أساسيات الرياضيات

إعداد المعلم
محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

Scanned with CamScanner

الفهرس

- أساسيات العمليات الحسابية ١
- أولويات العمليات الحسابية ٣
- الكسور ٤
- الكسور العشرية ٩
- الصيغة العلمية للعدد ١١
- المتناسب ١٣
- الأسس ١٤
- الجذور ١٨
- المقادير الجبرية والعمليات عليها ٢٢
- خريطة التحليل ٢٨
- المتباينات ٣٧
- أنواع كثيرات الحدود ٤٤
- إقتران الجذر ٥٤
- الإقتران الكسري ٥٥
- الإقترانات المتشعبة ٥٩



Scanned with CamScanner

أساسيات العمليات الحسابية

١) الجمع والطرح :

أ) العددين لهم نفس الإشارة (نجمع العددان ونضع نفس الإشارة)

محمد حتاملة ٠٧٨٨٠٢٤٢٤٦

مثال ٧ + ٣ = ١٠ ، -٧ - ٣ = -١٠

-٧ + -٣ = -١٠

٢ + ٣ + ٥ = ١٠ ، -٢ - ٣ - ٥ = -١٠

ب) العددين مختلفين في الإشارة :

(نضع اشارة العدد الأكبر ، ونأخذ الفرق بين العددين)

مثال ١) ٤ - ٤ = صفر ٢) -٤ + ٤ = صفر

٣) -٧ + ٣ = -٤ ٤) ١٦ - ٧ = ٩

جـ) عدد موجب وعدد سالب والعملية طرح

مثال ١) ٤ - (-٤) = ٤ + ٤ = ٨ ((-)(-)) = +

٢) ٨ - (-٧) = ٨ + ٧ = ١٥ (تصبح فرع أ)

د) عددان سالبان والعملية طرح:

مثال ١) -٤ - (-٤) = -٤ + ٤ = صفر (تصبح فرع ب)

٢) -٩ - (-٧) = -٩ + ٧ = -٢

تلخيص الحالات :

محمد حتاملة

١) ٨ + ٨ = ١٦

٢) -٨ - ٨ = -١٦

٣) -٨ + ٨ = صفر

٤) ٨ - ٨ = صفر

٥) ٨ - (-٨) = ٨ + ٨ = ١٦

٦) -٨ - (-٨) = -٨ + ٨ = صفر

Scanned with CamScanner

أ/ محمد حشاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

٢- الضرب والقسمة:

(قاعدة ضرب وقسمة الإشارات)

❀ الإشارات متشابهة

إذا كانت الإشارة موجبة
يكون ناتج الضرب والقسمة موجب

(+) × (+) = +

(+) × (+) × (+) = +

(+) ÷ (+) = +

مثال ٢ × ٢ = ٤

مثال ٢ × ٢ × ٢ = ٨

مثال ٤ ÷ ٢ = ٢

إذا كانت الإشارة سالبة

عدد الإشارات زوجي
يكون الناتج موجب

(−) × (−) = +

(−) ÷ (−) = +

مثال (−٢) × (−٢) = ٤

مثال (−٥) ÷ (−٥) = ١

عدد الإشارات فردي
يكون الجواب سالب

(−) × (−) × (−) = −

مثال

(−٦) ÷ (−٣) ÷ (−٢)

٢ ÷ (−٢) = −١

محمد حشاملة ٠٧٨٨٠٣٤٣٢ الرياضيات

❀ الإشارات مختلفة

- في حالة ضرب عددين فقط يكون الناتج إشارة سالبة
- في حالة قسمة عددين فقط يكون الناتج إشارة سالبة

(+) × (−) = − ، (+) ÷ (−) = −

مثال ① ٥ × (−٢) = −١٠

② −٦ ÷ (٢) = −٣

- في حالة ضرب أو قسمة أكثر من عددين

١- إذا كانت عدد الإشارات السالبة فردي يكون الناتج سالب .

٢- إذا كانت عدد الإشارات السالبة زوجي يكون الناتج موجب .

Scanned with CamScanner

أولويات العمليات الحسابية

الجزء الأول (فقط للجمع والطرح والضرب والقسمة)

- نبدأ من اليمين الضرب أو القسمة من يكون بالأول
- ثم الجمع والطرح من يكون بالأول .

مثال ①

$٨ \div ٤ \times ٣ + ٥ - ٢$

$(٨ \div ٤) \times ٣ + ٥ - ٢$

$٢ \times ٣ + ٥ - ٢$

$٦ + ٥ - ٢$

$١١ - ٢ = ٩$

في هذا المثال
نبدأ من القسمة
ثم الضرب
ثم الجمع
ثم الطرح

مثال ②

$١٦ + ٢ \times ٥ + ٤ \div ٢$

$١٦ + (٢ \times ٥) + ٤ \div ٢$

$١٦ + ١٠ + ٤ \div ٢$

$١٦ + ١٠ + ٢ = ٢٨$

- ضرب
- قسمة
- جمع

مثال ③

$-٨ + (-٤) \times (-٣) \div (-٦) - ٢$

$-٨ + ١٢ \div (-٦) - ٢$

$-٨ + (-٢) - ٢$

$-١٠ - ٢ = -١٢$

- ضرب
- قسمة
- جمع

محمد حنا حلمة
٠٧٨٨٠٢٤٢٧

مثال ④

$-٤ \times (-٢) \times (-٣) \div (-١٢) + (-٥) - (-١)$

$+٨ \times (-٣) \div (-١٢) + (-٥) - (-١)$

$-٢٤ \div (-١٢) + (-٥) - (-١)$

$+٢ + (-٥) - (-١)$

$-٣ - (-١) = -٣ + ١ = -٢$

Scanned with CamScanner

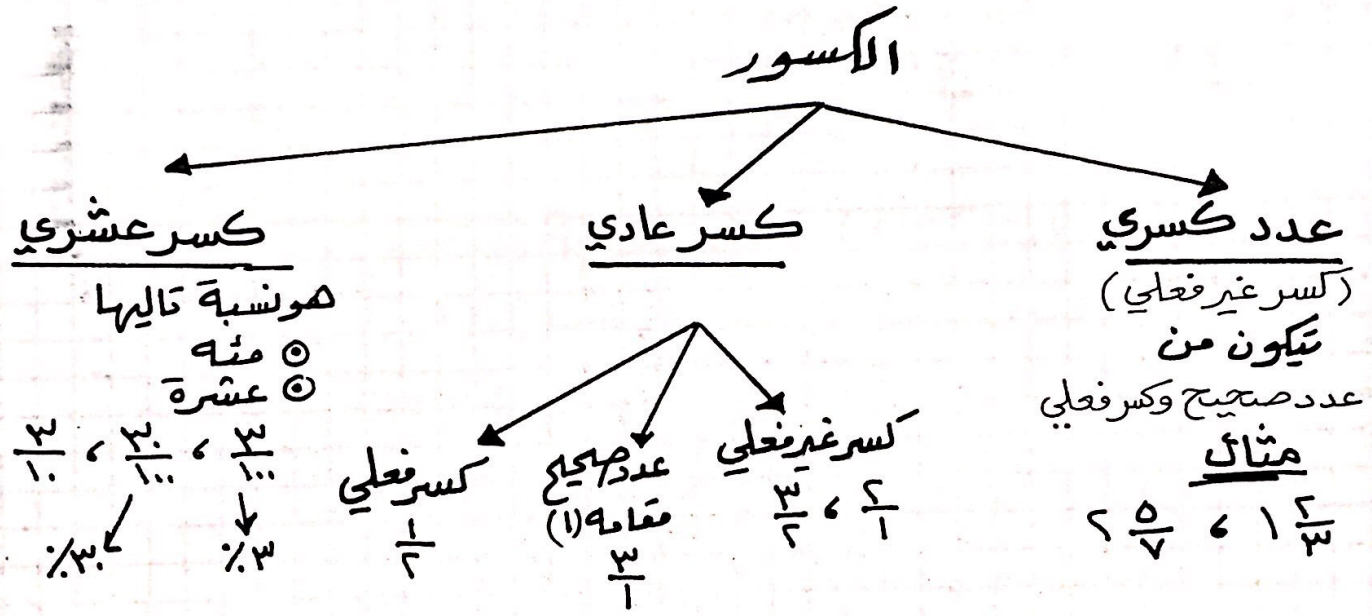
الكسور (النسب)

$\frac{\text{ب}}{\text{ب}}$ ← بسط (مقدم النسبة)

ب ← مقام (تالي النسبة)

الكسر الفعلي: هو كسر بسطه أصغر من مقامه مثل $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٧}{٩}$

الكسر غير الفعلي: هو كسر بسطه أكبر من مقامه مثل $\frac{٨}{٥}$ ، $\frac{١٤}{٩}$



العدد الصحيح: هو كسر مقامه واحد

مثال: ٢ ← $\frac{٢}{١}$ ، $-٥ = \frac{-٥}{١}$ ، $٢٥٠ = \frac{٢٥٠}{١}$

محمد حسن عاملة

◉ تحويل العدد الكسري الى كسر

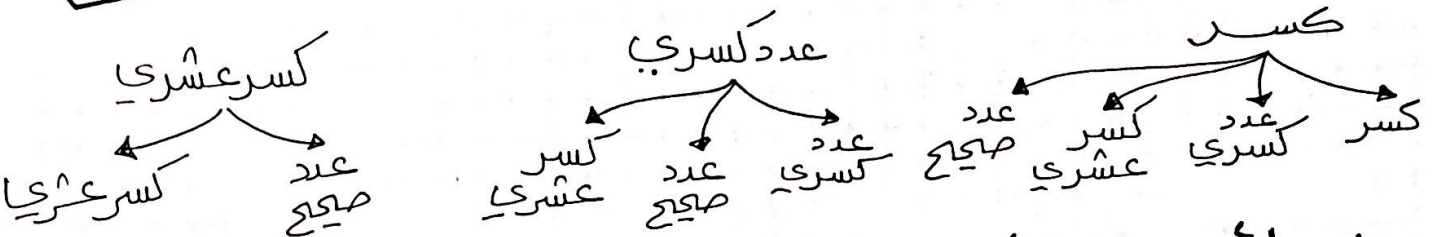
$\frac{\text{ب}}{\text{ب}}$ ع + ب × ب ← $\frac{\text{ب} \times \text{ع} + \text{ب}}{\text{ب}}$

مثال $٣\frac{٤}{٥} \leftarrow \frac{٤ + (٣ \times ٥)}{٥} = \frac{(٤ + ١٥)}{٥} = \frac{١٩}{٥}$

مثال $٦\frac{٧}{٨} \leftarrow \frac{٧ + (٦ \times ٨)}{٨} = \frac{(٧ + ٤٨)}{٨} = \frac{٥٥}{٨}$

Scanned with CamScanner

عند إجراء العمليات الحسابية للكسور سوف نناقش الحالات التالية :



١- الجمع والطرح (المقام لا يجمع ولا يطرح)

- كسر مع كسر
- (إذا كانت المقامات متساوية (نجمع ونطرح البسط ، المقام كما هو)

مثال $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٦} - \frac{٢}{٦} = \frac{٠}{٦} = ٠$

- (إذا كانت المقامات غير متساوية) (لجميع الحالات السابقة)
  - اذا كان عدد كسري نحوله الى كسر
  - اذا كان عدد صحيح نحوله الى كسر بوضع المقام واحد

ثم نبدأ بعملية توحيد المقامات وهي كالتالي :

$$\frac{أ}{ب} \pm \frac{ج}{د} = \frac{(أ \times د) \pm (ب \times ج)}{ب \times د}$$

محمد حسن عاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

أمثلة :

أ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٥}$

$= \frac{(٥ \times ٣) + (٤ \times ٢)}{(٤ \times ٥)} = \frac{١٥ + ٨}{٢٠} = \frac{٢٣}{٢٠}$

ب) $٢\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٧}$

تحويل الى كسر $\frac{(٤ \times ٢) + ١}{٤} + \frac{٣}{٧}$

$\frac{٣}{٧} + \frac{٩}{٤} = \frac{(٧ \times ٩) + (٤ \times ٣)}{(٤ \times ٧)} = \frac{٧٥}{٢٨}$

ج) $\frac{١}{٥} + \frac{١٣}{١٠٠}$

$= \frac{(١٠٠ \times ١) + (٥ \times ١٣)}{(١٠٠ \times ٥)}$

$= \frac{١٠٠ + ٦٥}{٥٠٠} = \frac{١٦٥}{٥٠٠}$

د) $٢ + \frac{٤}{٩}$

$= \frac{٤}{٩} + \frac{٢}{١} = \frac{(٩ \times ٢) + (١ \times ٤)}{١ \times ٩}$

$= \frac{١٨ + ٤}{٩} = \frac{٢٢}{٩}$

Scanned with CamScanner

٦

هـ) $١\frac{٢}{٥} - ٢\frac{٤}{٦}$

$$\frac{(٦\times٢)+٤}{٦} - \frac{(٥\times١)+٢}{٥} = \frac{١٦}{٦} - \frac{٧}{٥}$$

$$= \frac{١٦\times٥ - ٦\times٧}{٥\times٦} = \frac{٨٠-٤٢}{٣٠} = \frac{٣٨}{٣٠}$$

و) $٢\frac{٥}{٦} + ٣ = ٢ + ٣\frac{٥}{٦} = \frac{٢}{١} + \frac{٢٣}{٦} = \frac{(٢\times١)+(٣\times٦)}{٦} = \frac{٣٥}{٦}$

↳ أو $٣\frac{٥}{٦} + ٢ = ٥\frac{٥}{٦} = \frac{٣٥}{٦}$

ز) $٤\frac{١}{٣} + \frac{٤}{١٠} = \frac{(٤\times٣)+١}{٣} + \frac{٤}{١٠} = \frac{١٣}{٣} + \frac{٤}{١٠}$

$$= \frac{(١٣\times١٠)+(٤\times٣)}{١٠\times٣} = \frac{١٤٢}{٣٠}$$

ح) $٣ - \frac{١٤}{١٠٠} = \frac{٣}{١} - \frac{١٤}{١٠٠} = \frac{(١٠٠\times٣)-(١\times١٤)}{١\times١٠٠} = \frac{٣٠٠-١٤}{١٠٠} = \frac{٢٨٦}{١٠٠}$

ط) $\frac{٣٥}{١٠٠} + \frac{١٤}{١٠} = \frac{٣٥}{١٠٠} + \frac{١٤\times١٠}{١٠\times١٠} = \frac{٣٥}{١٠٠} + \frac{١٤٠}{١٠٠} = \frac{١٧٥}{١٠٠}$

ى) $\frac{٧}{١٠} - \frac{٩٣}{١٠٠} = \frac{٧\times١٠}{١٠\times١٠} - \frac{٩٣}{١٠٠} = \frac{٧٠-٩٣}{١٠٠} = \frac{-٢٣}{١٠٠}$

محمد حنا ملحة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

Scanned with CamScanner

الضرب: (لا نحتاج الى توحيد مقامات)

نضرب البسط بالبسط
نضرب المقام بالمقام
(بعد تحويلهم الى كسور)

$$\frac{\text{ب}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{ب} \times \text{ج}}{\text{ب} \times \text{د}}$$

أمثلة

① $\frac{٢}{٣} \times \frac{-٥}{٦} = \frac{٢ \times (-٥)}{٣ \times ٦} = \frac{-١٠}{١٨}$

② $٢\frac{١}{٣} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٧}{٣} \times \frac{٤}{٥} = \frac{٧ \times ٤}{٣ \times ٥} = \frac{٢٨}{١٥}$

③ $\frac{٧}{٩} \times \frac{٢}{١٠} = \frac{٢ \times ٧}{١٠ \times ٩} = \frac{١٤}{٩٠}$

④ $٣ \times \frac{٤}{٦} = \frac{٣}{١} \times \frac{٤}{٦} = \frac{١٢}{٦} = ٢$

⑤ $٢\frac{١}{٣} \times ٤\frac{٢}{٥} = \frac{٧}{٣} \times \frac{٢٢}{٥} = \frac{١٥٤}{١٥}$

⑥ $٥\frac{٢}{٣} \times ٦ = \frac{١٧}{٣} \times \frac{٦}{١} = \frac{١٠٢}{٣}$

⑦ $-٣\frac{١}{٤} \times \frac{١٢}{١٠٠} = \frac{-١٣}{٤} \times \frac{٣}{١٠٠} = \frac{-٣٩}{١٠٠}$

⑧ $\frac{٣٥}{١٠٠} \times (-٣) = \frac{٣٥}{١٠٠} \times \frac{-٣}{١} = \frac{-١٠٥}{١٠٠} = \frac{-٢١}{٢٠}$

⑨ $\frac{٢٥}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٠} = \frac{٣ \times ٢٥}{١٠ \times ١٠٠} = \frac{٧٥}{١٠٠٠}$

محمد
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢
حتاملة

Scanned with CamScanner

القسمة: نحوّل القسمه الى ضرب

٨

(ضرب البسط بمقلوب المقام) والسبب بقلب المقام بالمثال التالي

مثال

$\frac{٢}{٣} \div \frac{٤}{٥}$

$$\frac{\frac{٥}{٤} \times \frac{٢}{٣}}{\frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{٤}} = \frac{\frac{٥}{٤} \times \frac{٢}{٣}}{١ \times ١} = \frac{٥ \times ٢}{٤ \times ٣} = \frac{١٠}{١٢}$$

وهو جعل المقام واحد

$$\frac{أ}{ب} \div \frac{ح}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{ح} = \frac{أ \times د}{ب \times ح}$$

عند وجود عدد كسري أو عدد صحيح يتم تحويله الى كسر ثم نطبق على القاعدة.

محمد حتاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

أمثلة:

① $\frac{-٢}{٥} \div \frac{٦}{٧} = \frac{-٢}{٥} \times \frac{٧}{٦} = \frac{-١٢}{٣٥}$

② $٢\frac{٤}{٥} \div ٣\frac{١}{٧} = \frac{١٤}{٥} \div \frac{٢٢}{٧} = \frac{١٤}{٥} \times \frac{٧}{٢٢} = \frac{٤٩}{٥٥}$

③ $٣ \div \frac{٤}{٥} = \frac{٣}{١} \times \frac{٥}{٤} = \frac{١٥}{٤}$

④ $١ \div \frac{٤}{٧} = \frac{١}{١} \times \frac{٧}{٤} = \frac{٧}{٤}$

⑤ $\frac{٧}{٥} \div \frac{٣٥}{١٠٠} = \frac{٧}{٥} \times \frac{١٠٠}{٣٥} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

⑥ $٢\frac{٥}{٦} \div ١ = ٢\frac{٥}{٦}$

⑦ $\frac{١٥}{١٠٠} \div \frac{١٧}{١٠٠} = \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٠٠}{١٧} = \frac{١٥}{١٧}$

Scanned with CamScanner

الكسور العشرية :

هي كسور مقامها ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠ أو ....

- وتكتب أيضاً باستخدام الفاصلة العشرية على النحو التالي

$\frac{٤}{١٠}$ = ٠٫٤ ، $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ٠٫١٢ ، $\frac{١٣}{١٠٠٠}$ = ٠٫٠١٣

الكسور العشرية تحول الى كسور عادية وذلك بوضع أصفار على يمين الواحد في المقام بعدد المنازل على يمين الفاصلة .

$\frac{٧}{١٠}$ = ٠٫٧ ، $\frac{٥٤٤}{١٠٠}$ = ٥٫٤٤

محمد حاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

ملاحظة : ٠٫٦ = ٠٫٦٠ = ٠٫٦٠٠ = ٠٫٦٠٠٠

تحويل الكسر العادي الى كسر عشري

① اذا كانت المقامات ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٩ نقسم قسمة طويلة .

② اذا كان المقام ١ نضرب البسط والمقام بـ ١٠٠

اذا كان المقام ٢ نضرب البسط والمقام بـ ٥٠

اذا كان المقام ٤ نضرب البسط والمقام بـ ٢٥

اذا كان المقام ٥ نضرب البسط والمقام بـ ٢٠

اذا كان المقام ٨ نضرب البسط والمقام بـ ١٢٥

مثال : حول الكسور العادية الى كسور عشرية :-

① $\frac{١}{٣}$ ⇐

$$\begin{array}{r|l} ١٠ & ٣ \\ \hline ٩ & ٠٫٣٣ \\ \hline ١٠ & \\ ٩ & \\ \hline ١ & \text{دورية} \end{array}$$

$\frac{١}{٣}$ = ٠٫$\overline{٣}$

١٠

٤,١٦٦
٦ | ٢٥
- ٢٤
١٠
- ٦
٤٠
- ٣٦
٤٠
- ٣٦
٤

دوري

② $\frac{٢٥}{٦} \Leftarrow ٤,١\overline{٦}$

③ $\frac{٢}{١} \leftarrow \frac{٢ \times ١٠٠}{١ \times ١٠٠} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢٠٠\%$

④ $\frac{١}{٢} \leftarrow \frac{١ \times ٥٠}{٢ \times ٥٠} = \frac{٥٠}{١٠٠} = ٠,٥٠ = ٥٠\%$

⑤ $\frac{٣}{٤} \leftarrow \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٠,٧٥ = ٧٥\%$

⑥ $\frac{١}{٥} \leftarrow \frac{١ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{٢٠}{١٠٠} = ٠,٢٠ = ٢٠\%$

⑦ $\frac{٣}{٨} \leftarrow \frac{٣ \times ١٢٥}{٨ \times ١٢٥} = \frac{٣٧٥}{١٠٠٠} = ٠,٣٧٥$

محمد حشاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

- العدد العشري : هو عدد مكون من عدد صحيح وجزء عشري

مثال : ١٢,٢٥١

⊙ عند جمع أو طرح الأعداد العشرية نجمع أو نطرح الاعداد ذات المنازل المتشابهة.

مثال ١٥,٠٦ + ٥٦,٥

= ١٥,٠٦ + ٥٠,٥٦ = ٧١,٥٦

مثال ١٣,٧٤ - ٩,١٣ = ٤,٦١

Scanned with CamScanner

• في حالة ضرب العدد العشري في قوى العدد ١٠
نحرك الفاصلة العشرية جهة اليمين عدداً من المنازل = عدد الأصفار .

مثال ٢٤,٤٥ × ١٠ = ٢٤٤,٥

مثال ٥,٠٧٣ × ١٠٠ = ٥٠٧,٣

• في حالة قسمه العدد العشري على قوى العدد ١٠
نحرك الفاصلة العشرية جهة اليسار عدداً من المنازل = عدد الأصفار .

مثال ٢٣,٤٥ ÷ ١٠ = ٢,٣٤٥

مثال ٥,٠٧٣ ÷ ١٠٠ = ٠,٠٥٠٧٣

الصيغة العلمية للعدد

محمد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

يمكن كتابة الأعداد الكبيرة بصيغة علمية كما يلي :

عدد ∈ [١ ، ١٠) × $10^{}$ (عدد المنازل التي تحركها الفاصلة جهة اليسار)

مثال ٢٤٥ ٦٠٠ ... = ٢,٤٥٦ × $10^{٨}$

مثال ٣٧٦٥٤٢١,٠ = ٣,٧٦٥٤٢١ × $10^{٦}$

• يمكن كتابة الأعداد الصغيرة بصيغة علمية كما يلي

عدد ∈ [١ ، ١٠) × 10^{-} (عدد المنازل التي تحركها الفاصلة جهة اليمين)

مثال ٠,٠٠٠ ٠٠٠ ٤٦٧ = ٤,٦٧ × $10^{-٦}$

Scanned with CamScanner

تحويل الكسر الى نسبة مئوية بشكل عام وذلك بضربه في ١٠٠٪

مثال ① $\frac{٣}{٤} \Leftarrow ٪١٠٠ \times \frac{٣}{٤} = ٪\frac{٣٠٠}{٤} = ٪٧٥$

② $\frac{١}{٢} \Leftarrow ٪١٠٠ \times \frac{١}{٢} = ٪\frac{١٠٠}{٢} = ٪٥٠$

③ $٪١٠٠ \times \frac{٣}{٨} = ٪\frac{٣٠٠}{٨} = ٪٣٧,٥$

الكسور المتكافئة : (الكسور المتساوية) لها نفس القيمة

- كل كسر له عدد لا نهائي من الكسور المتكافئة وذلك بضرب البسط والمقام بنفس العدد وكذلك القسمة .

مثال : $\frac{٣}{٥} \leftarrow \frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٦}{١٠}$ ، $\frac{٣ \times ٤}{٥ \times ٤} = \frac{١٢}{٢٠}$ ، ....

أمثلة على الكسور المتكافئة :

محمد حسن عاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

الكسر العادي	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{١}{٨}$
الكسر العشري	٠,٥	٠,$\overline{٣}$	٠,٢٥	٠,٧٥	٠,١٢٥
النسبة المئوية	٪٥٠	٪٣٣,٣	٪٢٥	٪٧٥	٪١٢,٥

مثال $\frac{٤ \div ٢}{٢٨ \div ٢} = \frac{٢ \div ٢}{١٤ \div ٢} = \frac{١}{٧}$

$\frac{٤}{٢٨}$ ، $\frac{٢}{١٤}$ ، $\frac{١}{٧}$ هي كسور متكافئة

عند قسمة البسط على المقام يكون ناتج (القيمة) لكل الكسور

Scanned with CamScanner

التناسب :

هو تكافؤ وتعادل نسبتين ويمكن كتابة المقدارين المتناسبين على صورة كسرين متكافئين .

وعند تبسيطهما يتم الحصول على نسبتين متساويتين

أي أن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ وتسمى تناسب إذا كان

$أ \times د = ب \times جـ$

مثال يستخدم التناسب لإيجاد قيمة س

إذا كان $\frac{٢}{٥} = \frac{س}{٢٠}$ فإن $٢ \times ٢٠ = ٥ \times س$

$٤٠ = ٥س$

$س = ٨$

المقارنة بين الكسور (يوجد ثلاث حالات)

محمد حتامله
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

- إذا كان الكسران لهما نفس المقام .

يكون الكسر الذي له البسط الأكبر هو الكسر الأكبر

مثال $\frac{٣}{٧} > \frac{١}{٧}$ **مثال** $\frac{٥}{٩} > \frac{٣}{٩}$

- إذا كان الكسران لهما نفس البسط .

الكسر الذي له المقام الأكبر يكون هو الكسر الأصغر

مثال $\frac{٥}{٨} < \frac{٥}{٩}$ **مثال** $\frac{٧}{١٢} < \frac{٧}{٩}$

- إذا كان مقامي الكسرين مختلفين ، والبسطين مختلفين .

نوحد المقامات ونقارن بين بسطيهما ، كما في الحالة الأولى

مثال $\frac{٣}{٩} \bigcirc \frac{٢}{٥}$

$\frac{٥ \times ٣}{٥ \times ٩} \bigcirc \frac{٩ \times ٢}{٩ \times ٥}$

$\frac{١٨}{٤٥} < \frac{١٥}{٤٥}$

Scanned with CamScanner

الأسس (القوى)

معنى الأس (القوى): هو تكرار العدد مضروباً في نفسه.

مثال: $(٢)^{٤} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$

٤ ← أس
٢ ← أساس

القاعدة بشكل عام

$س^{ن} = س \times س \times س \times \ldots$ ن من المرات

حيث س (الأساس) ، ن : الأس

محمد حشاملة
٠٧٨٨٠٢٤٤٢

قواعد الأسس:

① $(س)^{٠} = ١$ ، $س \neq ٠$ (أي عدد أسه صفر = ١)

مثال $(\frac{١}{٢})^{٠} = ١$ ، $(١٠٠)^{٠} = ١$ ، $(\sqrt{٣٥٧})^{٠} = ١$

---

② $(س)^{١} = س$ (أي مقدار أسه واحد يبقى نفس المقدار)

مثال $(٥)^{١} = ٥$ ، $(١٠٠٠)^{١} = ١٠٠٠$ ، $(\frac{١}{٢})^{١} = \frac{١}{٢}$

---

③ $(س)^{٢} = (س)(س)$ (مربع العدد أو المقدار)

مثال $(-٢)^{٢} = (-٢)(-٢) = ٤$ ، $(\frac{١}{٢})^{٢} = (\frac{١}{٢})(\frac{١}{٢}) = \frac{١}{٤}$

---

④ $(س)^{٣} = (س)(س)(س)$ (مكعب العدد أو المقدار)

مثال $(-٢)^{٣} = (-٢)(-٢)(-٢) = -٨$ ، $(\frac{١}{٣})^{٣} = (\frac{١}{٣})(\frac{١}{٣})(\frac{١}{٣}) = \frac{١}{٢٧}$

---

⑤ $(س^{ن})^{ل} = (س^{ل})^{ن} = س^{ن \times ل}$

مثال $(٢^{٣})^{٤} = ٢^{٣ \times ٤} = (٢)^{١٢}$

---

⑥ $س^{ن} \times س^{ل} = س^{ن+ل}$ (إذا كانت الأساس متساوية نجمع الأسس)

في حالة الضرب نجمع الأسس

مثال $٢^{٤} \times ٢^{٣} = ٢^{٤+٣} = ٢^{٧}$

Scanned with CamScanner

⑦ $\frac{س^{م}}{س^{ل}} = س^{م-ل}$ (إذا كانت الأساس متساوي نطرح الأسس)

مثال $\frac{٢^{٤}}{٢^{٣}} = ٢^{٤-٣} = ٢^{١} = ٢$

---

⑧ $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $أ^{ن} = \frac{١}{أ^{(-ن)}}$ (نحول الأس السالب الى موجب)

مثال $٢^{-٣} = \frac{١}{٢^{٣}} = \frac{١}{٨}$ ، $\frac{٥}{٢^{-٣}} = ٥ \times ٢^{٣} = ٥ \times ٨ = ٤٠$

الأس السالب هو كسر

محمد حتاملة

---

⑨ $(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$ (يوزع الأس على البسط والمقام)

مثال $(\frac{٤}{٥})^{٢} = \frac{٤^{٢}}{٥^{٢}} = \frac{١٦}{٢٥}$

---

⑩ $(\frac{أ}{ب})^{-ن} = (\frac{ب}{أ})^{ن} = \frac{ب^{ن}}{أ^{ن}}$

مثال: $(\frac{٥}{٦})^{-٢} = (\frac{٦}{٥})^{٢} = \frac{٦^{٢}}{٥^{٢}}$

---

⑪ $(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$ (يوزع الأس)

مثال $(٢س)^{٣} = ٢^{٣} \times س^{٣} = ٨س^{٣}$

---

⑫ $(أ \times ب)^{-ن} = \frac{١}{(أ \times ب)^{ن}} = \frac{١}{أ^{ن} \times ب^{ن}}$

ملاحظة: الأس لا يوزع على عملية الجمع أو الطرح

مثال $(أ+ب)^{ن} \neq أ^{ن} + ب^{ن}$

$(أ-ب)^{ن} \neq أ^{ن} - ب^{ن}$

Scanned with CamScanner

(١٣) (عدد سالب)$^{\text{عدد فردي}}$ = عدد سالب

مثال $(-٢)^{٣} = -٨$

---

(١٤) (عدد سالب)$^{\text{عدد زوجي}}$ = عدد موجب

مثال $(-٢)^{٤} = (-٢)(-٢)(-٢)(-٢) = +١٦$

---

(١٥) إذا كان $أ^{س} = أ^{ص}$ ، فإن س = ص (فقط عندما يتساوى الأساس)

مثال إذا كان $(٢)^{٥} = (٢)^{س}$ ⇐ س = ٥

المعلم محمد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

---

(١٦) إذا كان $س^{ن} = أ^{ن}$ ، ن ، أ ≠ صفر

إذا كان ن فردي
فإن
س = أ

مثال $س^{٣} = ٢^{٣}$
س = ٢

إذا كان ن زوجي
فإن
س = ± أ

مثال $س^{٢} = ٣^{٢}$
س = ± ٣

---

(١٧) إذا كان $أ^{س} = ب^{س}$ ⇐ س = صفر

مثال $٥^{س} = ٣^{س}$ ⇐ س = صفر فقط

والسبب $٥^{٠} = ١$ ، $٣^{٠} = ١$ ⇐ ١ = ١

مثال $٣^{س-١} = ٥^{س-١}$ (تساوي الأس بالصفر)

س − ١ = صفر ← س = ١

Scanned with CamScanner

أخطاء شائعة

① ضرب الأساس بالأس

$(٢)^{٣} \neq ٢ \times ٣ = ٦$ ، وإنما $(٢)^{٣} = (٢)(٢)(٢) = ٨$

② $-٢^{٢} \neq (-٢)^{٢} = ٤$ ، وإنما $-٢^{٢} = -(٢)(٢) = -٤$ (التربيع للعدد)

③ $(س^{٣})^{٢} = س^{٥}$ خطأ والصواب $(س^{٣})^{٢} = س^{٣ \times ٢} = س^{٦}$

④ $س \times س = ٢س$ خطأ والصواب $س \times س = س^{٢}$

⑤ $س + س = س^{٢}$ خطأ والصواب $س + س = ٢س$

⑥ مربع $٣س = ٣س^{٢}$ خطأ والصواب $(٣س)^{٢} = ٩س^{٢}$

⑦ $س^{٢} = ٩ \Leftarrow س = ٣$ خطأ والصواب $س = ٣$ ، $س = -٣$

⑧ $(جا س)^{٢} \neq جا س^{٢}$ والصواب $جا^{٢} س$

المعلمة محمد عستاملة

المربع الكامل : هو حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه .

المعلمة محمد عستاملة

العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
مربعه الكامل	٠	١	٤	٩	١٦	٢٥	٣٦	٤٩	٦٤	٨١	١٠٠

المكعب الكامل : هو حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه مرتان

العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
مكعبه الكامل	٠	١	٨	٢٧	٦٤	١٢٥	٢١٦	٣٤٣	٥١٢	٧٢٩	١٠٠٠

ملاحظة : الأعداد صفر ، ١ ، ٦٤

هي مربعات كاملة

و مكعبات كاملة

Scanned with CamScanner

الجذور

① الجذر التربيعي ورمزه $\sqrt{\ }$ أو $\sqrt{\ }^{٢}$

الجذر التربيعي للعدد P هو ب إذا كان $ب^{٢} = P$

مثال $\sqrt{٢٥} = ٥$ ، لأن $(٥)^{٢} = (٥)(٥) = ٢٥$

$(-٥)^{٢} = (-٥)(-٥) = ٢٥$

المعلم محمد حتاملة

◉ ليس للعدد السالب جذر تربيعي في مجموعة الأعداد الحقيقية ح

مثال $\sqrt{-٤} \notin$ ح (عدد غير حقيقي) $\notin$ لا ينتمي

◉ الجذر التربيعي للعدد صفر هو صفر

كيفية إيجاد الجذور التربيعية :

① $\sqrt{١} = ١$ ② $\sqrt{٤} = ٢$ ③ $\sqrt{٩} = ٣$

④ $\sqrt{١٦} = ٤$ ⑤ $\sqrt{٢٥} = ٥$ ⑥ $\sqrt{٣٦} = ٦$

⑦ $\sqrt{٤٩} = ٧$ ⑧ $\sqrt{٦٤} = ٨$ ⑨ $\sqrt{٨١} = ٩$

الجذور التربيعية للعدد الحقيقي P

اعداد المعلم محمد حتاملة

هما جذران تربيعيان $\sqrt{P}$ ، $-\sqrt{P}$

---

② الجذر التكعيبي : رمزه $\sqrt[٣]{\ }$

الجذر التكعيبي للعدد P هو ب ، اذا كان $ب^{٣} = P$

مثال $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، لأن $(٢)^{٣} = ٨ = (٢)(٢)(٢) = ٨$

◉ للعدد السالب جذر تكعيبي

مثال $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$ ، لأن $(-٢)^{٣} = (-٢)(-٢)(-٢) = -٨$

◉ الجذر التكعيبي للرقم صفر هو صفر.

كيفية ايجاد الجذور التكعيبية.

① $\sqrt[٣]{١} = ١$ ، $\sqrt[٣]{-١} = -١$

② $\sqrt[٣]{٨} = ٢$ ، $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$

③ $\sqrt[٣]{٢٧} = ٣$ ، $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$

④ $\sqrt[٣]{٦٤} = ٤$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$

⑤ $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$ ، $\sqrt[٣]{-١٢٥} = -٥$

⑥ $\sqrt[٣]{٢١٦} = ٦$ ، $\sqrt[٣]{-٢١٦} = -٦$

Scanned with CamScanner

قوانين الجذور

تنطبق على الجذور التربيعية والتكعيبية و.... والنونية.

◉ الجذور توزع في حالة الضرب والقسمة.

١- في حالة الضرب.

المعلم: محمد حسن عاطلة

$\sqrt[ن]{أ \times ب} = \sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[ن]{ب}$ ، $أ \geq$ صفر ، $ب \geq$ صفر

إذا كانت ن زوجية.

مثال

١) $\sqrt{٢٥ \times ١٦} = \sqrt{٢٥} \times \sqrt{١٦} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

٢) $\sqrt[٣]{١٢٥ \times ٦٤} = \sqrt[٣]{١٢٥} \times \sqrt[٣]{٦٤} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

٣) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٥} \times \sqrt{١٠} = \sqrt{٢ \times ٥ \times ١٠} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

٤) $\sqrt[٣]{٨} \times \sqrt[٣]{-٢٧} \times \sqrt[٣]{١٢٥} = ٢ \times (-٣) \times ٥ = -٣٠$

◉ في حالة كانت ن فردية فإن $أ$ ، $ب \in ح$.

٢- في حالة القسمة.

$\sqrt[ن]{أ} \div \sqrt[ن]{ب} = \sqrt[ن]{\frac{أ}{ب}}$ ◉ حيث $أ \geq$ صفر ، $ب >$ صفر

إذا كانت ن زوجية

◉ اذا كانت ن فردية

$أ \in ح$ ، $ب \in ح - \{$صفر$\}$

مثال

① $\sqrt[٣]{٦٤} \div \sqrt{٩} = ٤ \div ٣ = \frac{٤}{٣}$

② $\sqrt[٣]{١٢٥} \div \sqrt[٣]{١٠٠٠} = ٥ \div ١٠ = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

③ $\sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٢٧}}{\sqrt[٣]{٨}} = \frac{٣}{٢}$

④ $\sqrt{\frac{١٤٤}{١٦٩}} = \frac{\sqrt{١٤٤}}{\sqrt{١٦٩}} = \frac{١٢}{١٣}$

⑤ $\frac{\sqrt{١٠٠}}{\sqrt[٣]{٧٢٩}} = \frac{١٠}{٩}$

Scanned with CamScanner

في حالة الجمع والطرح

الجذور لاتوزع عند إجراء عمليتي الجمع والطرح

- $\sqrt{أ+ب} \neq \sqrt{أ} + \sqrt{ب}$

مثال $\sqrt{١٦+٩} \neq \sqrt{١٦} + \sqrt{٩}$

$\sqrt{٢٥} \neq ٤ + ٣$

$٥ \neq ٧$

خطأ شائع عند الطلاب

$\sqrt{١٦+٩} \neq ٤+٣$

$٧ \neq$

يأخذ الجذر التربيعي لكل عدد لوحده ويبني انه يوجد عملية جمع

حسام حسانين ٠٧٨٨٠٣٤٣٢

- $\sqrt[٣]{أ+ب} \neq \sqrt[٣]{أ} + \sqrt[٣]{ب}$

- $\sqrt{أ-ب} \neq \sqrt{أ} - \sqrt{ب}$

مثال $\sqrt{٣٦-٢٥} \neq \sqrt{٣٦} - \sqrt{٢٥}$

$\sqrt{١١} \neq ٦ - ٥$

$\sqrt{١١} \neq ١$

المعلم محمد حسانين

- $\sqrt[٣]{أ-ب} \neq \sqrt[٣]{أ} - \sqrt[٣]{ب}$

متى يمكن جمع أو طرح الجذور ؟

فقط إذا كان الجذرين المراد جمعهم أو طرحهم جذرين تربيعين أو جذرين تكعيبين وأن يكون ما داخل الجذرين نفس العدد

مثال ① $\sqrt[٣]{٤} + \sqrt[٣]{٤}٧ = \sqrt[٣]{٤}(١+٧) = \sqrt[٣]{٤}٨$

② $\sqrt{٦}٥ - \sqrt{٦}٤ = \sqrt{٦}(٥-٤) = \sqrt{٦}$

لا يمكن الجمع في الحالات التالية :

① $\sqrt{١٣}٢ + \sqrt[٣]{١٣}٣$ (لأنهم جذر تربيعي وجذر تكعيبي)

② $\sqrt{١٥}٧ + \sqrt{١٣}٥$ (لأن ما داخل الجذور غير متساوي)

Scanned with CamScanner

يمكنه ضرب الجذور إذا كانت نفس النوع

مثال ١) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٣ \times ٢} = \sqrt{٦}$

٢) $\sqrt{٧} \times \sqrt{٧} = ٧$ $\quad (\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س)$

٣) $\sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٢٥} = \sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$

◉ لا يمكن ضرب الجذور إذا كان كل جذر من نوع مختلف

مثال $\sqrt{٢} \times \sqrt[٣]{٥}$ (أو تحويل الجذور الى قيمتهم كأعداد ثم ضربهم)

* قسمة الجذور نفس شروط ضرب الجذور

المعلم: محمد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

تبسيط الجذور

لتبسيط الجذور نبحث عن عددين يكون أحدهما مربع كامل

مثال $\sqrt{١٨}$

$١٨ = ٦ \times ٣$
$٩ \times ٢ =$

$\sqrt{١٨} = \sqrt{٦ \times ٣}$ ليست ابسط صورة

$= \sqrt{٩ \times ٢} = \sqrt{٩} \times \sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$

$\sqrt{١٨} = ٣\sqrt{٢}$

مثال $\sqrt[٣]{٥٤}$ نبحث عن عددين يكون أحدهما مكعب كامل

$\sqrt[٣]{٥٤} = \sqrt[٣]{٢٧ \times ٢} = \sqrt[٣]{٢٧} \times \sqrt[٣]{٢}$

$= \sqrt[٣]{٢} \times ٣ = ٣\sqrt[٣]{٢}$

$\Leftarrow \sqrt[٣]{٥٤} = ٣\sqrt[٣]{٢}$

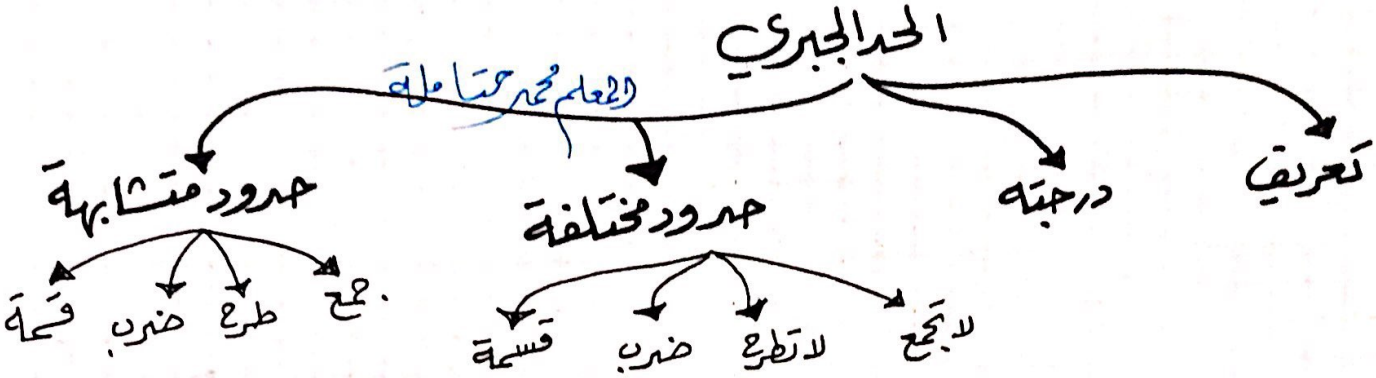
مثال $\sqrt[٣]{٥٠٠} = \sqrt[٣]{١٢٥ \times ٤} = \sqrt[٣]{١٢٥} \times \sqrt[٣]{٤} = ٥\sqrt[٣]{٤}$

مثال $\sqrt{٧٥} = \sqrt{٣ \times ٢٥} = \sqrt{٣} \times \sqrt{٢٥}$

$= ٥\sqrt{٣}$

Scanned with CamScanner

المقادير الجبرية والعمليات عليها



التعريف :

الحد الجبري : هو حاصل ضرب عدد بمتغير أو أكثر

امثلة :

① ٥ س ص^{٢} ← المعامل ٥ ، القسم الرمزي س ص^{٢}

② $-٨ ب^{٣}$ ← المعامل -٨ ، القسم الرمزي $ب^{٣}$

③ ٨ ← المعامل ٨ ، القسم الرمزي (حرف) صفر

④ ل ← المعامل ١ ، القسم الرمزي ل.

درجته : (درجة الحد الجبري)

هي مجموع أسس المتغير (القسم الرمزي)

امثلة :

① ٥ س ص^{٢} ← درجته ← ١+٢ = ٣ ← (من الدرجة الثالثة)

② $-٨ ب^{٣}$ ← من الدرجة الثالثة

③ ٨ ← من الدرجة صفر

④ ل ← من الدرجة الأولى

● الحدود المختلفة (القسم الرمزي غير متساوي)

أمثلة : ① ٥ س ص ، س ص^{٢}

② ٨ ، ٧ ل

③ ٣ س^{٢} ، ٤ س^{٢} ص

④ ع ، ع^{٢}

Scanned with CamScanner

● الحدود المختلفة لا تجمع ولا تطرح ، لأن القسم الرمزي غير متساوي

● ضرب الحدود المختلفة

نضرب الأعداد ببعض والقسم الرمزي ببعض

مثال ① $٥ س^{٢} ص \times (-٨ ع^{٣}) = -٤٠ س^{٢} ص ع^{٣}$

② $٧ س ص^{٢} \times ٣ س^{٢} ص = ٢١ س^{٣} ص^{٣}$

③ $٣ س^{٢} \times ٤ س^{٢} ص = ١٢ س^{٤} ص$

④ $ع \times ع^{٢} = ع^{٣}$

المعلم
محمد حتاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢
(يبقى كما هو)

● قسمة الحدود المختلفة

مثال ① $\frac{٥ س^{٢} ص}{-٨ ع^{٣}} = \frac{س^{٢} ص}{ع^{٣}} \times \frac{٥-}{٨}$

② $\frac{٧ س ص^{٢}}{٣ س^{٢} ص} = \frac{٧ ص}{٣ س}$

③ $\frac{٣ س^{٢}}{٤ س^{٢} ص} = \frac{٣}{٤ ص}$

④ $\frac{ع}{ع^{٢}} = \frac{١}{ع}$

● الحدود المتشابهة : (تحوي نفس القسم الرمزي)

مثال $\frac{-٥}{ص^{٥} ع^{٧}}$ ، $\frac{ص^{٥}}{ع^{٧}}$ ، $\frac{٣ ع^{-\frac{١}{٢}}}{ص^{٥}}$ حدود متشابهة

$٣ س^{٢} ص$ ، $-٤ ص س^{٢}$ ، $\frac{ص س^{٢}}{-٥}$ حدود متشابهة

$٥ س$ ، $٣ س$ ، $-\frac{١}{٢} س$ حدود متشابهة

Scanned with CamScanner

◉ عند جمع أو طرح الحدود المتشابهة (نجمع أو نطرح المعامل ويبقى القسم الرمزي كما هو :-

أمثلة : ① $٥س^{-\frac{١}{٢}} + ٣س^{-\frac{١}{٢}} = (٥+٣+\frac{١}{٢})س^{-\frac{١}{٢}}$

$= ٨\frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}$

② $٣س^{٢}ص^{-٤} ص^{-٣} + \frac{ص}{-٥}س^{٢}$

$= (٣-٤-\frac{١}{٥})س^{٢}ص = -\frac{٦}{٥}س^{٢}ص$

③ $\frac{-٥}{ص^{٢}ع^{٦}} + \frac{ص^{-٥}}{ع^{٦}} + \frac{٣ع^{-\frac{١}{٢}}}{ص^{٥}} = (-٥+١+٣)\frac{ص^{-٥}}{ع^{٦}}$

$= \frac{-ص^{-٥}}{ع^{٦}}$

◉ ضرب وقسمة الحدود المتشابهة :-

مثال ① $٢س^{٢} \times ٣س^{٢} = ٦س^{٤}$

② $\frac{٢س^{٢}}{٣س^{٢}} = \frac{٢}{٣}$

③ $٥س^{٣}ص \times -٢س^{٢}ص = -١٠س^{٥}ص^{٢}$

④ $\frac{٥س^{٣}ص}{-٢س^{٢}ص} = \frac{٥}{-٢}$

⑤ $س^{٢}ص^{٣}ع \times س^{٢}ص^{٢}ع = س^{٤}ص^{٥}ع^{٢}$

⑥ $\frac{س^{٢}ص^{٣}ع}{س^{٢}ص^{٣}ع} = ١$

⑦ $\frac{س}{ل} \times \frac{س}{ل} = \frac{س^{٢}}{ل^{٢}}$

⑧ $\frac{س}{ل} \div \frac{س}{ل} = ١$

⑨ $٧س^{٣} \times ٣س^{-٤} \times -٤س^{٣} = -٨٤س^{٣}$

محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢
الرياضيات

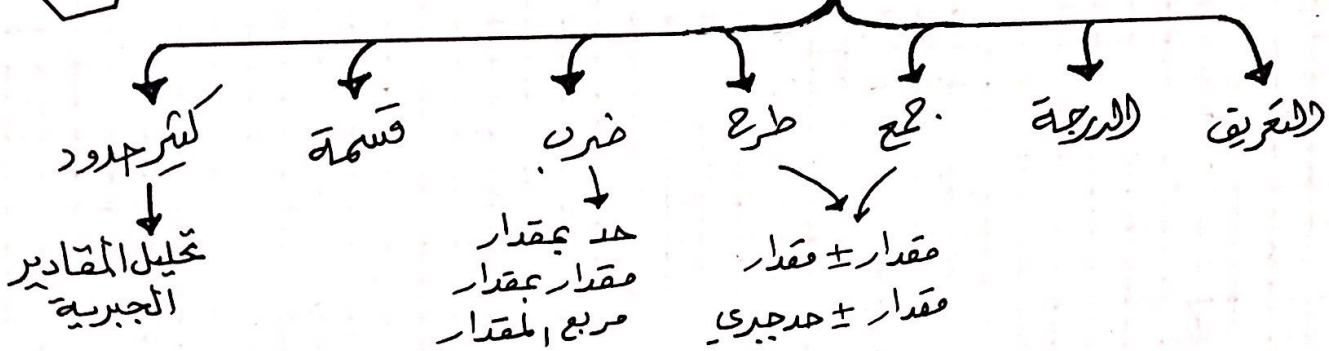
◉ $٧س + ٢س^{٢} \times ٩س - ٥س$

$= ٧س + ١٨س^{٣} - ٥س$

$= ١٨س^{٣} + ٢س$

Scanned with CamScanner

مقدار جبري



◉ **التعريف** : المقدار الجبري : يتكون من حاصل جمع أو طرح عدد من الحدود الجبرية.

المعلم محمد حتاملة ٠٧٨٨٠٣٤٣٢

أمثلة $٢س + ٣ص - ٤ل$ ، $٦س^{٢} - ٧ص + ٨ع ل$

◉ درجة المقدار الجبري .

هي أعلى درجة لحدود المقدار.

مثال ① $٢س + ٣ص - ٤ل$ ⇐ درجتها من الدرجة الأولى

② $٦س^{٢} - ٧ص + ٨ع ل$ ⇐ درجتها من الدرجة الثانية

◉ جمع وطرح المقادير الجبرية

① مقدار + مقدار

مثال : ◇١ $(٢س + ٧ص - ٢ل) + (٥س + ٨ص + ٤ل)$

$= ٢س + ٥س + ٧ص + ٨ص + -٢ل + ٤ل$

$= ٧س + ١٥ص + ٢ل$

◇٢ $(٢س + ٧ص - ٢ل) - (٥س + ٨ص + ٤ل)$

$= ٢س + ٧ص - ٢ل - ٥س - ٨ص - ٤ل$

$= ٢س - ٥س + ٧ص - ٨ص - ٢ل - ٤ل$

$= -٣س - ص - ٦ل$

② مقدار ± حد

◇١ $(٢س^{٢} + ٧ص - ٨ك^{٢}) + ٨ع = ٢س^{٢} + ٧ص - ٨ك^{٢} + ٨ع$

◇٢ $(٨س ص + ٢ع ل - ك) - ٤ك = ٨س ص + ٢ع ل - ٥ك$

Scanned with CamScanner

ضرب الحدود الجبرية وقسمتها

◉ ضرب حد جبري في حد جبري.

١- نضرب معاملات الحدود معاً.

٢- نضرب القسم الرمزي معاً، وعند تساوي الأساس نجمع الأسس.

مثال ① $٢س ص \times ٤ س ص = ٨ س^{٢} ص^{٢}$

② $٥ س ص \times س^{٢} \times ٣ ص ع = (٥ \times ١ \times ٣) \times س \times س^{٢} \times ص \times ص \times ع$

$= ١٥ س^{٣} ص^{٢} ع$

③ $٧ س ص \times ٢ س ص ع^{٣} = ١٤ س^{٢} ص^{٢} ع^{٣}$

محمد حتاملة

قسمة حد جبري على حد جبري

نقسم الإشارات ثم نقسم الأعداد ثم نقسم القسم الرمزي

مثال ① $-١٥ س^{٤} ص^{٤} \div ٣ س^{٣} ص^{٣}$

$= \frac{-١٥ س^{٤} ص^{٤}}{٣ س^{٣} ص^{٣}} = -٥ س ص$

② $٥ س^{٢} \div ٥ س^{٢} = \frac{٥ س^{٢}}{٥ س^{٢}} = ١$

③ $٧ س ص \div ٣ ع ل = \frac{٧ س ص}{٣ ع ل}$ تبقى كما هي

◉ لا يجوز القسمة على صفر $(\frac{٧}{٠})$ كمية غير معرفة

مثال ① $٩ س \times (٢ ص + ٣ ع) = ٩ س \times ٢ ص + ٩ س \times ٣ ع$

$= ١٨ س ص + ٢٧ س ع$

② $ب^{٢} (٥ ب + ٦) = ب^{٢} \times ٥ ب + ب^{٢} \times ٦$

$= ٥ ب^{٣} + ٦ ب^{٢}$

Scanned with CamScanner

٢٧ ضرب مقدار جبري في مقدار جبري

مثال ١ $(٢س + ٣)(٥س - ٢)$

$٢س(٥س - ٢) + ٣(٥س - ٢)$

$١٠س^{٢} - ٤س + ١٥س - ٦ = ١٠س^{٢} + ١١س - ٦$

---

٢ $(٣س + ٢ص)(٥س - ٣ب)$

$٣س(٥س - ٣ب) + ٢ص(٥س - ٣ب)$

$١٥س^{٢} - ٩سب + ١٠سص - ٦بص$

---

٣ $(س - ٢)(س - ٢) = (س - ٢)^{٢}$

المعلم
محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

مربع المقدار (ضرب المقدار بنفسه)

$(س + ص)^{٢} = (س + ص)(س + ص)$

$= س(س + ص) + ص(س + ص)$

$= س^{٢} + سص + سص + ص^{٢}$

$= س^{٢} + ٢سص + ص^{٢}$

$(س + ص)^{٢}$ = مربع الحد الأول + ٢ × الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني

كثير الحدود: هو مقدار جبري جميع حدوده ذا أس صحيح غير سالب.

مثال ١ $٢س^{-٣} + س + ٩$ ، ليست كثيرة حدود، لأن الأس سالب

٢ $-٣س^{\frac{١}{٤}} + ٥س^{٢} - ٦س$ ، ليست كثيرة حدود، لأن الأس غير صحيح

٣ $٥س^{٣} + ٧س^{٢} - ٣$ ، كثيرة حدود

Scanned with CamScanner

خريطة التحليل

- فرق بين مربعين
- مجموع مربعين
- فرق بين مكعبين
- مجموع مكعبين
- اخراج عامل مشترك
- مقدار ثلاثي بسيط
- مقدار ثلاثي غير بسيط
- مقدار ثلاثي على صورة مربع كامل
- التحليل بالتقسيم
- التحليل بأكمال المربع

◉ الفرق بين مربعين

$$س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$$

$$= (\text{الجذر التربيعي} - \text{الجذر التربيعي})(\text{الجذر التربيعي} + \text{الجذر التربيعي})$$

مثال

① $س^٢ - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$

② $٢٥ - س^٢ = (٥ - س)(٥ + س)$

③ $١٦م^٢ - ع^٢ = (٤م - ع)(٤م + ع)$

④ $س^٤ - ل^٦ = (س^٢ - ل^٣)(س^٢ + ل^٣)$

⑤ $١ - س^٢ = (١ - س)(١ + س)$

⑥ $س - ٩ = (\sqrt{س} - ٣)(\sqrt{س} + ٣)$

⑦ $س - ٥ = (\sqrt{س} - \sqrt{٥})(\sqrt{س} + \sqrt{٥})$

⑧ $(س + ٢)^٢ - ٤ = ((س + ٢) - ٢)((س + ٢) + ٢)$

$= س(س + ٤)$

أتصل بحميد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

◉ مجموع مربعين (لا يحلل)

مثال $س^٢ + ٩$ (مقدار أولي لا يحلل)

◉ الفرق بين مكعبين

$$س^٣ - ص^٣ = (س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)$$

(عكس) (نفس)

- $س$: جذر تكعيبي للحد الأول
- $ص$: جذر تكعيبي للحد الثاني
- $ص$ ← دائما موجب

مثال

① $س^٣ - ٢٧ = (س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)$

- $س$: الحد الأول
- ٣: الحد الثاني
- $س^٢$: مربع الحد الأول
- $٣س$: الحد الأول ضرب الحد الثاني
- ٩: مربع الحد الثاني

Scanned with CamScanner

٢٩

٢) $١٠٠٠ - ٦٤ س^{٣} ص^{٣}$

$= (١٠ - ٤ س ص)(١٠٠ + ٤٠ س ص + ١٦ س^{٢} ص^{٢})$

٣) $س - ٨ = (\sqrt[٣]{س} - ٢)((\sqrt[٣]{س})^{٢} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)$

٤) $- ص^{٣} - ١٢٥ = -(ص^{٣} + ١٢٥) = -(ص + ٥)(ص^{٢} - ٥ص + ٢٥)$

٥) $٢٧ - س^{٦} = (٣ - س^{٢})(٩ + ٣ س^{٢} + س^{٤})$

◉ مجموع مكعبين

$س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص)(س^{٢} - ص س + ص^{٢})$

مثال

١) $ص^{٣} + ع^{٣} = (ص + ع)(ص^{٢} - ص ع + ع^{٢})$

٢) $س^{٩} + ص^{٦} = (س^{٣} + ص^{٢})(س^{٦} - س^{٣} ص^{٢} + ص^{٤})$

٣) $س^{٢} + ٧ = (\sqrt[٣]{س^{٢}} + \sqrt[٣]{٧})((\sqrt[٣]{س^{٢}})^{٢} - \sqrt[٣]{٧}\sqrt[٣]{س^{٢}} + (\sqrt[٣]{٧})^{٢})$

محمد حتاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

◉ إخراج عامل مشترك

عامل مشترك
- عدد
- متغير
- عدد ومتغير معاً

مثال

١) $٧س + ١٤ = ٧(س + ٢)$

٢) $س^{٢} + ٤س = س(س + ٤)$

٣) $٣س^{٢} - ٣س = ٣س(س - ١)$

٤) $٨س^{٥} + ٢٧س^{٢} = س^{٢}(٨س^{٣} + ٢٧)$

$= س^{٢}(٢س + ٣)(٤س^{٢} - ٦س + ٩)$

٥) $\frac{١}{٣} س^{٢} - ٣ = \frac{١}{٣}(س^{٢} - ٩) = \frac{١}{٣}(س - ٣)(س + ٣)$

٦) $س^{٧} - ٨س = س(س^{٦} - ٨) = س(س^{٣} - ٢)(س^{٤} + ٢س^{٢} + ٤)$

٧) $\frac{١}{٦} س - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٦}(س - ٣)$

Scanned with CamScanner

تحليل ثلاثي الحدود

الشكل العام $أ س^{٢} \pm ب س + جـ = صفر$

مقدار ثلاثي بسيطا

الحالة الأولى : $أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر$ (إشارات موجبة)

مثال $س^{٢} + ٥ س + ٦ = صفر$

الحل نفتح قوسين ونضع فيهم س مع إشارة موجبة

$(س + ٢)(س + ٣) = صفر$

نضع بالأقواس عددان حاصل ضربهم الحد الثابت ومجموعهم معامل س.

$٦ = (٢)(٣) \Leftarrow ٢ + ٣ = ٥$

الحالة الثانية $أ س^{٢} - ب س + جـ = صفر$

معامل س سالب والحد الثابت موجب

مثال $س^{٢} - ٥ س + ٦ = صفر$ المعلم محمد كمال ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

نفتح قوسين ونضع فيهم س مع إشارة سالبة

$(س - ٢)(س - ٣) = صفر$

للتأكد من الحل نضرب الأقواس ببعض لينتج المقدار الثلاثي.

الحالة الثالثة $أ س^{٢} \pm ب س - جـ = صفر$

مثال ① $س^{٢} + ٥ س - ٦ = صفر$

نفتح قوسين ونضع فيهم س إشارة موجبة لقوس وسالبة لقوس آخر ونضع الرقم الكبير بالتحليل مع إشارة معامل س.

$-٦ = -١ \times ٦$

$٦ \times ١ =$

$-١ + ٦ = ٥ \rightarrow$

٦ موجب

-١ سالب

$(س + ٦)(س - ١) = صفر$

---

② $س^{٢} - ٥ س + ٦ = صفر$

$(س - ٢)(س - ٣) = صفر$

Scanned with CamScanner

الحالة الرابعة:
إذا كان معامل $س^2$ سالب (نأخذ عامل مشترك)

مثال $-س^2 + ٥س + ٦ =$ صفر

الحل $-(س^2 - ٥س - ٦) =$ صفر

$-(س - ٦)(س + ١) =$ صفر

$س - ٦ = ٠$ | $س + ١ = ٠$

$س = ٦$ | $س = -١$

الحالة الخامسة (تحليل مقدار ثلاثي على صورة مربع كامل)

مثال

١) $س^2 + ٦س + ٩ = (س + ٣)(س + ٣) = (س + ٣)^2$

٢) $س^2 - ١٠س + ٢٥ = (س - ٥)(س - ٥) = (س - ٥)^2$

٣) $س^2 + ٢س + ١ = (س + ١)(س + ١) = (س + ١)^2$

الحالة السادسة (تحليل مقدار ثلاثي غير بسيط) $أ \neq ١$

محمد حتاملة

مثال ١ $٢س^2 + ٣س + ١$

المطلوب: عددان حاصل ضربهم معامل $س^2$ بالثابتة ومجموعهم معامل $س$.

المطلوب: عددان حاصل ضربهم $٢ \times ١ = ٢$ ومجموعهم معامل $س$.

$٢ \times ١ = ٢$ $\Leftarrow$ $٢ + ١ = ٣$ $\Leftarrow$ نكتب معامل $س$ على شكل مجموع عددان

$\Leftarrow$ $٢س^2 + (٢ + ١)س + ١$

$٢س^2 + ٢س + س + ١$ (نأخذ عامل مشترك من كل حدين)

$٢س(س + ١) + (س + ١)$ نأخذ $(س + ١)$ عامل مشترك

$(س + ١)(٢س + ١)$

$\Leftarrow$ $٢س^2 + ٣س + ١ = (٢س + ١)(س + ١) = (س + ١)(٢س + ١)$

Scanned with CamScanner

٢) $-٣س^{٢} + ٧س + ٦$

$-٣س^{٢} + (٩-٢)س + ٦$

$-٣س^{٢} + ٩س - ٢س + ٦$

$-٣س(س-٣) - ٢(س-٣)$

$(س-٣)(-٣س-٢)$

محمد حسنا ملك

عددان حاصل ضربهما -٣×٦ ومجموعهما ٧

$-١٨ = (-١)(١٨)$

$= (٩-)(٢)$

$= (٦-)(٣)$

$= ٩ + (٦-) = ٧$

---

٣) $١٥س^{٢} + ٧س - ٤$

---

٤) $٣س^{٢} - ١٧س - ٦$

---

٥) $٢٥س^{٢} - ٤٠س + ١٦ = (٥س-٤)(٥س-٤)$

$= (٥س-٤)^{٢}$

Scanned with CamScanner

التحليل بالتقسيم :

طريقة التقسيم ⇐ المقدار

$$= أ س + ب س + أ ص + ب ص$$
$$= (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص)$$
$$= س (أ + ب) + ص (أ + ب)$$
$$= (أ + ب)(س + ص)$$

مثال ١ $س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٩ س - ٢٧$

$س^{٢}(س - ٣) + ٩ (س - ٣)$

$(س - ٣)(س^{٢} + ٩)$

يجب جعل معامل س متساوي في القوسين .

---

٢ $٣ س^{٢} - ١٩ س + ٦$

$٣ س^{٢} + (-١ - ١٨) س + ٦$

$٣ س^{٢} - ١٨ س - س + ٦$

$٣ س (س - ٦) - (س - ٦)$

$(٣ س - ١)(س - ٦)$

محمد حسن عطية ٠٧٨٨٠٣٤٣٢

---

٣ $١٥ س^{٢} - ٧ س - ٤$

Scanned with CamScanner

التحليل بإكمال المربع

(نضيف ونطرح ($\frac{1}{2}$ معامل س)^{2}

مثال $س^{2} + ٤س - ٥$

الحل معامل س = ٤ $\Leftarrow$ ($\frac{1}{2}$ معامل س)^{2} = ($\frac{1}{2} \times ٤$)^{2} = $(٢)^{2}$ = ٤

$س^{2} + ٤س + ٤ - ٥ - ٤$

$س^{2} + ٤س + ٤ - ٩$

$(س + ٢)^{2} - ٩$

وتحول الى $(س + \quad)^{2}$

الطريقة العامة لحل مقدار ثلاثي

(باستخدام القانون العام)

القانون العام $أ س^{2} + ب س + جـ$

$$س_{١،٢} = \frac{-ب \mp \sqrt{\text{المميز}}}{٢أ}$$

$$س_{١} = \frac{-ب + \sqrt{\text{المميز}}}{٢أ}$$

$$س_{٢} = \frac{-ب - \sqrt{\text{المميز}}}{٢أ}$$

المميز $= \Delta = ب^{2} - ٤أجـ$

① $\Delta > ٠$ ، حلان مختلفان

② $\Delta = ٠$ ، حل مكرر

③ $\Delta < ٠$ ، ليس لها حل حقيقي

حسام محمد سلامة ٠٧٨٨٠٣٤٣٤

مثال ① $س^{2} + س + ٢$

$أ = ١$ ، $ب = ١$ ، $جـ = ٢$ $\Leftarrow$ $\Delta = \text{المميز} = (١)^{2} - ٤(١)(٢)$

$١ - ٨ = -٧ < ٠$

ليس لها حل ضمن مجموعة الاعداد الحقيقية (ح)

---

② $س^{2} + ٤س + ٤$

$أ = ١$ ، $ب = ٤$ ، $جـ = ٤$

$\Delta = ب^{2} - ٤أجـ$

$= (٤)^{2} - ٤(١)(٤)$

$= ١٦ - ١٦ = ٠$

$$س_{١} = \frac{-ب + \sqrt{\Delta}}{٢أ}$$

$$= \frac{-٤ + ٠}{٢} = -٢$$

$س_{٢} = -٢$ (لانه حل مكرر)

Scanned with CamScanner

$٣س^{٢} + ١١س + ٦$

$أ = ٣$ ، $ب = ١١$ ، $جـ = ٦$

$س_{١} = \frac{-ب + \sqrt{المميز}}{٢أ} = \frac{-١١ + \sqrt{٤٩}}{(٣)٢} = \frac{-١١ + ٧}{٦} = \frac{-٤}{٦} = -\frac{٢}{٣}$

$س_{٢} = \frac{-ب - \sqrt{المميز}}{٢أ} = \frac{-١١ - \sqrt{٤٩}}{(٣)٢} = \frac{-١١ - ٧}{٦} = \frac{-١٨}{٦} = -٣$

$المميز = ب^{٢} - ٤أجـ$

$= (١١)^{٢} - ٤(٣)(٦)$

$= ١٢١ - ٧٢$

$= ٤٩ > ٠$

تحلل وطبعا جذران مختلفان

مفكوك القوس

الحالة الأولى : (المربع الكامل)

$(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

$(س - ص)^{٢} = س^{٢} - ٢س ص + ص^{٢}$

} الفرق بينهم هو إشارة الحد الأوسط

مثال

محمد حشامل ٠٧٨٨٠٢٤٣٢

١) $(س + ٥)^{٢} = س^{٢} + ١٠س + ٢٥$

٢) $(س - ٥)^{٢} = س^{٢} - ١٠س + ٢٥$

٣) $(٢س + ٤)^{٢} = ٤س^{٢} + ١٦س + ١٦$

٤) $٣(٣ - ٢س)^{٢} = ٣(٩ - ١٢س + ٤س^{٢}) = ٢٧ - ٣٦س + ١٢س^{٢}$

٥) $(-٦ + ٣ب)^{٢} = ٣٦ - ٣٦ب + ٩ب^{٢}$

الحالة الثانية : (المكعب الكامل)

$(س + ص)^{٣} = س^{٣} + ٣ص س^{٢} + ٣ص^{٢}س + ص^{٣}$

$(س - ص)^{٣} = س^{٣} - ٣ص س^{٢} + ٣ص^{٢}س - ص^{٣}$

مثال ١) $(٢س + ١)^{٣} = ٨س^{٣} + ٦س + ١٢س^{٢} + ١$

٢) $(٢ - ٣س)^{٣} = ٨ - ٣٦س + ٥٤س^{٢} - ٢٧س^{٣}$

Scanned with CamScanner

الحالة الثالثة :

١) $س(س \mp ب) = س^{٢} \mp ب س$ (ضرب حد جبري بمقدار جبري)

٢) $م(س \mp ب) = م س \mp م ب$ ($م، ب$ أعداد)

مثال

١) $س(س+٤) = س^{٢} + ٤س$

٢) $٥(٢س-٦) = ١٠س - ٣٠$

الحالة الرابعة :

١) $(م-ب)(م+ب) = م^{٢} - ب^{٢}$ (فرق بين مربعين)

٢) $(م-ب)(م-ب) = (م-ب)^{٢}$

مثال

١) $(س-٣)(س+٣) = س^{٢} - ٩$

٢) $(س-٣)(س-٣) = (س-٣)^{٢} = س^{٢} - ٦س + ٩$

الحالة الخامسة :

١) $(م-ب)^{ن}(م+ب)^{ن} = (م^{٢}-ب^{٢})^{ن}$

٢) $(م \pm ب)^{ن}(م \pm ب)^{ل} = (م \pm ب)^{ن+ل}$

مثال

١) $(س-٣)^{٣}(س+٣)^{٣} = (س^{٢}-(٣)^{٢})^{٣} = (س^{٤}-٩)^{٣}$

٢) $(\frac{١}{٢}+٨س)^{٦}(\frac{١}{٢}+٨س)^{-٨} = (\frac{١}{٢}+٨س)^{-٢}$

$= \frac{١}{(\frac{١}{٢}+٨س)^{٢}}$

Scanned with CamScanner

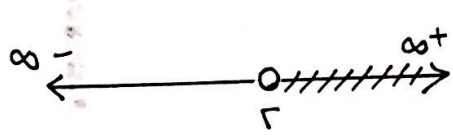
المتباينات

* إذا كان أ ، ب عددان

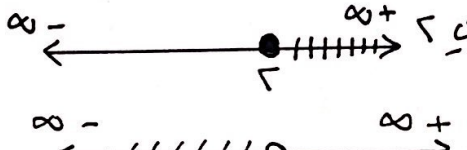
١) أصغر من ⇐ أ < ب ⇐ أ أصغر من ب ⇐ ٢ < ٥
٢) أصغر منه أو يساوي ب ، أ ≤ ب ⇐ أ أصغر من أو يساوي ب ، ٢ ≤ ٢
٣) أكبر من ⇐ أ > ب ⇐ أ أكبر من ب ⇐ ٥ > ٢
٤) أكبر من أو يساوي ⇐ أ ≥ ب ⇐ أ أكبر من أو يساوي ب ⇐ ٥ ≥ ٥

مثال

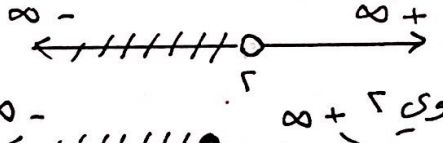
١) س > ٢ ⇐ كل الأرقام التي أكبر من ٢



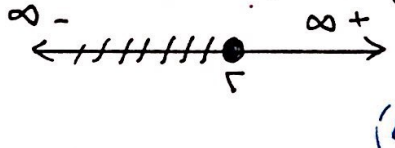
٢) س ≥ ٢ ⇐ الأرقام التي أكبر من أو تساوي ٢



٣) س < ٢ ⇐ كل الأرقام التي أقل منه ٢



٤) س ≤ ٢ ⇐ كل الأرقام التي اقل من أو تساوي ٢



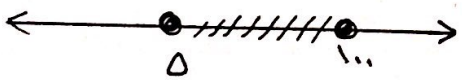
محمد صقر ٠٧٨٨٠٣٤٣٢

٥) -٣ < س < ٥

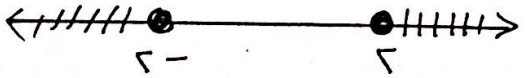
الأعداد المحصورة بين -٣ ، ٥



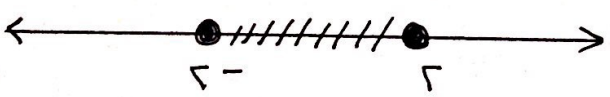
٦) ٥ ≤ س ≤ ١٠٠



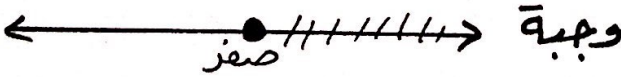
٧) س ≤ ٢ ، س ≥ -٢



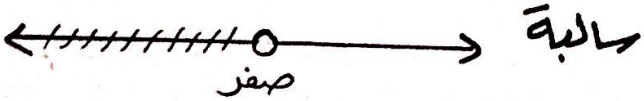
٨) -٢ ≤ س ≤ ٢



٩) س ≥ صفر فترة موجبة



١٠) س > صفر فترة سالبة



Scanned with CamScanner

• من أجل إيجاد حل للمتباينة يجب التعرف على الفترات

الفترات

المحدودة

- فترة مفتوحة ( )
- فترة مغلقة [ ]
- فترة نصف مفتوحة ونصف مغلقة } [ )، ( ]

غير المحدودة

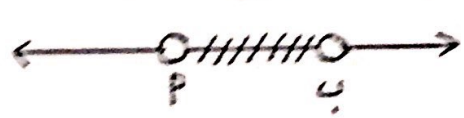
- س ≥ أ
- س > أ
- س ≤ أ
- س < أ

الفترات المحددة

١) الفترة المفتوحة : (أ ، ب) أ ، ب لا تنتمي للفترة

(أ ، ب) = { س : أ < س < ب }

حد أدنى ، حد أعلى



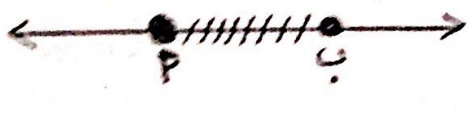
مثال (٢ ، ١٠) = { س : ٢ < س < ١٠ }



---

٢) الفترة المغلقة : [أ ، ب] أ ، ب تنتمي للفترة

[أ ، ب] = { س : أ ≤ س ≤ ب }



مثال [٢ ، ١٠] = { س : ٢ ≤ س ≤ ١٠ }

المعلم
محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٣٤٣٢٢

Scanned with CamScanner

الفترة نصف المفتوحة نصف مغلقة :

١) $[أ ، ب) = \{س : أ \leq س < ب\}$



٢) $(أ ، ب] = \{س : أ < س \leq ب\}$

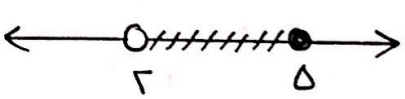


مثال

$[٢ ، ٥) = \{س : ٢ \leq س < ٥\}$

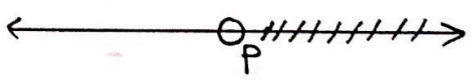


$(٢ ، ٥] = \{س : ٢ < س \leq ٥\}$

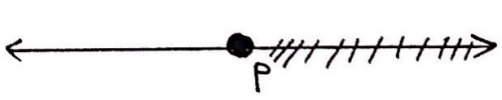


الفترات غير المحدودة : (عند ∞ ، $-\infty$ نضع رمز الفترة المفتوحة)

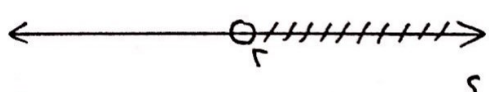
١) $(أ ، \infty) = \{س : س > أ\}$



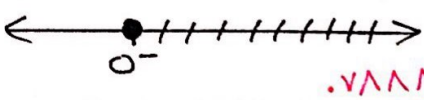
٢) $[أ ، \infty) = \{س : س \geq أ\}$



مثال ① $(٢ ، \infty) = \{س : س > ٢\}$

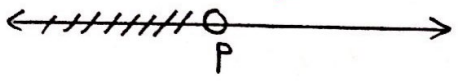


② $[-٥ ، \infty) = \{س : س \geq -٥\}$



محمد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

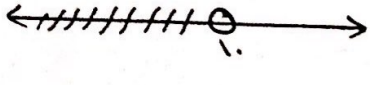
٣) $(-\infty ، أ) = \{س : س < أ\}$



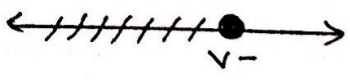
٤) $(-\infty ، أ] = \{س : س \leq أ\}$



مثال $(-\infty ، ١٠) = \{س : س < ١٠\}$



$(-\infty ، -٧] = \{س : س \leq -٧\}$



الرمز ○ عند العدد يعني أن العدد ليس ضمن الفترة.

الرمز ● عند العدد يعني أن العدد ضمن الفترة.

Scanned with CamScanner

مجموعة الاعداد هي فترات غير محدودة

١) الأعداد الطبيعية :

ط = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ..... }

ط : رمز للأعداد الطبيعية

ولا يوجد عدد

ط- : رمز للأعداد غير الطبيعية

ولا يوجد عدد

٢) الأعداد الصحيحة :

ص = {∓١، ∓٢، ∓٣، ∓٤، ..... }

٣) الأعداد النسبية :

ن ⇐ الاعداد على صورة $\frac{أ}{ب}$ ، أ، ب أعداد صحيحة، ب ≠ صفر

ويكون الصورة العشرية للعدد النسبي إما عدد عشري منتهي أو دوري .

٤) الأعداد غير النسبية :

هو العدد الذي لا يمكن كتابته على صورة $\frac{أ}{ب}$

◉ الصورة العشرية للعدد النسبي ليست منتهية أو دورية

٥) مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

وهي تضم كل مجموعات الأعداد التي تم ذكرها

ح = (-∞ ، ∞) ⇐



محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

Scanned with CamScanner

نعود الى حل المتباينات الخطية والتربيعية:

المتباينات الخطية ⇐ الصورة العامة

١) $أ س + ب \leq جـ$ ٢) $أ س + ب \geq جـ$

٣) $أ س + ب < جـ$ ٤) $أ س + ب > جـ$

ما المقصود بحل المتباينة الخطية ؟

هو إيجاد قيمة (قيم) المتغير التي عند تعويضها في المتباينة تكون العبارة الناتجة عبارة صحيحة.

مثال جد مجموعة حل المتباينة في ح

١) $٢س \geq ٦ \Leftarrow \frac{٢}{٢}س \geq \frac{٦}{٢} \Leftarrow س \geq ٣ \Leftarrow س \in [٣، \infty)$

٢) $-٤س > ٨ \Leftarrow \frac{-٤س}{-٤} < \frac{٨}{-٤} \Leftarrow س < -٢ \Leftarrow س \in (-\infty، -٢)$

عند الضرب أو القسمة بعدد سالب نعكس اشارة المتباينة

٣) $٢س - ٣ \geq ١ \Leftarrow ٢س - ٣ + ٣ \geq ١ + ٣$

$\frac{٢}{٢}س \leq \frac{٤}{٢}$

$س \leq ٢$

$س \in (-\infty، ٢]$

عند اضافة أو طرح نفس الرقم لطرفي المتباينة لانعكس اشارة المتباينة

محمد حسامله ٠٧٨٨٠٣٤٣٢

٤) $٢س + ٣ > ٥$

$٢س + ٣ - ٣ > ٥ - ٣ \Leftarrow$

$\frac{٢}{٢}س > \frac{٢}{٢}$

$س > ١$ $س \in (١، \infty -)$

Scanned with CamScanner

٥) $٣ \leq ٢س - ٥ < ٧$ (نضيف ٥ للأطراف)

$٣+٥ \leq ٢س - ٥ + ٥ < ٧+٥$

$\frac{٨}{٢} \leq \frac{٢س}{٢} < \frac{١٢}{٢}$

$٤ \leq س < ٦$ $\quad س \in [٤، ٦)$

---

٦) $-٣ \leq ٤ - ٣س \leq ٥$ (نطرح ٤ من الأطراف)

$-٣-٤ \leq ٤-٤-٣س \leq ٥-٤$

$\frac{-٧}{-٣} \geq \frac{-٣س}{-٣} \geq \frac{١}{-٣}$

$\frac{٧}{٣} \geqslant س \geqslant \frac{-١}{٣}$ $\quad س \in [\frac{-١}{٣}، \frac{٧}{٣}]$

محمد حتاملة ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

الحسابيك ← التربيعية ⇐ الصورة العامة

١) $أ س^٢ + ب س + جـ \leqslant د$ $\quad$ ٣) $أ س^٢ + ب س + جـ \geqslant د$

٢) $أ س^٢ + ب س + جـ \leqslant د$ $\quad$ ٤) $أ س^٢ + ب س + جـ < د$

حيث $أ، ب، جـ، د \in ح$

أمثلة

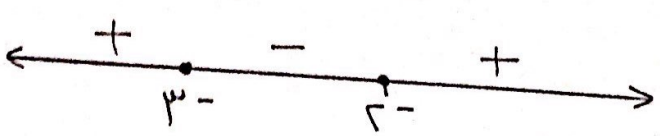
١) $س^٢ + ٥س + ٦ \leqslant$ صفر

$(س+٢)(س+٣) \leqslant$ صفر

$س + ٢ = ٠ \therefore$ | $س + ٣ = ٠ \therefore$

$س = -٢$ | $س = -٣$

نضعهم على خط الأعداد ونبحث عن الإشارة بتعويض أعداد في الصيغ التربيعية



تكون فترة الحل $[-٣، -٢]$ لأن المطلوب الفترة السالبة (أقل من صفر)

Scanned with CamScanner

٢) $س^{٢} > صفر \Leftarrow ح - \{صفر\}$

٣) $س^{٢} \geq صفر \Leftarrow ح$

٤) $س^{٢} < صفر \Leftarrow$ ليس لها حل ضمن ح

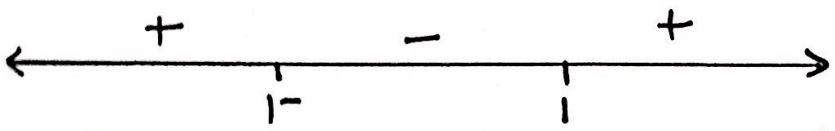
٥) $س^{٢} \leq صفر \Leftarrow \{٠\}$

٦) $س^{٢} \leq ١ \Leftarrow س^{٢} - ١ \leq ١ - ١$

$س^{٢} - ١ \leq صفر \Leftarrow (س - ١)(س + ١) \leq صفر$

$س - ١ = صفر$ ، $س = ١$

$س + ١ = صفر$ ، $س = -١$



$\Leftarrow$ فترة الحل

$\Leftarrow [١ ، \infty) ، (-\infty ، -١]$

محمد حسام حامل ٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

٧) $س^{٢} + ٤س + ٤ \leq صفر$

$(س + ٢)^{٢} \leq صفر$

$س + ٢ = ٠ \therefore س = -٢$ ، فترة الحل $\Leftarrow ح$

٨) $س^{٢} + ٤س + ٤ < صفر$

$(س + ٢)^{٢} < صفر$

$\Leftarrow$ لا يوجد لها حل ضمن ح

Scanned with CamScanner

أنواع كثيرات الحدود

- ثابت
- خطي
- تربيعي
- تكعيبي

- الإقتران الثابت (مجاله ح) ومداه قيمة م
- يسمى ثابت لأنه عند تعويض أي عدد بالإقتران يكون الناتج نفسه

إقتران ثابت

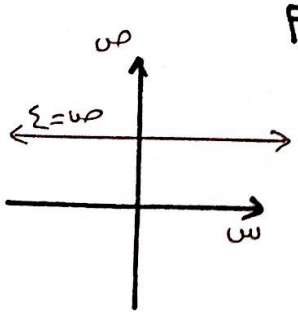
خط مستقيم يوازي محور السينات أفقي

ق(س) = م

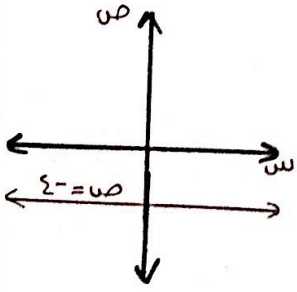
ص = م

مثال

١) ص = ٤



٢) ص = -٤



٣) ص = صفر

محور السينات

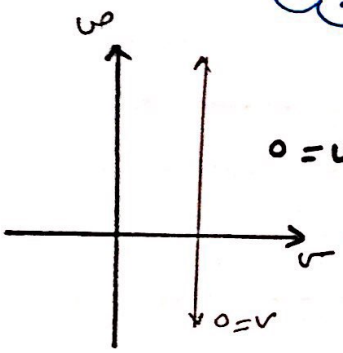
مميله = صفر

عمودي

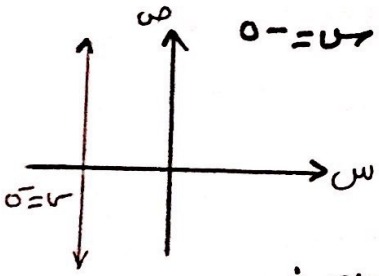
س = م

محمد حنا ملك
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

١) س = ٥



٢) س = -٥



٣) س = ∴

محور الصادات

مميله غير معروف

مثال إذا كان ق(س) = ٦

أوجد ق(٠) ، ق(١) ، ق(٢)

الحل ق(٠) = ٦ ، ق(١) = ٦ ، ق(٢) = ٦

Scanned with CamScanner

الاقتران الخطي

- الشكل العام
- المجال والمدى
- الرسم والإزاحة
- التزايد والتناقص الثابت
- نقاط التقاطع مع محوري الإحداثيات
- معادله الخط المستقيم وحلها وصيغها
- مستقيمان متوازية متعامدة
- مسافه بين نقطتين وخصائصها

• الشكل العام :

ص = أ س + ب

- أ ≠ صفر : اقتران خطي
- أ = صفر : ص = ب ، اقتران ثابت ، ص = ٥
- أ = ١ ، ب = صفر : ص = س ، ق(س) = س ، الاقتران الخطي (المحايد) ، ق(س) = س

محمد حسنا ملاك ٠٧٨٨٠٠٠٠٠

مثال ص = ٢س + ٣

المجال والمدى

- المجال : ح
- المدى : ح

- الرسم والإزاحة :

ق(س) = س

ق(س) = س + ١

ق(س) = س − ١

تزايد (أ > صفر) معامل س

ق(س) = −س

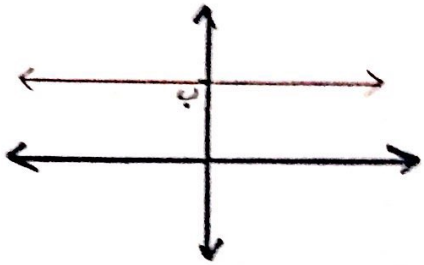
ق(س) = −س + ١

ق(س) = −س − ١

متناقص (أ < صفر) معامل س

Scanned with CamScanner

الثابت ⇐ معامل س = صفر ⇐ ص = ب



المقطع السيني والمقطع الصادي (نقاط التقاطع)

لإيجاد المقطع الصادي ⇐ نعوض س = صفر

ص = م س + ب ⇐ ص = م (صفر) + ب ⇐ **ص = ب**

⇐ المقطع الصادي ⇐ (صفر ، ب)

لإيجاد المقطع السيني نعوض ص = صفر

ص = م س + ب ⇐ صفر = م س + ب ⇐ م س = −ب ⇐ **س = −ب/م**

⇐ المقطع السيني (−ب/م ، صفر)

مثال أوجد المقطع السيني والصادي حيث ق(س) = ٥ س − ٣

الحل مقطع صادي ⇐ (صفر ، ب) ⇐ (صفر ، −٣)

مقطع سيني ⇐ ق(س) = صفر ⇐ ٥ س − ٣ = صفر

٥ س = ٣

س = ٣/٥

المقطع السيني (٣/٥ ، صفر)

محمد حشاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

الاقتران الخطي هو خط مستقيم مائل وميله يساوي معامل س اذا كان مكتوب بالشكل العام ص = م س + ب

مثال أوجد الميل

① ص = −٢ س + ١

(م = −٢)

② ٣ ص = ٥ س + ٤

٣/٣ ص = ٥/٣ س + ٤/٣

ص = ٥/٣ س + ٤/٣

(م = ٥/٣)

③ ٥ ص + ٤ س + ٥ = صفر

٥ ص = −٤ س − ٥

٥ ص/٥ = −٤/٥ س − ٥/٥

ص = −٤/٥ س − ١

(م = −٤/٥)

م > صفر متزايد

م < صفر متناقص

م = صفر ثابت

Scanned with CamScanner

معادلة الخط المستقيم ⇐ $أ س + ب ص = جـ$

لحل معادلة الخط المستقيم نجد قيم س التي تحقق المعادلة :

مثال : أوجد حل معادلة الخط المستقيم

① $٢س + ٥ = ٩ \Leftarrow ٢س + ٥ - ٥ = ٩ - ٥$

$٢س = ٤$

$\frac{٢}{٢}س = \frac{٤}{٢}$

$س = ٢$

② $٣س - ٥ = ٧س + ٤$

$-٥ - ٤ = ٧س - ٣س$

$-٩ = ٤س$

$\frac{-٩}{٤} = \frac{٤س}{٤} \Leftarrow س = \frac{-٩}{٤}$

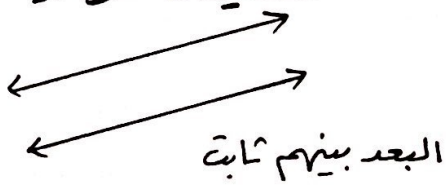
محمد حسام
٠٧٨٨٠٣٤٣٢٦

مستقيمات ← **متوازية** : إذا كان ميل الأول = ميل الثاني

متعامدة : • إذا كان حاصل ضرب ميل الأول في ميل الثاني = -١

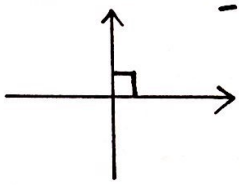
• أو اذا كانت الزاوية بينهم قائمة

مستقيمات متوازية



البعد بينهم ثابت

مستقيمات متعامدة



مثال حدد المستقيمات المتوازية و المتعامدة :

① $ص = ٥س + ٤$

② $٢ص - ١٠س + ٨ =$ صفر

③ $ص + \frac{١}{٥}س - ٣ =$ صفر

الحل : نجد الميل

① $ص = ٥س + ٤$

$م = ٥$

② $٢ص = ١٠س - ٨$

$ص = ٥س - ٤ \Leftarrow م = ٥$

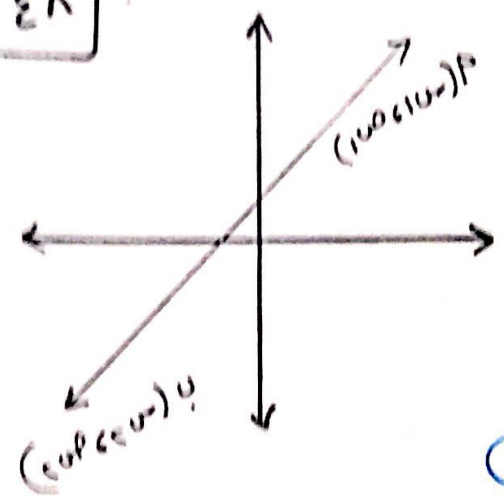
$م_١ = م_٢ = ٥ \Leftarrow$ ① و ② متوازيان

③ $ص = -\frac{١}{٥}س + ٣ \Leftarrow م = -\frac{١}{٥}$

$\Leftarrow ٥ \times -\frac{١}{٥} = -١$

① و ③ ، ② و ③ متعامدان

Scanned with CamScanner



• قانون المسافة بين نقطتين

$$ف = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

• قانون منتصف المسافة بين نقطتين

$$م = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$$

محمد حنا ملك
٠٧٨٨٨٠٢٤٢٢

مثال ١) أوجد المسافة بين النقطتين $(-٣، ٥)$ ، $(٢، ٤)$

٢) أوجد منتصف المسافة بين النقطتين $(-٣، -٥)$ ، $(٢، ٤)$

الحل ① $ف = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

$$= \sqrt{(٢ - (-٣))^2 + (٤ - (-٥))^2}$$

$$= \sqrt{(٥)^2 + (٩)^2} = \sqrt{٢٥ + ٨١} = \sqrt{١٠٦}$$

② $م = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$

$$= \left(\frac{-٣ + ٢}{2} ، \frac{-٥ + ٤}{2} \right) = \left(\frac{-١}{2} ، \frac{-١}{2} \right)$$

• لإيجاد معادلة الخط المستقيم

$ص - ص_1 = م (س - س_1)$ ⇐ $(س_1، ص_1)$ نوع مرتب

$م$ ⇐ ميل

مثال أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل وميلها ٥

الحل $ص - ص_1 = م (س - س_1)$

$ص - صفر = ٥ (س - صفر)$

$ص = ٥ س$

نقطة الأصل $(س_1 صفر، ص_1 صفر)$

Scanned with CamScanner

الاقتران التربيعي (المقطع المكافئ)

↓

الشكل العام

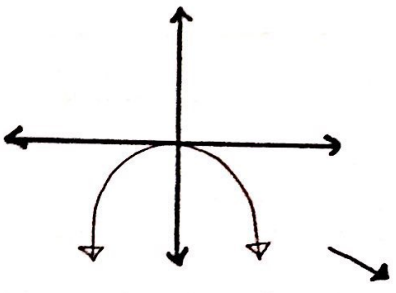
ق(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ، ب ، جـ ∈ ح ، أ ≠ ٠

أ = صفر
ق(س) = ب س + جـ
↓
يصبح اقتران خطي

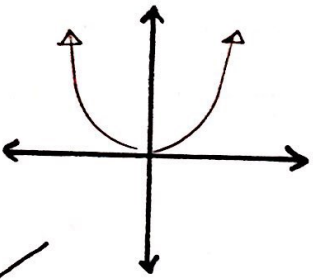
أ ≠ صفر (اقتران تربيعي)

أ > صفر
↓
مقعر للأعلى
↓
له قيمة صغرى

أ < صفر
↓
مقعر للأسفل
↓
له قيمة عظمى



ق(س) = س^{٢}



ق(س) = − س^{٢}

احداثيات رأس القطع المكافئ

$\left(\frac{-ب}{٢أ} ، ق\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$

أ > صفر
المدى
$[ق\left(\frac{-ب}{٢أ}\right) ، \infty)$

أ < صفر
المدى
$(-\infty ، ق\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)]$

محور التماثل ← ق(س) = س^{٢} ، ق(س) = − س^{٢} ⇐ محور الصادات

محمد حنا ملك
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

Scanned with CamScanner

• لرسم الاقتران التربيعي يجب إيجاد

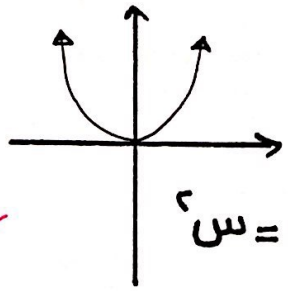
١ • احداثيات رأس القطع المكافئ

٢ • معامل $س^2$ (تحديد الاتجاه (التقعر))

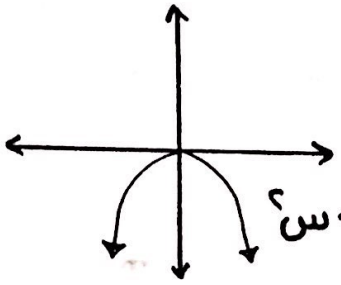
٣ • نقاط التقاطع مع محور السينات والصادات

مثال

١) $ف(س) = س^2$



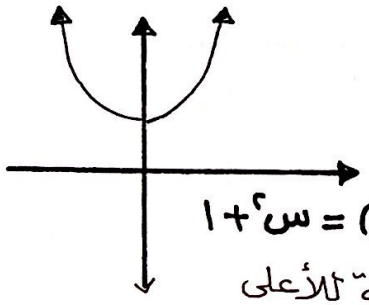
٢) $ف(س) = -س^2$



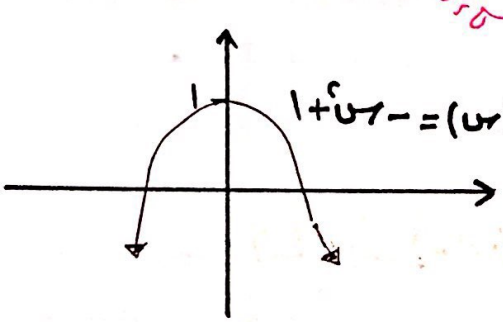
حسام حسن محمد

٣) $ف(س) = س^2 + ١$

إزاحة للأعلى بمقدار ١

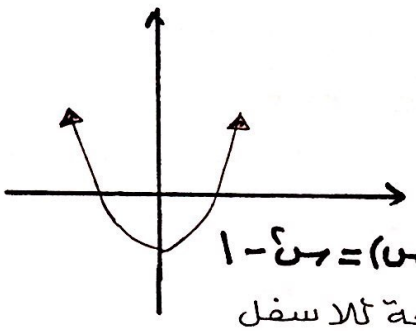


٤) $ف(س) = -س^2 + ١$

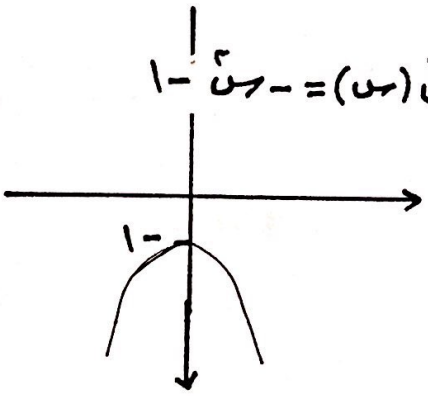


٥) $ف(س) = س^2 - ١$

إزاحة للاسفل بمقدار ١

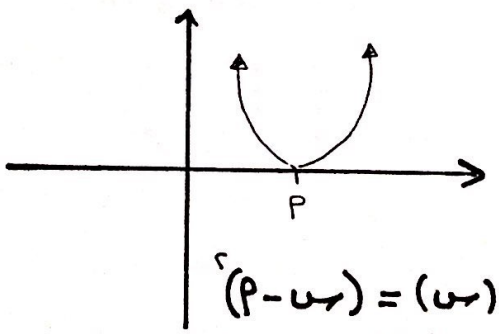


٦) $ف(س) = -س^2 - ١$

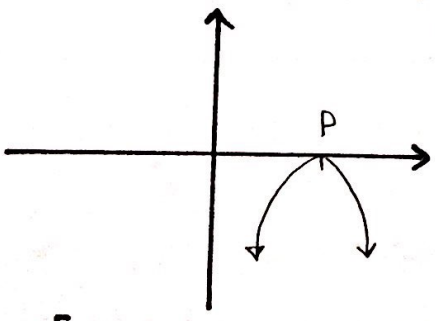


٧) $ف(س) = (س - ب)^2$

إزاحة الى اليمين بمقدار P



٨) $ف(س) = -(س - ب)^2$

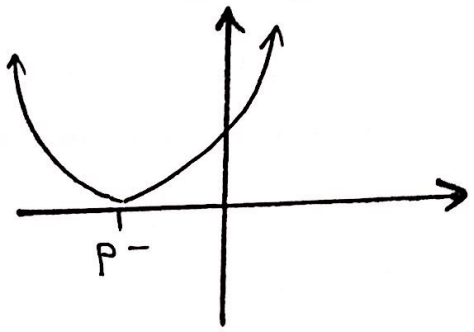


Scanned with CamScanner

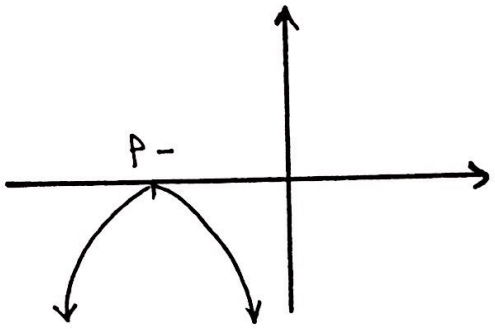
٥١

٩) $ف(س) = (س + ٢)^{٢}$

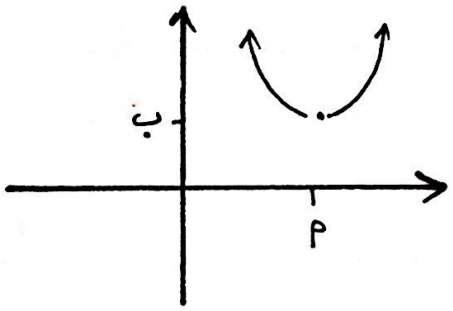
إتجاه لليسار



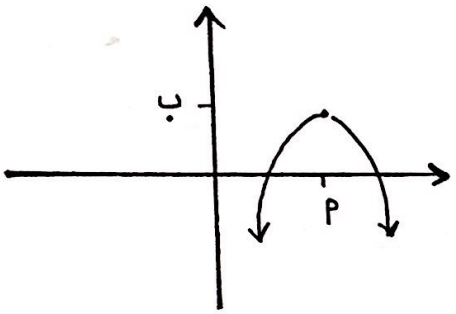
١٠) $ف(س) = -(س + ٢)^{٢}$



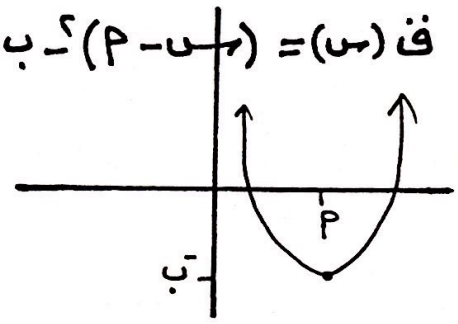
١١) $ف(س) = (س - ٢)^{٢} + ب$



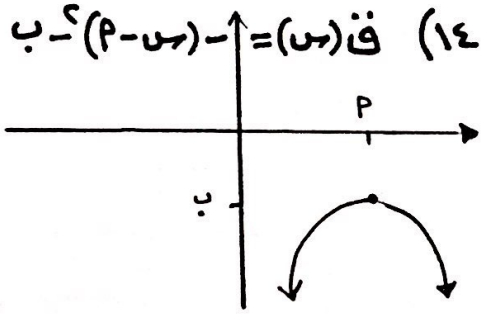
١٢) $ف(س) = -(س - ٢)^{٢} + ب$



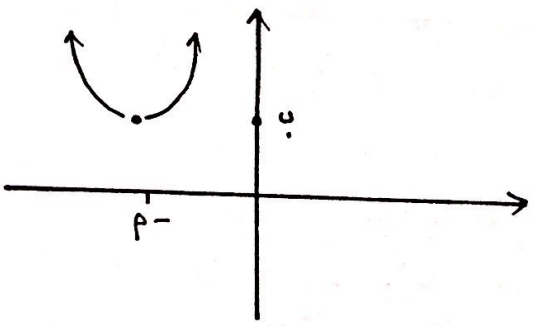
١٣) $ف(س) = (س - ٢)^{٢} - ب$



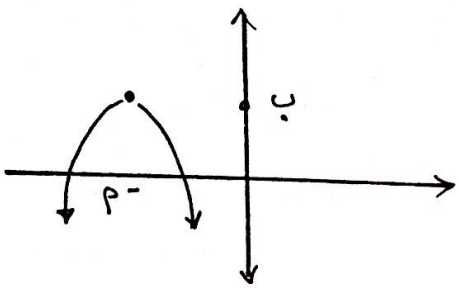
١٤) $ف(س) = -(س - ٢)^{٢} - ب$



١٥) $ف(س) = (س + ٢)^{٢} + ب$



١٦) $ف(س) = -(س + ٢)^{٢} + ب$

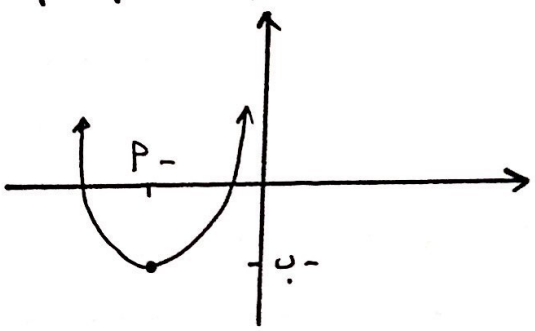


محتاج مدرس

Scanned with CamScanner

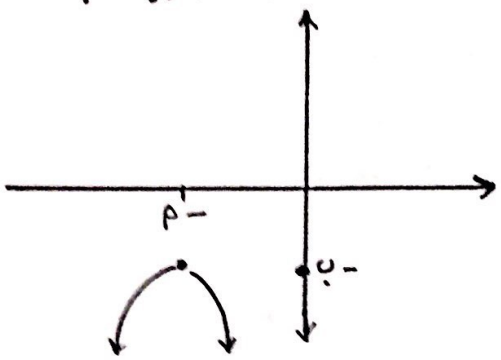
(١٧

ق(س) = (س + م)^{٢} − ب



(١٨

ق(س) = − (س + م)^{٢} − ب



---

١٩) أرسم الإقتران ق(س) = س^{٢} + ٤ س + ١

الحل م = ١ ، ب = ٤

لإيجاد إحداثيات الرأس

$\left(\frac{-ب}{٢م}\right.$ ، ق$\left.\left(\frac{-ب}{٢م}\right)\right)$

$س = \frac{-ب}{٢م} = \frac{-٤}{٢(١)} = -٢$

ق(−٢) = (−٢)^{٢} + ٤(−٢) + ١

= ٤ − ٨ + ١ = −٣

(−٢ ، −٣)

لتحديد الإتجاه

م = ١ > صفر

مقعر للأعلى

- المقطع الصادي

ق(٠) = (٠)^{٢} + ٤(٠) + ١ = ١

(١ ، ٠)

- المقطع السيني

س^{٢} + ٤ س + ١ = ٠

نحل على القانون العام

ب^{٢} − ٤م ج = (٤)^{٢} − ٤(١)(١)

= ١٦ − ٤ = ١٢

$س_{١} = \frac{-٤ + \sqrt{١٢}}{٢} = \frac{-٤ + ٢\sqrt{٣}}{٢}$

$= -٢ + \sqrt{٣} \approx -٠.٢$

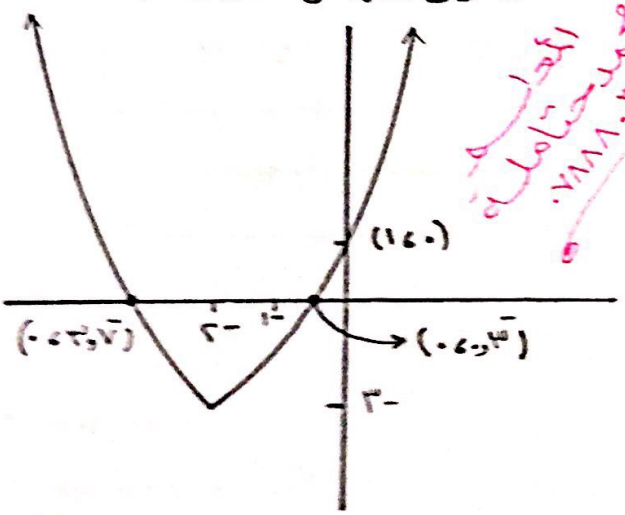
$س_{٢} = \frac{-٤ - \sqrt{١٢}}{٢} \quad \frac{-٤ - ٢\sqrt{٣}}{٢}$

$= -٢ - \sqrt{٣} = -٣.٧$

المقطع السيني (−٠.٢ ، صفر)

(−٣.٧ ، صفر)

محور التماثل س = −٢



للحجز محاضرات
٠٧٨٨٠٢٤٢٤٢

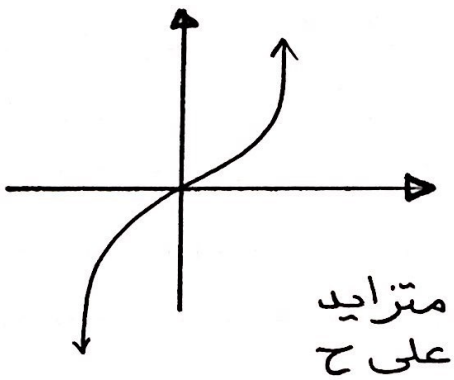
Scanned with CamScanner

الإقتران التكعيبي

الشكل العام

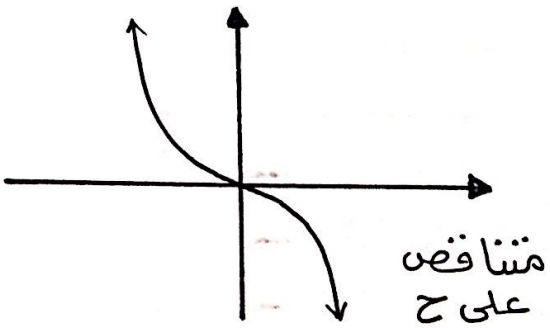
$$ق(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د$$

$ق(س) = س^{٣}$



متزايد على ح

$ق(س) = - س^{٣}$



متناقص على ح

محمد حسن الصالحين

الإقترانات الحقيقية

- كثير حدود
  - ثابت
  - خطي
  - تربيعي
  - تكعيبي
- الإقتران الكسري
  - كسر نسبي
  - كسر غير نسبي
- الإقترانات المتشعبة
  - مباشر
  - قيمة مطلقة
  - أكبر عدد صحيح
- إقتران الجذور
  - الجذر التربيعي
  - الجذر التكعيبي
- الإقترانات المثلثية
- الإقتران الأسي
- الإقتران اللوغاريتمي
- الإقتران العكسي
- إقتران واحد لواحد

Scanned with CamScanner

إقتران الجذور

الجذر التربيعي

$ق(س) = \sqrt{هـ(س)}$

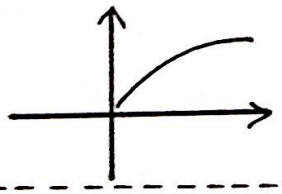
$هـ(س)$ = كثير حدود

مثال:

① $ق(س) = \sqrt{س}$

مجاله : $س \geq$ صفر

$[$صفر ، $\infty)$



② $ق(س) = \sqrt{س^٢ - ٩}$

مجاله

$س^٢ - ٩ = ٠ \Leftarrow س^٢ = ٩$

$س = \pm ٣ \Leftarrow$



مجاله $(-\infty ، -٣] ، [٣ ، \infty)$

③ $ق(س) = \sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$

مجاله : $س^٢ + ٤س + ٤ \geq$ صفر

$(س + ٢)^٢ \geq$ صفر $\Leftarrow س + ٢ =$ صفر

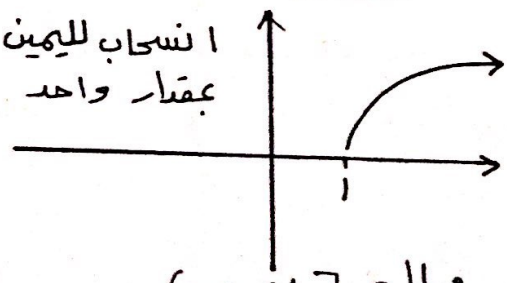
$س = -٢ \Leftarrow$



مجاله ح

④ $ق(س) = \sqrt{س - ١}$

انسحاب لليمين بمقدار واحد

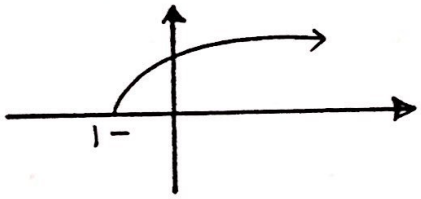


مجاله $[١ ، \infty)$

⑤ $ق(س) = \sqrt{س + ١}$

مجاله : $[-١ ، \infty)$

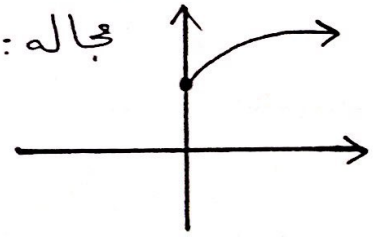
إنسحاب لليسار بمقدار واحد



⑥ $ق(س) = \sqrt{س} + ١$

انسحاب للأعلى بمقدار ١

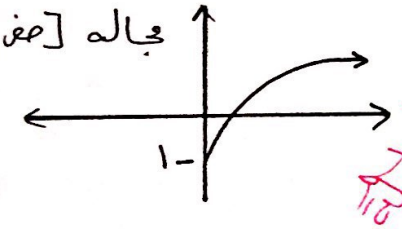
مجاله : $[$صفر ، $\infty)$



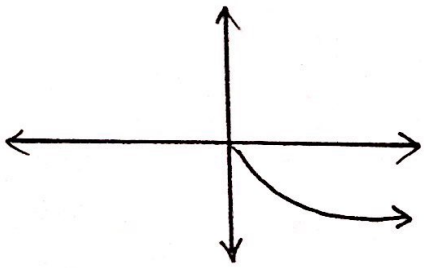
⑦ $هـ(س) = \sqrt{س} - ١$

انسحاب للأسفل بمقدار ١

مجاله $[$صفر ، $\infty)$



⑧ $هـ(س) = -\sqrt{س}$

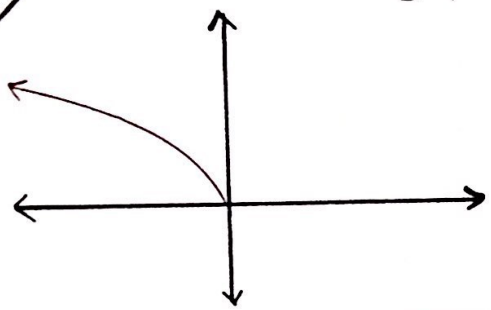


مجاله $[$صفر ، $\infty)$

Scanned with CamScanner

٩) $هـ(س) = \sqrt{-س}$

مجاله : $-س \geq$ صفر $\Leftarrow$ $س \leq$ صفر



الاقتران الكسري

المعلم
محمد حسنامله
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

إقتران كسري نسبي

الحاله الأولى

$ق(س) = \frac{م}{هـ(س)}$

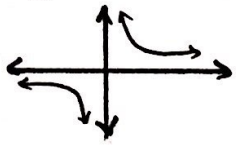
م : عدد ثابت

$هـ(س)$: كثير حدود

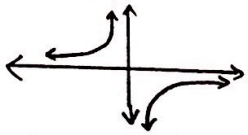
مجاله : $ح - \{$اصفار المقام$\}$

مثال ① $هـ(س) = \frac{١}{س}$

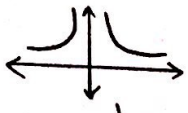
مجاله $ح - \{$ صفر $\}$



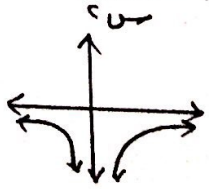
② $هـ(س) = \frac{-١}{س}$



③ $هـ(س) = \frac{١}{س^{٢}}$



④ $هـ(س) = \frac{-١}{س^{٢}}$



الحالة الثانية

$هـ(س) = \frac{ل(س)}{ك(س)}$

$ل(س)$ ، $ك(س)$ كثير حدود

مجاله ١ :

مجال البسط $\cap$ مجال المقام $-$ $\{$اصفار المقام$\}$

مثال ① $هـ(س) = \frac{٥س + ٤}{س - ٣}$

مجاله : $ح \cap ح - \{٣\}$

$ح - \{٣\}$

② $ق(س) = \frac{٨}{س^{٣} - ٨}$

مجاله : $ح - \{٢\}$

③ $ق(س) = \frac{٢س + ٣}{س^{٢} + ١}$

مجال البسط : $ح$

مجال المقام : $ح$

لا يوجد اصفار المقام

مجاله : $ح$

إقتران كسري غير نسبي

عندما يكون كل من البسط و المقام أو احدهما ليس كثير حدود

(أسي ، لوغاريتمي ، جذر)

مثال

① $ق(س) = \frac{٢س + ٣}{\sqrt{س + ٥}}$

الحل

مجال البسط $\Leftarrow ح$

مجال المقام $\Leftarrow س + ٥ > ٠$

$\Leftarrow س > -٥$

$س \in (-٥ ، \infty)$

مجال $ق(س) \Leftarrow (-٥ ، \infty)$

② $ق(س) = \frac{\sqrt{س - ٣}}{\sqrt[٣]{س^{٢} - ٤}}$

الحل

مجال البسط $\Leftarrow س - ٣ \geq ٠$

$[٣ ، \infty)$

مجال المقام :

$ح - \{س : س^{٢} - ٤ = ٠\}$

$ح - \{\pm ٢\}$

$\Leftarrow [٣ ، \infty) \cap ح - \{\pm ٢\}$

$\Leftarrow [٣ ، \infty)$

Scanned with CamScanner

إختصار الإقترانات الكسرية

البسط والمقام من الدرجة الأولى

إخراج عامل مشترك

عدد

إشارة

موجب

سالب

إذا كان البسط والمقام عبارة تربيعية

فرق بين مربعين

فرق ، ومجموع مكعبين

تحلل

تختصر

عند وجود عبارة تكعيبية

اخراج عامل مشترك

متغير

تربيعية

خطية

تحلل

عدد

تبقى تكعيبية

درجة البسط اكبر منه أو يساوي درجة المقام

قسمة طويلة

قسمة تركيبية

إذا امكن تحليل المقام الى حاصل ضرب كوس من الدرجة الاولى (س - P) مع اقواس أخرى .

المعلم
محمد حنا ملك
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

Scanned with CamScanner

أمثلة :

١) $\frac{\text{ن}-\text{ب}}{\text{ن}-\text{ب}} = ١$

٢) $\frac{\text{ن}+\text{ب}}{\text{ن}+\text{ب}} = ١$

٣) $\frac{\text{ن}-\text{ب}}{\text{ب}-\text{ن}} = \frac{-(\text{ب}-\text{ن})}{(\text{ب}-\text{ن})} = -١$

٤) $\frac{٢\text{س}-٤}{\text{س}-٢} = \frac{٢(\text{س}-٢)}{(\text{س}-٢)} = \frac{٢}{١} = ٢$

٥) $\frac{\text{س}^{٢}-٤}{\text{س}+٢} = \frac{(\text{س}-٢)(\text{س}+٢)}{(\text{س}+٢)} = (\text{س}-٢)$

٦) $\frac{\text{س}^{٢}+٤\text{س}+٤}{(\text{س}+٢)} = \frac{(\text{س}+٢)(\text{س}+٢)}{(\text{س}+٢)} = (\text{س}+٢)$

٧) $\frac{\text{س}^{٢}-٩}{\text{س}^{٢}+٥\text{س}+٦} = \frac{(\text{س}+٣)(\text{س}-٣)}{(\text{س}+٣)(\text{س}+٢)} = \frac{(\text{س}-٣)}{(\text{س}+٢)}$

٨) $\frac{\text{س}^{٣}-٢٧}{\text{س}^{٢}+٣\text{س}+٩} = \frac{(\text{س}-٣)(\text{س}^{٢}+٣\text{س}+٩)}{(\text{س}^{٢}+٣\text{س}+٩)} = (\text{س}-٣)$

٩) $\frac{\text{س}^{٣}-\text{س}^{٢}}{٤\text{س}-٤} = \frac{\text{س}^{٢}(\text{س}-١)}{٤(\text{س}-١)} = \frac{\text{س}^{٢}}{٤}$

١٠) $\frac{\text{س}^{٣}+٦٤}{\text{س}^{٢}+٩\text{س}+٢٠} = \frac{(\text{س}+٤)(\text{س}^{٢}-٤\text{س}+١٦)}{(\text{س}+٥)(\text{س}+٤)}$

$= \frac{\text{س}^{٢}-٤\text{س}+١٦}{\text{س}+٥}$

محمد حنا عليه
٠١١١٠٣٤٣٢٢

Scanned with CamScanner

عند عدم القدرة على التحليل الى العوامل نستخدم القسمة الطويلة والقسمة التركيبية

$$\frac{س^٣ - ٦س + ٤}{س - ٢}$$

$$\begin{array}{r|l} س^٣ - ٦س + ٤ & س - ٢ \\ \hline س^٣ - ٢س^٢ & \\ \hline ٢س^٢ - ٦س + ٤ & \\ ٢س^٢ - ٤س & \\ \hline -٢س + ٤ & \\ -٢س + ٤ & \\ \hline ٠ \quad ٠ & \end{array}$$

$$س^٢ + ٢س - ٢$$

$$\frac{(س^٣ - ٦س + ٤)}{(س - ٢)}$$

$$= \frac{(س^٢ + ٢س - ٢)(س - ٢)}{(س - ٢)}$$

$$= س^٢ + ٢س - ٢$$



يمكن تحليل العبارة التكعيبية

⇐ نبحث في عوامل المقام أولاً

س - ٢ = صفر ⇐ س = ٢

⇐ $(٢)^٣ - ٦(٢) + ٤$

٨ - ١٢ + ٤ = صفر

(٢) ⇐ يصفرها

	س٣	س٢	س١	س٠
	١	٠	-٦	٤
٢		٢	٤	-٤
	١	٢	-٢	٠ باقي

$س^٢ + ٢س - ٢$

$س^٣ - ٦س + ٤ = (س^٢ + ٢س - ٢)(س - ٢)$

↓ ثم نختصر

مثال $\frac{س^٤ - ٨س^٣ + ٢س - ٧}{س + ١}$

باستخدام القسمة التركيبية

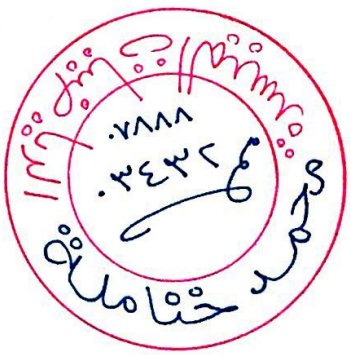
Scanned with CamScanner

الإقترانات المتشعبة

- مباشر
- قيمة مطلقة
- اكبر عدد صحيح

الإقتران المتشعب (مباشر)

- تعريف
  - إقتران له اكثر من قاعدة وكل قاعدة معرفة على مجال معين
- نقطة التشعب
  - النقطة (س، ق(س)) التي تتغير حولها قاعدة الاقتران
- التعويض
  - تحدد القاعدة التي يجب التعويض فيها بحيث يكون الرقم داخل الفترة المعطاة للقاعدة
  - ايجاد صورة نقطة التشعب بالقاعدة التي تتوي اشارة المساواة
- العمليات
  - جمع وطرح نفس المجال
  - قسمة
    - عدد
    - متغير
  - ضرب
    - عدد
    - متغير
    - اقتران

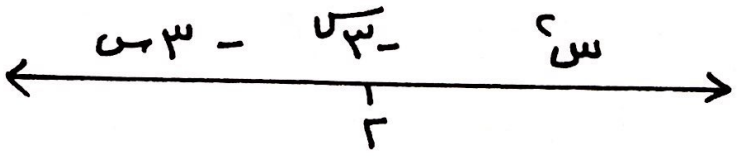


Scanned with CamScanner

مثال

① $هـ(س) = \begin{cases} س^2 ، س > 2 \\ -3س ، س \leq 2 \end{cases}$ أوجد ① ق(-٣) ② ق(٢) ③ ق(٤)

الحل



١) $هـ(-٣) \Leftarrow -٣ < 2 \Leftarrow ق(س) = -٣س \Leftarrow ق(-٣) = -٣(-٣) = ٩$

٢) $هـ(٢) \Leftarrow ٢ \leq 2 \Leftarrow ق(س) = -٣س \Leftarrow ق(٢) = -٣(٢) = -٦$

٣) $هـ(٤) \Leftarrow ٤ > 2 \Leftarrow ق(س) = س^2 \Leftarrow ق(٤) = (٤)^2 = ١٦$

---

② $هـ(س) = \begin{cases} ٥ ، س \leq -٣ \\ ٢س ، -٣ < س < ٣ \\ س^2 + ١ ، س \geq ٣ \end{cases}$ أوجد ① ق(-٥) ② ق(٠) ③ ق(١٠)



الحل

① $ق(-٥) \Leftarrow -٥ \leq -٣ \Leftarrow ق(س) = ٥ \Leftarrow ق(-٥) = ٥$

② $ق(٠) \Leftarrow ٠$ بين $-٣ ، ٣ \Leftarrow ق(س) = ٢س \Leftarrow ق(٠) = ٢(٠) = ٠$

③ $ق(١٠) \Leftarrow ١٠ \geq ٣ \Leftarrow ق(س) = س^2 + ١ \Leftarrow ق(١٠) = (١٠)^2 + ١ = ١٠١$

---

③ $ق(س) = \begin{cases} س^2 ، -٥ \leq س < -١ \\ \frac{س + ٣}{٥} ، ٠ < س < ٢ \end{cases}$ أوجد ① ق(١) ② ق(-٢) ③ ق(٥)

الحل

① $ق(١) \Leftarrow ١$ بين $٠ ، ٢ \Leftarrow ق(س) = \frac{س + ٣}{٥} \Leftarrow ق(١) = \frac{١ + ٣}{٥} = \frac{٤}{٥}$

② $ق(-٢) \Leftarrow -٢$ بين $-٥ ، -١ \Leftarrow ق(س) = س^2 \Leftarrow ق(-٢) = (-٢)^2 = ٤$

③ $ق(٥) \Leftarrow ٥$ لا يوجد بأي فترة $\Leftarrow هـ(٥)$ غير معرف.

Scanned with CamScanner

٤) ق(س) = { -٣ ، س < ٤ ; √س ، س > ٤ ; ٧س ، س = ٤ }

أوجد
① ق(١٠٠)
② ق(٠)
③ ق(٤)

الحل

① ق(١٠٠) ⇐ ١٠٠ > ٤ ⇐ ق(س) = √س ⇐ ق(١٠٠) = √١٠٠ = ١٠
② ق(٠) ⇐ صفر < ٤ ⇐ ق(س) = -٣ ⇐ ق(٠) = -٣
③ ق(٤) ⇐ ٤ = ٤ ⇐ ق(س) = ٧س ⇐ ق(٤) = ٧ × ٤ = ٢٨

---

٥) ق(س) = { √س ، س > ٥ ; ∛س ، س < ٥ }

أوجد
① ق(٥)
② ق(١٠)
③ ق(-٢)

الحل

① ق(٥) ⇐ لا يوجد مساواة ⇐ ق(٥) غير معرف
② ق(١٠) ⇐ ١٠ > ٥ ⇐ ق(س) = √س ⇐ ق(١٠) = √١٠
③ ق(-٢) ⇐ -٢ < ٥ ⇐ ق(س) = ∛س ⇐ ق(س) = ∛-٢

---

٦) إذا كان ق(س) = { ٢س + ١ ، س ≥ ٥ ; س² ، س < ٥ }

هـ(س) = { -٤ ، س ≥ ٥ ; ٧س ، س < ٥ }

أوجد
① ق(س) + هـ(س)
② ق(س) - هـ(س)
③ ٣ ق(س)
④ س هـ(س)
⑤ ق(س) × هـ(س)
⑥ ½ ق(س)
⑦ هـ(س) / س ، س ≠ صفر

محمد حنامله

Scanned with CamScanner

الحل

٦٢

١) $(ق + هـ)(س) = \begin{cases} س^2 + ٧س & ، س < ٥ \\ ٢س + ١ - ٤ & ، س \geq ٥ \end{cases} = \begin{cases} ٢س - ٣ & ، س \geq ٥ \\ س^2 + ٧س & ، س < ٥ \end{cases}$

٢) $(ق - هـ)(س) = \begin{cases} س^2 - ٧س & ، س < ٥ \\ ٢س + ١ - (-٤) & ، س \geq ٥ \end{cases}$

$= \begin{cases} س^2 - ٧س & ، س < ٥ \\ ٢س + ٥ & ، س \geq ٥ \end{cases}$

٣) $٣ق(س) = \begin{cases} ٣ \times س^2 & ، س < ٥ \\ ٣(٢س + ١) & ، س \geq ٥ \end{cases} = \begin{cases} ٣س^2 & ، س < ٥ \\ ٦س + ٣ & ، س \geq ٥ \end{cases}$

٤) $س هـ(س) = \begin{cases} س \times (-٤) & ، س \geq ٥ \\ س \times ٧س & ، س < ٥ \end{cases} = \begin{cases} -٤س & ، س \geq ٥ \\ ٧س^2 & ، س < ٥ \end{cases}$

٥) $ق(س) \times هـ(س) = \begin{cases} (٢س + ١)(-٤) & ، س \geq ٥ \\ (س^2)(٧س) & ، س < ٥ \end{cases}$

$= \begin{cases} -٨س - ٤ & ، س \geq ٥ \\ ٧س^3 & ، س < ٥ \end{cases}$

محمد حتاملة
٠٧٧٨٠٣٤٣٢

٦) $\frac{١}{٢} ق(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢}(٢س + ١) & ، س \geq ٥ \\ \frac{١}{٢} س^2 & ، س < ٥ \end{cases} = \begin{cases} س + \frac{١}{٢} & ، س \geq ٥ \\ \frac{١}{٢} س^2 & ، س < ٥ \end{cases}$

٧) $\frac{هـ(س)}{س} = \begin{cases} \frac{-٤}{س} & ، س \geq ٥ \\ \frac{٧س}{س} & ، س < ٥ \end{cases} = \begin{cases} \frac{-٤}{س} & ، س \geq ٥ \\ ٧ & ، س < ٥ \end{cases}$

$س \neq$ صفر

Scanned with CamScanner

إقتران القيمة المطلقة

التعريف

للأعداد
خصائص

للإقترانات
- خطي
- تربيعي
- تكعيبي

إعادة التعريف
١) اقتران

٢) ضرب وقسمة اقتران بقيمة مطلقة لاقتران آخر

٣) جمع وطرح قيم مطلقة

٤) قيمة مطلقة = قيمة مطلقة

٥) قيمة مطلقة مرفوع لأس
- على فتره
- على ح

مجال ومداه

الرسم والإزاحة

خصائص
- $|ق(س)| \geq ٢$
- $|ق(س)| = ٢$
- $|ق(س)| \leq ٢$



Scanned with CamScanner

• القيمة المطلقة للعدد:

هي المسافة التي تبعد عن نقطة الصفر على خط الأعداد ولان المسافة لايمكن أن تكون سالبة ، فإن القيمة للعدد غير سالبة.

مثال ١) $|٢| = ٢$ ٢) $|-٢| = ٢$ ٣) $|٠| = ٠$

٤) إذا كان $ق(س) = |٢س - ١|$ أوجد

$ق(٠)$ ، $ق(٤)$ ، $ق(\frac{٣}{٢})$

الحل

① $ق(٠) = |٢(٠) - ١| = |٠ - ١| = |-١| = ١$

② $ق(٤) = |٢(٤) - ١| = |٨ - ١| = |٧| = ٧$

③ $ق(\frac{٣}{٢}) = |٢(\frac{٣}{٢}) - ١| = |٣ - ١| = |٢| = ٢$

خطوات إعادة تعريف القيمة المطلقة

١) نساوي الإقتران بالصفر ونجد جذوره.

٢) نعين جذور الإقتران على خط الاعداد وندرس إشارة الإقتران

٣) إذا كانت الإشارة موجبة تبقى قاعدة الإقتران كما هي.
واذا كانت سالبة نضرب القاعدة في سالب.

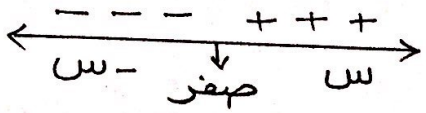
٤) يصبح الإقتران على صورة اقتران متشعب.

اعداد المعلم : محمد حتاملة ٠٠ الرياضيات ٠٠ المبسرة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

مثال : أعد تعريف الإقترانات التالية :-

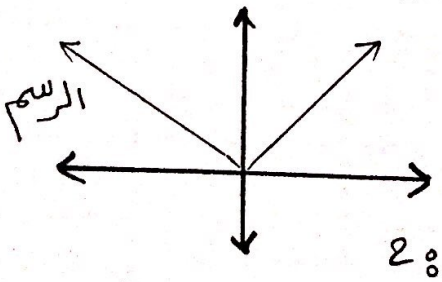
$ق(س) = |س|$

الحل : س = صفر



$$|س| = \begin{cases} س ، & س \geq صفر \\ -س ، & س < صفر \end{cases}$$

نضع إشارة المساواة عند أي فترة

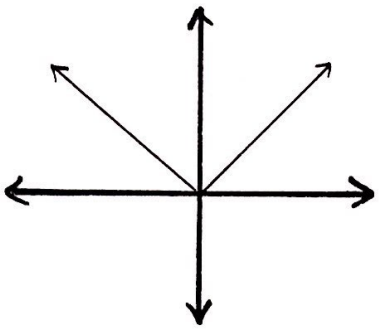


مجالها : ح

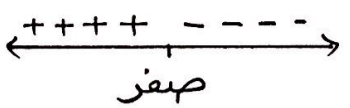
مداه : ح+ $= [صفر ، \infty)$

Scanned with CamScanner

٢) ق(س) = |-س|



الحل
-س = صفر
س = صفر

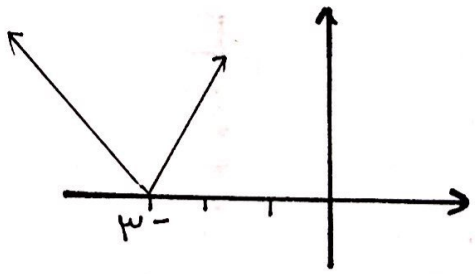


مجاله : ح
مداه : ح+ [صفر، ∞)

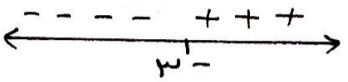
$$|س| = \begin{cases} -س & ، س < صفر \\ (س) & ، س \geq صفر \end{cases}$$

---

٣) ق(س) = |س + ٣|



الحل
س + ٣ = صفر
س = -٣

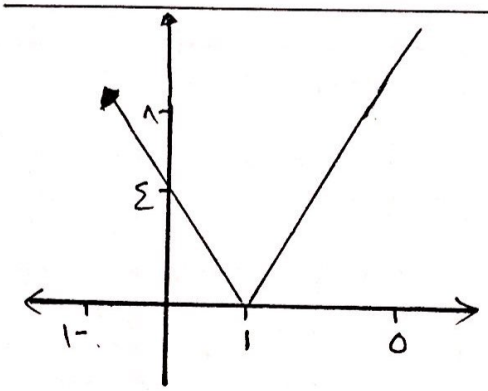


مجال : ح
مداه : ح+ [صفر، ∞)

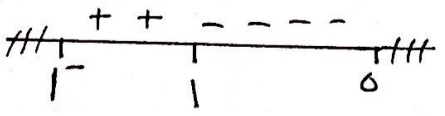
$$|س| = \begin{cases} س+٣ & ، س > -٣ \\ -(س+٣) & ، س \leq -٣ \end{cases}$$

اعداد المعلم : محمد حتاملة
٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

ق(س) = |٤ - ٤س| ، س ∈ [-١، ٥]



الحل
٤ - ٤س = صفر ⇐ ٤س = ٤
س = ١
⇐ س = ١ ⇐ ١ ∈ [-١، ٥]



مجال : [-١، ٥]
مداه : [٠، ١٦]

$$|٤ - ٤س| = \begin{cases} ٤ - ٤س & ، -١ \leq س < ١ \\ -(٤ - ٤س) & ، ١ < س \leq ٥ \end{cases}$$

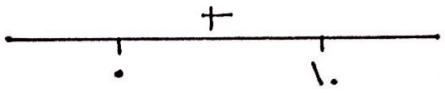
Scanned with CamScanner

٥) ق(س) = |٢ + ٣س| ، س ∈ [٠ ، ١٠]

الحل ٢ + ٣س = ٠

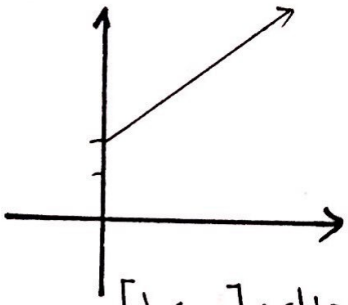
٣س = -٢

س = $\frac{-٢}{٣}$ ∉ [٠ ، ١٠]



⇐ ق(س) = ٢ + ٣س يبقى كما هو

لأنه حسب الفترة المعطاة دائما موجب



مجال : [٠ ، ١٠]

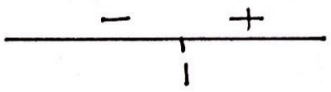
مداه : [٢ ، ٣٢]

---

٦) ق(س) = س^{٢} | س - ١ |

الحل س - ١ = ٠

س = ١



$$|س - ١| = \begin{cases} س - ١ ، & س \geq ١ \\ -(س - ١) ، & س < ١ \end{cases}$$

$$س^{٢}|س - ١| = \begin{cases} س^{٢}(س - ١) ، & س \geq ١ \\ س^{٢}(-س + ١) ، & س < ١ \end{cases}$$

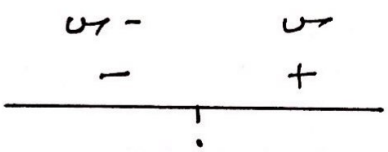
$$= \begin{cases} س^{٣} - س^{٢} ، & س \geq ١ \\ -س^{٣} + س^{٢} ، & س < ١ \end{cases}$$

اعداد المعلم
محمد حتاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

---

٧) ق(س) = (|س|)^{٥}

الحل |س| ⇐ س = صفر ⇐



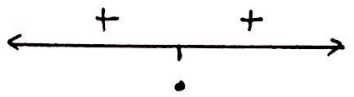
$$|س| = \begin{cases} س ، & س \geq صفر \\ -س ، & س < صفر \end{cases}$$

$$⇐ (|س|)^{٥} = \begin{cases} س^{٥} ، & س \geq ٠ \\ (-س)^{٥} ، & س < ٠ \end{cases} = \begin{cases} س^{٥} ، & س \geq ٠ \\ -س^{٥} ، & س < ٠ \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

٨) $|س^٢|$

$\Leftarrow س^٢ = ٠ \Leftarrow س = ٠$

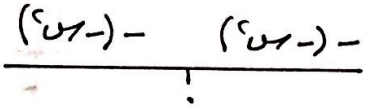


$|س^٢| = س^٢$

---

٩) $|-س^٢|$

$\Leftarrow -س^٢ = ٠ \Leftarrow س^٢ = ٠ \Leftarrow س = ٠$



$|-س^٢| = س^٢$

إعداد المعلم: محمد حتاملة
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

---

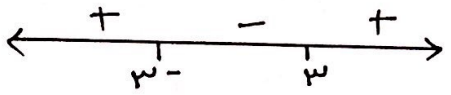
١٠) $|(-س)^٢| = |س^٢| = س^٢$

---

١١) $|س^٢ - ٩|$

$\Leftarrow س^٢ - ٩ =$ صفر $\Leftarrow (س-٣)(س+٣) =$ صفر

$س = ٣$ ، $س = -٣$



$$|س^٢ - ٩| = \begin{cases} س^٢ - ٩ & ، س \leq -٣ \\ -(س^٢ - ٩) & ، -٣ < س \leq ٣ \\ س^٢ - ٩ & ، س > ٣ \end{cases}$$

---

١٢) $|س^٢ + ١|$

$\Leftarrow س^٢ + ١ =$ صفر $\Leftarrow$ ليس لها حل في ح

$\Leftarrow س^٢ + ١ >$ صفر $\Leftarrow$ لكل قيم $س \in$ ح

$\Leftarrow |س^٢ + ١| = س^٢ + ١$

Scanned with CamScanner

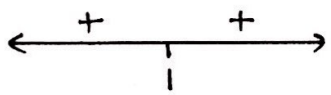
١٣) $|-س^٢-٤| = |-(س^٢+٤)| = س^٢+٤$

---

١٤) $|س^٢-٢س+١|+٢س$

$\Leftarrow$ $س^٢-٢س+١ = صفر \Leftarrow (س-١)(س-١) = صفر$

$\Leftarrow$ $س=١$ ، $س=١$



$\Leftarrow$ $|س^٢-٢س+١| = س^٢-٢س+١$

$\Leftarrow$ $|س^٢-٢س+١|+٢س = س^٢-٢س+١+٢س$

$= س^٢+١$

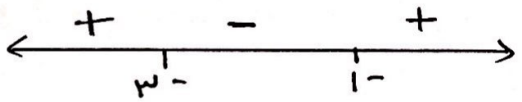
---

١٥) $|\frac{١}{٢}س^٢+٢س+١٫٥| = ٢|\frac{١}{٢}س^٢+٢س+١٫٥|$

$= |س^٢+٤س+٣|$

$\Leftarrow$ $س^٢+٤س+٣ = صفر \Leftarrow (س+٣)(س+١) = صفر$

$\Leftarrow$ $س=-٣$ ، $س=-١$



محمد حنا املة

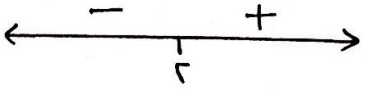
$$|\frac{١}{٢}س^٢+٢س+١٫٥| = \begin{cases} \frac{١}{٢}س^٢+٢س+١٫٥ & ، س<-٣ \\ -(\frac{١}{٢}س^٢+٢س+١٫٥) & ، -٣<س\leq-١ \\ \frac{١}{٢}س^٢+٢س+١٫٥ & ، س\geq-١ \end{cases}$$

---

١٦) $|س^٣-٨|$

$\Leftarrow$ $س^٣-٨ = (س-٢)(س^٢+٢س+٤) = صفر$

$\Leftarrow$ $س=٢$

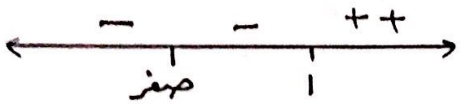


$$|س^٣-٨| = \begin{cases} -س^٣+٨ & ، س<٢ \\ س^٣-٨ & ، س\geq٢ \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

١٧) $|س^٣ - س^٢| = |س^٢(س-١)|$

$س^٢(س-١) = صفر \Leftarrow س = صفر ، س = ١$

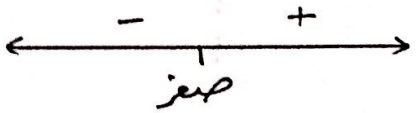


$$|س^٣ - س^٢| = \begin{cases} -س^٣ + س^٢ & ، س < صفر \\ -س^٣ + س^٢ & ، صفر \leq س \leq ١ \\ س^٣ - س^٢ & ، س > ١ \end{cases}$$

---

١٨) $|س^٣|$

$س^٣ = صفر \Leftarrow$
$س = صفر$



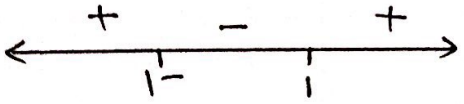
$$|س^٣| = \begin{cases} س^٣ & ، س \geq صفر \\ -س^٣ & ، س < صفر \end{cases}$$

---

١٩) $|س^٤ - ١|$

محمد حمامة

$س^٤ - ١ = صفر$
$(س^٢ - ١)(س^٢ + ١) = صفر$
$(س - ١)(س + ١)(س^٢ + ١) = صفر$
$\Leftarrow س = ١ ، س = -١$



$$|س^٤ - ١| = \begin{cases} س^٤ - ١ & ، س \leq -١ \\ -س^٤ + ١ & ، -١ < س \leq ١ \\ س^٤ - ١ & ، س > ١ \end{cases}$$

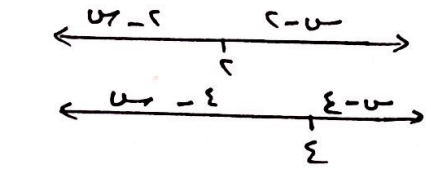
Scanned with CamScanner

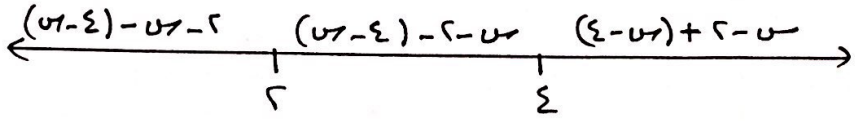
٢٠) $|س-٢| - |٤-س| + ٥$ (طرح وجمع اقترانات)

الحل

$س-٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

$٤-س = صفر \Leftarrow ٤ = س$





$|س-٢| - |٤-س| + ٥$

$$= \begin{cases} ٢-س-٤+س+٥ & ، \quad س \leq ٢ \\ س-٢-٤+س+٥ & ، \quad ٢ < س < ٤ \\ س-٢+س-٤+٥ & ، \quad س \geq ٤ \end{cases}$$

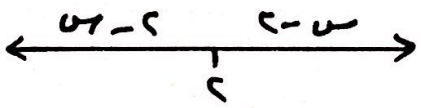
$$= \begin{cases} ٣ & ، \quad س \leq ٢ \\ ٢س-١ & ، \quad ٢ < س < ٤ \\ ٢س-١ & ، \quad س \geq ٤ \end{cases}$$

محمد حمامة

---

٢١) $\dfrac{|س-٢|}{س-٢}$ لا نضع مساواة عند ٢ لأنها صفر مقام

$|س-٢| \Leftarrow س-٢ = صفر \Leftarrow س = ٢$



$$\dfrac{|س-٢|}{س-٢} = \begin{cases} \dfrac{س-٢}{س-٢} & ، \quad س > ٢ \\ \dfrac{٢-س}{س-٢} & ، \quad س < ٢ \end{cases}$$

$$= \begin{cases} ١ & ، \quad س > ٢ \\ -١ & ، \quad س < ٢ \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

خصائص القيمة المطلقة

١) $|ق(س)| = ب$ ← $ق(س) = ب$ ، $ق(س) = -ب$ (ب عدد موجب)

مثال (١) $|س| = ٥ \Leftarrow س = ٥$ ، $س = -٥$

(٢) $|٢س - ٣| = ٤$

$٢س - ٣ = ٤$

$٢س = ٧$

$س = \frac{٧}{٢}$

$٢س - ٣ = -٤$

$٢س = -١$

$س = \frac{-١}{٢}$

(٣) $|س| = -٥ \Leftarrow$ ليس لها حل

(٤) $|س| = ٠ \leftarrow س = ٠$

(٥) $|س^٢ + ٦س| = ٧$

الحل $س^٢ + ٦س = ٧$

$س^٢ + ٦س - ٧ = صفر$

$(س + ٧)(س - ١) = صفر$

$س = -٧$ ، $س = ١$

$س^٢ + ٦س = -٧$

$س^٢ + ٦س + ٧ = صفر$

بإستخدام القانون العام

$ب^٢ - ٤أجـ$

$(٦)^٢ - ٤(١)(٧)$

$٣٦ - ٢٨ = ٨ > ٠$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ}$

$س١ = \frac{-٦ + \sqrt{٨}}{٢}$

$س٢ = \frac{-٦ - \sqrt{٨}}{٢}$

الرياضيات مع محمد حنفي ملك ٠٠٠٧٨٨٨٠٣٤٣٢

Scanned with CamScanner

٢) $|أ س + ب| = |جـ س + د|$

$أ س + ب = جـ س + د$

$أ س + ب = -(جـ س + د)$

مثال

$|٥ س + ٣| = |٣ س - ٤|$

الحل

$٥ س + ٣ = ٣ س - ٤$

$٢ س = -٧$

$س = -\frac{٧}{٢}$

$٥ س + ٣ = -(٣ س - ٤)$

$٥ س + ٣ = -٣ س + ٤$

$٨ س = ١$

$س = \frac{١}{٨}$

---

٣) $|س| \geq ق \Leftarrow -ق \leq س \leq ق$

مثال ① $|س| \geq -٢ \Leftarrow$ ليس طا حل

② $|٥ س - ٤| \geq ٢$

الحل $-٢ \leq ٥ س - ٤ \geq ٢$

$+٤ \quad +٤ \quad +٤$

$٢ \leq ٥ س \leq ٦$

$\frac{٢}{٥} \leq س \leq \frac{٦}{٥} \Leftarrow س \in [\frac{٢}{٥}, \frac{٦}{٥}]$

---

٤) $|س| \geq ق$

$س \geq ق$ أو $س \leq -ق$

مثال $|٧ س + ٤| \geq ٣$

$٧ س + ٤ \geq ٣$

$٧ س \geq -١$

$س \geq -\frac{١}{٧}$

$[-\frac{١}{٧}, \infty)$

$٧ س + ٤ \leq -٣$

$٧ س \leq -٧$

$س \leq -١$

$(-\infty, -١]$

الرياضيا
محمد حنا ملاح
٠٧٨٨٠٣٤٣٢

Scanned with CamScanner

٥) $|أ \times ب| = |أ| \times |ب|$

٦) $\left|\frac{أ}{ب}\right| = \frac{|أ|}{|ب|}$

٧) $|أ \pm ب| \neq |أ| \pm |ب|$ إذا كان أحدهم موجب والآخر سالب

$|أ \pm ب| = |أ| \pm |ب|$ إذا كان كلاهما موجب
إذا كان كلاهما سالب

٨) $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

مثال ① $\sqrt{(س-٣)^{٢}} = |س-٣|$

② $\sqrt{س^{٢}+٤س+٤} = \sqrt{(س+٢)(س+٢)}$

$= \sqrt{(س+٢)^{٢}} = |س+٢|$

مجال $|ق(س)| \Leftarrow$ مجال $ق(س)$

* مجال اقتران كثير حدود $\Leftarrow ح$

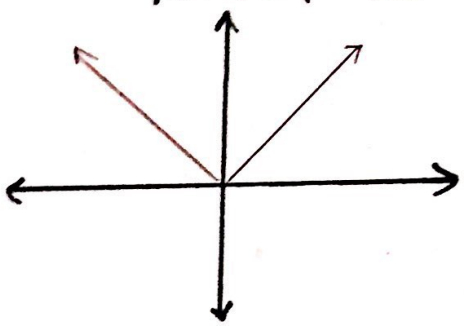
مجال $|س| \Leftarrow ح$

مداه $|س| \Leftarrow ح^{+}$

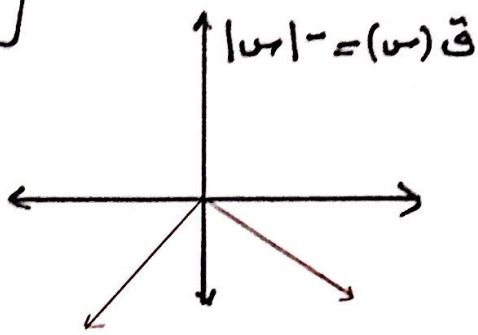
محمد حنا ملاك
٠٧٨٨٠٣٤٣٤

Scanned with CamScanner

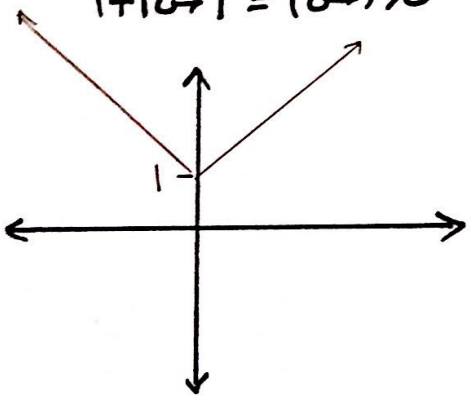
ق(س) = |س|



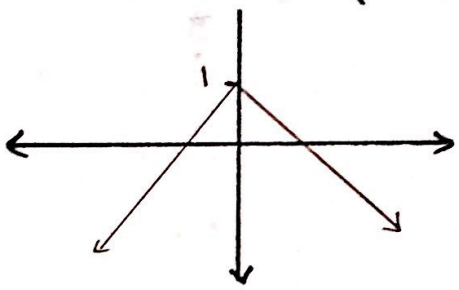
ق(س) = -|س|



ه(س) = |س| + ١

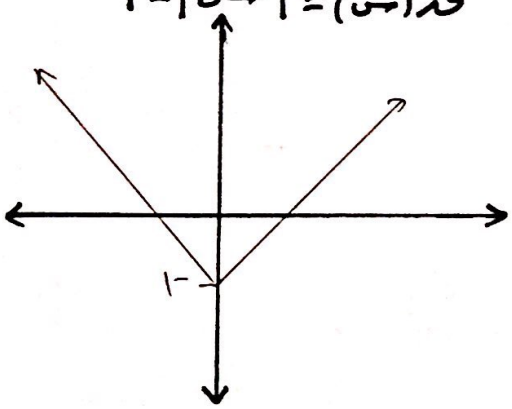


ق(س) = -|س + ١|

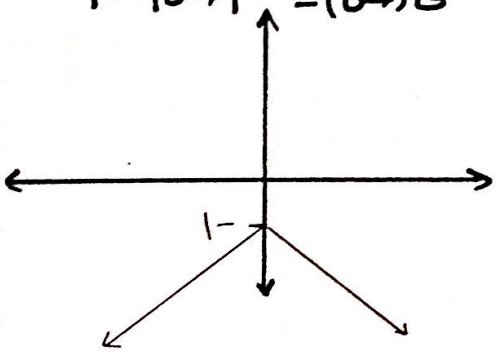


محمد حنامله

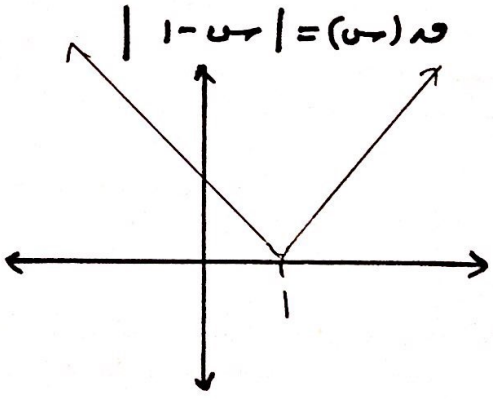
ه(س) = |س| - ١



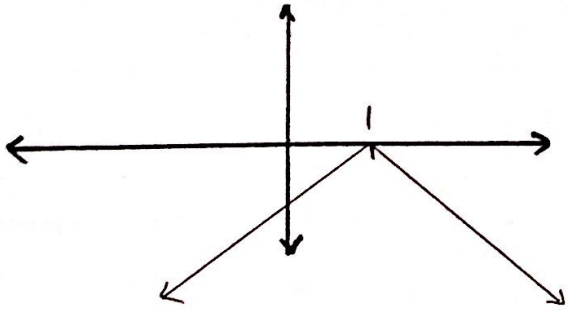
ق(س) = -|س| - ١



ه(س) = |س - ١|



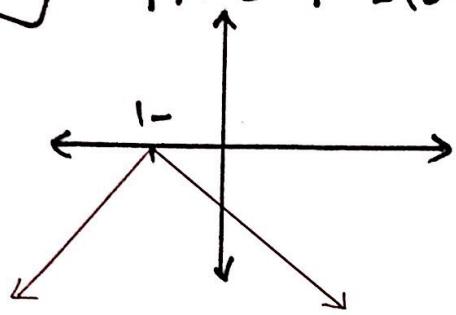
ف(س) = -|س - ١|



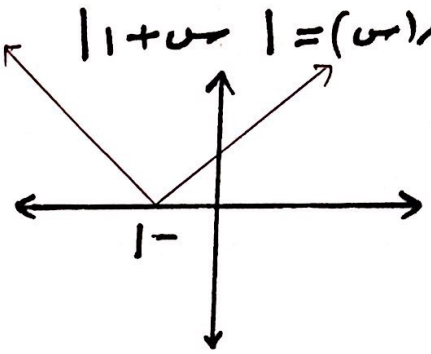
Scanned with CamScanner

٧٥

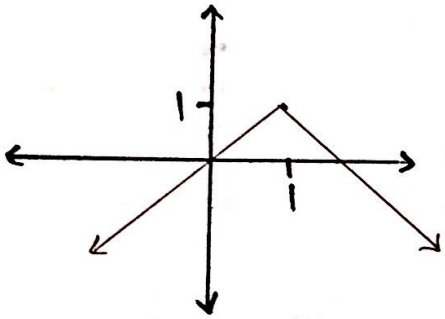
$ق(س) = |س + ١|$



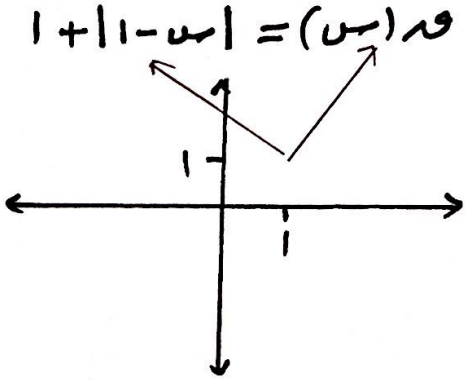
$ق(س) = -|س + ١|$



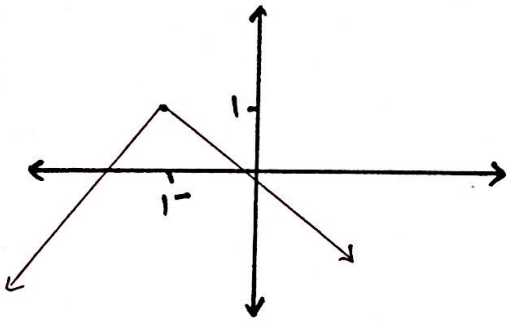
$ق(س) = |س - ١| + ١$



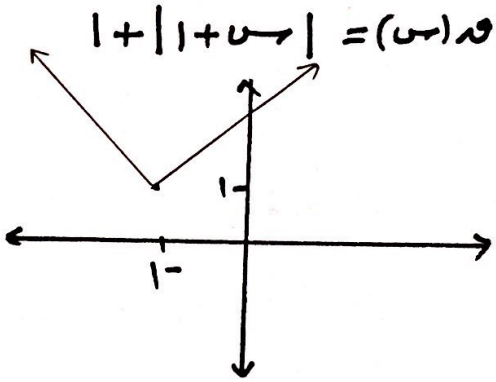
$ق(س) = -|س - ١| + ١$



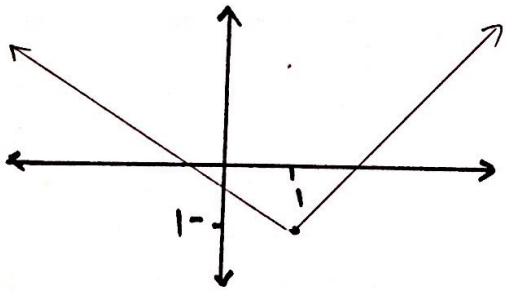
$ق(س) = -|س + ١| + ١$



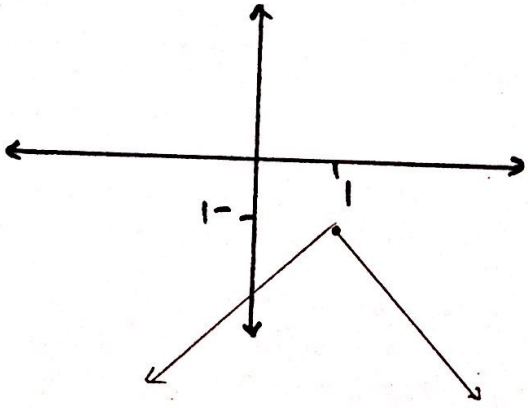
$ق(س) = |س + ١| + ١$



$ق(س) = |س - ١| - ١$



$ق(س) = -|س - ١| - ١$



محمد حسامله

Scanned with CamScanner

٧٦ إقتران أكبر عدد صحيح

* ر : ح ← ص [ ]

* [س] ⇐ نقرأ صحيح س

* [س] ⇐ هي أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي س

ص : الأعداد الصحيحة [س]

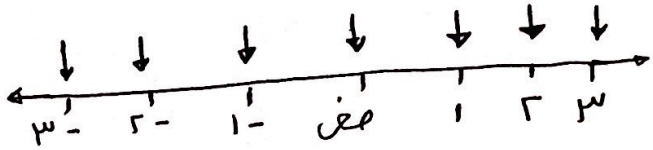
س ∈ ص

مثال :

[-١] = -١

[٥] = ٥

[صفر] = صفر



* بمختصر مفيد

إذا كان عدد صحيح

فإن الناتج نفس العدد

[س] = س

س ∉ ص

[-١,٥] = -٢

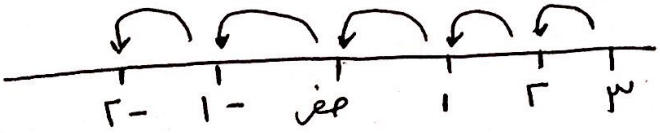
[١,٥] = ١

[٠,٦] = صفر

[٠,٥] = صفر

[-٠,٦] = -١

[-٠,٥] = -١



* بمختصر مفيد

إذا لم يكن عدد صحيح فإن

إقتران أكبر عدد صحيح س

هو أول عدد صحيح على يساره

[س] < س

محمد حتاملة 078 8803432

Scanned with CamScanner

خصائص إقتران أكبر عدد صحيح ٧٧

محمد حتاملة
078 8803432

إذا كان $ص \in ق$

$[س + ق] = [س] + ق$

مثال توضيحي

$[س + ٥] = [س] + ٥$

١) $س = ٢$

$[٢ + ٥] = [٢] + ٥$

$[٧] = ٢ + ٥$

$٧ = ٧$

---

٢) $س \notin ص$

$[٢,٥ + ٥] = [٢,٥] + ٥$

$[٧,٥] = ٢ + ٥$

$٧ = ٧$

$[س - ٥] = [س] - ٥$

$س \in ص$ ، $س = ٢$

$[٢ - ٥] = [٢] - ٥$

$-٣ = [-٣]$

$س \notin ص$ ، $س = ١,٥$

$[١,٥ - ٥] = [١,٥] - ٥$

$-٤ = [-٣,٥]$

$-٤ = -٤$

إذا كان $ص \notin ق$

$[س + ق] \neq [س] + ق$

مثال توضيحي

$[س + ٢,٥] \neq [س] + ٢,٥$

١) $س \in ص$ ، $س = ٢$

$[٢ + ٢,٥] \neq [٢] + ٢,٥$

$[٤,٥] \neq ٤,٥$

$٤ \neq ٤,٥$

$س \notin ص$ ، $س = ٢,٥$

$[٢,٥ + ٢,٥] \neq [٢,٥] + ٢,٥$

$[٥] \neq ٢ + ٢,٥$

$٥ \neq ٤,٥$

محمد حتاملة
078 8803432

Scanned with CamScanner

٧٨

$[س]_{-ق} \longleftrightarrow [س - ق]$

محمد حتاملة
078 8803432

$ق \in ص ، س - ص \in ص$

$[س]_{-ق} = [س - ق]$

مثال

$[٣]_{-٥} = [٣ - ٥]$

$[٢] = ٥ - ٣$

$٢ = ٢$

$ق \in ص ، س - ص \notin ص$

$ق \notin ص ، س - ص \in ص$

$ق \notin ص ، س - ص \notin ص$

$[س]_{-ق} \neq [س - ق]$

محمد حتاملة
078 8803432

$ق \in ص ، س - ص \notin ص$

$[س]_{-٥} \neq [٥ - س]$

$س = ٢,٥$

$[٢,٥]_{-٥} \neq [٥ - ٢,٥]$

$[٢,٥] - ٥ \neq [٢,٥ - ٥]$

$٢ - ٥ \neq [٢,٥]$

$٣ \neq ٢$

$ق \notin ص ، س - ص \in ص$

$[٢]_{-٢,٥} \neq [٢,٥ - ١]$

$[٢]_{-٢,٥} \neq [٠,٥]$

$صح \neq ٠,٥$

$ق \notin ص ، س - ص \notin ص$

$[٣,٤]_{-٢,٥} \neq [٣,٤ - ٢,٥]$

$[-٠,٩] \neq ٢,٥ - ٣$

$-١ \neq -٠,٥$

محمد حتاملة
078 8803432

Scanned with CamScanner

* $[س - ص] \neq [س] - [ص]$ ، $ص \neq صفر$

مثال :

$[٣,٥ \times ٤] \neq [٣,٥] \times ٤$

$[١٠] \neq ٢ \times ٤$

$١٠ \neq ٨$

---

* $ن = [س] \Leftarrow ن \leq س < ن + ١$

$س \in ح$ ، $ن \in ص$ (ص : عدد صحيح)

* $ن = [و(س)] \Leftarrow ن \leq و(س) < ن + ١$

مثال : حل المعادلات التالية :

١) $[س] = ١ \Leftarrow ١ \leq س < ١ + ١$

$١ \leq س < ٢ \Leftarrow س \in [١ ، ٢)$

---

٢) $[س] = -١ \Leftarrow -١ \leq س < -١ + ١$

$-١ \leq س < صفر$

$\Leftarrow س \in [-١ ، صفر)$

---

٣) $[س] = صفر \Leftarrow صفر \leq س < صفر + ١$

$صفر \leq س < ١$

$\Leftarrow س \in [صفر ، ١)$

محمد حتاملة 078 8803432

Scanned with CamScanner

محمد حتاملة
078 8803432

٤) $[\sqrt{٣س}+٢]=٣$

طريقة

$[\sqrt{٣س}]+٢=٣$

$[\sqrt{٣س}]=١$

$١\leq \sqrt{٣س}<٢$

$\frac{١}{٣}\leq س<\frac{٤}{٣}$

$س\in[\frac{١}{٣}\ ،\ \frac{٤}{٣})$

طريقة أخرى

$٣\leq \sqrt{٣س}+٢<٤$

$١\leq \sqrt{٣س}<٢$

$\frac{١}{٣}\leq س<\frac{٤}{٣}$

$\Leftarrow س\in[\frac{١}{٣}\ ،\ \frac{٤}{٣})$

---

٥) $[٢س-٢]=٧ \Leftarrow$

$٧\leq ٢س-٢<٨$

$٩\leq ٢س<١٠$

$\frac{٩}{٢}\leq س<٥$

$\Leftarrow س\in[\frac{٩}{٢}\ ،\ ٥)$

محمد حتاملة
078 8803432

---

٦) $[٤-٣س]=١٠$

$١٠\leq ٤-٣س<١١ \Leftarrow ٦\leq -٣س<٧$

$-٢\geq س>\frac{-٧}{٣}$

$س\in[-٢\ ،\ \frac{-٧}{٣})$

محمد حتاملة
078 8803432

---

٧) $[\sqrt{\frac{١}{٣}س}+٦]=١$

$١\leq \sqrt{\frac{١}{٣}س}+٦<٢ \Leftarrow -٥\leq \sqrt{\frac{١}{٣}س}<-٤$

$-١٥\leq س<-١٢$

$س\in[-١٥\ ،\ -١٢)$

Scanned with CamScanner

٨ $[س + ٤] = \frac{١}{٢}$

لا يوجد لها حل (لأن ناتج أكبر عدد صحيح هو عدد صحيح)

---

٩ $[٤ + س] = ٦ - [س]$

الحل: $٤ + [س] = ٦ - [س]$

$[س] + [س] = ٦ - ٤$

$٢[س] = ٢ \Leftarrow [س] = ١$

$\Leftarrow ١ \leq س < ٢ \Leftarrow س \in [١ ، ٢)$

---

١٠ $١ < [٣ + ٢س] < ٣$

الحل: $[٣ + ٢س] = ٢$

$٢ \leq ٣ + ٢س < ٣ \Leftarrow -١ \leq ٢س < صفر$

$\frac{-١}{٢} \leq س < صفر$

$س \in [\frac{-١}{٢} ، صفر)$

---

١١ $١ < [٣ + ٢س] < ٢$

لا يوجد لها حل (لأنه لا يوجد عدد صحيح بين ١ ، ٢)

محمد حتاملة 078 8803432

Scanned with CamScanner

٨٢

إعادة تعريف إقتران أكبر عدد صحيح

خطوات إعادة تعريف $ه(س) = [ب + أ س]$ في الفترة $[س_1 ، س_2]$

محمد حتاملة
078 8803432

١ نجزئ الفترة الكلية $[س_1 ، س_2]$ إلى فترات جزئية طول كل منها $ل = \frac{1}{|أ|}$

٢ إذا كان الحد المطلق (ب) عدد صحيح نبدأ من الصفر ونضيف ل حتى تشمل قيم الفترة الكلية بحدها
إذا كان الحد المطلق (ب) عدد غير صحيح نبدأ بصفر الأقتران $أ س + ب$ ونضيف ل حتى تشمل قيم الفترة الكلية بحدها

٣ نكتب فترات الإقتران التي حدودها القيم الموجودة في الخطوة السابقة

محمد حتاملة
078 8803432

٤ إذا كان معامل س

- موجب: نضع إشارة المساواة على الحد الأيمن للفترات الجزئية
- سالب: نضع إشارة المساواة على الحد الأيسر للفترات الجزئية

٥ لإيجاد قيم الأقتران على الفترات نعوض العدد في الفترة الجزئية الأولى المجاور للمساواة بداخل أكبر عدد صحيح ثم نضيف ١ على باقي الفترات إذا كان معامل س موجب ونطرح ١ من باقي الفترات إذا كان معامل س سالب

Scanned with CamScanner

* نطابقة الحد الأدنى للفترة الجزئية الأول مع الحد الأدنى للفترة الكلية
* نطابقة الحد الأعلى للفترة الجزئية الأخيرة مع الحد الأعلى للفترة الكلية

مثال :

محمد حتاملة
078 8803432

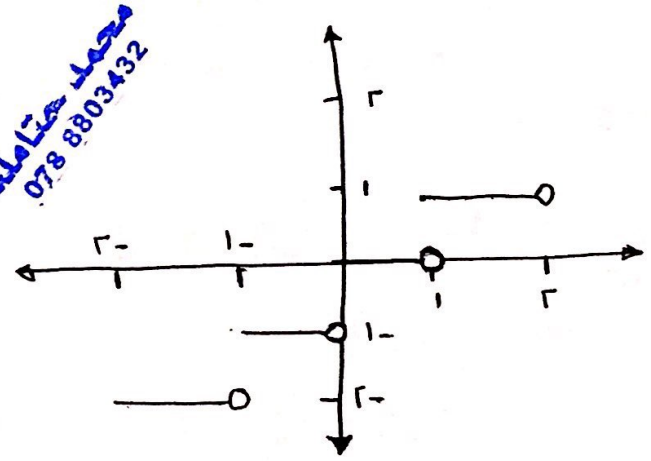
هـ(س) = [س] ، [-٢، ٢]

الحل :

طول الفترة = $\frac{٤}{٣-١}$ = ١

$$[س] = \begin{cases} -٢ & ، -٢ \leq س < -١ \\ -١ & ، -١ \leq س < ٠ \\ ٠ & ، ٠ \leq س < ١ \\ ١ & ، ١ \leq س < ٢ \\ ٢ & ، س = ٢ \end{cases}$$

محمد حتاملة
078 8803432



محمد حتاملة
078 8803432

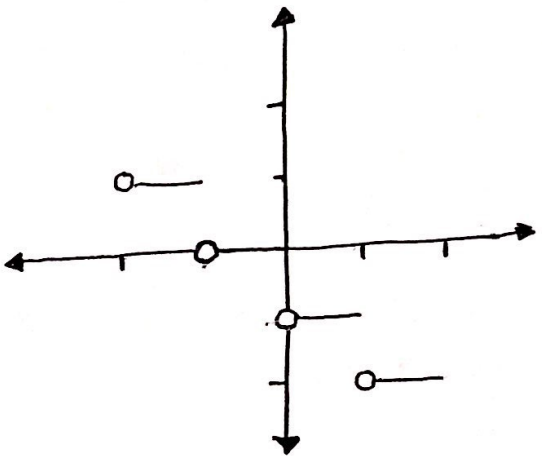
إقتران على شكل درجي متزايد

هـ(س) = [-س] ، [-٢، ٢]

الحل

طول الفترة = $\frac{٤}{٣-١}$ = ١

$$[-س] = \begin{cases} ١ & ، -٢ < س \leq -١ \\ ٠ & ، -١ < س \leq ٠ \\ -١ & ، ٠ < س \leq ١ \\ -٢ & ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$$



متناقص

محمد حتاملة
078 8803432

Scanned with CamScanner

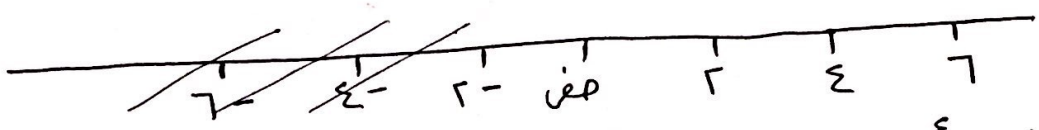
مثال: أعد تعريف $ه(س) = [\sqrt{\frac{1}{2}} + 3]$ ، $س \in [-1، 0]$

الحل: $ب = 3$ (عدد صحيح)

٨٤

محمد حتاملة
078 8803432

$\sqrt{\frac{1}{2}} + 3 = ص \Leftarrow \sqrt{\frac{1}{2}} = -3 \Leftarrow س = -6$



نبدأ من -2

محمد حتاملة
078 8803432

$$ه(س) = \begin{cases} ٢ ، & ص > س \geq -٢ \\ ٣ ، & ص \geq س > ٢ \\ ٤ ، & ٢ \geq س > ٤ \\ ٥ ، & ٤ \geq س > -٦ \end{cases}$$

مثال: أعد تعريف $ه(س) = [\frac{1}{2} + \sqrt{-2}]$ ، $س \in [1، \frac{5}{2}]$

الحل: $ب = \frac{1}{2}$ (عدد غير صحيح)

$ل = \frac{1}{|-2|} = \frac{1}{2}$

$ص = \frac{1}{2} + \sqrt{-2}$

$\sqrt{-2} = -\frac{1}{2}$

$\sqrt{} = \frac{1}{4} \notin [1، \frac{5}{2}]$

محمد حتاملة
078 8803432

$\frac{1}{4} \xrightarrow{+\frac{1}{2}} \frac{3}{4} \longrightarrow \frac{5}{4} \longrightarrow \frac{7}{4} \longrightarrow \frac{9}{4} \longrightarrow \frac{11}{4}$

محمد حتاملة
078 8803432

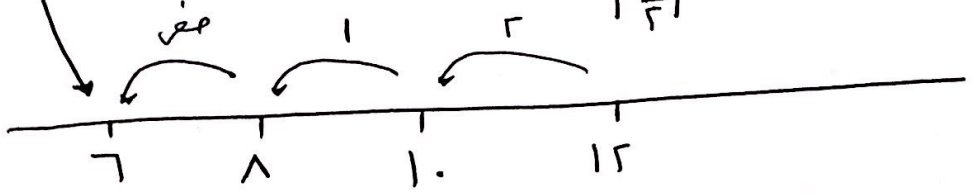
$$ه(س) = \begin{cases} -٢ ، & \frac{5}{4} \geq س > \frac{3}{4} \\ -٣ ، & \frac{7}{4} \geq س > \frac{5}{4} \\ -٤ ، & \frac{9}{4} \geq س > \frac{7}{4} \\ -٥ ، & \frac{11}{4} \geq س > \frac{9}{4} \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

مثال : أعد تعريف $هـ(س) = [\frac{1}{2}س - ٣]$ على الفترة $[٨ ، ١٢]$

الحل : $\frac{1}{2}س - ٣ = صفر \Leftarrow ٣ = ص \frac{1}{2} \Leftarrow س = ٦$

طول الفترة $= \frac{1}{|\frac{1}{2}|} = ٢$



٨٥

محمد حتاملة
078 8803432

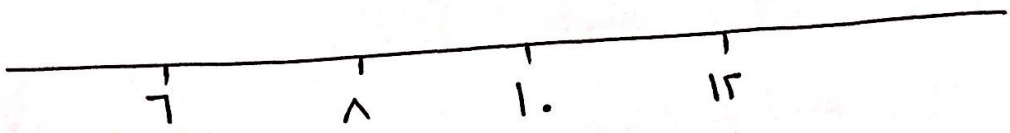
$$هـ(س) = \begin{cases} ١ ، & ٨ \leq س < ١٠ \\ ٢ ، & ١٠ \leq س < ١٢ \\ ٣ ، & س = ١٢ \end{cases}$$

فترة مغلقة

محمد حتاملة
078 8803432

مثال : أعد تعريف $هـ(س) = [\frac{1}{2}س + ٣]$ على الفترة $[٨ ، ١٢]$

الحل : $\frac{1}{2}س + ٣ = صفر \Leftarrow \frac{1}{2}س = -٣ \Leftarrow س = ٦$



$٦ < س \leq ٨$

$٨ < ص \leq ١٠$

$١٠ < س \leq ١٢$

محمد حتاملة
078 8803432

محمد حتاملة
078 8803432

$$هـ(س) = \begin{cases} -١ ، & س = ٨ \\ -٢ ، & ٨ < س \leq ١٠ \\ -٣ ، & ١٠ < س \leq ١٢ \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

مثال: أعد تعريف $هـ(س) = |س - [س]|$ ، $س \in [1 ، 3)$

الحل: الفترة موجبة $\Leftarrow$ $س > [س]$ ٨٦

$هـ(س)$ موجب $\Leftarrow$ $هـ(س) = س - [س]$

طول الفترة $= \frac{1}{1} = 1$

$$هـ(س) = \begin{cases} س - 1 ، 1 \leq س < 2 \\ س - 2 ، 2 \leq س < 3 \end{cases}$$

محمد حتاملة 078 8803432

محمد حتاملة 078 8803432

مثال: أعد تعريف $هـ(س) = |س^2 - [س^2]|$

$س \in [1 ، \frac{5}{2})$

الحل: $هـ(س) = س^2 - [س^2]$

طول الفترة $= \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$1 \longrightarrow \frac{3}{2} \longrightarrow 2 \longrightarrow \frac{5}{2}$

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 - 2 ، 1 \leq س < \frac{3}{2} \\ س^2 - 3 ، \frac{3}{2} \leq س < 2 \\ س^2 - 4 ، 2 \leq س < \frac{5}{2} \end{cases}$$

محمد حتاملة 078 8803432

محمد حتاملة 078 8803432

Scanned with CamScanner

مثال: أعد تعريف $هـ(س) = \left[\frac{٤+ص٢}{٣}\right]$ ، $س \in (-٢، ٣]$

محمد حتاملة 078 8803432

الحل: $هـ(س) = \left[\frac{٤}{٣} + ص\frac{٢}{٣}\right]$

طول الفترة $= \frac{١}{\left|\frac{٢}{٣}\right|} = \frac{٣}{٢}$

$ص = \frac{٢}{٣}س + \frac{٤}{٣}$ ، صفر $\Leftarrow$ $س = \frac{-٤}{٣}$ $\Leftarrow$ $س = -٢$

$$هـ(س) = \begin{cases} \text{صفر} ، -٢ < س < -\frac{١}{٢} \\ ١ ، -\frac{١}{٢} \leq س < ١ \\ ٢ ، ١ \leq س < ٢\frac{١}{٢} \\ ٣ ، ٢\frac{١}{٢} \leq س < ٤ \end{cases}$$

محمد حتاملة 078 8803432

٣ ← نهاية فترة

مثال: أعد تعريف $هـ(س) = س - [-س] + ٢$

$س \in [١، ٤]$

الحل: طول الفترة $= \frac{١}{|-١|} = ١$

محمد حتاملة 078 8803432

محمد حتاملة 078 8803432

١ ← ٢ ← ٣ ← ٤

$$هـ(س) = \begin{cases} س + ٢ ، ١ \leq س < ٢ \\ ص٢ + ٢ ، ٢ \leq س < ٣ \\ ص٣ + ٢ ، ٣ \leq س < ٤ \\ ١٨ ، س = ٤ \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

مثال : أعد تعريف $ق(س) = \overline{|س + [س]|}$

$س \in [1، 2]$

محمد حمتاملة 078 8803432

الحل : طول الفترة $= \frac{1}{111} = 1$

$1 \longrightarrow 2$

$$ق(س) = \begin{cases} \overline{|س + 1|} & ، 2 > س \geq 1 \\ \overline{|س + 2|} & ، س = 2 \end{cases}$$

محمد حمتاملة 078 8803432

$$ق(س) = \begin{cases} \overline{|س + 1|} & ، 2 > س \geq 1 \\ 2 & ، س = 2 \end{cases}$$

مثال : أعد تعريف $ق(س) = (1 + \sqrt{2})^{[س]}$

$س \in [صفر، 2]$

الحل : طول الفترة $= \frac{1}{111} = 1$

محمد حمتاملة 078 8803432

$صفر \longrightarrow 1 \longrightarrow 2$

$$[س] = \begin{cases} صفر & ، صفر \leq س < 1 \\ 1 & ، 2 > س \geq 1 \\ 2 & ، س = 2 \end{cases}$$

محمد حمتاملة 078 8803432

$$ق(س) = \begin{cases} 1 & ، صفر \leq س < 1 \\ 1 + \sqrt{2} & ، 2 > س \geq 1 \\ 25 & ، س = 2 \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

مثال : أعد تعريف $ه(س) = [س+٣] - [٥-س]$

$س \in [١، ٣]$

٨٩

محمد حتاملة
078 8803432

الحل :

$[س+٣]$

↓

$$\begin{cases} ٤ ، ١ \leq س < ٢ \\ ٥ ، ٢ \leq س < ٣ \\ ٦ ، س = ٣ \end{cases}$$

$[٥-س]$

↓

$$\begin{cases} ٤ ، س = ١ \\ ٣ ، ١ < س \leq ٢ \\ ٢ ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$$

محمد حتاملة
078 8803432

$[س+٣] - [٥-س]$

$$\begin{cases} \text{صفر} ، س = ١ \\ ١ ، ١ < س < ٢ \\ ٢ ، س = ٢ \\ ٣ ، ٢ < س < ٣ \\ ٤ ، س = ٣ \end{cases}$$

محمد حتاملة
078 8803432

محمد حتاملة
078 8803432

Scanned with CamScanner

مثال : أعد تعريف $\text{و}(س) = [\![|س-٢|]\!]$

$س \in [١، ٣]$

٩٠

محمد حتاملة
078 8803432

الحل : $|س-٢| \Leftarrow س-٢ = صفر \Leftarrow س = ٢$



$$\text{و}(س) = \begin{cases} [\![٢-س]\!] & ، ١ \leq س < ٢ \\ [\![س-٢]\!] & ، ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases}$$

$[\![٢-س]\!]$

طول الفترة $= ١$

$$\begin{cases} ١ & ، س = ١ \\ صفر & ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$$

محمد حتاملة
078 8803432

$[\![س-٢]\!]$

طول الفترة $= ١$

$$\begin{cases} صفر & ، ٢ \leq س < ٣ \\ ١ & ، س = ٣ \end{cases}$$

$$\text{و}(س) = \begin{cases} صفر & ، ١ < س < ٣ \\ ١ & ، س = ١، ٣ \end{cases}$$

محمد حتاملة
078 8803432

Scanned with CamScanner