الصف الثاني عشر

للفرعين الادبي والفندقي والسياحي

الوحدة الثانية

التفاضل

١) معدل التغير

٢) المشتقة الاولى

٣) قواعد الاشتقاق

٤) قاعدة السلسلة

٤) مشتقات الاقترانات المثلثية

٦) المشتقات العليا

٧) حل تدريبات وتمارين الكتاب

٨) اسئلة الوزارة (٢٠٠٨- ٢٠١٧) مع الحلول النموذجية

٩) ورقة عمل مع الاجابات النموذجية

ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم :ناجح الجمزاوي

الاستاذ ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ | ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

معدل التغير

معدل التغير (متوسط التغير)

$\Delta س$ = التغير في السينات

= وتقرأ (دلتا س)

$= س_2 - س_1$

وعنها $\Leftarrow س_2 = س_1 + \Delta س$

Δ ق(س) = التغير في قيم الاقتران

$\Delta ص$ = التغير في قيم الاقتران

= وتقرأ دلتا ص

$= ق(س_2) - ق(س_1)$

$$\text{معدل التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{ق(س_1 + \Delta س) - ق(س_1)}{\Delta س}$$

مثال ①

اذا كان ق(س) = $س^2 + 1$ وتغيرت س من ٢ إلى ٥ جد

١) التغير في السينات

الحل

$\Delta س = س_2 - س_1 = 5 - 2 = 3$

٢) التغير في قيمة الاقتران

الحل

$\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$

$= ق(5) - ق(2)$

$= (1 + 5^2) - (1 + 2^2)$

$= 26 - 5 = 21$

٣) معدل التغير

الحل

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{21}{3} = 7$$

مكتبة الوسام ALWESAM الاستاذ: ناجح الجمزاوي

مثال ②

اذا كان ص = ق(س) = ١ - ٣س
وتغيرت س من س١ = ٢ الى
س٢ = ٤ احسب معدل التغير

الحل

معدل التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$

$= \frac{ق(٤) - ق(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(١ - ٣ \times ٤) - (١ - ٣ \times ٢)}{٢}$

$= \frac{(١ - ١٢) - (١ - ٦)}{٢} = \frac{-١١ + ٥}{٢}$

$= \frac{-٦}{٢} = -٣$

مثال ③

اذا كانت ص = م(س) = $س^2 - ٣س + ٣$
وكانت س١ = ٢ ، $\Delta س$ = ١ احسب
معدل التغير للأقتران م(س) ؟

الحل

$\Delta س = س_2 - س_1$

$١ = س_2 - ٢ \Leftarrow س_2 = ٣$

معدل التغير = $\frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

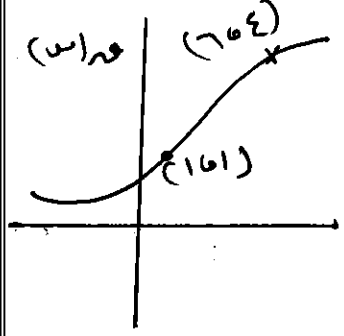
$= \frac{م(٣) - م(٢)}{٣ - ٢}$

$= \frac{(٣^2 - ٣ \times ٣ + ٢) - (٢^2 - ٣ \times ٢ + ٣)}{١}$

$= (٩ - ٩ + ٣) - (٤ - ٦ + ٣) = ٣ - ١ = ٢$

مثال ④

اذا كان ق(س) موضحاً بالرسم الجانبي
احسب معدل التغير اذا تغيرت
س من ١ إلى ٤



الحل

معدل التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$= \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٦ - ١}{٤ - ١} = \frac{٥}{٣}$

مثال ⑤

اذا كان معدل التغير للأقتران ص = ق(س)
عندما تتغير س من (-١) إلى (٣) يساوي
(٢) اوجد مقدار التغير في ص

الحل

معدل التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{\Delta ص}{س_2 - س_1}$

$٢ = \frac{\Delta ص}{٣ - (-١)}$

$\Leftarrow ٢ = \frac{\Delta ص}{٤}$ ضرب تبادلي

$\Leftarrow \Delta ص = ٨$

مكتبة الوسام ALWESAM الأستاذ ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

اذا كان متوسط التغير للاقتران $هـ(س) = ٧ - ٢س$ يساوي (-٦) عندما تتغير س من (١) إلى (٤) فجد قيمة ٢ ؟

الحل

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{هـ(٤) - هـ(١)}{٤ - ١} = \frac{(٧ - ٢(٤)) - (٧ - ٢(١))}{٣}$$

$$\Leftarrow -٦ = \frac{٧ - ٨ - ٧ + ٢}{٣} = \frac{-١٢}{٣}$$

$$-٦ = -٢ \Leftarrow ٦ = ٢$$

مثال ⑦

اذا كان $هـ(-٢) = -٤$ ، $هـ(٣) = ٢٫٥$ فجد معدل التغير عندما تتغير س من -٢ إلى ٣ ؟

الحل

$$\text{معدل التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$= \frac{هـ(٣) - هـ(-٢)}{٣ - -٢} = \frac{٢٫٥ + ٤}{٥} = \frac{٦٫٥}{٥}$$

مثال ⑧

اذا كان معدل التغير في الاقتران $هـ(س)$ يساوي ٦ ، وذلك عندما تتغير س من -١ الى ٣ وكان $هـ(-١) = -١٠$ فجد $هـ(٣)$ ؟

الحل

$$\text{معدل التغير} = \frac{هـ(٣) - هـ(-١)}{٣ - -١}$$

$$٦ = \frac{هـ(٣) - -١٠}{٤}$$ ضرب تبادلي

$$٢٤ = هـ(٣) + ١٠$$

$$-١٠ \quad -١٠$$

$$١٤ = هـ(٣)$$

مثال ⑨

اذا كان $هـ(س) = س^٢ + ٢س$ ، $س \in [١، ٣]$ وكان التغير في الاقتران يساوي ٢٤ فجد قيمة ٢ ؟

الحل

$$\Delta ص = هـ(٣) - هـ(١)$$

$$٢٤ = (٩ + ٢(٣)) - (١ + ٢(١))$$

$$٢٤ = ١٥ - ٢ + ٩$$

$$٢٤ = ٨ + ٢٢$$

$$١٦ = ٢٢ \Leftarrow ٢ = ٨$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
الأستاذ: ناجح الجمزاوي

مثال ⑩

اذا علمت ان معدل التغير للاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[-٢، ٢]$ يساوي (٥) وكان $هـ(-٢) = ١$ ، $هـ(٢) = ١٦$ أوجد ٢؟

الحل

$$\text{معدل التغير} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٢) - هـ(-٢)}{٢ - (-٢)}$$

$$\frac{٥}{١} = \frac{١٦ - ١}{٢ - (-٢)} = \frac{١٥}{٢ - (-٢)}$$ ضرب تبادلي

$$\Leftarrow ٥ \times (٢ - (-٢)) = ١٥ \times ١$$

$$٥ ٢ + ١٠ = ١٥$$

$$٥ ٢ = ١٥ - ١٠$$

$$٢ = ٣ \Leftarrow ١٥ = ٥ ٢$$

مثال ⑪

اذا كان معدل التغير للاقتران $هـ(س) = س^{٢} - ١$ يساوي (٥) عندما $س = س_{١}$ ، $\Delta س = ٢$ فأوجد قيمة $س_{١}$

الحل

$$\text{معدل التغير} = \frac{هـ(س_{١} + ٢) - هـ(س_{١})}{(س_{١} + ٢) - س_{١}}$$

$$٥ = \frac{هـ(٢) - هـ(س_{١})}{٢ - س_{١}}$$

$$٥ = \frac{(٢^{٢} - ١) - (س_{١}^{٢} - ١)}{٢ - س_{١}}$$

$$\frac{٥}{١} = \frac{٣ - س_{١}^{٢} + ١}{٢ - س_{١}} = \frac{٤ - س_{١}^{٢}}{٢ - س_{١}}$$

ضرب تبادلي ⇐

$$٥(٢ - س_{١}) = (٤ - س_{١}^{٢}) ١$$

$$١٠ - ٥ س_{١} = ٤ - س_{١}^{٢}$$

$$س_{١}^{٢} - ٥ س_{١} + ٦ = ٠$$

$$(س_{١} - ٣)(س_{١} - ٢) = ٠$$

$$س_{١} = ٣ \quad س_{١} = ٢$$

مثال ⑫

اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} & اذا \ س \neq ٣ \\ ٣ س & اذا \ س = ٥ \end{cases}$

فجد معدل التغير في الاقتران $هـ$ عندما تتغير $س$ من ٢ الى ٥

الحل

القاعدة الثانية ↑ القاعدة الأولى ↑

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$$

$$= \frac{٥ \times ٣ - ٢^{٢}}{٣} = \frac{١٥ - ٤}{٣}$$

$$= \frac{١١}{٣}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام : ناجح الجمزاوي

مثال (١٣)

اذا كان معدل التغير للاقتران هـ في الفترة $[١، ٢]$ يساوي (٨) فاوجد معدل التغير للاقتران $هـ(س) = هـ(س) - ٦$ في نفس الفترة ..

الحل

معدل تغير هـ $= \frac{هـ(٢) - هـ(١)}{٢ - ١} = ٨$

$\Leftarrow \boxed{هـ(٢) - هـ(١) = ٨}$

معدل تغير هـ $= \frac{هـ(٢) - هـ(١)}{٢ - ١}$

$= \frac{هـ(٢) - ٦ - (هـ(١) - ٦)}{١}$

$= هـ(٢) - ٦ - هـ(١) + ٦$

$= هـ(٢) - هـ(١)$

$= ٨$

مثال (١٤)

اذا كان معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة $[-٢، ١]$ يساوي -٣ وكان $هـ(س) = هـ(س) - س^٢$ فجد معدل التغير في الاقتران هـ(س) في الفترة $[-٢، ١]$

الحل

معدل تغير هـ $= \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - (-٢)} = -٣$

$\Leftarrow \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{٣} = -٣$ ضرب بتبادلي

$\Leftarrow \boxed{هـ(١) - هـ(-٢) = -٩}$

معدل تغير هـ $= \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - (-٢)}$

$= \frac{(هـ(١) - ١^٢) - (هـ(-٢) - (-٢)^٢)}{٣}$

$= \frac{هـ(١) - ١ - هـ(-٢) + ٤}{٣}$

$= \frac{هـ(١) - هـ(-٢) + ٣}{٣}$

$= \frac{-٩ + ٣}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٥)

اذا كان معدل التغير للأقتران $f(س)$ في الفترة $[٢، ٥]$ يساوي ٦ وكان $h(س) = f(س) - ٢س$ فجد معدل التغير للأقتران $h(س)$ في نفس الفترة

الحل

$$\text{معدل تغير } f = \frac{f(٥) - f(٢)}{٥ - ٢}$$

$$\frac{٦}{١} = \frac{f(٥) - f(٢)}{٣}$$ ضرب بتبادلي

$$\Leftarrow f(٥) - f(٢) = ١٨$$

$$\text{معدل تغير } h = \frac{h(٥) - h(٢)}{٥ - ٢}$$

$$= \frac{(f(٥) - ٢\times٥) - (f(٢) - ٢\times٢)}{٣}$$

$$= \frac{f(٥) - ١٠ - f(٢) + ٤}{٣}$$

$$= \frac{f(٥) - f(٢) - ٦}{٣}$$

$$= \frac{١٨ - ٦}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$$

مثال (١٦)

اذا كان $f(س) = ٧س - h(س)$ وكان معدل التغير في الأقتران $h(س)$ في الفترة $[١، ٩]$ يساوي (٤) فجد معدل التغير في الأقتران f في الفترة $[١، ٩]$

الحل

$$\text{معدل تغير } h = \frac{h(٩) - h(١)}{٩ - ١}$$

$$\frac{٤}{١} = \frac{h(٩) - h(١)}{٨}$$

$$\Leftarrow \boxed{h(٩) - h(١) = ٣٢}$$

$$\text{معدل تغير } f = \frac{f(٩) - f(١)}{٩ - ١}$$

$$= \frac{(٧\times٩ - h(٩)) - (٧\times١ - h(١))}{٨}$$

$$= \frac{٦٣ - h(٩) - ٧ + h(١)}{٨}$$

$$= \frac{٥٦ + h(١) - h(٩)}{٨}$$

لكنه $h(١) - h(٩) = -٣٢$

$$= \frac{٥٦ - ٣٢}{٨} = \frac{٢٤}{٨} = ٣$$

مكتبة الهدف
ALHADAF
المعلم ناجح الجمزاوي

تدريبات وأسئلة الكتاب

تدريب ① ص ٧٢

جد قيمة معدل التغير في الأقتران ه لكل مما يأتي .

① $ه(س) = ٧\sqrt{س}$ تتغير س من ٨١ الى ٣٦

الحل

معدل التغير $= \frac{ه(٣٦) - ه(٨١)}{٣٦ - ٨١}$

$= \frac{٧\sqrt{٣٦} - ٧\sqrt{٨١}}{-٤٥} = \frac{٦ - ٩}{-٤٥}$

$= \frac{-٣}{-٤٥} = \frac{٣}{٤٥} = \frac{١}{١٥}$

② $ه(س) = \begin{cases} س^٣ - ٥ & ١ \le س \le ٣ \\ ٦س + ٤ & ٣ < س \le ٧ \end{cases}$

عندما تتغير س من ٢ إلى ٤

الحل

معدل التغير $= \frac{ه(٤) - ه(٣)}{٤ - ٢}$

$= \frac{(٦ \times ٤ + ٤) - (٤^٣ - ٥)}{٢}$

$= \frac{٢٨ - ٣}{٢} = \frac{٢٥}{٢}$

③ $ه(س) = -٢$ عندما تتغير س من ١ إلى ٦

الحل

معدل التغير $= \frac{ه(٦) - ه(١)}{٦ - ١}$

$= \frac{-٢ - -٢}{٥} = \frac{٠}{٥} = ٠$

ملاحظة

معدل تغير الاقتران الثابت = صفر

④ $ه(س) = ٣س^٢ + ١$ من ٠ الى ٣

الحل

معدل التغير $= \frac{ه(٣) - ه(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{(١ + ٠ \times ٣) - (١ + ٣ \times ٣)}{٣} = \frac{١ - ٧}{٣} = ٢$

ملاحظة

معدل تغير الاقتران الخطي = معامل س

مكتبة الوسام Alwesam
العلم ناجح الجمزاوي

تدريب ③ ص٧٦

اذا كان معدل التغير في الفترة $[-١، ٢]$ يساوي -٣ وكان $هـ(س) = ٢هـ(س) + ٥س$ فجد معدل التغير في الفترة $[-١، ٢]$.

الحل

$$\text{معدل تغير } هـ = \frac{هـ(٢) - هـ(-١)}{٢ - -١}$$

$$-٣ = \frac{هـ(٢) - هـ(-١)}{٣}$$ ضرب تبادلي

$$\boxed{هـ(٢) - هـ(-١) = -٩}$$

$$\text{معدل تغير } هـ = \frac{هـ(٢) - هـ(-١)}{٢ - -١}$$

$$= \frac{(٢هـ(٢) + ٥×٢) - (٢هـ(-١) + ٥×-١)}{٣}$$

$$= \frac{٢هـ(٢) + ١٠ - ٢هـ(-١) + ٥}{٣}$$

$$= \frac{٢هـ(٢) - ٢هـ(-١) + ١٥}{٣}$$

$$= \frac{٢(هـ(٢) - هـ(-١)) + ١٥}{٣}$$

$$= \frac{٢×-٩ + ١٥}{٣} = \frac{-١٨ + ١٥}{٣} = \frac{-٣}{٣} = -١$$

تدريب ④ ص٧٦

في عام ٢٠٠٥م بلغت ارباح شركه اجهزة كهربائيه (٢٠٠٠٠) دينار، وفي عام ٢٠١٢م حققت الشركه أرباحًا قدرها (٣٤٠٠٠) دينار، ما قيمة التغير في ربح الشركه في اثناء هذه المدة؟ وما متوسط التغير السنوي في ارباحها.

الحل

التغير في الربح $= ٣٤٠٠٠ - ٢٠٠٠٠$

$= ١٤٠٠٠$ دينار

$$\text{معدل التغير} = \frac{٣٤٠٠٠ - ٢٠٠٠٠}{٢٠١٢ - ٢٠٠٥}$$

$$= \frac{١٤٠٠٠}{٧} = ٢٠٠٠$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الأسئلة ص ٧٧

السؤال الأول

اذا كان $f(s) = 3s - s^2$، وتغير س من ٢ الى ٤، فجد :

أ) مقدار التغير في س

$\Delta s = s_2 - s_1$

$= 4 - 2 = 2$

ب) معدل تغير الاقتران $f(s)$

$= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2}$

$= \frac{(3(4) - (4)^2) - (3(2) - (2)^2)}{2}$

$= \frac{(12 - 16) - (6 - 4)}{2}$

$= \frac{-4 - 2}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

السؤال الثاني

اذا كان $f(s) = \begin{cases} s^2 - 2 & ، s \le 3 \\ 4s + 1 & ، s > 3 \end{cases}$

جد معدل تغير الاقتران f عندما تتغير س من ٢ إلى ٥

الحل

معدل التغير $= \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2}$

$= \frac{(4 \times 5 + 1) - (2^2 - 2)}{3}$

$= \frac{21 - 2}{3} = \frac{9}{3} = 3$

السؤال الثالث

ما قيمة تغير الاقتران $ص = 3س^3$ عندما تتغير س من ١ الى ١ + ٢ علما بأن $\Delta س = -1$

الحل

معدل التغير $= \frac{f(1 + \Delta س) - f(1)}{\Delta س}$

$= \frac{f(1 - 1 + 2) - f(1)}{-1} = \frac{f(2) - f(1)}{-1}$

$= \frac{3(1)^3 - (3 \times 2^3)}{-1} = \frac{3 - 24}{-1} = \frac{-21}{-1} = 21$

مكتبة الوسام Alwesam
المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

$$هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} & ١ \le س \le ٣ \\ ٢س + ٥ & ٣ < س \le ٥ \end{cases}$$

وكان معدل تغير الاقتران هـ عندما تتغير س من ٢ الى ٥ يساوي ٤ جد قيمة الثابت ٢؟

الحل

$$\text{معدل التغير} = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$$

$$\frac{٤}{١} = \frac{(٢ \times ٥ + ٢) - ٢^{٢}}{٣}$$

$$\frac{٤}{١} = \frac{٢٥ + ٤ - ٤}{٣}$$ ضرب تبادلي

$$١٢ = ٢٥ + ٤ - ٤$$

$$+٤ \quad +٤$$

$$١٦ = ٢٥$$

$$\frac{١٦}{٥} = ٢$$

السؤال الخامس

اذا كان معدل التغير للاقتران هـ في الفترة $[١، ٣]$ يساوي ٤ وكان $و(س) = هـ(س) - س$ فجد معدل التغير للاقتران و في الفترة $[١، ٣]$

الحل

$$\text{معدل تغير هـ} = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١} = ٤$$

ضرب تبادلي

$$هـ(٣) - هـ(١) = ٨$$

$$\text{معدل تغير و} = \frac{و(٣) - و(١)}{٣ - ١}$$

$$= \frac{(هـ(٣) - ٣) - (هـ(١) - ١)}{٢}$$

$$= \frac{هـ(٣) - ٣ - هـ(١) + ١}{٢}$$

$$= \frac{هـ(٣) - هـ(١) - ٢}{٢}$$

$$= \frac{٨ - ٢}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

مكتبة الهدف AlHadaf
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الثامن من ٢٨

مكعب معدني تعرض للحرارة بحيث تغير طول ضلعه من (١) سم إلى (٣) سم، جد مقدار التغير في حجم هذا المكعب

الحل

حجم المكعب = (الضلع)^{٣}

$ح(س) = س^{٣}$

مقدار التغير في الحجم

$= ح(٣) - ح(١)$

$= ٣^{٣} - ١^{٣} = ٢٧ - ١$

$= ٢٦$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١٨) شتوية

اذا كان $هـ(س) = ٣س^{٢} - س^{٣}$
وتغيرت س من ٢ الى ٤ فاوجد
متوسط التغير للاقتران $هـ(س)$

الحل

$$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢}$$

$$= \frac{(٣ \times ٤^{٢} - ٤^{٣}) - (٣ \times ٢^{٢} - ٢^{٣})}{٢}$$

$$= \frac{١٦ - ١٦ - (١٢ - ٨)}{٢}$$

$$= \frac{-٤ - ٤}{٢} = -٣$$

وزارة (٢٠١٨) صيفية

اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٢ & ، س \leq ٣ \\ ٢س + ١ & ، س > ٣ \end{cases}$

اوجد متوسط التغير في الاقتران
هـ عندما تتغير س من ٢ الى ٥

الحل

$$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$$

$$= \frac{(٢ \times ٥ + ١) - (٢^{٢} - ٢)}{٣}$$

$$= \frac{١١ - ٢}{٣} = \frac{٩}{٣} = ٣$$

وزارة (٢٠١٩) شتوية

اذا كان متوسط التغير للاقتران هـ
في الفترة $[١ ، ٣]$ يساوي (٤)
وكان الاقتران $و(س) = هـ(س) - س$
فجد متوسط التغير للاقتران $و(س)$
في الفترة $[١ ، ٣]$

الحل

$$م.ت.هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١} = ٤$$

$$\Leftarrow \boxed{هـ(٣) - هـ(١) = ٨}$$

$$م.ت.و = \frac{و(٣) - و(١)}{٣ - ١}$$

$$= \frac{هـ(٣) - ٣ - (هـ(١) - ١)}{٢}$$

$$= \frac{هـ(٣) - ٣ - هـ(١) + ١}{٢}$$

$$= \frac{\boxed{هـ(٣) - هـ(١)} - ٢}{٢} = \frac{٨ - ٢}{٢} = ٣$$

وزارة (٢٠١٠) صيفية

اذا كان ص = ق(س) = $س^2$ وتغيرت قيمة س من $س_1$ = ٢ الى $س_2$ = ٤ فاوجد قيمة المتغير في ص

الحل

$\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$

$= ق(٤) - ق(٢)$

$= ٤^2 - ٢^2 = ١٦ - ٤ = ١٢$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا علمت ان $ق(س) = ٤س + ١$ وتغيرت س من ١ الى ٥ فاوجد $\Delta س$

الحل

$\Delta س = س_2 - س_1 = ٥ - ١ = ٤$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٥ & س = ٣ \\ س^2 - ١ & ٣ < س \le ٧ \end{cases}$

فجد متوسط التغير في الاقتران ق عندما تتغير س من ٢ الى ٤

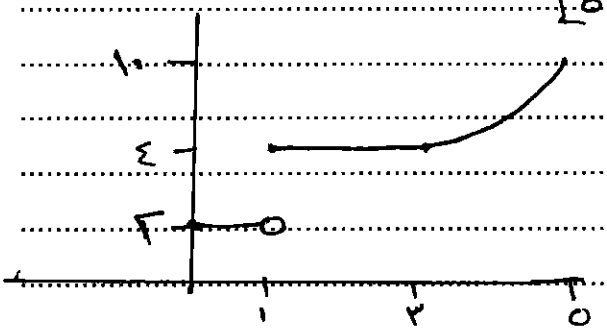
الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(٤) - ق(٢)}{٤ - ٢}$

$= \frac{(٦ \times ٤ + ٤) - (٥ - ٣^2)}{٢} = \frac{٢٨ - ٣}{٢} = \frac{٢٥}{٢}$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اعتمادا على الشكل المجاور جد متوسط التغير في الاقتران ق في الفترة [٥،٣]



$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(٥) - ق(٣)}{٥ - ٣} = \frac{١٠ - ٤}{٢}$

$= \frac{٦}{٢} = ٣$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

$ق(س) = \begin{cases} ٥ & س = ٣ \\ س^2 - ١ & ٣ < س \le ٧ \end{cases}$

احسب متوسط التغير في الاقتران عندما تتغير س من ٤ الى ٦

الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(٦) - ق(٤)}{٦ - ٤}$

$= \frac{(٦^2 - ١) - (٤^2 - ١)}{٢}$

$= \frac{٣٥ - ١٥}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

اذا كان متوسط التغير في الأقتران هـ في الفترة [-٢، ١] يساوي (٣) وكان هـ(س) = س^{٢} هـ(س) فجد متوسط التغير في الأقتران هـ في الفترة [-٢، ١]

الحل

م.ت.هـ = $\frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - (-٢)} = ٣$

هـ(١) - هـ(-٢) = ٩ ← ①

م.ت.هـ = $\frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - (-٢)}$

= $\frac{١^{٢} هـ(١) - (-٢)^{٢} هـ(-٢)}{٣}$

= $\frac{١ هـ(١) - ٤ + هـ(-٢)}{٣}$

= $\frac{[هـ(-٢) - هـ(١)] - ٣}{٣}$

وبكعه هـ(-٢) - هـ(١) = -٩ من ①

= $\frac{-٩ - ٣}{٣} = \frac{-١٢}{٣}$

= -٤

وزارة (٢٠١٥) صيفية

هـ(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٣ & ؛ س \leq ٤ \\ ٢س + ٣ & ؛ ٤ < س \leq ٨ \end{cases}$

جد متوسط التغير في الأقتران هـ اذا كانت س$_{١}$ = ٣ ، س$_{٢}$ = ٥

الحل

س$_{٢}$ - س$_{١}$ = Δس

٥ - ٣ = ٢ ← Δس = ٥

م.ت.هـ = $\frac{هـ(٥) - هـ(٣)}{Δس}$

= $\frac{(٢ \times ٥ + ٣) - (٣^{٢} - ٣)}{٣}$

= $\frac{١٣ - ٦}{٢} = \frac{٢٦}{٢} = ١٣$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦ ر ٢) شتوية

اذا كان $ه(س) = ٢ هـ(س) - س^٢$
وكان متوسط التغير في الاقتران هـ في الفترة $[-٢ ، ١]$ يساوي ٦ جد متوسط التغير في الاقتران $ه(س)$ في الفترة $[-٢ ، ٢]$

الحل

$م.ت.هـ = \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - -٢} = ٦$

$\boxed{هـ(١) - هـ(-٢) = ١٨}$

$م.ت.ه = \frac{ه(١) - ه(-٢)}{١ - -٢}$

$= \frac{(٢هـ(١) - ١^٢) - (٢هـ(-٢) - (-٢)^٢)}{٣}$

$= \frac{٢هـ(١) - ١ - ٢هـ(-٢) + ٤}{٣}$

$= \frac{٢هـ(١) - ٢هـ(-٢) + ٣}{٣}$

$= \frac{٢(هـ(١) - هـ(-٢)) + ٣}{٣}$

$= \frac{٢ \times ١٨ + ٣}{٣} = \frac{٣٩}{٣} = ١٣$

وزارة (٢٠١٦ ر ٢) صيفية

اذا كان $ه(س) = \begin{cases} س^٢ - ٣س & ، س \le ٤ \\ ٥س - ٨ & ، س > ٤ \end{cases}$

جد متوسط التغير في الاقتران ه عندما تتغير س من ٢ الى ٥

الحل

$م.ت.ه = \frac{ه(٥) - ه(٢)}{٥ - ٢}$

$= \frac{(٥ \times ٥ - ٨) - (٢^٢ - ٣ \times ٢)}{٣}$

$= \frac{٢٥ - ٨ - ٢}{٣} = \frac{١٥}{٣}$

$= ٥$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) شتوية

جد قيمة متوسط التغير في الفترة
حيث $هـ(س) = س^٢ - (س-٢)^٣$
عندما تتغير س من ٢ الى ٥

الحل

$$\text{متوسط التغير} = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$$

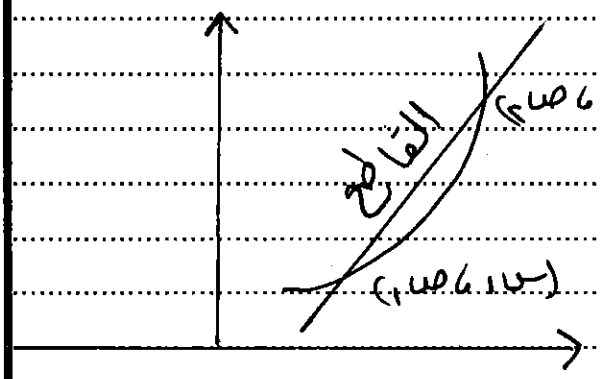
$$= \frac{(٥^٢ - (٥-٢)^٣) - (٢^٢ - (٢-٢)^٣)}{٣}$$

$$= \frac{(٢٥ - ٢٧) - (٤ - ٠)}{٣}$$

$$= \frac{-٢ - ٤}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

التفسير الهندسي لمتوسط التغير



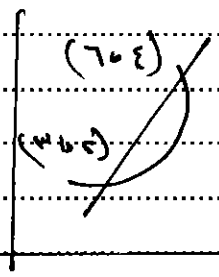
ليسمى المستقيم الذي يقطع منحنى ق(س) بالنقطتين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) بالقاطع

متوسط التغير للاقتران ق(س) هو ميل القاطع

ميل القاطع = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$

مثال ①



اعتمد على الشكل مجاور ايجاد ميل القاطع

الحل

ميل القاطع = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٦ - ٣}{٤ - ٢} = \frac{٣}{٢}$

ملاحظة هامة

منحنى الاقتران ص = ق(س) يمر بالنقطة (س١ ، ص١) تعني أن ق(س١) = ص١

مثال : يمر بالنقطة (٣ ، ٢) تعني ان ق(٣) = ٢

مثال ②

اذا كانت ص = ق(س) = $س^3 - ٧$

مجد ميل القاطع المار بالنقطتين (٠ ، ق(٠)) ، (١ ، ق(١))

الحل

ميل القاطع = $\frac{ق(١) - ق(٠)}{١ - ٠}$

$= \frac{(١^3 - ٧) - (٠^3 - ٧)}{١} = \frac{-٦ + ٧}{١}$

$= \frac{١}{١} = ١$

مكتبة الوسام WESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ③

اذا كان $هـ(س) = س^{٢} - ٢$ وكان ميل القاطع المار بالنقطتين $(أ، هـ(أ))$ $(٢، هـ(٢))$ يساوي ٣ ، فاوجد قيمة أ حيث $أ \neq ٠$ ؟

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{هـ(س_{٢}) - هـ(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$$

$$٣ = \frac{٢ - هـ(أ)}{٢ - أ}$$

وبتعويض أ في $هـ(س)$ ←

$$٣ = \frac{٢ - (أ^{٢} - ٢)}{٢ - أ} = \frac{٢ - أ^{٢} + ٢}{٢ - أ}$$

$$٣ = \frac{٤ - أ^{٢}}{٢ - أ} = \frac{(٢ + أ)(٢ - أ)}{٢ - أ}$$

$$٣ = ٢ + أ$$

$$أ = ١$$

مثال ④

اذا كانت $ص = ٢س^{٢} - ٧\sqrt{٢}س$ فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، ص_{١})$ ، $(٢، ص_{٢})$

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{هـ(٢) - هـ(٠)}{٢ - ٠}$$

$$= \frac{(٢)^{٢}(٢) - ٧\sqrt{٢}(٢) - (٠)^{٢}(٢) - ٧\sqrt{٢}(٠)}{٢}$$

$$= \frac{٨ - ١٤\sqrt{٢} - ٠}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$$

مثال ⑤

اذا كان $هـ(س) = ٢س^{٢} - ١$ وكان ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، هـ(٠))$ $(أ، هـ(أ))$ يساوي ٦ فاوجد قيمة أ

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{هـ(أ) - هـ(٠)}{أ - ٠}$$

$$٦ = \frac{٢أ^{٢} - ١ - (٢(٠)^{٢} - ١)}{أ}$$

$$\frac{٢أ^{٢}}{أ} = \frac{٦}{أ} = \frac{١ + ٢أ^{٢} - ١}{أ}$$

$$٦ = ٢أ \Leftarrow ٣ = أ$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريب ٢ ص٧٣

اذا كان $هـ(س) = ٨س^{٢}$ فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، هـ(٠))$ $(٣، هـ(٣))$

الحل

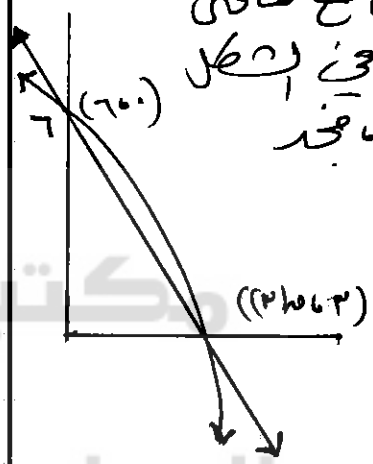
ميل القاطع $= \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{٨(٣)^{٢} - ٨(٠)^{٢}}{٣}$

$= \frac{٨ \times ٩ - ٠}{٣} = \frac{٧٢}{٣} = ٢٤$

السؤال السادس ص٧٧

اذا كان ميل القاطع للمنحنى الأقتران $هـ$ في الشكل يساوي (-٢)، فجد قيمة $هـ(٣)$



الحل

ميل القاطع $= \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{هـ(٣) - ٦}{٣}$ ضرب تبادلي

$-٢ = هـ(٣) - ٦$

$٦ - = ٦ + هـ(٣)$

$هـ(٣) =$ صفر

السؤال السابع ص٧٨

اذا كان $هـ(س) = ٣س^{٢}$، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، هـ(٠))$ $(٢، هـ(٢))$

الحل

ميل القاطع $= \frac{هـ(٢) - هـ(٠)}{٢ - ٠}$

$= \frac{(٣ \times ٤) - (٣ \times ٠)}{٢}$

$= \frac{١٢ - ٠}{٢} = \frac{١٢}{٢}$

$= ٦$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا علمت ان $ق(س) = س^{٢}$ فاوجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(-٢، ٤)$ ، $(١، ١)$

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$$

$$= \frac{١ - ٤}{١ - (-٢)} = \frac{-٣}{٣} = -١$$

وزارة (٢٠١٣) شتوية

اذا كان $ق(س) = ٣س^{٢}$ فاوجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(-١، ٣)$ ، $(٢، ١٢)$

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{١٢ - ٣}{٢ - (-١)} = \frac{٩}{٣} = ٣$$

وزارة (٢٠١٤)

اذا كان $ق(س) = ٨س$ فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، ق(٠))$ ، $(٣، ق(٣))$

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{ق(٣) - ق(٠)}{٣ - ٠}$$

$$= \frac{٣ \times ٨ - ٠ \times ٨}{٣} = \frac{٢٤}{٣} = ٨$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

التفسير الفيزيائي لمتوسط التغير

السرعة المتوسطة

اذا تحرك جسيم على خط مستقيم بحيث يقطع مسافة تعطى بالقاعدة ف(ن) حيث ن: الزمن، فان مقدار التغير في المسافة على مقدار التغير في الزمن في الفترة الزمنية [ن١، ن٢] يسمى

السرعة المتوسطة ع = $\frac{\Delta ف}{\Delta ن}$

$= \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$

مثال ①

يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن٢ احسب سرعته المتوسطة بالفترة [١، ٣]

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(3) - ف(1)}{3 - 1}$

$= \frac{(30 \times 3 - 5(3)^2) - (30 \times 1 - 5(1)^2)}{2}$

$= \frac{(90 - 45) - (30 - 5)}{2} = \frac{20}{2}$

$= 10$

مثال ②

يقطع جسيم مسافة مقدرها ف(ن) = ٢٠ن - ٨ن٢ مقدرة بالامتار احسب السرعة المتوسطة للجسيم عندما تتغير ن من ن١ = ٥٠ر٠ ثانية الى ن٢ = ١ ثانية

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(1) - ف(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{2}}$

$= \frac{(20 \times 1 - 8(1)^2) - (20 \times \frac{1}{2} - 8 \times (\frac{1}{2})^2)}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{(20 - 8) - (10 - 2)}{\frac{1}{2}} = \frac{12 - 8}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{4}{\frac{1}{2}} = 4 \times \frac{2}{1} = 8$

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ: ناجح الجمزاوي

اسئلة الكتاب

السؤال التاسع ص ٧٨

اذا كانت المسافه التي يقطعها جسيم أثناء سقوطه رأسيًا إلى اسفل تعطى بالعلاقه ف(ن) = ١٠ن - ٥ن٢ حيث ف المسافه المقطوعة بالامتار، ن الزمن بالثواني احسب السرعة المتوسطه للجسيم في الفتره الزمنيه [٣،١]

الحل

ع = $\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(١٠ \times ٣ - ٥(٣)^٢) - (١٠ \times ١ - ٥(١)^٢)}{٢}$

$= \frac{(٣٠ - ٤٥) - (١٠ - ٥)}{٢}$

$= \frac{-١٥ - ٥}{٢} = \frac{-٢٠}{٢}$

$= -١٠$

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١١) شتوية

اذا كانت المسافه التي يقطعها جسيم اثناء سقوطه إلى اسفل تعطى بالعلاقه ف(ن) = ١٠ن - ٥ن٢ حيث ف المسافه بالامتار، ن الزمن بالثواني احسب السرعة المتوسطه للجسيم في الفتره الزمنيه [٣،١]

الحل

ع = $\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(١٠ \times ٣ - ٥(٣)^٢) - (١٠ \times ١ - ٥(١)^٢)}{٢}$

$= \frac{(٣٠ - ٤٥) - (١٠ - ٥)}{٢}$

$= \frac{-١٥ - ٥}{٢} = \frac{-٢٠}{٢}$

$= -١٠$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) صيفية

يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ٣ن^{٢} ، احسب السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [٤،١]

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(٤)-ف(١)}{٤-١}$

= $\frac{٣(٤)^{٢} - ٣(١)^{٢}}{٣}$

= $\frac{٣ \times ١٦ - ٣}{٣} = \frac{٤٨-٣}{٣}$

= $\frac{٤٥}{٣} = ١٥$

وزارة (٢٠١١) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب الأقتران ف(ن) = ن^{٢} حيث ف : المسافة المقطوعة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، أوجد السرعة المتوسطة للجسم في الفترة الزمنية [٣،١]

الحل

ع = $\frac{ف(٣)-ف(١)}{٣-١}$

= $\frac{٣^{٢}-١^{٢}}{٢} = \frac{٩-١}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ن^{٢} + ٣ ، ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني أوجد السرعة المتوسطة في الفترة [٣،١]

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(٣)-ف(١)}{٣-١}$

= $\frac{(٣^{٢}+٣)-(١^{٢}+٣)}{٢}$

= $\frac{٩+٣-٤}{٢} = \frac{١٢-٤}{٢}$

= $\frac{٨}{٢} = ٤$

مكتبة الوسام ALWESAM الواضح: ناجح الجمزاوي

المشتقة الأولى

رموز المشتقة الأولى

يرمز للمشتقة الأولى للاقتران $ه(س)$ بالرمز

$$ص' = ه'(س) = \frac{د ص}{د س} = \text{نهـا}_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

التعريف العام للمشتقة الأولى

ميل القاطع $= \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

ميل المماس $= \text{نهـا}_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$$ه'(س) = \text{نهـا}_{\Delta س \to 0} \frac{ه(س + \Delta س) - ه(س)}{\Delta س}$$

بوضع $هـ = \Delta س$

$$ه'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ه(س + هـ) - ه(س)}{هـ}$$

قوانين المشتقة الأولى

① $$ه'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ه(س + هـ) - ه(س)}{هـ}$$

② $$ه'(س) = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$$

يفضل استخدامها للاقترانات الكسرية والجذرية ....

قوانين المشتقة الأولى عند نقطة

① $$ه'(س_1) = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ه(س_1 + هـ) - ه(س_1)}{هـ}$$

② $$ه'(س_1) = \text{نهـا}_{س \to س_1} \frac{ه(س) - ه(س_1)}{س - س_1}$$

ملاحظة

لحل إيجاد $ه'(س)$ ثم نعوض النقطة أخيرا.

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

كيفية إيجاد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة

① كتابة القانون
عليه استخدام احد القانونين

١) $\text{ه}'(\text{س}) = \text{نها}_{\text{ه} \to 0} \frac{\text{ه}(\text{س}+\text{ه}) - \text{ه}(\text{س})}{\text{ه}}$

٢) $\text{ه}'(\text{س}) = \text{نها}_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ه}(\text{ع}) - \text{ه}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$

ملاحظة
القانون الثاني هو الأسهل

② التعويض عن $(\text{س}+\text{ه})$ في $\text{ه}(\text{س})$ أو عن ع في $\text{ه}(\text{س})$

③ التخلص من صفرية الأقواس وذلك باستخدام طريقة إيجاد النهاية
التحليل، توحيد المقامات
الضرب بالمرافق

④ التعويض في النهاية
$\text{ه} \to 0$
التعويض في النهاية
$\text{ع} \to \text{س}$

مثال ①

اذا كان $\text{ه}(\text{س}) = \text{ج}$ حيث ج ثابت جد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$\text{ه}'(\text{س}) = \text{نها}_{\text{ه} \to 0} \frac{\text{ه}(\text{س}+\text{ه}) - \text{ه}(\text{س})}{\text{ه}}$$

$$= \text{نها}_{\text{ه} \to 0} \frac{\text{ج} - \text{ج}}{\text{ه}} = \text{نها}_{\text{ه} \to 0} \frac{0}{\text{ه}}$$

$$= \text{صفر}$$

أو لقانون الثاني

$$\text{ه}'(\text{س}) = \text{نها}_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ه}(\text{ع}) - \text{ه}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{\text{ج} - \text{ج}}{\text{ع} - \text{س}} = \text{نها}_{\text{ع} \to \text{س}} \frac{0}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$= \text{صفر}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ①

اذا كان $ه(س) = س$ جد $ه'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$ه'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{ع - س}{ع - س} = ١$$

أو القانون الأول

$$ه'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ه(س + هـ) - ه(س)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{س + هـ - س}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ}{هـ} = ١$$

مثال ②

اذا كان $ه(س) = ٢س^{٢} + ١$ أوجد $ه'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$ه'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(٢ع^{٢} + ١) - (٢س^{٢} + ١)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٢ع^{٢} + ١ - ٢س^{٢} - ١}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٢ع^{٢} - ٢س^{٢}}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٢(ع^{٢} - س^{٢})}{ع - س}$$ تحليل

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} ٢(ع + س) = ٢(س + س)$$

$$= ٢ \times ٢س = ٤س$$

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ③

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران $ق(س) = س^{٣}$

الحل

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^{٣} - س^{٣}}{ع - س}$$ تحليل فرق بين مكعبين

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع^{٢} + ع س + س^{٢})}{ع - س}$$

نعوض س بدل ع

$$= \lim_{ع \to س} ع^{٢} + ع س + س^{٢}$$

$$= س^{٢} + س \times س + س^{٢}$$

$$= س^{٢} + س^{٢} + س^{٢}$$

$$= ٣ س^{٢}$$

مثال ④

جد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام للاقترانات

$ق(س) = \sqrt{س}$ $\quad س \geq ٠$

الحل

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س}$$ ضرب بالمرافق

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{ع} + \sqrt{س})}$$ اختصار

$$= \lim_{ع \to س} \frac{١}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}$$

نعوض بدل ع $\to$ س

$$= \frac{١}{\sqrt{س} + \sqrt{س}} = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⊙
اذا كان $ق(س) = \sqrt{٣س - ٢}$
فاوجد $ق'(١)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$ق'(س_١) = \lim_{س \to س_١} \frac{ق(س) - ق(س_١)}{س - س_١}$$

$$ق'(١) = \lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ق(١)}{س - ١}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٣س - ٢} - \sqrt{٣ - ٢}}{س - ١}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٣س - ٢} - ١}{س - ١}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٣س - ٢} - ١}{س - ١} \times \frac{\sqrt{٣س - ٢} + ١}{\sqrt{٣س - ٢} + ١}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{٣س - ٢ - ١}{(س - ١)(\sqrt{٣س - ٢} + ١)}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{٣س - ٣}{(س - ١)(\sqrt{٣س - ٢} + ١)}$$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{٣(س - ١)}{(س - ١)(\sqrt{٣س - ٢} + ١)}$$

$$= \frac{٣}{\sqrt{٣ - ٢} + ١} = \frac{٣}{١ + ١}$$

$$= \frac{٣}{٢}$$

عكس حل هذا السؤال ①
بايجاد $ق'(س)$ حسب القانون

$$\lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

وبعد ايجاد ها نعوض $س = ١$

أو باستخدام القانون الأول

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$$

ثم التعويض $س = ١$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

استخدم تعريف المشتقة الأولى في ايجاد $و'(س)$ للاقتران $و(س) = \frac{-٣}{س}$ $س \neq ٠$

الحل

طريقة ①

$$و'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{و(ع) - و(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\frac{-٣}{ع} - \frac{-٣}{س}}{ع - س}$$ توحيد المقام

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-٣س + ٣ع}{ع س (ع - س)}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣(ع - س)}{ع س (ع - س)} \times \frac{١}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣}{ع س}$$

$$= \frac{٣}{س \times س} = \frac{٣}{س^٢}$$

طريقة ②

$$و'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{و(س + هـ) - و(س)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{\frac{-٣}{س + هـ} - \frac{-٣}{س}}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{-٣س + ٣س + ٣هـ}{س(س + هـ) \times هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣}{س(س + هـ)} \times \frac{١}{هـ}$$ تعويض $هـ = ٠$

$$= \frac{٣}{س(٠ + س)}$$

$$= \frac{٣}{س^٢}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑦

اذا كان $ه(س) = \frac{٢}{س - ١}$

جد المشتقة الأولى باستخدام التعريف عند $س = ٣$

الحل

$$ه'(٣) = \lim_{س \to ٣} \frac{ه(س) - ه(٣)}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{\frac{٢}{س-١} - \frac{٢}{٣-١}}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{\frac{٢}{س-١} - \frac{٢}{٢}}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{\frac{٢}{س-١} - \frac{١}{١}}{س - ٣}$$ توحيد المقام

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{٢ - س + ١}{س - ١} \times \frac{١}{س - ٣}$$

$$= \lim_{س \to ٣} \frac{-(س-٣)}{س - ١} \times \frac{١}{س - ٣}$$

$$= \frac{-١}{٣-١} = \frac{-١}{٢}$$

أوجد $ه'(٣)$ باستخدام القانون

$$ه'(٣) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ه(٣+ه) - ه(٣)}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to ٠} \frac{\frac{٢}{٣+ه-١} - \frac{٢}{٣-١}}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to ٠} \frac{\frac{٢}{ه+٢} - \frac{١}{١}}{ه}$$ توحيد المقام

$$= \lim_{ه \to ٠} \frac{٢ - ه - ٢}{ه + ٢} \times \frac{١}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to ٠} \frac{-ه}{ه + ٢} \times \frac{١}{ه}$$

$$= \frac{-١}{٠+٢} = \frac{-١}{٢}$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑧

اذا كان $هـ(س) = ٥س^{٣} - ٣س + ١$ جد $هـ'(٠)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$هـ'(٠) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٠+هـ) - هـ(٠)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(هـ) - هـ(٠)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٥هـ^{٣} - ٣هـ + ١ - ١}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٥هـ^{٣} - ٣هـ}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٥هـ^{٢} - ٣)}{هـ}$$

$$= ٥(٠)^{٢} - ٣$$

$$= ٠ - ٣$$

$$= -٣$$

مثال ⑨

اذا كانت $ص = هـ(س)$ وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران $هـ$ عندما تتغير $س$ من $س$ إلى $س + هـ$ هو $\Delta ص = ٤س هـ + ٢هـ^{٢}$ فاوجد $هـ'(س)$

الحل

$$هـ'(س) = \text{نها}_{\Delta س \to ٠} \frac{\Delta ص}{\Delta س} \quad \Delta س = هـ$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٤س هـ + ٢هـ^{٢}}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٤س + ٢هـ)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} ٤س + ٢هـ$$

$$= ٤س$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٠)

اذا كان معدل التغير في الاقتران $ق(س)$ عندما تتغير س من س إلى $س+هـ$ هو $هـ^3 + 3س هـ^2 + 3س^2 هـ + س^3$ جد $ق(س)$

الحل

$$ق(س) = \text{نها}_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س} \quad \Delta س = هـ$$

$\Delta ص$ = معدل التغير في الاقتران

$$ق(س) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{هـ^3 + 3س هـ^2 + 3س^2 هـ + س^3}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{هـ(هـ^2 + 3س هـ + 3س^2 + س^3)}{هـ}$$

$$= 0 + 0 + 3س^2 + 0$$

$$= 3س^2$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات وأسئلة الكتاب

تدريب ① ص٨٢

اذا كان $هـ(س) = ٣ + ٤س$
فاوجد $هـ'(٤)$ باستخدام التعريف .

الحل

$$هـ'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(٣ + ٤ع) - (٣ + ٤س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣ + ٤ع - ٣ - ٤س}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٤ع - ٤س}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٤(ع - س)}{ع - س}$$

$$= ٤$$

تدريب ② ص٨٢

اذا كان $هـ(س) = ٤س^٢ - ٣$
جد $هـ'(٣)$ باستخدام التعريف

الحل

$$هـ'(٣) = \text{نها}_{س \to ٣} \frac{هـ(س) - هـ(٣)}{س - ٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{٤س^٢ - ٣ - (٤(٣)^٢ - ٣)}{س - ٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{٤س^٢ - ٣ - ٣٣}{س - ٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{٤س^٢ - ٣٦}{س - ٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{٤(س^٢ - ٩)}{س - ٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{٤(س - ٣)(س + ٣)}{س - ٣}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} ٤(س + ٣)$$

$$= ٤(٣ + ٣) = ٢٤$$

مكتبة البسام AlBasem
المعلم ناجح الجمزاوي

تدريب ④

اذا كان $هـ(س) = \sqrt{س} + س^2$، جد $هـ'(س)$ باستخدام التعريف ثم جد $هـ'(٨)$.

الحل

$$هـ'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} + ع^2 - \sqrt{س} - س^2}{ع - س}$$ ضرب مرافق

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س} + ع^2 - س^2}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع} + \sqrt{س} + ع^2 + س^2}{\sqrt{ع} + \sqrt{س} + ع^2 + س^2}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{ع} + \sqrt{س} + ع^2 + س^2)}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{١}{\sqrt{ع} + \sqrt{س} + ع^2 + س^2}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{س} + \sqrt{س} + س^2 + س^2} = \frac{١}{٢\sqrt{س} + ٢س^2}$$

$$هـ'(٨) = \frac{١}{٢\sqrt{٨} + ٢(٨)^2} = \frac{١}{٤ + ١٢٨} = \frac{١}{١٣٢}$$

تدريب ⑤

اذا كان $هـ(س) = \frac{١}{١ - ٣س}$، $س \neq \frac{١}{٣}$، جد $هـ'(س)$ باستخدام التعريف ثم جد $هـ'(\frac{١}{٢})$

الحل

$$هـ'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\frac{١}{١ - ٣ع} - \frac{١}{١ - ٣س}}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{١ - ٣س - (١ - ٣ع)}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)} \times \frac{١}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-٣س + ٣ع}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)} \times \frac{١}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣(ع - س)}{(١ - ٣ع)(١ - ٣س)} \times \frac{١}{ع - س}$$

$$= \frac{٣}{(١ - ٣س)(١ - ٣س)} = \frac{٣}{(١ - ٣س)^2}$$

$$هـ'(\frac{١}{٢}) = \frac{٣}{(١ - ٣ \times \frac{١}{٢})^2} = \frac{٣}{(\frac{٢}{٢} - \frac{٣}{٢})^2} = \frac{٣}{(-\frac{١}{٢})^2} = \frac{٣}{\frac{١}{٤}}$$

$$= ٣ \times ٤ = ١٢$$

مكتبة الوسام University
الاستاذ ناجح الجمزاوي

الأسئلة ص ٨٦

السؤال الأول

اذا كانت ص = ق(س) ، وكان معدل تغير الاقتران ق(س) هو س^{٢} هـ - ٢س هـ^{٢} جد ق'(س)

الحل

ق'(س) = $\lim_{\Delta س \to ٠} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ، $\Delta س = هـ$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{\text{معدل التغير في ص}}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٤س هـ + ٢هـ^{٢}}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٤س + ٢هـ)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} ٤س + ٢هـ$

= ٤س

السؤال الثاني

اذا كان ص = ق(س) ، وكان معدل التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من س$_{١}$ إلى س$_{١}$ + هـ هو $\Delta ص$ = ٤س هـ + ٢هـ^{٢} جد ق'(س)

الحل

ق'(س) = $\lim_{هـ \to ٠}$ = صفر

السؤال الثالث

باستخدام تعريف المشتقة جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

(أ) ق(س) = ٦

الحل

ق'(س) = $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to ٠} \frac{٦-٦}{هـ}$ = صفر

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

① $ق(س) = ٤ - ٥س$

$ق'(س) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$

$= \lim_{ه \to ٠} \frac{٤ - ٥(س+ه) - (٤ - ٥س)}{ه}$

$= \lim_{ه \to ٠} \frac{٤ - ٥س - ٥ه - ٤ + ٥س}{ه}$

$= \lim_{ه \to ٠} \frac{-٥ه}{ه} = -٥$

② $ص = س^٢ - ٢س$

الحل

$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٢ - ٢ع - (س^٢ - ٢س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٢ - ٢ع - س^٢ + ٢س}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٢ - س^٢ - ٢ع + ٢س}{ع - س}$

صنا تجمع الحدود وتوزيع البسط على المقام

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س) - ٢(ع - س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} ع + س - ٢$

$= س + س - ٢ = ٢س - ٢$

③ $ق(س) = \sqrt{٤س + ٣}$

$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٤ع + ٣} - \sqrt{٤س + ٣}}{ع - س}$

ضرب مرافق

$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٤ع + ٣} - \sqrt{٤س + ٣}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣}}{\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع + ٣ - ٤س - ٣}{(ع - س)(\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع - س)}{(ع - س)(\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣})} = \frac{٤}{٢\sqrt{٤س + ٣}}$

مكتبة الإمام ALIMAM
المعلم ناجح الجمزاوي

⑤ $ه(س) = \frac{1}{س^2}$

الحل

$ه'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{1}{ع^2} - \frac{1}{س^2}}{ع - س}$ توحيد مقام

$= \lim_{ع \to س} \frac{س^2 - ع^2}{ع - س} \times \frac{1}{س^2 ع^2}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(س - ع)(س + ع)}{(ع - س) س^2 ع^2} \times \frac{1}{ع - س}$

$= \frac{-2س}{س^4} = \frac{-2}{س^3}$

$= \frac{-1}{س^3}$

⑥ $ص = \frac{2}{3 + س^2}$

الحل

$ه'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{2}{3 + ع^2} - \frac{2}{3 + س^2}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{2 - 6 - 2ع^2 + 2س^2}{(3 + ع^2)(3 + س^2)} \times \frac{1}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{2س^2 - 2ع^2}{(3 + ع^2)(3 + س^2)} \times \frac{1}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{2(س - ع)(س + ع)}{(3 + ع^2)(3 + س^2)} \times \frac{1}{ع - س}$

$= \frac{-4س}{(3 + س^2)(3 + س^2)}$

$= \frac{-4س}{(3 + س^2)^2}$

ملاحظة هامة

جميع المسائل عليها حل بالقانون

$ه'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ه(س + هـ) - ه(س)}{هـ}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع ص٨٦

استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة في حساب مشتقة كل مما يأتي عند قيمة س المبينة إزاء كل منها

(ب) $ق(س) = ٣س^٣ + ٦$ $\quad س = -٢$

الحل

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣ع^٣ - ٣س^٣}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣(ع - س)}{ع - س}$$

$$= ٣$$

(ج) $ص = ١ - س^٢$ $\quad س = ٤$

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(١ - ع^٢) - (١ - س^٢)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{س^٢ - ع^٢}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(س - ع)(س + ع)}{ع - س}$$

$$= -(س + س) = -٢س$$

$$ق'(٤) = -٢ \times ٤ = -٨$$

← تابع حل السؤال الرابع

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

⑤ $ص = ٢س^{٣} - ٥س + ٤$ عند $س = ٠$

الحل

$$و'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{و(س+هـ) - و(س)}{هـ}$$

$$و'(٠) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{و(٠+هـ) - و(٠)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{و(هـ) - و(٠)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢هـ^{٣} - ٥هـ + ٤ - (٢(٠)^{٣} - ٥(٠) + ٤)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢هـ^{٣} - ٥هـ + ٤ - ٤}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢هـ^{٣} - ٥هـ}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢هـ^{٢} - ٥)}{هـ}$$

$$= ٢(٠)^{٢} - ٥$$

$$= -٥$$

⑤ $ص = \sqrt{٢ - ٣س}$ عند $س = -٢$

$$و'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{و(ع) - و(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٢ - ٣ع} - \sqrt{٢ - ٣س}}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٢ - ٣ع} - \sqrt{٢ - ٣س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٢ - ٣ع} + \sqrt{٢ - ٣س}}{\sqrt{٢ - ٣ع} + \sqrt{٢ - ٣س}}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(٢ - ٣ع) - (٢ - ٣س)}{(ع - س)(\sqrt{٢ - ٣ع} + \sqrt{٢ - ٣س})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-٣ع + ٣س}{(ع - س)(\sqrt{٢ - ٣ع} + \sqrt{٢ - ٣س})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-٣(ع - س)}{(ع - س)(\sqrt{٢ - ٣ع} + \sqrt{٢ - ٣س})}$$

$$= \frac{-٣}{\sqrt{٢ - ٣س} + \sqrt{٢ - ٣س}} = \frac{-٣}{٢\sqrt{٢ - ٣س}}$$

$$و'(-٢) = \frac{-٣}{٢\sqrt{٢ - ٣(-٢)}}$$

$$= \frac{-٣}{٢\sqrt{٨}}$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

⑧ $ص = \frac{٢}{س - ١}$ $س = ٤$

$ه'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٢}{ع - ١} - \frac{٢}{س - ١}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢س - ٢ - ٢ع + ٢}{(ع - ١)(س - ١)} \times \frac{١}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(س - ع)}{(ع - ١)(س - ١)} \times \frac{١}{ع - س}$

$= \frac{-٢}{(س - ١)(س - ١)} = \frac{-٢}{(س - ١)^{٢}}$

$ه'(٤) = \frac{-٢}{(٤ - ١)^{٢}} = \frac{-٢}{٩}$

⑨ $ه(س) = \frac{٥}{٤ + ٣س}$ $س = ١$

الحل

$ه'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٥}{٤ + ٣ع} - \frac{٥}{٤ + ٣س}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢٠س - ١٥ - ٢٠ع + ١٥}{(٤ + ٣ع)(٤ + ٣س)} \times \frac{١}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{١٥(س - ع)}{(٤ + ٣ع)(٤ + ٣س)} \times \frac{١}{ع - س}$

$= \frac{-١٥}{(٤ + ٣س)(٤ + ٣س)}$

$= \frac{-١٥}{(٤ + ٣س)^{٢}}$

$ه'(١) = \frac{-١٥}{(٤ + ٣)^{٢}}$

$= \frac{-١٥}{٤٩}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

اسئلة الوزارة

ملاحظة هامة

يكفي حل اسئلة الوزارة على تعريف المشتقة على القانون

$$هـ'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

أو

$$\text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(س + هـ) - هـ(س)}{هـ}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨ د) صيفية
وزارة (٢٠١١ د) صيفية

اذا كان $ق(س) = ٣س + ١$
فجد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

بالتعويض فكان $س \to (س+هـ)$

في $ق(س) = ٣س + ١$

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣(س+هـ)+١ - (٣س+١)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣س + ٣هـ + ١ - ٣س - ١}{هـ}$$

$$= ٣$$

وزارة (٢٠٠٩ د) شتوية
وزارة (٢٠١١ د) شتوية

جد المشتقة الأولى للاقتران $ق$ حيث $ق(س) = س^٢$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ - س^٢}{هـ}$$ فرق بين مربعين

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ+س)(س+هـ-س)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٢س + هـ}{١} = ٢س + ٠ = ٢س$$

وزارة (٢٠٠٩ د) صيفية

جد المشتقة الأولى للاقتران $ق$ حيث $ق(س) = ٦$ حسب التعريف المشتقة

الحل

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٦ - ٦}{هـ} = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٠}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} ٠ = \text{صفر}$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = ٦ + ٥س$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٦ + ٥(س+هـ) - (٦+٥س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٦ + ٥س + ٥هـ - ٦ - ٥س}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥هـ}{هـ} = ٥$

وزارة (٢٠١٢ / ٢٠١٤) شتوية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد $ق'(س)$ للاقتران

$ق(س) = س^٢ + ٣$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ + ٣ - (س^٢ + ٣)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{س^٢ + ٢سهـ + هـ^٢ + ٣ - س^٢ - ٣}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢سهـ + هـ^٢}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢س + هـ)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} (٢س + هـ) = ٢س + ٠ = ٢س$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = س^٢ - ٣س$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ - ٣(س+هـ) - (س^٢ - ٣س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{س^٢ + ٢سهـ + هـ^٢ - ٣س - ٣هـ - س^٢ + ٣س}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢سهـ + هـ^٢ - ٣هـ}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢س + هـ - ٣)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} (٢س + هـ - ٣) = ٢س + ٠ - ٣ = ٢س - ٣$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = ٣س^٢ - س$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣(س+هـ)^٢ - (س+هـ) - (٣س^٢ - س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣س^٢ + ٦سهـ + ٣هـ^٢ - س - هـ - ٣س^٢ + س}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٦سهـ + ٣هـ^٢ - هـ}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٦س + ٣هـ - ١)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} (٦س + ٣هـ - ١) = ٦س + ٠ - ١ = ٦س - ١$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = \frac{١}{س}$ ، $س \neq ٠$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{س+هـ} - \frac{١}{س}}{هـ}$ بضرب بقام

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{س - (س+هـ)}{هـ س(س+هـ)}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-هـ}{هـ س(س+هـ)}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-١}{س(س+هـ)} = \frac{-١}{س(س+٠)} = \frac{-١}{س^٢}$

مكتبة السحاب ALWESAM

وزارة (٢٠١٢) شتوية

باستخدام التعريف اوجد المشتقة جـ المشتقة الأولى للاقترانات

ق(س) = ١ − ٣س

الحل

ق'(س) = $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

ق'(س) = $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{١-٣(س+هـ) - (١-٣س)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{١ - ٣س - ٣هـ - ١ + ٣س}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{-٣هـ}{هـ}$ = −٣

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان ق(س) = $س^{٢}$ + ١

جـ ق'(٣) باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة

الحل

ق'(س) = $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{(س+هـ)^{٢} + ١ - (س^{٢}+١)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{س^{٢} + ٢سهـ + هـ^{٢} + ١ - س^{٢} - ١}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{٢سهـ + هـ^{٢}}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{هـ(٢س + هـ)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ (٢س + هـ)

= ٢س + ٠ = ٢س

وزارة (٢٠١٤) شتوية

باستخدام تعريف المشتقة جـ المشتقة الأولى للاقتران

ق(س) = $\sqrt{٤ - س}$ ، س < ٤

الحل

ق'(س) = $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{\sqrt{٤ - (س+هـ)} - \sqrt{٤ - س}}{هـ}$

ضرب مرافقه

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{\sqrt{٤ - (س+هـ)} - \sqrt{٤ - س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{٤ - س} + \sqrt{٤ - (س+هـ)}}{\sqrt{٤ - س} + \sqrt{٤ - (س+هـ)}}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{٤ - (س+هـ) - ٤ + س}{هـ(\sqrt{٤ - س} + \sqrt{٤ - (س+هـ)})}$

= $\lim_{هـ \to 0}$ $\frac{-هـ}{هـ(\sqrt{٤ - س} + \sqrt{٤ - (س+هـ)})}$

بسط

هنا $\frac{\sqrt{س+هـ}-\sqrt{س}}{هـ}$

$= \frac{\sqrt{س+هـ}-\sqrt{س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س+هـ}+\sqrt{س}}{\sqrt{س+هـ}+\sqrt{س}}$

$= \frac{(س+هـ)-س}{هـ(\sqrt{س+هـ}+\sqrt{س})}$

$= \frac{هـ}{هـ(\sqrt{س+هـ}+\sqrt{س})} = \frac{1}{\sqrt{س+هـ}+\sqrt{س}}$

$= \frac{1}{\sqrt{س}+\sqrt{س}} = \frac{1}{2\sqrt{س}}$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = \frac{3}{س}$ ، $س \neq 0$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{3}{س+هـ} - \frac{3}{س}}{هـ}$ توحيد المقام

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{3س - 3(س+هـ)}{س(س+هـ)هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{-3هـ}{س(س+هـ)هـ} \times \frac{1}{هـ}$

$= \frac{-3}{س(س+0)} = \frac{-3}{س^2}$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة حيث $ق(٢)$ حيث

$ق(س) = س^2 - 1$

الحل

$ق'(٣) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(٣+هـ)-ق(٣)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(٣+هـ)^2 - 1 - (٣^2-1)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(٣+هـ)^2 - 1 - 8}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(٣+هـ)^2 - 9}{هـ}$ ضرب بين ضربين

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(٣+هـ+٣)(٣+هـ-٣)}{هـ}$

$= ٣+٠+٣ = ٦$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥، د) صيفية

اذا كان $ق(س) = \sqrt{س - ٣}$

فجد $ق'(٤)$ باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة

الحل

$$ق'(٤) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٤+هـ) - ق(٤)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{٤+هـ-٣} - \sqrt{٤-٣}}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{١+هـ} - ١}{هـ} \times \frac{\sqrt{١+هـ}+١}{\sqrt{١+هـ}+١}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{١+هـ-١}{هـ(\sqrt{١+هـ}+١)}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ}{هـ(\sqrt{١+هـ}+١)}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{١+٠}+١} = \frac{١}{١+١}$$

$$= \frac{١}{٢}$$

وزارة (٢٠١٦، د) شتوية

اذا كان $ق(س) = \frac{١}{س+١}$

فجد $ق'(٢)$ باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة

الحل

$$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{٢+هـ+١} - \frac{١}{٢+١}}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{٣+هـ} - \frac{١}{٣}}{هـ}$$ توحيد المقام

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣ - (٣+هـ)}{٣(٣+هـ)هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-هـ}{٣(٣+هـ)هـ} \times \frac{١}{هـ}$$

$$= \frac{-١}{٣(٠+٣)} = \frac{-١}{٩}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦) صيفي

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = ٢ - س^{٢}$

الحل

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢ - (س+هـ)^{٢} - (٢ - س^{٢})}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢ - س^{٢} - ٢هـس - هـ^{٢} - ٢ + س^{٢}}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-٢هـس - هـ^{٢}}{هـ}$$ نقسم على المقام

$$= \lim_{هـ \to ٠} (-٢س - هـ)$$

$$= -٢س - ٠$$

$$= -٢س$$

وزارة (٢٠١٧) شتوي

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = \sqrt{س+١}$ $\quad س \geq -١$

الحل

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع+١} - \sqrt{س+١}}{ع - س}$$ ضرب مرافق

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع+١} - \sqrt{س+١}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع+١} + \sqrt{س+١}}{\sqrt{ع+١} + \sqrt{س+١}}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع+١ - س-١}{(ع-س)(\sqrt{ع+١} + \sqrt{س+١})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع-س)(\sqrt{ع+١} + \sqrt{س+١})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{١}{\sqrt{ع+١} + \sqrt{س+١}}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{س+١} + \sqrt{س+١}}$$

$$= \frac{١}{٢\sqrt{س+١}}$$

مكتبة المعلم AL WESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) شتوية

اذا كانت ص = ق(س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق(س) عندما تتغير س من (س) الى (س + هـ) هو Δص = ٣هـ^{٢} - ٦سهـ
جد ق'(س)

الحل

$$ق'(س) = \lim_{Δس \to ٠} \frac{Δص}{Δس} \quad Δس = هـ$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣هـ^{٢} - ٦سهـ}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣هـ(هـ - ٢س)}{هـ}$$

$$= ٣(٠ - ٢س) = -٦س$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

قواعد الاشتقاق

القاعدة (١)

١) اذا كان $ه(س) = جـ$ حيث جـ عدد ثابت
فان $ه'(س) =$ صفر
مشتقة الثابت = صفر

٢) اذا كان $ه(س) = س^{ن}$ فان
$ه'(س) = ن\ س^{ن-١}$ $\quad ن \in ح$

٣) اذا كان $ه(س) = ٢ \times م(س)$
حيث م اقتران قابل للاشتقاه
٢ عدد ثابت فان
$ه'(س) = ٢ \times م'(س)$

المعامل لا يشتق

مثال ①
جد المشتقة الأولى للاقترانات التاليه

① $ه(س) = ٧ \leftarrow ه'(س) =$ صفر

② $ه(س) = -١٠ \leftarrow ه'(س) =$ صفر

③ $ه(س) = ل \leftarrow ه'(س) =$ صفر

④ $ه(س) = س^{٢} \leftarrow ه'(س) = ٢س$

⑤ $ه(س) = \pi \leftarrow ه'(س) =$ صفر

⑥ $ه(س) = س^{٦} \leftarrow ه'(س) = ٦س^{٥}$

⑦ $ه(س) = س^{٤} \leftarrow ه'(س) = ٤س^{٣}$

⑧ $ه(س) = س \leftarrow ه'(س) = ١$

⑨ $ه(س) = س^{١٠} \leftarrow ه'(س) = ١٠س^{٩}$

⑩ $ه(س) = س^{٨} \leftarrow ه'(س) = ٨س^{٧}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

ملاحظه هامة

عند طلب مشتقة الجذور نحول الجذور إلى اسس حسب القاعدة

$\sqrt[ن]{س^م} = س^{\frac{م}{ن}}$

ملاحظه

$\frac{1}{س^ن} = س^{-ن}$

مثال :

$\frac{1}{س^5} = س^{-5}$ ، $\frac{1}{س^4} = س^{-4}$

مثال ③

جد المشتقة الأولى لما يلي

١- $ه(س) = \sqrt{س}$

الحل

تجهيز $ه(س) = \sqrt{س} = س^{\frac{1}{2}}$

$ه'(س) = \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}}$

تبسيط $= \frac{1}{2س^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{س}}$

٢- $ه(س) = \sqrt[3]{س^2}$

الحل

تجهيز $= س^{\frac{2}{3}}$

اشتقاق $= \frac{2}{3} س^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} س^{-\frac{1}{3}}$

٣- $ه(س) = \sqrt[5]{س^4}$

الحل

تجهيز $ه(س) = س^{\frac{4}{5}}$

اشتقاق $ه'(س) = \frac{4}{5} س^{-\frac{1}{5}}$

$= \frac{4}{5} س^{-\frac{1}{5}}$

$= \frac{4}{5 س^{\frac{1}{5}}} = \frac{4}{5\sqrt[5]{س}}$

ملاحظة هامة

بالنسبة لاشتقاق الاسس السالب عكس الاستفاده من ما يلي

$ه(س) = س^{\frac{ب}{ا}}$

$ه'(س) = \frac{ب}{ا} س^{\frac{ب-ا}{ا}}$

مكتبة الوسام ALWESAM الاستاذ ناجح الجمزاوي

مثال ④

اوجد المشتقة الأولى للأقترانات التالية

١- $ص = س^{\frac{3}{4}} \Leftarrow ص' = \frac{3}{4} س^{\frac{3}{4}-1} = \frac{3}{4} س^{-\frac{1}{4}}$

$ص' = \frac{3}{4} س^{-\frac{1}{4}}$

٢- $ه(س) = س^{\frac{5}{2}} \Leftarrow ه'(س) = \frac{5}{2} س^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2} س^{\frac{3}{2}}$

$ه'(س) = \frac{5}{2} س^{\frac{3}{2}}$

٣- $ص = س^{\frac{7}{10}} ، ص' = \frac{7}{10} س^{\frac{7}{10}-1} = \frac{7}{10} س^{-\frac{3}{10}}$

$ص' = \frac{7}{10} س^{-\frac{3}{10}}$

٤- $ص = س^{-\frac{1}{3}} ، ص' = -\frac{1}{3} س^{-\frac{1}{3}-1} = -\frac{1}{3} س^{-\frac{4}{3}}$

$ص' = -\frac{1}{3} س^{-\frac{4}{3}}$

٥- $ص = س^{\frac{5}{2}} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{5}{2} س^{\frac{5}{2}-1} = \frac{5}{2} س^{\frac{3}{2}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{5}{2} س^{\frac{3}{2}}$

٦- $ص = س^{-\frac{1}{2}} ، ص' = -\frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2} س^{-\frac{3}{2}}$

$ص' = -\frac{1}{2} س^{-\frac{3}{2}}$

٧- $ص = \frac{1}{س^2}$

الحل

$ص = س^{-2} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = -2 س^{-3}$

$\Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{-2}{س^3}$

٨- $ص = \frac{1}{س^4}$

الحل

$ص = س^{-4}$

$ص' = -4 س^{-5} \Leftarrow ص' = \frac{-4}{س^5}$

مثال ⑤

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

١- $ص = \frac{1}{\sqrt{س}}$

الحل

$ص = \frac{1}{س^{\frac{1}{2}}} = س^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{د ص}{د س} = -\frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{1}{2} س^{-\frac{3}{2}}$

٢- $ص = \frac{1}{\sqrt[5]{س^2}}$

الحل

$ص = \frac{1}{س^{\frac{2}{5}}} = س^{-\frac{2}{5}}$

$ص' = -\frac{2}{5} س^{-\frac{7}{5}}$

مكتبة الوسام VESAM الاستاذ ناجح الجمزاوي

مثال ②

جد المشتقة الأولى للاقترانات التاليه

① $ص = س^{٥}$ ، $\frac{د ص}{د س} = ٥ س^{٥-١} = ٥ س^{-٦} = \frac{٥}{س^{٦}}$

② $ص = س^{-٧} \leftarrow ص' = -٧ س^{-٧-١} = -٧ س^{-٨} = \frac{-٧}{س^{٨}}$

③ $ص = س^{-٢} \leftarrow ص' = -٢ س^{-٢-١} = -٢ س^{-٣} = \frac{-٢}{س^{٣}}$

④ $ص = ٣ س^{٧} \leftarrow ص' = ٧ \times ٣ س^{٧-١} = ٢١ س^{٦}$

⑤ $ص = ٥ س^{-٤}$

$\Leftarrow ص' = -٤ \times ٥ س^{-٤-١} = -٢٠ س^{-٥} = \frac{-٢٠}{س^{٥}}$

⑥ $ص = -٤ س$

$ص' = -٤$

⑦ $ص = -٥ س^{٣}$

$ص' = -٥ \times ٣ س^{٣-١} = -١٥ س^{٢}$

⑧ $ص = \frac{٥}{٣} س^{-٦}$

$ص' = \frac{٥}{٣} \times -٦ س^{-٦-١} = -١٠ س^{-٧} = \frac{-١٠}{٣ س^{٧}} = \frac{-٥}{س^{٧}}$

⑨ $ص = \frac{١}{٢} س^{٢}$

$ص' = \frac{١}{٢} \times ٢ س^{٢-١} = س^{١} = س$

⑩ $ص = ٧ س^{٣}$

$ص' = ٧ \times ٣ س^{٢} = ٢١ س^{٢}$

مكتبة السام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

القاعدة (٢)

مشتقة مجموع اقترانين والفرق بين اقترانين

اذا كان كل من ه(س) ، هـ(س) اقترانا قابل للاشتقاق وكان

① ل(س) = ه(س) + هـ(س)
فان
ل'(س) = ه'(س) + هـ'(س)

② ع(س) = ه(س) - هـ(س)
فان
ع'(س) = ه'(س) - هـ'(س)

مثال ①
جد $\frac{ص}{س}$ للاقترانات التالية

① $ص = س^{٢} + ١$

$\frac{ص}{س} = ٢س + ٠ = ٢س$

② $ص = س^{٣} + س^{٢} + ٤$

$ص' = ٣س^{٢} + ٢س$

③ $ص = س^{٢} + ٧\sqrt{س}$

الحل

$ص = س^{٢} + س^{\frac{١}{٢}}$

$ص' = ٢س + \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}$

④ $ه(س) = س^{-٣} + \sqrt[٤]{س^{٣}}$

الحل

$ه(س) = س^{-٣} + س^{\frac{٣}{٤}}$

$ه'(س) = -٣س^{-٤} + \frac{٣}{٤}س^{-\frac{١}{٤}}$

⑤ $ه(س) = ٧س^{٣} + ٤س^{٢} + ٧$

$ه'(س) = ٧ \times ٣س^{٢} + ٤ \times ٢س + ٠$

$= ٢١س^{٢} + ٨س$

⑥ $ه(س) = ٧\sqrt{س} + س^{٣}$

الحل

$ه(س) = س^{\frac{١}{٢}} + س^{٣}$

$ه'(س) = \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}} + ٣س^{٢}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{س}} + ٣س^{٢}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ②

اذا كان $ق(س) = س^{٣} + ٤س - ٥$

فاوجد $ق'(٢)$

الحل

اولاً نجد $ق'(س)$

$ق'(س) = ٣س^{٢} + ٤$

ثانياً نعوض $س = ٢$

$ق'(٢) = ٣(٢)^{٢} + ٤$

$= ١٢ + ٤ = ١٦$

مثال ③

اذا كان $ق(س) = \sqrt[٣]{س} + س$

فاوجد $ق'(٨)$

الحل

$ق(س) = س^{\frac{١}{٣}} + س$

$ق'(س) = \frac{١}{٣} س^{-\frac{٢}{٣}} + ١$

$= \frac{١}{٣ \sqrt[٣]{س^{٢}}} + ١$

$= \frac{١}{٣ \sqrt[٣]{س^{٢}}} + ١$

$ق'(٨) = \frac{١}{٣ \sqrt[٣]{(٨)^{٢}}} + ١$

$= \frac{١}{٣ \sqrt[٣]{٦٤}} + ١$

$= \frac{١}{٣ \times ٤} + ١ \neq ٠$

$= \frac{١}{١٢} + ١ = \frac{١}{١٢} + \frac{١٢}{١٢}$

$= \frac{١٣}{١٢}$

ملاحظه هامه

اذا طلب المشتقة عند عدد اي $ق'(م)$ فاننا نجد $ق'(س)$ ثم نعوض العدد $م$ في $ق'(س)$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

ملاحظه هامه

خطوات إيجاد المشتقة الأولى عند نقطة في الأقترانات الاسيه والجذور والاسس السالبه

١- البحهيز للأشتقاقه

٢- الاشتقاقه

٣- البحهيز للتعويض

٤- التعويض

مثال ①

اذا كان $ه(س) = \frac{٢}{س^{٢}} - س^{-٣}$

جد $ه'(-١)$

الحل

$ه(س) = ٢س^{-٢} - س^{-٣}$ بحهيز

$ه'(س) = -٤س^{-٣} + ٢س^{٤}$ اشتقاقه

البحهيز للتعويض

$ه'(س) = \frac{-٤}{س^{٣}} + \frac{٢}{٤س}$

التعويض

$ه'(-١) = \frac{-٤}{(-١)^{٣}} + \frac{٣}{٤(-١)}$

$ه'(-١) = \frac{-٤}{-١} + \frac{٣}{١} = ٤+٣$

$= ٧$

مثال ②

$ه(س) = ٣\sqrt{س}$ اوجد $ه'(٩)$

الحل

$ه(س) = ٣س^{\frac{١}{٢}}$ بحهيز

$ه'(س) = ٣ \times \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}$ اشتقاقه

$ه'(س) = \frac{٣}{٢س^{\frac{١}{٢}}}$

بحهيز للتعويض

$= \frac{٣}{٢\sqrt{س}}$

$ه'(٩) = \frac{٣}{٢\sqrt{٩}}$

$= \frac{١}{٢} \frac{٣}{٣ \times ٢}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ③

اذا كان $ه(س) = \frac{٨}{س^{\frac{٣}{٤}}}$

اوجد $ه'(١)$ ؟

الحل

$ه(س) = ٨ س^{-\frac{٣}{٤}}$ تجهيز

$ه'(س) = ٨ \times -\frac{٣}{٤} س^{-\frac{٧}{٤}}$ اشتقاق

$ه'(س) = \frac{-٦}{س^{\frac{٧}{٤}}} = \frac{-٦}{\sqrt[٤]{س^{٧}}}$

تجهيز

$ه'(١) = \frac{-٦}{\sqrt[٤]{١^{٧}}} = \frac{-٦}{١}$

$= -٦$

مثال ④

اذا كان $ه(س) = ٣س^{٢} - ٢س + ٤$

وكان $ه'(٢) = ٤$ جد قيمة ٢ ؟

الحل

$ه'(س) = ٦س - ٢$

$ه'(٢) = ٦ \times ٢ - ٢ = ١٢ - ٢ = ١٠$

$٤ = ١٠$

$٤ - ١٠ = ٢ - ٢$

$-٦ = -٢$

$٦ = ٢$

مثال ⑤

اذا كان $ه(س) = \sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢س + ١$

وكان $ه'(٤) = ٧$ اوجد قيمة ٢ ؟

الحل

$ه(س) = س^{\frac{٢}{٣}} + ٢س + ١$ تجهيز

$ه'(س) = \frac{٢}{٣} س^{-\frac{١}{٣}} + ٢$ اشتقاق

$ه'(س) = \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{س}} + ٢$

$ه'(٤) = \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{٤}} + ٢ = ٧$

← يتبع الحل

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

هـ(٤) = $\frac{٣}{٤}$ × ٨ + $م^{٢}$ = ٧

$م^{٢}$ + ٣ = ٧ ⇐ $م^{٢}$ = ٤

باخذ الجذر للطرفين

م = $\pm\sqrt{٤}$

م = ± ٢

مثال ⑨

اذا كان هـ(س) = $م س^{٢}$ + ٤س − ن

وكان هـ(١) = ٥ ، هـ'(٢) = ٨

جد قيم م ، ن ؟

الحل

① هـ(١) = ٥ بتعويض مباشر

← $م(١)^{٢}$ + ٤ × ١ − ن = ٥

م + ٤ − ن = ٥

− ن = ٥ ⇐ ن = − ٥

← هـ(س) = $م س^{٢}$ + ٤س + ٥

② هـ'(س) = ٢م س + ٤

هـ'(٢) = ٢م × ٢ + ٤ = ٨

٤م + ٤ = ٨ ← ٤م = ٤

$\frac{٤م}{٤}$ = $\frac{٤}{٤}$

م = ١

مثال ⑩ تدريب ② ص ٩٠

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

١) ص = ٢س − $\frac{٢}{س}$

الحل

ص = ٢س − ٢ $س^{-١}$

ص' = ٢ − ٢ × −١ $س^{-٢}$

= ٢ + ٢ $س^{-٢}$

= ٢ + $\frac{٢}{س^{٢}}$

٢) هـ(س) = ٤ $س^{٣}$ − ٥ + $\frac{١}{س}$

الحل

هـ(س) = ٤ $س^{٣}$ − ٥ + $س^{-١}$

هـ'(س) = ١٢ $س^{٢}$ − ٠ − ١ $س^{-٢}$

= ١٢ $س^{٢}$ − $\frac{١}{س^{٢}}$

= ١٢ $س^{٢}$ − $\frac{١}{س^{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

القاعدة (٣) : قاعدة الضرب

اذا كان ق(س) = ه(س) × م(س)
الأول الثاني

فإن

ق'(س) = ه(س) × م'(س) + م(س) × ه'(س)
الأول × مشتقة الثاني + الثاني × مشتقة الأول

نتيجة

اذا كان ق(س) = $\frac{ح}{ه(س)}$ ه(س) ≠ ٠

فإن

ق'(س) = $\frac{-ح \times ه'(س)}{(ه(س))^2}$

القاعدة (٤) : قاعدة القسمة

اذا كان ص = $\frac{ق(س)}{ه(س)}$ ه(س) ≠ ٠

فإن

ص' = $\frac{ه(س) \times ق'(س) - ق(س) \times ه'(س)}{(ه(س))^2}$

= $\frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^2}$

ملاحظة هامة

(ق × ه)'(س) = (ق . ه)'(س)
تعني مشتقة حاصل ضرب اقترانين

$\left(\frac{ق}{ه}\right)'(س)$ = مشتقة قسمة اقترانين

(ق + ه)'(س) = ق'(س) + ه'(س)

(ق - ه)'(س) = ق'(س) - ه'(س)

(ح ق)'(س) = ح ق'(س)

$\left(\frac{ح}{ق}\right)'(س) = \frac{-ح \times ق'(س)}{(ق(س))^2}$

مكتبة الوسام AL WESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑦

اوجد المشتقة الأولى لما يلي

١) $ص = \frac{س+١}{س-١}$

الحل

$ص' = \frac{(س-١)\times ١ - (س+١)\times ١}{(س-١)^{٢}}$

$= \frac{س-١-س-١}{(س-١)^{٢}} = \frac{-٢}{(س-١)^{٢}}$

٢) $ص = \frac{س^{٢}}{س-٣}$

الحل

$ص' = \frac{(س-٣)\times ٢س - س^{٢}\times ١}{(س-٣)^{٢}}$

$= \frac{٢س^{٢}-٦س-س^{٢}}{(س-٣)^{٢}}$

$= \frac{س^{٢}-٦س}{(س-٣)^{٢}}$

٣) $ص = \frac{٥}{س^{٢}-س-٦}$

$ص' = \frac{-٥\times(٢س-١)}{(س^{٢}-س-٦)^{٢}}$

$= \frac{-١٠س+٥}{(س^{٢}-س-٦)^{٢}}$

٤) $ص = (٢س^{٣}-٤س)(٣س^{٢}-٤س)$

$ص' = (٢س^{٣}-٤س)\times(٦س-٤)$

$+ (٣س^{٢}-٤س)\times(٦س^{٢}-٤)$

٥) $ص = \frac{٤س^{٣}-٥س+١}{٧}$

الحل

$ص' = \frac{١٢س^{٢}-٥}{٧}$

ملاحظة

$ص = \frac{ه(س)}{م}$ فان $ص' = \frac{ه'(س)}{م}$

٦) $ص = (٢س^{٢}-٥)(س^{٤}+٢)$

الحل

$ص' = (٢س^{٢}-٥)(-٤س^{-٥})$

$+ (س^{-٤}+٢)\times(٤س)$

مكتبة الوسام ALWESAM
المتعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ①

$هـ(س) = (٣س^٢ - ٤)(س^٣ - ١)$ (الأول، الثاني)

اوجد $هـ'(س)$ ثم اوجد $هـ'(١)$

الحل

$هـ'(س) = (٣س^٢ - ٤) \times ٣س^٢ + (س^٣ - ١) \times ٦س$

(الأول × مشتقة الثاني + الثاني × مشتقة الأول)

$هـ'(١) = (٣(١)^٢ - ٤) \times ٣(١)^٢ + ((١)^٣ - ١) \times ٦ \times ١$

$= -١ \times ٣ + ٠ \times ٦$

$= -٣$

عكيه حل السؤال عدة طريقة غير القوانين

مثال ②

$هـ(س) = \frac{٤}{س^٣ + ٢}$ أوجد $هـ'(١)$

الحل

$هـ'(س) = \frac{-٤ \times ٣س^٢}{(س^٣ + ٢)^٢}$

$هـ'(١) = \frac{-٤(١)^٢ \times ٣}{(١^٣ + ٢)^٢}$

$= \frac{-١٢}{٩} = \frac{-٤}{٣}$

مثال ③

اذا كانت $هـ(٢) = ٣$ ، $هـ'(٢) = -١$

$و(٢) = ٤$ ، $و'(٢) = ١$ أوجد

أ) $(هـ + و)'(٢)$

ب) $(٢هـ - ٣و)'(٢)$

ج) $(هـ \cdot و)'(٢)$

د) $\left(\frac{هـ}{و}\right)'(٢)$

الحل

أ) $(هـ + و)'(٢) = هـ'(٢) + و'(٢)$

$= -١ + ١ =$ صفر

ب) $(٢هـ - ٣و)'(٢) = ٢هـ'(٢) - ٣و'(٢)$

$= ٢ \times -١ - ٣ \times ١$

$= -٢ - ٣ = -٥$

ج) $(هـ \cdot و)'(٢) = هـ(٢) \times و'(٢) + و(٢) \times هـ'(٢)$

$= ٣ \times ١ + ٤ \times -١$

$= ٣ - ٤ = -١$

د) $\left(\frac{هـ}{و}\right)'(٢) = \frac{و(٢) \times هـ'(٢) - هـ(٢) \times و'(٢)}{(و(٢))^٢}$

$= \frac{٤ \times -١ - ٣ \times ١}{١٦}$

$= \frac{-٤ - ٣}{١٦} = \frac{-٧}{١٦}$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ④

$ق(س) = ٤س^{٢}(س^{٣}+٢)$

اوجد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = ٤س^{٢} \times ٣س^{٢} + (س^{٣}+٢) \times ٨س$

أو (فك الأقواس)

$ق(س) = ٤س^{٥} + ٨س^{٢}$

$ق'(س) = ٢٠س^{٤} + ١٦س$

مثال ⑤

اذا كان $ق(س) \times هـ(س) = ٥$

وكان $ق(٣) = ١$ ، $هـ'(٣) = ٤$

أوجد قيمة $ق'(٣)$

الحل: بالاشتقاق

$ق(س) \times هـ'(س) + هـ(س) \times ق'(س) = صفر$

$ق(٣) \times هـ'(٣) + هـ(٣) \times ق'(٣) = ٠$

$١ \times ٤ + ٥ \times ق'(٣) = ٠$

هنا يجب ايجاد $هـ(٣)$ من المعطيات

$ق(س) \times هـ(س) = ٥$

$ق(٣) \times هـ(٣) = ٥$

$١ \times هـ(٣) = ٥$

$\Leftarrow هـ(٣) = ٥$ بتعويضها في المشتقة

$١ \times ٤ + ٥ \times ق'(٣) = ٠$

$٤ + ٥ \times ق'(٣) = ٠$

$٤- = ٥ \times ق'(٣)$

$ق'(٣) = \frac{-٤}{٥} \Leftarrow ٥ \times ق'(٣) = -٤$

مثال ⑥

جد قيم س التي تجعل $ق'(س) =$ صفر صح

(أ) $ق(س) = ٢س^{٢} - ٤$

الحل:

$ق'(س) = ٤س = ٠ \Leftarrow س = ٠$

(ب) $ق(س) = س^{٢}(س^{٢}-٢)$

$= س^{٤} - ٢س^{٢}$

$ق'(س) = ٤س^{٣} - ٤س = ٠$

$٤س(س^{٢}-١) = ٠$

$٤س = ٠$ ، $س^{٢}-١ = ٠$

$س = ٠$ ، $س^{٢} = ١$

$س = \pm ١$

$\{-١، ٠، ١\}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑧

اذا كان $ه(-٢)=٣$ ، $ه'(-٢)=٥$

$و(س)=س^{٢}ه(س)-٢$ أوجد $و'(-٢)$

↖ حاصل ضرب

الحل

$و'(س)=س^{٢}\times ه'(س)+ه(س)\times ٢س$

$=(-٢)^{٢}\times ه'(-٢)+ه(-٢)\times ٢\times -٢$

$=٤\times ٥+٣\times -٤$

$=٢٠-١٢=٨$

مثال ⑨

اذا كان $ل(س)=ه(س)-٣و(س)-٢س$

وكان $ه'(١)=٧$ ، $و(١)=٢$

$و'(١)=٤$ فاوجد $ل'(١)$ ؟

الحل

$ل'(س)=ه'(س)-٣و'(س)-٢$

$ل'(١)=ه'(١)-٣و'(١)-٢$

$=٧-٣\times ٤-٢$

$=٧-١٢-٢$

$=-٧$

مثال ⑩

اذا كان $و(٣)=١$ ، $و'(٣)=-٢$

وكان $ه(س)=\frac{٣+س}{و(س)}$

اوجد $ه'(٣)$ ؟

الحل

$ه'(س)=\frac{و(س)\times ١-(٣+س)\times و'(س)}{(و(س))^{٢}}$

$ه'(٣)=\frac{و(٣)\times ١-(٣+٣)\times و'(٣)}{(و(٣))^{٢}}$

$=\frac{١\times ١-٦\times -٢}{١^{٢}}=\frac{١٣}{١}$

$=١٣$

مثال ⑪

اذا كان $ه(س)=\frac{ب}{س}-٣س^{٢}$ وكان

$ه'(-١)=٢$ فجد قيمة الثابت ب ؟

الحل

$ه'(س)=\frac{-ب\times ١}{س^{٢}}-٦س$

$ه'(-١)=\frac{-ب}{(-١)^{٢}}-٦\times -١$

$ب=-٤ \Leftarrow -ب=٦-٢$

$ب=٤$

مكتبة الوسام AlWesam المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٢)

اذا كان $ق(س) = \frac{س^{٣} - ٣س}{ب}$

وكان $ق'(٢) = ١$ فاوجد قيمة ب ؟

الحل

$ق'(س) = \frac{٣س^{٢} - ٣}{ب}$

ملاحظه : اذا كان المقام ثابت لايشتقه نشتق البسط فقط

$ق'(٢) = \frac{٣(٢)^{٢} - ٣}{ب} = ١$

$\frac{١٢ - ٣}{ب} = ١ \leftarrow \frac{٩}{ب} = \frac{١}{١}$ ضرب تبادلي

$\Leftarrow ب = ٩$

مثال (١٣)

اذا كان $ق(س) = \frac{٥}{س}$ فجد

$\text{نها}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

ملاحظه هامة

في مثل هذه الاسئلة نطابق المطلوب مع التعريف العام للمشتقة الأولى حيث

$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

أو التعريف العام للمشتقه الأولى عند نقطة حيث

$ق'(ا) = \text{نها}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(ا+هـ) - ق(ا)}{هـ}$

ثم نجد المطلوب باستخدام قواعد الاشتقاقه

حل المثال

$\text{نها}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = ق'(س)$

$= \frac{-٥ \times ١}{س^{٢}} = \frac{-٥}{س^{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٤)

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي

① $ص = \frac{س}{س+١}$

الحل :-

$$ص' = \frac{(س+١)\times ١ - س \times ١}{(س+١)^{٢}}$$

$$= \frac{س+١-س}{(س+١)^{٢}} = \frac{١}{(س+١)^{٢}}$$

② $ص = \frac{٣س-٥}{٨-٣س}$ عندما $س=١$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٨(٣-٣س)-(-٣)\times(٥-٣س)\times ٨}{(٨-٣س)^{٢}}$$

$$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = \frac{٨(٣-٣\times ١)-(-٣)\times(٥-٣\times ١)\times ٨}{(٨-٣\times ١)^{٢}}$$

$$= \frac{٨\times ٢ - (-٣)\times ٢\times ٨}{٥^{٢}}$$

$$= \frac{١٦+١٥}{٢٥} = \frac{٣١}{٢٥}$$

③ $ص = \left(\frac{١}{س+١}\right)\left(١+\frac{١}{س}\right)$ عندما $س=١$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \left(\frac{١}{س+١}\right)\times\left(١+\frac{-١}{س^{٢}}\right) + \left(١+\frac{١}{س}\right)\left(\frac{-١\times ١}{(س+١)^{٢}}\right)$$

$$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = \left(\frac{١}{٢}\right)\times\left(١+\frac{-١}{١^{٢}}\right) + \left(١+\frac{١}{١}\right)\left(\frac{-١}{(١+١)^{٢}}\right)$$

$$= \frac{١}{٢}\times(١-١)+٢\times\frac{-١}{٤}$$

$$= \frac{١}{٢}\times صفر + ٢\times\frac{-١}{٤}$$

$$= \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$$

④ $ص = \frac{١}{١+\sqrt{٢س}}$

الحل

$$ص = \frac{١}{١+س^{\frac{١}{٢}}}$$

$$ص' = \frac{-١\times\frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}}{(١+س^{\frac{١}{٢}})^{٢}}$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات وأسئلة الكتاب

تدريب ③ ص٩٢

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

① ص = (٣س٢ + ٧) × (س٥ + ٣)
حاصل ضرب

ص' = (٣س٢ + ٧) × (-٥س٦) + (س٥ + ٣) × ٦س

② د(س) = (٥ - ٣س)(٤س٢ + ١)
حاصل ضرب
عندما س = ١

الحل

د'(س) = (٥ - ٣س) × ٨س + (٤س٢ + ١) × -٣

د'(١) = (٥ - ٣) × ٨ × ١ + (٤(١)٢ + ١) × -٣

= ٨ × ٢ - ٣ × ٥

= ١٦ - ١٥

= ١

③ ص = (٣س٢ - ٤)(س٢ - ١)
حاصل ضرب

ص' = (٣س٢ - ٤) × ٢س + (س٢ - ١) × ٦س

تدريب ④ ص٩٤

جد $\frac{ص}{س}$ في كل مما يأتي

① ص = $\frac{٥ + ٢س}{٣ - س}$

$\frac{ص}{س}$ = $\frac{-١ \times (٥ + ٢س) - ٢ \times (٣ - س)}{(٣ - س)^٢}$

= $\frac{-١٠ - ٢س + ٦ - ٢س}{(٣ - س)^٢}$

= $\frac{١١}{(٣ - س)^٢}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

② $ص = \frac{س^3 - 8}{س - 2}$

الحل

$ص' = \frac{(س-2) \times 3س^2 - (س^3-8) \times 1}{(س-2)^2}$

$ص' = \frac{3س^3 - 6س^2 - س^3 + 8}{(س-2)^2}$

$= \frac{2س^3 - 6س^2 + 8}{(س-2)^2}$

③ $ص = \frac{1 - 3س}{2}$

$ص' = \frac{-3}{2}$

④ $ص = \frac{3}{6 + س^3}$

$ص' = \frac{-3 \times 3س^2}{(6+س^3)^2}$

حل آخر

تبسيط

$ص = \frac{(س-2)(س^2+2س+4)}{س-2}$

$= س^2 + 2س + 4$

$ص' = 2س + 2$

تدريب ⑤ ص٩٤

$هـ(س) = س^2(2س - 3)$

جد $هـ'(س)$

الحل

$هـ(س) = 2س^3 - 3س^2$

$هـ'(س) = 6س^2 - 6س$

أو نستخدم قاعدة الضرب

$هـ'(س) = س^2 \times 2 + (2س - 3) \times 2س$

$هـ'(س) = 2س^2 + 4س^2 - 6س$

$= 6س^2 - 6س$

مكتبة الأوائل ALAWSAIL

المعلم: ناجح الجمزاوي

الأسئلة ص ٩٥

① جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

أ) $ق(س) = ٦ - ٢س^{٣}$

$ق'(س) = -٦س^{٢}$

ب) $ق(س) = -\frac{٣}{س}$

$ق'(س) = \frac{-(-١ \times ٣)}{س^{٢}} = \frac{٣}{س^{٢}}$

ج) $ه(س) = ٢س + \sqrt[٣]{س^{٥}} + س$

بتحويل

$ه(س) = ٢س + س^{\frac{٥}{٣}} + س^{-\frac{١}{٢}}$

$ه'(س) = ٢ + \frac{٥}{٣}س^{\frac{٢}{٣}} - \frac{١}{٢}س^{-\frac{٣}{٢}}$

$ه'(س) = ١ + \frac{٥}{٣}\sqrt[٣]{س^{٢}} - \frac{١}{٢\sqrt{س^{٣}}}$

د) $ص = (س^{٣} - ٢س)(٣ - ٥س^{٤})$ حاصل ضرب

$ص' = (س^{٣} - ٢س) \times (-٢٠س^{٣}) + (٣ - ٥س^{٤}) \times (٣س^{٢} - ٢)$

هـ) $ص = \frac{س^{٢} + ١}{٣ - ٢س}$

$ص' = \frac{(٣ - ٢س) \times ٢س - (س^{٢} + ١) \times (-٢)}{(٣ - ٢س)^{٢}}$

$ص' = \frac{٤س^{٢} - ٦س + ٢س^{٢} + ٢}{(٣ - ٢س)^{٢}}$

$= \frac{٦س^{٢} - ٦س + ٢}{(٣ - ٢س)^{٢}}$

و) $ق(س) = \frac{س}{٤ - س^{٢}}$

اكل

$ق'(س) = \frac{(٤ - س^{٢}) \times ١ - س \times (-٢س)}{(٤ - س^{٢})^{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

ز) $ق(س) = (س^{٣} + ٣س)(٢ - ٥س)$

$ق'(س) = (س^{٣} + ٣س) \times -٥ + (٢ - ٥س)(٣س^{٢} + ٣)$

---

(٢) السؤال الثاني

جـ المشتقة الأولى لكل مما يأتي عند قيم س المبينة أمام كل منها

ب) $ص = ٥س^{٣} - ٢س^{٢} + ١$ $\quad س = -٣$

$\frac{د ص}{د س} = ١٥س^{٢} - ٤س$

$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=-٣} = ١٥(-٣)^{٢} - ٤ \times -٣$

$= ٩ \times ٥ + ١٢ = ٤٥ + ١٢ = ٥٧$

ب) $ص = س^{٣} + ٧س^{٣}$ $\quad س = ١$

الحل

نجهز $ص = س^{٣} + س^{\frac{٣}{٢}}$

$ص' = ٣س^{٢} + \frac{٣}{٢} س^{\frac{١}{٢}}$

$ص' = ٣س^{٢} + \frac{٣}{٢\sqrt{س}}$

$ص'|_{س=١} = ٣(١)^{٢} + \frac{٣}{٢\sqrt{١}}$

$= ٣ + \frac{٣}{٢} = \frac{٦}{٢} + \frac{٣}{٢} = \frac{١٠}{٣}$

جـ) $ص = \frac{-٣}{٢ - س}$ $\quad س = -٢$

الحل

$ص' = \frac{-٣ \times -١}{(٢ - س)^{٢}} = \frac{٣}{(٢ - س)^{٢}}$

$ص'|_{س=-٢} = \frac{٣}{(٢ - (-٢))^{٢}} = \frac{٣}{١٦}$

د) $ق(س) = \frac{٢س}{٥ - ٤س}$ $\quad س = ١$

الحل

$ق'(س) = \frac{(٥ - ٤س) \times ٢ - ٢س \times -٤}{(٥ - ٤س)^{٢}}$

$ق'(١) = \frac{(٥ - ٤) \times ٢ - ٢ \times ١ \times -٤}{(٥ - ٤ \times ١)^{٢}}$

$= \frac{٢ + ٨}{١^{٢}} = \frac{١٠}{١} = ١٠$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

ه) $ق(س) = (٤ - ٦س^{٢})(٢س + ١)$ عندما $س = -٢$

الحل

$ق'(س) = (٤ - ٦س^{٢}) \times ٢ + (٢س + ١) \times -١٢س$

$ق'(-٢) = (٤ - ٦(-٢)^{٢}) \times ٢ + (٢(-٢) + ١) \times -١٢ \times -٢$

$= (٤ - ٢٤) \times ٢ + (-٣) \times ٢٤$

$= -٢٠ \times ٢ - ٧٢$

$= -٤٠ - ٧٢ = -١١٢$

و) $ق(س) = ٢س \times (٣ - س^{٢}) + \frac{٢}{س}$ عندما $س = ١$

الحل

$ق(س) = ٦س - ٢س^{٣} + ٢س^{-١}$

$ق'(س) = ٦ - ٦س^{٢} - ٢س^{-٢}$

$ق'(١) = ٦ - ٦(١)^{٢} - \frac{٢}{١^{٢}}$

$= ٦ - ٦ - ٢$

$= ٠ - ٢ = -٢$

---

③ السؤال الثالث

اذا علمت ان $ق(س) = \sqrt[٦]{س^{٥}}$

فجد قيمة $\lim_{ه \to ٠} \frac{ق(١ + ه) - ق(١)}{ه}$

الحل

حسب تعريف المشتقة

$\lim_{ه \to ٠} \frac{ق(١ + ه) - ق(١)}{ه} = ق'(١)$

$ق(س) = س^{\frac{١}{٦}}$

$ق'(س) = \frac{١}{٦} س^{-\frac{٥}{٦}}$

$= \frac{١}{٦ س^{\frac{٥}{٦}}}$

$= \frac{١}{٦ \sqrt[٦]{س^{٥}}}$

$ق'(١) = \frac{١}{٦ \sqrt[٦]{١^{٥}}} = \frac{١}{١ \times ٦}$

$= \frac{١}{٦}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

④ السؤال الرابع

اذا كان $ه(١) = ٤$ ، $ه'(١) = -٢$

$و(١) = -٢$ ، $و'(١) = ١$ فجد

أ) $(ه \times و)'(١)$

$= ه(١) \times و'(١) + و(١) \times ه'(١)$

$= ٤ \times ١ + -٢ \times -٢$

$= ٤ + ٤ = ٨$

ب) $(ه \times و)'(١) = ه(١) \times و'(١)$

$= (٤ \times -٢)' = (-٨)'$

$=$ صفر

ج) $\left(\frac{ه}{و}\right)'(١) = \frac{و(١) \times ه'(١) - ه(١) \times و'(١)}{(و(١))^٢}$

$= \frac{-٢ \times -٢ - ٤ \times ١}{(-٢)^٢}$

$= \frac{٤ - ٤}{٤} = \frac{\text{صفر}}{٤}$

$=$ صفر

د) $\left(\frac{٢}{و}\right)'(١) = \frac{-٣ \times و'(١)}{(و(١))^٢}$

$= \frac{-٣ \times ١}{(-٢)^٢} = \frac{-٣}{٤}$

هـ) $(ه + و)'(١) = ه'(١) + و'(١)$

$= -٢ + ١$

$= -١$

و) $(٣ه - ٢و)'(١)$

$= ٣ه'(١) - ٢و'(١)$

$= ٣ \times -٢ - ٢ \times ١$

$= -٦ - ٢ = -٨$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

اذا كان $ق(س) = ٣ + ٢\sqrt{س}$

فاوجد $ق'(١)$

الحل

$ق(س) = ٣ + ٢ س^{\frac{١}{٢}}$

$ق'(س) = ٠ + ٢ \times \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}$

$= س^{-\frac{١}{٢}}$

$= \frac{١}{\sqrt{س}}$

$ق'(١) = \frac{١}{\sqrt{١}} = ١$

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

اذا كان $ق(س) = س^{٢} - ٦س$

فاوجد هـا $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ ، هـ $\to$ ٠

الحل

هـا $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ} = ق'(١)$ هـ $\to$ ٠

$ق'(س) = ٢ س^{٦} - ٦$

$ق'(١) = ٢(١)^{٦} - ٦$

$= ٢ - ٦ = ١$

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

اذا كان $ق(١) = ٢$ ، $هـ(١) = ٣$

$هـ'(١) = ١$ ، $ق'(١) = -٢$ فاوجد $(ق \times هـ)'(١)$

الحل

$(ق \times هـ)'(١) = ق(١) \times هـ'(١) + هـ(١) \times ق'(١)$

$= ٢ \times ١ + ٣ \times -٢$

$= ٢ - ٦ = -٤$

وزارة (٢٠٠٩) صيفية

اذا كان $ق(س) = هـ(س) \times ل(س)$

فاوجد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = هـ(س) \times ل'(س) + ل(س) \times هـ'(س)$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كانت ص = $\frac{٥}{س^٢+١}$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٢

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{-٥ \times ٢ س}{(س^٢+١)^٢}$$

$$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٢} = \frac{-٥ \times ٢ \times ٢}{(٢^٢+١)^٢} = \frac{-٢٠}{٢٥}$$

$$= \frac{-٤}{٥}$$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا علمت ان ق(س) = ٢س + ١

فاوجد ها $\frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$ هـ ← ٠

الحل

ها $\frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$ = ق'(٣)

هـ ← ٠

ق'(س) = ٢

ق'(٣) = ٢

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان ق(س) = $س^٣ + ٨$

فاوجد ها $\frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$ هـ ← ٠

الحل

ها $\frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$ = ق'(٢)

هـ ← ٠

ق'(س) = $٣س^٢$

ق'(٢) = $٣(٢)^٢ = ١٢$

وزارة (٢٠١٣) شتوية

① اذا علمت ان ق(س) = $٦\sqrt{س}$

فاوجد ها $\frac{ق(٩+هـ) - ق(٩)}{هـ}$ هـ ← ٠

الحل

ها $\frac{ق(٩+هـ) - ق(٩)}{هـ}$ = ق'(٩)

هـ ← ٠

ق(س) = $٦ س^{\frac{١}{٢}}$

ق'(س) = $٦ \times \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}} = \frac{٣}{\sqrt{س}}$

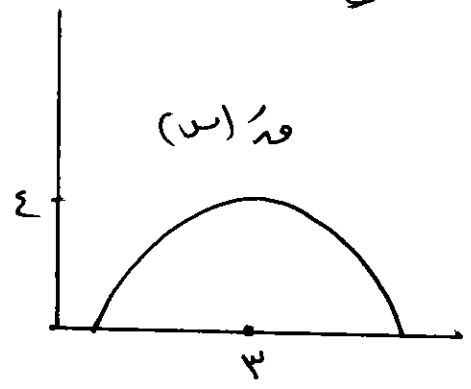
ق'(٩) = $\frac{٣}{\sqrt{٩}} = \frac{٣}{٣} = ١$

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اعتمد على الشكل في ايجاد

$$\text{هـا } \frac{\text{ه}(٣+\text{هـ}) - \text{ه}(٣)}{\text{هـ}} \quad \text{هـ} \to ٠$$



الحل

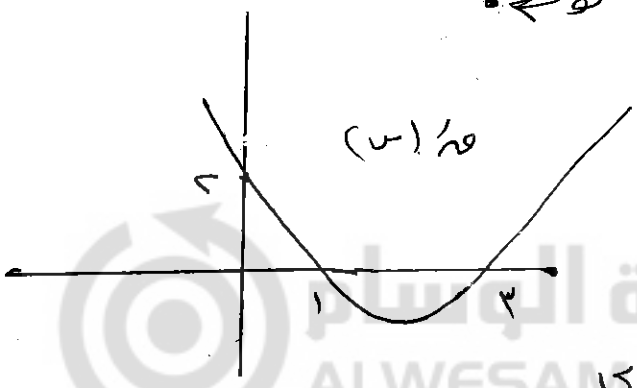
$$\text{هـا } \frac{\text{ه}(٣+\text{هـ}) - \text{ه}(٣)}{\text{هـ}} = \text{ه}'(٣) \quad \text{هـ} \to ٠$$

من الرسمة ⇐ ه'(٣) = ٤

وزارة (٢٠١٥) شتوية

معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ه(س)

جد هـا $\frac{\text{ه}(٠+\text{هـ}) - \text{ه}(٠)}{\text{هـ}}$ هـ → ٠



الحل

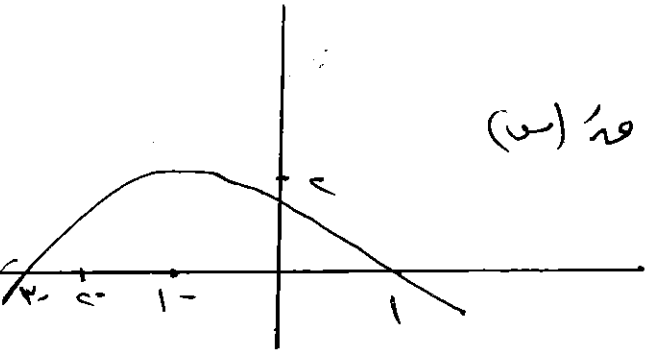
$$\text{هـا } \frac{\text{ه}(٠+\text{هـ}) - \text{ه}(٠)}{\text{هـ}} = \text{ه}'(٠) \quad \text{هـ} \to ٠$$

من الرسمة ه'(٠) = ٢

وزارة (٢٠١٦) صيفية

معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ه(س)

جد هـا $\frac{\text{ه}(-١+\text{هـ}) - \text{ه}(-١)}{\text{هـ}}$ هـ → ٠



الحل

$$\text{هـا } \frac{\text{ه}(-١+\text{هـ}) - \text{ه}(-١)}{\text{هـ}} = \text{ه}'(-١) \quad \text{هـ} \to ٠$$

من الرسمة ه'(-١) = ٢

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

قاعدة السلسلة

قاعدة (١) :- قاعدة السلسلة

اذا كان ص = هـ(ع) ، ع = هـ(س)

فإن

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

ص بدلالة ← ع بدلالة ← س

ملاحظة

١. نستخدم هذه القاعدة عند وجود ثلاث متغيرات ونربطه مع بعضها

٢. يتم ترتيب المتغيرات في القاعدة حسب ارتباط المتغيرات مع بعضها وحسب المطلوب وذلك كما يلي

اذا طلب $\frac{د ص}{د س}$

نبدأ بترتيب المتغيرات من ص

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د \text{المتغير الثالث}} \times \frac{د \text{المتغير الثالث}}{د س}$$

يجب ان يكون الجواب بدلالة س فقط

مثال ①

اذا كانت ص = ٣ع^{٢} ، ع = ٦س^{٣}

أوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

ص ← ع ← س

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٦ع \times ٣س^{٢}$$

لكن ع = س^{٣} نعوضها في $\frac{د ص}{د س}$

$$\frac{د ص}{د س} = ٦س^{٣} \times ٣س^{٢} = ١٨س^{٥}$$

مثال ②

اذا كانت ص = حاس ، س = $\frac{٣}{ع}$

فجد $\frac{د ص}{د ع}$ ؟

الحل

ص ← س ← ع

$$\frac{د ص}{د ع} = \frac{د ص}{د س} \times \frac{د س}{د ع}$$

$$= \text{جتا}س \times \frac{-٣}{ع^{٢}}$$ لكن س = $\frac{٣}{ع}$

$$\frac{د ص}{د ع} = \text{جتا}\frac{٣}{ع} \times \frac{-٣}{ع^{٢}}$$

مكتبة الوسام AlWesam

مثال ③

اذا كانت $ص = ن^{٢} - ٣ن + ١$

$ن = ٧س - ٥$ فجد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٠}$

الحل

$ص \leftarrow ن \leftarrow س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$= (٢ن - ٣) \times ٧$

لكن $ن = ٧س - ٥$

$\frac{د ص}{د س} = (٢(٧س - ٥) - ٣) \times ٧$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = (٢(٧ \times ٠ - ٥) - ٣) \times ٧$

$= (٢ \times -٥ - ٣) \times ٧ = -١٣٠ \times ٧$

$= -٩١$

مثال ④

اذا كانت $ص = \frac{ن}{ن + ١}$

$ن = س^{٢} + ٢س$ فأوجد $\frac{د ص}{د س}$

عندما $س = ١$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$= \frac{(ن+١) \times ١ - ن \times ١}{(ن+١)^{٢}} \times (-٢س^{-٣} + ٢)$

عندما $س = ١$ فإن $ن = (١)^{٢} + ٢ \times ١ = ٣$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = \frac{(٣+١) \times ١ - ٣ \times ١}{(٣+١)^{٢}} \times (-٢(١)^{-٣} + ٢)$

$= \frac{٤ - ٣}{١٦} \times (-٢ + ٢) = \frac{١}{١٦} \times$ صفر

$=$ صفر

مثال ⑤

اذا كانت $ص = هـ^{ع}$ لوغ وكانت $ع = س^{٢}$ فأوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = ١$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (هـ^{ع} - \frac{١}{ع}) \times ٢س$

عندما $س = ١$ فإن $ع = ١^{٢} = ١$

$\frac{د ص}{د س} = (هـ^{١} - \frac{١}{١}) \times ٢ \times ١$

$= ٢(هـ - ١)$

$= ٢هـ - ٢$

مكتبة الهدى ALHUDA

العلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

$ص = ع^{٥} + ٤ع^{٣}$ ، $ع = ٣س^{\frac{٥}{٤}} - ١$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= (٥ع^{٤} + ١٢ع^{٣}) \times (\frac{١٥}{٤} س^{\frac{١١}{٤}})$$

$$= ٥(٣س^{\frac{٥}{٤}} - ١)^{٤} + ١٢)(\frac{١٥}{٤} س^{\frac{١١}{٤}})$$

مثال ⑦

اذا كانت $ص = ع^{٣} + ١$ ، $ع = ٥س - ٢$

فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ٢$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٣ع^{٢} \times ٥$$

$$= ٣(٥س - ٢)^{٢} \times ٥$$

$$\frac{د ص}{د س} \Big|_{س=٢} = ٣(٥ \times ٢ - ٢)^{٢} \times ٥$$

$$= ٣(١٠ - ٢)^{٢} \times ٥$$

$$= ١٥(٨)^{٢} = ١٥ \times ٦٤$$

$$= ٩٦٠$$

مثال ⑧

$ص = ع^{٢} + ٣ع^{٢} - ٢ع + ٥$

$ع = ٢س + ٣$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= (٣ع^{٢} + ٦ع - ٢) \times ٢$$

$$= ٢(٣(٢س+٣)^{٢} + ٦(٢س+٣) - ٢)$$

مثال ⑨

$ص = ع + ع^{٢}$ ، $ع = س^{٢} - ٤$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= (١ + ٢ع) \times ٢س$$

$$= ٢س(١ + ٢(س^{٢} - ٤))$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات ومسائل الكتاب

تدريب ① ص٩٨

ص = ع^{٢} + ٣ع ، ع = ٣ − ٢س^{٢}

جد $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٢ع + ٣) \times -٤س$

$= (٢(٣ - ٢س^{٢})) \times -٤س$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right| = (٢(٣ - ٢(١)^{٢})) \times -٤ \times ١$
$س = ١$

$= (٢(٣ - ٢)) \times -٤$

$= ٢ \times -٤$

$= -٨$

السؤال الأول ص١٠١

اوجد المشتقة الأولى

(أ) ص = ل^{٣} ، ل = ٨س

عندما س = −٢

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ل} \times \frac{د ل}{د س}$

$= ٣ل^{٢} \times ٨ = ٢٤ل^{٢}$

$= ٢٤(٨س)^{٢}$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=-٢} = ٢٤(٨ \times -٢)^{٢}$

$= ٢٤ \times ١٦^{٢} = ٢٤ \times ٢٥٦$

السؤال الثاني ص١٠١

جد ص لكل مما يلي

(ب) ص = م^{٢} + ٣م − ٢ ، م = ٤س^{٢}

عند س = ٢

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د م} \times \frac{د م}{د س}$

$= (٢م + ٣) \times ٨س$

$ص = ((٤س^{٢})^{٢} + ٣) \times ٨س$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right| = (٢(٤)^{٢})^{٢} + ٣) \times ٨ \times ٢$
$س = ٢$

$= (٣٢ + ٣) \times ١٦ = ٣٥ \times ١٦$

مكتبة الإمام
ALIMAM
المعلم ناجح الجمزاوي

اسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

اذا كانت ص = ع^{٣} + ٣ع^{٢}

ع = ٣ - ٢ س^{٢} أوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = -١

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٣ + ع^{٢}) \times -٤ س$

$= (٣ + (٣ - ٢ س^{٢})^{٢}) \times -٤ س$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = (٣ + (٣ - ٢)^{٢}) \times -٤ \times ٢$

$= (٣ + ٤) \times ٤ \times ٥ = ٤ \times ٥ = ٢٠$ عندما س = -١

وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا كانت ص = ع^{٣} + ١ ، ع = ٣س - ١

جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= ٣ ع^{٢} \times ٣ = ٩ ع^{٢}$

$= ٩ (٣ س - ١) = ٢٧ س - ٩$

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كانت ص = ع^{٣} + ع ، ع = س^{٢} + ١

جد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٣ ع^{٢} + ١) \times ٢ س$

$= (٣ (س^{٢} + ١)^{٢} + ١) \times ٢ س$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = (٣ (١ + ١)^{٢} + ١) \times ٢ \times ١$ عندما س = ١

$= ٢ \times (١ + ٣ \times ٤) = ٢ \times ١٣ = ٢٦$

مكتبة الوسام ALWESAM العلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان ص = ع^{٢} + ٨ ع + ١ ، س = ٤ - ١
جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٢ ع + ٨ \times ٤ = ٨ (٤ - ١) + ٨$$

$$= ٨ س + ٤ -$$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

اذا كانت ص = ع^{٢} + ع + ٦ ، ع = ٣ س - ١
فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٣ \times (١ + ٤ س)$$

$$= ٣ \times (١ + (١ - ٣ س) ٤)$$

$$= ٣ \times (١ + ٤ - ٦ س)$$

$$= ٣ \times (٥ - ٦ س)$$

$$= ١٨ س - ١٥$$

وزارة (٢٠١٣) شتوية

جد $\frac{د ص}{د س}$

ص = ع^{٢} - ع + ٦ ، ع = ٣ س - ١

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٣ - \times (ع - ١)$$

$$= ٣ - \times ((٣ س - ١) - ١)$$

$$= ٣ - \times (٣ س + ٤ - ١)$$

$$= ٣ - \times (٣ س + ١ -) = ٣ - ١٨ س$$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

جد $\frac{د ص}{د س}$

ص = ٥ - ٣ ع^{٢} ، ع = ٤ س - ٣

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= ٦ ع - \times ٤ = ٢٤ -$$

$$= ٢٤ - (٤ س - ٣)$$

$$= ٢٤ س - ٧٢ +$$

مكتبة الوسام AL WESAM
تعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥) شتوية

جد $\frac{ص}{س}$

$ص = ٣ع^{٢} - ع^{٣}$ ، $ع = ١ - ٢س$

الحل

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= -٢ \times (٦ع - ١)$$

$$= -٢ \times (٦(١ - ٢س) - ١)$$

$$= -٢ \times (-٦ + ١٢س - ١)$$

$$= -٢ \times (-٥ + ١٢س)$$

$$= ١٠ - ٢٤س$$

وزارة (٢٠١٦) شتوية

جد $\frac{ص}{س}$ حيث

$ص = ع^{٣} - ٤ع$ ، $ع = ١ - ٤س$

الحل

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= (٣ - ٤ع) \times -٤$$

$$= -١٢ + ١٦ع$$

$$= -١٢ + ١٦(١ - ٤س)$$

$$= -١٢ + ١٦ - ٦٤س$$

$$= ٤ - ٦٤س$$

وزارة (٢٠١٧) شتوية

جد $\frac{ص}{س}$

$ص = ٤ع^{٢} - ع^{٤}$ ، $ع = ٨ - ٢س$

الحل

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= (٤ - ٤ع) \times -٢$$

$$= -٨ + ٤ع$$

$$= -٨ + ٤(٨ - ٢س)$$

$$= -٨ + ٣٢ - ٨س = ٢٤ - ٨س$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مشتقة القوس

القاعدة

اذا كان $ص = (هـ(س))^{ن}$

فإن

$$\frac{د ص}{د س} = ن(هـ(س))^{ن-1} \times هـ'(س)$$

بالكلمات

قوة

$ص = ($ اقتران $)$

القوة -1

$ص' =$ القوة (اقتران) $\times$ مشتقة ما داخل القوس

مثال ①

$ص = (س^{٢} + ١)^{١٠}$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

مشتقة ما داخل القوس

$ص' = ١٠(س^{٢}+١)^{٩} \times ٢س$

$= ٢٠س(س^{٢}+١)^{٩}$

مثال ②

$ص = \sqrt{س^{٣} - ٥}$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (س^{٣} - ٥)^{\frac{١}{٢}}$

$ص' = \frac{١}{٢}(س^{٣} - ٥)^{-\frac{١}{٢}} \times ٣س^{٢}$

مثال ③

اذا كان $هـ(س) = \left(\frac{س}{س^{٢}-٢}\right)^{٤}$ جد $هـ'(٣)$

الحل

$هـ'(س) = ٤\left(\frac{س}{س^{٢}-٢}\right)^{٣} \times \frac{(س^{٢}-٢) \times ١ - س \times ٢س}{(س^{٢}-٢)^{٢}}$

$هـ'(٣) = ٤\left(\frac{٣}{٩-٢}\right)^{٣} \times \frac{(٩-٢) \times ٦ - ٣ \times ٦}{(٩-٢)^{٢}}$

$= ٤ \times \left(\frac{٣}{٧}\right)^{٣} \times \frac{٤٢ - ١٨}{٤٩}$

$= ٤ \times \frac{٢٧}{٣٤٣} \times \frac{٢٤}{٤٩}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ④

$هـ(س) = \sqrt{س - ١}$ جد $هـ'(س)$

الحل

$هـ(س) = (س-١)^{\frac{١}{٢}}$

$هـ'(س) = \frac{١}{٢}(س-١)^{-\frac{١}{٢}} \times ١$

$= \frac{١}{٢\sqrt{س-١}}$

مثال ⑤

$ص = \frac{١}{\sqrt{(س^٤ - ٩)^٣}}$ جد $ص'$

الحل

$ص = \frac{١}{(س^٤-٩)^{\frac{٣}{٢}}} = (س^٤-٩)^{-\frac{٣}{٢}}$

$ص' = -\frac{٣}{٢}(س^٤-٩)^{-\frac{٥}{٢}} \times ٤س^٣$

مثال ⑥

$ص = (\frac{١}{س} + س^٤)^٥$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص' = ٥(\frac{١}{س} + س^٤)^٤ \times (\frac{-١}{س^٢} + ٤س^٣)$

مثال ⑦

$ص = (س + ٣س^٣)^٤ \times (س+٢)$ حاصل ضرب

الحل

$ص' = (س+٣س^٣)^٤ \times ١ + (س+٢) \times ٤(س+٣س^٣)^٣ \times (١+٩س^٢)$

مثال ⑧

اذا كان $هـ(١) = ٢$ ، $هـ'(١) = -١$

وكانت $و(س) = (هـ(س) + س^٤)^٣$

فاوجد $و'(١)$

الحل

$و'(س) = ٣(هـ(س) + س^٤)^٢ \times (هـ'(س) + ٤س^٣)$ مشتقة داخل القوس

$و'(١) = ٣(هـ(١) + ١)^٢ \times (هـ'(١) + ٤)$

$= ٣(٢+١)^٢ \times (-١+٤)$

$= ٣ \times ٣^٢ \times ١$

$= ٢٧$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑨

اذا كان $ق(س) = \left(\frac{1}{1+ه(س)}\right)^{3}$

وكانت $ه(2) = -3$ ، $ه'(-2) = 3$

فاوجد $ق'(2)$

الحل

$ق'(س) = 3\left(\frac{1}{1+ه(س)}\right)^{2} \times \frac{-1 \times ه'(س)}{(1+ه(س))^{2}}$

$ق'(2) = 3\left(\frac{1}{1+ه(2)}\right)^{2} \times \frac{-ه'(-2)}{(1+ه(-1))^{2}}$

$= 3\left(\frac{1}{1-3}\right)^{2} \times \frac{-3}{(1-3)^{2}}$

$= 1 \times 3 \times \frac{-3}{16} = \frac{-9}{16}$

مثال ⑩

اذا كانت $ق(س) = (4س - 2)^{3}$

فجد $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(1+هـ) - ق(1)}{هـ}$

الحل

$\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(1+هـ) - ق(1)}{هـ} = ق'(1)$

$ق'(س) = 3(4س - 2)^{2} \times 4$

$ق'(1) = 3(4 \times 1 - 2)^{2} \times 4$

$= 3 \times 2^{2} \times 4 = 12 \times 4$

$= 48$

مثال ⑩

اذا كان $ق(س) = (3س - 1)^{2}$ وكان

$ق'(13) = 12$ اوجد قيمة س١

الحل

$ق'(س) = 2(3س - 1)^{1} \times 3$

$= 6(3س - 1)$

$ق'(13) = 6(3س_1 - 1) = 12$

$18س_1 - 6 = 12$

$18س_1 = 18$

$س_1 = 1$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١١)

$ص = \sqrt[3]{س^2 + 5}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (س^2 + 5)^{\frac{1}{3}}$

$ص' = \frac{1}{3}(س^2 + 5)^{-\frac{2}{3}} \times 2س$

$= \frac{2س}{3(س^2 + 5)^{\frac{2}{3}}}$

$= \frac{2س}{3\sqrt[3]{(س^2 + 5)^2}}$

مثال (١٢)

$ص = (4س + 5)^{\frac{3}{4}}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص' = \frac{3}{4}(4س + 5)^{-\frac{1}{4}} \times 4$

$= 3(4س + 5)^{-\frac{1}{4}}$

$= \frac{3}{(4س + 5)^{\frac{1}{4}}}$

$= \frac{3}{\sqrt[4]{4س + 5}}$

مثال (١٣)

$ص = \sqrt[3]{(س + 5)^2}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (س + 5)^{\frac{2}{3}}$

$ص' = \frac{2}{3}(س + 5)^{-\frac{1}{3}}$

$= \frac{2}{3(س + 5)^{\frac{1}{3}}}$

$= \frac{2}{3\sqrt[3]{س + 5}}$

مثال (١٤)

$ص = \sqrt[3]{س} + \frac{4}{س}$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = س^{\frac{1}{3}} + 4س^{-1}$

$ص' = \frac{1}{3}س^{-\frac{2}{3}} - 4س^{-2}$

$= \frac{1}{3\sqrt[3]{س^2}} - \frac{4}{س^2}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات وسائل الكتاب

تدريب ② ص ٩٩

اذا كان $ص = (س^2 + ٤س + ٥)^{-٢}$

جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص' = -٢(س^2 + ٤س + ٥)^{-٣} \times (٢س + ٤)$

السؤال الأول ص ١٠١

(٣) $ص = \sqrt{٤ع + ١}$ $\quad ع = ٤س^3 - ٩$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (٤ع + ١)^{\frac{١}{٢}}$ ، $ع = ٤س^3 - ٩$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= \frac{١}{٢}(٤ع + ١)^{-\frac{١}{٢}} \times ١٢س^2$

$= \frac{١}{\sqrt{٤ع + ١}} \times ٦س^2$

$= \frac{٦س^2}{\sqrt{٤س^3 - ٩ + ١}}$

السؤال الثاني ص ١٠١

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

أ) $ص = \sqrt{٤س^2 + ١}$

$ص = (٤س^2 + ١)^{\frac{١}{٢}}$

$ص' = \frac{١}{٢}(٤س^2 + ١)^{-\frac{١}{٢}} \times ٨س$

$= \frac{٤س}{\sqrt{٤س^2 + ١}}$

ب) $ق(س) = (٣ + س^2)^{-٣}$

$ق'(س) = -٣(٣ + س^2)^{-٤} \times ٢س$

$= \frac{-٦س}{(٣ + س^2)^{٤}}$

ج) $م(س) = (٤س + ١)^{٣}$

$م'(س) = ٣(٤س + ١)^{٢} \times ٤$

$= ١٢(٤س + ١)^{٢}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

ج) $ق(س) = س^{٤}(٥ - ٥س^{٣})^{٢}$

الحل

$ق'(س) = س^{٤}(٢)(٥ - ٥س^{٣})^{١} \times -١٥س^{٢}$
$+ (٥ - ٥س^{٣})^{٢} \times ٤س^{٣}$

هـ) $ص = (س + ٧س^{٢})(٩ - ٥س)$

الحل

$ص' = (س + ٧س^{٢}) \times -٥ +$
$(٩ - ٥س)(١ + ١٤س)$

السؤال الثالث ص ١٠١

جد ص لكل مما يأتي عند قيمة س المبينة ازاء كل منها

(أ) $ص = ٥ - ٣س^{٢}$ ، $س = ١-$

الحل

$ص = (٥ - ٣س^{٢})^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٢}(٥ - ٣س^{٢})^{-\frac{١}{٢}} \times -٦س$

$= \frac{-٣س}{\sqrt{٥ - ٣س^{٢}}}$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س = ١-} = \frac{-٣ \times -١}{\sqrt{٥ - ٣(-١)^{٢}}}$

$= \frac{٣}{\sqrt{٢}} = \frac{٣}{٢}$

(ب) $ص = ٥ - (١ - ٣س^{٢})^{-٣}$ ، $س = ١-$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = +٣(١ - ٣س^{٢})^{-٤} \times -٦س$

$= \frac{-١٨س}{(١ - ٣س^{٢})^{٤}}$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س = ١-} = \frac{-١٨(-١)}{(١ - ٣(-١)^{٢})^{٤}}$

$= \frac{١٨}{(-٢)^{٤}} = \frac{١٨}{١٦} = \frac{٩}{٨}$

السؤال الثالث ص١٠١

(٨) $ص = (س^2 - ٣)(٢ - ٤س^3)^2$ عند $س = ١$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = (س^2 - ٣) \times ٢(٢ - ٤س^3)^1 \times -١٢س^2$$
$$+ (٢ - ٤س^3)^2 \times ٢س$$

$$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = (١^2 - ٣) \times ٢(٢ - ٤)^1 \times -١٢ \times ١^2$$
$$+ (٢ - ٤ \times ١^3)^2 \times ٢ \times ١$$

$$= -١٢ \times (-٢)^1 \times -٢$$
$$+ (-٢)^2 \times ٢$$
$$= -٤٨ + ٨ = -٤٠$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مشتقة الجذر التربيعي

القاعدة

اذا كان $هـ(س) = \sqrt{و(س)}$

فإن

$$هـ'(س) = \frac{و'(س)}{٢\sqrt{و(س)}}$$

مشتقة الجذر التربيعي

$$= \frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{٢ \times \text{الجذر نفسه}}$$

مثال ①

$ص = \sqrt{٣ - س^٢}$ $\quad$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$$ص' = \frac{-٢س}{٢\sqrt{٣ - س^٢}}$$

(مشتقة ما داخل الجذر ← $-٢س$)

(الجذر نفسه ← $\sqrt{٣ - س^٢}$)

مثال ②

$ص = \sqrt{س}$

$$ص' = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

مثال ③

$ص = (١ + ٢س)^٣ + \sqrt{س^٣ - ١}$

جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$$ص' = ٣(١ + ٢س)^٢ \times ٢ + \frac{٣س^٢}{٢\sqrt{س^٣ - ١}}$$

مثال ④

$ص = \sqrt{س^٣ + ١}$ $\quad$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ٣$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٣س^٢}{٢\sqrt{س^٣ + ١}}$$

$$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=٣} = \frac{٣(٣)^٢}{٢\sqrt{٣^٣ + ١}} = \frac{٢٧}{٢\sqrt{٢٨}} = \frac{٢٧}{٤\sqrt{٧}}$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ⑤

اذا كان $ق(س) = \sqrt{ب ج - ٣}$

وكان $ق'(٢) = ١$ فجد قيمة الثابت ب ؟

الحل

$$ق'(س) = \frac{ب ج}{٢\sqrt{ب ج س - ٣}}$$

$$= \frac{ب}{\sqrt{ب ج س - ٣}} \quad \text{لكنه } ق'(٢) = ١$$

$$\Leftarrow \frac{ب}{\sqrt{ب ج ٢ - ٣}} = \frac{١}{١} \text{ بالضرب التبادلي}$$

$$\Leftarrow ب = \sqrt{ب ج - ٣} \text{ بالتربيع}$$

$$\Leftarrow ب^٢ = ب ج - ٣ \Leftarrow ب^٢ - ب ج + ٣ = ٠$$

$$(ب - ٣)(ب + ١) = ٠$$

$$ب = ٣ \text{ أو } ب = -١$$

مثال ⑥

اذا كان $ص = \sqrt{٥س - س^٣}$ فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٥ - ٣س^٢}{٢\sqrt{٥س - س^٣}}$$

$$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = \frac{٥ - ٣(١)^٢}{٢\sqrt{٥(١) - (١)^٣}} = \frac{٢}{٢\sqrt{٤}} = \frac{٢}{٤} = ١$$

مثال ⑦

اذا كانت $هـ(١) = ٨$ ، $هـ'(١) = ١$ فاوجد $ق'(١)$ اذا علمت ان $ق(س) = \sqrt{هـ(س) + س^٢}$

الحل

$$ق'(س) = \frac{هـ'(س) + ٢س}{٢\sqrt{هـ(س) + س^٢}}$$

$$ق'(١) = \frac{هـ'(١) + ٢(١)}{٢\sqrt{هـ(١) + (١)^٢}}$$

$$= \frac{٢ + ١}{٢\sqrt{٨ + ١}} = \frac{٣}{٢\sqrt{٩}} = \frac{٣}{٢ \times ٣} = \frac{١}{٢}$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑧

$ص = \sqrt{س}(\sqrt{س} + \frac{1}{\sqrt{س}} + س)$

فأوجد $ص'$ ؟

الحل

نفك الأقواس

$ص = \sqrt{س} \times \sqrt{س} + \sqrt{س} \times \frac{1}{\sqrt{س}} + \sqrt{س} \times س$

$= س + 1 + س^{\frac{1}{2}} \times س$

$= س + 1 + س^{\frac{3}{2}}$

$ص' = 1 + 0 + \frac{3}{2} س^{\frac{1}{2}}$

$ص' = 1 + \frac{3}{2}\sqrt{س}$

مثال ⑨

$ص = \frac{س}{\sqrt{س} + 2}$ أوجد $ص'$

الحل

$ص' = \frac{(\sqrt{س} + 2) \times 1 - س \times \frac{1}{2\sqrt{س}}}{(\sqrt{س} + 2)^2}$

مثال ⑩

إذا كان $هـ(1) = 4$ ، $هـ'(1) = 2$

وكانت $و(س) = س\sqrt{هـ(س)}$

فأوجد $و'(1)$

الحل

$و'(س) = س \times \frac{هـ'(س)}{2\sqrt{هـ(س)}} + 1 \times \sqrt{هـ(س)}$

$و'(1) = 1 \times \frac{هـ'(1)}{2\sqrt{هـ(1)}} + \sqrt{هـ(1)}$

$= 1 \times \frac{2}{2\sqrt{4}} + \sqrt{4}$

$= 1 \times \frac{2}{4} + 2 = 1 + 2 = 3$

مثال ⑪

$و(س) = \sqrt{هـ(س)}$ ، وكانت $و'(1) = 2$

$هـ(1) = 4$ ، فأوجد $هـ'(1)$

الحل

$و'(س) = \frac{هـ'(س)}{2\sqrt{هـ(س)}}$

$و'(1) = \frac{هـ'(1)}{2\sqrt{هـ(1)}} \Leftarrow 2 = \frac{هـ'(1)}{2\sqrt{4}}$

ضرب تبادلي

$2 \times 4 = هـ'(1) \Leftarrow هـ'(1) = 8$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

تدريبات وعارين الكتاب

تدريب ③ ص ١٠

① اذا كانت ص = $\sqrt{-س^2 - س + 3}$

جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{-2س - 1}{2\sqrt{-س^2 - س + 3}}$$

② $ص = \sqrt[3]{2 - س}$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (2 - س)^{\frac{1}{3}}$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{3}(2 - س)^{-\frac{2}{3}} \times -1$$

$$= \frac{-1}{3\sqrt[3]{(2 - س)^2}}$$

$$= \frac{-1}{3\sqrt[3]{(2 - س)^2}}$$

السؤال الأول ص ١١

④ $ص = \sqrt{ع + 1}$ ، $ع = 4 - س^2$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{ع + 1}} \times -2س$$

$$= \frac{-2س}{\sqrt{4 - س^2 + 1}} = \frac{-2س}{\sqrt{5 - س^2}}$$

السؤال الثالث

③ $ص = \sqrt{3س^2 + 5}$ ، $س = 0$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{3س}{2\sqrt{3س^2 + 5}}$$

$$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=0} = \frac{0 \times 3}{2\sqrt{0 + 5}} = \frac{0}{2\sqrt{5}}$$

= صفر

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مشتقة الاقترانات المثلثية

القاعدة ①

① $ه(س) = حاس$ ، $ه'(س) = حتاس$

② $ه(س) = حتاس$ ، $ه'(س) = -حاس$

③ $ه(س) = ظاس$ ، $ه'(س) = قا^٢س$

ملاحظة

$$ظاس = \frac{حاس}{حتاس}$$

مثال ①

$ص = ٣ حتاس - ٥ حاس$

$$\frac{د ص}{د س} = -٣ حاس - ٥ حتاس$$

مثال ②

$ص = ٧ حتاس - ٧ ظاس$

$صَ = -٧ حاس - ٧ قا^٢س$

مثال ③

$$ص = \sqrt{حاس + حتاس}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{حتاس - حاس}{٢\sqrt{حاس + حتاس}}$$

مثال ④

$ه(س) = س ظاس$ أوجد $ه'(س)$

حاصل ضرب

الحل

$ه'(س) = س \times قا^٢س + ظاس \times ١$

مثال ⑤

$ه(س) = ٥ س^٢ حتاس + ٣ ظاس$

فأوجد $ه'(س)$ ← حاصل ضرب

الحل ← مشتقة حاصل ضرب

$ه'(س) = ٥ س^٢ \times -حاس + حتاس \times ١٠ س + ٣ قا^٢س$

مكتبة الوسام ALWSSAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

$$ه(س) = \frac{س \, ظاس}{1 + ظاس} \quad \text{جد } ه'(س)$$

الحل

$$ه'(س) = \frac{(1+ظاس)(س \, قا^2 س) - (س \, ظاس)(قاس \, ظاس)}{(1+ظاس)^2}$$

البسط مشتقة حاصل ضرب

مثال ⑦

$$ص = حاس \, ظاس + \sqrt{س+1}$$

اوجد $ص'$

الحل

$$ص' = حاس \times قا^2 س + حاس + ظاس \times ظاس + \frac{1}{2\sqrt{س+1}}$$

$$= قا^2 س + ظا^2 س + \frac{1}{2\sqrt{س+1}}$$

مثال ⑧

$$ه(س) = \frac{حاس}{1+ظاس}$$

أوجد $ه'(س)$

الحل

$$ه'(س) = \frac{(1+ظاس) \times ظاس - حاس \times قا^2 س}{(1+ظاس)^2}$$

$$= \frac{ظاس + ظا^2 س + قا^2 س}{(1+ظاس)^2}$$

مثال ⑧

اذا كان $ه(س) = قاس$ فاوجد

الحل

$$ه(س) = قاس = \frac{1}{ظاس}$$

$$ه'(س) = \frac{-1 \times قاس}{(ظاس)^2}$$

$$= \frac{حاس}{ظا^2 س}$$

ملاحظة

$$قاس = \frac{1}{ظاس}$$

مكتبة الوسام ALWSAM
تعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٩)

$ص = ٤س + \frac{ظاس}{٤} - ٥ جتاس$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س} = ٤ + \frac{قا^٢ س}{٤} - ٥ \times -جاس$

$= ٤ + \frac{قا^٢ س}{٤} + ٥ جاس$

مثال (١٠)

$ص = \frac{س}{ظاس}$ أوجد $ص'$

$ص' = \frac{ظاس \times ١ - س \times قا^٢ س}{(ظاس)^٢}$

مثال (١١)

$ص = \frac{ظاس - ٣}{٢ + جاس}$ جد $ص'$

الحل

$ص' = \frac{(٢ + جاس) \times قا^٢ س - (ظاس - ٣) \times جتاس}{(٢ + جاس)^٢}$

مثال (١٢)

$ص = ٥س ظاس$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = ٥س \times قا^٢ س + ظاس \times ٥$

مثال (١٣)

$ص = س^٢ جتاس$ جد $ص'$

الحل

$ص' = س^٢ \times -جاس + جتاس \times ٢س$

مثال (١٤)

اذا كان $ه(س) = جا^٢ س$ فاوجد $ه'(س)$

الحل

$ه(س) = (جاس)^٢$ مشتقة القوس

$ه'(س) = ٢(جاس)^١ \times جتاس$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٥)

$ص = (ظاس + س)^{٥}$ اوجد $ص'$

الحل

$ص' = ٥(ظاس + س)^{٤} \times (قا^{٢}س + ١)$

مثال (١٦)

$ص = حا^{٣}س + حتاس$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (حاس)^{٣} + حتاس$

$ص' = ٣(حاس)^{٢} \times حتاس - حاس$

مثال (١٧)

$ص = (١ - حتاس)^{-٤}$

الحل

$ص' = -٤(١ - حتاس)^{-٥} \times -حاس$

$= -٤حاس(١ - حتاس)^{-٥}$

مثال (١٨)

$ص = حتا^{٢}س ظاس$ جد $ص'$

الحل

$ص = حتا^{٢}س \times \frac{حاس}{حتاس}$

$= حتاس حاس$

$ص' = حتاس \times حتاس + حاس \times -حاس$

$= حتا^{٢}س - حا^{٢}س$

مثال (١٩)

$ص = \left(\frac{١}{حاس + ١}\right)^{٣}$ جد $ص'$

$ص' = ٣\left(\frac{١}{حاس + ١}\right)^{٢} \times \frac{-١ \times حتاس}{(حاس + ١)^{٢}}$

مثال (٢٠)

$ص = \sqrt{حاس}$

$ص' = \frac{حتاس}{٢\sqrt{حاس}}$

مكتبة الرسام AWSAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (٢١)

$ص = \sqrt[3]{٣ جتا س - ظا^{٣} س}$

جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (٣ جتا س - ظا^{٣} س)^{\frac{١}{٣}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٣}(٣ جتا س - ظا^{٣} س)^{-\frac{٢}{٣}} \times (-٣ جا س - ٣ ظا^{٢} س قا^{٢} س)$

مثال (٢٢)

$ص = \sqrt{ظا س - ٢ جتا س - ٥ جا س}$

جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{قا^{٢} س - ٢ جا س - ٥ جتا س}{٢\sqrt{ظا س - ٢ جتا س - ٥ جا س}}$

$= \frac{قا^{٢} س + ٢ جا س - ٥ جتا س}{٢\sqrt{ظا س - ٢ جتا س - ٥ جا س}}$

مثال (٢٣)

$ص = ظا^{٣} س - \sqrt{جتا س + ١}$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = ٣ ظا^{٢} س \times قا^{٢} س - \frac{- جا س}{٢\sqrt{جتا س + ١}}$

مثال (٢٤)

$و(س) = \frac{س^{٢}}{\sqrt{س + جا س}}$ أوجد و'(س)

الحل

فشتقه قسمه اقفل اسف

$و'(س) = \frac{\sqrt{س + جا س} \times ٢ س - س^{٢} \times \frac{١ + جتا س}{٢\sqrt{س + جا س}}}{(\sqrt{س + جا س})^{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٢٥)

اذا كانت

ص = ٢ع + ١ ، ع = جتا س

فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

= ٢ × -جا س

= -٢ جا س

مثال (٢٦)

ص = جتا ع ، ع = ظا س

أوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

= -جا ع × قا٢ س

= -جا (ظا س) × قا٢ س

مثال (٢٧)

اذا كان ق(س) = ٣س

فاوجد $\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$ هـ ← ٠

الحل

$\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$ = ق'(س) هـ ← ٠

ق'(س) = ٣س٢ × جا س

مثال (٢٨)

ق(س) = جتا٢ س فاوجد

$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$ ع ← س

الحل

$\frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$ = ق'(س) ع ← س

ق'(س) = ٢ جا س × -جا س

= -٢ جا س جا س

تدريب ① ص ١٠٣

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

① $ص = \frac{٢}{ح ا س} + ظ ا س + ٢ س$

$ص' = \frac{-٢ \times ح ا س + ٢}{(ح ا س)^{٢}} + ق أ س + ٢$

$ص' = \frac{٢ ح ا س}{(ح ا س)^{٢}} + ق أ س + ٢$

② $ص = ح ا س ظ ا س$

الحل

$ص = \frac{ح ا س \times ح ا س}{ح ا س} = ح ا س$

$ص' = ح ا س$

③ $ص = ح ا س ح ا س$

$ص' = ح ا س \times -ح ا س + ح ا س \times ح ا س$

$= -ح أ س + ح ا^{٢} س$

④ $ص = س^{٢} ظ ا س$

$\frac{د ص}{د س} = س^{٢} \times ق أ س + ظ ا س \times ٢ س$

مكتبة الوسام ALWESAM
اعداد: ناجح الجمزاوي

القاعدة ②

ه(س)	ه'(س)
جا و(س)	و'(س) جتا و(س)
جتا و(س)	− و'(س) جا و(س)
ظا و(س)	و'(س) قا² و(س)

بشكل عام

ه'(س) = مشتقة المقدار × مشتقة المقدار

مثال ①

جد ه'(س) لكل مما يلي

① ص = جا س²

ص' = ٢ س جتا س²

② ص = ظا ٥س

ص' = ٥ قا² ٥س

③ ص = جتا (س³ + ٥س)

ص' = (٣س² + ٥) × − جا (س³ + ٥س)

= − (٣س² + ٥) جا (س³ + ٥س)

④ ص = جا (جتا س)

ص' = − جا س جتا (جتا س)

⑤ ص = ظا² ٦س

الحل

ص = (ظا ٦س)²

ص' = ٢ (ظا ٦س)¹ × قا² ٦س × ٦ مشتقة القوس

= ١٢ ظا ٦س قا² ٦س

⑥ ص = جا³ ٣س²

الحل

ص = (جا ٣س²)³

ص' = ٣ (جا ٣س²)² × جتا ٣س² × ٦س

= ١٨ س (جا ٣س²)² جتا ٣س²

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ②

جد $و'(س)$ لكل مما يأتي

① $و(س) = حا^{٢}س - جتا س^{٢}$

$و'(س) = ٢ جتا س^{٢} - س^{٢} \times ٢ - حا س^{٢}$

$= ٢ جتا س^{٢} + ٢ س^{٢} حا س^{٢}$

② $و(س) = ظا(٣س^{٢}+١)$

$و'(س) = ٦ س \, قا^{٢}(٣س^{٢}+١)$

③ $و(س) = (جتا س^{٣})^{٢}$

$و'(س) = ٢(جتا س^{٣})^{١} \times -٣ س^{٢} حا س^{٣}$

$= -٦ س^{٢} جتا س^{٣} حا س^{٣}$

④ $و(س) = س^{٢} حا(س^{٢}-س)$

الحل

مشتقة حاصل ضرب

$و'(س) = س^{٢} \times (٢س-١) جتا(س^{٢}-س) + حا(س^{٢}-س) \times ٢س$

⑤ $و(س) = \frac{٦}{(جتا ٣س)^{٥}}$

مشتقة قسمة الاقتران

$و'(س) = \frac{-٦ \times ٥ (جتا ٣س)^{٤} \times -٣ حا ٣س}{((جتا ٣س)^{٥})^{٢}}$

$= \frac{-٩٠ حا ٣س \, جتا^{٤} ٣س}{جتا^{١٠} ٣س}$

⑥ $و(س) = حا^{٧} س$

$و'(س) = \frac{١}{٧ حا^{٦} س} جتا ٧س$

⑦ $ص = ظا^{٣} ٢س$

الحل

$ص = (ظا ٢س^{٢})^{٣}$

$ص' = ٣(ظا ٢س^{٢})^{٢} \times ٤ قا^{٢} ٢س$

$= ٦ ظا^{٢} ٢س \, قا^{٢} ٢س$

مكتبة الوسام ALWESAM للعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ③

$ق(س) = \sqrt{جتا س + س}$ جد $ق'(س)$

الحل

$$ق'(س) = \frac{-٥ حا س + ١}{٢\sqrt{جتا س + س}}$$

مثال ④

$ص = ٣ حا^{٤} س + جتا^{٣} س - ظا ٢س$

جد $ص'$

الحل

$ص' = ٣ \times ٤ حا^{٣} س جتا س + ٣ جتا^{٢} س \times -حا س - ٢ قا^{٢} ٢س$

مثال ⑤

$ص = (حا س)^{٣} (١ + جتا س)$

مشتقة حاصل ضرب

$ص' = (حا س)^{٣} \times -حا س + (١ + جتا س) \times ٣ (حا س)^{٢} \times جتا س$

مثال ⑥

$ص = (حا ٣س + جتا س)^{-٣}$

مشتقة القوس

الحل

$ص' = -٣ (حا ٣س + جتا س)^{-٤} \times$

$(٣ جتا ٣س - ٥ حا س)$

مثال ⑦

$ص = \sqrt[٣]{حا ٢س}$

الحل

$ص = (حا ٢س)^{\frac{١}{٣}}$

$ص' = \frac{١}{٣} (حا ٢س)^{-\frac{٢}{٣}} \times جتا ٢س \times ٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام: ناجح الجمزاوي

مثال ⑧

اذا كان
ص = ٥ع^{٢} - ٥ ، ع = جتا٦س
فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= ١٠ع \times -٦جا٦س$
$= ١٠(جتا٦س) \times -٦جا٦س$
$= -٦٠ جتا٦س جا٦س$

مثال ⑨

ص = ظا٣ع ، ع = جتا س^{٢}
اوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= ٣ قا^{٢} ٣ع $\times -٢ جا س$
$= ٣ قا^{٢} ٣(جتا س^{٢}) $\times -٢ س جا س$

مثال ⑩

اذا كانت د(س) = ظا س^{٣}
فاوجد هـ(ع) - د(س)
$\lim_{ع \to س}$ ع - س

الحل

هـ(ع) - د(س)
$\lim_{ع \to س}$ ع - س = د'(س)

د'(س) = ٣ ظا س^{٢} × قا^{٢} س × ١
= ٣ س^{٢} ظا س^{٢} قا^{٢} س

مثال ⑪

د(س) = جتا٤ س^{٥} فاوجد
هـ(س + هـ) - د(س)
$\lim_{هـ \to ٠}$ هـ

الحل

هـ(س + هـ) - د(س)
$\lim_{هـ \to ٠}$ هـ = د'(س)

د'(س) = ٥ جتا٤ س^{٤} × -جا٤ س × ٤
= -٢٠ جتا٤ س^{٤} جا٤ س

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات وتمارين الكتاب

تدريب ② ص١٠٥

جـ $\frac{ص}{س}$ لكل مما يأتي

① $ص = ظا^{٣}س$

$ص' = ٣ ظا^{٢}س \times قا^{٢}س$

② $ص = ٢ جتا٤س + جا^{٢}س - ظا(٥س+١)$

$ص' = ٢ \times -٤ جا٤س + ٢ جاس جتاس - ٥ قا^{٢}(٥س+١)$

تدريب ③ ص١٠٦

$و(س) = ظا(س^{٢}+٥) جـ و(س)$

الحل

$و'(س) = ٢س قا^{٢}(س^{٢}+٥)$

تفكر وناقش ص١٠٦

$و(س) = ظا^{٣}(٥+س^{٢})$

$و'(س) = ٣ ظا^{٢}(٥+س^{٢}) \times$
$قا^{٢}(٥+س^{٢}) \times ٢س$

$= ٦س ظا^{٢}(٥+س^{٢}) قا^{٢}(٥+س^{٢})$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الأسئلة ص ١٠٧

جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يأتي

(أ) $ص = س^{٢} \text{حا} س$

حاصل ضرب

$ص' = س^{٢} \times \text{جتا} س + \text{حا} س \times ٢س$

(ب) $ص = \frac{\text{حا} س}{\text{جتا} س + ١}$

$ص' = \frac{(\text{جتا} س + ١) \times \text{جتا} س - \text{حا} س \times - \text{حا} س}{(\text{جتا} س + ١)^{٢}}$

$= \frac{\text{جتا}^{٢} س + \text{جتا} س + \text{حا}^{٢} س}{(\text{جتا} س + ١)^{٢}}$

(ج) $ص = ٥ س^{٢} \text{جتا} س - \text{ظا} س$

حاصل ضرب

$ص' = ٥ س^{٢} \times - \text{حا} س + \text{جتا} س \times ١٠ س$

$- \text{قا}^{٢} س$

(د) $ص = س \text{ ظا} س + (س^{٢} + ١)^{٢}$

$ص' = س \times \text{قا}^{٢} س + \text{ظا} س \times ١ +$

$٢ (س^{٢} + ١)^{١} \times ٢س$

$= س \text{ قا}^{٢} س + \text{ظا} س + ٤س (س^{٢} + ١)$

(هـ) $هـ(س) = \text{ظا}^{٣} س + \text{جتا} س$

$هـ' = ٢ \text{ظا}^{٢} س \times \text{قا}^{٢} س \times ٣ - \text{حا} س$

$= ٣ \text{ظا}^{٢} س \text{ قا}^{٢} س - \text{حا} س$

(و) $ص = (\text{جتا}^{٢} س)^{٦}$

$ص' = ٦ (\text{جتا}^{٢} س)^{٥} \times - \text{حا} ٢س \times ٢$

$= - ١٢ (\text{جتا}^{٢} س)^{٥} \text{حا} ٢س$

(ز) $ص = \text{حا} (٣س + ٥)$

$ص' = ٣ \text{ جتا} (٣س + ٥)$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

(ج) $ص = ٣حا^{٤}س - جتا^{٢}س - ظا^{٤}س$

$ص' = ٤ \times ٣ حتا^{٤}س - ٣ جتا^{٢}س \times -حاس$
$- قا^{٢}س \times ٤س$

$= ١٢ حتا^{٤}س + ٣ جتا^{٢}س حاس$
$- ٤س قا^{٢}س$

(ط) $ص = (حاس - جتاس)^{-٣}$

$ص' = -٣(حاس - جتاس)^{-٤} \times$
$(جتاس + حاس)$
مشتقة الزاوية

(ي) $ص = \frac{حا^{٢}س(١ - جتاس)}{\text{حاصل ضرب}}$

$ص' = حا^{٢}س \times -حاس +$
$(١ - جتاس) \times ٢ حاس جتاس$

$= -حا^{٣}س + (١ - جتاس) \times ٢ حاس جتاس$

(ك) $ص = \frac{(س حاس)^{٣} ظاس}{\text{حاصل ضرب}}$

$ص' = \underbrace{(س حاس)^{٣}}_{\text{الاول}} \times \underbrace{قا^{٢}س}_{\text{مشتقة الثاني}} +$
$\underbrace{ظاس \times ٣}_{\text{الثاني}} \underbrace{(س حاس)^{٢}}_{\text{مشتقة الاول}} \times$
$\frac{(س \times جتاس + حاس \times ١)}{\text{مشتقة القوس عباره عن حاصل ضرب}}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

اسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

اذا كان $ق(س) = ٦ ظا س - جتا ٤س$

أوجد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = ٦ قا^٢ س - ٤ × -جا ٤س$

$= ٦ قا^٢ س + ٤ جا ٤س$

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

ميل المماس الأول للأقتران

$ق(س) = ظا ٤س + جتا س$

الحل

$ق'(س) = ٢ ظا ٤س × قا^٢ ٤س × ٤$

$- جا س$

$= ٨ ظا ٤س قا^٢ ٤س - جا س$

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

اذا علمت ان $ص = \sqrt{٤ع + ١}$

$ع = ٤س^٣ - ٩$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= \frac{١}{٢\sqrt{٤ع + ١}} \times ١٢ س^٢$$

$$= \frac{٦ س^٢}{\sqrt{٤ع + ١}}$$

$$= \frac{٦ س^٢}{\sqrt{٤س^٣ - ٩ + ١}}$$

$$= \frac{٦ س^٢}{\sqrt{٤س^٣ - ٨}}$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

اذا كان $ق(س) = (٤س - ١)^{٢}$ وكان $ق'(س) = ٤$ ، أوجد قيمة $س_١$

الحل

$ق'(س) = ٢(٤س - ١)^{١} \times ٤$

$= ٨س - ٤$

$ق'(س_١) = ٨س_١ - ٤ = ٤$

$٨س_١ = ٨ \Leftarrow س_١ = ١$

وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا علمت ان $ق(س) = أس + (ظا٤س)^{٢}$

جد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}} + ٢(ظا٤س)^{١} \times قا^{٢}٤س \times ٤$

$= \frac{١}{٢\sqrt{س}} + ٨ ظا٤س قا^{٢}٤س$

وزارة (٢٠١٠) صيفية

اذا كان $ق(س) = حا٣س$

فاوجد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

الحل

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = ق'(س)$

$\Leftarrow ق'(س) = ٣ جتا٣س$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا كان $ق(س) = ٢ جتا٣س$

أوجد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = ٢ \times ٣ \times -حا٣س$

$= -٦ حا٣س$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٣) شتوية

① اذا علمت ان $ق(س) = ٦\sqrt{س}$

فاوجد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٩+هـ) - ق(٩)}{هـ}$

الحل

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٩+هـ) - ق(٩)}{هـ} = ق'(٩)$$

$$ق'(س) = ٦ \times \frac{١}{٢\sqrt{س}} = \frac{٣}{\sqrt{س}}$$

$$ق'(٩) = \frac{٣}{\sqrt{٩}} = \frac{٣}{٣} = ١$$

② $ق(س) = جتا ٤س$ أوجد $ق''(س)$

الحل

$$ق'(س) = -٤ جا ٤س$$

$$ق''(س) = -٤ \times ٤ جتا ٤س$$

$$= -١٦ جتا ٤س$$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

اذا كان $ق(س) = ظا ٣س$

فاوجد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

الحل

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = ق'(س)$$

$$ق'(س) = ٣ ق^{٢} ٣س$$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

جد $\frac{د ص}{د س}$ اذا كان

$$ص = \sqrt{٤ظ - ١} \quad ، \quad ظ = ٦ظا س$$

الحل

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ظ} \times \frac{د ظ}{د س}$$

$$= \frac{١}{٢\sqrt{٤ظ - ١}} \times ٦ ق^{٢} ٣س$$

$$= \frac{٣ ق^{٢} ٣س}{\sqrt{٦ظا س - ١}}$$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) صيفية

اذا كان $ق(س) = س^{٣} - ٢س$

فاوجد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

الحل

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ} = ق'(١)$

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ٢ \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$ق'(١) = ٣(١)^{٢} - \frac{١}{\sqrt{١}} = ٣ - ١ = ٢$

وزارة (٢٠١٥) صيفية

① اوجد $\frac{دص}{دس}$ اذا علمت ان

$ص = \sqrt{٤ع + ١}$ ، $ع = ١ - ٢س$

الحل

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{٤ع+١}} \times -٢ = \frac{-١}{\sqrt{٤ع+١}}$

$= \frac{-١}{\sqrt{١-٢س+١}} = \frac{-١}{\sqrt{٢-٢س}}$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

جد $\frac{دص}{دس}$ اذا علمت ان

$ص = \frac{٨}{٣-٢س^{٤}} - ٥جا^{٤}س$

$ص' = \frac{-٨ \times ٢ \times ٤(-٢س^{٣})}{(٣-٢س^{٤})^{٢}} - ٥ \times ٤جا^{٣}س \times جتاس$

$= \frac{-١٦}{(٣-٢س^{٤})^{٢}} - ١٠جا^{٣}س جتاس$

② اذا كان $ق(س) = (٥س - ١)^{٣}$

اوجد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

الحل

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ} = ق'(١)$

$ق'(س) = ٣(٥س-١)^{٢} \times ٥$

$ق'(١) = ١٥(٥-١)^{٢} = ١٥ \times ١٦ = ٢٤٠$

مكتبة السيسم ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦) شتوية

جد $\frac{د ص}{د س}$ اذا علمت ان

$ص = س^{٢} جتا س + ظا^{٥} س$

$\frac{د ص}{د س} = س^{٢} \times -جا س + جتا س \times ٢س$

$+ ٥ ظا^{٤} س قا^{٢} س \times$

$= -س^{٢} جا س + ٢س جتا س$

$+ ١٠ ظا^{٤} س قا^{٢} س$

وزارة (٢٠١٦) صيفية

جد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

① $ص = س^{٢} ظا ٢س + \frac{١}{س}$

$ص' = س^{٢} \times ٢ قا^{٢} ٢س \times ٢ + ظا ٢س \times ٢س$

$- \frac{١}{س^{٢}}$

$= ٤س^{٢} قا^{٢} ٢س + ٢س ظا ٢س - \frac{١}{س^{٢}}$

② $ص = ٤^{٣} - ٦٤ ، ٤ = \sqrt{١ + ٣س^{٢}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ٤} \times \frac{د ٤}{د س}$

$= (٣٤^{٢} - ٦) \times \frac{٦س}{٢\sqrt{١ + ٣س^{٢}}}$

$= (٣(\sqrt{١ + ٣س^{٢}})^{٢} - ٦) \times \frac{٣س}{\sqrt{١ + ٣س^{٢}}}$

وزارة (٢٠١٧) شتوية

جد $\frac{د ص}{د س}$

$ص = س^{٢} جا س$

$\frac{د ص}{د س} = س^{٢} \times جتا س + جا س \times ٢س$

$= ٥س^{٢} جتا س + ٢س جا س$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

المشتقات العليا

اذا كانت ص = ه(س) فإن المشتقة الأولى تعطى بأحد الرموز التالية .

$ص' = \frac{د ص}{د س} = ه'(س) = (ه(س))'$

ولو قمنا باشتقاق المشتقة الأولى مرة اخرى فاننا نحصل على المشتقة الثانية ويرمز لها

$ص'' = \frac{د^2 ص}{د س^2} = ه''(س)$

ملاحظة

$ه''(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{ه'(س+ه) - ه'(س)}{ه}$

$ه''(٢) = \lim_{ه \to 0} \frac{ه'(٢+ه) - ه'(٢)}{ه}$

مثال ①

اذا كان ه(س) = ٣س^3 + ٤س + ١

فاوجد ه'' (س)

الحل

ه'(س) = ٦ س + ٤

ه'' (س) = ٦

مثال ②

ه(س) = ٤ − ٥س^3 − ٤س^2

اوجد ه'' (١)

الحل

ه'(س) = − ١٥ س^2 − ٨ س

ه''(س) = − ٣٠ س − ٨

ه''(١) = − ٣٠ × ١ − ٨

= − ٣٠ − ٨ = − ٣٨

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ③

$ص = س جتاس + ٢ جتاس$

أوجد $\frac{د^٢ ص}{د س^٢}$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = س جتاس + جتاس \times ١ \times ٢ - ٢ جتاس$

$= س جتاس + جتاس - ٢ جتاس$

$= س جتاس - جتاس$

$\frac{د^٢ ص}{د س^٢} = س \times -جتاس + جتاس \times ١ - جتاس$

$= -س جتاس + جتاس - جتاس$

$= -س جتاس$

مثال ④

$ص = \frac{٣}{س}$ $\quad س \neq ٠$

اوجد $ص''$ ؟

الحل

$ص' = \frac{-٣}{س^٢}$

$ص'' = \frac{-٣ \times ٢ س}{(س^٢)^٢} = \frac{-٦ س}{س^٤}$

$= \frac{-٦}{س^٣}$

مثال ⑤

اذا كان $ق(س) = \frac{س^٣}{٣} - ٢س^٢ + ٤س + ٥$

اوجد اصفار المشتقة الأولى واصفار المشتقة الثانية

الحل

$ق'(س) = \frac{٣ س^٢}{٣} - ٤س + ٤$

$= س^٢ - ٤س + ٤ = ٠$

$(س - ٢)(س - ٢) = ٠$

$س = ٢$ اصفار $ق'(س)$

$ق''(س) = ٢س - ٤ = ٠$

$٢س = ٤$

$\frac{٢س}{٢} = \frac{٤}{٢}$

$س = ٢$

مكتبة الهمام ALWESAM التعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

اذا كان $هـ(س) = ٢س^{٣} - س^{٢}$

فاوجد هنا $\frac{هـ(١+هـ) - هـ(١)}{هـ}$ ، $هـ \to ٠$

الحل

هنا $\frac{هـ(١+هـ) - هـ(١)}{هـ} = هـ'(١)$ ، $هـ \to ٠$

$هـ'(س) = ٦س^{٢} - ٢س$

$هـ'(س) = ١٢س - ٢$

$هـ'(١) = ١٢ \times ١ - ٢ = ١٠$

مثال ⑦

اذا كانت $هـ'(س) = ٣س^{٢} - ٥$

فاوجد $هـ'(١)$

الحل

$هـ'(س) = ٣س^{٢} - ٥$

$هـ'(س) = ٦س$

$هـ'(١) = ٦ \times ١$

$= ٦$

مثال ⑧

اذا كان

$هـ(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} - \frac{١}{٢}س^{٢} + ٣س - ٥$

وكان $هـ'(م) = ٧$ فاوجد قيمة م ؟

الحل

$هـ'(س) = \frac{١}{٣} \times ٣س^{٢} - \frac{١}{٢} \times ٢س + ٣$

$= س^{٢} - س + ٣$

$هـ'(س) = ٢س - ١$

$هـ'(م) = ٢م - ١ = ٧$

$٢م = ٨ \Leftarrow$

$م = ٤ \Leftarrow$

مثال ⑨

$هـ(س) = (س - ٣)(س^{٥} - ١)$

أوجد $هـ'(٠)$

الحل

$هـ'(س) = (س - ٣) \times ٥س^{٤} + (س^{٥} - ١) \times ١$

$= ٥س^{٥} - ١٥س^{٤} + س^{٥} - ١$

$= ٦س^{٥} - ١٥س^{٤} - ١$

$هـ'(س) = ٣٠س^{٤} - ٦٠س^{٣}$

$هـ'(٠) = ٣٠(٠)^{٤} - ٦٠(٠)^{٣} =$ صفر

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (١٠)

اذا كانت $ص = \frac{س}{س+١}$

اوجد $ص''$ ؟

الحل

$ص' = \frac{(س+١)\times ١ - س \times ١}{(س+١)^{٢}}$

$= \frac{س+١ - س}{(س+١)^{٢}}$

$= \frac{١}{(س+١)^{٢}}$

$ص'' = \frac{-١ \times ٢(س+١) \times ١}{((س+١)^{٢})^{٢}}$

$= \frac{-٢س - ٢}{(س+١)^{٤}}$

مثال (١١)

اذا كان $هـ(٤) = ٥$ ، $هـ'(٤) = -١$

$هـ''(٤) = ٢$ اوجد

$\left(\frac{هـ}{هـ'}\right)'(٤)$

الحل

$\left(\frac{هـ}{هـ'}\right)'(٤) = \frac{هـ'(٤) \times هـ'(٤) - هـ(٤) \times هـ''(٤)}{(هـ'(٤))^{٢}}$

$= \frac{-١ \times -١ - ٥ \times ٢}{(-١)^{٢}}$

$= \frac{١ - ١٠}{١} = -٩$

مثال (١٢)

$هـ(س) = \sqrt{س}$ اوجد $هـ''(س)$

$س > ٠$

الحل

$هـ'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$هـ''(س) = \frac{-١ \times ٢ \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}}{(٢\sqrt{س})^{٢}}$

$= \frac{\frac{١}{\sqrt{س}}}{٤س} = \frac{١}{٤س \times ٢\sqrt{س}}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٣)

ص = (س + ٤)^{٣} اوجد ص′

الحل

ص′ = ٣(س + ٤)^{٢} × ١

= ٣(س + ٤)^{٢}

ص″ = ٣ × ٢(س + ٤) × ١

= ٦ س + ٢٤

مثال (١٤)

اذا كان ق(س) = س هـ(س)

وكان هـ(١) = ١ ، هـ′(١) = ٢

هـ″(١) = −٢

الحل

ق′(س) = س × هـ′(س) + هـ(س) × ١

= س هـ′(س) + هـ(س)

ق″(س) = س × هـ″(س) + هـ′(س) × ١ + هـ′(س)

ق″(١) = ١ × هـ″(١) + هـ′(١) + هـ′(١)

= ١ × −٢ + ٢ + ٢

= −٢ + ٤ = ٢

مثال (١٥)

ص = جتا^{٣}س فاوجد ص″

الحل

ص′ = ٣ جتا^{٢}س × −جاس

= −٣ جتا^{٢}س × جاس حاصل ضرب الاول في الثاني

ص″ = −٣ جتا^{٢}س × جتاس + جاس × −٦ جتاس × −جاس

= −٣ جتا^{٣}س + جاس + ٦ جتاس جا^{٢}س

مثال (١٦)

ق(س) = جا(س^{٢} + ٤س)

اوجد ق″(س)

الحل

ق′(س) = جتا(س^{٢} + ٤س) × (٢س + ٤)

= (٢س + ٤) جتا(س^{٢} + ٤س) عاكس ضرب

ق″(س) = (٢س + ٤) × (٢س + ٤) × −جا(س^{٢} + ٤س) + جتا(س^{٢} + ٤س) × ٢

مكتبة الوسام ALWESAM الموقع الرسمي للأستاذ ناجح الجمزاوي

مثال (١٧)

اذا كان $ه(س) = أس^{٣} - ب س^{٢} + ٣$

وكان $ه'(١) = ٧$ ، $ه''(٠) = ١٠$

جد قيمة أ، ب ؟

الحل

$ه'(س) = ٣أس^{٢} - ٢ب س$

$ه'(١) = ٣أ - ٢ب = ٧$ ... ①

$ه''(س) = ٦أس - ٢ب$

$ه''(٠) = ٦ \times ٠ - ٢ب = ١٠$

$-٢ب = ١٠ \Leftarrow ب = -٥$

نعوض ب في معادلة ①

$\Leftarrow ٣أ - ٢ \times -٥ = ٧$

$٣أ + ١٠ = ٧$

$-١٠ \quad -١٠$

$\frac{٣أ}{٣} = \frac{-٣}{٣}$

$أ = -١$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات وتمارين الكتاب

تدريب ① ص ١٠٩

جد $\frac{د^٢ص}{د س^٢}$ لكل مما يأتي

① $ص = س^٢ + جتاس$

$\frac{د ص}{د س} = ٢س - جاس$

$\frac{د^٢ص}{د س^٢} = ٢ - جتاس$

② $ص = س \quad س^{٠,٢}$

$\frac{د ص}{د س} = ١$

$\frac{د ص}{د س} = صفر$

③ $ص = \frac{٥}{س}$ عندما $س = -٥$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{-٥}{س^٢}$ ، $\frac{د^٢ص}{د س^٢} = \frac{٢ \times ٥ س}{س^٤}$

$\frac{د^٢ص}{د س^٢}_{س=-٥} = \frac{-١٠}{-١٢٥} = \frac{٢}{٢٥}$

تدريب ② ص ١١٠

اذا كان $هـ(س) = م^٢ س^٣ - ١٢ س^٢$

فجد قيمة (قيم) الثابت م التي تجعل $هـ''(١) = صفرًا$

الحل

$هـ'(س) = م^٢ \times ٣ س^٢ - ٢٤ س$

$= ٣م^٢ س^٢ - ٢٤ س$

$هـ''(س) = ٣م^٢ \times ٢ س - ٢٤$

$هـ''(١) = ٦م^٢ - ٢٤ = صفر$

$\frac{٦م^٢}{٦} = \frac{٢٤}{٦}$ $م^٢ = ٤$

باخذ جذر الطرفين

$م = \pm \sqrt{٤}$

$م = \pm ٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ: ناجح الجمزاوي

الأسئلة ص ١١١

① جد المشتقة الثانية للاقترانات الآتية

(أ) ق(س) = (٢س^٤ - ٥)(٨ - ٥س)

الحل

فك الأقواس

١٦س^٤ - ١٠س^٥ - ٤٠ + ٢٥س

ق'(س) = ٦٤س^٣ - ٥٠س^٤ + ٢٥

(ب) ص = س^٣(١ - ٢س) عند س = ١

الحل

ص = س^٣ - ٢س^٤

ص' = ٣س^٢ - ٨س^٣

ص'' = ٦س - ٢٤س^٢

ص''| س=١ = ٦ × ١ - ٢٤(١)^٢

= ٦ - ٢٤ = -١٨

(ج) هـ(س) = ٢ جتاس

الحل

هـ'(س) = ٢ × -حاس

= -٢حاس

هـ''(س) = -٢ جتاس

(د) ق(س) = س^٢(س - ١) عند س = -٢

الحل ق(س) = س^٣ - س^٢

ق'(س) = ٣س^٢ - ٢س

ق''(س) = ٦س - ٢

ق''(-٢) = ٦ × -٢ - ٢ = -١٤

(هـ) ق(س) = حاس ٠ جتاس

الحل

ق'(س) = حاس × -حاس + جتاس × جتاس

ق''(س) = -(حاس × جتاس + حاس × -حاس) + جتاس × جتاس + جتاس × -حاس

= -حاس جتاس - حاس جتاس + جتاس^٢ - حاس^٢

= -٤ جتاس حاس + جتاس^٢ - حاس^٢

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

⑤ $هـ(س) = \frac{٢}{١-٤س}$ $س \neq ٠$

الحل

$هـ'(س) = \frac{-٢ \times -٤}{(١-٤س)^{٢}} = \frac{٨}{(١-٤س)^{٢}}$

$هـ''(س) = \frac{-٨ \times ٢(١-٤س) \times -٤}{((١-٤س)^{٤})^{٢}}$

$= \frac{٦٤(١-٤س)}{(١-٤س)^{٤}}$

---

① $هـ(س) = حا(س^{٢}-س)$

الحل

$هـ'(س) = (٢س-١)$ حتا$(س^{٢}-س)$
مشتقة حاصل ضرب

$هـ''(س) = (٢س-١) \times -(٢س-١)$ حا$(س^{٢}-س)$
$+$ حتا$(س^{٢}-س) \times ٢$

$= -(٢س-١)^{٢}$ حا$(س^{٢}-س) +$
٢ حتا$(س^{٢}-س)$

---

② اذا كان $هـ(س) = ٣أ س^{٣} - ٢ب س + ١$
وكان $هـ'(١) = ٤$ ، $هـ''(١) = ٣٦$
فجد قيمة أ ، ب ؟

الحل

$هـ'(س) = ٩أ س^{٢} - ٢ب$
$هـ'(٠) = ٩أ(٠)^{٢} - ٢ب = ٤$
$-٢ب = ٤ \Leftarrow ب = -٢$

$هـ''(س) = ١٨أ س$
$هـ''(١) = ١ \times ١٨أ = ٣٦$
$\frac{١٨}{١٨}$ $\frac{٣٦}{١٨}$
$أ = ٢$

---

③ اذا كان $هـ(س) = أ س^{٣} - ب س^{٢} - ٣$
وكان $هـ'(١) = ٢١$ ، $هـ''(٢) = ١٠٢$
جد قيم أ ، ب ؟

الحل

$هـ'(س) = ٣أ س^{٢} - ٢ب س$
$هـ'(١) = ٣أ - ٢ب = ٢١$ ---①
$هـ''(س) = ٦أ س - ٢ب$
$هـ''(٢) = ٦أ \times ٢ - ٢ب = ١٠٢$
$١٢أ - ٢ب = ١٠٢$ ---②
نحل بطريقة الحذف ① طرح ②
$-٩أ = -٨١ \Leftarrow أ = +٩$
نعوضها في ① $٢٧ - ٢ب = ٢١ \Leftarrow$
$-٢ب = -٦ \quad ب = +٣$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

④ اذا كان $ه(س) = جتا^{٢}س$
فجد $ه''(س) + ٦ ه(س)$

الحل

$ه'(س) = -٢ جا س جتا س$

$ه''(س) = -٤ جتا^{٢}س$

$ه''(س) + ٦ ه(س) =$

$-٤ جتا^{٢}س + ٦ جتا^{٢}س$

$= ٢ جتا^{٢}س$

---

⑤ $ه(س) = س^{٢} جا س$
جد $ه''(س)$

الحل

حاصل ضربا | حاصل ضربا

$ه'(س) = س^{٢} \times جتا س + جا س \times ٢س$

$ه''(س) = س^{٢} \times -جا س + جتا س \times ٢س + جا س \times ٢ + ٢س \times جتا س$

$= -س^{٢} جا س + ٢س جتا س + ٢ جا س + ٢س جتا س$

$= -س^{٢} جا س + ٤س جتا س + ٢ جا س$

مكتبة الوسام ALWESAM
إعداد: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كانت ص = حتا س فأوجد صً

الحل

ص' = حتا س

ص'' = - حا س

وزارة (٢٠١٣) صيفية

اذا كانت ق(س) = $\frac{1}{6}$ س^{3} - $\frac{1}{2}$ س^{2} + ٣

فاوجد قيمة س التي تجعل ق'(س) = صفر

الحل

ق'(س) = $\frac{1}{6}$ × ٣ س^{2} - $\frac{1}{2}$ × ٢ س

= $\frac{1}{2}$ س^{2} - س

ق'(س) = $\frac{1}{2}$ × ٢ س - ١ = س - ١

س - ١ = ٠

١+ ١+

س = ١

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اذا كان ق(س) = س^{4} - ٢ س^{3} + س

جد قيمة الثابت ٢ التي تجعل

ق'(-١) = صفر

الحل

ق'(س) = ٤ س^{3} - ٦ س^{2} + ١

ق''(س) = ١٢ س^{2} - ٦

ق''(-١) = ١٢ (-١)^{2} - ٦ = صفر

١٢ - ٦ = ٠ ⇐ ٦ = ١٢

⇐ ٢ = ٦

وزارة (٢٠١٥) صيفية

اذا كان ق(س) = ٢^{2} س^{3} - ١٢ س^{2}

فما قيمة (قيم) ٢ التي تجعل ق'(١) = ٠

الحل

ق'(س) = ٢ × ٢^{2} س^{2} - ٢٤ س

ق''(س) = ١٢ ٢^{2} س - ٢٤

ق''(١) = ١٢ ٢^{2} - ٢٤ = ٠

١٢ ٢^{2} = ٢٤ ⇐ ٢^{2} = $\frac{٢٤}{١٢}$

٢ = ± ٢ ⇐ ٢^{2} = ٤

مكتبة الوسام AL-WESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦) صيفية

اذا كان $ق(س) = ٣م^{٢}س^{٤} - ٨س^{٣}$
فما قيمة (قيم) الثابت م التي تجعل
$ق''(١) = -١٢$ ؟

الحل

$ق'(س) = ١٢م^{٢}س^{٣} - ٢٤س^{٢}$

$ق''(س) = ٣٦م^{٢}س^{٢} - ٤٨س$

$ق''(١) = ٣٦م^{٢} \times ١^{٢} - ٤٨ \times ١ = -١٢$

$٣٦م^{٢} - ٤٨ = -١٢$

$٣٦م^{٢} = ٤٨$

$م^{٢} = \frac{٣٦}{٣٦} = ١$

$\Leftarrow$ باخذ الجذر التربيعي

$م = \pm\sqrt{١} = \pm ١$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوحدة ص١١٢

① اذا كان $هـ(س) = \frac{١}{س^{٢}}$ وتغيرت س من $س_{١} = ١$ إلى $س_{٢} = ٢$ فجد

أ) مقدار التغير في الاقتران هـ

$\Delta ص = هـ(س_{٢}) - هـ(س_{١})$

$= هـ(٢) - هـ(١)$

$= \frac{١}{٤} - \frac{١}{١} = \frac{١}{٤} - \frac{٤}{٤} = \frac{-٣}{٤}$

② اذا كان $هـ(س) = \frac{م}{س+٢}$ ، وكان معدل تغير الاقتران هـ يساوي (-١) عندما تتغير س من صفر الى ٣ فجد قيمة الثابت م ؟

الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{\frac{م}{٣+٢} - \frac{م}{٠+٢}}{٣} = \frac{\frac{م}{٥} - \frac{م}{٢}}{٣} = -١$

ضرب بادي

$\frac{م}{٥} - \frac{م}{٢} = -٣$ توحيد مقام

$\frac{٢م}{١٠} - \frac{٥م}{١٠} = -٣ \Leftarrow \frac{-٣م}{١٠} = \frac{-٣}{١}$

ضرب بادي $\frac{-٣م}{-٣} = \frac{-٣٠}{-٣} \Leftarrow م = ١٠$

③ يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ن^{٢} + ٤ن$ احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية $[١ ، ٥]$

الحل

السرعة المتوسطة $= \frac{ف(٥) - ف(١)}{٥ - ١}$

$= \frac{(٥^{٢} + ٤ \times ٥) - (١^{٢} + ٤ \times ١)}{٥ - ١}$

$= \frac{٤٥ - ٥}{٤} = \frac{٤٠}{٤} = ١٠$

④ اذا كان $ص = هـ(س)$ ، وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران هـ عندما تتغير س من (س) الى $(س + هـ)$ حيث

$\Delta ص = ٥س^{٢} هـ + ٨س هـ^{٢} + هـ^{٣}$ جد $هـ'(٢)$

الحل

$هـ'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$ حيث $\Delta س = هـ$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥س^{٢} هـ + ٨س هـ^{٢} + هـ^{٣}}{هـ}$

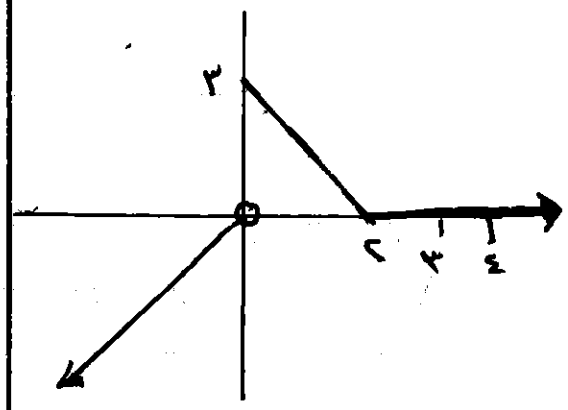
$= \lim_{هـ \to ٠} هـ(٥س^{٢} + ٨س هـ + هـ^{٢}) = ٥س^{٢}$

$هـ'(٢) = ٥(٢)^{٢} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

⑤ اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران $هـ$ ، جد كلا مما يلي

أ) متى $س$ التي تجعل الاقتران $هـ$ غير متصل

ب) معدل التغير للاقتران $هـ$ في $[٢ ، ٤]$



الحل

أ) $س = ٠$ غير متصل

ب) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢} = \frac{٠ - ٠}{٢}$

$= صفر$

---

⑥ جد المشتقة الأولى لكل مما يلي باستخدام تعريف المشتقة.

أ) $هـ(س) = ٣ - ٥س$

الحل

$هـ'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٣ - ٥ع - ٣ + ٥س}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٥(ع - س)}{ع - س}$

$= -٥$

---

⑦ $و(س) = ٢س^٢ + ١$

الحل

$و'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{و(ع) - و(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع^٢ + ١ - ٢س^٢ - ١}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع^٢ - س^٢)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$

$= ٢(س + س) = ٤س$

---

⑧ $ل(س) = \frac{١}{س + ٢}$ حيث $س \neq -٢$

$ل'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ل(ع) - ل(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{ع + ٢} - \frac{١}{س + ٢}}{ع - س}$ توحيد مقامات

$= \lim_{ع \to س} \frac{س + ٢ - ع - ٢}{(ع + ٢)(س + ٢)}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-(ع - س)}{(ع + ٢)(س + ٢)}$ تابع

مكتبة الوسام
المعلم: ناجح الجمزاوي

$= \text{نها}_{س \to ع} \frac{س - ع}{(س+٢)(ع+٢)} \times \frac{١}{س - ع}$

$= \text{نها}_{س \to ع} \frac{-١}{(س+٢)(ع+٢)}$

$= \frac{-١}{(ع+٢)(ع+٢)} = \frac{-١}{(ع+٢)^{٢}}$

---

⑤ $م(س) = \sqrt{٣س+٤}$ $\quad س \geq -\frac{٤}{٣}$

اكل

$م'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{٣ع+٤} - \sqrt{٣س+٤}}{ع - س}$

ضرب بالمرافق

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{٣ع+٤} - \sqrt{٣س+٤}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٣ع+٤} + \sqrt{٣س+٤}}{\sqrt{٣ع+٤} + \sqrt{٣س+٤}}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣ع+٤-٣س-٤}{(ع-س)(\sqrt{٣ع+٤} + \sqrt{٣س+٤})}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣(ع-س)}{(ع-س)(\sqrt{٣ع+٤} + \sqrt{٣س+٤})}$

$= \frac{٣}{\sqrt{٣س+٤} + \sqrt{٣س+٤}} = \frac{١}{\sqrt{٣س+٤}}$

---

⑥ $م(س) = س^{٢} - ٤س$ عند $س = ٣$

اكل

$م'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{م(ع) - م(س)}{ع - س}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{ع^{٢} - ٤ع - س^{٢} + ٤س}{ع - س}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{ع^{٢} - س^{٢}}{ع - س} + \frac{٤س - ٤ع}{ع - س}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(ع-س)(ع+س)}{ع-س} + \frac{٤(س-ع)}{ع-س}$ (-١)

$= س + س + ٤ - ٤ = ٢س - ٤$

$م'(٣) = ٢ \times ٣ - ٤ = ٦ - ٤ = ٢$

---

⑦ $م(س) = \sqrt{٣-٢س}$ $\quad س \leq \frac{٣}{٢}$ ، عند $س = -٢$

اكل

$م'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{٣-٢ع} - \sqrt{٣-٢س}}{ع - س}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{٣-٢ع} - \sqrt{٣-٢س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٣-٢ع} + \sqrt{٣-٢س}}{\sqrt{٣-٢ع} + \sqrt{٣-٢س}}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{٣-٢ع-٣+٢س}{(ع-س)(\sqrt{٣-٢ع} + \sqrt{٣-٢س})}$

$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-٢(ع-س)}{(ع-س)(\sqrt{٣-٢ع} + \sqrt{٣-٢س})}$

$= \frac{-٢}{\sqrt{٣-٢س} + \sqrt{٣-٢س}} = \frac{-١}{\sqrt{٣-٢س}}$

$م'(-٢) = \frac{-١}{\sqrt{٣-٢(-٢)}} = \frac{-١}{\sqrt{٤+٤}} = \frac{-١}{٢} = -١$

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

(٧) جد $\frac{ص}{س}$ لكل مما يأتي

أ) $ص = \sqrt{س^{٢} + ٥س^{٣}}$

$ص' = \frac{٣س^{٢} + ١٠س}{٢\sqrt{س^{٣} + ٥س^{٢}}}$

ب) $ص = \sqrt{ع + ١}$ ، $ع = ١ - ٢س$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{ع + ١}} \times -٢$

$= \frac{-١}{\sqrt{١ - ٢س + ١}} = \frac{-١}{\sqrt{٢ - ٢س}}$

ج) $ص = س^{٢} حا ٣س$

نشتقة حاصل ضرب

$ص' = س^{٢} \times ٣ جتا ٣س + حا ٣س \times ٢س$

$= ٣س^{٢} جتا ٣س + ٢س حا ٣س$

د) $ص = \frac{٨}{(٣ - ٢س)^{٤}} - حا^{٥} ٤س$

$ص' = \frac{-٨ \times ٤ \times -٢}{(٣ - ٢س)^{٥}} - ٥ حا^{٤} ٤س \times جتا ٤س \times ٤$

هـ) $ص = ٣م^{٢} - ٢م + ١$ ، $م = ٢ + ٣س$

عند $س = ٠$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{م} \times \frac{م}{س}$

$= (٦م - ٢) \times ٣$

$= (٦(٢ + ٣س) - ٢) \times ٣$

$\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=٠} = (٦(٢ + ٠) - ٢) \times ٣$

$= (١٢ - ٢) \times ٣ = ١٠ \times ٣ = ٣٠$

و) $ص = \sqrt{٤ + ٣ ظا س}$

$ص' = \frac{-٣ حا س}{٢\sqrt{٤ + ٣ ظا س}}$

مكتبة الوسام ALWESAM

الإعداد: ناجح الجمزاوي

(٨) جد $\text{ه}'(س)$ لكل مما يأتي

أ) $\text{ه}(س) = (س^٢ + ٢)(٣ - ٤س)$

$\text{ه}'(س) = (س^٢ + ٢) \times -٤ + (٣ - ٤س) \times ٢س$

$= -٤س^٢ - ٨ + ٦س - ٨س^٢$

$= -١٢س^٢ - ٨ + ٦س$

$\text{ه}'(س) = -٤س^٢ + ٦س + ٦$

ب) $\text{ه}(س) = (١ - ٢س^٤)^٥$

$\text{ه}'(س) = ٥(١ - ٢س^٤)^٤ \times -٨س^٣$

$\text{ه}'(س) = ٤٠س^٣(١ - ٢س^٤)^٤$

$= ٨٠س^٣(١ - ٢س^٤)^٤$

ج) $\text{ه}(س) = س^٢ \text{ جتا } س + س^٣ - ٥$

$\text{ه}'(س) = س^٢ \times -\text{جا } س + \text{جتا } س \times ٢س + ٣س^٢$

(حاصل ضرب) (حاصل ضرب)

$\text{ه}'(س) = -س^٢ \text{ جا } س + ٢س \text{ جتا } س + ٦س$

$= -س^٢ \text{ جا } س - ٢س \text{ جا } س + ٢ \text{ جتا } س$

$+ ٦س$

(٩) اذا كان $\text{ه}(س) = (٥س - ١)^٣$

جد بدلالة ه $\lim_{هـ \to ٠} \frac{\text{ه}(هـ + ١) - \text{ه}(١)}{هـ}$

الحل

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{\text{ه}(هـ + ١) - \text{ه}(١)}{هـ} = \text{ه}'(١)$

$\text{ه}'(س) = ٣(٥س - ١)^٢ \times ٥$

$\text{ه}'(١) = ١٥(٥ - ١)^٢ = ١٥ \times ٤^٢$

$= ١٥ \times ١٦ = ٢٤٠$

(١٠) اذا كان $\text{ه}(س) = س^٤ - ٢س^٢ + س$

فجد قيمة الثابت ٢ التي تجعل $\text{ه}'(-١) =$ صفر

الحل

$\text{ه}'(س) = ٤س^٣ - ٢ \times ٢س + ١$

$\text{ه}'(س) = ١٢س^٢ - ٢$

$\text{ه}'(-١) = ١٢(-١)^٢ - ٢ = $ صفر

$١٢ - ٢ = ٠$

$٢ + ٢ = ١٢$

$٢ = ١٠$

$٢ = ٦$

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

(١١) اذا كان $ق(س) = (٣س - ١)^{٤}$ ، مجد قيمة (قيم) م التي تجعل $ق'(١) = ٤٨$

الحل

$ق'(س) = ٤(٣س - ١)^{٣} \times ٣$

$ق''(س) = ٢ \times ٣ \times ٤(٣س - ١)^{٢} \times ٣$

$ق''(١) = ١٢ م^{٢}(٣ \times ١ - ١)^{٢} = ٤٨$

$١٢ م^{٢} = ٤٨ \Leftarrow \frac{٤٨}{١٢} = م^{٢} \Leftarrow م^{٢} = ٤$

$م = \pm \sqrt{٤} = \pm ٢$

(١٢) اذا كان $ق(س) = (٤س - ١)^{٣}$ وكان $ق''(س_{١}) = ٤$ مجد قيمة $س_{١}$

الحل

$ق'(س) = ٣(٤س - ١)^{٢} \times ٤$

$ق''(س) = ٦ \times ٤(٤س - ١)^{١} \times ٤$

$ق''(س_{١}) = ٩٦(٤س_{١} - ١) = ٤$

$٤س_{١} - ١ = ٠ \Leftarrow س_{١} = \frac{١}{٤}$

(١٣) اذا كان هـ اقترانا قابلا للاشتقاق عندما $س = -٢$ ، $هـ(-٢) = ١$ ، $هـ'(-٢) = ٢$ جد $ق'(-١)$ في كل مما يأتي

أ) $ق(س) = \sqrt{س + ٦} \times هـ(س)$

$ق'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س + ٦}} \times هـ(س) + هـ'(س) \times \sqrt{س + ٦}$

$ق'(-٢) = \frac{١}{٢\sqrt{-٢ + ٦}} \times هـ(-٢) + هـ'(-٢) \times \sqrt{-٢ + ٦}$

$ق'(-٢) = \frac{١}{٢ \times ٢} \times ١ + ٢ \times ٢ = \frac{١}{٤} + ٤ = \frac{١٧}{٤}$

ب) $ق(س) = \frac{هـ(س)}{س} - هـ(س)$

$ق'(س) = \frac{س هـ'(س) - هـ(س) \times ١}{س^{٢}} - هـ'(س)$

$ق'(-٢) = \frac{-٢ هـ'(-٢) - هـ(-٢)}{(-٢)^{٢}} - هـ'(-٢)$

$= \frac{-٢ \times ٢ - ١}{٤} - ٢ = \frac{-٥}{٤} - ٢ = \frac{-٥}{٤} + \frac{٨}{٤} = \frac{١٣}{٤}$

مكتبة المعلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

(١٤) سيكون هذا السؤال من نسخ مقرر من نوع الاختيار من متعدد ، لكل فقره اربعة بدائل ، واحده فقط صحيح ضع دائره حول رمز البديل الصحيح

١) اذا علمت ان $هـ(س) = ٤ - ٣س$ وتغيرت قيمة س من ٣ الى ٥ فان Δ س هي

الحل
$\Delta س = ٥ - ٣ = ٢$
الجواب (ج)

٢) اذا كانت $ص = هـ(س) = س^{٢}$ وتغيرت س من س١ = ٢ الى س٢ = ٤ فان مقدار التغير في ص

$\Delta ص = هـ(٤) - هـ(٢)$
$= ١٦ - ٤ = ١٢$ (د)

٣) اذا كان $هـ(س) = \Delta ٣س$
فان $\frac{هـ(س+هـ) - هـ(س)}{هـ}$ عندما هـ ← ٠

الحل
$هـ'(س) = \Delta ٣$ الجواب (ب)

٤) اذا كان $هـ(س) = \frac{٣}{س}$ فان $هـ'(٣)$

$هـ'(س) = \frac{-٣}{س^{٢}} \Leftarrow هـ'(٣) = \frac{-٣}{٩}$
$= \frac{-١}{٣}$ (أ) الجواب

٥) اذا كان $هـ(س) = س^{٢} + ٨$
فان $\frac{هـ(٢+هـ) - هـ(٢)}{هـ}$ عندما هـ ← ٠

الحل
$\frac{هـ(٢+هـ) - هـ(٢)}{هـ} = هـ'(٢)$
$هـ'(س) = ٣س^{٢} \Leftarrow هـ'(٢) = ٣(٢)^{٢} = ١٢$
الجواب (ب)

٦) اذا كان $هـ(س) = \Delta^{٢} س$ وكان Δ عدد ثابت فان $هـ'(س)$

الحل
$هـ'(س) = \Delta^{٢}$ الجواب (د)

٧) اذا كان $هـ(س) = \Delta ٣س$
فان $\frac{هـ(س+هـ) - هـ(س)}{هـ}$ عندما هـ ← ٠

الحل
$\frac{هـ(س+هـ) - هـ(س)}{هـ} = هـ'(س)$
$هـ'(س) = ٣\Delta ٣س$ (أ)

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

٧) اذا كان ق(س) = ٣س^{٢} فان ميل القاطع المار بالنقطتين (-١، ٣) ، (٢، ١٢) يساوي

الحل

ميل القاطع = $\frac{١٢ - ٣}{٢ - (-١)} = \frac{٩}{٣} = ٣$

الجواب (ب)

٨) اذا كان ق(١) = ٢ ، هـ(١) = ٣
ق'(١) = -٢ ، هـ'(١) = ١ فان
(ق × هـ)'(١)

الحل

(ق × هـ)'(١) = ق(١) × هـ'(١) + هـ(١) × ق'(١)
= ٢ × ١ + ٣ × -٢
= ٢ - ٦ = -٤

الجواب (د)

٩) اذا كان هـ(س) = س^{٢} × ق(س)
ق(٣) = ٦ ، ق'(٣) = ٥ فان هـ'(٣) يساوي

الحل

هـ'(س) = س^{٢} × ق'(س) + ق(س) × ٢س

هـ'(٣) = ٩ × ق'(٣) + ق(٣) × ٣ × ٢
= ٩ × ٥ + ٦ × ٦
= ٤٥ + ٣٦ = ٨١

الجواب (أ)

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الاستاذ ناجح الجمزاوي

الثاني ثانوي الأدبي | الوحدة الثانية | المستوى الثالث

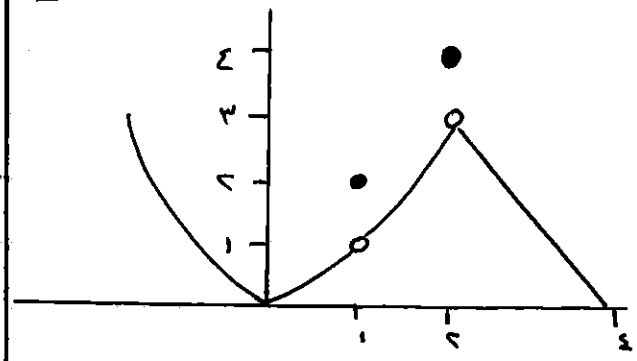
التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ | ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

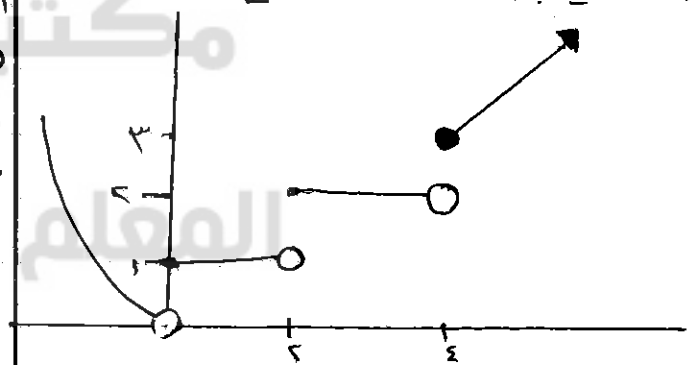
ورقة عمل التفاضل

السؤال الأول

(أ) اعتمد على الرسم البياني الذي يمثل منحنى ق(س) ، أوجد معدل التغير للاقتران ق(س) في الفترة [٠ ، ٢]



(ب) اعتمد على الرسم البياني الذي يمثل منحنى ق(س) . في ايجاد معدل التغير للاقتران ق(س) في الفترة [٠ ، ٤]



(ج) $ق(س) = \begin{cases} ٣ & -١ \le س < ٢ \\ \frac{س - ٢}{س + ١} & ٢ \le س < ٦ \end{cases}$

أوجد معدل التغير في الفترة [٠ ، ٣]

(د) اذا كان ق(س) = $\sqrt{س + ١}$ أوجد معدل التغير للاقتران ق في الفترة [٠ ، ٣]

(هـ) اذا كان معدل التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٣] يساوي (٤) أوجد معدل التغير للاقتران هـ(س) = ٢ ق(س) + ٤ س^{٢} في الفترة [١ ، ٣]

(و) اذا كان معدل التغير للاقتران ق في الفترة [-٢ ، ١] يساوي (٣) وكان هـ(س) = ق(س) - ٢ س + ١ أوجد معدل التغير للاقتران هـ(س) في الفترة نفسها

مكتبة الوسام
WISAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الثاني

① اذا كان معدل التغير للاقتران ه هو في [١ ، ٥] يساوي (٧) وكان هـ(س) = ٣ + ٥ ه(س) جد معدل التغير للاقتران هـ(س) في الفترة [١ ، ٥]

② اذا كان معدل التغير للاقتران ه في الفترة [١ ، ٢] يساوي (٤) وكان ه(١) + ه(٢) = ٢ أوجد معدل التغير للاقتران هـ(س) = ه٢(س) في [١ ، ٢]

③ اذا كان القاطع المار بالنقطتين (-١ ، ه(-١)) ، (٣ ، ه(٣)) للاقتران ه(س) = س٢ + ٢س + ١ جد ميل القاطع

④ اذا كان ميل القاطع للاقتران ه المار بالنقطتين (١ ، ه(١)) ، (٢ ، ه(٢)) يساوي ٦ ، وكان ه(١) = ٣ أوجد ه(٣) ؟

⑤ اذا كانت إزاحة تتحرك بالعلاقة ف(ن) = ن٣ + ٤ن٢ احسب السرعة المتوسطة في الفترة [١ ، ٢]

⑥ اذا علمت ان السرعة المتوسطة لجسم ما في الفترة الزمنية [١ ، ٣] هي ١٥ م/ث ، وأن ف(٣) = ٣٠ احسب ف(١) ؟ .

السؤال الثالث

اوجد ه(س) للاقترانات التالية باستخدام تعريف المشتقة

١) ه(س) = ٤ - ٢س

٢) ه(س) = ٢ / (س + ٣)

٣) ه(س) = √(٣س)

٤) ه(س) = س٢ + ٢س + ١

٥) ه(س) = س٣ - ١

٦) ه(س) = س٤

٧) ه(س) = س + ١/س

٨) ه(س) = √(٧س + ٥)

٩) ه(س) = ٩ - س٢

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

اوجد $\dot{ه}(س)$ للاقترانات التالية باستخدام تعريف المشتقة عند كل نقطة ازاء كل منها

① $ه(س) = س + ٧$ ، $س = ٣$

② $ه(س) = \sqrt{س^٢ + ١}$ ، $س = ٠$

③ $ه(س) = \frac{١}{\sqrt{٥ + س^٤}}$ ، $س = ١$

④ $ه(س) = س^٣$ ، $س = ٢$

⑤ $ه(س) = ٣س^٢ + ٤$ ، $س = ١$

السؤال الخامس

① اذا كان مقدار التغير في الاقتران عند ما تتغير س من (س) إلى $(س + هـ)$ هو $(٣س^٣هـ + ٤هـ^٢)$ اوجد $\dot{ه}(س)$

② اذا كان $ه(س) = \sqrt{٥ + س^٤}$

فاوجد هنا $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ه(١ + هـ) - ه(١)}{هـ}$

③ اذا كان $ه(س) = (٣س + ١)^٣$

اوجد هنا $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ه(١ + هـ) - ه(١)}{هـ}$

④ اذا كان $ه(١) = ٦$ ، $\dot{ه}(١) = -٤$

وكانت هنا $\dot{ه}(س) = -٣$ عند $س = ١$ فاوجد

هنا $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ه(١ + هـ) - ه(١)}{هـ}$

⑤ اذا كان $ه(س) = ٩$ فاوجد

هنا $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ه(س + هـ) - ه(س)}{هـ}$

⑥ أوجد قيمة

هنا $\lim_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ)^٣ - س^٣}{هـ}$

مكتبة الوسام AWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال السادس

أوجد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية :-

١) $ص = \frac{١}{\sqrt{س}} + \frac{٤}{س}$

٢) $ص = \sqrt[٣]{س^٢ + ٥س^٣}$

٣) $ص = (٤س^٢ - ٥س + ١)^٤$

٤) $ص = ظا^٢ ٣س + حا^٢ ٦س$

٥) $ص = جا(٥س^٢ + ٢س) + جتا ٣س$

٦) $ص = ٤س^٢ حا ٥س + ٦س جتا ٥س$

٧) $ص = \frac{جتا س}{س + ٢}$

٨) $ص = \left(\frac{س + ١}{س - ١}\right)^٣$

٩) $ص = \left(\frac{١}{١ + ظا س}\right)^٦$

١٠) $ص = \sqrt[٣]{س^٢ + ٥} + \frac{٢}{س^٥}$

١١) $ص = \sqrt[٥]{(س^٢ - ٤س)^٧}$

١٢) $ص = \frac{حا س + جتا س}{س}$

١٣) $ص = \frac{س^٢ - ٣س}{(س + ٣)(س^٥ + ٩)}$

١٤) $ص = س^٥ جتا س$

١٥) $ص = ١٢ \sqrt{س^٥} - \frac{١٣}{\sqrt{س^٥}}$

١٦) $ص = \sqrt{س^٣} جتا س$

١٧) $ص = \sqrt{س} + \sqrt[٥]{س^٣ + ٣س^٢}$ عندما $س = ١$

١٨) $ص = ٣ع^٢ + ١ ، ع = س^٣ + ١$

١٩) $ص = (ع^٢ - ١)^٤ ، ع = \frac{١}{س}$

٢٠) $ص = \sqrt{ع + ١} ، ع = \sqrt{س + ١}$

٢١) $ص = \frac{٥}{ع + ١} ، ع = \sqrt{س}$

مكتبة الوسام AL WESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال السابع

① اذا كان $ه(س) = س^{٢} - ٣ - \frac{٤س}{هـ(س)}$
وكان $هـ(٢) = ٣$ ، $هـ'(٢) = ٦$
جد $ه'(٢)$

② اذا كان $ه(س) = ٤س^{٢} - \frac{٣}{س + هـ(س)}$
وكان $هـ(٠) = ٥$ ، $هـ'(٠) = ٢$
جد $ه'(٠)$

③ اذا كان $هـ(١) = ٢$ ، $هـ'(١) = -٣$
$ه(١) = ٣$ ، $ه'(١) = -٣$ اوجد مايلي
① $(٢س + هـ)'(١)$
② $(\frac{١}{١ + ه(س)})'(١)$
③ $(ه \times هـ)'(١)$
④ $(\frac{ه}{هـ})'(١)$
⑤ $(\frac{هـ}{س^{٢}})'(١)$
⑥ $\frac{د}{دس}(ه^{٢}(س))$ عندما $س = ١$
⑦ $(\frac{٣}{هـ})'(١)$
⑧ $(\frac{١}{هـ \times ه})'(١)$

السؤال الثامن

① اذا كان $ه(س) = ٢س^{٣} + ٥س - ٣$
وكانت $ه'(٢) = -٣$ أوجد قيمة ٢

② اذا كان $ه(س) = ٣س^{٣} - ٣س^{٢} + ٥س + ٨$
وكانت $ه''(١) = ٠$ جد قيمة ٢

③ اذا كان $ه(س) = ٢س^{٣} + ٤س^{٢} + ٤س + ٤$
وكانت $ه'(٢) = ٤$ ، $ه''(١) = ٦$
أوجد قيمة ٢ ، ٥ ؟

④ اذا كانت $ص = ٣ع + ١$ ، $ع = ٢س^{٢} + ٥س - ٢$
وكانت $\frac{دص}{دس} = ١٢س - ٩$ فما
قيمة ٢ ، ٥ ؟

⑤ اذا كان $ه(س) = ٢س^{٣}$
وكانت $ه''(٢) = ٨$ فاوجد
قيمة ٢ ؟

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال التاسع

اوجد المشتقة الثانية للاقترانات التالية

١) $ص = \sqrt{س}$

٢) $ص = \sqrt[3]{س^2 + ٤س^2}$

٣) $ق(س) = \frac{س+٢}{س+١}$

٤) $ق(س) = س^3 جا س$

٥) $ص = (س^2 - ٥س + ١)^3$ عندما $س = ٠$

٦) $ص = (\frac{١}{س} + ٢)^3$

٧) $ص = \sqrt{٥ + ٥س} + جا س$

٨) $ص = (٥ + ٥س^2)^{-3}$

٩) $ص = \frac{-٣}{س+٢}$

١٠) $ص = س(س+٣)^2$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الاستاذ ناجح الجمزاوي

الثاني ثانوي الأدبي | الوحدة الثانية | المستوى الثالث

التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ | ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

السؤال الأول

(أ) معدل التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$= \frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١} = \frac{٤ - ٠}{١} = ٤$ من الرسمة

(ب) معدل التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(٤) - ق(٠)}{٤ - ٠}$

$= \frac{٣ - ١}{٤ - ٠} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ من الرسمة

(ج) معدل التغير $= \frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ٠} =$

$= \frac{\frac{٣ \times ٢ - ٢}{١ + ٣} - ٣}{٣} = \frac{\frac{٤}{٤} - ٢}{٣}$

$= \frac{٣ - ١}{٢} = \frac{-٢}{٣}$

(د) معدل التغير $= \frac{ق(٤) - ق(١)}{٤ - ١} = \frac{٧ - ٤٧}{٣} = \frac{-٤٠}{٣}$

$= \frac{٢ - ١}{٢} = \frac{١}{٣}$

(هـ) معدل التغير $= \frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١} = ٤$

$\frac{ق(٣) - ق(١)}{٢} = ٤ \Leftarrow ق(٣) - ق(١) = ٨$

معدل التغير $= \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(٢ ق(٣) + ٤(٣)^٢) - (٣ ق(١) + ٤(١)^٢)}{٢}$

$= \frac{٢ ق(٣) + ٣٦ - ٣ ق(١) - ٤}{٢}$

$= \frac{٢(ق(٣) - ق(١)) + ٣٢}{٢}$

$= \frac{٨ \times ٢ + ٣٢}{٢} = \frac{٤٨}{٢} = ٢٤$

(و) معدل التغير $= \frac{ق(١) - ق(-٢)}{١ - -٢} = -٣$

$\Leftarrow ق(١) - ق(-٢) = -٩$

معدل التغير $= \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - -٢}$

$= \frac{(ق(١) + ١ \times ٢) - (ق(-٢) - ٢ \times ٢ + ١)}{٣}$

$= \frac{ق(١) - ١ - ق(-٢) + ٥}{٣}$

$= \frac{ق(١) - ق(-٢) - ٦}{٣} = \frac{-٩ - ٦}{٣} = \frac{-١٥}{٣} = -٥$

مكتبة الوسام ALWESAM التعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

السؤال الثاني

① معدل تغير $= \frac{هـ(٥) - هـ(١)}{٥ - ١} = ٧$

$\Leftarrow هـ(٥) - هـ(١) = ٢٨$

معدل تغير $= \frac{ه(٥) - ه(١)}{٥ - ١}$

$= \frac{(٣ + ٥هـ(٥)) - (٣ + ٥هـ(١))}{٤}$

$= \frac{٣ + ٥هـ(٥) - ٣ - ٥هـ(١)}{٤}$

$= \frac{٥(هـ(٥) - هـ(١))}{٤} = \frac{٥ \times ٢٨}{٤} = ٣٥$

② معدل التغير $= \frac{هـ(٢) - هـ(١)}{٢ - ١} = ٤$

$\Leftarrow هـ(٢) - هـ(١) = ٤$

معدل التغير $= \frac{ه(٢) - ه(١)}{٢ - ١}$

$= \frac{هـ^٢(٢) - هـ^٢(١)}{٢ - ١}$

← يتبع الحل

معطيات السؤال

$= \frac{(هـ(٢) - هـ(١))(هـ(٢) + هـ(١))}{١}$

$= \frac{٤ \times ٣}{١} = ١٢$

③ ميل القاطع $= \frac{هـ(٢) - هـ(-١)}{٣ - (-١)}$

$= \frac{(١ + ٣ \times ٢ + ٢^٣) - (١ + ٣ \times (-١) + (-١)^٣)}{٤}$

$= \frac{٩ + ٩ + ١ - (١ - ٣ + ١)}{٤}$

$= \frac{١٩ + ١}{٤} = \frac{٢٠}{٤} = ٥$

④ ميل القاطع $= \frac{هـ(٢) - هـ(١)}{٢ - ١} = ٦$

$\Leftarrow \frac{ه(٢) - ٣}{١} = ٦$

$\Leftarrow ه(٢) = ٣ + ٣ + ٣ = ٩$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

⑤ السرعة المتوسطة $= \frac{ف(٢) - ف(١)}{٢-١}$

$= \frac{(٢^٣ + ٤(٢) + ٣) - (١^٢ + ٤(١) + ٣)}{١}$

$= \frac{(٨ + ١٦) - (٥)}{١} = ٢٤ - ٥ = ١٩$

⑥ السرعة المتوسطة $= \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣-١} = ١٥$

$\Leftarrow \frac{٢٥ - ف(١)}{٢} = ١٥$

$\Leftarrow ٢٥ - ف(١) = ٣٠$

$-ف(١) = ٥$

$ف(١) = -٥$

السؤال الثالث

① $ه'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٢ - ٢ع + ٤ - س^٢ + ٢س - ٤}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-(ع - س)(ع - س)}{ع - س} = -٢$

② $ه'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ه(ع) - ه(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٢}{ع+٣} - \frac{٢}{س+٣}}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢س + ٦ - ٢ع - ٦}{(ع+٣)(س+٣)} \times \frac{١}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{-٢(ع - س)}{(ع+٣)(س+٣)} \times \frac{١}{ع - س}$

$= \frac{-٢}{(س+٣)(س+٣)} = \frac{-٢}{(س+٣)^٢}$

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

③ $د'(س) = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{د(ع) - د(س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\sqrt{٣ع} - \sqrt{٣س}}{ع - س}$ ضرب إلى أعلى

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\sqrt{٣ع} - \sqrt{٣س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٣ع} + \sqrt{٣س}}{\sqrt{٣ع} + \sqrt{٣س}}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٣ع - ٣س}{(ع - س)(\sqrt{٣ع} + \sqrt{٣س})}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٣(ع - س)}{(ع - س)(\sqrt{٣ع} + \sqrt{٣س})}$

$= \frac{٣}{\sqrt{٣س} + \sqrt{٣س}} = \frac{٣}{٢\sqrt{٣س}}$

④ $د(س) = س^٢ + ٣س + ١$

$د'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ)^٢ + ٣(س + هـ) + ١ - س^٢ - ٣س - ١}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{س^٢ + ٢هـس + هـ^٢ + ٣س + ٣هـ - س^٢ - ٣س}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢س + هـ + ٣)}{هـ}$

$= ٢س + ٠ + ٣ = ٢س + ٣$

⑤ $د'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ)^٣ - س^٣ + ١}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ)^٣ - س^٣}{هـ}$ فرق بين مكعبين

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ - س)((س + هـ)^٢ + س(س + هـ) + س^٢)}{هـ}$

$= (س^٢ + ٠ + س^٢) + س(س + ٠) + س^٢$

$= س^٢ + س^٢ + س^٢ = ٣س^٢$

ملاحظة

هذه المعلمة حل جميع الأسئلة على النقاش

$د'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$

مكتبة الإسلام www.
الاستاذ: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

(٦) $د'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{د(ع) - د(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^٤ - س^٤}{ع - س}$ ← فرق بين مربعين

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع^٢ - س^٢)(ع^٢ + س^٢)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س)(ع^٢ + س^٢)}{ع - س}$

$= (س + س)(س^٢ + س^٢)$

$= ٢س \times ٢س^٢ = ٤س^٣$

(٧) $د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$

$د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{س + هـ} - \frac{١}{س}}{هـ}$

$د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ}{هـ} + \frac{\frac{١}{س + هـ} - \frac{١}{س}}{هـ}$

$= ١ + \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{س + هـ} - \frac{١}{س}}{هـ}$ توحيد المقام

$= ١ + \lim_{هـ \to ٠} \frac{س - (س + هـ)}{س(س + هـ)} \times \frac{١}{هـ}$ (٤)

$= ١ + \frac{-١}{س(٠ + س)} = ١ - \frac{١}{س^٢}$

(٨) $د(س) = ٧س + ٥$

$د'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س + هـ) - د(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٧س + ٧هـ + ٥ - ٧س - ٥}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٧س + ٧هـ - ٧س}{هـ} \times \frac{٧س + ٧هـ + ٧س}{٧س + ٧هـ + ٧س}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٧هـ}{هـ(٧س + ٧هـ + ٧س)}$ (١)

$= \frac{١}{٧س + ٠ + ٧س} = \frac{١}{٧س^{-\frac{١}{٢}}}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الاستاذ ناجح الجمزاوي

الثاني ثانوي الأدبي | الوحدة الثانية | المستوى الثالث

التفاضل

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ | ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

⑨ $ق(س) = س^2 - 9$

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^2 - 9 - س^2 + 9}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^2 - س^2}{هـ}$ فرق بين مربعين

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(2س + هـ + س)(س + هـ - س)}{هـ}$

$= 2س + 0 + س = 2س$

السؤال الرابع

① $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{س + هـ + 2 - س^2 - 1}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ}{هـ} = 1$

② $ق(س) = \sqrt{س^2 + 1}$ $\quad س = .$

$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع^2+1} - \sqrt{س^2+1}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع^2+1} + \sqrt{س^2+1}}{\sqrt{ع^2+1} + \sqrt{س^2+1}}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{ع^2 + 1 - س^2 - 1}{(ع - س)(\sqrt{ع^2+1} + \sqrt{س^2+1})}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{(ع - س)(\sqrt{ع^2+1} + \sqrt{س^2+1})}$

$= \frac{س + س}{\sqrt{س^2+1} + \sqrt{س^2+1}} = \frac{2س}{2\sqrt{س^2+1}}$

$ق'(.) = \frac{.}{\sqrt{.+1}} =$ صفر

مكتبة الوسام
WISSAM LIBRARY
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

③ $ق'(س) = \frac{1}{5+س^2}$ عند $س = 1$

الحل

نستطيع الحل على القانون

$$ق'(1) = \text{نها}_{ع \to 1} \frac{ق(ع) - ق(1)}{ع - 1}$$

$$= \text{نها}_{ع \to 1} \frac{\frac{1}{5+ع^2} - \frac{1}{5+1^2}}{ع - 1}$$

$$= \text{نها}_{ع \to 1} \frac{\frac{1}{5+ع^2} - \frac{1}{6}}{ع - 1}$$ توحيد المقام

$$= \text{نها}_{ع \to 1} \frac{6 - (5+ع^2)}{6(5+ع^2)} \times \frac{1}{ع-1}$$

$$= \text{نها}_{ع \to 1} \frac{1-ع^2}{6(5+ع^2)} \times \frac{1}{ع-1}$$

$$= \text{نها}_{ع \to 1} \frac{(1-ع)(1+ع)}{6(5+ع^2)} \times \frac{1}{ع-1}$$

$$= \text{نها}_{ع \to 1} \frac{-(ع-1)}{6(5+ع^2)} \times \frac{1}{ع-1}$$

$$= \frac{-1}{6(5+1^2)} = \frac{-1}{36}$$

④ $ق(س) = س^3$ عند $س = 2$

$$ق'(2) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(2+هـ) - ق(2)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{(2+هـ)^3 - 2^3}{هـ}$$

$$ق'(2) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{(2+هـ)^3 - 8}{هـ}$$

$$ق'(2) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{(2+هـ)(2+هـ)(2+هـ) + 2(2+هـ)(2+هـ) + 4}{هـ}$$

$$= (2+0)(2+0) + 2(2+0) + 4$$

$$= 4 + 4 + 4 = 12$$

⑤ $ق'(1) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{ق(1+هـ) - ق(1)}{هـ}$

$$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{3(1+هـ)^2 + 4 - (3(1)^2 + 4)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{3(1+هـ)^2 + 4 - 7}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{3(1+هـ)^2 - 3}{هـ}$$ نتبع الحل

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

← تابع الحل

$$= \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{٣(١ + ٢\text{هـ} + \text{هـ}^٢) - ٣}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{٣ + ٦\text{هـ} + ٣\text{هـ}^٢ - ٣}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{\text{هـ}(٦ + ٣\text{هـ})}{\text{هـ}}$$

$$= ٦ + ٣ \times ٠ = ٦$$

السؤال الخامس

① $\text{د}'(\text{س}) = \text{نها}_{\Delta\text{س} \to 0} \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}}$ $\quad \text{هـ} = \Delta\text{س}$

$$\text{د}'(\text{س}) = \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{٣\text{س}^٢\text{هـ} + ٣\text{هـ}^٢\text{س} + \text{هـ}^٣}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{\text{هـ}(٣\text{س}^٢ + ٣\text{س}\text{هـ} + \text{هـ}^٢)}{\text{هـ}}$$

$$= ٣\text{س}^٢ + ٣\text{س} \times ٠ + ٠$$

$$= ٣\text{س}^٢$$

② $\text{د}'(١) = \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{\text{د}(١ + \text{هـ}) - \text{د}(١)}{\text{هـ}}$

$$\text{د}'(\text{س}) = \frac{٤}{\sqrt{٥ + ٣\text{س}} + ٣} \qquad \text{د}'(١) = \frac{١}{\sqrt{٥ + ٣} + ٣} = \frac{١}{٥}$$

③ $\text{د}'(١) = \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{\text{د}(١ + \text{هـ}) - \text{د}(١)}{\text{هـ}}$

$$\text{د}'(\text{س}) = ٣(٣\text{س} + ١)^٢ \times ٣$$

$$\text{د}'(١) = ٩(٣ \times ١ + ١)^٢ = ٩ \times ١٦$$

$$= ١٤٤$$

④ $\text{د}'(١) = \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{\text{د}(١ + \text{هـ}) - \text{د}(١)}{\text{هـ}}$

$$\Leftarrow \text{د}'(١) = ٤$$

⑤ $\text{د}'(\text{س}) = \text{نها}_{\text{هـ} \to 0} \frac{\text{د}(\text{س} + \text{هـ}) - \text{د}(\text{س})}{\text{هـ}}$

$\text{د}'(\text{س}) =$ صفر

مكتبة الوسام
ALWSAM
المعلم ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

(٦) $\text{هـ}\left|\frac{(س+ه)^{٣}-س^{٣}}{ه}\right|$ ، ه ← ٠

$= \text{هـ}\left|\frac{(س+ه)[(س+ه)^{٢}+س(س+ه)+س^{٢}]}{ه}\right|$ ، ه ← ٠

$= (س+٠)^{٢}+س(س+٠)+س^{٢}$

$= س^{٢}+س^{٢}+س^{٢} = ٣س^{٢}$

حل آخر:

$\text{هـ}\left|\frac{(س+ه)^{٣}-س^{٣}}{ه}\right| =$ مشتقة $س^{٣}$

$= ٣س^{٢}$

(٢) $ص = \sqrt[٣]{س^{٢}}+٥س^{-٣}$

$ص = س^{\frac{٢}{٣}}+٥س^{-٣}$

$ص' = \frac{٢}{٣}س^{-\frac{١}{٣}}-١٥س^{-٤}$

$= \frac{٢}{٣\sqrt[٣]{س}}-\frac{١٥}{س^{٤}}$

(٤) $ص = \text{حا}^{٦}س + \text{ظا}^{٣}س$

$ص' = ٦\text{حا}^{٥}س \times \text{جتا}س \times ٦ +$

$٣\text{ظا}^{٢}س \times \text{قا}^{٢}س \times ٣$

$= ١٢\text{حا}^{٥}س\text{جتا}س + ٦\text{ظا}^{٣}س\text{قا}^{٢}س$

(٣) $ص = (٤س^{٢}-٥س+١)^{٤}$

$ص' = ٤(٤س^{٢}-٥س+١)^{٣}(٨س-٥)$

(٥) $ص = \text{حا}(٥س^{٢}+٢س)+\text{جتا}٣س$

$ص' = (١٠س+٢)\text{حا}(٥س^{٢}+٢س)-٣\text{حا}٣س$

السؤال السادس

(١) $ص = \frac{١}{٧س}+\frac{٤}{س}$

$ص' = \frac{-١\times٧}{(٧س)^{٢}}-\frac{٤}{س^{٢}}$

$= \frac{-\frac{١}{٧س^{٢}}}{س}-\frac{٤}{س^{٢}}$

مكتبة الوسام
ALWISAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

(٦) $ص = \underbrace{٤س^{٢} \text{جا} س}_{\text{حاصل ضرب}} + \underbrace{٦س \text{جتا} س^{٢}}_{\text{حاصل ضرب}}$

$ص' = ٤س^{٢} \times ٥ \text{جتا} س + \text{جا} س \times ٨س + ٦س \times -٢س \text{جا} س^{٢} \times ٦$

(٧) $ص = \dfrac{\text{جتا} س}{٢ + س}$

$ص' = \dfrac{(٢+س) \times -\text{جا} س - \text{جتا} س \times ١}{(٢+س)^{٢}}$

(٨) $ص = \left(\dfrac{س+١}{س-١}\right)^{٣}$

$ص' = ٣\left(\dfrac{س+١}{س-١}\right)^{٢}\left(\dfrac{(س-١) \times ١ - (س+١) \times ١}{(س-١)^{٢}}\right)$

(٩) $ص = \left(\dfrac{١}{١+\text{جا} س}\right)^{٦}$

$ص' = ٦\left(\dfrac{١}{١+\text{جا} س}\right)^{٥}\left(\dfrac{-١ \times \text{جتا} س}{(١+\text{جا} س)^{٢}}\right)$

(١٠) $\text{جا}(س) = \sqrt[٣]{٥+س^{٢}} + \dfrac{٢}{س^{٥}}$

$\text{جا}(س) = (٥+س^{٢})^{\frac{١}{٣}} + ٢س^{-٥}$

$\text{جا}'(س) = \dfrac{١}{٣}(٥+س^{٢})^{-\frac{٢}{٣}} \times ٢س + -١٠س^{-٦}$

$\text{جا}'(س) = \dfrac{٢س}{\sqrt[٣]{(٥+س^{٢})^{٢}}} - \dfrac{١٠}{س^{٦}}$

(١١) $ص = \sqrt[٥]{(س^{٢}-٤س)^{٧}}$

$ص = (س^{٢}-٤س)^{\frac{٧}{٥}}$

$ص' = \dfrac{٧}{٥}(س^{٢}-٤س)^{\frac{٢}{٥}} \times (٢س-٤)$

$= \dfrac{٧}{٥}\sqrt[٥]{(س^{٢}-٤س)^{٢}}(٢س-٤)$

(١٢) $ص = \dfrac{\text{جا} س + \text{جتا} س}{س}$

$ص' = \dfrac{س(\text{جتا} س - \text{جا} س) - (\text{جا} س + \text{جتا} س) \times ١}{س^{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

(١٣) $ص = \frac{س^٢ - ٣س}{(س+٣)(س^٥+٩)}$

الحل

$ص = \frac{س^٢ - ٣س}{س^٦ + ٣س^٥ + ٩س + ٢٧}$

$ص' = \frac{(س^٦+٣س^٥+٩س+٢٧) \times (٢س - ٣) - (س^٢ - ٣س)(٦س^٥ + ١٥س^٤ + ٩)}{(س^٦+٣س^٥+٩س+٢٧)^٢}$

(١٤) $ص = س^{-٥} جتاس$

حاصل ضرب

$ص' = س^{-٥} \times -حاس + جتاس \times -٥س^{-٦}$

$= \frac{-حاس}{س^٥} + \frac{٥جتاس}{س^٦}$

(١٥) $ص = ١٢\sqrt{س^٥} - \frac{١٣}{\sqrt{س^٥}}$

الحل

$ص = ١٢س^{\frac{٥}{٢}} - ١٣س^{-\frac{٥}{٢}}$

$ص' = ١٢ \times \frac{٥}{٢} س^{\frac{٣}{٢}} - ١٣ \times -\frac{٥}{٢} س^{-\frac{٧}{٢}}$

$= ٣٠\sqrt{س^٣} + \frac{١٣}{٢\sqrt{س^٧}}$

$= ٣٠\sqrt{س^٢} + \frac{١٣}{٢\sqrt{س^٦}}$

(١٦) $ص = \sqrt{س^٣} جتاس$

الحل

$ص = س^{\frac{٣}{٢}} جتاس$

حاصل ضرب

$ص' = س^{\frac{٣}{٢}} \times -حاس + جتاس \times \frac{٣}{٢} س^{\frac{١}{٢}}$

$= -\sqrt{س^٣} حاس + \frac{٣}{٢} جتاس \sqrt{س}$

(١٧) $ص = \sqrt{س} + ٣\sqrt{س^٥}$ عندما $س = ١$

الحل

$ص = س^{\frac{١}{٢}} + ٣س^{\frac{٥}{٢}}$

$ص' = \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}} + ٣ \times \frac{٥}{٢} س^{\frac{٣}{٢}}$

$ص'_{س=١} = \frac{١}{٢}(١)^{-\frac{١}{٢}} + \frac{١٥}{٢}(١)^{\frac{٣}{٢}} = \frac{١}{٢} + \frac{١٥}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨$

مكتبة الوسام AlWesAM
المعلم ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

(١٨) $ص = ٣ع^{٢} + ١$ ، $ع = س^{٣} + ١$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= ٦ع \times ٣س^{٢}$$

$$= ١٨(س^{٣}+١) \times س^{٢}$$

(١٩) $ص = (٢ع - ١)^{٤}$ ، $ع = \frac{١}{س}$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= ٤(٢ع-١)^{٣} \times ٢ \times \frac{-١}{س^{٢}}$$

$$= ٨(٢(\frac{١}{س})-١)^{٣} \times \frac{-١}{س^{٢}}$$

(٢٠) $ص = \sqrt{٤ع + ١}$ ، $ع = ١ + \sqrt{س}$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٤ع+١}} \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{٤+٤\sqrt{س}+١}} \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

(٢١) $ص = \frac{٥}{ع+١}$ ، $ع = \sqrt{س}$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= \frac{-٥}{(ع+١)^{٢}} \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

$$= \frac{-٥}{٥(١+\sqrt{س})^{٢}} \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

السؤال السابع

①

$$\text{مـ}'(س) = ٤ج - \frac{\text{هـ}(س) \times ٢ - ج \times \text{هـ}'(س)}{(\text{هـ}(س))^{٢}}$$

$$\text{مـ}'(٢) = ٢ \times ٢ - \frac{\text{هـ}(٢) \times ٢ - ٤ \times \text{هـ}'(٢)}{(\text{هـ}(٢))^{٢}}$$

$$\text{مـ}'(٢) = ٤ - \frac{٣ \times ٢ - ٤ \times ٦}{٣^{٢}}$$

$$= ٤ - \frac{٦ - ٢٤}{٩} = ٤ + \frac{١٨}{٩}$$

$$= ٤ + ٢ = ٦$$

②

$$\text{مـ}'(س) = ٤س - \frac{-٣ \times (١ + \text{هـ}'(س))}{(س + \text{هـ}(س))^{٢}}$$

$$\text{مـ}'(٠) = ٤ \times ٠ + \frac{٣(١ + \text{هـ}'(٠))}{(٠ + \text{هـ}(٠))^{٢}}$$

$$= \text{صفر} + \frac{٣(١ + ٢)}{(٥)^{٢}}$$

$$= \text{صفر} + \frac{٩}{٢٥} = \frac{٩}{٢٥}$$

③

① $(٢س + \text{هـ})'(١) = ٢ + \text{هـ}'(١)$

$= ٢ + -٢ = \text{صفر}$

② $(\sqrt{\text{مـ}(س) + ١})'(١)$

$$= \frac{\text{مـ}'(١)}{٢\sqrt{\text{مـ}(١) + ١}}$$

$$= \frac{-٣}{٢\sqrt{٣ + ١}} = \frac{-٣}{٢\sqrt{٤}} = \frac{-٣}{٤}$$

③ $(\text{مـ} \times \text{هـ})'(١)$

$= \text{مـ}(١) \times \text{هـ}'(١) + \text{هـ}(١) \times \text{مـ}'(١)$

$= ٣ \times -٢ + ٢ \times -٣$

$= -٦ - ٦ = -١٢$

④ $(\text{مـ} + \text{هـ})'(١) = \text{مـ}'(١) + \text{هـ}'(١)$

$= -٣ - ٢$

$= -٥$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

⑤ $\left(\frac{هـ}{س^2}\right)'(1)$

$= \frac{س^2 \times هـ'(1) - هـ(1) \times 2س}{(س^2)^2}$

$= \frac{1 \times 2 \times 2 - (-2) \times 1}{(1)^4}$

$= \frac{4 - (-2)}{1} = 6$

⑥ $\frac{د}{دس}(هـ(س^2))$

$= 2س \times هـ'(س^2)$

$= 2 \times 1 \times هـ'(1)$

$= 2 \times 3 \times (-3) = -18$

⑦ $\left(\frac{3}{هـ}\right)'(1)$

$= \frac{-3 \times هـ'(1)}{(هـ(1))^2}$

$= \frac{-3 \times (-2)}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

⑧ $(هـ(1) \times هـ(1))'$

$= \frac{هـ(1) \times هـ'(1) + هـ(1) \times هـ'(1)}{2\sqrt{هـ(1) \times هـ(1)}}$

ملاحظة مشتقة داخل الجذر عبارة عن حاصل ضرب

$= \frac{-2 \times 3 + 3 \times -2}{2\sqrt{3 \times 3}}$

$= \frac{-12}{6} = \frac{-6}{6}$

مكتبة الوسام ALWESAM
العلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

السؤال الثامن

①
$$\text{ه}'(س) = ٢أس + ٥$$
$$\text{ه}'(٢) = ٤أ + ٥ = -٣$$
$$٤أ = -٨ \quad أ = -٢$$

②
$$\text{ه}'(س) = ٣أس^{٢} - ٦س + ٥$$
$$\text{ه}''(س) = ٦أس - ٦$$
$$\text{ه}''(١) = ٦أ - ٦ = ٠$$
$$٦أ = ٦ \Leftarrow أ = ١$$

③
$$\text{ه}'(س) = ٢أس + ٤ب$$
$$\text{ه}'(٢) = ٤أ + ٤ب = -٤ \quad ①$$

$$\text{ه}''(س) = ٢أ$$
$$\text{ه}''(١) = ٦ \Leftarrow ٢أ = ٦$$
$$أ = ٣ \leftarrow$$

لتعويض $أ = ٣$ في المعادلة ①
$$٤أ + ٤ب = -٤$$
$$٣٢ + ٤ب = -٤$$
$$١٢ + ٤ب = -٤$$
$$٤ب = -١٦$$
$$ب = -٤ \Leftarrow ٤ب = -٨$$

④
$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$
$$٣ \times (ب + ٢أس) = ١٢س - ٩$$
$$٦أ = ١٢ \quad ، \quad ٣ب = -٩$$
$$أ = ٢ \quad ب = -٣$$

⑤
$$\text{ه}'(س) = ٣أس^{٢}$$
$$\text{ه}''(س) = ٦أس$$
$$\text{ه}''(٢) = ١٢أ = ٨$$
$$أ = \frac{٨}{١٢} = \frac{٤}{٦}$$

مكتبة العلم ALWESAM
العلم : ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

السؤال التاسع

① $ص = \sqrt{س}$

$ص' = \frac{1}{2\sqrt{س}}$

$ص'' = \frac{-1 \times 2 \times \frac{1}{2\sqrt{س}}}{(2\sqrt{س})^2}$

$= \frac{\frac{-1}{\sqrt{س}}}{4س} = \frac{-1}{4س\sqrt{س}}$

② $ص = \sqrt[3]{س^2 + 4س^2}$

$ص = س^{\frac{2}{3}} + 4س^2$

$ص' = \frac{2}{3}س^{-\frac{1}{3}} - 8س^3$

$ص'' = \frac{2}{3} \times -\frac{1}{3}س^{-\frac{4}{3}} - 3 \times 8س^2$

$= -\frac{2}{9}س^{-\frac{4}{3}} + 24س^2$

$= \frac{-2}{9\sqrt[3]{س^4}} + 24س^2$

③ $ق(س) = \frac{2+س}{1+س}$

$ق'(س) = \frac{1 \times (1+س) - 1 \times (2+س)}{(1+س)^2}$

$= \frac{1+س-2-س}{(1+س)^2}$

$= \frac{-1}{(1+س)^2}$

مشتقة المقدار

$ق''(س) = \frac{-1 \times 2(1+س) \times 1}{(1+س)^4}$

$= \frac{2+2س}{(1+س)^4}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

④ $ق(س) = ص^{٣}$ جتا س

$ق'(س) = \frac{\text{حاصل ضرب}}{\text{حاصل ضرب}} + \frac{\text{حاصل ضرب}}{\text{حاصل ضرب}}$

$ق'(س) = ص^{٣} \times$ جتا س $+$ جتا س $\times ٣ص^{٢}$

$ق''(س) = ص^{٣} \times -$ جتا س $+$ جتا س $\times ٣ص^{٢} \times ٣ص^{٢} +$ جتا س $\times ٦ص$

⑤ $ص = (س^{٢} - ٥س + ١)^{٣}$ عند $س = ٠$

$ص' = ٣(س^{٢} - ٥س + ١)^{٢} \times (٢س - ٥)$

$ص'' = ٣(س^{٢} - ٥س + ١)^{٢} \times ٢ + (٢س - ٥) \times ٦(س^{٢} - ٥س + ١)^{١} \times (٢س - ٥)$

$ص''|_{س=٠} = ٣(١)^{٢} \times ٢ + (-٥) \times ٦(١) \times (-٥)$

$= ٦ + ١٥٠$

$= ١٥٦$

⑥ $ص = (٢ + \frac{١}{س})^{٣}$

$ص' = ٣(٢ + \frac{١}{س})^{٢} \times \frac{-١}{س^{٢}}$

$= (٢ + \frac{١}{س})^{٢} \times \frac{-٣}{س^{٢}}$

حاصل ضرب

$ص'' = (٢ + \frac{١}{س})^{٢} \times \frac{-٣س^{٢} \times ٣}{س^{٤}} +$

$\frac{-٣}{س^{٢}} \times ٢(٢ + \frac{١}{س}) \times \frac{-١}{س^{٢}}$

⑦ $ص = \sqrt{٥ + ٧س}$ + جتا س

$ص' = \frac{١}{\sqrt{٥ + ٧س}} -$ جا س

$ص'' = \frac{\frac{١}{٢\sqrt{٥ + ٧س}} \times ٧}{(\sqrt{٥ + ٧س})^{٢}} -$ جتا س

$ص'' = \frac{-١}{٤(٥ + ٧س)\sqrt{٥ + ٧س}} -$ جتا س

مكتبة العلم ALWSAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية لورقة عمل التفاضل

(٨) $ص = (٥ + ٣س)^{-٣}$

$ص' = -٣(٥+٣س)^{-٤} \times ٣$

$ص'' = -٦ \times -٤(٥+٣س)^{-٥} \times ٣$

$= ٧٢(٥+٣س)^{-٥}$

(٩) $ص = \frac{-٣}{٢+س}$

$ص' = \frac{-٣ \times ١}{(٢+س)^{٢}} = \frac{٣}{(٢+س)^{٢}}$

$ص'' = \frac{-٣ \times ٢(٢+س)}{(٢+س)^{٤}}$ اختصار

$= \frac{-٦}{(٢+س)^{٣}}$

(١٠) $ص = س^{٢}(٣+س)$

$ص = س(٩+٦س^{٢}+س^{٣})$

$= ٩س + ٦س^{٢} + س^{٣}$

$ص' = ٩ + ١٢س + ٣س^{٢}$

$ص'' = ١٢ + ٦س$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

تمت بحمد الله

امنياتي بالتوفيق والنجاح

ناجح الجمزاوي

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم :ناجح الجمزاوي