

لَا تنتظِر وقْتًا إضافيًّا لَا تُؤجل عمل الْيَوْمِ إلَى الغَدِ اجْعَل هَدْفَكَ لِيُسَر النِّجَام فَقَطْ بِالنِّفَاقِ وَالتَّمَيِّزِ

العلامة
ال الكاملة

الرياضيات

إهداء إلى روح والداي
غفر الله لهم وجعلهم
من أهل الجنة

المستوى الرابع الفرع الأدبي

الاحصاء والاحتمالات + كتاب +

وزارة + مقترحة

إعداد الأسنان

عبد الغفار الشيخ

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

شتوي ٢٠١٠ : في أحد الأسواق بيع (٤) أنواع من الخضار
 {بندورة ، خس ، ملفوف ، فاصولياء } و (٣) أنواع من
 اللحوم هي {لحم خارف ، سمك ، دجاج } أراد أحمد أن
 يشتري نوعا واحدا من الخضار ونوعا واحدا من اللحم ، فجد
 عدد الطرق المختلفة التي يستطيع بها اختيار ذلك

الإحصاء والاحتمالات

مبدأ العد

إذا أردنا إجراء تجربة ما على مراحل متتابعة عددها k وكل
 مرحلة تمت بطرق عددها n_1, n_2, \dots, n_k فإن هذه
 التجربة يتم إجراؤها بطرق عددها

$$\text{عدد الطرق } N = n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$$

في مكتبة طالبة (٤) دواوين شعرية للشعراء (المتنبي ، أحمد شوقي ، عرار ، الفرزدق) و(٣) روايات للروائيين (فدوى طوقان ، توفيق الحكيم ، وليد سيف) إذا أرادت الطالبة قراءة كتابين أحدهما يمثل ديوانا شعريا والأخر رواية أدبية ، فبكم طريقة يمكنها ذلك

مثال : لدى شخص أربعة أنواع من القمصان وثلاثة أنواع من البناطيل ، ونوعان من الأحذية ، فهل يمكنه ذلك إذا أراد كل يوم ارتداء لباس مختلف عن اليوم الذي سبقه مدة شهر كامل

محل لبيع المجمدات الغذائية فيه (٣) أنواع من الأسماك و(٤)
 أنواع مختلفة من اللحوم الحمراء ونوعان من الدجاج ، بكم
 طريقة يمكن لأحد الزبائن أن يشتري نوعا واحدا من كل من
 الأسماك واللحوم الحمراء والدجاج

مثال : محل أدوات منزلية يعرض (٣) أنواع من الصحنون ،
 و(٣) أنواع من الكاسات ، و (٤) أنواع من الفناجين ، بكم
 طريقة يمكن اختيار صحن وكاسة وفنjan؟

تعمل (١٠) حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مادبا وعمان
 وتعمل ٣٠ حافلة أخرى بين مدينتي عمان والزرقاء فإذا أراد
 راكب أن يسافر من مادبا إلى الزرقاء مرورا بعمان ثم يعود
 سالكا الطريق نفسه ، فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك شريطة أن لا
 يركب الحافلة نفسها في أثناء رحلته

طالب جامعي يريد تسجيل مساقى الفيزياء والرياضيات فإذا علم
 أن عدد الشعب المتوفّرة لمساق الفيزياء هي ثلاثة شعب ،
 وشعبتان لمساق الرياضيات ، فكم عدد الطرائق التي يمكنه بها
 التسجيل للمساقين (علمًا بأنه لا يمكن طرح هذه الشعب جميعا
 في وقت واحد)

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

ملاحظة : عند إعطاء مسؤوليات أو مهام للأشخاص فهو يعني

بدون تكرار
شتوى ٢٠٠٨ بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار لجنة مكونة من
مدير ونائب له وأمين سر من بين (٥) مرشحين

مثال : بكم طريقة يمكن توزيع ٥ أشخاص في خمسة مقاعد على
خط مستقيم

أراد شخصاً شراء ثلاجة وغسالة ومكتوى ، فوجد ٣ أنواع
مختلفة من الثلاجات ، ونوعان من الغسالات ، و ٤ أنواع من
المكتوى ، بكم طريقة يمكن شراء ثلاجة وغسالة ومكتوى

مثال : كم عدد الطرق يمكن تكوين عدد مكون من منزلتين من
مجموعة الأرقام {١، ٢، ٣} بدون تكرار
بتكرار

مثال : كم كلمة مكونة من ثلاثة أحرف يمكن تكوينها من الكلمة
(رياضي) علما أنه ليس بالضرورة أن يكون لكلمة معنى
تكرار

مثال : بكم طريقة يمكن تكوين كلمة من أربعة أحرف من
مجموعة الأحرف الهجائية العربية (٢٨) حرفاً بدون تكرار
بتكرار

مثال : بكم طريقة يمكن تكوين لوحة من حرفان هجانيان وثلاثة

أرقام من {١، ٢، ٣، ...} بدون تكرار
بتكرار

في حال مبدأ العد عندما يكون

- التكرار مسموح فالعدد الكلي يبقى كما هو
- التكرار غير مسموح فالعدد الكلي يتناقص بمقدار واحد كل مره

مثال : كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة
الأرقام {٥، ٦، ٨، ٩} مع التكرار

بدون تكرار
صيفي ٢٠٠٨ كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من
مجموعة الأرقام {١، ٣، ٥، ٧، ٩} علمًا أن التكرار
غير مسموح به

شتوي ٢٠١٢ كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من
مجموعة الأرقام {٤، ٦، ٩} إذا لم يسمح بتكرار الأرقام
بدون تكرار

مثال : إذا كانت {س ، ص ، ع ، ل} مجموعة الأحرف وكانت
{١ ، ٣ ، ٧ ، ٥ ، ٩} مجموعة الأرقام ، يراد عمل لوحة مكونة
من حرفين ورقمين حسب الحالات التالية :
• في حالة تكرار الرقم والحرف

• عدم تكرار الرقم والحرف

• تكرار الرقم وعدم تكرار الحرف

• عدم تكرار الرقم وتكرار الحرف

بكم طريقة يمكن تكوين عدد من (٣) منازل من مجموعة الأعداد
الفردية التي هي أكبر من (٤) وأقل من أو تساوي (١٥) في حال
أ) سمح بتكرار الأرقام ب) لم يسمح بتكرار الأرقام

إذا كان $n = 4 + 2 = 6$ جد قيمة الثابت n

المضروب : n !

يرمز لمضروب العدد الصحيح غير السالب n !

عدد طرق ترتيب n من الأشياء في n من الأماكنساوي :

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots 1 \times 2 \times \dots \times n$$

إذا كان $-6 + (n+1) = 17 + 10 = 27$ جد قيمة الثابت n

$(n+1)! = 2$ جد قيمة الثابت n

$720 = 6!$	$24 = 4!$	$2 = 2!$	$1 = 1!$
$5040 = 7!$	$120 = 5!$	$6 = 3!$	$1 = 1!$

مثال : بكم طريقة يمكن ترتيب 4 كتب على رف المكتبة في صف واحد

إذا كان $\frac{n!}{(n-2)!} = 12$ جد قيمة الثابت n

مثال : بكم طريقة يمكن أن يجلس 6 طلاب على 6 مقاعد موضوعة بطريقة مستقيمة

مثال : جد قيمة مما يأتي :

$$(1+2)!$$

$$(2-5)!$$

$$12 + 13 + 4!$$

$$12 - 4!$$

$$13 \times 12!$$

$$10 + 12!$$

$$\frac{17}{4!}$$

$$(4-1)!$$

$$(4-4)!$$

$$\frac{18}{5 \times 4!}$$

$$13 \times (4-5)!$$

صيفي ٢٠١١ : إذا كان $3(n!) + 3 = 366$ جد قيمة n

شتوبي ٢٠٠٨ إذا كان $3 \times n! = 72$ جد قيمة الثابت n

إذا كان $5(n!) = 30$ جد قيمة الثابت n

$$= \frac{(n+1)!}{(n-1)!}$$

إذا كان $n! = 720$ جد قيمة الثابت n

(٣)

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد العفار الشیخ . حاسوب

مثال : جد قيمة كل ممل يلي :

$$L(6,2) =$$

$$L(0,5) =$$

$$L(2,9) =$$

$$L(6,6) =$$

$$\text{شتوي } 2009 \quad L(1,7) =$$

$$L(2,10) =$$

$$L(1,6) =$$

$$L(1,6) = \frac{(1,6)!}{!^3}$$

$$L(6,4) + L(5,7) + L(2,6) =$$

التباديل

في التباديل ترتيب الاختيار مهم وهو أساس العملية

الصورة العامة للتباديل :

$$L(n,r) = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)$$

$$\text{ويكون } L(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

حيث n, r أعداد طبيعية وأن $0 \leq r \leq n$

كم عدد تباديل مجموعة مكونه من (9) عناصر مأخوذة منها

(5) في كل مرة

كم عدد تباديل مجموعة مكونه من (7) عناصر مأخوذة منها (3)

في كل مرة

شتوي 2008 جد قيمة $L(3,8)$

$$!^3$$

ملاحظة :

$$L(n,1) = n$$

$$L(n,0) = 1$$

$$L(n,n) = n!$$

شتوي 2010 عدد التباديل الثلاثية المأخوذة من مجموعة سداسية

شتوي 2011 كم عدد تباديل مجموعة من سبعة عناصر مأخوذة

ثلاثة عناصر كل مرة

شتوي 2014 : بكم طريقة يمكن أن تجلس أربع طالبات على

أربعة مقاعد موضوعة في صف واحد

مثال : كم كلمة باستخدام حروف مختلفة يمكن تكوينها من

الحروف $\{A, B, C, D, E\}$

بدون تكرار إذا كانت الكلمة

A) 3 حروف

صيفي 2009 في احدى الكليات الجامعية (31) مدرساً أرادت

الادارة أن تختار منهم عميداً للكلية ونائباً للعميد فجد الطرق

الممكنة لذلك

B) 4 حروف

C) 5 حروف

مثال : بكم طريقة يمكن اختيار رئيس منتدى ثقافي ، ومساعد له

وأمين سر من بين (10) منتسبيين إلى هذا النادي

عبر عما يلي باستخدام التباديل

$$13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17$$

$$k \times (k-1) \times (k-2) \times \dots \times k \leq 3$$

(4)

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ

مثال : جد قيمة n في كل مما يلي :

$$\text{إذا كان } L(n, 2) = 30$$

مثال : ما عدد طرائق اختيار رئيس شركة ونائب له ومدير مالي من بين (٢٠) موظفاً في الشركة علماً بأن الشخص الواحد لا يشغل أكثر من وظيفة واحدة في الشركة

$$\text{إذا كان } L(n, 3) = 60$$

مثال : بكم طريقة يمكن اختيار ٤ أسللة للإجابة عليها في امتحان مكون من ٥ أسللة

$$\text{إذا كان } L(n, 3) = 720$$

مثال : جد قيمة r في كل مما يأتي :

$$\text{إذا كان } L(6, r) = 120 \quad \text{شتوي ٢٠١١}$$

$$120 = L(2, n) \quad \text{إذا كان } L(8, r) = 1680$$

$$L(6, r) = 360 \quad \text{إذا كان } L(n, 3) = 9, 1, 4, 2, 6, 5$$

$$360 = L(6, r) \quad \text{إذا كان } L(n, 3) = 360$$

صيفي ٢٠٠٨ جد قيمة n التي تحقق المعادلة

$$L(n, 3) = 4 L(n, 2)$$

$$360 = L(6, r) \quad 360 = L(6, r) + 4 L(6, r)$$

شتوي ٢٠١٠ إذا علمت أن

$$L(n, 3) = 6 L(n, 2) \quad \text{فما قيمة } n$$

$$20 = L(5, r) \quad \text{إذا كان } L(5, r) = 20 \quad \text{جد قيمة } r$$

$$80 = L(4, r) + L(3, r) \quad 80 = L(4, r) + L(3, r)$$

$$\text{قاعدة } [n] = [n-r]$$

التوافق

الترتيب غير مهم في التوافق

الصورة العامة

$\binom{n}{r}$ تقرأ فوق r ، حيث n عدد العناصر الكلي
 $\binom{n}{r}$ عدد العناصر المأخوذة من n كل مرة

$$[12] = [12]$$

$$[r] = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{12!}{r!(12-r)!}$$

جد قيمة نصيفي ٢٠٠٨

$$[n] = [n]$$

مثال : امتحان اللغة العربية يتكون من (٧) أسئلة ، جد عدد طرائق اختيار (٥) أسئلة للاجابة عليها

جد قيمة (قيم) س شتوبي ٢٠١٥

$$[9] = [9]$$

مثال : جد عدد طرائق اختيار قلمين من علبة تحتوي ١٠ اقلام

جد قيمة كصيفي ٢٠١١

$$[k] = [k]$$

$$[s] = [s]$$

مثال : جد قيمة كل ممل يلي :

$$[2] = [6]$$

$$[4] = [6]$$

صيفي ٢٠٠٩

$$[8] = [8]$$

$$[7] = 3! = 6$$

$$[s] = [s]$$

$$[5] \times [5]$$

$$[32] = [32]$$

$$[6] \times [7]$$

$$[5] = [s]$$

ملاحظات :

$$[1] = [n], [n] = n$$

$$[6] = [s]$$

مثال : جد قيمة كل ممل يلي :

$$[4] = [4]$$

$$[2] = [n]$$

$$[6] = [6]$$

$$[2] = [n]$$

$$[9] = [1]$$

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ

صيفي ٢٠١٥ إذا كان $\left[\begin{array}{c} n \\ 3 \end{array} \right] = 10$ فجد قيمة $L(n, 3)$

شتوي ٢٠٠٩ : جد قيمة (n) إذا علمت أن $n! = L(2, 5) + L(2, 6)$

صيفي ٢٠١٥ جد قيمة n التي تتحقق المعادلة

$$\left[\begin{array}{c} 4 \\ 2 \end{array} \right] \times L(3, 6) = L(1, 10)$$

صيفي ٢٠١٣ : جد قيمة (n) التي تتحقق المعادلة

$$n! = L(2, 6) + L(2, 10)$$

شتوي ٢٠١٦ جد قيمة n التي تتحقق المعادلة

$$(n+1)! = L(1, 10) \times L(1, 6)$$

ملاحظات: عند ورود المصطلحات التالية في الأسئلة فهي تعني

الأقل تعني أكبر من أو يساوي

على الأكثري تعني أقل من أو تساوي

(أو) تعني + ، (و) تعني ×

مثال: بكم طريقة يمكن إجراء مباريات التصفية النهائية لكرة

القدم بين أربعة فرق رياضية؟

مثال: شركة بها ١٠ موظفين من بينهم ٣ سيدات ، ما عدد

الطرق لاختيار

أ) ٣ موظفين

ب) رجلين وسيدة من بين الموظفين

ج) ٣ رجال

د) ٣ سيدات

هـ) سيدتان ورجل

شتوي ٢٠١٥ إذا كان

$$L(n, 3) = \left[\begin{array}{c} n \\ 4 \end{array} \right] \text{ فما قيمة } n$$

(٧)

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

صيفي ٢٠١١: بكم طريقة يمكن اختيار ٤ طلاب و ٣ طالبات لتشكيل لجنة في إحدى الكليات من بين ١٠ طلاب و ٥ طالبات

مثال عائلة مكونة من (٥) أولاد و (٣) بنات يراد تكليف (٣) منهم بتنظيم الحديقة فبكم طريقة يمكن اختيارهم بحيث يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريق

لا يوجد اي بنت في الفريق

شتوي ٢٠١٢ مجموعة مكونة من ٨ معلمين و ٤ اداريين ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثة بحيث تكون من معلم واحد على الأقل

يكون رئيس الفريق من البنات

مثال : مجموعة مكونة من ٨ معلمين و ٣ اداريين ، جد عدد الطرق التي يمكن تكوين لجنة ثلاثة منهم حسب ت تكون اللجنة من معلمين وإداري

في احدى المستشفيات يراد اختيار فريق طبي خماسي لتمثيل المستشفى في مؤتمر صحي من بين (٥) أطباء و (٦) ممرضين بكم طريقة يمكن تكوين الفريق في الحالات الآتية :

الفريق يتكون من طبيبين اثنين على الأكثر

رئيس اللجنة ونائبه من الإداريين والباقي معلمين

رئيس الفريق ونائبه من الأطباء والبقية ممرضون

مثال : في احدى مديريات التربية والتعليم يراد اختيار لجنة رباعية تتولى اعداد خطة استعداد لبدء العام الدراسي من بين (٧) رؤساء أقسام و (٨) أعضاء أقسام بكم طريقة يمكن تكوين اللجنة في الحالات الآتية :

اللجنة تتكون من (٣) رؤساء أقسام وعضو واحد

صيفي ٢٠٠٨ ، شتوى ٢٠١٣ بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة في احدى المدارس من بين (٥) معلمين ، (٨) طلاب

اللجنة تتكون من عضوين اثنين على الأقل

رئيس اللجنة يجب أن يكون رئيس قسم والبقية من الأعضاء

لاتضم اللجنة أي عضو من أعضاء الأقسام

(٨)

المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

- الفضاء العيني (Ω) هو مجموعة كل النتائج الممكنة للتجربة

• الحادث : هو مجموعة جزئية من الفضاء العيني (Ω)

- المتغير العشوائي : هو اقتران معرف (مجاله) من الفضاء العيني إلى (مداد) مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقة و تستخد المرموز س ، ص ، ع ٠٠٠ ، للدلالة على المتغيرات العشوائية حيث س ، ص ، ع ٠٠٠ عدد مرات الظهور للحادث

- ملاحظة : سمي س بالمتغير العشوائي المنفصل ، لأن مجموعة قيم هذا المتغير معدودة و منتهية

مثال : في تجربة رمي قطعة نقد مرتين ، وكان المتغير العشوائي س يدل على ظهور صورة ، اكتب قيم س

شتوي ٢٠١٤ مجموعة مكونة من (٦) معلمين و (٨) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثة بحيث تكون من معلمين اثنين على الأقل

صيفي ٢٠١٤ مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٦) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية مكونة من رئيس و نائب رئيس من المعلميين و عضوين من الطلاب

شتوي ٢٠١٥ مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٧) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثة منهم بحيث تكون من معلم واحد على الأقل

مثال : إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الأطفال الإناث في تجربة لاختيار عشوائي لعائلة لديها طفلان و تسجيل النتائج حسب الجنس و تسلسل الولادة جد القيم الممكنة للمتغير العشوائي س

صيفي ٢٠١٥ مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٦) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة منهم مكونة من رئيس و نائب للرئيس و ثلاثة أعضاء بحيث يكون الرئيس معلما و نائبه طالبا

مثال : إذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الكتابة عند رمي قطعة نقد ٣ مرات ، اكتب الفضاء العيني ثم جد قيم س الممكنة للمتغير العشوائي ؟

شتوي ٢٠١٦ مجموعة مكونة من (٤) طلاب من كلية العلوم و (٦) طلاب من كلية الآداب في أحدى الجامعات ، جد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار لجنة مكونة من رئيس و نائب للرئيس وأربعة أعضاء من المجموعة بحيث يكون الرئيس و نائبه من كلية الآداب

قاعدة : يسمى لاقتران احتمال للمتغير العشوائي المنفصل س الذي يأخذ القيم $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ ، فإن $L(s_r) \leq 0$ بحيث $r = 1, 2, \dots, n$

$$L(s_r) = 1$$

مثال : إذا دل المتغير العشوائي ع على عدد الأطفال الإناث في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها ٣ أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة جد الفضاء العيني

احتمال قيم المتغير العشوائي المنفصل

إذا كان الفضاء العيني (Ω) متماثلاً وكان حادثاً في الفضاء العيني (Ω) فإن احتمال الحادث $H = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$

شتوى ٢٠١٠ : في تجربة رمي قطعة نقد مرتين ، إذا دل المتغير العشوائي (S) على عدد مرات ظهور الصورة ،

١) أكتب الفضاء العيني لهذه التجربة

٢) أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (S)

كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع

عبد الغفار الشيخ

أكتب النتائج على شكل أزواج مرتبة

بين أن L هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع

شتوى ٢٠١٢ في تجربة رمي قطعة نقد (٣) مرات متتالية، إذا دل المتغير العشوائي (S) على عدد مرات ظهور الكتابة، أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (S)

مثال : إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S معطى بالمجموعة $\{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$

جد قيمة ب

صيفي ٢٠١١ : إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S معطى بالمجموعة $\{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$

جد قيمة ك

شتوى ٢٠١٤ إذا دل المتغير العشوائي (S) على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) أطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة وأن احتمال ولادة الطفل ذكر يساوي احتمال ولادته اثنى

أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (S)

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

قاعدة برنولي : توزيع ذي الحدين

مثال : يمثل الجدول التالي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي s جد قيمة b

تفسير التجربة :

تجربة برنولي هي تجربة عشوائية مكونة من محاولة واحدة فقط
فاصوتها العيني إما نجاح (وقوع) أو فشل (عدم وقوع)
بحيث إذا تكرر إجراء التجربة لا تتأثر النتائج

إذا أجريت تجربة برنولي (n) من المرات وكان احتمال
النجاح في المحاولة الواحدة (a) وكان s متغيراً عشوائياً يمثل
عدد مرات النجاح في المحاولات كلها فإن

$$L(s) = r \left[(1-a)^n - a^n \right]$$

$$r = \{ 1, 2, \dots, n \}$$

يسمى a ، n معالمي المتغير ذي الحدين
 n : عدد مرات إجراء التجربة

r : العدد المطلوب من التجربة كل مرة

a : احتمال النجاح في المرة الواحدة

ملاحظة : عند ورود المصطلحات التالية فهي تعني :

عند رمي قطعة نقد عندها تكون $A = 0.5$

عند رمي حجر نرد عندها تكون $A = \frac{1}{6}$

في تجربة إنجاب طفل فإن $A = 0.5$

شتوي ٢٠٠٨ إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي
المنفصل (s) معطى بالجدول التالي ، جد قيمة g

٣	٢	١	٠	s
٠.٣	٠.٢	b	٠.٢	$L(s)$

إذا دل المتغير العشوائي s على مجموع العدددين الظاهرين في
تجربة إلقاء حجري نرد ، وملحوظة الرقمين على الوجهين
الظاهرين فأجب بما يأتي :

أ) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي s

ب) أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي s

ج) بين أن L هو اقتران احتمال

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (s)
معطى بالجدول التالي ، جد قيمة الثابت A

٢	١	٠	s
$A + 1$	٠.١	٠.٥	$L(s)$

صيفي ٢٠١١ : إذا كان س متغيراً عشوائياً ذي الحدين ، معاملاته
 $n = 3, 1 = 0.6$ جد قيمة ل ($s \leq 2$)

مثال : عند رمي قطعة نقد ٤ مرات ما احتمال ظهور الصورة
 في رميتين منها

شتوي ٢٠١٣ : إذا كان س متغيراً عشوائياً ذي الحدين ، معاملاته
 $n = 2, 1 = 0.3$ جد

مثال : إذا كان س متغيراً عشوائياً ذي الحدين ، معاملاته
 $n = 2, 1 = 0.4$ جد قيمة كل مما يأتي :

1) قيمة س

ل ($s = 2$)

٢) جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

عبد الغفار الشيخ

ل ($s \leq 1$)

مثال : إذا كان احتمال أن يصيب شخص هدفاً ما في كل طلقة
 يطلقها على الهدف يساوي ٠.٧ ، إذا أطلق ٥ طلقات على

إذا كان س متغيراً عشوائياً ذي الحدين ، معاملاته $n = 4$ ،

الهدف ما احتمال

١. إصابة الهدف ٣ مرات

٢. إصابة الهدف مرة واحدة على الأقل

٣. إصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر

$0.6 = 0.6$ جد قيمة كل مما يأتي :

ل ($s = 2$)

ل ($s \leq 4$)

صيفي ٢٠١٠ إذا كان احتمال أن يصيب شخص ما هدفاً ما
 في كل طلقة يطلقها على الهدف يساوي ٠.٦ ، إذا أطلق ٤
 طلقات على الهدف ما احتمال إصابة الهدف مرة واحدة

ل ($s \geq 1$)

على الأقل

شتوي ٢٠٠٨ : إذا كان س متغيراً عشوائياً ذي الحدين ، معاملاته
 $n = 4, 1 = 0.3$ جد قيمة كل مما يلي :

ل ($s = 2$)

ل ($s \leq 3$)

غرس مزارع (٧) شتلات وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة ٦٠٪ ما احتمال نجاح غرس (٣) شتلات على الاقل

مثال : مصنع به ٥ آلات من نوع واحد ، إذا كان احتمال أن تحتاج أي آلة إلى الإصلاح في السنة الخامسة من عمرها هو ٢٪ ما احتمال :

١. لا تحتاج أي من الآلات إلى الإصلاح
٢. أن تحتاج اثنان فقط إلى الإصلاح
٣. أن تحتاج اثنان على الأكثر إلى الإصلاح
٤. أن تحتاج واحدة على الأقل إلى الإصلاح

صيفي ٢٠٠٨ : إذا كان احتمال نجاح زراعة التفاح في منطقة جرش (٠.٨) ، زرع شخص (٣) شجرات ، ما احتمال نجاح زراعتها جميعا

عبد الغفار الشيخ

شتوي ٢٠١٠ : إذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذي الحدين معاملاه $n = 3$ ، $1 = 0.3$ جد (س > ٢)

شتوي ٢٠٠٨ : سجلت إحدى القابلات في أحد المستشفيات ولادة ثلاثة أطفال في نفس اليوم حسب الجنس وترتيب الولادة فإذا علمت أن الأطفال ولدوا من ثلاثة أمهات وأن احتمال ولادة الطفل ذكراً يساوي احتمال ولادته انتهى :

- ١) إذا دل المتغير العشوائي (س) على الأطفال الذكور المسجلين في ذلك اليوم في المستشفى فاكتبه قيم س الممكنة
- ٢) ما احتمال أن يكون جميع المواليد من الإناث

شتوي ٢٠٠٩ : أجريت ثلاثة عمليات جراحية في أحد المستشفيات الأردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحدة يساوي

إذا كان س متغير ذي الحدين معاملاه $n = 6$ ، $1 = 0.7$ جد ل (س = ٥)

١) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد العمليات الناجحة فاكتبه قيم س الممكنة

٢) ما احتمال نجاح عملية جراحية واحدة فقط

ل (س ≤ ٤)

ل (س ≥ ٢)

صيفي ٢٠١٥ : أجريت ثلاثة عمليات جراحية في أحد

المستشفيات الاردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحدة ٨٠ %

إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد العمليات الناجحة ،

كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)

مثال : إذا كانت نسبة التالف من الأطعمة المنتجة ،

أخذت عينة حجمها ٥ بطريقة عشوائية ، ما احتمال أن تكون

جميعها صالحة

صيفي ٢٠٠٩ : إذا كان س متغير ذي الحدين حيث $n = 3$

$$L(S \leq 1) = \frac{7}{8} \text{ جد قيمة } A$$

صيفي ٢٠٠٩ : إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد

المصانع ١٠ % فإذا أخذت (٤) قطع عشوائياً من إنتاج

المصنع فما احتمال أن تكون بينها قطعة واحدة على الأكثر

معيبة

صيفي ٢٠١٤ : إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع للتوزيع

ذي الحدين معامله $n = 4$ ، وكان

$$L(S \leq 1) = \frac{15}{16} \text{ جد قيمة } A , L(S = 3)$$

صيفي ٢٠٠٨ : إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد

المصانع ٥ % أخذت (٤) قطع من إنتاج المصنع بطريقة

عشوائية ، ما احتمال أ، يكون عدد القطع المعيبة ثلاثة قطع على

الاقل

مثال : إذا كان س متغير ذي الحدين معامله $n = 3$ وكان

$$L(S \geq 2) = \frac{98}{125} \text{ جد قيمة } A , L(S = 2)$$

شتوي ٢٠١٥ قررت احدى شركات الاستيراد رفض

مستورداتها من الشركة المصنعة اذا وجدت وحدتان معيبتان او

أكثر في عينة عشوائية مكونة من (٦) وحدات فإذا كانت نسبة

المعيب في إنتاج الشركة المصنعة ١٠ % فما احتمال قبول

الشركة المستوردة للشحنة

شتوي ٢٠١١ إذا كان س متغيراً عشوائياً ذو الحدين معامله

$n = 2$ ، $A = 1$. أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير

العشوائي س

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

مثال : يحتوي صندوق على ٨ كرات ٣ منها حمراء والباقية زرقاء اللون ، إذا سحبت من الصندوق ٤ كرات على التوالي مع الإرجاع ، ودل المتغير العشوائي S على الكرات المسحوبة الحمراء ، فائشني جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير

العشوائي S

صيفي ٢٠١٣ زرع شخص شجرين في حديقة منزله اذا دل المتغير العشوائي (S) على عدد الاشجار الناجحة وكان احتمال نجاح زراعة الشجرة الواحدة (0.8) فأجب بما يلي

١) اكتب قيم S

٢) أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S

صيفي ٢٠٠٩ يحتوي صندوق على ٤ كرات حمراء و ٣ كرات بيضاء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي (S) على الكرات الحمراء المسحوبة فاكتتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S

أسئلة الكرات المسحوبة تكون دائماً مع الإرجاع :

مثال : يحتوي صندوق على ٤ بطاقات بيضاء و ٥ بطاقات زرقاء متماثلة ، سحبت من الصندوق ٣ كرات مع الإرجاع ، ولتكن المتغير العشوائي S يمثل عدد البطاقات البيضاء في العينة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S

صيفي ٢٠١٢ : يحتوي صندوق على (٣) كرات بيضاء و (٢) كرات حمراء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي S على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير

العشوائي S

مثال : يحتوي صندوق على ٣ كرات حمراء و ٦ كرات بيضاء متماثلة ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي S على الكرات المسحوبة البيضاء ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S

شتوي ٢٠١٦ : يحتوي صندوق على (٤) كرات بيضاء و (٦) كرات حمراء ، سحبت من الصندوق (٣) كرات على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي S على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

العلامة المعيارية

مثال : إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في مادة الفيزياء هو ٦٠ والانحراف المعياري هو ٦ فجد

إذا كان المتوسط الحسابي لعينة عشوائية S

وكل الانحراف المعياري للعينة U

$$\text{فإن العلامة المعيارية } Z_S = \frac{S - \bar{S}}{U} \neq \text{ صفر}$$

مثال : إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب في الحاسوب ٥٥ والانحراف المعياري لها ٥ جد العلامة المعيارية لعلامات الطلبة الأول والثاني والثالث والرابع علما بأن علامات الطلاب

على الترتيب تساوي ٦٠ ، ٦٥ ، ٧٠ ، ٨٠

مثال : تخضع كتل طلبة الصف الخامس الأساسي في احدى المدارس لمتوسط حسابي مقداره ٤٠ كغم ولانحراف معياري مقداره ٤ ، فإذا كانت كتلة أحد طلبة تاصلق ٣٨ كغم ، فجد العلامة المعيارية لكتلة هذا الطالب

- مثال : اعتمادا على الجدول الآتي ، أجب عن السؤالين الآتيين :
- ١) في أي المبحثين كان تحصيل صفاء أفضل
 - ٢) في أي المبحثين كان تحصيل مريم أفضل

العلامة	العلامة	الانحراف	المتوسط
مريم	صفاء	المعياري	الحسابي
٧٢	٦٨	٤	٦٠
٨٣	٧٣	٥	٧٨

التاريخ
الجغرافيا

مثال : جد قيمة المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في مادة اللغة الإنجليزية ، علما بأن الانحراف المعياري للعلامات ٤ ، وعلامة هديل (٨٥) تتحرف فوق هذا المتوسط $\frac{1}{4}$ انحراف معياري

حالات Z_S :

$Z_S > 0$ يعني أن المشاهدة من تتحرف بمقدار Z_S فوق المتوسط الحسابي وهي أفضل علامة معيارية

$Z_S = 0$ يعني أن المشاهدة S تقع على المتوسط الحسابي

$Z_S < 0$ يعني أن المشاهدة S تقع تحت المتوسط الحسابي

لذا فإن إشارة Z_S تدل على موقع المشاهدة S فوق أو على تحت المتوسط الحسابي

وعليه فإنه في حالة $Z_S < 0$ صفر تكون قيمة العلامة المعيارية هي القيمة المطلقة $|Z_S| = Z_S$ وبقع تحت المتوسط الحسابي

رياضيات ٩٧٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ ٧٨٦٥٠٢٠٧٣ . حاسوب

شتوي ٢٠١٢ إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٠) والانحراف المعياري لها يساوي (٣)،
أوجد العلامة التي تتحرف فوق المتوسط انحرافين معياريين

صيفي ٢٠٠٨: إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي ٦٠ والانحراف المعياري لها يساوي ٤، أوجد القيمة التي تتحرف انحرافين معياريين تحت المتوسط الحسابي

مثال : إذا كان الفرق بين علامتي طالبين في الصف نفسه في أحد الاختبارات هو ١٥ ، والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهما ١.٥ ، جد الانحراف المعياري لعلامات الطلاب في هذا الاختبار

شتوي ٢٠٠٩ إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية (٦٠) والانحراف المعياري لها يساوي (٥)، أوجد العلامة المعيارية للعلامة (٥٨)

شتوي ٢٠١٤ إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في أحد الصفوف في مادة العلوم (٦٠) والانحراف المعياري لها (٦)

شتوي ٢٠١١ إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٥) والانحراف المعياري لها يساوي (٦)، وكانت العلامة لعامة الطالب أحمد (-٣) فجد علامته الفعلية التي حصل عليها

أجب بما يلي :

١) جد العلامة التي تتحرف انحرافين معياريين فوق المتوسط الحسابي

٢) اذا كان الفرق بين علامتي طالبين من الصف نفسه في مادة العلوم (٩) فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهاتين العلامتين

صيفي ٢٠١١ إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٠) والانحراف المعياري لها يساوي (٤)،
أوجد العلامة التي تتحرف فوق المتوسط انحرافين معياريين

رياضيات عبد الغفار الشيخ ٧٩٦٦٩٢٥٧٩

شتوي ٢٠٠٨ في توزيع تكراري إذا كانت العلامة الخام (٦٠) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان المتوسط الحسابي (٥٤) جد الانحراف المعياري

شتوي ٢٠١٦ إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار مجموعه من الأشخاص (٤٥) عاماً والانحراف المعياري لها (٤) أعوام أجب بما يأتي :

١) جد العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين فوق المتوسط الحسابي

٢) اذا كان الفرق بين عمرى شخصين من المجموعة نفسها (١٠) سنوات فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهذين العمررين

مثال : إذا كانت العلامتان (٣٢) ، (١٢) تقابلان العلامتين المعياريتن (٣) ، (٣ - ٣) على فجد قيمة المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري

عبد الغفار الشيخ

مثال : إذا كان المتوسط الحسابي لأطوال طالبات إحدى المدارس هو ٦٠ سم ، وأن الانحراف المعياري لأطوالهن (٤) فجد

مثال : إذا كانت العلامتان المعياريتان (٢) ، (١ - ١) تقابلان العلامتين ٨٠ ، ٦٥ على فجد قيمة المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري للعلامات الخام

أ) الطول الذي ينحرف فوق المتوسط ثلاثة انحرافات معيارية

ب) الطول الذي ينحرف تحت المتوسط انحرافين معياريين وربع انحراف معياري

مثال : صف مكون من ٢٥ طالبة ، إذا كانت علامات ٣ طالبات

٦٥ ، ٧٠ ، ٦٥ ، س والعلامات المعيارية لها وعلى الترتيب

١ ، ٢ ، ٣ ، فما علامة الطالبة الثالثة

مثال : إذا كانت المشاهدة ٨ تقابل العلامة المعيارية ٢ وكان الانحراف المعياري ٢ فجد الوسط الحسابي

مثال : إذا كانت المشاهدتان ٨٤ ، ٧٢ تقابلان العلامتين المعياريتن (١) ، (٢) على الترتيب فجد العلامة المعيارية للمشاهدة ٩٠

التوزيع الطبيعي

مثال : صف مكون من ٣٥ طالبة ، إذا كانت علامات ٣ طلابات

التوزيع الاحتمالي المتصل : تكون فيها مجموعة القيم الممكنة لمتغير ما عبارة عن فترة أو إتحاد بين فترتين مثل كمية الأمطار في شهر ما ، وأهم هذه التوزيعات التوزيع الطبيعي المعياري

٧٠ ، س ، ٥٠ والعلامات المعيارية لها وعلى الترتيب

١ ، ٢ ، ٣ ، مما علامة الطالبة الثانية

التوزيع الطبيعي المعياري : هو التوزيع الذي متواسطه الحسابي الحسابي يساوي صفر ، وانحرافه المعياري يساوي ١ ، ومتغيره العشوائي هي العلامة المعيارية ز

شتوي ٢٠١١ من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري أن

متواسطه الحسابي الحسابي يساوي

يستخدم جدول التوزيع الطبيعي لإيجاد الاحتمال لقيم (ز)
والتي يكون أقل من أ الصورة العامة

مثال : إذا كانت العلامة المعيارية لـ ٣ طلاب هي ٣ ، ٢ ، ١-

ل (ز ≥ أ) حيث أ القيمة المعيارية وهي دائماً موجبة

أي أن أ ≤ صفر والمقارنة ≥

الرسم أحياناً مهم في تحديد المطلوب



الصورة القياسية للتوزيع الطبيعي

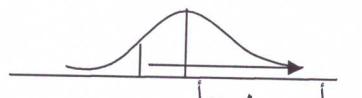
لإيجاد الاحتمالات على يسار قيم (ز) السالبة أو يمينها ، أو على يمين قيم (ز) الموجبة يتم استخدام خاصية التماثل وذلك حسب القواعد التالية (إذا كانت أ > صفر فإن) :

• ل (ز ≥ أ) نجدها من الجدول مباشرة

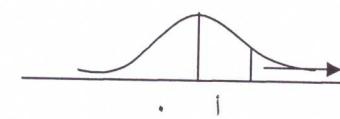
$$\bullet \quad L(z \geq A) = L(z \leq -A) = 1 - L(z \geq A)$$



• ل (ز ≤ -أ) = ل (ز ≥ أ) من الجدول



$$\bullet \quad L(z \leq -A) = 1 - L(z \geq A)$$



مثال : جد علامات طالبين س١ ، س٢ علماً أنه إذا كانت س١ = س٢ + ٥ والمتوسط الحسابي ٨٠ ، والانحراف المعياري ٣ ، والعلامة المعيارية للطالب الأول زس١ = ٢ ثم جد زس٢

رياضيات عبد الغفار الشيخ

٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

- مثال : إذا كان ز متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، جد قيمة كل مما في كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي :
- يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي :

$$\bullet \quad \Pr(z \geq 1) = 0.8599$$

$$= \Pr(z \geq 2.4)$$

$$\bullet \quad \Pr(z \geq 1.8) = 0.8708$$

$$= \Pr(z \geq 1.8)$$

$$= \Pr(z \geq 1.07)$$

$$= \Pr(z \leq 1.05)$$

$$= \Pr(z \leq 2.05)$$

$$= \Pr(z \leq 2.85)$$

$$\bullet \quad \Pr(z \geq 1) = 0.8536$$

$$= \Pr(z \leq 2.5)$$

$$= \Pr(z \geq 2.15)$$

$$\bullet \quad \Pr(z \leq 1) = 0.9960$$

$$= \Pr(z \geq 2.25)$$

$$\bullet \quad \Pr(2 \leq z \leq 2.5) = \Pr(z \geq 2) - \Pr(z \geq 2.5) = 0.25$$

$$\bullet \quad \Pr(z \leq 0.3) = 0.997$$

$$= \Pr(z \geq 2.37)$$

$$\bullet \quad \Pr(1.43 \leq z \leq 1.45) = \Pr(z \leq 1.45) - \Pr(z \leq 1.43) = 0.25$$

$$\bullet \quad \Pr(z \geq 1.11) = \Pr(z \geq 1.15)$$

$$= \Pr(z \geq 1.33)$$

$$= \Pr(z \geq 1.58)$$

$$= \Pr(z \geq 0.9)$$

$$= \Pr(z \geq 1.15)$$

رياضيات ٩٧٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيفخ . حاسوب

ملاحظة :

مثال : إذا كانت علامات ١٠٠٠ طالب في جامعة ما تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي مقداره ٦٥ وانحراف معياري مقداره ٥ فكم عدد الطلبة الناجحين علما بأن علامة النجاح ٦٠

يرمز للوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي بالرمز μ
والانحراف المعياري بالرمز σ

وعليه فإن :

$$z = \frac{s - \mu}{\sigma}$$

مثال : إذا كان س متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي صيفي ٢٠١٥ : يخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في إحدى الجامعات وعددهم (٦٠٠٠) طالباً للتوزيع الطبيعي متواسطه الحسابي (٦٠٥) وانحرافه المعياري (١٠)، فما عدد الطلبة الذين ينحصر معامل ذكائهم بين (٦٠٣) و (٦١٨)

- متوسطه الحسابي ٦٠ وانحرافه المعياري ٥ جد :
- القيمة المعيارية المقابلة لقيمة س = ٦٨
- قيمة س التي تقابل القيمة المعيارية ٢

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : إذا كان س متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي

متمنتوسطه الحسابي الحسابي ٦٠ وانحرافه المعياري ٤ فجد :

- $L(s \leq ٦٧)$
- $L(s \leq ٥٨)$

مثال : إذا كان أطوال ٥٠٠ شجرة حرجية في إحدى غابات عجلون هو (٨) أمتار وانحراف المعياري (١.٥) وكانت الأطوال تتوزعاً توزيعاً طبيعياً واحتبرت إحدى الاشجار عشوائياً فجد ١) احتمال أن لا يزيد طول الشجرة على (١١) متراً

٢) احتمال أن يكون طول الشجرة أكبر من أو يساوي ٦.٥ متراً

٣) احتمال أن يكون طول الشجرة محصوراً بين (٦) أمتار و (٩) أمتار

٤) عدد الاشجار التي طولها ٥ أمتار على الأقل

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : إذا كان س متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي

متمنتوسطه الحسابي ٢٥ وانحرافه المعياري ٥ جد :

- $L(s \geq ٣٣)$
- $L(s \geq ٣٠)$

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

شتوي ٢٠٠٨ إذا كانت أوزان طلبة إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي يساوي (٤٥) كغم وانحرافه المعياري (٤) كغم ، اختر أحد الطلبة عشوائياً ، ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تتحضر أوزانهم بين (٤٣) كغم ، (٤٩) كغم

يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول

التوزيع الطبيعي المعياري

٢	١.٥	١	٠.٥	صفر	ز
٠.٩٧٧٢	٠.٩٣٣٢	٠.٨٤١٣	٠.٦٩١٥	٠.٥٠٠	ل(ز)

شتوي ٢٠١١ تتخذ أعمار ١٠٠٠ شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٢) سنة وانحراف معياري (٨) سنوات ما عدد الاشخاص الذين تزيد اعمارهم عن ٦٠ سنة

شتوي ٢٠٠٩ إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي متوسطه الحسابي يساوي ٢.٢ كغم وانحرافه المعياري ٤.٠ كغم اختر أحد الأطفال عشوائياً عند الولادة ، ما احتمال أن يكون وزنه أكبر من ٤ كغم

يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

٢.٥	٢	١.٥	١	٠.٥	صفر	ز
٠.٩٩٣٨	٠.٩٧٧٢	٠.٩٣٣٢	٠.٨٤١٣	٠.٦٩١٥	٠.٥٠٠	ل(ز)

شتوي ٢٠١٢ إذا كانت أوزان ١٠٠٠ طالب تتبع التوزيع الطبيعي متوسطه الحسابي يساوي (٤٥) كغم وانحرافه المعياري (٤) كغم ، اختر أحد الطلبة عشوائياً ، ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن (٥٠) كغم

صيفي ٢٠١٣ إذا كانت أوزان (٢٠٠٠) شخص تتبع التوزيع الطبيعي متوسطه الحسابي يساوي (٧٥) كغم وانحرافه المعياري (٥) كغم ، جد عدد الاشخاص الذين تقل أوزانهم عن (٧٢)

صيفي ٢٠١١ إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي متوسطه الحسابي يساوي ٣.٥ كغم وانحرافه المعياري ٥.٠ كغم اختر أحد الأطفال عشوائياً عند الولادة ، ما احتمال أن يكون وزنه أكبر من ٣ كغم

رياضيات عبد الغفار الشيخ ٧٩٦٦٩٢٥٧٩

١

٧٨٦٥٠٢٠٧٣ . حاسوب

مثال : إذا كانت علامات امتحان تتبع توزيعا طبيعيا متوسطه الحسابي ٧٠ وانحرافه المعياري ١٠ فما نسبة العلامات الـ ٦٥ تقل عن

مثال : إذا كانت علامات ١٠٠ طالب تتبع شكل التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٦٥ وانحرافه المعياري ١٠ ، وكان عدد الناجحين ٧٥٨ طالبا ، ما علامة النجاح

مثال : إذا كانت علامات ٣٠٠ طالب تخضع للتوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٦٠ وانحرافه المعياري ١٠ ، تم قبول أعلى ٣٠% من الطلاب ، اختير طالباً عشوائياً ، فما علامة القبول

شتوي ٢٠١٤ إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتبع شكل التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي (٦٢) وانحرافه المعياري ١٠ ، وكان عدد الناجحين (٥٧٩٣) طالبا ، فما علامة النجاح

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : إذا كانت علامات ٢٠٠ طالب تخضع للتوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٨٠ وانحرافه المعياري ٢٠ ، اختير طالباً عشوائياً :
 ما احتمال أن تقل علامته عن ٩٠
 ما عدد الطلبة الذين تزيد علاماتهم عن ٨٨
 ما نسبة الطلبة المحصورون بين ٨٦ ، ٥٢
 إذا تم قبول أعلى ٢٠% من الطلاب في الجامعة ،
 فما علامة القبول

مثال : إذا كان متوسط كتل ١٠٠ طالبة في احدى مدارس عمان هو ٥٥ كيلو غراما والانحراف المعياري ٢ وكانت الكتل تتوزع توزيعا طبيعيا واختبرت احى الطالبات عشوائيا فجد ،
 أ) احتمال ان لا تزيد كتلة الطالبة على ٥٢ كيلو غراما
 ب) احتمال ان تكون كتلة الطالبة محصور بين (٥٠) و (٦٠)
 ج) عدد الطالبات اللواتي تزيد كتلتهن على ٥٦ كيلو غراما

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ

صيفي ٢٠٠٨: تقدم (٥٠٠٠) طالباً لامتحان ما، وكان توزيع نتائجهم يتخذ شكل التوزيع الطبيعي المعياري بمتوسطه الحسابي (٧٠) وانحراف معياري (٥)، وكانت علامة الناجح (٦٠) اختيار احد الطلبة عشوائياً:

- ١) ما احتمال أن يكون الطالب من بين الناجحين
- ٢) ما عدد الناجحين في هذا الامتحان

يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

ز	صفر	٠٥	١	١.٥	٢	٢.٥
L(z)	٠٥٠٠٠	٠٦٩١٥	٠٨٤١٣	٠٩٣٣٢	٠٩٧٧٢	٠٩٩٣٨

صيفي ٢٠١٢ إذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظف في احدى الوزارات تتخذ شكل التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي (٣٠٠) دينار شهرياً وانحرافه المعياري (١٠) دنانير، فما عدد الموظفين الذين تتحصر رواتبهم بين ٢٨٠ ، ٣٢٠ ديناراً

صيفي ٢٠١٤ إذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظف تتحصل على التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي (٣٥٠) دينار وانحرافه المعياري (٢٥) دنانير، فما عدد الموظفين الذين تتحصر رواتبهم بين ٣٢٥ ، ٤٠٠ ديناراً

شتوي ٢٠١٠: تقدم لامتحان الثانوية العامة في إحدى السنوات (٢٠٠٠) طالباً، وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٧) وانحراف معياري (١٦) اذا علمت انه لا يسع للطالب الذي معدله اقل من (٦٥) بتقديم طلبات للجامعات الحكومية جداً عدد طلبة ذلك الفرع الذين يحق لهم تقديم تلك الطلبات

صيفي ٢٠٠٩: تقدم (٥٠٠٠) طالباً لامتحان ما، وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٤١) وانحراف معياري (٦)، جداً عدد الطلبة الناجحين في الامتحان على بان علامة الناجح (٥٠)

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ ٧٨٦٥٠٢٠٧٣ . حاسوب

شتوي ٢٠١٦ إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان المتوسط الحسابي للعلامات (٥٨) والانحراف المعياري له (١٠) ، وكان عدد الطلبة الناجحين (٦١٧٩) طالباً فجد علامة النجاح

شتوي ٢٠١٣ : تقدم (١٠٠٠) طالباً لامتحان الثانوية العامة ، وكان توزيع علاماتهم يخضع للتوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي (٥٤) وانحرافه المعياري (٨) ، جد عدد الطلاب الناجحين في الامتحان اذا كانت علامة النجاح (٥٠)

مثال : تقدم ٤٠٠٠ طالباً لامتحان الثانوية العامة ، فإذا كان المتوسط الحسابي للمعدلات مقربة لأقرب علامة صحيحة ، وانحرافه المعياري ١٥ ، وأن المعدلات تخضع للتوزيع الطبيعي فيما عدد الطلاب الذين حصلوا على ٩٠

(المطلوب المحصورة بين ٨٩.٥ ، ٩٠.٤)

شتوي ٢٠١٥ : تقدم (١٥٠٠) طالباً لامتحان ما ، وكانت نتائجهم تتخذ شكل للتوزيع الطبيعي وكان المتوسط الحسابي لعلاماتهم (٦٥) وانحرافه المعياري (٥) وعلامة النجاح (٥٠) ، جد عدد الطلاب الناجحين في الامتحان

مثال : تقدم ١٠٠٠ طالباً لامتحان الثانوية العامة ، وكان توزيع علاماتهم يخضع للتوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٥٧ وانحرافه المعياري ١٠ ، وكان عدد الطلاب الذين علاماتهم فوق س وأقل من المتوسط الحسابي ١٧٠٠ طالب ، فما قيمة

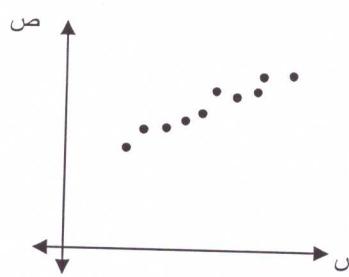
س

مثال : تقدم ٢٠٠٠ طالباً لامتحان الثانوية العامة ، وكان توزيع علاماتهم يخضع للتوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٥٧ وانحرافه المعياري ١٦ ، إذا علمت أنه لا يسمح للطالب الذي معدله أقل من ٦٥ تقديم طلب الالتحاق بالجامعة ، جد عدد الطلبة الذين يحق لهم تقديم الطلبات

صيفي ٢٠١٠ إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٥٥ وانحرافه المعياري ١٠ ، وكان عدد الناجحين (٥٣٩٨) طالباً فما علامة النجاح

رياضيات ٢٠٧٩، عبد الغفار الشيخ

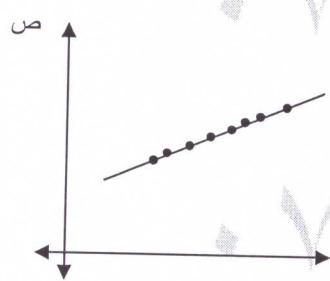
صيفي ٢٠٠٨ يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار بين المتغيرين s ، c ما هي أقرب قيمة لمعامل الارتباط بين المتغيرين



الارتباط ومعامل الارتباط

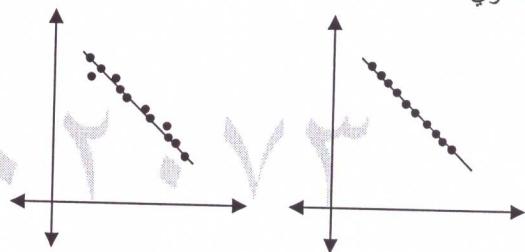
- الارتباط: هو علاقة بين متغيرين إذا تغير الأول تغير الثاني وهذه العلاقة إما أن تكون طردية أو عكسية يمكن معرفة أو حساب معامل الارتباط إما عن طريق الرسم أو عن طريق القوانين
- طريقة الانتشار هي إحدى طرق معرفة الارتباط
- أنواع الارتباط:

شتو ٢٠١٤ إذا مثلت العلاقة بين المتغيرين s ، c في شكل الانتشار المجاور حيث وقعت جميع النقاط على خط مستقيم اكتب قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين s ، c

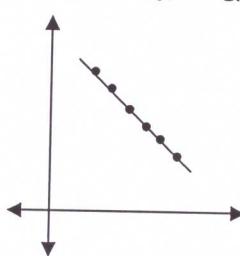


ارتباط خطى طردى قوى
تم ، $0 \geq r \geq 1$ إيجابي
 $r = 1$ إيجابي

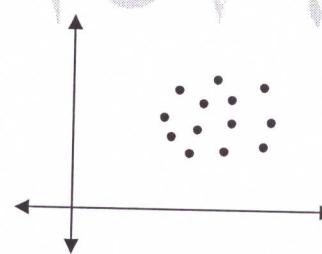
شتو ٢٠٠٩ الشكل الممثل للارتباط الخطى العكسي هو



شتو ٢٠١٥ إذا مثلت العلاقة بين المتغيرين s ، c في شكل الانتشار المجاور حيث وقعت جميع النقاط على خط مستقيم اكتب قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين s ، c



ارتباط خطى عكسي قوى
تم ، $-1 \geq r \geq 0$ سلبي
 $r = -1$ سلبي



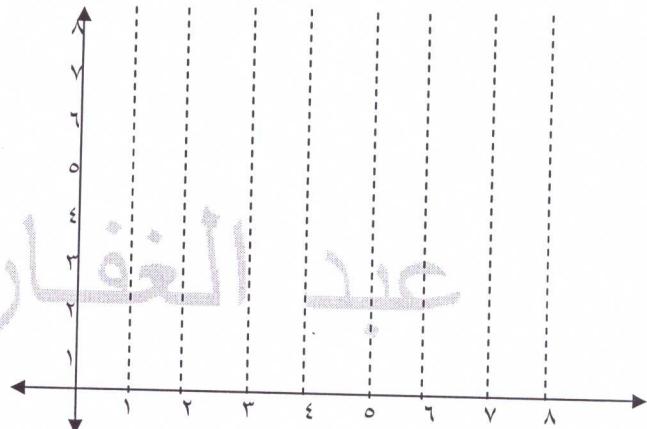
لا يوجد أي ارتباط
 $r = صفر$

رياضيات ٩٧٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ ٧٨٦٥٠٢٠٧٣ . حاسوب

مثال : النقط $(7, 7)$ ، $(6, 8)$ ، $(5, 6)$ ، $(8, 5)$ ، $(4, 9)$ ، $(6, 4)$ ، $(10, 3)$ تمثل القيم المتناظرة لمتغيرين أرسم شكل الانتشار لقيم s ، ص محدداً نوع العلاقة التي تربط بينهما

مثال : أرسم شكل الانتشار لقيم s ، ص كما في الجدول مبيناً نوع العلاقة التي تربط بينهما

٨	٧	٥	٣	٢	s
٥	٩	٤	٧	٥	ص



طريقة إيجاد معامل الارتباط r :

$$r = \frac{\sum (s - \bar{s})(\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\sqrt{\sum (s - \bar{s})^2 \sum (\text{ص} - \bar{\text{ص}})^2}}$$

قانون بيرسون :

مثال : تمثل الأزواج المرتبة $(2, 5)$ ، $(4, 3)$ ، $(5, 7)$ ، $(6, 9)$ ، $(7, 8)$ ، $(8, 5)$ القيم المتناظرة لمتغيرين أرسم شكل الانتشار لقيم s ، ص كما في مبيناً نوع الارتباط

١) نحد قيم \bar{s} ، $\bar{\text{ص}}$ (المتوسط الحسابي للمشاهدات)

$$2) \text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع المشاهدات}}{\text{عددها}}$$

٣) ننشئ جدول من سبعة أعمدة ونبعي قيم s ، ص

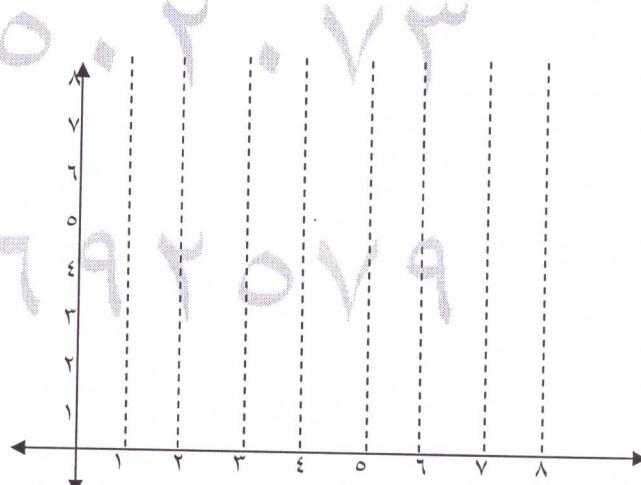
٤) نجد المجاميع المطلوبة

٥) يجب أن يكون مجموع عمود

$$\sum (s - \bar{s}) = \text{صفر}$$

$$\sum (\text{ص} - \bar{\text{ص}}) = \text{صفر}$$

٦) نعرض القيم في القانون ثم نجد ر



مثال : تمثل الأزواج المرتبة $(2, 5)$ ، $(4, 3)$ ، $(5, 7)$ ، $(6, 9)$ ، $(7, 8)$ ، $(8, 5)$ القيم المتناظرة لمتغيرين أرسم شكل الانتشار لقيم s ، ص كما في مبيناً نوع الارتباط

رياضيات ٩٧٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ ٧٨٦٥٠٢٠٧٣ . حاسوب

صيفي ٢٠١٠ يبين الجدول المجاور علامات (٥) طلاب في مبحثي الفيزياء والجغرافيا في امتحان قصير ، النهاية العظمى له (١٠) احسب معامل ارتباط بيرسون الخطى

مثال : في الجدول التالي جد قيمة معامل الارتباط

٨	٧	٥	٣	٢	س
٥	٩	٤	٧	٥	ص

بين س ، ص

رقم الطالب	الفيزياء (س)					الجغرافيا ص				
٥	٤	٣	٢	١	٩	٧	٣	٦	٥	

صيفي ٢٠١١ يبين الجدول المجاور علامات خمسة طلاب

في مبحثي الرياضيات (س) والتاريخ (ص) في امتحان قصير ، النهاية العظمى له (١٠) احسب معامل ارتباط

بيرسون الخطى بين س ، ص

الرياضيات (س)	التاريخ (ص)									
٦	٦	٤	٦	٨	٤	٧	٥	٥	٤	

شتوي ٢٠١٣ : جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص كما في الجدول :

٨	١٠	٩	٦	٧	س
١٢	٨	١٠	٧	٨	ص

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيفخ . حاسوب

صيفي ٢٠١٥ : جد معامل ارتباط بيرسون (r) بين المتغيرين س ، ص كما في الجدول الآتي :

٧	٩	٨	٦	٤	٢	س
٨	٦	٥	٧	١	٣	ص

صيفي ٢٠١٣ يبين الجدول المجاور علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والعلوم (ص) حيث النهاية العظمى للعلامة (٢٠) احسب معامل ارتباط بيرسون الخطى بين علامات الطالب فى المبحثين

٨	١٤	١٢	١٦	١٠	الرياضيات (س)
١٠	١٨	١٦	١٤	١٢٣	العلوم (ص)

عبد الغفار الشيفخ

٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : إذا كان س ، ص متغيرين ، وعدد قيم كل منها ٥ ،

$$\sum_{k=1}^5 (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = 15 -$$

$$\sum_{k=1}^5 (س - \bar{س})^2 = 25 , \quad \sum_{k=1}^5 (ص - \bar{ص})^2 = 20$$

فاحسب معامل ارتباط بيرسون بين هذين المتغيرين محددا نوع

العلاقة بينهما

صيفي ٢٠١٤ يبين الجدول الآتي علامات خمسة طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والعلوم (ص) حيث النهاية العظمى للعلامة (٢٠) جد معامل ارتباط بيرسون الخطى بين المتغيرين س ، ص

١٢	١٨	٩	١٥	٦	الرياضيات (س)
١٩	١٧	٨	١٤	١٢	العلوم (ص)

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

شتوى ٢٠١٤ إذا كان س، ص متغيرين وعدد كل منها (١٠)

مثال : إذا كان س ، ص متغيرين وعدد كل منها = ٧

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = - ٤٨$$

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٢$$

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})^٢ = ٦٤ ، \underline{\Sigma} (ص - \bar{ص})^٢ = ١٠٠$$

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})^٢ = ٤ ، \underline{\Sigma} (ص - \bar{ص})^٢ = ٩$$

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطى بين المتغيرين س ، ص

جد معامل ارتباط بيرسون

عبد الغفار الشيخ

شتوى ٢٠١٥ إذا كان س، ص متغيرين وعدد قيم كل منها ١٥

$$\text{وكان } \underline{\Sigma} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٢٤$$

شتوى ٢٠٠٨ إذا كان س، ص متغيرين وعدد كل منها = ٨

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})^٢ = ٤٠ ، \underline{\Sigma} (ص - \bar{ص})^٢ = ٩٠$$

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٢٠$$

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطى بين المتغيرين س ، ص

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})^٢ = ١٢٨$$

أوجد معامل ارتباط بيرسون الخطى بين المتغيرين س ، ص

شتوى ٢٠١٦ إذا كان س، ص متغيرين وعدد كل منها (١٠)

شتوى ٢٠١٠ إذا كان س ، ص متغيرين وعدد كل منها ١٠

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})^٢ = ٨٠ ، \underline{\Sigma} (ص - \bar{ص})^٢ = ٢٠$$

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٣٥$$

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٢٤$$

$$\underline{\Sigma} (س - \bar{س})^٢ = ٨١ ، \underline{\Sigma} (ص - \bar{ص})^٢ = ٤٠٠$$

فجد معامل ارتباط بيرسون الخطى بين المتغيرين س ، ص

احسب معامل ارتباط بيرسون الخطى بين المتغيرين س ، ص

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيـخ ٧٨٦٥٠٢٠٧٣ . حاسوب

صيفي ٢٠١٠ : إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين s ، $ص$ هو ٠.٨ ، عدلت قيم كل من المتغيرين s ، $ص$ حسب العلاقة

$$س^* = ٢s - ١ , ص^* = ١ - ٤s$$

- خصائص الارتباط
 - قيم معامل الارتباط (r) محصورة بين $-1 \leq r \leq 1$
 - إذا كانت r موجبة ، $r > 0$ صفر ، يسمى ارتباط طردي
 - إذا كانت سالبة ، $r < 0$ صفر ، يسمى ارتباط عكسي
 - إذا كانت $|r| = 1$ الارتباط تام
 - (النقطات تقع على خط مستقيم)

أثر التعديلات الخطية في قيمة معامل الارتباط :

صيفي ٢٠١٥ : إذا كان معامل الارتباط بين s ، $ص$ يساوي ٠.٤ ، جد قيمة معامل الارتباط s^* ، $ص^*$ حيث

$$س^* = ٥ + s , ص^* = ٢ - ٢s$$

إذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين s ، $ص$ يساوي r وعدلت قيم s ، $ص$ حسب العلاقة $s^* = ١s + b$

$$ص^* = ج + ص + د$$

فإن معامل الارتباط الجديد بين s^* ، $ص^*$ يساوي :

- r إذا كانت إشارتنا أ ، $ج$ متشابهة
 - $-r$ إذا كانت إشارتنا أ ، $ج$ مختلفة
- حيث $A \neq 0$ ، $ج \neq صفر$

مثال إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين s ، $ص$ هو (0.65) فجد معامل الارتباط بين s^* ، $ص^*$ اللذين يمثلان المشاهدات بعد التعديل في كل مما يأتي :

$$س^* = ٨s + ٥ , ص^* = ٨ - ٤s$$

مثال : إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين s ، $ص$ هو (-0.8) ، فجد معامل الارتباط بين s^* ، $ص^*$ اللذين يمثلان المشاهدات بعد التعديل في كل مما يأتي :

$$س^* = ٢s + ٥ , ص^* = ٦ - ٤s$$

$$س^* = ٥ + s , ص^* = ٦ - ٦s$$

$$س^* = ٢٠ - ٧s , ص^* = ٥ - ٥s$$

$$س^* = ٥ - ٨s , ص^* = ٥ - ٥s$$

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

شتوى ٢٠١٢ أكمل الجدول الاتي لحساب معامل ارتباط بيرسون (ر) بين المتغيرين س ، ص

(ص-ص) ^٢	(س-س) ^٢	(س-س)(ص-ص)	ص-ص	س-س	ص	س
			١-	٢-	٦	٣
			٢-	٠	٥	٥
			٢	١	٩	٦
			١	٢	٨	٧
			٠	١-	٧	٤

صيفي ٢٠٠٩ معتمدا على المعلومات الواردة في الجدول الاتي
جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص

(ص-ص) ^٢	(س-س) ^٢	(س-س)(ص-ص)	ص-ص	س-س	ص	س
٤	٤	٤-	٢	٢-	١٠	٣
١	١	١-	١	١-	٩	٤
١	٠	٠	١-	٠	٧	٥
٠	١	٠	٠	١	٨	٦
٤	٤	٤-	٢	٢	٦	٧

عبد الغفار الشيخ

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

صيفي ٢٠١٢ يبين الجدول الاتي علامات ثلاثة طلاب في مبحث الرياضيات والعلوم في اختبار قصير أكمل الجدول لحساب معامل ارتباط بيرسون (ر) بين المتغيرين س ، ص

			ص-ص	س-س	ص	س
			٠	١	٦	٨
			١-	٠	٥	٧
			١	١-	٧	٦
			٢	٢	٨	٩
			٢-	٢-	٤	٥

شتوى ٢٠١١ يبين الجدول الاتي علامات ثلاثة طلاب في مبحث الرياضيات والعلوم في اختبار قصير أكمل الجدول لحساب معامل ارتباط بيرسون (ر) بين المتغيرين س ، ص

(ص-ص) ^٢	(س-س) ^٢	(س-س)(ص-ص)	ص-ص	س-س	ص	س
			١	٠	٤	٢
			١-	١-	٢	١
			٠	١	٣	٣
			٠	٠	٩	٦

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

- إذا ورد في السؤال قدر ، وقع ، تتباً فيه مصطلحات تدل على أنك تستخدم معادلة خط الانحدار بشرط معرفة قيمة س
- يكون الخطأ في التنبؤ سالب إذا كانت القيمة الحقيقية أقل من القيمة المتتبأ بها

طريقة للتنبؤ وذلك عن طريق الربط بين متغيرين

معادلة الانحدار هي معادلة خطية على الصورة :

$$ص = أس + ب$$

القيمة المتتبأ بها = تحسب أ ، ب حسب المعادلات التالية :

$$أ = \frac{\bar{S} - \bar{S}}{\bar{X} - \bar{X}} \quad (ص - \bar{S}) = أ(X - \bar{X})$$

$$B = \bar{S} - A\bar{X}$$

مثال : في الجدول التالي يبين معدلات خمسة طلاب وعدد																		
الساعات الدراسية :																		
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>٥</td><td>٤</td><td>٣</td><td>٢</td><td>١</td><td></td></tr> <tr> <td>٧</td><td>٣</td><td>٥</td><td>٢</td><td>٨</td><td>س</td></tr> <tr> <td>٩٠</td><td>٧٠</td><td>٩٠</td><td>٦٥</td><td>٩٥</td><td>ص</td></tr> </table>	٥	٤	٣	٢	١		٧	٣	٥	٢	٨	س	٩٠	٧٠	٩٠	٦٥	٩٥	ص
٥	٤	٣	٢	١														
٧	٣	٥	٢	٨	س													
٩٠	٧٠	٩٠	٦٥	٩٥	ص													

١. بين من خلال الرسم هل يوجد علاقة بين عدد ساعات الدراسة س وبين المعدل ص
٢. جد معادلة خط الانحدار على فرض أنها خطية
٣. إذا درس الطالب ٦ ساعات قدر المعدل المتوقع درس طالب ٨ ساعات وحصل على معدل ٩٥ ، احسب الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصل عليه
٤. فسر النتائج التي حصلت عليها

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقة - القيمة المتتبأ بها

$$= ص - \bar{S}$$

طريقة إيجاد معادلة الانحدار :

نجد قيم \bar{S} ، \bar{X} (المتوسط الحسابي للمشاهدات)

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع المشاهدات}}{\text{�数ها}}$$

نشئ جدول من ستة أعمدة ونبعي قيم S ، X

نجد المجاميع المطلوبة

يجب أن يكون مجموع عمود

$$\bar{S} - \bar{S} = صفر$$

$$\bar{X} - \bar{X} = صفر$$

نعرض القيم في القانون ثم نجدا ، ب

نعرض قيمة A ، B في معادلة خط الانحدار

ملاحظة :

- لإيجاد معادلة الانحدار نجد أولاً قيمة A ، B
- أ عامل S ، B الحد الثابت وهو دائماً موجب
- لإيجاد القيمة المتوقعة يتم التعويض في معادلة الانحدار قيمة S المعطاة
- لإيجاد الخطأ في التنبؤ ، عادة تكون القيمة الحقيقة معطاة في السؤال مباشرة ، أو في الجدول ، لكن المتوقعة نجدها بالتعويض في المعادلة

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ . حاسوب

جـ ١

مثال : في الجدول التالي يبين معامل الذكاء ومعدل التحصيل بين الطالب :

٨	٥	٤	٢	١	س
١٢	٨	٧	٥	٣	ص

١. جد معادلة خط الانحدار على فرض أنها خطية
٢. إذا كان معامل الذكاء لطالب يساوي ٣ قدر معدل التحصيل المتنبأ به

عبد الغفار الشيخ

صيفي ٢٠١١ إذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (٥)

$$\Sigma (S - \bar{S})(C - \bar{C}) = 80$$

$$\Sigma (S - \bar{S})^2 = 40$$

$$\text{وكان } \bar{S} = 13, \bar{C} = 6$$

جد معادلة خط الانحدار للتبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

شتوي ٢٠١٤ يبين الجدول الآتي عدد سنوات الخبرة (س) والاجرة اليومي (ص) بالدينار لخمسة عمال في احدى الشركات الصناعية

٣	٧	٩	٦	٥	س
١١	١٣	٢٢	١٨	١٦	ص

صيفي ٢٠١٢ إذا كان س، ص يمثلان علامات ستة طلاب في مبحثي العلوم والرياضيات وكان $\bar{S} = 7, \bar{C} = 9$

جد معادلة خط الانحدار للتبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

$$\Sigma (S - \bar{S})(C - \bar{C}) = 16$$

$$\Sigma (S - \bar{S})^2 = 28$$

فجد معادلة خط الانحدار للتبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

رياضيات ٩٧٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ

شتوي ٢٠١٣ إذا علمت أن معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين رأس المال (س) والربح السنوية (ص) مقدرة بالاف الدنانير لمجموعة شركات هي $ص = ٤٠٠س + ١٠$ معتمدا على هذه المعادلة جد الخطأ في التنبؤ لربح شركة رأس مالها (٦٠) ألف دينار وأرباحها السنوية (٢٧.٤) ألف دينار

صيفي ٢٠١٥ إذا كان (س) يمثل عدد ساعات العمل اليومي في مصنع ما ، (ص) كمية الاستهلاك اليومي من الكهرباء في المصنع نفسه بالكيلو واط / ساعة ، جمعت البيانات التالية لستة مصانع وكان $س = ٨$ ، $ص = ٤٠٠$

$$\bar{S} (س - \bar{s})^2 = ١٠٠$$

$$\bar{S} (س - \bar{s})(ص - \bar{ص}) = ٢٠٠ \quad \text{فجد}$$

١) معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيمة س

٢) الخطأ في التنبؤ لكمية استهلاك الكهرباء لمصنع عمل ٩ ساعات في أحد الأيام وكان استهلاكه الحقيقي من الكهرباء في ذلك اليوم (٤١٠) كيلو واط / ساعة

مثال : إذا علمت أن معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين ساعات العمل (س) وعدد الأخطاء هي $ص = ٦٠س + ١$ معتمدا على تلك المعادلة أجب

عما يأتي

• جد قيمة أ ، ب

• تنبأ بعدد الأخطاء التي سيرتكبها موظف يعمل ١٠ ساعات يوميا

• إذا كان عدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٥ ساعة يوميا هي ٦ أخطاء فجد الخطأ في التنبؤ

شتوي ٢٠١١ إذا علمت أن معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين ساعات العمل اليومي (س) وعدد الأخطاء التي يرتكبها موظف في اليوم الواحد هي $ص = ٦٠س + ١$ معتمدا على تلك المعادلة أجب بما يأتي

• تنبأ بعدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٠ ساعات في اليوم

• إذا كان عدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل (١٥) ساعة في اليوم هي (٦) أخطاء فجد الخطأ في التنبؤ

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيفخ . حاسوب

صيفي ٢٠١٣ : إذا كان s ، ص يمثلان متغيرين عدد كل منها (١٢) وكان $\bar{s} = 10$ ، $\bar{c} = 15$ ،

$$\begin{aligned} \text{وكان } (\bar{s} - s)(\bar{c} - c) &= 16 \\ \therefore (\bar{s} - s)^2 &= 20 \end{aligned}$$

فجد معادلة خط الانحدار الخطى البسيط للتنبؤ بقيم ص اذا

علمت قيم s

صيفي ٢٠١٤ : إذا علمت أن معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة اليومية (s) والمعدل التحصيلي (c) لطلبة احدى الجامعات هي $c^* = 4s + 52$ معتمدا على تلك المعادلة جد الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصل عليه طالب درس (٦) ساعات يوميا وحصل على على معدل (٧٨)

عبد الغفار الشيفخ

صيفي ٢٠٠٩ : لتكن $c^* = 0.3s + 10$ هي معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (c) اذا علمت قيم (s) اذا كانت قيم s تساوي (٩٠) وقيمة ص الحقيقة المناظرة لها (٣٦) فجد الخطأ في التنبؤ بقيمة ص

شتوي ٢٠٠٨ : توصل باحث تربوي إلى معادلة خط الانحدار للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (s) والمعدل في الثانوية العامة (c) فكانت $c^* = 3s + 65$

١) ما قيمة a ، b

٢) درست طالبة (٨) ساعات يوميا وحصلت على معدل (٨٦) احسب الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصلت عليه الطالبة ومعتمدا على معادلة خط الانحدار المعطاة

صيفي ٢٠٠٩ : يبين الجدول الآتي علامات ٦ طلاب في امتحان العلوم (s) والرياضيات (c) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (c) إذا علمت (s)

العلوم	الرياضيات	s	c
٣	٢	٧	٨
٢	٥	٨	١٠
٧	٨	٤	٦
٨	٩	٨	٥
٤	٦	١٠	٢

صيفي ٢٠٠٨ إذا كان s ، ص يمثلان متغيرين عدد كل منها (٥) وكان $\bar{s} = 5$ ، $\bar{c} = 75$ ، $a = 1$ ، $b = 82$

١) جد معادلة خط الانحدار الخطى البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت s

٢) جد الخطأ في التنبؤ إذا كانت $s = 8$ وقيمة ص الحقيقة المناظرة لها ٨٢

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيفخ . حاسوب

شتوى ٢٠١٦ : يبين الجدول الاتي علامات (٥) طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والعلوم (ص) حيث النهاية العظمى للعلامة تساوى (١٠) جد معادلة خط الانحدار للتتبؤ بقيم (ص) إذا علمت (س)

العلوم ص	الرياضيات س
٦	٩
٤	٨
٧	٥
٦	٨
٧	٦
٨	٥
٩	٦
٤	٧
٥	٨
٧	٩

شتوى ٢٠١٥ : يبين الجدول الاتي علامات (٥) طلاب في مبحثي الرياضيات (س) واللغة العربية (ص) حيث النهاية العظمى للعلامة تساوى (١٠) جد معادلة خط الانحدار للتتبؤ بقيم (ص) إذا علمت (س)

اللغة العربية ص	الرياضيات س
٨	١٠
٩	٩
١٠	٨
٦	٧
٩	٩
٦	٨
٧	٧
٨	٨
٩	٩
٦	٦
١٠	٨

عبد الغفار الشيفخ

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

صيفي ٢٠١٠ : في دراسة أجراها أحد طلبة الدراسات العليا توصل إلى معادلة خط الانحدار الخطي للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص) فكانت ص $= 53 + 5s$ معتمداً معادلة خط الانحدار

شتوى ٢٠١٠ معتمداً على الجدول التالي حيث (س) عدد ساعات الدراسة اليومية لخمسة طلاب (ص) علامة كل منهم في امتحان ما

رقم الطالب	عدد ساعات الدراسة (س)	العلامة ص
٥	٤	٣
١	٥	٧
٩	١١	٢٠
١	٢	١٦
٤	٣	١٤
٣	٤	١

- أجب عن الاسئلة الآتية
- ١) جد قيمة أ ، ب
 - ٢) قدر معدل طالب إذا كانت ساعات الدراسة اليومية له (٥) ساعات
 - ٣) إذا كان معدل طالب درس (٨) ساعات يومياً هو (٩٥) جد الخطأ في التتبؤ

اكتب معادلة خط الانحدار للتتبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيخ ٧٨٦٥٠٢٠٧٣ . حاسوب

صندوق يحتوي صندوق على (٥) بطاقات مرقمة بالارقام من ١ إلى ٥ ، سحبت من الصندوق بطريقان على التوالي مع الإرجاع بطريقة عشوائية ، اذا دل المتغير العشوائي S على عدد البطاقات المسحوبة التي تحمل رقمًا زوجيًا ، فكون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي S

شتوي ٢٠١٢ استخدم المعلومات في الجدول الآتي لايجاد معادلة خط الانحدار البسيط بين المتغيرين S ، $ص$

$(S, S)^2$	$(S, S)(ص)$	ص ص	ص -	ص -	ص	ص	المجموع
٩	٦	٢-	٣-	٦	٥		
٤	٢	١-	٢-	٧	٦		
١	٠	٠	١-	٨	٧		
٠	٠	١	٠	٩	٨		
٣٦	١٢	٢	٦	١٠	١٤		
٥٠	٢٠	٠	٠	٤٠	٤٠		
							٤٠

إذا كانت أوزان (١٠٠٠) طالب تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي المتساوي (٤٨) كغم وانحرافه المعياري (٣) كغم ، ما عدد الطلبة الذين تتحصر أوزانهم بين (٤٢) كغم ، (٥١) كغم

ملاحظة : يمكن الاستفادة من الجدول الآتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	صفر	١	٠.٥	١.٥	٢
$L(z)$	٠.٩٣٣٢	٠.٨٤١٣	٠.٦٩١٥	٠.٥٠٠	٠.٩٧٧٢

وزارة شتوى ٢٠١٧

جد قيمة n التي تحقق المعادلة الآتية :

$$(n - 1) \cdot \frac{1}{2} = ! \cdot L(4, 6) - \frac{1}{2}$$

إذا كانت علامتا طالبين من الصف نفسه في مبحث اللغة العربية ٩٠ ، ٧٥ ، والعلامةان المعياريتان المقابلتان لهما هما ٢ ، - ١ على الترتيب ، فجد المتوسط الحسابي لعلامة الطالبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف

مجموعه مكونه من (٦) معلمين و (٥) إداريين ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية منهم بحيث يكون رئيس اللجنة إدارياً ونائبه معلماً

رياضيات ٧٩٦٦٩٢٥٧٩ . عبد الغفار الشيفخ . حاسوب

- ٣) إذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذا الحدين ومعامله ن = $A = 4 \cdot 0.4$ فجد أ) قيم (س)
- ب) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)

يبين الجدول الآتي علامات ٦ طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

٤	٥	٨	٧	٦	س
٥	٧	٥	١٠	٨	ص

- ٤) إذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الاشخاص هو ٤٢ سنة ، والانحراف المعياري لها ٤ ، فجد العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين تحت الوسط

عبد الغفار الشيفخ

إذا كان س، ص متغيرين وعدد كل منهما (١٢)

- ٥) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى بالمجموعة $\{1.1, 1.4, 2.0, 0.5, 0.4\}$ ، فجد قيمة ب

$$\Sigma (س - \bar{s})^2 = 36, \quad \Sigma (ص - \bar{ص})^2 = 64$$

$$\Sigma (س - \bar{s})(ص - \bar{ص}) = 16$$

جد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص

٧٨٦٥٠٢٠٧٣

- ٦) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص هو (-0.8) فجد معامل الارتباط في كل مما يأتي :

$$أ) س* = 10 - س , \quad ص* = 8 - ص$$

٧٩٦٦٩٢٥٧٩

أسئلة الوحدة

- ١) بكم طريقة يمكن اختيار ٤ مهندسين و ٣ فنيين لتكوين

لجنة من بين ٥ مهندسين و ١٠ فنيين

- ٢) جد قيمة (ر) التي تحقق $3L(6, r) = 360$

رياضيات عبد الغفار الشیخ

ج

- ٩) إذا كان (s) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي 90 ، وانحرافه المعياري 5 فجد
- أ) $L(s \geq 85)$
- ب) $L(s \leq 93)$

٧) الجدول الآتي يبين القيم المتناظرة للمتغيرين s ، $ص$:

٥	٤	٢	١	س
١٠	٧	٦	٥	ص

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيمة $ص$ إذا علمت قيمة

$س$

ب) تنبأ بقيمة $ص$ إذا كان $س = 14$

ج) جد الخطأ في التنبؤ بقيمة $ص$ إذا كان $س = 4$

عبد الغفار الشیخ

٧٩٩٤١٩٩

- ٨) إذا كان (z) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري :
- أ) $L(z \geq 1.7)$
- ب) $L(z \geq 2.15)$
- ج) $L(z \leq -1.14)$
- د) $L(z \geq -2.05)$

ج) عدد الطالبات اللواتي يزيد معدل كل منهن على

٧٦٦٩٢٥٧٩

هـ) $L(-1.32 \leq z \leq 1.1)$

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق

عبد الغفار الشیخ