الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

اقتران اللوغاريتم الطبيعي

⊛ خواص اللوغاريتم:-

① $\text{لو}_{\text{هـ}} 1 = \text{صفر}$ ② $\text{لو}_{\text{هـ}} \text{هـ} = 1$ ③ $\text{لو}_{\text{هـ}} \text{هـ}^{\text{ن}} = \text{ن}$

④ $\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{\text{ن}} = \text{ن}\,\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}$ ⑤ $\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ص}$

⑥ $\text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} - \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ص}$

قاعدة:-
اذا كانت $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ق(س)}$ فإن

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{ق}'(\text{س})}{\text{ق(س)}} = \frac{\text{مشتقة ما داخل اللوغاريتم}}{\text{الداخل نفسه بدون لو}}$$

سؤال: احسب مشتقة كلاً مما يلي:-

① $\text{ق(س)} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{3} \Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \frac{3\text{س}^{2}}{\text{س}^{3}}$

② $\text{ق(س)} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{جتاس} \Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \frac{-\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

③ $\text{ق(س)} = \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{1}{\text{س}} \Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \frac{-\frac{1}{\text{س}^{2}}}{\frac{1}{\text{س}}}$

④ $\text{ق(س)} = \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}$

① ② $1 \times 2^{1} + 2 \times 1^{1}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \text{س} \times \frac{1}{\text{س}} + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} \times 1 = 1 + \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}$

⑤ $\text{ق(س)} = \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{\text{س}^{2}+1}{\text{س}^{2}}$

$\text{ق(س)} = \text{لو}_{\text{هـ}} (\text{س}^{2}+1) - \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{2}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{2\text{س}}{\text{س}^{2}+1} - \frac{2\text{س}}{\text{س}^{2}}$

⑥ $\text{ق(س)} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{4} = 4\,\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}$

$\text{ق}'(\text{س}) = 4 \times \frac{1}{\text{س}} = \frac{4}{\text{س}}$

⑦ $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{جا}^{2}3\text{س} = 2\,\text{لو}_{\text{هـ}} \text{جا}3\text{س}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 2 \times \frac{3\,\text{جتا}3\text{س}}{\text{جا}3\text{س}} = 6\,\text{جتا}3\text{س}$

⑧ $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \frac{(3\text{س}-7)^{2}}{(\text{س}+5)^{5}}$

$= \text{لو}_{\text{هـ}} (3\text{س}-7)^{2} - \text{لو}_{\text{هـ}} (\text{س}+5)^{5}$

$= 2\,\text{لو}_{\text{هـ}} 3\text{س}-7 - 5\,\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}+5$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{2 \times 3}{3\text{س}-7} - \frac{5 \times 1}{\text{س}+5}$

⑨ $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{3} = 3\,\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 3 \times \frac{1}{\text{س}} = \frac{3}{\text{س}}$

⑩ $\text{ص} = (\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س})^{3} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 3(\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س})^{2} \times \frac{1}{\text{س}} = \frac{3}{\text{س}}(\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س})^{2}$

⑪ $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \text{ظا}^{2}3\text{س} = 2\,\text{لو}_{\text{هـ}} \text{ظا}3\text{س}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{2 \times \text{قا}^{2}3\text{س} \times 3}{\text{ظا}3\text{س}} = \frac{6\,\text{قا}^{2}3\text{س}}{\text{ظا}3\text{س}}$

⑫ $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}} \sqrt[3]{\text{س}^{3}+9\text{س}} = \text{لو}_{\text{هـ}} (\text{س}^{3}+9\text{س})^{\frac{1}{3}}$

$\text{ص} = \frac{1}{3}\,\text{لو}_{\text{هـ}} (\text{س}^{3}+9\text{س})$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{1}{3} \times \frac{3\text{س}^{2}+9}{\text{س}^{3}+9\text{س}} = \frac{\text{س}^{2}+3}{\text{س}^{3}+9\text{س}}$

قاعدة:-

$$\int \frac{\text{أ}}{\text{ب س}+\text{جـ}}\,\text{دس} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}\,\text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ب س}+\text{جـ}| + \text{ج}$$

① $\int \frac{2}{3\text{س}+5}\,\text{دس} = \frac{2}{3}\,\text{لو}_{\text{هـ}} |3\text{س}+5| + \text{ج}$

② $\int \frac{1}{\text{س}}\,\text{دس} = 1\,\text{لو}_{\text{هـ}} |\text{س}| + \text{ج}$

③ $\int \frac{2}{4\text{س}-1}\,\text{دس}$

$= \frac{2}{4}\,\text{لو}_{\text{هـ}} |4\text{س}-1| \Big|_{1}^{3}$

$= \frac{2}{4}(\text{لو}_{\text{هـ}} 3 - \cancel{\text{لو}_{\text{هـ}} 1}) = \frac{2}{4}\,\text{لو}_{\text{هـ}} 3$

④ $\int \frac{1}{2}\text{س}^{-1}\,\text{دس} = \int \frac{1}{2\text{س}}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\,\text{لو}_{\text{هـ}} |2\text{س}| + \text{ج}$

⑤ $\int \frac{3\text{س}+5}{\text{س}}\,\text{دس} = \int 3 + \frac{5}{\text{س}}\,\text{دس} = 3\text{س} + 5\,\text{لو}_{\text{هـ}} |\text{س}| + \text{ج}$

⑥ $\int \frac{1}{3\text{س}-7}\,\text{دس} =$

⑦ $\int \frac{5}{2\text{س}+3}\,\text{دس} =$

⑧ $\int_{2}^{3} \frac{1}{3-2\text{س}}\,\text{دس} =$

⑨ $\int_{1}^{\text{هـ}} \frac{1}{\text{س}}\,\text{دس} =$

⑩ $\int \frac{1}{\text{أس}+\text{ب}}\,\text{دس} =$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

قاعدة:

$\int \frac{\text{ق}'(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}\,\text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ق}(\text{س})| + \text{جـ}$

١) $\int \frac{3\text{س}^2+4}{\text{س}^3+4\text{س}+1}\,\text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}^3+4\text{س}+1| + \text{جـ}$

٢) $\int \text{ظتاس}\,\text{دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}\,\text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جاس}| + \text{جـ}$

٣) $\int \text{ظاس}\,\text{دس} = \int \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}\,\text{دس} = -\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جتاس}|$

٤) $\int \frac{\text{س}}{\text{س}^2+1}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\int \frac{2\text{س}}{\text{س}^2+1}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}^2+1| + \text{جـ}$

٥) $\int 2\text{س} - \frac{4}{\text{س}}\,\text{دس} = \cancel{\text{س}^2} - 2\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}| + \text{جـ}$

٦) $\int \sqrt[3]{\text{س}} - 2\sqrt{\text{س}} + \frac{2}{\text{س}}\,\text{دس}$

$= \int \text{س}^{\frac{1}{3}} - 2\text{س}^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{\text{س}}\,\text{دس}$

$\frac{3}{4}\text{س}^{\frac{4}{3}} - 2\times\frac{2}{3}\text{س}^{\frac{3}{2}} + 2\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}| + \text{جـ}$

قاعدة: $\int (\text{أس}+\text{ب})^{\text{قوة}}\,\text{دس} = \frac{(\text{أس}+\text{ب})^{(\text{قوة}+1)}}{\text{أ}\times(\text{قوة}+1)} + \text{جـ}$

١) $\int (2\text{س}+7)^9\,\text{دس} = \frac{(2\text{س}+7)^{10}}{2\times10} + \text{جـ}$

٢) $\int \frac{2}{(2\text{س}+1)^5}\,\text{دس} = \int 2(2\text{س}+1)^{-5}\,\text{دس}$

$= \frac{2(2\text{س}+1)^{-4}}{-4\times2} + \text{جـ}$

احسب التكاملات التالية:

١) $\int \frac{3\text{س}^2+5}{\text{س}^3+5\text{س}+19}\,\text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}^3+5\text{س}+19| + \text{جـ}$

٢) $\int \frac{2\text{س}-\text{جاس}}{\text{س}^2+\text{جتاس}}\,\text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}^2+\text{جتاس}| + \text{جـ}$

٣) $\int \frac{\text{جتاس}}{1+\text{جاس}}\,\text{دس} = \text{لو}_{\text{هـ}}|1+\text{جاس}| + \text{جـ}$

٤) $\int \text{ظاس} + \text{ظتاس}\,\text{دس} = \int \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} + \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}\,\text{دس}$

$= -\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جتاس}| + \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جاس}| + \text{جـ}$

٥) $\int \frac{\text{س}^2+5}{\text{س}^3+15\text{س}}\,\text{دس} = \frac{1}{3}\int \frac{3(\text{س}^2+5)}{\text{س}^3+15\text{س}}\,\text{دس}$

$= \frac{1}{3}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}^3+15\text{س}| + \text{جـ}$

٦) $\int \text{ظتا}5\text{س}\,\text{دس} = \int \frac{\text{جتا}5\text{س}}{\text{جا}5\text{س}}\,\text{دس}$

$= \frac{1}{5}\int \frac{5\,\text{جتا}5\text{س}}{\text{جا}5\text{س}}\,\text{دس} = \frac{1}{5}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جا}5\text{س}| + \text{جـ}$

٧) $\int_{2}^{4} \frac{1}{9-2\text{س}}\,\text{دس}$

٨) $\int \frac{2\text{س}}{\text{س}^2+5}\,\text{دس}$

٩) $\int \frac{6}{\text{س}} + \text{ظتاس} + \text{ظاس}\,\text{دس}$

١٠) $\int \frac{\text{س}+1}{\text{س}}\,\text{دس}$

١١) $\int \frac{\text{دس}}{\text{س}+\text{هـ}}$

١٢) $\int \frac{1+\text{ظا}^2\text{س}}{\text{ظاس}}\,\text{دس}$

اذا كان $\text{ق}'(\text{س})\times\text{جاس} - \text{ق}(\text{س})\,\text{جتاس} = \text{صفر}$

وكان $\text{ق}(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$ فما قيمة $\text{ق}(\frac{\pi}{4})$

الحل: $\text{ق}'(\text{س})\times\text{جاس} = \text{ق}(\text{س})\,\text{جتاس}$

$\frac{\text{ق}'(\text{س})\times\text{جاس}}{\text{ق}(\text{س})} = \text{جتاس}$

$\frac{\text{ق}'(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$ نكامل الطرفين

$\int \frac{\text{ق}'(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})}\,\text{دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}\,\text{دس}$

$\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ق}(\text{س})| = \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{جاس}| + \text{جـ}$

$\text{ق}(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \Leftarrow \text{لو}\sqrt{2} = \text{لو}|\text{جا}\frac{\pi}{4}| + \text{جـ}$

$\text{لو}\sqrt{2} = \text{لو} + \text{جـ} \Leftarrow \boxed{\text{لو}\sqrt{2} = \text{جـ}}$

$\text{لو}\,\text{ق}(\frac{\pi}{4}) = \text{لو}\,\text{جا}\frac{\pi}{4} + \text{لو}\sqrt{2}$

$= \text{لو}\frac{1}{\sqrt{2}} + \text{لو}\sqrt{2} = \text{لو} - \cancel{\text{لو}\sqrt{2}} + \cancel{\text{لو}\sqrt{2}}$

$= \text{صفر}$

$\text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ق}(\frac{\pi}{4}) = \text{صفر}$

$\Leftarrow \text{ق}(\frac{\pi}{4}) = \text{هـ}^{\text{صفر}} = 1$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١ $\int \frac{\text{لو}\,\text{س}}{\text{س}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{لو}\,\text{س} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دص}}{\frac{1}{\text{س}}} = \text{س}\,\text{دص}$

$\int \frac{\text{ص}}{\text{س}} \times \text{س}\,\text{دص} = \int \text{ص}\,\text{دص} = \frac{\text{ص}^2}{2} + \text{ج}$

$\frac{(\text{لو}\,\text{س})^2}{2} + \text{ج}$

٢ $\int \frac{\text{جا}\,2\text{س}}{9 - 3\,\text{جتا}^2\text{س}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = 9 - 3\,\text{جتا}^2\text{س}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{-6\,\text{جتا}\,\text{س}\,\text{جا}\,\text{س}} = \frac{\text{دص}}{-3\,\text{جا}\,2\text{س}}$

$\int \frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{ص}} \cdot \frac{\text{دص}}{-3\,\text{جا}\,2\text{س}} = \frac{-1}{3}\int \frac{1}{\text{ص}}\,\text{دص}$

$= \frac{-1}{3}\,\text{لو}|\text{ص}| + \text{ج}$

$= \frac{-1}{3}\,\text{لو}|9 - 3\,\text{جتا}^2\text{س}| + \text{ج}$

٣ $\int \frac{\sqrt{\text{س}}}{\text{س}\sqrt{\text{س}} + 3}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \sqrt{\text{س}} \leftarrow \text{دس} = 2\,\text{ص}\,\text{دص}$

$\int \frac{\text{ص}}{\text{ص}^2 \times \text{ص} + 3} \times 2\,\text{ص}\,\text{دص}$

$= \int \frac{2\,\text{ص}^2}{\text{ص}^3 + 3}\,\text{دص} = \frac{2}{3}\,\text{لو}|\text{ص}^3 + 3| + \text{ج}$

$= \frac{2}{3}\,\text{لو}|(\sqrt{\text{س}})^3 + 3| + \text{ج}$

٤ $\int \frac{1}{\sqrt{\text{س}} + \text{س}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \sqrt{\text{س}} \leftarrow \text{دس} = 2\,\text{ص}\,\text{دص}$

$\int \frac{1}{\text{ص} + \text{ص}^2} \times 2\,\text{ص}\,\text{دص} = \int \frac{2\,\text{دص}}{\text{ص} + \text{ص}^2}$

$= \int \frac{2\,\text{دص}}{\text{ص}(1 + \text{ص})}\,\text{دص} = \int \frac{2}{1 + \text{ص}}\,\text{دص}$

$= 2\,\text{لو}|1 + \text{ص}| + \text{ج}$

$= 2\,\text{لو}|1 + \sqrt{\text{س}}| + \text{ج}$

٥ $\int_{\text{هـ}}^{2\text{هـ}} \frac{1}{\text{س} + \text{هـ}}\,\text{دس} = \text{لو}|\text{س} + \text{هـ}|\,\Big|_{\text{هـ}}^{2\text{هـ}}$

$= \text{لو}\,2\text{هـ} - \text{لو}\,\text{هـ}$

$= \text{لو}\frac{2\text{هـ}}{\text{هـ}} = \text{لو}\,2$

٦ $\int \frac{\sqrt[3]{\text{س}}}{7 - \text{س}\sqrt[3]{\text{س}}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \sqrt[3]{\text{س}} \leftarrow \text{س} = \text{ص}^3 \leftarrow \text{دس} = 3\,\text{ص}^2\,\text{دص}$

$\int \frac{\text{ص}}{7 - \text{ص}^3 \times \text{ص}} \times 3\,\text{ص}^2\,\text{دص} = \int \frac{3\,\text{ص}^3}{7 - \text{ص}^4}\,\text{دص}$

$\frac{3}{-4}\int \frac{-4\,\text{ص}^3}{7 - \text{ص}^4}\,\text{دص} = \frac{-3}{4}\,\text{لو}|7 - \text{ص}^4| + \text{ج}$

$= \frac{-3}{4}\,\text{لو}|7 - (\sqrt[3]{\text{س}})^4| + \text{ج}$

٧ $\int \text{ظتا}\,\text{س}\,\text{لو}(\text{جا}\,\text{س})\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{لو}\,\text{جا}\,\text{س} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دص}}{\frac{\text{جتا}\,\text{س}}{\text{جا}\,\text{س}}} = \frac{\text{جا}\,\text{س}\,\text{دص}}{\text{جتا}\,\text{س}}$

$\int \frac{\text{جتا}\,\text{س}}{\text{جا}\,\text{س}} \times \text{ص} \times \frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{جا}\,\text{س}}\,\text{دص} = \int \text{ص}\,\text{دص}$

$= \frac{\text{ص}^2}{2} + \text{ج} = \frac{(\text{لو}\,\text{جا}\,\text{س})^2}{2} + \text{ج}$

٨ $\int \frac{1}{\text{س}\,\text{لو}\,\text{س}}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{لو}\,\text{س} \leftarrow \text{دس} = \text{س}\,\text{دص}$

$\int \frac{1}{\text{س}} \times \text{س}\,\text{دص} = \int \frac{1}{\text{ص}}\,\text{دص}$

$= \text{لو}|\text{ص}| + \text{ج} = \text{لو}|\text{لو}\,\text{س}| + \text{ج}$

٩ $\int \frac{2\,\text{س} + \text{ظا}\,\text{س}}{\text{جتا}^2\text{س}}\,\text{دس}$

$= \int \frac{2\,\text{س}}{\text{جتا}^2\text{س}} + \frac{\text{ظا}\,\text{س}}{\text{جتا}^2\text{س}}\,\text{دس}$

$= \int 2\,\text{س}\,\text{قا}^2\text{س} + \text{ظا}\,\text{س}\,\text{قا}^2\text{س}\,\text{دس}$

اجزاء ← تعويض

$= 2\,\text{س}\,\text{ظا}\,\text{س} + 2\,\text{لو}|\text{جتا}\,\text{س}| + \frac{\text{ظا}^2\text{س}}{2} + \text{ج}$

١٠ $\int \text{جتا}^3\text{س}\,\text{لو}\,\text{جا}\,\text{س}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{جا}\,\text{س} \leftarrow \text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{جتا}\,\text{س}}$

$\int \text{جتا}^3\text{س}\,\text{لو}\,\text{ص}\,\frac{\text{دص}}{\text{جتا}\,\text{س}} = \int \text{جتا}^2\text{س}\,\text{لو}\,\text{ص}\,\text{دص}$

$= \int (1 - \text{جا}^2\text{س})\,\text{لو}\,\text{ص}\,\text{دص} = \int (1 - \text{ص}^2)\,\text{لو}\,\text{ص}\,\text{دص}$

اجزاء

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١١ ∫ لو س دس

الحل ∫ لو س $\frac{\text{دس}}{\text{دهـ}}$

ق = لو س ← دق = $\frac{1}{\text{س}}$ دس

دهـ = دس ← هـ = س

س لو س − ∫ س × $\frac{1}{\text{س}}$ دس

س لو س − ∫ ١ دس = س لو س − س + جـ

١٢ ∫ (لو س)^2 دس

ق = (لو س)^2 ← دق = ٢(لو س) ($\frac{1}{\text{س}}$) دس

دهـ = دس ← هـ = س

= س(لو س)^2 − ∫ س × ٢(لو س) ($\frac{1}{\text{س}}$) دس

= س(لو س)^2 − ٢∫ لو س $\frac{\text{دس}}{\text{دهـ}}$

= س(لو س)^2 − ٢(س لو س − س) + جـ

١٣ ∫ (لو س)^3 دس — واجب

١٤ ∫ س^3 لو س دس

ق = لو س ← دق = $\frac{1}{\text{س}}$ دس

دهـ = س^3 دس ← هـ = $\frac{1}{4}$ س^4

= $\frac{1}{4}$ س^4 لو س − $\frac{1}{4}$ ∫ س^4 × $\frac{1}{\text{س}}$ دس

= $\frac{1}{4}$ س^4 لو س − $\frac{1}{4}$ ∫ س^3 دس

= $\frac{1}{4}$ س^4 لو س − $\frac{1}{4}$ $\frac{\text{س}^4}{4}$ + جـ

١٥ ∫ جتا س لو جا س دس

ق = لو جا س ← دق = $\frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}}$

دهـ = جتا س دس ← هـ = جا س

= لو جا س × جا س − ∫ جا س × $\frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}}$ دس

= جا س لو جا س − ∫ جتا س دس

= جا س لو جا س − جا س + جـ

١٦ ∫ قا^2 س لو ظا س دس — واجب

١٧ ∫ قا^2 س لو ظا س دس

ص = ظا س ← دص = قا^2 س دس

∫ قا^2 س لو ص دص

∫ قا^2 س لو ص دص = ∫ (١ + ظا^2 س) لو ص دص

∫ (١ + ص^2) لو ص دص

= لو ص × (ص + $\frac{\text{ص}^3}{3}$) − ∫ (ص + $\frac{\text{ص}^3}{3}$) × $\frac{1}{\text{ص}}$ دص

= (ص + $\frac{\text{ص}^3}{3}$) لو ص − ∫ (١ + $\frac{\text{ص}^2}{3}$) دص

= (ص + $\frac{\text{ص}^3}{3}$)(لو ص) − (ص + $\frac{\text{ص}^3}{3 \times 3}$) + جـ

= (ظا س + $\frac{\text{ظا}^3 \text{س}}{3}$)(لو ظا س) − (ظا س + $\frac{\text{ظا}^3 \text{س}}{9}$) + جـ

١٨ ∫ جا لو س $\frac{\text{دس}}{\text{دهـ}}$ — اجزاء دوري — واجب

١٩ ∫ س قتا^2 س $\frac{\text{دس}}{\text{دهـ}}$

ق = س ← دق = ١ دس

دهـ = قتا^2 س دس ← هـ = −ظتا س

س × −ظتا س − ∫ −ظتا س دس

= −س ظتا س + ∫ $\frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}}$ دس

= −س ظتا س + لو |جا س| + جـ

٢٠ ∫ ٦س لو $\frac{3}{\text{س}}$ دس

= ∫ ٦س (لو ٣ − لو س) دس

= ∫ ٦س (لو ٣ − ½ لو س) دس

= ∫ لو ٣ × ٦س − ∫ $\frac{\text{٣س}}{\text{دهـ}}$ $\frac{\text{لو س دس}}{\text{ق}}$

ق = لو س ← دق = $\frac{1}{\text{س}}$ دس

دهـ = ٣س ← هـ = $\frac{3\text{س}^2}{2}$

لو ٣ × $\frac{6\text{س}^2}{2}$ − (لو س × $\frac{2\text{س}^3}{2}$ − ∫ $\frac{3\text{س}^2}{2}$ × $\frac{1}{\text{س}}$ دس)

لو ٣ × (٣س^2) − (لو س × $\frac{2\text{س}^3}{2}$ − ∫ $\frac{3}{2}$ س دس)

لو ٣ × (٣س^2) − (لو س × $\frac{3\text{س}^2}{2}$ − $\frac{3}{4}$ س^2 + جـ

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

٢١ $\int س \text{ ظتا}\sqrt{1+س^2}\ دس$

$ص = \sqrt{1+س^2} \leftarrow ص^2 = 1+س^2$

$2ص\ دص = 2س\ دس$

$دس = \frac{ص\ دص}{س}$

$\int س \text{ ظتا}ص \times \frac{ص\ دص}{س} = \int ص \text{ ظتا}ص\ دص$

$\int ص(\text{قتا}^2ص - 1)\ دص = \int \underbrace{ص \text{ قتا}^2ص}_{\text{اجزاء}} - \underbrace{ص\ دص}_{\text{مباشر}}$

$ق = ص \leftarrow دق = 1\ دص$

$دهـ = \text{قتا}^2ص \leftarrow هـ = -\text{ظتا}ص$

$ص \times -\text{ظتا}ص - \int -\text{ظتا}ص \times دص - \frac{ص^2}{2} + جـ$

$= -ص \text{ ظتا}ص + \int \frac{\text{جتا}ص}{\text{جا}ص}\ دص - \frac{ص^2}{2} + جـ$

$= -ص \text{ ظتا}ص + \text{لو}|\text{جا}ص| - \frac{ص^2}{2} + جـ$

$= -\sqrt{1+س^2}\ \text{ظتا}\sqrt{1+س^2} + \text{لو}|\text{جا}\sqrt{1+س^2}| - \frac{(\sqrt{1+س^2})^2}{2} + جـ$

٢٢ $\int \frac{س \text{ قا}^2س - \text{ظا}س}{س^2}\ دس$

$= \int \frac{س \text{ قا}^2س}{س^2} - \frac{\text{ظا}س}{س^2}\ دس$

$\int \frac{1}{س} \text{ قا}^2س - \int \frac{\text{ظا}س}{س^2}\ دس =$

$ق = \frac{1}{س} \leftarrow دق = \frac{-1}{س^2}\ دس$

$دهـ = \text{قا}^2س \leftarrow هـ = \text{ظا}س$

$\frac{1}{س} \text{ظا}س + \cancel{\int \frac{1}{س^2} \text{ظا}س\ دس} - \cancel{\int \frac{\text{ظا}س}{س^2}\ دس}$

$= \frac{1}{س} \text{ظا}س + جـ$

٢٣ $\int \text{قا}س\ دس$

$= \int \text{قا}س \times \frac{(\text{قا}س + \text{ظا}س)}{\text{قا}س + \text{ظا}س} = \int \frac{\text{قا}^2س + \text{قا}س \text{ظا}س}{\text{قا}س + \text{ظا}س}$

$= \text{لو}|\text{قا}س + \text{ظا}س| + جـ$

٢٤ $\int \text{قتا}س\ دس$ واجب

٢٥ $\int \frac{\text{ظا}س}{1+\text{قا}س}\ دس$

$= \int \frac{\frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س}}{1+\frac{1}{\text{جتا}س}}\ دس = \int \frac{\frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س}}{\frac{\text{جتا}س+1}{\text{جتا}س}}\ دس = \int \frac{\text{جا}س}{\text{جتا}س+1}\ دس$

$= \text{لو}|\text{جتا}س + 1| + جـ$

٢٦ $\int \frac{دس}{س \text{ لو}س}$ $ص = \text{لو}س$

٢٧ $\int \underbrace{س}_{دهـ} \underbrace{(\text{لو}س)^2}_{ق}\ دس$ واجب

٢٨ $\int \text{جا}^2س \text{ لو جا}س\ دس$

$ص = \text{جا}س$

$دص = \frac{دص}{\text{جتا}س}$

$= \int 2\text{جا}س \text{ جتا}س \text{ لو جا}س\ دس$

$= \int 2ص \text{ جتا}س \text{ لو}ص \times \frac{دص}{\cancel{\text{جتا}س}}$

$= \int \underbrace{2ص \text{ لو}ص}_{ق}\ \underbrace{دص}_{دهـ}$

$ق = \text{لو}ص \leftarrow دق = \frac{1}{ص}\ دص$

$دهـ = 2ص \leftarrow هـ = \cancel{2}\frac{ص^2}{\cancel{2}}$

$ص^2 \text{ لو}ص - \int ص^2 \times \frac{1}{ص}\ دص = ص^2 \text{ لو}ص - \int ص\ دص$

$= ص^2 \text{ لو}ص - \frac{ص^2}{2} + جـ = \text{جا}^2س \text{ لو جا}س - \frac{\text{جا}^2س}{2} + جـ$

٢٩ $\int \frac{1-\text{لو}س}{س}\ دس$

$= \int \frac{1}{س} - \int \frac{\text{لو}س}{س}\ دس$ $\boxed{ص = \text{لو}س}$

$= \text{لو}س - \int \frac{ص}{س} \cdot دس$

$= \text{لو}س - \frac{ص^2}{2} + جـ = \text{لو}س - \frac{(\text{لو}س)^2}{2} + جـ$

٣٠ $\int \frac{1}{س\sqrt{\text{لو}س+1}}\ دس$

$ص = \text{لو}س + 1 \leftarrow دص = \frac{1}{س}\ دس$

$\int \frac{1}{\cancel{س}\sqrt{ص}} \times \cancel{س}\ دص = \int \frac{دص}{\sqrt{ص}}$

$= \int ص^{-\frac{1}{2}}\ دص = \frac{1}{2} ص^{\frac{1}{2}} + جـ$

$= \frac{1}{2}(\text{لو}س+1)^{\frac{1}{2}} + جـ$

٣١ $\int \frac{4س \text{ لو}\sqrt{س^2+5}}{س^2+5}\ دس$

$= \int \frac{4س \times \frac{1}{2} \text{ لو}(س^2+5)}{س^2+5}\ دس$

$ص = \text{لو}(س^2+5) \leftarrow دص = \frac{(س^2+5)\ دس}{2س}$

$\int \frac{2س}{س^2+5} \times \frac{(س^2+5)\ دس}{2س} = \int ص\ دص = \frac{ص^2}{2} + جـ$

$= \frac{(\text{لو}(س^2+5))^2}{2} + جـ$