الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

التفسير الهندسي

1. تفاضل
2. ن = ؟
3. تعويض
4. معادلة المماس: ص − ص١ = م(س − س١)
5. معادلة العمودي: ص − ص١ = −١/م (س − س١)

---

1) إذا كانت ق(س) = س^٣ + ٢س^٢ + ٢س
أجب معادلة المماس والعمودي عند س = −١

① ق(−١) = (−١)^٣ + ٢×(−١)^٢ + ٢×(−١) = ٣ ص١
② ق′ = ٣س^٢ + ٤س + ٢
③ ق′(−١) = ٣(−١)^٢ + ٤(−١) + ٢ = ١ م
④ ص − ص١ = م(س − س١)
ص − ٣ = ١(س − (−١)) المماس
ص − ٣ = −١(س + ١) العمودي

---

2) ق = √(٢س + ١) عندما س = ٤

① ق(٤) = √٩ = ٣ ص١
② ق′ = ٢ / (٢√(٢س + ١)) ③ ق′(٤) = ٢/٦ = ١/٣ م
④ ص − ص١ = م(س − س١)
ص − ٣ = ١/٣ (س − ٤) المماس
ص − ٣ = −٣(س − ٤) العمودي

قاعدة ①

يقطع المنحنى محور السينات ⇐ ص = ٠
= = = الصادات ⇐ س = ٠

مثال: أوجد معادلة المماس للمنحنى ق(س) = س^٣ − ١ عند تقاطعه محور السينات

الحل يقطع السينات
ص = ٠
س^٣ − ١ = صفر
س^٣ = ١
س = ١

① ق(١) = (١)^٣ − ١ = ٠ ⇐ ص١ = ٠
② ق′ = ٣س^٢
③ ق′(١) = ٣(١)^٢ = ٣ م
④ ص − ص١ = م(س − س١)
ص − ٠ = ٣(س − ١)

قاعدة ②

ق يوازي ك ⇐ ق′ = ك

مثال

أجب النقاط التي على منحنى ق(س) = س^٣ − ٥س + ٦ التي يكون المماس عندها يوازي المستقيم ص − ٧س = ١١

الحل يوازي ⇐ ق′ = ك
٣س^٢ − ٥ = ٧
٣س^٢ = ١٢
س^٢ = ٤
س = ±٢

(٢، ق(٢)) (−٢، ق(−٢))
(٢، ٤) (−٢، ٨)

قاعدة ③

ق يعامد ك ⇐ ق′ × ك = −١

مثال ق(س) = س^٢ + ٣س + ٧ التي يكون المماس عندها عمودي على المستقيم ٥ص + ٢س = ١٦

الحل: ق′ × م = −١
(٢س + ٣) × (−٢/٥) = −١
س = ١

ق(١) = (١)^٢ + ٣(١) + ٧
= ١١ ⇐ (١، ١١)

ص = −٢/٥ س + ١٦/٥

الأستاذ
إياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

قاعدة ٤

المماس أفقي / يوازي السيني ⇐ قـ = صفر

مثال ١ أجد معادلة المماس للمنحنى
$ص = \frac{س^3}{3} - 2س^2 + 7$ الذي يكون المماس عنده يوازي السينات (أفقياً)

$قـ = س^2 - 4س = صفر$
$س(س-4) = 0$

$س = 0$	$س = 4$
① $ص(0) = 7 \Rightarrow$ ص	$ص(4) =$
② $قـ = 0$	
③ $م = 0$	
$ص - ص_1 = م(س - س_1)$	
$ص - 7 = 0(س - 0)$	
$ص = 7$	

قاعدة ٥ التقاطع ⇐ ص = ص

مثال أكتب معادلة المماس $ص = س^3 + س^2 - 7$ عند تقاطعه $ص = س^2 + 1$

الحل $ص = ص$
$س^3 + س^2 - 7 = س^2 + 1$
$س^3 = 8$ ← $س = 2$
$ص(2) = (2)^3 + (2)^2 - 7 = 5$
$قـ = 3س^2 + 2س$
$قـ(2) = 3(2)^2 + 2(2) = 16$
$ص - ص_1 = م(س - س_1)$
$ص - 5 = 16(س - 2)$

مثال أكتب معادلة المماس للمنحنى
$(س + ص)^3 - 5س + 7ص = 10$ عند تقاطعه مع المستقيم $س + ص = 2$

الحل $س + ص = 2 \Rightarrow ص = 2 - س$
$(س + 2 - س)^3 - 5س + 7(2 - س) = 10$
$8 - 12س + 6س^2 - س^3 - 5س + 14 - 7س = 10$
$-س^3 + 6س^2 - 24س + 12 = 0$
$س^3 - 6س^2 + 24س - 12 = 0$
$(س - 1)(س^2 - 5س + 12) = 0$
$س = 1$ ⇐ $س^2 - 5س + 12 = 0$ (لا)
① ⇐ $ص = 2 - 1 = 1$

② نشتقة :-
$3(س + ص)^2(1 + ص_م) - 5 + 7ص_م = 0$

③ نعوض :-
$3(1 + 1)^2(1 + ص_م) - 5 + 7ص_م = صفر$
$ص_م = \frac{7}{19}$

④ المعادلة :
$ص - 1 = \frac{7}{19}(س - 1)$

قاعدة ٦ الخارجية

نقطة معطاة بالسؤال

لا تحقق المعادلة (المماس) ← تحقق الخارجية

$قـ = \frac{ص_1 - ص}{س_1 - س}$

مثال أكتب معادلة المماس للمنحنى $ص = 4س - س^2$ المرسوم من (2, 5)

الحل $ص(2) = 4(2) - (2)^2 = 4 \neq 5$ ⇐ خارجية.

نفرض المماس $(س_1, ص_1)$

$قـ = \frac{ص_1 - 5}{س_1 - 2}$

$4 - 2س_1 = \frac{4س_1 - س_1^2 - 5}{س_1 - 2}$

$-س_1^2 + 4س_1 - 5 = 4س_1 - 8 - 2س_1 + س_1^2$

$2س_1^2 - 6س_1 + 3 = 0$

$س_1 = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4} = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

$قـ = 4 - 2س_1$

$قـ = 4 - 2(\frac{3 + \sqrt{3}}{2}) = 4 - 3 - \sqrt{3} = 1 - \sqrt{3}$

$قـ = 4 - 2(\frac{3 - \sqrt{3}}{2}) = 4 - 3 + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}$

$ص - 5 = (1 - \sqrt{3})(س - 2)$

$ص - 5 = (1 + \sqrt{3})(س - 2)$

مثال بين أن المنحنى $ص = س^3 + 8$ يمس المستقيم المرسوم منه (1, 5) الذي لا تقع عليه خارجية.

الحل نفرض المماس $(س_1, ص_1)$

$قـ = \frac{ص_1 - ص}{س_1 - س}$

$3س_1^2 = \frac{ص_1 - 5}{س_1 - 1}$ ⇐ $3س_1^2 \times (س_1 - 1) = ص_1 - 5$

$3س_1^3 - 3س_1^2 = س_1^3 + 8 - 5$

$2س_1^3 - 3س_1^2 = 3$

$2س_1^3 - 3س_1^2 - 3 = 0$

$\Leftarrow$ $س^3 - 7س - 3 = 0$ معي

$(س-3)(س+1) = 0$ معي

$\boxed{س = 3}$ $\boxed{س = -1}$

$\Leftarrow$ يوجد مماسين

$\Leftarrow$ اسقاط $(3, 17)$ $(-1, 9)$.

مثال

اوجد معادلة المماس لمنحنى

$س^2 - ص^2 = -8$ المرسوم من النقطة $(-4, 0)$

الحل: $ص(-4) = 0$

$(-4)^2 - 0 \neq -8$ خارجية

نفرض التماس $(س_1, ص_1)$

$ق = \frac{ص_1 - 0}{س_1 - (-4)}$

$\frac{ص_1}{س_1 + 4}$

$س_1^2 - ص_1^2 = -8$

$2س_1 - 2ص_1 ق = 0$

$2ص_1 ق = 2س_1$

$ق = \frac{س_1}{ص_1}$

$\Leftarrow$ $س_1^2 + 4س_1 = ص_1^2$

$\Leftarrow$ $س_1^2 + 4س_1 = س_1^2 - 8$

$4س_1 = -8 \Leftarrow س_1 = -2$

① $ص_1^2 = (-2)^2 - 8 = -4$

$ص_1 = \pm 2$ $\Leftarrow$ $(ص_1 = 2$ ، $ص_1 = -2)$

$ق = \frac{ص_1}{س_1 + 4}$

$م = \frac{2}{2+4}$

$م = \frac{1}{3}$

$ص - 2 = \frac{1}{3}(س - (-2))$

$ص + 2 = \frac{1}{3}(س + 2)$

واجب:

اكتب معادلة المماس المرسوم من $س^2 + ص^2 = 5$ عند النقطة $(1, 2)$

مثال: اذا كان المماس المرسوم لمنحنى $ق = 2س^2 - 7س + ب$ عند $(1, 3)$ يمر بالنقطة $(3, 5)$ فما قيم $م$ ، $ب$.

الحل: الميل $= \frac{5-3}{3-1} = \frac{2}{2}$ $\rightarrow$ ①

$ق = 4س - 7$

$س = 1 \Leftarrow ق(1) = 4(1) - 7 = 1$

$\boxed{م = 4}$

$ق = 3$

$3 = 2(1)^2 - 7(1) + ب$

$3 = 2 - 7 + ب$

$3 = -5 + ب$ $\Leftarrow$ $\boxed{ب = 8}$

قاعدة (٧)

حالة يمس $\begin{cases} ق = هـ \\ ق = هـ \end{cases}$

مثال اذا كان المستقيم $ص = 3س + م$ يمس منحنى $ق = \frac{س^2}{س+1}$ فما نقاط المماس وما قيمة $م$

الحل: $ص = 3$

$ق = \frac{(س+1)(1) - (س-0)(1)}{(س+1)^2}$

$ص = ق$

$3 = \frac{س+1-س}{(س+1)^2}$

$\frac{3}{1} = \frac{1}{(س+1)^2}$ $\Leftarrow$ $(س+1)^2 = 1$

$س^2 + 2س + 1 = 1$

$س(س+2) = 0$

$س = 0$ $\quad$ $س = -2$

$س = 0$

$ق(0) = \frac{0-2}{0+1}$

$ق(0) = \frac{1}{-2}$

$ص(0) = 3 \times 0 + م$

$م = ص$

$-2 = م$

$س = -2$

$ق(-2) = \frac{-2-2}{-2+1} = 4$

$ص(-2) = -6 + م$

$(-2, 4)$

$ص = ص$

$4 = -6 + م$

$م = 10$

قاعدة (٨)

يمس السينات $\begin{cases} ق = 0 \\ ق = 0 \end{cases}$

مثال: $ق = س^2 + م\sqrt{م} + م$ فما قيم $م$ اذا كان $ق$ يمس السينات

$\Leftarrow$ $ق = 0$

$س^2 + م\sqrt{م} + م = 0$

$\boxed{س = \frac{-م}{2}}$

$ق(\frac{-م}{2}) = 0$ معي

$(\frac{-م}{2})^2 + م(\frac{-م}{2}) + م = 0$ معي

$\frac{م^2}{4} - \frac{م^2}{2} + م = 0$ معي $\times 4$

$م^2 - 2م^2 + 4م = 0$ معي

$4م - م^2 = 0$ معي

$م(4 - م) = 0$

$م = 0$ $\quad$ $\boxed{م = 4}$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١ إذا كان المستقيم المار بالنقاط (-١، ٠) (٢، ٣) يمس المنحنى ق(س) = أس^٢ - ٧س + ٥ فما قيمة أ

الحل:

نعيد صياغة السؤال: إذا كان المستقيم ص = س + ١ يمس ق(س) = أس^٢ - ٧س + ٥ فما قيمة أ

نجد معادلة المستقيم:
الميل = (٣ - ٠)/(٢ - -١) = ١
ص - ص١ = م(س - س١)
ص - ٠ = ١(س - -١)
ص = س + ١

ص' = ق'
١ = ٢أس - ٧
أ = ٤/س

ق = ص
س + ١ = أس^٢ - ٧س + ٥
س + ١ = ٤/س × س^٢ - ٧س + ٥
س + ١ = ٤س - ٧س + ٥ ⟸ س = ١
⟸ أ = ٤/١ = **٤**

٢ إذا كان المستقيم ص = ٢س يمس ق(س) = (س^٢ - ٢)(أس + ب) عند س = ٢ فما قيم أ، ب.

ص(٢) = ق(٢)
٤ = (٤ - ٢)(٢أ + ب)
٤أ + ٢ب = ٤ ... (١)

ص'(٢) = ق'(٢)
٢ = (س^٢ - ٢)(أ) + (أس + ب)(٢س)
٢ = ٢أ + ٨أ + ٤ب
١٠أ + ٤ب = ٢ ... (٢)

بالحذف أ = -٣
ب = ٨

٣ أوجد قيم س التي على منحنى ق(س) = س - جا٢س التي يكون العمودي على المماس موازي لمحور الصادات لكل س ∈ [٠، ٢π]

الحل
قاعدة: العمودي يوازي الصادات ⟸ المماس يوازي السينات

ق' = صفر
١ - ٢جتا٢س = صفر
جتا٢س = ١/٢
٢س/٢ = ٦٠/٢، ٣٠٠/٢، ٤٢٠/٢، ٦٦٠/٢
س = ٣٠، ١٥٠، ٢١٠، ٣٣٠ ∈ [٠، ٣٦٠]

قاعدة (٩): إذا علمت معادلة المماس معناها نفس يمس:
ق = ص ، ق' = ص'

٤ إذا كانت معادلة المماس لمنحنى ق عندما س = ١ هي ص + ٢س = ٥ وكانت ق = أس^٣ + بس^٢ فما قيم أ، ب

الحل

ص = ق
٥ - ٢س = أس^٣ + بس^٢
س = ١
٣ = أ + ب

ص' = ق'
-٢ = ٣أس^٢ + ٢ب س
س = ١
-٢ = ٣أ + ٢ب

بحل المعادلتين ب = ١١ / أ = -٨

٥ إذا كانت معادلة المماس لمنحنى ق عندما س = ٢ هي ص + ٣س = ٧
ل(س) = س^٣ × ق^٢(س) + ١٢/ق(س) ، احسب ل'(٢)

الحل:

ل' = س^٣ × ٢ق(س) ق' + ق^٢ × ٣س^٢ - (١٢ × ق')/(ق)^٢

يلزم ق(٢) / ق'(٢)

ص(٢) = ق(٢)
٧ - ٣×٢ = ق(٢)
ق(٢) = ١

ص'(٢) = ق'(٢)
-٣ = ق'(٢)

ل' = ٨ × ٢ × ١ × -٣ + ١ × ٣ × ٤ - (١٢ × -٣)/١ = صفر

٦ إذا كانت معادلة المماس لمنحنى ق(س) عندما س = ٢ هي ص + ٣س = ١١ وكانت معادلة العمودي لمنحنى هـ(س) عندما س = ٢ هي ٥ص + ٢س = ٩ وكانت ل(س) = (ق × هـ)(س) احسب ل'(٢)

الحل:
ل'(٢) = ق(٢) × هـ'(٢) + هـ(٢) × ق'(٢)

حيث

ص = ١١ - ٣س
ص(٢) = ١١ - ٦ = **٥ = ق(٢)**
ص' = -٣
ق'(٢) = -٣

٥ص = ٩ - ٢س
ص = ٩/٥ - ٢/٥ س
ص(٢) = ١
هـ(٢) = ١

ص' = -٢/٥ عمودي
هـ' = ٥/٢

⟸ ل'(٢) = ٥ × ٥/٢ + ١ × -٣ = ١٩/٢

٧ اجب معادلة العمودي على المماس لمنحنى $ص = س^{٣} - ٢س$ اذا كان العمودي مرسوم من النقطة $(٠، \frac{٩}{٢})$

(واجب)

---

٨ اجب مساحة المثلث المكون من مماس المنحنى $ص = \frac{١}{س}$ عند $(\frac{١}{٩}، ٩)$ والمحاور.

الحل:

$م_{١} = \frac{-١}{ك^{٢}}$ ، $م = \frac{-١}{٩}$

$(س_{١}، ص_{١})$ $(\frac{١}{٩}، ٩)$

$م_{٢} = \frac{ص - ٩}{س - \frac{١}{٩}}$

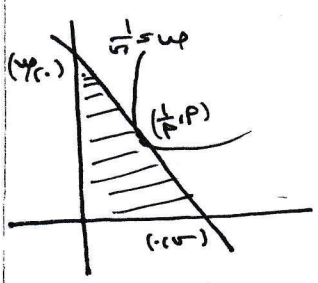
$م_{٢} = م_{١}$

$\frac{ص - ٩}{س - \frac{١}{٩}} = \frac{-١}{٩}$

$ص - ٩ = -٩س + ١$

$ص = -٩س + ١٠$

عند $ص = ٠ \Leftarrow س = \frac{١٠}{٩}$



المساحة $= \frac{١}{٢} \times ق \times ص = \frac{١}{٢} \times \frac{١٠}{٩} \times ١٠ = \frac{٥٠}{٩}$ ٢

---

٩ بين أن المماس لمنحنى $ق(س) = ك س^{٢}$ عندما $س = ٩$ يقطع محور السينات عندما $س = \frac{٩}{٢}$

الحل:

$ق(٩) = ٩$

$م = ق' = ٢ك س$

$م_{٢} = ١٨ك$

$\frac{١}{م_{٢}} \times \frac{٩ - س}{٩ - ٠} = ٢م$

$٢م(٩ - س) = ٩ - ٩ك$

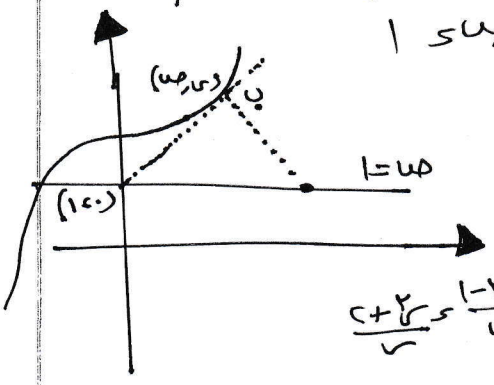
$٩م(٩ - ٢س) - ٩ك = ٠$

$٩م(٩ - ٢س) - ٩ك = ٠$

$٩ = ٠$ ← $٩ - ٢س = ٠$ ← $س = \frac{٩}{٢}$

---

١٠ معتمداً على الشكل المجاور اجب مساحة المثلث المكون من المماس المرسوم من $(١، ٠)$ لمنحنى $ق = س^{٣} + ٣$ والعمودي على المماس والمستقيم $ص = ١$



الحل:

نجد ب

$م_{١} = \frac{ص - ١}{س} = \frac{ق - ١}{س} = \frac{س^{٣} + ٣ - ١}{س} = \frac{س^{٣} + ٢}{س}$

$م_{٢} = ق' = ٣س^{٢}$

$م_{١} = م_{٢}$

$\frac{س^{٣} + ٢}{س} = ٣س^{٢} \leftarrow س^{٣} + ٢ = ٣س^{٣}$

$٢س^{٣} = ٢ \leftarrow س^{٣} = ١ \leftarrow س = ١$

$ق(١) = ٤ \leftarrow ب(١، ٤)$

$\Leftarrow$ ارتفاع المثلث $= ٤ - ١ = ٣$

لا يمكن / خارجية على العمودي.

$م_{٢} = ق' = ٣س^{٢}$

$م_{٢}(١) = ٣ \leftarrow$ ميل العمودي $= -\frac{١}{٣}$

$-\frac{١}{٣} = \frac{ص - ٤}{س - ١}$ ← $ص = ١٠$

طول القاعدة $ب د = ١٠ - ٠ = ١٠$

المساحة $= \frac{١}{٢} \times ١٠ \times ٣ = ١٥$

---

١١ اثبت انه نصف القطر المرسوم من نقطة التماس على المماس لدائرة يكون عمودياً على المماس

الحل معادلة الدائرة $(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

$٢(س - د) + ٢(ص - هـ) ص' = ٠$

$ص' = \frac{-٢(س - د)}{٢(ص - هـ)}$

$م_{١} = \frac{(س - د)}{(ص - هـ)}$

$م_{٢} = \frac{ص - هـ}{س - د}$

$م_{١} \times م_{٢} = \frac{(س - د)}{(ص - هـ)} \times \frac{ص - هـ}{س - د} = -١$

اذاً س يقاطع العمودي

١٢ اوجد إحداثيات النقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة $٩س^{٢}+١٦ص^{٢}=٥٠$ هو موازياً للمستقيم $٩س-٨ص=١$.

الحل: ميل المماس = ميل المستقيم

$٩س-٨ص=١ \Leftarrow ص=\frac{٩}{٨}س-\frac{١}{٨} \Leftarrow$ م$_{١}=\frac{٩}{٨}$

$٩س^{٢}+١٦ص^{٢}=٥٠ \Leftarrow ١٨س+٣٢ص\frac{دص}{دس}=٠$

$\frac{دص}{دس}=\frac{-٩س}{١٦ص}$

م$_{٢}$ = م$_{١}$

$\frac{-٩س}{١٦ص}=\frac{٩}{٨} \Leftarrow س=-٢ص \Leftarrow ٢ص+س=٠$

بالتعويض: $٩س^{٢}+١٦ص^{٢}=٥٠$

$٩(-٢ص)^{٢}+١٦ص^{٢}=٥٠$

$٣٦ص^{٢}+١٦ص^{٢}=٥٠ \Leftarrow ص^{٢}=١$

$ص=\pm ١$

$ص=١ \Leftarrow س=-٢$ / $ص=-١ \Leftarrow س=٢$

(التقاطع $(-٢،١)$ $(٢،-١)$)

١٣ بين انه لمنحنى $ص=س^{٤}$ مماسين موازيين للمستقيم $ص=٣٢س-٥$ ثم اوجد معادلة كل منهما.

الحل: $(\frac{١}{٢}،٠)$ خارجية / $(س،ص)$ نماس

$\frac{ص-٠}{س-\frac{١}{٢}}=$ م

م $=٤س^{٣}$

$٤س^{٣}=\frac{ص}{س-\frac{١}{٢}} \Leftarrow ٤س^{٤}-٢س^{٣}=ص$

$٤س^{٣}-٢س^{٣}=٠ \Leftarrow س=٠$ / $س=١$

$س=٠$	$س=١$
$ص=٠$	$ص=١$
م $=٤(٠)^{٣}=٠$	م $=٤(١)^{٣}=٤$
$ص-١=٤(س-١)$	

المماس $(٠،٠)$ / $(١،١)$ / هنالك مماسين

١٤ عين قيم $جـ$ إذا كانت $ق(س)=جـ س^{٢}$ تمثل زاوية ميل اي مماس لمنحنى $ق$ عندما $س=١$ تساوي $٤٥°$

الحل: الميل خارجي $=ق$

$ق(١)=ظا٤٥°=١$

$٢جـ(١)=١ \Leftarrow جـ=\frac{١}{٢}$

١٥ بين أن منحنى $ق=س^{٣}+٨$ له مماسين موازيين للمستقيم $ص=١٢س+٥$ ثم اوجد معادلة كل منهما. (واجب)

الجواب

$(٢،١٦)$ $(-٢،-٨)$

١٦ اذا كان معادلة اي مماس لمنحنى $ق=س^{٣}-٣س+٧$ عند تقاطعه مع $ص=٣س+١=٠$

الحل: $ق=س^{٣}-٣س+٧$ / $ص=٣س-١$

$ق=ص$ (عند التقاطع)

$س^{٣}-٣س+٧=٣س-١$

$س^{٣}-٦س+٨=٠ \Leftarrow (س-٢)(س-٢)(س+٢)=٠$

$س=٢$ | $س=-٤$

$س=٢$	$س=-٤$
$ق(٢)=٣$	$ق(-٤)=٣$
$ق'=٣س^{٢}-٣$	$ق'=٣س^{٢}-٣$
$ق'(٢)=١٠$	$ق'(-٤)=٤٥$
$ص-٣=١٠(س-٢)$	$ص-٣=٤٥(س+٤)$
$ص=١٠س-١٧$	$ص=٤٥س+١٨٣$
معادلة اول مماس.	معادلة ثاني مماس.

١٧ اوجد قيم $س$ التي يكون الظل الموجب هو اي مماس لمنحنى $ص=جتاس$ يوازي المحاور

الحل: يوازي المحاور $\Leftarrow$ ميل $=$ صفر

$ق'=$ صفر $\Leftarrow ١-٢جتاس=$ صفر

جتاس $=\frac{١}{٢} \Leftarrow$ تاس $=\frac{١}{\sqrt{٣}}$

$س=\frac{\pi}{٦}+٢\pi ن \Leftarrow س=\frac{\pi}{٦}+\pi ن$

$س=\frac{٥\pi}{٦}+٢\pi ن \Leftarrow س=\frac{٥\pi}{٦}+\pi ن$

١٨ اذا كان $ق=س^{٣}$ ، $هـ=س^{٣}$ اوجد قيم $س$ التي يكون عندها مماس مشترك لكل من $ق$ و $هـ$

الحل: نجد نقاط تقاطع $ق=هـ$

$س^{٣}=س^{٣} \Leftarrow س^{٣}-س^{٣}=٠$ صفر

$س^{٣}(س-١)=٠ \Leftarrow$ | $س=٠$ | $س=١$ |

$س=٠$	$س=١$
$ق(٠)=هـ(٠)$	$ق(١)\neq هـ(١)$
$ق=س^{٣}$	
$ق'=٣س^{٢}$	
$ق'(٠)=هـ'(٠)=٠$	

هنالك مماس مشترك عند $س=٠$ / لا يوجد مماس مشترك عند $س=١$

١٩ اثبت أن المماسين للمنحنيين $ص^{٢}+ك=٨س$ ، $ص=س^{٢}$ يتعامدان عند النقطة $(١،٠)$

الحل: $٢ص\frac{دص}{دس}+٠=٨ \Leftarrow$ م$_{١}=\frac{٨-٠}{٢ص}$

$\frac{دص}{دس}_{(١،٠)}=\frac{٨}{٠}$ غير معرف $\Leftarrow$ زاوية الميل $=٩٠°$ (محور صادات)

$\Leftarrow$ معادلة المماس: $س=٠$ (محور الصادات)

ثم نجد معادلة المماس الثاني: $ص=٢س \Leftarrow$ م$_{٢}=٢$

$ص=٠$ / محور السينات

$\Leftarrow$ المماسان متعامدان لان المماس الاول يوازي محور الصادات والثاني يوازي محور السينات

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٢٠) رسم هاسي لمنحنى ق = س^٣ + ٢ عند (س، ص) قطع المنحنى في نقطة ثانية حي (-٢، -٦) جا معادلة هذا الماس.

الحل: (-٢، -٦) : خارجية / الماس (س، ص)

ق = (ص+٦)/(س+٢)

٣س^٢ = (س^٣+٢+٦)/(س+٢) ⟸ ٣س^٣ + ٦س^٢ = س^٣ + ٢ + ٦

٢س^٣ + ٦س^٢ - ٨ = ٠

س^٣ + ٣س^٢ - ٤ = ٠

بالتجريب س = ١ / تحقق

تركيبية: (س-١)(س^٢ + ٤س + ٤) = ٠

س = ١ ، س = -٢ (تعمل مرتين بالقوة)

الميل = ق = ق(١) = ٣ ⟸ (١، ٣) تماس

ص - ٣ = ٣(س - ١) معادلة الماس.

٢١) اذا كانت المعادلة ص = ٢س - ٣ هي معادلة الماس لمنحنى ق = ١/(أ+ب س) عند س = ١ فاوجد أ، ب

الحل:

ص(١) = ق(١)

-١ = ١/(أ+ب)

أ + ب = -١ ①

ص(١) = ق(١)

٢ = -ب/(أ+ب)^٢ ②

بحل المعادلتين: أ = ١ ، ب = -٢

٢٢) رسم هاسي لمنحنى العلاقة ص = ٤س عند (س، ص) فقطع السينات ح عند (م، ٠) اثبت ان م = -س

الحل: - ميل الماس = ص = ص/س

ص = (ص - ٠)/(س - م) ①

ص = ٤/ص ⟸ ص ص = ٤ ②

٢ص ص = ٤ ⟸ ص^٢ = ٢س - ٢م

٢ - ٢م = ٤ ⟸ س = -م

#

٢٣) في الشكل المجاور المستقيم ل عمودي على الماس للمنحنى ق(س) عند (س، ص) اجب ق(س)

الحل: ميل ل = -١/ميل العمودي = -١/ظا١٢٠

= -١/-√٣

ق = ١/√٣

٢٤) من الشكل المجاور اجب قياس الزاوية المحصورة بين ص = س والماس لمنحنى الاقتران ق = ٣س - س^٢ عند (٠، ٠)

الحل

بخواص الزاوية التي يكونها الماس مع الاتجاه الموجب للسينات

ق = ظا٣٧ = -٢

ميل الماس = ق(١) = ٣٧

← الماس يكون زاوية ٦٠

بما ان الزاوية التي يكونها المستقيم ص = س مع الاتجاه الموجب للسينات

ص = ١ ⟸ الزاوية الداخلية في ٤٥

⟸ الزاوية بين الماس والمستقيم ص = س

هي ٦٠ - ٤٥ = ١٥

٢٥) اذا كانت س + ٢ = أ ص ، أ ثابت

ماقيمة العلاقة ص = ٨س فما قيمة أ

الحل:-

س + ٢ = أ ص ⟸ ص = ١/أ

ص = ٨س ⟸ ص = ٨/أ

ص = ق ⟸ ق = ٨/أ

ق = ٤ ص/ص ⟸ ٤ ص/ص = ٨/أ

ص = ٢أ ص ⟸ ص = ٢أ ص^٢ ①

ص = ص/س ⟸ ص = ص/٨ ②

بحل المعادلتين أ = ± ١

٢٦) اثبت ان الماس عند اي موضع لمنحنى العلاقتين ع = س^٢ + ٩ص^٢ = ٤٥ ، س ع ص = ٥ عند نقطة تقاطع المنحنيين في الربع الاول متعامدين.

الحل: س = ٥ + ٤ص ع

٤(٥ + ٤ص ع) + ٩ص ع = ٤٥

٢٠ + ٢٥ص ع = ٤٥ ⟸ ص ع = ١

ص = ±١

س = ٥ + ٤ = ٩ ⟸ س = ±٣

⟸ التقاطع (٣، ١) بالربع الاول

ان نثبت ان حاصل ضرب ميل الماس عند هذه النقطة لكل منحنى = -١

٤ص ص + ٩ص ص = ٤٥ | س = ٥ + ٤ص ع ، ص ع = ٥

٨س + ١٨ص ص = ٠ | ص ص = -٢س

ميل عند (٣، ١) = ٣/٤

ص = -٤/٣

٣/٤ × -٤/٣ = -١ معامدين

#

٢٧ اجب جميع النقاط التي يكون عندها المماس
على المنحنى ص = ٤/١ س^٢ - ٩/٤ ص أ بالأصل

الحل: نفرض المماس (م، ص)

م المماس = Δص/Δس

م = (ص - ٠)/(س - ٠) ⇐ ص = م س = ١/٤ س (١/٤ س^٢ - ٩/٤)

١/م = ١/٤ س^٢ - ٩/٤ ⇐ س^٢ - ٩ = ٤/م ⇐ س^٢ - ٩ - ٤/م = ٠

⇐ س^٣ - ٩س - ٤ = ٠ ⇐ س = ٠ ⇐ ص = ٠ ، (-١، ٠)، (٢، -٢)

٢٨ اذا كان ق = ق(س) + س / ل(س) وكان يوجد مماس
مشترك افقي للاقترانين ق، ل عند (٣، ٤)
اجب ق'(٣).

الحل: مماس افقي مشترك ⇐ { ق'(٣) = ل'(٣) = صفر ، ق(٣) = ل(٣) = ٤ } عند (٣، ٤)

ق' = [(ل)^٢ (ق ق' + ١) - ل' (ق^٢ + س)] / (ل)^٢

ق'(٣) = [(٤)^٢ (٤ × ٠ + ١) - ٠] / (٤)^٢ = ١٦/٤

٢٩ رسم مماسين من (٥، -٤) لمنحنى
ق = س^٢ - ٤س + ب وكان ص = ٢س - ٤
اجد قيمة ب بحيث المماسين اجب معادلة الاوتر

الحل: لايجاد ب: ص يمس ق ⇐ ق = ص
ق' = ق ⇐ ٢س - ٤ = ٢ ⇐ س = ٣
ص = ق عندما س = ٣ ⇐ ٦ - ٩ - ١٢ + ب
⇐ ب = ٥

نجد الان معادلة اي س الثاني: نفرض (س، ص) تمر
(٥، -٤) خارجية:

⇐ ق = (ص + ٤)/(س - ٥) ⇐ ٢س - ٤ = (ص + ٤)/(س - ٥)

٢س^٢ - ١٠س - ٤س + ٢٠ = ص + ٤ ⇐ ص = ٢س^٢ - ١٤س + ١٦

⇐ المماس الثاني عند (-٣، ٦٤)

ميل اي س ق عند (-٣) = -١٠

معادلة اي س الثاني: ص - ٦٤ = -١٠ (س + ٣)

٣٠ اذا كانت اي س لمنحنى ق = ٢س^٤ + ١ يمر
بالاصل ويكون زاوية π/٤ مع الاتجاه الموجب
لمحور السينات اجب جم م

الحل: ظا π/٤ = ميل اي س = ق' ⇐ ٢م^٣ = ١

المماس (١/٢م، ١/٢م^٤ + ١) ⇐ س = ١/٢م

٣١ ق كثير حدود من الدرجة الثانية يمر (٤، ١)
يمس المستقيم ص = -٢س + ٣ عند س = ١
اكتب قاعدة الاقتران.

الحل ق = أس^٢ + بس + جـ يمر (٤، ١)
ق(١) = ٤
أ + ب + جـ = ٤ ... (١)
ق يمس ص ⇐ ص = ٣ - ٢س عندما س = ١
ق(١) = -٢
ق'(س) = ٢أس + ب ⇐ ب = -٢
عندما س = ٠ يكون ق'(٠) = ص(٠)
جـ = ٣
⇐ أ = ٣ ⇐ ق = ٣س^٢ - ٢س + ٣

٣٢ اجب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة
(٢، ١/٢) ويكون عمودياً على منحنى ص = س^٢

الحل: نفرض المماس (س، ص)

م المماس = Δص/Δس

١/م = (ص - ١/٢)/(س - ٢)

١/٢س = (ص - ١/٢)/(س - ٢) ⇐ س^٢ = ١ ⇐ س = ١

(١، ١) تماس

ميل العمودي = ق/١ = ١/٢

ص - ١ = ١/٢ (س - ١) معادلة المستقيم.

١ إذا كان $ق(س) = س^{٣} + ٤س + ١$
وكان المستقيم $ص = -٣$ يمس الاقتران $ق(س)$ أوجد نقطة التماس ؟؟

الحل:
المنحنى والمستقيم متماسان ⇐
$ق(س) = ص$
$\Leftarrow س^{٣} + ٤س = -٣$
$\Leftarrow س^{٣} + ٤س + ٣ = ٠ \Leftarrow س = -١$
$ق(-١) = -١ - ٤ + ١ = -٣$
⇐ نقطة التماس $(-١، -٣)$.

٢ اكتب معادلة المماس لمنحنى $ق(س) = س^{٢}$ عند نقطة تقاطعه مع $ه(س) = \frac{١}{س}$.

الحل: عند نقطة التقاطع $ق = ه$
$\Leftarrow س^{٢} = \frac{١}{س} \Leftarrow س^{٣} = ١ \Leftarrow س = ١$
$ق(١) = ١ \Leftarrow$ نقطة التماس $(١، ١)$
$ق(س) = ٢س \Leftarrow ق(١) = ٢$
⇐ معادلة المماس هي:
$ص - ١ = ٢(س - ١)$.

٣ إذا كان المستقيم $٨س - ٤ص - ٤ = ٠$ مماساً لمنحنى $ق(س)$ عند $(٣، ٥)$
وكان المستقيم $٣س - ٦ص + ١٥ = ٠$ عمودياً على منحنى $ل(س)$ عند $(٣، ٤)$
أوجد $(ق \circ ل)'(٣)$.

الحل: $ق(٣) = ٥$ ، $ل(٣) = ٤$
لإيجاد $ق'(٣)$ ، $ل'(٣)$ نجد ميل
$٨س - ٤ص - ٤ = ٠ \Leftarrow ٤ص = ٨س - ٤$
$\Leftarrow ص = ٢س - ١ \Leftarrow$ ق/(٣) = م = ٢
$٣س - ٦ص + ١٥ = ٠ \Leftarrow ٦ص = ٣س + ١٥$
$\Leftarrow ص = \frac{١}{٢}س + \frac{١٥}{٦} \Leftarrow$ م = $\frac{١}{٢}$
$\Leftarrow$ ل/(٣) = -٢
$\Leftarrow (ق \circ ل)'(٣) = ق'(ل(٣)) \times ل'(٣)$
$= ٢ \times -٢ = -٤$

٤ بين أن لمنحنى $ق(س) = س^{٣}$ ، مماساً
١٢ في صوازيه مماساً عند نقطة $(٢، ٨)$
وأوجد معادلة كل من المماسين.

الحل:
$ق(س) = ٣س^{٢} \Leftarrow ق(٢) = ١٢$
$\Leftarrow س^{٢} = ٤ \Leftarrow س = \pm ٢$
$\Leftarrow$ النقاط $(٢، ٨)$ ، $(-٢، -٨)$ يوجد
عند كل منهما مماس ميله = ١٢
عند $(٢، ٨) \Leftarrow ص - ٨ = ١٢(س - ٢)$
عند $(-٢، -٨) \Leftarrow ص + ٨ = ١٢(س + ٢)$.

٥ أوجد النقاط على منحنى $ق(س)$ التي يكون المماس صوازيه لمحور السينات حيث $ق(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} - ٩س + ٧$

الحل: بما أن المماس صوازيه لمحور السينات
$\Leftarrow م = ق'(س) = س^{٢} - ٩ = ٠ \Leftarrow س = \pm ٣$
$\Leftarrow$ النقاط $(٣، ق(٣))$ ، $(-٣، ق(-٣))$
أي $(٣، -١١)$ ، $(-٣، ٢٥)$.

٦ أوجد النقاط على منحنى $ق(س)$ التي يكون المماس لمنحنى $ق(س) = س - \frac{١}{س}$ موازياً للمستقيم $٢س - ص = ٥$

الحل:
المماس صوازي للمستقيم
⇐ ميل المماس = ميل المستقيم.

$١ + \frac{١}{س^{٢}} = ٢ \Leftarrow \frac{١}{س^{٢}} = ١ \Leftarrow س^{٢} = ١$
$\Leftarrow س = \pm ١$
النقاط هي $(١، ٠)$ ، $(-١، ٠)$

( )

٧ إذا كان المستقيم $ص = ٨س$ يمس منحنى $ق(س) = ٢س^{٣} + أ$ عند النقطة $أ$.

الحل:

$ص$ يمس $ق(س)$ عند $س = ٢$

$\Leftarrow$ $م = ق'(س)$

$\Leftarrow$ $٨ = ٣ \times ٢س^{٢} \Leftarrow س = ٢$

$ص$ يمس المنحنى عند $(٢، ق(٢))$

$\Leftarrow$ $١٦ = ٨ + أ \Leftarrow أ + ٢ \times ٨ = ٢ \times ٢^{٣} + أ$

$\Leftarrow$ $أ = ٨$.

٨ إذا كان المستقيم $ص = ٣س + أ$ يمس منحنى $ق(س) = \frac{٢س - ١}{س + ١}$

فجد نقاط التماس وقيم $أ$.

الحل:

$م = ٣$ ، $ق'(س) = \frac{٢(س+١) - ١(٢س-١)}{(س+١)^{٢}}$

$= \frac{٢س + ٢ - ٢س + ١}{(س+١)^{٢}} = \frac{٣}{(س+١)^{٢}}$

$م = ق'(س) \Leftarrow ٣ = \frac{٣}{(س+١)^{٢}}$

$\Leftarrow$ $٣(س+١)^{٢} = ٣ \Leftarrow (س+١)^{٢} = ١$

$س^{٢} + ٢س + ١ = ١ \Leftarrow س^{٢} + ٢س = ٠$

$س(س+٢) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، -٢$

أولاً: عندما $س = ٠$ ، $ق(٠) = \frac{-١}{١} = -١$

النقطة $(٠، -١)$ بالتعويض في المستقيم $-١ = ٠ + أ \Leftarrow أ = -١$

ثانياً: عندما $س = -٢ \Leftarrow ق(-٢) = ٥$

النقطة $(-٢، ٥)$ بالتعويض في المستقيم $٥ = ٣ \times -٢ + أ$

$٥ = -٦ + أ$

$أ = ١١$

٩ إذا كان المستقيم $ص = ٤س$ يمس $ق(س) = (س^{٢} - ٢)(أس^{٢} + ب)$ عندما $س = ٢$ فجد $أ، ب$

الحل:

عند $س = ٢$ $\Leftarrow$ $ص = ق(س)$

$\Leftarrow$ $٨ = ٢ \times ٢ = (٤ - ٢)(٤أ + ب)$

$\Leftarrow$ $٤ = ٢(٤أ + ب) \Leftarrow ٢ = ٤أ + ب$ ... (١)

عند $س = ٢$ $\Leftarrow$ $م = ق'(س)$

$\Leftarrow$ $٤ = ٢ \times (٢س)(أس^{٢} + ب) + (س^{٢} - ٢) \times ٢أس$

$\Leftarrow$ $٤ = ٤(٨أ + ٢ب) + ٤أ(٤ - ٢)$

$\Leftarrow$ $٤ = ٣٢أ + ٨ب + ٨أ \Leftarrow ٣ = ١٠أ + ٤ب$ ... (٢)

بحل المعادلتين (١)، (٢):

$٢ = ٤أ + ب$ ... (١)

$١ = ٥أ + ٢ب$ ... (٢)

$\Leftarrow$ $أ = -٣$ نعوض في (١)

$٢ = ٢ \times -٣ + ب \Leftarrow ب = ٨$.

١٠ رسم $ص = س$ لمنحنى $ق(س) = س^{٢} + أ$ من النقطة $(١، ب)$ لواقعة على منحنى $ق(س)$ فقطع $ص = س$ محور السينات عند $س = -١$ فجد $أ، ب$.

الحل:

$ب$ يمر بـ $(١، ب)$ $\Leftarrow$ $ق(١) = ب \Leftarrow ب = ١ + أ$

$ق(س) = س^{٢}$ $\Leftarrow$ $ق(١) = ٢$ $\Leftarrow$ ميل $ص = س$ هو ٢

معادلة $ص = س$: $ص - ب = ٢(س - ١)$

يقطع محور السينات عندما $ص = ٠ \Leftarrow س = -١$

$\Leftarrow$ $٠ - ب = ٢(-١ - ١) \Leftarrow -ب = -٤$

$\Leftarrow$ $ب = ٤$

بالتعويض في المعادلة رقم (١) $\Leftarrow$

$٤ = ١ + أ \Leftarrow أ = ٣$

١١ إذا كان المستقيم ص = ١٣ س − ٧ يمس منحنى ق(س) = أ س³ + ب س عند س = ١ فما قيم أ ، ب .

الحل :- عند المماس ⇐ ص = ق(س)

⇐ ١٣ − ٧ = أ + ب ⇐ أ + ب = ٦ ... ①

عند المماس س = ٢ ⇐ ص = ق(س)

⇐ ١٣ × ٢ − ٧ = ٨ أ + ٢ ب ⇐ ٨ أ + ٢ ب = ٢٦ ... ②

بحل المعادلتين ① ، ② ⇐

أ = ١ ، ب = ٥ .

١٢ إذا كان المستقيم ٣ س + ٤ ص + جـ = ٠ يمس المنحنى ص = $\frac{س}{س - ٢}$ فما قيمة جـ

الحل :-

المستقيم يمس المنحنى ⇐

ميل المستقيم = ميل المنحنى

$-\frac{٣}{٤} = \frac{-٢}{(س-٢)^{٢}}$

⇐ (س − ٢)² = ١٦ ⇐ س − ٢ = ± ٤

إما س − ٢ = ٤ ⇐ س = ٦

⇐ ص = $\frac{٦}{٦-٢}$ = ٣ ⇐ نقطة التماس (٦ ، ٣)

، نقطة التماس تحقق المستقيم ومعادلته

⇐ ٦ + ٤ × ٣ + جـ = ٠

⇐ جـ = − ١٨

ثانياً :-

ص = − ٢ ⇐ ٤ − = − ٢ ⇐ س = ٢

⇐ ص = $\frac{-٢ \times ٢}{٢-٠}$ = ١ ← نقطة (٠ ، ١)

١٣ أوجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ إذا كان ق(س) = س² + أ س + ب ، ق(س) = جـ س − س² إذا كان المنحنيات يمس بعضهما البعض عند النقطة (١ ، ٠) .

الحل :-

المنحنيات يمس بعضها بعضها عند النقطة (١ ، ٠) ⇐ ق(١) = ٠ ، ق(١) = ٠

⇐ ق(١) = ٠ ⇐ ١ + أ + ب = ٠ ⇐ أ + ب = − ١ ... ①

ق(س) = ٢ س + أ

ق(س) = جـ − ٢ س ⇐ ق(١) = جـ − ٢ = س − ١

لكن ق(١) = ق(١) ⇐

٢ + أ = ١ − ٢ ⇐ أ = − ١ − ٢ = − ٣

بالتعويض في ① ⇐ أ + ب = − ١

− ٣ + ب = − ١ ⇐ ب = ٢

١٤ إذا كان المماس لمنحنى ق(س) = أ س² + ب س + ٢ عند (١ ، $\frac{١}{٢}$) يوازي المحور السيني ، المماس لمنحنى ق(س) = س³ + ٦ س + ١٠ عند (− ٢ ، ٢) أوجد أ ، ب

الحل :- ق(١) = $\frac{١}{٢}$ ⇐ ق(١) = أ + ب + ٢ = $\frac{١}{٢}$

⇐ أ + ب = $\frac{-٣}{٢}$

ق(س) = ٢ أ س + ب ⇐ ق(١) = ٢ أ + ب ... ①

ق(س) = ٣ س² + ٦ ⇐ ق(− ٢) = ١٢ + ٦ = ١٨

⇐ ميل المماس = $\frac{١}{٢}$ ⇐ ٢ أ + ب = $\frac{١}{٢}$ ... ②

بحل المعادلتين ① ، ②

أ = $\frac{٥}{٢}$ ، ب = − ٤

المسائل الفيزيائية

ملاحظات

١ السرعة هي المشتقة الأولى للمسافة ويرمز لها بأحدى الرموز التالية ع ، $\frac{د ف}{د ن}$ ، ف َ .

٢ التسارع هو المشتقة الثانية للمسافة أو المشتقة الأولى للسرعة ويرمز له بأحدى الرموز التالية ق ، $\frac{د^٢ ف}{د ن^٢}$ ، $\frac{د ع}{د ن}$ ، ع َ

٣ السرعة المتوسطة = $\frac{د ف}{د ن}$

٤ التسارع المتوسط = $\frac{د ع}{د ن}$

٥ تنعدم السرعة أي أنه ف َ(ن) = صفر (ع = ٠)

٦ ينعدم التسارع أي أنه ف َ(ن) = صفر (ق = ٠)

٧ يصل الجسم لأقصى ارتفاع عندما ع = صفر

٨ في حالة ورد في السؤال كلمة تسارع نجد السرعة ثم السرعة ثم التسارع ثم المطلوب في السؤال

٩ زمن الصعود الجسم = زمن الهبوط لكن بشرط أنه يصل الجسم لأقصى ارتفاع

٩ وصول الجسم الأرض ⇐ ف = صفر

١٠ المسافة التي يقطعها الجسم حتى يعود إلى الأرض = ضعفي مسافة أقصى ارتفاع.

١١ سرعة الجسم وهو صاعد يكون موجب وسرعته وهو هابط يكون سالب

١٢ السرعة لحظة وصول إلى الأرض أي أن المطلوب ع عندما تكون معادلة الحركة + ارتفاع البرج = صفر ومنها نجد قيمة ن .

١٣ لإيجاد السرعة الابتدائية للجسم نجد سرعة ع ونعوض مكانه ن بالصفر

١٤ إثبات أنه الجسم يتوقف مرة واحدة دون أن يغير من اتجاه حركة أي أن المطلوب إثبات ع = صفر عند قيمة واحدة فقط للزمن ن .

أمثلة

١ يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للمعادلة ف(ن) = ن^٣ + ٦ن^٢ − ٩ن حيث ف بالقدم ، ن بالثواني ، ١٠ و جد ما يلي :-

أ أوجد موضع الجسيم عندما ن = ٣ ثواني.

الحل : ف(٣) = ٣^٣ + ٦×٣^٢ − ٩×٣
= ٢٧ + ٥٤ − ٢٧ = ٥٤ قدم .

ب أوجد سرعة الجسيم عندما ن = ٣ ثواني.

الحل :- السرعة ع = ف َ = ٣ن^٢ + ١٢ن − ٩

ع(٣) = ٣×٣^٢ + ١٢×٣ − ٩
= ٢٧ + ٣٦ − ٩ = ٥٤ قدم/ث

ج أوجد تسارع الجسيم بعد ٣ ثواني

الحل :- ق = ع َ(ن) = ٦ن + ١٢

ق(٣) = ٦×٣ + ١٢ = ٣٠ قدم/ث^٢

د أوجد تسارع المتوسط السرعة المتوسطة عندما تتغير الزمن من الثانية إلى ٤ ثواني .

الحل :-

٢ قذف جسيم للأعلى عن سطح الأرض فإذا كانت المسافة المقطوعة تعطى بالعلاقة ف = ٩٦ن − ١٦ن²، حيث ن الزمن بالثواني، ف بالقدم احسب ما يلي:-

أ سرعة الجسم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة.

الحل:-

ف = ٩٦ن − ١٦ن²

ع = ف' = ٩٦ − ٣٢ن

ت = ع' = −٣٢

⇐ ع(١) = ٩٦ − ٣٢ × ١ = ٩٦ − ٣٢

= ٦٤ قدم/ث.

ب متى يصل الجسم لأقصى ارتفاع.

الحل:-

يصل الجسم لأقصى ارتفاع عندما ع = ٠

⇐ ع = ٠ ⇐ ٩٦ − ٣٢ن = ٠

⇐ ٣٢ن = ٩٦ ⇐ ن = ٣ ثواني.

ج المسافة التي يقطعها الجسم حتى يعود للأرض

الحل:-

المسافة التي يقطعها حتى يعود الأرض = ٢ × أقصى ارتفاع

إذاً أقصى ارتفاع = ف(٣) =

٩٦ × ٣ − ١٦ × ٣² = ١٤٤ قدم

إذاً المسافة التي يقطعها حتى يعود للأرض

= ١٤٤ × ٢ = ٢٨٨ قدم

٣ يتحرك جسيم على خط الأعداد بحيث بعده عن نقطة الأصل بالمتر وبعد ن من الثواني يساوي √(٢ن² + ١٨)، أحسب المسافة عندما تكون السرعة ١ م/ث.

الحل:-

ف = √(٢ن² + ١٨)

ع = ف' = ٤ن / (٢ × √(٢ن² + ١٨)) = ٤ن / (٢√(٢ن² + ١٨))

نعوض ع = ١ لإيجاد قيمة ن ⇐

٤ن / (٢√(٢ن² + ١٨)) = ١ ⇐ ٤ن = ٢√(٢ن² + ١٨)

١٦ن² = ٤(٢ن² + ١٨)

⇐ ١٦ن² = ٨ن² + ٧٢ ⇐ ٨ن² − ٧٢ = ٠

٨(ن² − ٩) = ٠ ⇐ ٨(ن − ٣)(ن + ٣) = ٠

⇐ ن = −٣ مرفوضة

ن = ٣ ⇐ ف(٣) = ٦ متر.

٤ يتحرك جسيم في خط مستقيم ف = ١/١٢ ن³ − ١/٤ ن، احسب تسارع الجسم عندما تبلغ السرعة ٦ قدم/ث.

الحل:- ف = ١/١٢ ن² − ١/٤ ن

ع = ٣/١٢ ن² − ١/٤

ت = ١/٦ ن.

عندما ع = ٦ ⇐ ١/٤ ن² − ١/٤ = ٦

⇐ ن² − ١ = ٢٤ ⇐ ن² = ٢٥ ⇐ ن = ٥

ت = ١/٦ ن، عندما ن = ٥

⇐ ت = ٥/٦ قدم/ث².

(المسائل الفيزيائية)

٥ يتحرك جسيم وفقاً للعلاقة ف = ٢ن^٣ − ن^٢ حيث ف المسافة بالقدم، ن الزمن بالثواني، ٢ ثابت، اوجد سرعة الجسم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة علماً بأن شارعه في تلك اللحظة ١٠ قدم/ث.

الحل:-

ف = ٢ن^٣ − ن^٢

ع = ٦ن^٢ − ٢ن

ت = ١٢ن − ٢ ، وعندما ت = ١٠ ⇐

١٠ = ١٢ن − ٢ ⇐ ١٢ن = ١٠ + ٢

⇐ ن = ٥/٦ ثانية

عوض قيمة ن في ع

⇐ ع = ٦(٥/٦)^٢ − ٢(٥/٦)

ع = ٦(٢٥/٣٦) − ١٠/٦

= ٢٥/٦ − ١٠/٦ = ١٥/٦ = ٢.٥ قدم/ث

٦ يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن بعده عن نقطة الأصل بالأمتار بعد ن ثانية يعطى وفقاً للاقتران ف(ن) = ٣ن^٢ + ٧ ، اوجد سرعة الجسم بعد ٣ ثواني.

الحل: ف = ٣ن^٢ + ٧

ع = ٦ن ⇐ ع(٣) = ٦(٣) = ١٨ م/ث

٧ قذفت كرة رأسياً إلى أعلى من قمة برج ارتفاعه ١٦٠ قدماً اذا كانت المسافة المقطوعة وفقاً للعلاقة ف(ن) = −١٦ن^٢ + ٤٨ن + ١٦٠ اوجد ما يلي:-

أ) اقصى ارتفاع تصله الكرة.

ب) سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض

ف(ن) = −١٦ن^٢ + ٤٨ن + ١٦٠

ع = −٣٢ن + ٤٨ ، ت = −٣٢

أ) اقصى ارتفاع ⇐ ع = صفر

−٣٢ن + ٤٨ = ٠ ⇐ ٣٢ن = ٤٨ ⇐ ن = ٤٨/٣٢

⇐ ن = ٤٨/٣٢ ⇐ ن = ٣/٢ ثانية

ف(٣/٢) = −١٦(٣/٢)^٢ + ٤٨(٣/٢) + ١٦٠ = ١٩٦ قدم

ب) سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض:-

⇐ ف = صفر ⇐ ٠ = −١٦ن^٢ + ٤٨ن + ١٦٠

نقسم الطرفين على −١٦ ⇐

ن^٢ − ٣ن − ١٠ = ٠

(ن − ٥)(ن + ٢) = ٠ ⇐ ن = ٥ ، −٢ مرفوضة

عندما ن = ٥ ⇐ ع(٥) = −٣٢(٥) + ٤٨

= −١١٢ قدم/ث

٨ قذف جسيم إلى أعلى حسب العلاقة ف(ن) = −٨ن^٢ + ٤ن + ١ اوجد ما يلي:-

أ) الزمن اللازم حتى يعود الجسم إلى الأرض

الحل:-

ع = −١٦ن + ٤ = صفر

⇐ ١٦ن = ٤ ⇐ ن = ١/٤ ثانية (زمن الصعود)

اذاً الزمن اللازم حتى يعود إلى الأرض = ٢ × ١/٤ = ١/٢ ث

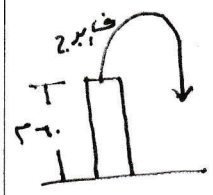
ب) السرعة التي قذف بها الجسم.

الحل: ع(٠) = −١٦(٠) + ٤ = ٤ م/ث

ج) سرعة الجسم وهو على ارتفاع ٨ متر.

الحل:-

٩ قذف من سطح برج ارتفاعه ٦٠ متر صب العلاقة ف = ١١ن − ن² ، أحسب سرعة الجسم وهو على ارتفاع ٩٠ متر من سطح الأرض.



الحل:-

ف البرج = −ن² + ١١ن

ف الأرض = −ن² + ١١ن + ٦٠

ع = −٢ن + ١١

ت = −٢

ف = ٩٠ متر ⇐ −ن² + ١١ن + ٦٠ = ٩٠

⇐ ن² − ١١ن + ٣٠ = ٠ اضرب المعادلة بـ −١

(ن − ٦)(ن − ٥) = ٠

⇐ ن = ٦ ، ن = ٥

ع | ن=٦ = −٢×٦ + ١١ = −١٠ م/ث «هابطة»

ع | ن=٥ = −١٠ + ١١ = ١ م/ث «صاعدة».

١٠ قذف جسيم رأسياً إلى الأعلى حسب العلاقة ف = −٣٦ن² + ٢٤ن + ٤ ، بسرعة ابتدائية مقدارها ٢٤ م/ث ، ما مقدار السرعة ٢ إذا علمت بأنه الجسيم قد وصل لأقصى ارتفاع مقداره ٥٠ م.

الحل:- ع = −٧٢ن + ٢٤

بما أن الجسيم وصل أقصى ارتفاع ⇐ ع = ٠

ع = −٧٢ن + ٢٤ = ٠ ⇐ ٧٢ن = ٢٤

ن = ١/٣

لكن ف = ٥٠ ⇐ −٣٦ن² + ٢٤ن + ٤ = ٥٠

⇐ ٣٦ن² − ٢٤ن + ٤٦ = ٠

لكن ٢ = ٧٢ن ⇐ ٢ = ٧٢ × ٤٦/٣٦ متر

١١ قذف جسيم رأسياً إلى الأعلى بحيث أن ارتفاعه من نقطة القذف بالأمتار بعد ن ثانية يعطى وفق الاقتران ف(ن) = ع١ن − ٥ن² ، فإذا علمت أن أقصى ارتفاع وصل إليه الجسيم هو ٢٠ م ، ما قيمة ع١ ؟

الحل:-

أقصى ارتفاع أي أن ف'(ن) = صفر

ف'(ن) = ع١ − ١٠ن = صفر

⇐ ع١ = ١٠ن ⇐ ن = ع١/١٠ (زمن أقصى ارتفاع)

لكن ف(ع١/١٠) = ٢٠

ف(ع١/١٠) = ع١ × ع١/١٠ − ٥ × (ع١/١٠)² = ٢٠

١٠ × ع١² / ١٠ × ١٠ − ٥ع١² / ١٠٠ = ٢٠

١٠ع١² − ٥ع١² / ١٠٠ = ٢ ⇐ ٥ع١² / ١٠٠ = ٢٠

⇐ ع١² = ٤٠٠ ⇐ ع١ = ± ٢٠

لكن ع١ = ٢٠ م/ث لأنها سرعة ابتدائية

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٩ يتحرك جسيم حسب العلاقة ف = جا٤ن
احسب المسافة عندما تنعدم السرعة لاول مرة من بدء الحركة.

الحل: ع = ٤جا٣ن جتان = صفر

٤جا٣ن = ٠	جتان = ٠
خان = ٠	ن = $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{٣\pi}{2}$
ن = ٠ ، π ، ٢π	

ن = $\frac{\pi}{2}$

ت = ٤جا٣ن × -جان + جتان × ١٢جا٢ن جتان
= -٤ جا٤ن + ١٢جا٢ن جتا٢ن

ت($\frac{\pi}{2}$) = -٤ × ١ + ١٢ × ١ × ٠ = -٤ .

١٠ ف = ٦٠ن - ٥ن٢

١) اقصى ارتفاع ٢) سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٦٠
٣) عين ن التي تكون السرعة صوبية عندها.

الحل: ع = ٦٠ - ١٠ن = ٠ ← ن = ٦

١) ف(٦) = ٦٠ × ٦ - ٥(٦)٢ = ١٨٠

٢) ف = ١٦٠ = ٦٠ن - ٥ن٢
٥ن٢ - ٦٠ن + ١٦٠ = ٠
ن٢ - ١٢ن + ٣٢ = ٠
(ن - ٨)(ن - ٤) = ٠
ن = ٨ ، ن = ٤

ع(٨) = ٦٠ - ١٠ × ٨ = -٢٠
ع(٤) = ٦٠ - ١٠ × ٤ = ٢٠

٣) ع = ٦٠ - ١٠ن ، ن = ٦ ، - ، + ، ٠

ع ≥ ٠ على [٠ ، ٦]

١١ من سطح بناية اسقط جسم حسب العلاقة ف = ٥ن٢ وبعد ثانية قذف جسم آخر رأسياً للاسفل من نفس المكان ف = ١٥ن + ٥ن٢ فوصل الجسمان الارض في نفس اللحظة احسب سرعة كلا منهما لحظة وصول الارض وما ارتفاع البناية.

الحل: اذا اختلف الجسم الثاني ن ثانية فإنه الاول: ن+١

ف١(ن+١) = ف٢(ن)
٥(ن+١)٢ = ١٥ن + ٥ن٢
٥ن٢ + ١٠ن + ٥ = ١٥ن + ٥ن٢
٥ن = ٥ ← ن = ١

ف١(٢) = ٥ × ٤ = ٢٠
ف٢(١) = ١٥ × ١ + ٥ × ١ = ٢٠ ← ارتفاع البناية = ٢٠

ع١ = ١٠ن ← ع١(٢) = ٢٠ × ١٠ = ٢٠

ع٢ = ١٥ + ١٠ن = ١٥ + ١٠ × ١ = ٢٥

١٢ يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن٣ - جـ
اذا كانت سرعة الجسم بعد ١ ث مثلي السرعة الجسم بعده ثواني احسب قيمة جـ.

الحل: - ع = جـ ن جـ-١

ع(١٠) = ٢ ع(٥)
جـ(١٠)جـ-١ = ٢ جـ (٥)جـ-١
٥ جـ-١ × جـ-١ = ٢ × ٥ جـ-١
جـ-١ = ١ ← جـ = ١

١٣ يتحرك جسيم بحيث ع٢ = ف٣ احسب التسارع عندما السرعة = ٨ م/ث

الحل: ٢ع ع' = ٣ف٢ ف'
٢ × أ = ٣ف٢ × ع

أ = $\frac{٣ف٢}{٢}$	عندما ع = ٨
= $\frac{٣ \times ١٦}{٢}$	(٨)٢ = ف٣
أ = ٢٤	٦٤ = ف٣
	ف = ٤

١٤ ع = ٢ ث ق ، ٢ق = ٢٠ اذا كان تسارع الجسم يساوي ٨ م/ث٢ فما قيمة ٢

الحل: ع = $\frac{٢ \times ف}{٢ث ق}$

أ = $\frac{٢ \times ع}{٢ث ق}$

٨ = $\frac{٢ \times ٢ \times ٢٠}{٢ث ق}$ ← ٢ = ١٦ ، ٢ = ٤

١٥ يتحرك جسيم بحيث بعد عن نقطة ثابتة
ف = جا٢ن + جتا٢ن ، ن ∈ [٠ ، ٢π]
احسب المسافة والتسارع لحظة انعدام السرعة الاولى.

الحل: ف = جا٢ن + جتا٢ن ← ع = جتا٢ن - جا٢ن
ت = -جا٢ن - جتا٢ن

ع = ٠ ← جتا٢ن - جا٢ن = ٠ ← جتا٢ن = جا٢ن
ن = ٥ ، ٣٥

ف($\frac{\pi}{٤}$) = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ ، ف($\frac{٥\pi}{٤}$) = $\frac{-١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{\sqrt{٢}} = \frac{-\sqrt{٢}}{٢}$

ت($\frac{\pi}{٤}$) = $\frac{-\sqrt{٢}}{٢}$ ، ت($\frac{٥\pi}{٤}$) = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

١٦ ف = ٥ جتا٢ن + ٣جا٢ن احسب ت عندما ف = ٤

الحل: ع = -١٠جا٢ن + ٦جتا٢ن
ت = -٢٠جتا٢ن - ١٢جا٢ن
ف = ٤ ← ٥ جتا٢ن + ٣جا٢ن = ٤
نوعض ت = -٤(٥جتا٢ن + ٣جا٢ن)
ت = -٤ × ف ← ت = -٤ × ٤ = -١٦

تطبيقات فيزيائية

1 إذا كان ف(ن) = ٣ جا ن − ٥ جتا ن
حيث ف بعد الجسم بالأمتار، ن الزمن بالثواني
فاحسب سرعة الجسم وتسارعه عندما ن = $\frac{\pi}{٨}$.

الحل:

ف(ن) = ٣ جا ن − ٥ جتا ن

ع(ن) = ٣ جتا ن + ٥ جا ن

ت(ن) = −٣ جا ن + ٥ جتا ن

ف $(\frac{\pi}{٨})$ = ٣ × ١ − ٥ × ٠ = ٣

ع $(\frac{\pi}{٨})$ = ٣ × ١ + ٥ × ٠ = ٣

ت $(\frac{\pi}{٨})$ = −٣ + ٠ = −٣

---

2 إذا كانت ص = ف(ن) = $\frac{١}{٣}$ ن^{٣} − ٣ن^{٢} + ٥ن
حيث المعادلة الزمنية لحركة جسم في خط مستقيم حيث ن الزمن بالثواني، ص المسافة بالأمتار
احسب تسارع الجسم في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة

الحل: ف = $\frac{١}{٣}$ ن^{٣} − ٣ن^{٢} + ٥ن

ع = ن^{٢} − ٦ن + ٥

⇐ تنعدم السرعة ⇐ ع = صفر

ن^{٢} − ٦ن + ٥ = صفر

(ن − ٥)(ن − ١) = ٠

⇐ ن = ٥ ، ن = ١

ت = ٢ن − ٦

ت(٥) = ١٠ − ٦ = ٤ ، ت(١) = ٢ − ٦ = −٤

---

3 قذف جسم رأسياً للأعلى من نقطة على سطح الأرض حيث ف(ن) = ٤٫٥ ن − ٤٫٩ ن^{٢}
أوجد ما يلي:

(أ) الزمن اللازم حتى يعود الجسم إلى سطح الأرض مرة أخرى:

⇐ ف = صفر

⇐ ٤٫٥ ن − ٤٫٩ ن^{٢} = ٠

٤٫٩ ن (٥ − ن) = صفر

⇐ ن = ٠ ، ن = ٥ ⇐ يعود لسطح الأرض بعد ٥ ثوانٍ

زمن الانطلاق

(ب) السرعة التي قذف بها (السرعة الابتدائية)

ع = ٤٫٥ − ٩٫٨ ن

⇐ ع(٠) = ٤٫٥ − ٩٫٨ × ٠ = ٤٫٥ م/ث

(ج) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم ⇐ ع = صفر

٤٫٥ − ٩٫٨ ن = صفر

$\frac{٤٫٥}{٩٫٨}$ = $\frac{٩٫٨ ن}{٩٫٨}$ ⇐ ن = ٠٫٥ ث

⇐ ف(٠٫٥) = ٤٫٥ (٠٫٥) − ٤٫٩ (٠٫٥)^{٢} = ٢٫٣ متر

(د) اللحظة التي تكون سرعة الجسم ١٤٫٧ م/ث

ع = ٤٫٥ − ٩٫٨ ن

١٤٫٧ = ٤٫٥ − ٩٫٨ ن ⇐ ن = ١

(هـ) اللحظة التي يكون سرعة الجسم −١٤٫٧ م/ث

−١٤٫٧ = ٤٫٥ − ٩٫٨ ن ⇐ ن = ٤ ثواني

(و) تسارع الجسم في كل لحظة:

ع − ت = −٩٫٨ م/ث^{٢}

---

4 قذف جسم رأسياً للأعلى من سطح بناية حيث ف(ن) = ٣٠ ن − ٥ن^{٢} إذا كانت سرعة لحظة وصوله الأرض تساوي ٦٠ متر/ث، أوجد ارتفاع البناية.

الحل: ف(ن) = ٣٠ن + ٥ن²
في النهاية
ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن² + P
في الأرض

ع = ٣٠ − ١٠ن = −٦٠
٩٠ = ١٠ن ⇐ ن = ٩
ف(٩) = ٣٠ × ٩ − ٥(٩)² + P = ٠
P = ١٣٥ ⇐ ٠ = P + ٤٠٥ − ٢٧٠

٥ استقل جسم من ارتفاع ١٠٠ متر حيث ف₁ = ٥ن²، وفي الوقت نفسه قذف جسم للأعلى ف₂ = ٥٠ن − ٥ن² أوجد سرعة كل من الجسمين عندما يكونان على ارتفاع نفسه عن سطح الأرض.

الحل ف₁ + ف₂ = ١٠٠
٥ن² + ٥٠ن − ٥ن² = ١٠٠
٥٠ن = ١٠٠ ⇐ ن = ٢

سرعة الجسم الأول ع₁ = ف₁'(ن) = ١٠ن، وحدة
ف₁'(٢) = ١٠ × ٢ = ٢٠ م/ث
سرعة الجسم الثاني ع₂ = ف₂'(ن) = ٥٠ − ١٠ن
وحدة ف₂'(٢) = ٥٠ − (١٠ × ٢) = ٣٠ م/ث

٦ جسم يتحرك في خط مستقيم فإذا كانت سرعته بعد ن ثانية من حركته هي:
ع(ن) = ن² − ٢ن + ٢ حيث
أ) سرعته الابتدائية
ب) متى تكون الجسم واقفا وما مسافة تلك اللحظة؟

الحل: أ) ع(٠) = صفر − صفر + ٢ = ٢
ب) ع = ن² − ٢ن + ٢ = صفر
(ن − ٢)(ن − ١) = صفر
ن = ١، ٢
ت = ع' = ٢ن − ٣
ت(٢) = ٤ − ٣ = ١
ت(١) = ٢ − ٣ = −١

٧ يتحرك جسيم بسرعة ابتدائية مقدارها ٢ م/ث حيث العلاقة ف(ن) = أن² + بن حيث أ، ب ثوابت، احسب المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ٢ ثواني من حركته علما بأن تسارعه ٨ م/ث²

الحل: ع = ف' = ٢أن + ب
ع(١) = صفر + ب = ٢ ⇐ ب = ٢
ت = ع' = ٢أ = ٨ ⇐ أ = ٤
∴ ف(ن) = ٤ن² + ٢ن
ف(٣) = ٤ × ٩ + ٢ × ٣ = ٤٢

٨ يتحرك جسيم بحيث أبعد عن نقطة ثابتة بعد ن ثانية من بدء حركته يعطى وفقا للاقتران ف(ن) = جا ن + جتا ن، ن ∈ [٠، ٢π] حدد سلوكه وتتابع في حالة سكونه اللحظي للجسيم؟

الحل: ع = ف' = جتا ن − جا ن = صفر
جتا ن = جا ن
∴ ن = ٤٥° ، ٢٢٥°
ن = π/٤ ، ٥π/٤
ف(π/٤) = جا π/٤ + جتا π/٤
= ١/√٢ + ١/√٢ = ٢/√٢ = √٢
ف(٥π/٤) = −١/√٢ + −١/√٢ = −٢/√٢ = −√٢
ت = ع' = −جا ن − جتا ن

$ت(\frac{\pi}{4}) = \frac{-1}{ع^2} - \frac{1}{ع^2} = \frac{-2}{ع^2}$ م/ث

$ت(\frac{5\pi}{4}) = \frac{1}{ع^2} + \frac{1}{ع^2} = \frac{2}{ع^2}$ م/ث

٩ يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث ابتداء من نقطة ثابتة على الأمتار بعد ن ثانية من بدء حركته يعطى وفقاً للاقتران ف(ن) = ن^2

فإذا كانت سرعته المتوسطة في الفترة الزمنية [٠, م] تساوي سرعته اللحظية عندما ن = ٤، جد قيمة م ؟

الحل: ع = ف' = ٢ن

ع(٤) = ٨

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(م) - ف(صفر)}{م - صفر}$

$= \frac{م^2 - صفر}{م} = ٨$

$م^2 = ٨م$

$م^2 - ٨م = صفر$

$م(م - ٨) = صفر$

$م = صفر ، ٨ ، -٨$

نأخذ م = ٨

١٠ يتحرك جسيم بسرعة تعطى حسب العلاقة ع^2 = ١ − ف^2، حيث ف بالأمتار بين أن تسارع الجسيم يساوي −٢ف في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته ؟؟

الحل: ع^2 = ١ − ف^2

$2ع \times ع' = -2ف^2 \times ف'$

$ع \times ت = -2ف^3 \times ع$

$ت = -2ف^3$

وعندما تنعدم ع = صفر

عليه صفر = ١ − ف^2 ← ف = ١

$\therefore ت = -2 \times 1^3 = -2$ م/ث

١١ يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة الزمنية ف(ن) = $\frac{1}{4}$(ن+٢)^4 − ٦ن^2 حيث ن بالثواني، ف بالأمتار، جد تسارع الجسيم عندما تنعدم سرعته ٨٩ م/ث ؟؟

الحل: ع = ف' = (ن+٢)^3 − ١٢ن = ٨٩

ن^3 + ٦ن^2 + ١٢ن + ٨ − ١٢ن = ٨٩

ن^3 + ٦ن^2 − ٨١ = صفر

بالتجريب ن = ٣ : ٢٧ + ٥٤ − ٨١ = صفر

بالقسمة على ن − ٣

	١	٦	٠	−٨١
٣		٣	٢٧	٨١
	١	٩	٢٧	صفر

المتبقي ن^2 + ٩ن + ٢٧ = صفر

ب^2 − ٤أجـ = ٨١ − ٤ × ١ × ٢٧ = −٢٧ < صفر

لا يوجد لا أصفار

$\therefore$ فقط ن = ٣

ت = ع' = ٢(ن+٢)^3 − ١٢

ت(٢) = ٢(٢+٢)^3 − ١٢

= ٧٥ − ١٢ = ٦٣

١٢ قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، فإذا كانت قاعدة القوى تقطع بعد ن ثانية من بدء حركته وتعطى بالاقتران ف(ن) = ٦٤ن − ١٦ن^2 بين أن الجسم يفقد نصف سرعته الابتدائية على ارتفاع ٣٤٨ م ؟؟

الكل ع = ف' = ٦٤ − ٣٢ نـ

ع (٠) = ٦٤ − ٠ = ٦٤

وعند ف = ٤٨

فان ٤٨ = ٦٤ نـ − ١٦ نـ^٢

٢ = ٤ نـ − نـ^٢

نـ^٢ − ٤ نـ + ٢ = صفر

(نـ − ٢) (نـ − ١) = صفر

نـ = ٢ ، نـ = ١

ع (١) = ٦٤ − ٣٢ = ٣٢ = (١/٢ × ٦٤)

لان الجسم يتحرك حركة

١٣ يتحرك جسم م على خط مستقيم بحيث انه بعد مرور نقطة الاصل بالاقطار بعد نـ ثانية معطى بالعلاقة ف (نـ) = جا^٢ نـ ، فجد سرعة الجسم م الكرة التي ينعدم فيها تسارعه لاول مرة بعد حركته ؟؟

الكل ع = ف' = ٤ جا^٢ نـ جتا نـ

ع' = ٤ جا^٢ نـ × − جا نـ + جتا نـ × ٢ جا نـ × جتا نـ

= ٤ جا^٣ نـ + ٨ جا نـ جتا^٢ نـ

= ٤ جا^٢ نـ (− جا نـ + ٢ جتا^٢ نـ) = صفر

٤ جا^٢ نـ = صفر ← جا نـ = صفر

← نـ = صفر ، π ، ٢π ، ...

− جا نـ + ٢ جتا^٢ نـ = صفر ← ٢ جتا^٢ نـ = جا نـ

← ظا^٢ نـ = ٢ ← ظا نـ = ± √٢

نـ = π/٢ ، ٥π/٣ ، ...

تنعدم التسارع لاول مرة عندما نـ = π/٣ وتكون

السرعة

ع (π/٣) = ٤ جا^٢ π/٣ جتا π/٣

= ٤ × (√٣/٢)^٢ × ١/٢ = ٣√٣/٤

١٤ تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم حيث العلاقة ف (م) = ٢م (٢٧ − نـ) ، اثبت ان هذه النقطة التي بدأت حركة بعد ٩ ثوان ، ثم حيد سرعتها حينئذ ؟؟

الكل ف (نـ) = نـ^٢/٢ × (٢٧ − نـ)

= ٢٧ نـ^٢/٢ − نـ^٣/٢

ع = ف' = ٢٧ × ١/٢ نـ^٢ − ٣/٢ نـ^٢ = صفر

٢٧ نـ^٢/٢ − ٣ نـ^٣/٢ = صفر

٢٧ نـ^٢ − ٣ نـ^٣ = صفر

٣ نـ^٢ = ٢٧ نـ

نـ^٢ = ٢٧ نـ / ٣

٢ نـ × ٣ نـ − ٢٧ × ٢ نـ = ٠

نـ = ٩

(+ + + ٩ − − −)

السرعة تتغير من تزايدي عند نـ < ٩

∴ الجسم يعكس اتجاه حركته

ف (٩) = ٤٥

١٥ من نقطة ع على ارتفاع ٨ متر عن سطح الارض قذف جسم رأسيا الى اعلى وفق اقتران المسافة

ف (نـ) = ٦٤ نـ − ١٦ نـ^٢ حيث :

أ) اعلى ارتفاع يصل اليه الجسم

ب) الزمن الذي بعده يعود الى نقطة القذف

ج) الزمن الذي بعده يعود الى سطح الارض

د) متى وتربع سرعة الجسم ٣٢ م/ث

هـ) مجموعة القيم نـ < صفر التي تكون عندها ع (نـ) > صفر

الكل ف = ٦٤ نـ − ١٦ نـ^٢

أ) ع = ف' = ٦٤ − ٣٢ نـ = صفر

نـ = ٢

أوجد ارتفاع عن نقطة القذف
ف(٠) = ٦٤ × ٢ − ١٦ × ٤
= ١٢٨ − ٦٤ = ٦٤
وعند سطح الأرض يكون اقصى ارتفاع هو
٦٤ + ٨٠ = ١٤٤ م

ب) ف = صفر
٦٤ن − ١٦ن٢ = صفر
١٦ن (٤ − ن) = صفر
ن = صفر ، ن = ٤ ثانية

ج) ف عند الأرض = ٦٤ن − ١٦ن٢ + ٨٠
وعندما يصل سطح الأرض تكون ف = صفر
٦٤ن − ١٦ن٢ + ٨٠ = صفر
١٦ن٢ − ٦٤ن − ٨٠ = صفر ÷ ١٦
ن٢ − ٤ن − ٥ = صفر
(ن − ٥)(ن + ١) = صفر
ن = ٥ ، ن = −١
نأخذ ن = ٥

د) ع = ٦٤ − ٣٢ن = ٤٠
٦٤ − ٤٠ = ٣٢ن
٢٤ = ٣٢ن
ن = ٢٤/٣٢ = ٣/٤

هـ) نرسم اشارة ع :
ع = ٦٤ − ٣٢ن = صفر ← ن = ٢
ع > صفر في [٠ ، ٢) (− | +)

١٦) من سطح بناية أُلقيت شخص جسماً فسقط وبعد الإصطدام ف(ن) = ١٦ن٢ ، وفي اللحظة نفسها شخص ثاني جسماً عمودياً الى اسفل بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٠ م/ث وبعد الاصطدام ف(ن) = ٤٠ن + ١٦ن٢ ، حاذا ارتطم جسم الاول بعد ١/٢ ثانية من ارتطام جسم الثاني بالارض علل :-

أ) سرعة كل من جسم الاول جسم الثاني لحظة ارتطامهما بالأرض

ب) ارتفاع البناية .

أ) كل ٥ اذا اصطدم جسم الثاني بعد ن ثانية فانه جسم الاول يصطدم بعد ن + ١/٢ ثانية
ف جسم (ن + ١/٢) = ف جسم (ن)
١٦ (ن + ١/٢)٢ = ٤٠ن + ١٦ن٢ (÷ ٤)
٤ (ن + ١/٢)٢ = ١٠ن + ٤ن٢
١ = ١٠ن − ٤ن
١ = ٦ن
ن = ١/٦
سرعة جسم الاول = ١ + ١/٢ = ٣/٢
سرعة جسم الثاني = ١

ب) ع = ف' = ٣٢ن
ع (٣/٢) = ٣٢ × ٣/٢ = ٤٨
ع = ف' = ٤٠ + ٣٢ن
ع (١) = ٤٠ + ٣٢ = ٧٢

ب) ف (٣/٢) = ١٦ × (٣/٢)٢
= ١٦ × ٩/٤ = ٣٦
ف (١) = ٤٠ × ١ + ١٦ × ١ = ٥٦