) = -1$
				
المماس مرسوم من نقطة خارجية:	a) اذا كانت النقطة (a, b) نقطة خارجية (لاتقع على منحنى $f(x)$) ورسم منها مماس للمنحنى عندها: a) اذا كانت النقطة (a, b) نقطة خارجية (لاتقع على منحنى $f(x)$) ورسم منها مماس للمنحنى عندها: 1) نفرض نقطة التماس هي (x_1, y_1). 2) نجد ميل المماس بطريقتين: $m = f'(x_1) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 3) نحل المعادلة الناتجة لإيجاد قيمة x " نستفيد من معادلة المنحنى الأصلية " .			
	b) اذا كان المماس يمر بنقطة الأصل $(0, 0)$ $\leftarrow$ $f'(x_1) = \frac{f(x_1)}{x}$			





ثالثاً التطبيقات الفيزيائية

أولاً:حركة الجسم في خط مستقيم:

موقع الجسم: $s(t)$	سرعة الجسم: $v(t) = s'(t)$
موقع الجسم : بالنسبة لنقطة الأصل ممكن أن تكون قيمة $(+, -, 0)$	السرعة المتجهة : هو معدل تغير $s(t)$ بالنسبة للزمن
هي كمية متجهة " تُحدَّد مقدارا واتجاها "	$v(t) > 0$: الجسم يتحرك في الاتجاه الموجب $v(t) < 0$: الجسم يتحرك في الاتجاه السالب $v(t) = 0$: الجسم يكون في حالة السكون
المسافة : كمية قياسية تحدد بعد الجسم عن نقطة معينة وهي كمية قياسية موجبة دائما	السرعة: $\|v(t)\|$ القيمة المطلقة للسرعة المتجهة، وهي كمية قياسية لا تحدد اتجاه الحركة
تسارع الجسم: $a(t) = v'(t) = s''(t)$ هو معدل تغير السرعة المتجهة $v(t)$ بالنسبة للزمن	

ملاحظات:

1) لإيجاد اللحظة (الزمن) في حال السكون اللحظي ← $v(t) = 0$

2) لإيجاد الموقع الإبتدائي ← $s(0)$

3) لمعرفة متى يعود الجسيم إلى موقعه الإبتدائي ← $s(t) = s(0)$

4) لإيجاد السرعة الإبتدائية ← $v(0)$

5) لمعرفة في أي اتجاه تكون حركة الجسيم ← حسب اشارة السرعة المتجهة: (+ لليمين / - لليسار)

ثانياً: الحركة التوافقية البسيطة:

تستعمل الإقترانات الجيبية لنمذجة الحركة التوافقية البسيطة:

$$(s(t) = a\sin\omega t \ \ or \ \ s(t) = a\cos\omega t)$$

وصف حركة الجسم		
وصف الموقع	وصف السرعة	وصف التسارع
عند موقع الإتزان : $s = 0$	أقصى سرعة تكون : $\|v(t)\| = \|a\|$ وذلك عند موقع الإتزان	عند موقع الإتزان : $a(t) = 0$ محصِّلة القوى تساوي صفراً
عند أسفل موقع الإتزان : $s = a$		عند أسفل موقع الإتزان : محصِّلة القوى تسحب الجسم إلى الأعلى
عند أعلى موقع الإتزان : $s = -a$		عند أعلى موقع الإتزان : محصِّلة القوى تسحب الجسم إلى الأسفل

إمتحان درس الإشتقاق

أجب عن الأسئلة التالية جميعها وعددها (28):

1) إحدى العبارات التالية تمثّل الإشتقاق عند $x = 5$ للإقتران $f(x)$.

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

$a)\ \lim_{h\to 0}\frac{f'(5+h)-f'(5)}{h}$ $b)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(5+h)-f(5)}{h}$

$c)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(5)-f(5+h)}{h}$ $d)\ \lim_{h\to 0}\frac{f(5-h)-f(5)}{h}$

2) ليكن : $f(x)\begin{cases}x^2, x \le 1\\ 2x, x > 1\end{cases}$ **فإن :** $f'(1)$ **تساوي:**

$a)\ 1$ $b)\ 2$ $c)\ 0$ $d)$ غير موجودة

3) ليكن : $f(x)\begin{cases}x+1, x \ne 3\\ 4, x = 3\end{cases}$ **فإن :** $f'(3)$ **تساوي:**

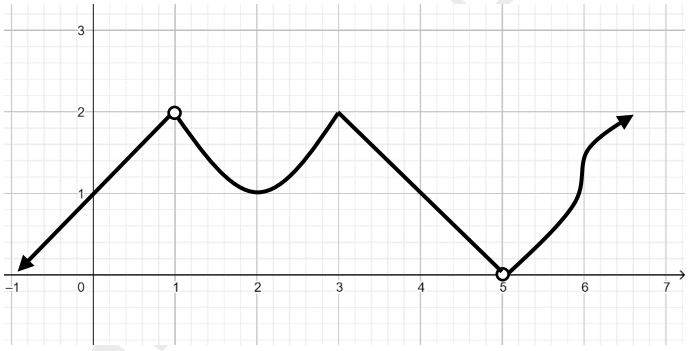
أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

$a)\ 1$ $b)\ 4$ $c)\ 0$ $d)$ غير موجودة

4) إذا كان : $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ **، فإنَّ قيم x التي يكون عندها $f(x)$ غير قابل للإشتقاق:**

$a)\ \{2\}$ $b)\ \{0, 4\}$ $c)\ \{4\}$ $d)$ لا يوجد

من خلال رسم $f(x)$، أجب عن الأسئلة $(5-8)$:



5) قيم x التي يكون عندها $f(x)$ غير قابل للإشتقاق لأن $f'_-(x) \ne f'_+(x)$ هي :

$a)\ \{1, 3, 5\}$ $b)\ \{3\}$
$c)\ \{6\}$ $d)\ \{3, 6\}$

6) قيم x التي يكون ندها $f(x)$ غير قابل للإشتقاق لأن يحوي مماساً رأسيا هي :

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

$a)\ \{1, 3, 5\}$ $b)\ \{3\}$ $c)\ \{6\}$ $d)\ \{3, 6\}$

7) إذا كان $g(x) = x^2 - 3f(x)$ **، فإنَّ** $g'(4)$ **يساوي:**

$a)\ 7$ $b)\ 19$ $c)\ 5$ $d)\ 11$

8) قيم x التي يكون عندها المماس أفقياً :

$a)\ \{1,5\}$ $b)\ \{2\}$ $c)\ \{3\}$ $d)\ \{6\}$

9) إذا كان : $f(x) = e^x + e^3$ ، فإنَّ $f'(3)$ تساوي:

$a)\ 3e^2$ $b)\ e^6$ $c)\ e^3$ $d)\ 2e^3$

10) إذا كان : $f(x) = 4\cos(x) - x$ ، فإنَّ $f'(\frac{3\pi}{2})$ تساوي:

$a)\ -5$ $b)\ 3$ $c)\ -\frac{3\pi}{2}$ $d)\ -2$

11) إذا كان : $f(x) = x^e$ ، فإنَّ $f'(e)$ تساوي:

$a)\ e^{e-1}$ $b)\ e^e$ $c)\ \frac{1}{e}$ $d)\ e$

12) أي المعادلات الآتية تمثّل معادلة المماس لمنحنى الإقتران $f(x) = x - ln(x)$ عند $x = e$:

$a)\ y = x - \frac{x}{e}$ $b)\ y = x\,e + x$

$c)\ y = x\,e$ $d)\ y = x - e$

13) أي المعادلات الآتية تمثّل معادلة العمودي على المماس لمنحنى الإقتران:

$f(x) = sin(x) - cos(x)$ ، عند $x = \frac{\pi}{2}$:

$a)\ y = x - \frac{\pi}{2} + 1$ $b)\ y = \frac{\pi}{2} - x + 1$

$c)\ y = \frac{\pi}{2} - x - 1$ $d)\ y = -\frac{2}{\pi}x + \frac{2}{\pi} + 1$

14) قيم x التي يكون عندها : $f(x) = 15x - 3\,e^x$ مماساً أفقياً:

$a)\ x = 5$ $b)\ x = ln(5)$

$c)\ x = ln(15)$ $d)\ x = ln\,(3)$

15) إذا كان: $f(x) = k\,e^x$ وكان مماس المنحنى عند $x = 0$ يمر بالنقطة $(2,6)$ ، جد قيمة الثابت k :

$a)\ 3$ $b)\ 6$ $c)\ 1$ $d)\ 2$

16) إذا كان : $f(x) = ln\left(\frac{1}{x}\right)$ ، فإنَّ مقطع العمودي على المماس لمنحنى الإقتران $f(x)$ عند $x = e$ مع محور x هي النقطة:

$a)\ (\frac{1}{e} + e\,,0)$ $b)\ (0\,,\frac{1}{e} + e)$

$c)\ (-1 - e^2\,,0)$ $d)\ (0,-1 - e^2)$

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

17) اذا كان : $f(x) = 4\,sin(x)$ ، فإنَّ مقطع المماس مع محور y عند $x = \pi$ هو :

$a)\ (0, 4\pi)$ $b)\ (0, -4\pi)$ $c)\ (0, \pi)$ $d)\ (0, \pi)$

18) إذا كان : $f(x) = 2\,e^x - 8x$ ، فإنَّ معادلة المماس عند نقطة تقاطع المنحنى مع محور y هو :

$a)\ y = 6x + 2$ $b)\ y = 2 - 6x$
$c)\ 2x - 2$ $d)\ y = 2 - 2x$

19) إذا كان : $f(x) = \begin{cases} ax + b & , x \le 2 \\ x^2 & , x > 2 \end{cases}$ ، فإنَّ قيم (a, b) على الترتيب اللتين تجعلان $f(x)$ قابلاً للإشتقاق عند جميع قيم x الحقيقية :

$a)\ \{4, -4\}$ $b)\ \{-4, 4\}$ $c)\ \{4, 8\}$ $d)\ \{-4, 0\}$

20) إحدى الإقترانات التالية لها مماساً أفقياً:

$a)\ f(x) = sin(x) + 5x$ $b)\ f(x) = e^x + x$
$c)\ f(x) = 2\,cos(x) - x$ $d)\ f(x) = x^3 + x^2 + 5x$

يمثّل الإقتران : $s(t) = t^3 - 3t^2 + 5$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم ، حيث s الموقع بالأمتار t الزمن بالثواني ، أجب عن الأسئلة $(21 - 23)$:

21) تسارع الجسم عندما تنعدم السرعة بعد الحركة:

$a)\ 0\ m/s^2$ $b)\ 6\ m/s^2$ $c)\ 12\ m/s^2$ $d)\ 1\ m/s^2$

22) في أي اتجاه يتحرك الجسم بعد ثانية وكم سرعته :

$a)\ 10$ لليسار $b)\ 10$ لليمين $c)\ 3$ لليسار $d)\ 3$ لليمين

23) متى يعود الجسم إلى موقعه الإبتدائي:

$a)\ 1s$ $b)\ 2s$ $c)\ 3s$ $d)$ لا يعود

يتحرّك جسم معلّق بزنبرك إلى أعلى و لإسفل ويمثّل الإقتران: $s(t) = 3\,sin\,(t)$ موقع الجسم عند أي زمن لاحق حيث t الزمن بالثواني وs الموقع بالأمتار ، أجب عن الأسئلة $(24 - 26)$:

24) اقتران التسارع عند أي لحظة هو:

$a)\ a(t) = 3\,sin\,(t)$ $b)\ a(t) = 3cos\,(t)$
$c)\ a(t) = -3sin\,(t)$ $d)\ a(t) = -3\,cos\,(t)$

25) موقع الجسم في حالة سكون أول مرَّة بعد انطلاقه:

$a) -3$ $b) 3$ $c) 1$ $d) -1$

---

26) موقع الجسم عندما ينعدم التسارع :

$a) -3$ $b) 3$ $c) 0$ $d) 1$

يمثّل الإقتران : $s(t) = 6 - cos(t)\ , t > 0$ ، موقع جسم يتحرّك في مسار مستقيم ، حيث s الموقع بالأمتار t الزمن بالثواني ، أجب عن الأسئلة $(27 - 28)$:

27) موقع الجسم في حالة السكون اللحظي أول مرَّة بعد انطلاقه:

$a) 5$ $b) 6$ $c) 7$ $d) 0$

---

28) موقع الجسم عندما تصل السرعة إلى قيمتها العظمى:

$a) \{6\}$ $b) \{5\}$ $c) \{5, 7\}$ $d) \{5, 6, 7\}$

إجابات أسئلة الإمتحان

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9
فرع الإجابة الصحيح	b	d	a	b	b	c	d	b	c

رقم السؤال	10	11	12	13	14	15	16	17	18
فرع الإجابة الصحيح	b	b	a	b	b	d	a	a	b

رقم السؤال	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
فرع الإجابة الصحيح	a	c	b	c	c	c	b	c	c	a

أ.ابراهيم العقرباوي

إمتحان درس مشتقة الضرب والقسمة والعليا

أجب عن الأسئلة التالية جميعها وعددها (20):

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

1) إذا كان : $f(x) = \frac{x+\pi}{cos(x)}$ ، فإنَّ $f'(\pi)$ تساوي:

$a) -2\pi$ $b) 2\pi$ $c) 1$ $d) -1$

2) إذا كان : $f(x) = \frac{cos(3\pi)}{sin(x)}$ ، فإنَّ $f''(\frac{3\pi}{2})$ تساوي:

$a) 1$ $b) -1$ $c) 0$ $d) 3$

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

3) إذا كان : $f^{(4)}(x) = \sqrt{x}$، فإنَّ $f^{(6)}(x) * f^{(5)}(x)$ تساوي:

$a) -\frac{1}{8\sqrt{x}}$ $b) \frac{1}{8\sqrt{x}}$ $c) -\frac{1}{8x^2}$ $d) \frac{1}{8x^2}$

4) يعطى عدد سكان مدينة بالإقتران : $p(t) = \frac{500\,t^2}{2t+1}$ ، حيث t الزمن بالسنوات ,
p عدد السكَّان بالمئات ، فجد معدَّل تغير السكان بعد سنتين :

$a)240$ $b) 3200$ $c) 5000$ $d)6000$

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

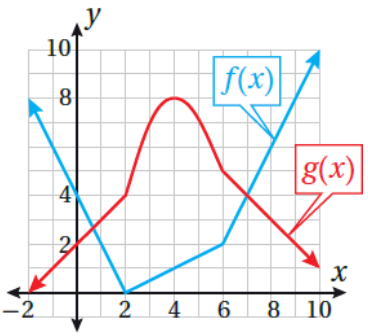
5) ميل المماس لمنحنى العلاقة : $f(x) = e^x.sec(x)$ عند $x = 0$ هو :

$a) -1$ $b) 2$ $c) 0$ $d)1$

6) المقطع العمودي على المماس للمنحنى : $f(x) = \frac{2-x}{1+e^x}$ ، عند النقطة $(0, 1)$
مع محور x هي النقطة:

$a)(0, 1)$ $b) (1, 0)$ $c)(0, -1)$ $d)(-1, 0)$

من خلال الشكل المجاور ، أجب عن الأسئلة $(7 - 10)$:



7) جد : $(f.g)'(1)$

$a) -2$ $b) -4$ $c) 1$ $d) 4$

8) ليكن : $q(x)=\frac{f(x)}{g(x)}+\frac{x}{4}$ ، جد $q'(7)$:

$a)1$ $b)-1$ $c)2$ $d)\frac{3}{4}$

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

9) إذا كان: $p(x)=\sqrt{f(x)+2}$ فإنَّ $2p'(1)$ تساوي:

$a)\frac{1}{2}$ $b)\frac{1}{4}$ $c)-1$ $d)1$

11) قيم x التي يكون عندها $g(x)$ غير قابل للإشتقاق:

$a)\{2,4\}$ $b)\{2,6\}$ $c)\{2\}$ $d)\{6\}$

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

11) ليكن : $y=x\,e^x$ ، فإنَّ $y''-2e^x$ تساوي:

$a)2y$ $b)1$ $c)y$ $d)-y$

12) ليكن : $y=\frac{e^x}{x}$ فإنَّ قيم x التي يكون عندها مماسّاً أفقياً هي :

$a)\{0\}$ $b)\{0,1\}$ $c)\{1\}$ $d)$ لا يوجد

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

13) ليكن : $y=\frac{x+1}{x-1}$ ، فإنَّ $\frac{dx}{dy}$ معدَّل تغيُّر x بالنسبة إلى y وبدلالة x :

$a)\frac{-(x-1)^2}{2}$ $b)\frac{-2}{(x-1)^2}$ $c)\frac{(x-1)^2}{2}$ $d)\frac{x-1}{x+1}$

ليكن : $f(x)\,,g(x)$ اقترانين قابلين للإشتقاق عندما $x=1$ ، وكان :
$f(1)=2\,,g(1)=-1\,,f'(1)=3\,,g'(1)=4$
فأجب عن الأسئلة $(14-16)$:

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

14) $(f.g)'(1)=$

$a)12$ $b)6$ $c)-4$ $d)5$

15) $\left(\frac{g}{f}\right)'(1)=$

$a)-5$ $b)5$ $c)\frac{11}{4}$ $d)\frac{4}{11}$

16) $(3g-2x\,f)'(1)=$

$a)14$ $b)2$ $c)-2$ $d)6$

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

يتحرّك جسيم حسب العلاقة: $s(t) = \frac{ln(t)}{t}$ ، حيث $s(t)$ موقع الجسيم بالأمتار t الزمن بالثواني ،
أجب عن الأسئلة$(17 - 18)$:

17) سرعة الجسيم بعد ثانية من بدء الحركة:

$a) 1\ m/s$ $b) 0\ m/s$ $c) 2\ m/s$ $d) -1\ m/s$

---

18) متى تنعدم سرعة الجسيم :

$a) 0\ s$ $b) 1\ s$ $c) e\ s$ $d) \frac{1}{e}\ s$

---

19) إذا كان: $f(x) = x\ sin(x)$، فإنَّ مجموع المقطع x والمقطع y لمعادلة المماس للمنحنى $f(x)$ عندما $x = \frac{\pi}{2}$:

$a) 0$ $b) \pi$ $c) 2\pi$ $d) \pi - 2$

---

20) إذا كان : $f(x) = x\ .\ e^x\ .\ cos(x)$ فإنَّ $f'(0)$ تساوي:

$a) 2$ $b) 1$ $c) 3$ $d) 0$

إجابات أسئلة الإمتحان

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
فرع الإجابة الصحيح	*d*	*a*	*c*	*a*	*d*	*d*	*b*	*a*	*c*	*b*

رقم السؤال	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
فرع الإجابة الصحيح	*c*	*c*	*a*	*d*	*c*	*b*	*a*	*c*	*a*	*b*

أ.ابراهيم العقرباوي

إمتحان درس قاعدة السلسلة

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

أجب عن الأسئلة التالية جميعها وعددها (20):

١) إذا كان : $f(x) = ln(3)(e^{2x} - x^2)$ ، فإنَّ $f'(0)$ تساوي:

$a) ln(9)$ $b)\ ln(3)$ $c)\ 0$ $d) - ln(3)$

2) إذا كان : $f(x) = ln\ (\ sec(x))$ ، فإنَّ $f'(\frac{3\pi}{4})$ تساوي:

$a)\ 1$ $b)\sqrt{2}$ $c) - \sqrt{2}$ $d) - 1$

3) إذا كان : $f(x) = \big(ln(x)\big)^4 + e^{4ln(x)}$، فإنَّ $f'(1)$ تساوي:

$a)\ 4$ $b)\frac{4}{e}$ $c)1$ $d)\ 2e$

4) إذا كان : $f(x) = (3)^{x^2-1} + e^2$ ، فإنَّ ميل العمودي على المماس عند $x = 1$ تساوي:

$a)\ 2ln(3)$ $b)\ -\frac{1}{2ln(3)}$ $c) - 2\ ln(3)$ $d) -\frac{1}{2ln(3) + 2e}$

5) معادلة العمودي على المماس للمعادلة الوسيطية : $x = 1 - t^2\ ,\ y = \frac{t}{2}$
عندما $t = 2$ هو :

$a)\ y = 8x + 25$ $b)\ y = -\frac{x}{8} - 1$

$c)\ y = 8x - 22$ $d) y = \frac{x}{8}$

6) إذا كان : $y = e^{sin(x)}.cos(x)$ ، فإنَّ ميل المماس عند $x = \frac{\pi}{2}$:

$a)1$ $b)\ e$ $c) - e$ $d)0$

7) إذا كان : $y = e^{cos(x)}.$ ، فإنَّ : $\frac{f''(0)}{f(0)}$ تساوي:

$a) - 1$ $b)1$ $c) - e$ $d)\ e$

يتحرك جسم معلّق بزنبرك إلى أعلى وأسفل ويحدد موقعه حسب الإقتران : $s(t) = 0.1\,cos(1.2t)$
أجب عن الأسئلة $(8-10)$:

8) التسارع عندما تنعدم السرعة لأول مرّة بعد الحركة:

$a) -0.12$ $b) 0.144$ $c) -0.144$ $d) 0.12$

9) موقع الجسم عندما يكون التسارع صفراً:

$a) 0$ $b) -0.12$ $c) 0.12$ $d) 0.012$

10) موقع الجسم عندما يصل إلى أقصى سرعة :

$a) 0.1\ or\ -0.1$ $b) -0.2\ or\ 0.2$
$c) -0.12\ or\ 0.12$ $d) 0$

11) يعطى منحنى بالمعادلة الوسيطية : $x = 2t - 2sin(2t), y = 2 - 2cos(t)$ حيث :
$0 \le t \le 2\pi$ ، فإنّ مجموع الميلين المماس والعمودي على المماس عندما $t = \frac{\pi}{4}$ تساوي :

$a) \frac{\sqrt{2}}{2}$ $b) 2 - 2\sqrt{2}$ $c) 2 + 2\sqrt{2}$ $d) -\frac{\sqrt{2}}{2}$

12) مساحة المثلث المحصور بين مماس منحنى $f(x) = e^{1-x}$
ومحوري الإحداثيين عندما $x = 1$ تساوي:

$a) 4$ $b) 1$ $c) 2$ $d) 3$

13) ليكن : $f(x) = sin(4x) + cos(4x)$ فإنّ $f''(x) + 16f(x)$ يساوي:

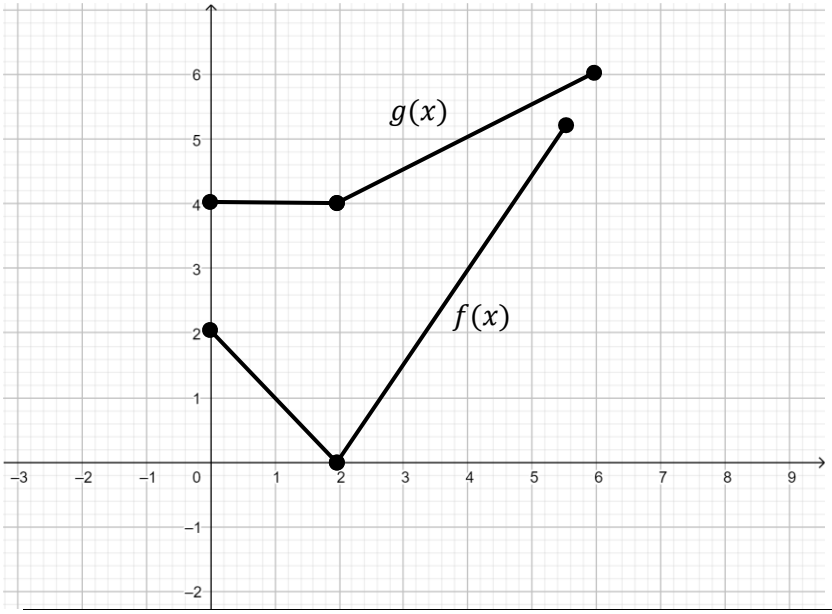
$a) 1$ $b) 0$ $c) sin(4x)$ $d) cos(4x)$

14) يمثّل الإقتران: $v(t) = 15\,t * e^{-0.05t^2}$ السرعة المتّجهة (بالمتر لكل ثانية)
لسيارة تتحرك في مسار مستقيم حيث : $0 \le t \le 10$ ، أجد السرعة المتجهة
للسيارة عندما يكون التسارع صفراً:

$a) \frac{150}{e^5}$ $b) \frac{-150}{e^5}$ $c) \frac{15\sqrt{10}}{e^{-0.5}}$ $d) \frac{15\sqrt{10}}{e^{0.5}}$

15) إذا كان : $f(x) = ln(x), g(x) = 2^{sin(x)}$ ، فإنّ $(f\ o\ g)'(0)$ تساوي:

$a) ln(2)$ $b) -ln(2)$ $c) 2$ $d) -2$



من خلال الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الإقتران $f(x), g(x)$ حيث :

$$r(x) = f(g(x))$$
$$s(x) = g(f(x))$$

أجب عن الأسئلة: $(16 - 18)$

16) $s'(4) =$

$a) \frac{1}{4}$ $b) \frac{3}{4}$
$c) \frac{1}{2}$ $d) \frac{5}{4}$

17) $\left(\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{x} - (fog)\right)\right)(1) =$

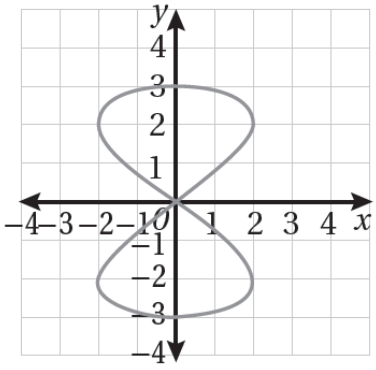
أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

$a)0$ $b) -2$ $c)3$ $d)2$

18) $\left(\frac{d}{dx}\left(\sqrt{2x - f^2(x)}\right)\right)_{|x=1}$:

$a) \frac{3}{2}$ $b) -\frac{3}{2}$ $c)2$ $d) -2$

يبيّن الشكل المجاور منحنى المعادلة الوسيطية $0 \le t \le 2\pi$ ، $x = 2\,sin(2t)\,, y = 3\,cos(t)$ ، أجب عن الأسئلة $(19 - 20)$:



19) ميل المماس لمنحنى المعادلة الوسيطية عند نقطة الأصل يساوي:

$a)0$ $b) -\frac{3}{4}, \frac{3}{4}$
$c) -\frac{4}{3}, \frac{4}{3}$ $d) -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

20) قيم t التي يكون عندها مماسّاً أفقيًّا :

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

$a)\ \pi$ $b)\ 0$ $c)1$ $d) \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

إجابات أسئلة الإمتحان

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
فرع الإجابة الصحيح	a	d	a	b	a	c	a	b	a	d

رقم السؤال	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
فرع الإجابة الصحيح	d	c	b	d	a	b	b	c	b	a

أ.ابراهيم العقرباوي

إمتحان درس الإشتقاق الضمني

أجب عن الأسئلة التالية جميعها وعددها (15):

1) إذا كان : $2xy - y^3 = 1$ ، فإنَّ ميل المماس عند $y = 1$ تساوي:

$a) -2$ $\quad b) 2$ $\quad c) \frac{2}{3}$ $\quad d) -\frac{2}{3}$

2) إذا كان : $x + y - ln(x^2 + y^2) - 1 = 0$، فإنَّ معادلة العمودي على المماس عند النقطة $(1, 0)$ هي:

$a) x + y = 1$ $\quad b) y - x = -1$

$c) x - y = 1$ $\quad d) x - y = -1$

3) إذا كان الإقتران : $s(t) = t^{\frac{1}{t}}$ موقع الجسم يتحرك في مسار مستقيم ، حيث s الموقع بالأمتار ، t الزمن بالثواني ، فإنَّ موقع الجسم عندما تنعدم السرعة هو:

$c) e^{\frac{1}{e}}\ m$ $\quad d) \frac{1}{e} a)\ 1m$ $\quad b)\ e\ m$

4) ميل المماس لمنحنى العلاقة : $y = x^{x^2}$ ، عندما $x = 2$ هو :

$a) 4ln(2) + 2$ $\quad b) 64\ ln(2) + 32$

$c) 64\ ln(2) + 2$ $\quad d) 16\ ln(2) + 32$

5) إذا كان : $y = sec^2(t)\ , x = tan(t)$ ، فإنَّ $\frac{d^2y}{dx^2}|_{t=\frac{\pi}{3}}$

$a) 2$ $\quad b) \frac{1}{2}$ $\quad c) 2\sqrt{3}$ $\quad d) \frac{2}{\sqrt{3}}$

6) إذا كان : $y = e^{1-t^3} - e^{-7}$. ، وكان $\frac{dx}{dt} = 3$ ، فإنَّ $\frac{d^2y}{dx^2}|_{y=0}$ تساوي:

$a) \frac{44}{3} e^{-7}$ $\quad b) 32e^{-7}$ $\quad c) 0$ $\quad d) 24e^{-7}$

7) احداثيات نقطة على منحنى $3y^2 - 2x^2 = 10$ والتي يكون عندها المماس للمنحنى موازياً للمستقيم: $x - 3y = 2$ هي:

$a) (2, 1), (-2, -1)$ $\quad b) (1, 2), (-1, -2)$

$c) (1, -2), (-1, 2)$ $\quad d) (\sqrt{10}, 2), (-\sqrt{10}, -2)$

8) قيم x التي يكون عندها مماساً أفقيا لمنحنى العلاقة $3x^2 + 3xy + y^2 = 16$، هي:

$a) \pm 1$ $\quad b) \pm 2$ $\quad c) \pm 16$ $\quad d) \pm 4$

9) قيم x التي تقع على منحنى $y^2 = x^3$ بحيث يكون عندها مماس المنحنى عمودياً على المستقيم $y = x$

$a) \ 0, \frac{4}{9}$ $b) \ \frac{4}{9}$ $c) \ \frac{9}{4}$ $d) \ \frac{9}{4}, 0$

* ملاحظة: $y \neq 0$ حتى لا يكون المماس أفقيا.

10) احداثيات جميع النقاط على منحنى الدائرة $x^2 + y^2 = 100$ ، التي يكون عندها ميل المماس $= \frac{3}{4}$

$a) \ (6,-8), (-6,8)$ $b) \ (6,8), (-6,-8)$
$c) \ (8,-6), (-8,6)$ $d) \ (-8,-6), (8,6)$

11) احداثيات النقط التي تقع على منحنى العلاقة: $x^2 + y^2 = 18$ والتي يمر المماس عندها بالنقطة $(6,0)$

$a) \ (3,-3), (3,3)$ $b) \ (0,\sqrt{18}), (0,-\sqrt{18})$
$c) \ (-3,3), (3,-3)$ $d) \ (2,\sqrt{14}), (2,-\sqrt{14})$

12) إذا كان: $y^2 + 2xy = 5$ فإنّ قيمة $\frac{dy}{dx}_{|(2,1)}$ تساوي:

$a) \ -\frac{1}{3}$ $b) \ \frac{1}{3}$ $c) \ \frac{1}{2}$ $d) \ -\frac{1}{2}$

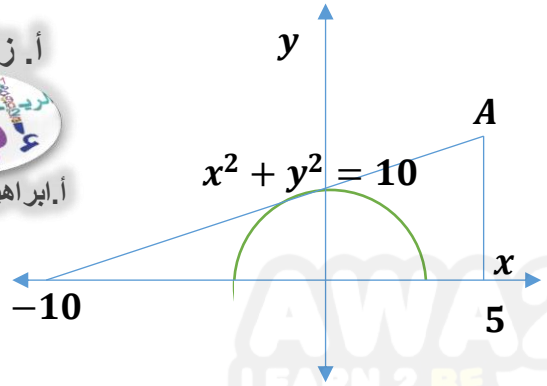
13) إذا كان : $y \in (0, \frac{\pi}{2})$, $x = sin(2y)$ ، فإنّ قيمة المقدار : $2y'' cos^3 2y$ تساوي:

$a) \ \frac{x}{2}$ $b) \ x$ $c) \ 0$ $d) \ 2x$

14) إذا كان: $cos(x) = y^2$ ، فإنّ قيمة : $y^3(4y'' + y)$ تساوي:

$a) \ -2$ $b) \ 0$ $c) \ 1$ $d) \ -1$

15) احداثيات النقطة A:



$a) \ (5,5)$ $b) \ (5,\frac{1}{3})$
$c) \ (5,3)$ $d) \ (5,\frac{1}{5})$

إجابات أسئلة الإمتحان

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
فرع الإجابة الصحيح	*b*	*a*	*c*	*b*	*a*	*a*	*b*	*d*	*b*	*a*

رقم السؤال	11	12	13	14	15
فرع الإجابة الصحيح	*a*	*a*	*b*	*d*	*a*

أ.زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي
AWA2EL LEARN 2 BE

إمتحان وحدة التفاضل

الاسم :.....
اليوم : .....
الزمن : ساعة وربع

الصف : 12 علمي
التاريخ: / /

50

أجب عن الأسئلة التالية جميعها وعددها (4) علمًا بأن عدد صفحات الاختبار (2)

السؤال الأول : (12 علامة)

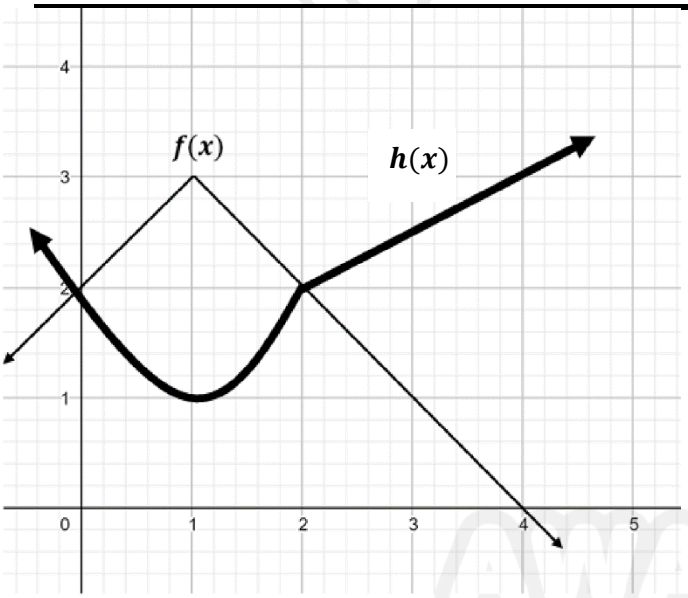
1) إذا كان : $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ ابحث في قابلية اشتقاق $f(x)$ عند $x = -1$ باستخدام التعريف العام للمشتقة (4 علامات)

2) إذا كان : $f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x < 1 \\ b\,x^2 & , x \geq 1 \end{cases}$ ، فجد قيم كلاً من $a\,,b$ اللتين تجعلان $f(x)$ قابلاً للاشتقاق عند $x = 1$ (4 علامات)

3) يمثّل الإقتران: $s(t) = e^{2t} - 8t \;, t \geq 0$ موقع جسيم على خط مستقيم حيث s الموقع بالأمتار ، t الزمن بالثواني ، جد مايلي: (4 علامات)

a) الموقع الإبتدائي للجسيم.
b) تسارع الجسيم عندما تكون سرعته المتجهة صفراً.

السؤال الثاني : (10 علامات)



1) إذا كان: $g(x) = \frac{f(x)}{h(x)}$، جد $g'(4)$.

2) $q(x) = f\big(h(x)\big)$ ، جد $q'(4)$.

3) قيم x التي يكون عندها $f(x)$ غير قابل للاشتقاق.

4) إذا كان: $w(x) = \sqrt{f^3(x) + \sqrt{x+1}}$ ،
جد $w'(3)$.

السؤال الثالث : (14 علامة)

1) جد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي: (6 علامات)

$$f(x) = log_3\left(\frac{\sqrt[3]{x^2-x}}{e^{sin(x)}}\right)$$ (a

$$f(x) = 2^{x^2}.cos^3(2x)$$ (b

$$x.e^y + y.ln(x) = 2 \quad ,x = 1$$ (c

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

2) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى المعادلة الوسيطية : (4 علامات)

$$y = tan(t) \quad ,x = sec^2(t) - 1$$

عندما يكون ميله : $m = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ ، حيث أنَّ : $0 < t < \pi$

أ. زكي غنيم
أ.ابراهيم العقرباوي

3) يمثّل الإقتران : $A(t) = N.(2)^{0.1t+3}$ عدد الخلايا البكتيرية بعد t ساعة في مجتمع بكتيري ، جد مايلي:

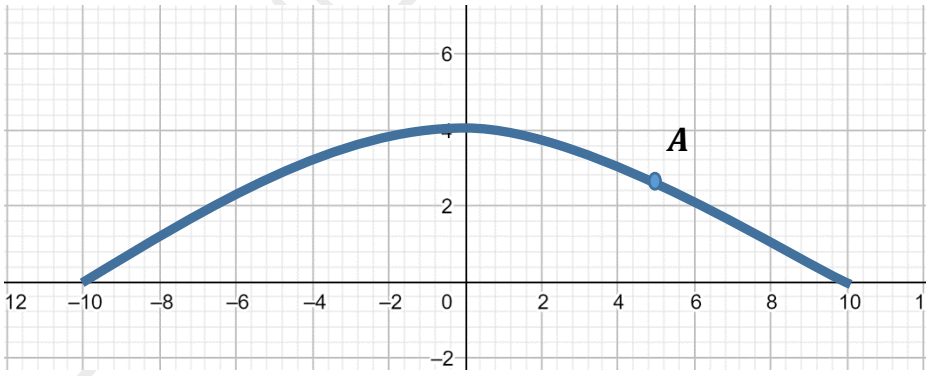
a) قيمة الثابت N علماً أنَّ القيمة الإبتدائية = 24. (4 علامات)

B) معدَّل نمو المجتمع البكتيري بعد 10 ساعات .

السؤال الرابع : (14 علامة)

1) جد احداثيات النقطة التي يكون عندها مماس منحنى $f(x)$ أفقيا ، حيث : $f(x) = \frac{(x+1)}{e^x}$ (4 علامات)

2) من خلال الرسم الذي يمثّل منحنى المعادلة الوسيطية حيث : (3 علامات)



$$y = 2 + 2cos(2t)$$

$$x = 10\ sin\ (t)$$

$$-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2} \quad ,$$ ،

جد ميل المماس عند النقطة A

3) جد احداثيات نقطة على المنحنى $x + y^2 = 1$ ، بحيث يكون عندها مماس المنحنى موازيا للمستقيم : $x + 2y = 0$ (3 علامات)

4) جد مساحة المثلث المحصور بين العمودي على المماس ومحوري x, y لمنحنى $y = x^2$ عند $x = 1$

(4 علامات)