بسم الله الرحمن الرحيم

عزيزي الطالب: أضع بين يديك مجموعة من الأسئلة المقترحة والشاملة في مادة الرياضيات للمستوى الرابع الفرع العلمي على وحدتي القطوع المخروطية والتكامل ولابد من الانتباه إلى ملاحظتين هامتين عند التعامل مع الأسئلة

(1) ركزت الأسئلة على الأفكار الجديدة والمتوقع ورودها في هذه الدورة

(2) تم تجاوز بعض الأفكار السهلة والبسيطة والأفكار الواردة في الدورات الأخيرة لأسئلة الوزارة. لذا يجب الإلمام على الأفكار الواردة في المطالعة المقررة.

للاستفسار عن أي سؤال اتصل على الرقم

٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

جهاد صالح أبو زايد.

جهاد صلاح أبوزايد
٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

أوجد التكاملات التالية :-

① $\int \frac{\sqrt{س+٢}}{س+١}\, دس$

الحل :- ص = $\sqrt{س+٢}$ ⇐ ص^٢ = س + ٢ ⇐ س = ص^٢ − ٢

٢ص دص = دس ⇐ $\int \frac{\sqrt{س+٢}}{س+١}\, دس = \int \frac{ص}{ص^٢-٢+١} \times ٢ص\, دص$

= $\int \frac{٢ص^٢}{ص^٢-١}\, دص = \int ٢\, دص + \int \frac{٢}{ص^٢-١}\, دص$ (مباشر) (كسور جزئية)

$٢ص^٢ \div (ص^٢-١) = ٢$ ، $-(٢ص^٢-٢)$ ، الباقي ٢

$\frac{٢}{ص^٢-١} = \frac{أ}{ص-١} + \frac{ب}{ص+١}$

٢ = أ(ص + ١) + ب(ص − ١)

عندما ص = ١ ⇐ ٢ = ٢أ ⇐ أ = ١

عندما ص = ‾١ ⇐ +٢ = −٢ب ⇐ ب = ‾١

∴ $\int \frac{٢ص^٢}{ص^٢-١} = \int ٢\, دص + \int \frac{١}{ص-١}\, دص + \int \frac{-١}{ص+١}\, دص$

= ٢ص + لوهـ |ص − ١| − لوهـ |ص + ١| + جـ

= ٢$\sqrt{س+٢}$ + لوهـ |$\sqrt{س+٢}$ − ١| + لوهـ |$\sqrt{س+٢}$ + ١| + جـ

---

② $\int \frac{هـ^{\frac{١}{س+١}}}{(س+١)^٣}\, دس$

ص = $\frac{١}{س+١}$ ⇐ $\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{(س+١)^٢}$

دس = −(س + ١)^٢ دص

= $\int \frac{هـ^ص}{(س+١)^٣} \times -(س+١)^٢\, دص$

= $\int \frac{-١}{س+١}\, هـ^ص\, دص = \int -ص\, هـ^ص\, دص$ ← بالأجزاء

ع = −ص
دع = −دص

هـ = $\int هـ^ص\, دص = هـ^ص$

$\int -ص\, هـ^{ص}\, دص = ق \cdot هـ - \int هـ \cdot دق$

$= -ص\, هـ^{ص} - \int هـ^{ص} \times -دص = -ص\, هـ^{ص} + هـ^{ص} + ث$

$= -\frac{1}{س+1}\, هـ^{\frac{1}{س+1}} + هـ^{\frac{1}{س+1}} + ث$ #

0796044099

(3) $\int \sqrt{هـ^{س}+4}\; دس$

$ص = \sqrt{هـ^{س}+4} \Leftarrow ص^2 = هـ^{س} + 4 \Leftarrow 2ص\, دص = هـ^{س}\, دس$

$\frac{2ص\, دص}{هـ^{س}} = دس \quad ، \quad هـ^{س} = ص^2 - 4$

بالقسمة

$\int \sqrt{هـ^{س}+4}\; دس = \int \frac{ص \times 2ص\, دص}{هـ^{س}} = \int \frac{2ص^2\, دص}{ص^2-4}$

$2ص^2 \div (ص^2 - 4) = 2$ ، $\frac{-2ص^2 \pm 8}{8}$

$= \int 2\, دص + \int \frac{8}{ص^2-4}\, دص$

$\frac{8}{ص^2-4} = \frac{أ}{ص+2} + \frac{ب}{ص-2}$

$8 = أ(ص-2) + ب(ص+2)$

عندما $ص = 2 \Leftarrow \boxed{ب = 2}$ ، عندما $ص = -2 \Leftarrow \boxed{أ = -2}$

$\therefore \int \frac{2ص^2\, دص}{ص^2-4} = \int 2\, دص + \int \frac{-2}{ص+2}\, دص + \int \frac{2}{ص-2}\, دص$

$= 2ص - 2\, لو_{هـ}|ص+2| + 2\, لو_{هـ}|ص-2| + ث$

$= هـ^{س+4} - 2\, لو_{هـ}\left|\sqrt{هـ^{س}+4}+2\right| + 2\, لو_{هـ}\left|\sqrt{هـ^{س}+4}-2\right| + ث$

(4) $\int \frac{1}{1-\sqrt{س}}\; دس$

$ص = 1 - \sqrt{س} \Leftarrow \sqrt{س} = 1 - ص \Leftarrow س = (1-ص)^2$

$2(1-ص) \times -\frac{دص}{دس} = 1 \Leftarrow -2(1-ص)\, دص = دس$

مراد صالح
٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{س}}}\, دس = \int \frac{1 \times ٢(ص-1)\, دص}{\sqrt{ص}}$$

$$= \int (٢ص-٢)\, ص^{-\frac{1}{2}}\, دص = \int \left(٢ص^{\frac{1}{2}} - ٢ص^{-\frac{1}{2}}\right) دص$$

$$= ٢ \times \frac{٢}{٣} ص^{\frac{٣}{٢}} - ٢ \times ٢ ص^{\frac{1}{2}} + ج = \frac{٤}{٣}\sqrt{ص^٣} - ٤\sqrt{ص} + ج$$

$$= \frac{٤}{٣}\sqrt{(1-\sqrt{س})^٣} - ٤\sqrt{1-\sqrt{س}} + ج$$

(5) $\int \frac{٤}{س+٢\sqrt{٣-س}}\, دس$ ، $ص = \sqrt{٣-س} \Leftarrow ص^٢ = ٣-س$

$س = ٣ - ص^٢ \Leftarrow دس = -٢ص\, دص$

$$\therefore \int \frac{٤}{س+٢\sqrt{٣-س}}\, دس = \int \frac{٤ \times -٢ص\, دص}{٣-ص^٢+٢ \times ص} = \int \frac{-٨ص}{٣-ص^٢+٢ص}\, دص$$

$$= \int \frac{٨ص}{ص^٢-٢ص-٣}\, دص = \int \frac{٨ص}{(ص-٣)(ص+1)}\, دص$$ ← نكمل كسور جزئية لحل السؤال

الجواب النهائي: $٢ لو_هـ |\sqrt{٣-س}+1| + ٦ لو_هـ |\sqrt{٣-س}-٣| + ج$

(6) $\int \frac{\sqrt{س-1}}{\sqrt{س^٥}}\, دس$

الحل: $\int \frac{\sqrt{س-1}}{\sqrt{س^٥}} = \int \sqrt{\frac{س}{س^٥} - \frac{1}{س^٥}}\, دس = \int \sqrt{\frac{1}{س^٤} - \frac{1}{س^٥}}\, دس$

$$= \int \frac{1}{س^٢}\left(1-\frac{1}{س}\right)^{\frac{1}{2}} دس \quad ، \quad ص = 1 - \frac{1}{س} \Leftarrow دص = \frac{1}{س^٢}\, دس$$

$دس = س^٢\, دص$ في $\int \frac{1}{س^٢}\left(1-\frac{1}{س}\right)^{\frac{1}{2}} دس = \int \frac{1}{س^٢} (ص)^{\frac{1}{2}} \times س^٢\, دص$

طه دلع
٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

$= \int ص^{\frac{1}{٤}} \, دص = \frac{٤}{٣} ص^{\frac{٣}{٤}} + ج$

$= \frac{٤}{٣} \sqrt{(1 - \frac{1}{س})^{٣}} + ج$

---

(٧) $\int \frac{1}{س^{٢} \sqrt{س^{٢}+1}} \, دس$ ، $س > ٠$

$= \int \frac{1}{س^{٢}\sqrt{س^{٤}(1+\frac{1}{س^{٢}})}} \, دس = \int \frac{1}{س^{٣}} \times (1+\frac{1}{س^{٢}})^{-\frac{1}{٢}} \, دس$

$ص = 1 + \frac{1}{س^{٢}} \Leftarrow دص = \frac{-1 \times ٢ س}{س^{٤}} \, دس \Leftarrow دص = \frac{-٢}{س^{٣}} \, دس$

$دس = \frac{- س^{٣} \, دص}{٢}$

$\therefore \int \frac{1}{س^{٣}} (\frac{1}{س^{٢}} + 1)^{-\frac{1}{٢}} \, دس = \int \frac{1}{س^{٣}} \times ص^{-\frac{1}{٢}} \times \frac{- س^{٣} \, دص}{٢} =$

$\int \frac{ص^{-\frac{1}{٢}}}{٢} \, دص = \frac{٢ \times ص^{\frac{1}{٢}}}{-٢} + ج = - \sqrt{1 + \frac{1}{س^{٢}}} + ج$

---

(٨) $\int \sqrt[٣]{س^{٣} + س^{٤}} \, دس$

$= \int \sqrt[٣]{س^{٣}(1+س)} \, دس = \int س (س+1)^{\frac{1}{٣}} \, دس$

نكامل بالأجزاء.

$ق = س$ ، $هـ = \int (س+1)^{\frac{1}{٣}} \, دس$

$دق = دس$ ، $هـ = \frac{٣}{٤} (س+1)^{\frac{٤}{٣}}$

$ق.هـ - \int هـ . دق = \frac{٣}{٤} س (س+1)^{\frac{٤}{٣}} - \int \frac{٣}{٤} (س+1)^{\frac{٤}{٣}} \, دس$

$= \frac{٣}{٤} س (س+1)^{\frac{٤}{٣}} - \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٧} (س+1)^{\frac{٧}{٣}} + ج$

٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

٩) $\int \frac{1}{ظا^2 \sqrt{س}} \, دس$

الحل: $\int \frac{1}{ظا^2\sqrt{س}} \, دس = \int ظتا^2 \sqrt{س} \, دس$

$ص = \sqrt{س} \Leftarrow ص^2 = س \Leftarrow 2ص \, دص = دس$ ← بالأجزاء

$\int ظتا^2 \sqrt{س} \, دس = \int ظتا^2 ص \times 2ص \, دص = \int 2ص \, ظتا^2 ص \, دص$

$ع = 2ص$ ، $دع = 2 \, دص$

$هـ = \int ظتا^2 ص \, دص = \int (قتا^2 ص - 1) \, دص$

$= -ظتا ص - ص$

$ع . هـ - \int هـ \, دع = 2ص \times (-ظتا ص - ص) - \int 2 \times (-ظتا ص - ص) \, دص$

$= -2ص \, (ظتا ص + ص) + 2\int (ظتا ص + ص) \, دص$

$= -2ص \, (ظتا ص + ص) + 2 لو_هـ |جا ص| + \frac{2}{2} ص^2 + ج$

$= -2\sqrt{س} \, (ظتا \sqrt{س} + \sqrt{س}) + 2 لو_هـ |جا \sqrt{س}| + س + ج$

*** انتبه!!!: $\int ظا س \, دس = -لو_هـ |جتا س| + ج$ ، $\int ظتا س \, دس = لو_هـ |جا س| + ج$

١٠) $\int \frac{6س}{س^5 + س^2} \, دس$

$\int \frac{6س}{س^5 + س^2} \, دس = \int \frac{6س}{س(س^4 + س)} \, دس = \int \frac{6}{س^4 + س} \, دس$

$= 6\int \frac{1}{س^4 (1 + س^{-3})} \, دس = 6\int \frac{س^{-4}}{1 + س^{-3}} \, دس \times \frac{-3}{-3}$

$= \frac{6}{-3} \int \frac{-3 س^{-4}}{1 + س^{-3}} \, دس$ ← البسط مشتقة المقام

$= -2 لو_هـ |1 + س^{-3}| + ج$ #

[illegible]
٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

11

$$\int \frac{1}{\text{لو}_{هـ}\sqrt{س+٢}\cdot(س+٢)}\,دس$$

الحل: $$= \int \frac{1}{\frac{١}{٢}\text{لو}_{هـ}(س+٢)\,(س+٢)}\,دس = ٢\int \frac{\frac{١}{س+٢}}{\text{لو}_{هـ}(س+٢)}$$

انتبه: البسط مشتقة المقام
وعليه فإن $$٢\int \frac{\frac{١}{س+٢}}{\text{لو}_{هـ}(س+٢)} = ٢\,\text{لو}_{هـ}\left|\text{لو}_{هـ}(س+٢)\right| + ج$$

ملاحظة: يمكن حل السؤال بالتعويض بفرض أن $\text{لو}_{هـ}(س+٢) = ص$ لأن مشتقة $\text{لو}_{هـ}$ موجودة في التكامل.

12

$$\int \frac{\text{لو}_{هـ}(س-١)^٣}{(س+٢)^٢}\,دس$$

الحل: $= \int ٣\,\text{لو}_{هـ}(س-١)\,(س+٢)^{-٢}\,دس$ ← أجزاء

$ق = ٣\,\text{لو}_{هـ}(س-١)$ $\qquad$ $هـ = \int (س+٢)^{-٢}\,دس$

$دق = \frac{٣}{س-١}$ $\qquad$ $هـ = -(س+٢)^{-١} = \frac{-١}{(س+٢)}$

$ق.هـ - \int هـ.دق$

$$= \left(\frac{-٣}{س+٢}\right)\text{لو}_{هـ}(س-١) - \int \frac{-٣}{(س+٢)(س-١)}\,دس$$

$$= \left(\frac{-٣}{س+٢}\right)\text{لو}_{هـ}(س-١) + \int \frac{٣}{(س+٢)(س-١)}\,دس$$

نكمل الحل التكامل
بالكسور الجزئية.

أ.محمد [illegible]
٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

13

$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{س} - \sqrt{س}}\, دس$$

$$= \int \frac{1}{س^{\frac{1}{3}} - س^{\frac{1}{2}}}\, دس \Leftarrow \text{انتبه}\quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore\ ص = س^{\frac{1}{6}} \Leftarrow س = ص^{6} \Leftarrow \boxed{دس = 6ص^{5}\, دص}$$

$$ص = س^{\frac{1}{6}} \Leftarrow ص^{3} = \left(س^{\frac{1}{6}}\right)^{3} = س^{\frac{3}{6}} = س^{\frac{1}{2}}$$

$$ص = س^{\frac{1}{6}} \Leftarrow ص^{2} = \left(س^{\frac{1}{6}}\right)^{2} = س^{\frac{2}{6}} = س^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore \int \frac{1}{س^{\frac{1}{3}} - س^{\frac{1}{2}}}\, دس = \int \frac{1}{ص^{2} - ص^{3}} \times 6ص^{5}\, دص$$

$$= \int \frac{6ص^{5}}{ص^{2}(1-ص)}\, دص = \int \frac{6ص^{3}}{1-ص}\, دص \longleftarrow \text{بالقسمة الطويلة}$$

$$= \int (-6ص^{2} - 6ص - 6)\, دص + \int \frac{6}{1-ص}\, دص$$

$$= -\frac{6ص^{3}}{3} - \frac{6ص^{2}}{2} - 6ص + \frac{6}{-1}\, لوـهـ|1-ص| + ج$$

$$= -2\sqrt{س} - 3\sqrt[3]{س} - 6\sqrt[6]{س} - 6\, لوـهـ\left|1-\sqrt[6]{س}\right| + ج$$

14

$$\int جتا^{5} س\, دس$$

$$= \int جتا س\, (جتا^{2} س)^{2}\, دس = \int جتا س\, (1 - جا^{2} س)^{2}\, دس$$

$$ص = جا س \Leftarrow دس = \frac{دص}{جتا س}$$

$$\therefore \int جتا س\, (1 - جا^{2} س)^{2}\, دس = \int جتا س \times (1 - ص^{2})^{2} \times \frac{دص}{جتا س}$$

$$= \int (1 - 2ص^{2} + ص^{4})\, دص = ص - \frac{2ص^{3}}{3} + \frac{ص^{5}}{5} + ج$$

$$= جا س - \frac{2\, جا^{3} س}{3} + \frac{جا^{5} س}{5} + ج$$

15) $\int جا^2 س \, جتا^2 س \, دس$ ، $ص = جا س \Leftarrow \frac{دص}{جتا س} = دس$

$= \int ص^2 \times جتا^2 س \times \frac{دص}{جتا س} = \int ص^2 \times جتا^2 س \, دس = \int ص^2 (1 - جا^2 س) دس$

$= \int ص^2 (1 - ص^2) دص = \int (ص^2 - ص^4) دص$

$= \frac{ص^3}{3} - \frac{ص^5}{5} + ث = \frac{جا^3 س}{3} - \frac{جا^5 س}{5} + ث$

---

16) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{دس}{جتا^2 س - جتا^4 س}$

$= \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{دس}{جتا^2 س (1 - جتا^2 س)} = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{دس}{جتا^2 س \, جا^2 س}$

$= \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{دس}{(جا س \, جتا س)^2} = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{4 \, دس}{جا^2 2س} = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} 4 \, قتا^2 2س \, دس$

$= -2 \, ظتا 2س \Big|_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} = (-2 ظتا \frac{\pi}{2}) - (-2 ظتا \frac{\pi}{4})$

$= 0 + 2 = 2$

---

17) $\int \frac{4 س^3}{س^8 - 1} دس$

$= \int \frac{4 س^3}{(س^4 + 1)(س^4 - 1)} دس$

$ص = س^4$

$\frac{دص}{4 س^3} = دس$

$= \int \frac{4 س^3}{(ص + 1)(ص - 1)} \times \frac{دص}{4 س^3} = \int \frac{1}{(ص + 1)(ص - 1)} دص$

↳ نفصل بالكسور الجزئية.

جهاد حميد
٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

$$\int \frac{جتاس}{جتا٢س + جاس + ٢}\, دس = \int \frac{جتاس}{١ - ٢جا^{٢}س + جاس + ٢}\, دس$$

$$= \int \frac{جتاس}{-٢جا^{٢}س + جاس + ٣}\, دس = \int \frac{-جتاس}{٢جا^{٢}س - جاس - ٣}\, دس$$

، ص = جاس ⇒ $\boxed{\frac{دص}{جتاس} = دس}$

$$\therefore \int \frac{-جتاس}{٢جا^{٢}س - جاس - ٣}\, دس = \int \frac{-جتاس}{٢ص^{٢} - ص - ٣} \times \frac{دص}{جتاس}$$

$$= \int \frac{-١}{(٢ص - ٣)(ص + ١)}\, دص$$ ⇒ نكامل بالكسور الجزئية.

18

$$\int س\, لو_{هـ}(س\, هـ^{س})\, دس$$

$$= \int س\,(لو_{هـ}س + لو_{هـ}هـ^{س})\, دس = \int س\,(لو_{هـ}س + س)\, دس$$

$$= \int س\, لو_{هـ}س\, دس + \int س^{٢}\, دس$$ ← مباشر

أجزاء في $\int س\, لو_{هـ}س$ ، دهـ = س دس

ثم نكامل الكل.

19

$$\int ٤\, هـ^{٢س}\, جا^{٢}(هـ^{٢س-١})\, دس$$

، ص = $هـ^{٢س-١}$

دص = $٢\, هـ^{٢س-١}\, دس$

$دس = \frac{دص}{٢\, هـ^{٢س-١}}$

$$= \int ٤\, هـ^{٢س}\, جا^{٢}ص \times \frac{دص}{٢\, هـ^{٢س-١}}$$

$$= \int ٢\, هـ^{٢س-(٢س-١)} \times جا^{٢}ص\, دص$$

$$= \int ٢\, هـ \times جا^{٢}ص\, دص$$

انتبه هـ: ثابت

$$= هـ \int (١ - جتا٢ص)\, دص$$

$$= هـ\left(ص - \frac{جا٢ص}{٢}\right) + ج = هـ\left(هـ^{٢س-١} - \frac{جا٢هـ^{٢س-١}}{٢}\right) + ج$$

جهاد صالح
٠٧٩٦٠٤٤٠٩٩

20 $\int 2^{س}\, دس$

$ص = 2^{س}$

$دص = 2^{س} \, لو_{هـ} 2 \, دس$

$\dfrac{دص}{2^{س} لو_{هـ} 2} = دس$

$$\boxed{دس = \dfrac{دص}{ص \, لو_{هـ} 2}}$$

$= \int ص \times \dfrac{دص}{ص \, لو_{هـ} 2}$

$\dfrac{1}{لو_{هـ} 2} ص + جـ$

$= \dfrac{1}{لو_{هـ} 2} \times 2^{س} + جـ$

← انتبه $لو_{هـ} 2$: ثابت

---

21 إذا كان $\int_{1}^{هـ} ق(س)\, دس = -3$ ، $ق(1) = -1$ ، $ق(هـ) = \dfrac{1}{هـ}$

احسب $\int_{0}^{2} هـ^{س} \, \bar{ق}\left(\sqrt{هـ^{س}}\right) دس$

الحل :- $ص = \sqrt{هـ^{س}} \Leftarrow ص = هـ^{\frac{1}{2}س} \Leftarrow ص^{2} = هـ^{س}$

$2ص\, دص = هـ^{س}\, دس \Leftarrow \dfrac{2ص\, دص}{هـ^{س}} = دس$

عندما س = ٠ : $ص = \sqrt{هـ^{0}} = 1$

عندما س = ٢ : $ص = \sqrt{هـ^{2}} = هـ$

$\int_{1}^{هـ} ص^{2}\, \bar{ق}(ص) \times \dfrac{2ص\, دص}{هـ^{س}}$

$= \int_{1}^{هـ} ص^{2}\, \bar{ق}(ص) \times \dfrac{2ص\, دص}{ص^{2}} = \int_{1}^{هـ} 2ص\, \bar{ق}(ص)\, دص$ ← بالأجزاء

$ع = 2ص$ ، $دع = 2\, دص$

$هـ = \int \bar{ق}(ص)\, دص$

$هـ = ق(ص)$

$ع . هـ \Big|_{1}^{هـ} - \int_{1}^{هـ} هـ . دع = 2ص\, ق(ص) \Big|_{1}^{هـ} - \int_{1}^{هـ} 2\, ق(ص)\, دص$

$\int_{1}^{هـ} ق(س) دس = -3$ من السؤال

$= (2هـ\, ق(هـ)) - (2 \times 1 \times ق(1)) - 2 \times 3$

$2هـ \times \dfrac{1}{هـ} - 2 \times -1 - 6$

$= 4 - 6 = \boxed{-2}$

10

22 يتحرك جسم بحيث أن سرعته ترتبط مع المسافة التي يقطعها بالأمتار بالعلاقة ٢ع ف = ٩ ، أوجد المسافة التي سيقطعها الجسم بعد ٩ ثوان علماً بأن المسافة عند بدء الحركة ١٢م

الحل :- ٢ع ف = ٩ ⇐ $٢ \frac{دف}{دن}$ × ف = ٩ ⇐ ٢ف دف = ٩ دن

∴ ∫ ٢ف دف = ∫ ٩دن ⇐ ف^{٢} = ٩ن + جـ

عندما ن = ٠ ، ف = ١٢ ⇐ ١٢^{٢} = ٩×٠ + جـ ⇐ جـ = ١٤٤

∴ ف^{٢} = ٩ن + ١٤٤

عندما ن = ٩ ⇐ ف^{٢} = ٩×٩ + ١٤٤ = ٢٢٥ ⇐ **ف = ١٥م**

---

23 يتسرب ماء في خزان بمعدل $\frac{1}{\sqrt{٢ن - ٣}}$ م٣/ث ، أوجد حجم الماء في الخزان بعد ٩,٥ ثانية علماً بأن حجم الماء بعد ثانيتين = ٥م٣

الحل :- ح = ∫ $\frac{1}{\sqrt{٢ن - ٣}}$ دن = ∫ (٢ن − ٣)$^{-\frac{1}{2}}$ دن

ح = $\frac{٢(٢ن - ٣)^{\frac{1}{2}}}{٢}$ + جـ

عند ن = ٢ ⇐ ح = (٢×٢ − ٣)$^{\frac{1}{2}}$ + جـ = ٥ ⇐ **جـ = ٤**

∴ ح = $\sqrt{٢ن - ٣}$ + ٤

عندما ن = ٩,٥ ⇐ ح = $\sqrt{٢×٩,٥ - ٣}$ + ٤ = $\sqrt{١٦}$ + ٤ = **٨**

---

24 إذا كان $\int_{٠}^{أ}$ |٢س − ٢| دس = ١٠ ، أ > ١ ، ما قيمة الثابت أ ؟

٢ − ٢س ، ٢س − ٢

+ + + + + | − − −

٠ ١ أ

الحل :- نعيد تعريف |٢س − ٢| حيث أ > ١

$\int_{٠}^{أ}$ |٢س − ٢| دس = $\int_{٠}^{١}$ (٢ − ٢س) دس + $\int_{١}^{أ}$ (٢س − ٢) دس = ١٠

⇐ [٢س − س^{٢}]$_{٠}^{١}$ + [س^{٢} − ٢س]$_{١}^{أ}$ = ١٠

(٢×١ − ١^{٢}) − (٢×٠ − ٠^{٢}) + (أ^{٢} − ٢أ) − (١^{٢} − ٢×١) = ١٠

$1 + أ^2 - 2أ + 1 = 10 \Leftarrow أ^2 - 2أ - 8 = 0$

$(أ - 4)(أ + 2) = 0$

✓ $\boxed{أ = 4}$ $\quad$ $أ = -2$ ✗ تهمل لأنه $أ > 0$

---

25 إذا كان $ص^3 = 3^{3س} + 3\sqrt[3]{هـ^{3س}} - 3$ ، أوجد $\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=0}$

الحل: عندما س = 0 $\Leftarrow ص^3 = 3^{3\times 0} + 3\sqrt[3]{هـ^{3\times 0}} - 3$

$ص^3 = 1 + 3 - 3 = 1 \Leftarrow \boxed{ص = 1}$

$\sqrt[3]{هـ^{3س}} = هـ^س$

$ص^3 = 3^{3س} + 3هـ^س - 3$

$3ص^2 \frac{دص}{دس} = 3 \times 3^{3س} لو_هـ 3 + 3هـ^س$

عند س = 0 ، ص = 1 $\Leftarrow 3 \times (1)^2 \times \frac{دص}{دس} = 3 \times 3^{3\times 0} لو_هـ 3 + 3 \times هـ$

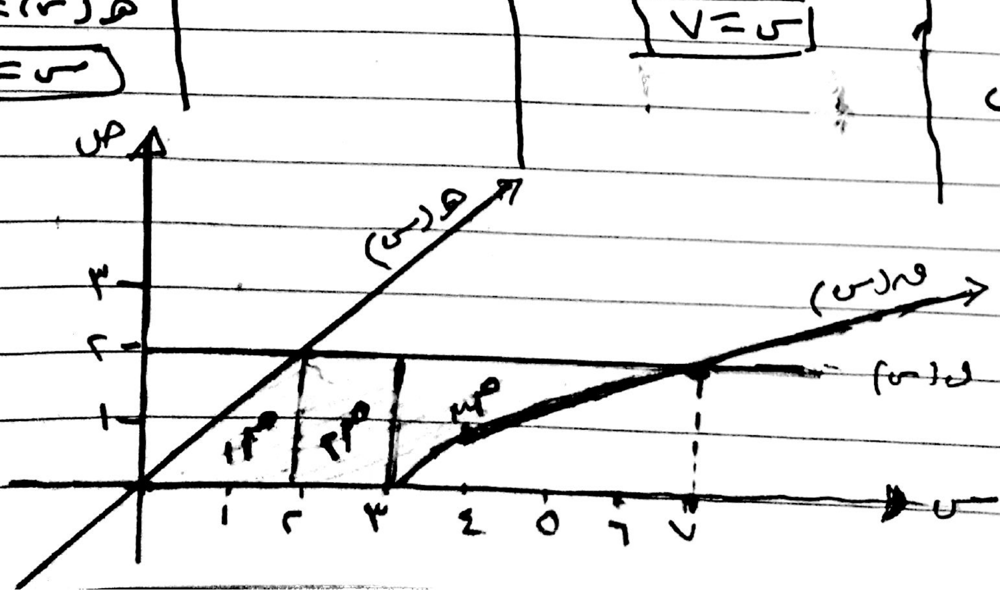
$\frac{3}{3}\frac{دص}{دس} = \frac{3}{3} لو_هـ 3 + \frac{3}{3} \Leftarrow \boxed{\frac{دص}{دس} = لو_هـ 3 + 1}$

---

26 أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات $ق(س) = \sqrt{س-3}$ ، $س \geq 3$ ، $هـ(س) = س$ ، $ل(س) = 2$ ومحور السينات

الحل: نجد نقاط التقاطع

ق(س) = هـ(س)	ق(س) = ل(س)	هـ(س) = ل(س)	ق(س) = 0
$\sqrt{س-3} = س$	$\sqrt{س-3} = 2$	$\boxed{س = 2}$	$\sqrt{س-3} = 0$
$س - 3 = س^2$	$س - 3 = 4$		$\boxed{س = 3}$
$س^2 - س + 3 = 0$	$\boxed{س = 7}$		$هـ(س) = 0$
لا يوجد حل المميز سالب			$\boxed{س = 0}$
لا يوجد تقاطع			



$$\int_{2}^{4} x\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_{2}^{4} = \square$$

$$\int_{3}^{7} (x-3)\,dx = \left[\frac{(x-3)^2}{2}\right]_{3}^{7} = \square$$

$$\int_{3}^{7} (x-3)^2\,dx = \left[\frac{(x-3)^3}{3}\right]_{3}^{7} = \frac{64}{3}$$

$$\square = \frac{64}{3} + 24 + 6 = \frac{154}{3}$$