عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

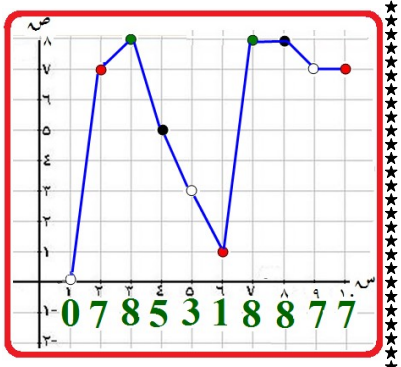
الرياضيات

المستوى الرابع

الصف الثاني الثانوي **العلمي** و **الصناعي**

مراجعة مكثفة (أسئلة متوقعة) مع الحل

٢٠١٧ / ٢٠١٨



تطلب من :
مكتبة الصحوة الإسلامية / البقعة/ قرب البنك العربي ٠٧٨٦٤٣٤٠٧٨
ومكتبة آية وكرم/ عين الباشا / قرب الإشارة ٠٧٨٦٢٣٧٣٤٨

إعداد الأستاذ: عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

I ♥ Maths √16 Ever

2 ∞ & >

I LOVE MATH
SAID NO ONE EVER!

١

السؤال الأول: اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) إذا كان $\int$ قَ(س)دس= جاس−٣س فإن قَ(π) = أ) −٣ ب) −٢ ج) −٤ د) صفر

٢) إذا كان $\int$ ق(س)دس= جاس−٣س فإن قَ(π) = أ) −١ ب) ١ ج) صفر د) −٣

٣) إذا كان ق(س)= لـوهـ س فإن قَ(٢/٣)= أ) ٢/٣ ب) ١/٣ ج) ٣/٢ د) ١/٢

٤) إذا كان ق(س)= $\int_{٠}^{٣}$ جتا π س دس فإن قَ(س)= أ) −٢ ب) ١ ج) −٣ د) صفر

٥) $\int_{١}^{٤}$ (جا²س + جتا²س)دس = أ) −٣ ب) −٥ ج) ٢ د) ٣

٦) $\int_{١}^{٣}$ (ظا²س− قا²س)دس = أ) −٢ ب) π ج) ٣ د) −٤

٧) $\int_{٠}^{١}$ هـ^(٢س) دس = أ) ½هـ²−½ ب) هـ²−١ ج) ٢هـ د) ٢هـ−١

٨) $\int_{١}^{هـ^٢}$ (٥/س) دس = أ) ١٠ ب) ٥هـ ج) هـ² د) هـ²−١

٩) إذا كان $\int_{١}^{م}$ $\sqrt[٣]{س}$ دس=٧، فإن $\int_{م}^{١}$ (٢س / $\sqrt[٣]{س^٢}$) دس = أ) −٧ ب) −١٤ ج) ٧ د) ١٤

١٠) $\int$ (٢جتا²س− جتا٢س / جتا²س) دس = أ) −ظتاس+جـ ب) ظاس+جـ ج) ⅓ جتا³س +جـ د) صفر

١١) إذا كان $\int_{٤}^{٢}$ (ق(س) +١) دس=٨ ، فإن $\int_{٤}^{٢}$ ق(س) دس − $\int_{٢}^{٤}$ ق(س) دس =

أ) −٢٠ ب) ١٤ ج) ٢٠ د) ١٢

١٢) إذا كان $\int_{١}^{٣}$ ٢ق(س) دس =٦ ، $\int_{٥}^{٣}$ ق(س) دس = ٤ فإن $\int_{١}^{٥}$ ٦ق(س) دس =

أ) ٢ ب) ١٠ ج) −٦ د) −٢

١٣) إذا كان $\int_{١}^{م}$ (٢س−٦) دس= −٤ فإن قيمة الثابت م تساوي

أ) −٧ ب) −١٤ ج) ٣ د) ١٤

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
الجواب	ج	ج	ج	د	د	د	أ	أ	ب	ب	ج	ج	ج

عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

الأستاذ عبدالقادر الحسنات ٠٧٨٥٣١٨٨٧٧

١٤) إذا كان ق(س)= $\frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} + س}$ فإن قَ(٠)= أ) ٢ ب) ١ ج) صفر د) -٢

١٥) إذا كان ق(س)= لو$_{هـ}$(س^{٢}+١٥) فإن قَ(١)= أ) ٢ ب) $-\frac{١}{٤}$ ج) صفر د) $\frac{١}{٨}$

١٦) إذا كان م(س)،هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق ، وكان $\int_{١}^{٣}$ (م(س) – هـ(س)) دس=١٢ ،

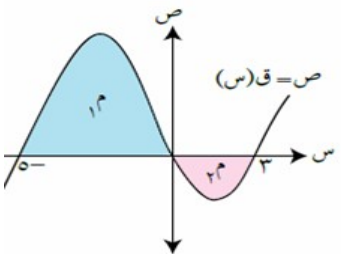
فإن $\int_{١}^{٣}$ س^{٢}(م(س)– هـ(س)) دس يساوي أ) ٦ ب) ٢٦ ج) ١٠٤ د) ٥٢

١٧) إذا كان ق(س) اقتراناً معرفاً على[– ١، ٣] وكان ١ ≤ ق(س) ≤ ٤ فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{١}^{٣}$ ٥ق(س)دس تساوي

أ) ٤ ب) ١٦ ج) ٨٠ د) ٢٠

١٨) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) إذا علمت أن مساحة م$_{١}$ =٨ ، وأن مساحة م$_{٢}$ =٣ فإن

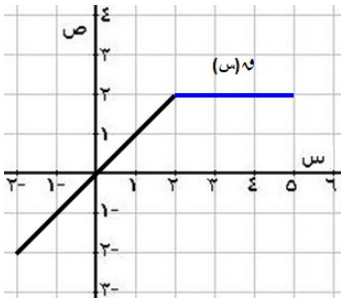
$\int_{-٥}^{٣}$ ق(س) دس= أ) ٥ ب) –١١ ج) -٥ د) ١١



١٩) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)

المعرف على الفترة [-٢، ٥] فإن $\int_{١}^{٤}$ ق(س) دس=

أ) $\frac{١١}{٢}$ ب) $\frac{١٣}{٢}$ ج) $-\frac{١١}{٢}$ د) ١٠

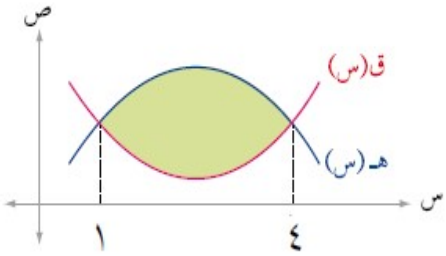


الأستاذ
عبدالقادر الحسنات
٠٧٨٥٣١٨٨٧٧

٢٠) معتمداً الشكل المجاور، إذا علمت أن المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق ،هـ تساوي ٦ وحدات مربعة وكان

$\int_{١}^{٤}$ ق(س) دس= ١٠ فإن $\int_{٤}^{١}$ هـ(س) دس=

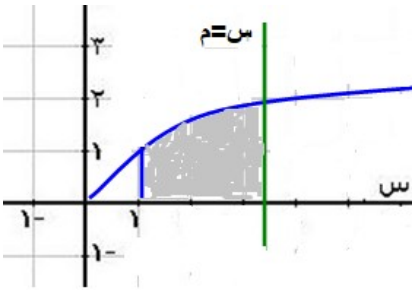
أ) – ١٦ ب) ٤ ج) ١٦ د) -٤



٢١) معتمداً الشكل المجاور والذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)=$\sqrt{س}$

إذا علمت أن مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) ومحور السينات والمستقيمين س=١ ، س= م تساوي $\frac{١٤}{٣}$ فإن قيمة م تساوي :

أ) ٤ ب) – ٤ ج) $\sqrt[٣]{٢}$ د) $\sqrt{٢}$



الرقم	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١
الجواب	د	د	أ	ج	أ	أ	أ	أ

عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

الأستاذ عبدالقادر الحسنات ٠٧٨٥٣١٨٨٧٧

٢٢) طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $(٣س-٢)^٢ + (٣ص-٥)^٢ = ٣٦$ يساوي:

أ) ٤ ب) ٢ ج) ٦ د) ٣

٢٣) مركز الدائرة التي معادلتها $(س-٢)^٢ + (ص+٣)^٢ = ٢٥$ يساوي:

أ) (٢ ، ٣) ب) (٢ ، -٣) ج) (٣ ، ٢) د) (-٣ ، ٢)

٢٤) مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها $س^٢ + ٨س + ص^٢ - ٢ص - ٥ = صفر$ يساوي:

أ) (٤ ، ١) ، ٢٢ ب) (٤ ، -١)، $\sqrt{٢٢}$ ج) (-٤ ، ١) ، $\sqrt{٢٢}$ د) (-٤ ، ١) ، ٢٢

٢٥) إحدثيي رأس القطع المكافئ الذي معادلته $ص^٢ - ٨س - ٣٢ = ٠$ هو :

أ) (٠ ، ٤) ب) (٤ ، ٠) ج) (-٤ ، ٠) د) (٠ ، -٤)

٢٦) إحدثيي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $(س - ١)^٢ = -٤(ص - ١)$ هو :

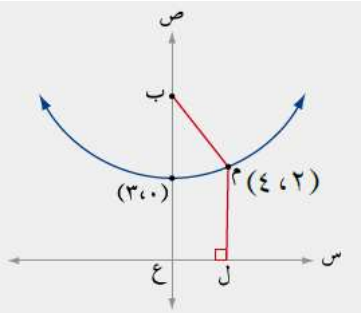
أ) (٠ ، ١) ب) (٠ ، -١) ج) (-١ ، ٠) د) (١ ، ٠)

٢٧) معادلتا الدليل والمحور (على التوالي) للقطع المكافئ الذي معادلته $ص^٢ = ٨(س+٤)$ هما :

أ) ص=-٦ ، س=٠ ب) س=-٢ ، ص=٠ ج) س=٦ ، ص=٠ د) س=-٦ ، ص=٠

٢٨) معادلتا الدليل والمحور (على التوالي) للقطع المكافئ الذي معادلته $س^٢ - ٢س + ٤ص - ٣ = صفر$ هما :

أ) ص=٢ ، س=١ ب) س=٢ ، ص=١ ج) ص=٠ ، س=١ د) س=-٦ ، ص=٠



٢٩) معتمداً الشكل المجاور والذي يمثل قطعاً مكافئاً رأسه (٠ ، ٣)
وبؤرته النقطة ب ، م(٢ ، ٤) تقع على منحناه ودليله محور السينات
فإن محيط الشكل الرباعي ل م ب ع يساوي :

أ) ١٦ ب) ١٠ ج) ١٢ د) ١٣

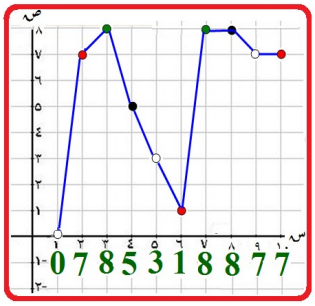
٣٠) قطع مكافئ معادلته $(ص+١)^٢ = -٨(س+د)$ ، إذا كانت بؤرته (٣ ، -١) فإن د تساوي :

أ) -٥ ب) ١ ج) ٣ د) ٥

عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

٣١) المعادلة $٢س^٢ + ك ص^٢ = ٨$ تمثل قطعاً ناقصاً عندما ك تنتمي إلى :

أ) (٠ ، ∞)-{٢} ب) (-∞ ، ٠)-{٢} ج) (٠ ، ∞) د) {٢}



٣٢) المعادلة $٢س^٢ + ك ص^٢ = ٨$ تمثل دائرة عندما ك تنتمي إلى :

أ) (٠ ، ∞) ب) (-∞ ، ٠) ج) {صفر} د) {٢}

٣٣) المعادلة $٢س^٢ + ك ص^٢ = ٨$ تمثل قطعاً زائداً عندما ك تنتمي إلى :

أ) (٠ ، ∞) ب) (-∞ ، ٠) ج) {صفر} د) {٢}

الرقم	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣
الجواب	ب	ب	ج	ج	د	د	أ	أ	أ	أ	د	ب

٣٤) مركز القطع الناقص $\frac{(٢س-٢)^٢}{١٠٠} + \frac{(ص-٢)^٢}{٩} = ١$ هو:

أ) (١ ، ٢) ب) (٢ ، ٢) ج) (-١ ، ٢) د) (-٢ ، -٢)

٣٥) قطع ناقص مساحته (٢٠π) وطول محوره الأصغر (٨) فإن بعده البؤري يساوي :

أ) ٦ ب) ١٠ ج) ١٢ د) ٩

٣٦) البعد البؤري للقطع المخروطي $٢٥س^٢ + ٩ص^٢ = ٢٢٥$ يساوي

أ) ٤ ب) $\sqrt{٣٤}$ ج) ٨ د) ١١

٣٧) طول المحور الأصغر للقطع الناقص الذي يمس كلاً من المستقيمات :س=١، س=٩، ص=-١، ص=٥ يساوي:

أ) ٦ وحدات ب) ٤ وحدات ج) ٣ وحدات د) ٨ وحدات

٣٨) الاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته $٩(س+١)^٢ - ١٦(ص-٢)^٢ = ١٤٤$ يساوي:

أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $\frac{٥}{٣}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٥}{٤}$

عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

٣٩) إذا كانت المعادلة $\frac{س^٢}{٣ - ل} + \frac{ص^٢}{١٧} = ١$ تمثل معادلة قطع ناقص سيني فإن ل تنتمي إلى :

أ) (٠ ، ∞) ب) (-∞ ، ٠) ج) (-١٤ ، ٣) د) (٣ ، ١٤)

٤٠) الاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته $٤س^٢ + (٤ص - ٤)^٢ = ١٦ ك^٢$ (حيث ك عدد صحيح) يساوي:

أ) ٤ ب) $\sqrt{٣٤}$ ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) ١١

٤١) إذا كان للقطع الناقص $م^٢ س^٢ + ٩ص^٢ = ٩م^٢$ والقطع المكافئ $س^٢ + ١٦ص = ٠$ نفس البؤرة فإن قيمة الثابت م تساوي :

أ) ٣ ب) ٥ ج) ± ٣ د) ± ٥

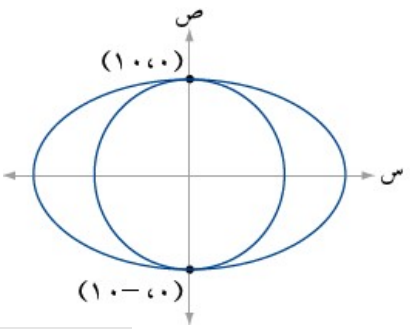
٤٢) إذا كان طول المحور القاطع لقطع زائد مثلي طول المحور المرافق فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع يساوي:

أ) $٢\sqrt{٥}$ ب) ٥ ج) $\sqrt{٥}$ د) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$

٤٣) إذا كانت المعادلة $\frac{س^٢}{٧ - م} + \frac{ص^٢}{٤ - م} = ١$ تمثل معادلة قطع زائد فإن م تنتمي إلى :

أ) (٧، ∞) ب) (-∞ ، ٤) ج) (٤ ، ٧) د) (٤، ∞)

٤٤) الشكل المجاور يمثل قطع ناقص ودائرة لهما نفس المركز ، إذا كانت مساحة القطع الناقص تساوي مثلي مساحة الدائرة فإن الاختلاف المركزي للقطع الناقص يساوي



أ) ٤ ب) $\sqrt{٣٤}$ ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) ١٠

عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

الرقم	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤
الجواب	أ	أ	ج	أ	د	ج	ج	د	د	ج	ج

السؤال الثاني: جد قيمة التكاملات الآتية: ٥

١) $\int \frac{\text{س}^{٢} - ٩\text{س}}{٣ - \sqrt{\text{س}}}\,\text{دس}$ ٢) $\int \frac{١}{١ - \text{جاس}}\,\text{دس}$ ٣) $\int \text{جتا}^{٣}\text{س}\,\text{دس}$

٤) $\int \text{جا}٣\text{س}\ \text{جتا}٥\text{س}\,\text{دس}$ ٥) $\int \text{قا}^{٢}\text{س}\ \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{ظاس})\,\text{دس}$ ٦) $\int \text{جا}^{٢}٥\text{س}\,\text{دس}$

٧) $\int_{١}^{٢} \frac{\text{س} - ٢}{(\text{س} - ٣)^{٢}}\,\text{دس}$ ٨) $\int \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^{٢}+٢\text{س})\,\text{دس}$ ٩) $\int \text{هـ}^{\text{س}^{٣}+٢\text{لوس}}\,\text{دس}$

١٠) $\int \frac{٦٤ - \text{هـ}^{٣\text{س}}}{٤ - \text{هـ}^{\text{س}}}\,\text{دس}$ ١١) $\int \text{س}^{٦}\sqrt{\text{س}^{٥} - ٢\text{س}^{٩}}\,\text{دس}$ ١٢) $\int \frac{(\text{س}+١)^{٩}}{\text{س}^{١١}}\,\text{دس}$

١٣) $\int (\text{س}^{٣}(٥ - \frac{٣}{\text{س}})^{٣}\,\text{دس}$ ١٤) $\int \text{ظاس}\ \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{جتاس})\,\text{دس}$ ١٥) $\int \text{هـ}^{٢\text{س}}\ \text{جاس}\,\text{دس}$

١٦) $\int \frac{٥}{١ - \text{جتا}٢\text{س}}\,\text{دس}$ ١٧) $\int \frac{\text{جا}(\text{لوس})}{\text{س}\ \text{جتا}^{٢}(\text{لوس}) - ٩\text{س}}\,\text{دس}$ ١٨) $\int \frac{\text{س} - ١٣}{٢\text{س}^{٢} - \text{س} + ٣}\,\text{دس}$

١٩) $\int \frac{٣\ \text{جتاس}}{\text{جا}^{٢}\text{س} - \text{جاس} - ٢}\,\text{دس}$ ٢٠) $\int \frac{\sqrt{\text{س} - ٢} + ١}{\sqrt{\text{س} - ٢} - ٢}\,\text{دس}$ ٢١) $\int \frac{\text{س}^{٣} + ٨}{\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٦}\,\text{دس}$

السؤال الثالث: ١) إذا كان $\int (\text{ق}'(\text{س}) + ٢\text{س})\,\text{دس} = \text{س}^{٣} + \text{م}\,\text{س}^{٢} + ١$ ، وكان $\text{ق}'(١) = ٤$ ، $\text{ق}(٢) = ٥$ ،فجد قيمة $\text{ق}(-٢)$

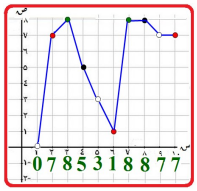
٢) إذا كان $\int_{١}^{٢} (\text{ق}(\text{س}) - ٣)\,\text{دس} = ٧$ ، $\int_{٥}^{٢} (٢\,\text{ق}(\text{س}) + ٢\text{س})\,\text{دس} = ٩$ ، فجد قيمة $\int_{١}^{٥} (\text{ق}(\text{س}) - ٤)\,\text{دس}$

٣) إذا كان $\text{م} \leqslant \int_{-٢}^{٢} \sqrt{٤ - \text{س}^{٢}}\,\text{دس} \leqslant \text{ك}$ فجد أكبر القيم الممكنة للثابتين م، ك حساب قيمة التكامل

٤) إذا كان $\int_{١}^{٢} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ١٢$ ، $\text{ق}(٢) = ٥$ ، $\text{ق}(١) = -٤$ ، فجد قيمة $\int_{٠}^{١} ١٥\text{س}^{٩}\,\text{ق}'(\text{س}^{٥} + ١)\,\text{دس}$

٥) إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س،ص) يساوي $\frac{\sqrt{٢\text{ص} + ١}}{\sqrt{٣\text{س} - ٢}}$ فجد قاعدة هذه العلاقة علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (١ ، ٤)

٦) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه بعد ن ثانية يعطى بالعلاقة ت = $\sqrt{\text{ع}}$ ،إذا كانت سرعته الابتدائية ٩ م/ث وقطع مسافة ٨٠ كم في ثانيتين، جد المسافة التي قطعها بعد (ن)ثانية من بدء الحركة



٧) إذا كانت ص= $\text{هـ}^{\text{س}}\ \text{جاس}$ فأثبت أن : $\text{ص}'' - ٢\,\text{ص}' + ٢\text{ص} = \text{صفراً}$

٨) إذا كان $\int_{١}^{\text{م}} (٢\text{س} + ٣)\,\text{دس} = ٦$ ، فجد قيمة م

٩) جد قيمة $\int_{\frac{\pi}{٣}}^{\pi} \sqrt{١ - \text{جا}^{٢}\text{س}}\,\text{دس}$ ١٠) جد قيمة $\int_{٥}^{٨} [\frac{١}{٢}\text{س} - ١]\,\text{دس}$

٦

السؤال الرابع: جد قَ(س) في كل مما يأتي :

١) ق(س) = لو$_{هـ}$ (٢س +٦)^{٢} ٢) ق(س) = ظا(لو$_{هـ}$س) ٣) ق(س) = هـ$^{\frac{١}{س}}$

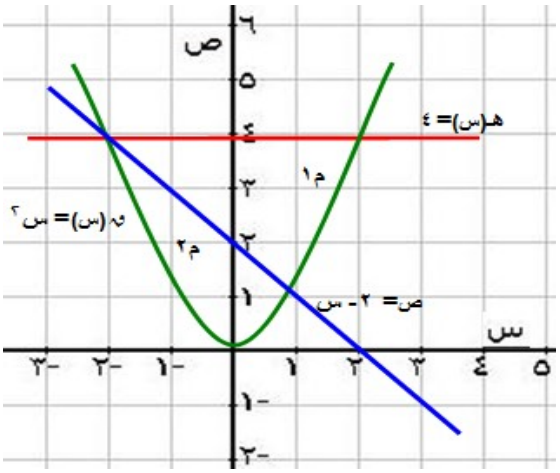
السؤال الخامس: حل المعادلات الآتية :

١) جا^{٢}س دص – ٢ ص دس = دص ٢) (س^{٢} - ٣س) دص = هـ$^{-ص}$ (س^{٢}+ س-١٢) دس

٣) دص = (١– ص + س^{٢} - ص س^{٢}) دس ٤) $\frac{ءص}{ءس}$ = $\frac{ص^{٢} – ٩}{٣ س ص – ص – ٩س - ٣}$

السؤال السادس:

١) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية : ص = س^{٣} ، ص = س + ٦ ، ص = – س



٢) الشكل المجاور يمثل منحنيات الاقترانات:

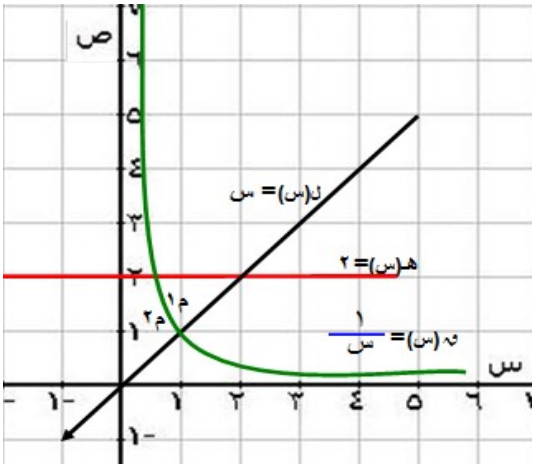
ق(س) = س^{٢} ، ص =٢– س ، هـ(س) = ٤

أ) جد مساحة المنطقة م$_{١}$ المحصورة بين منحنيات الاقترانات

ق(س) = س^{٢} ، ص =٢– س ، هـ(س) = ٤

ب) جد مساحة المنطقة م$_{٢}$ المحصورة بين منحنيي الاقترانين

ق(س) = س^{٢} ، ص =٢– س



٣) الشكل المجاور يمثل منحنيات الاقترانات:

ق(س) = $\frac{١}{س}$ ، هـ(س) =٢ ، ل(س) = س

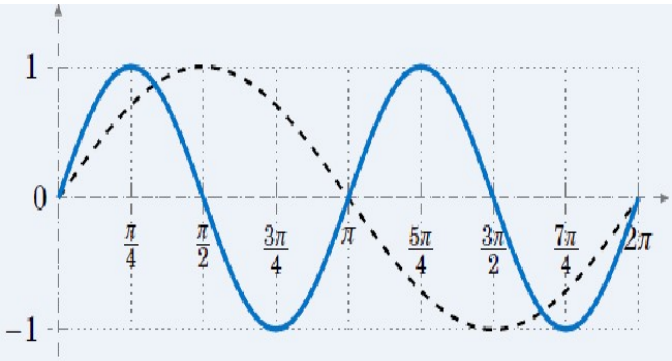
أ) جد مساحة المنطقة م$_{١}$ المحصورة بين منحنيات الاقترانات

ق(س) = $\frac{١}{س}$ ، هـ(س) =٢ ، ل(س) = س

ب) جد مساحة المنطقة م$_{٢}$ المحصورة بين منحنيات الاقترانات

ق(س) = $\frac{١}{س}$ ، هـ(س) =٢ ، ل(س) = س

ومحور الصادات



٤) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين

ق(س) = جاس ،هـ(س)=جا٢س

في الفترة [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

٧

السؤال السابع :

١) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الديكارتي بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين:
س=٧+٣قاهـ ، ص=٥+٢ظاهـ ، حيث هـ زاوية متغيرة ، جد معادلة المحل الهندسي لهذه النقطة وبين نوعه

٢) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الديكارتي بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين:
س= جتا٢هـ ، ص= ٣ جاهـ حيث هـ زاوية متغيرة ، جد معادلة المحل الهندسي لهذه النقطة وبين نوعه

٣) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ب(س ، ص) المتحركة في المستوى التي تبعد بعداً ثابتاً مقداره وحدتان عن المستقيم ل : ٤ص – ١ = ٣س وتمر أثناء حركتها بالنقطة (٣ ، ٠)

٤) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ب(س ، ص) المتحركة في المستوى التي تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٣ وحدات عن النقطة الثابتة ك(٢ ، ٥)

٥) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ب(س ، ص) المتحركة في المستوى التي يكون بعدها عن النقطة ب (٣ ، ١) مساوياً لبعدها عن المستقيم س=١

٦) جد معادلة ومركز ونصف قطر الدائرة التي تمر بالنقط (٠،٠) ، (٣ ، -١) ، (-٢ ، ٤)

٧) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيم ٣س+٤ص = ١٠ ويقع مركزها في مركز القطع الناقص

$$\frac{(\text{س}-٤)^{٢}}{٤} + \frac{(\text{ص}+٣)^{٢}}{٢٥} = ١$$

٨) جد إحداثيي الرأس والبؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته : $\text{س}^{٢}$ +٨س – ٨ص = ٨

٩) قطع ناقص معادلته ١٦$\text{س}^{٢}$ +٢٥$\text{ص}^{٢}$ -٦٤س - ٥٠ص=٣١١
جد مركزه وبؤرتيه ورأسيه واختلافه المركزي ومساحته

١٠) جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه النقطة (١ ، ١) وبؤرته مركز الدائرة $(\text{س}-١)^{٢}$ +$(\text{ص}+٤)^{٢}$ = ٩

١١) جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره الأكبر يوازي محور الصادات وطول محوره الأصغر يساوي (٤) وحدات وبعده البؤري ٢$\sqrt{٥}$

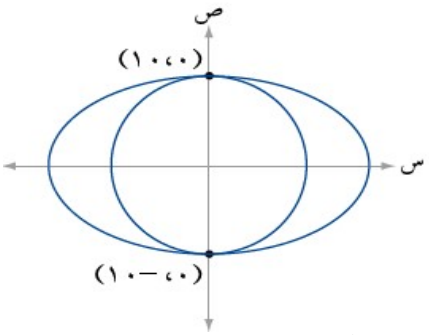
١٢) قطع زائد بؤرتاه النقطتان (-١،١) و(٧ ، ١) ، إذا كان بعده البؤري يساوي مثلي محوره المرافق ، جد معادلته

١٣) قطع زائد مركزه (٢ ، – ٣) وأحد رأسيه النقطة (٥،– ٣) واختلافه المركزي يساوي (٢)
جد معادلته وإحداثيي بؤرتيه

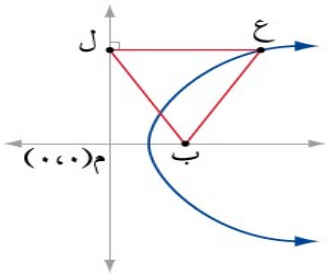
١٤) قطع زائد معادلته: $\frac{\text{ص}^{٢}}{٢٥} - \frac{(\text{س}-١)^{٢}}{١٤٤} = ١$ جد إحداثيي مركزه وبؤرتيه ورأسيه واختلافه المركزي

١٥) قطع مخروطي معادلته ٩$\text{س}^{٢}$ - ١٦$\text{ص}^{٢}$ -٣٦س - ٣٢ص=١٢٤ جد إحداثيي مركزه وبؤرتيه ورأسيه

١٦) الشكل التالي يمثل دائرة وقطع ناقص مشتركين في المركز، إذا كانت مساحة الدائرة تساوي نصف مساحة القطع الناقص فجد معادلة القطع الناقص



١٧) الشكل التالي يمثل منحنى قطع مكافئ بؤرته النقطة ب إذا علمت أن المثلث ب ع ل متطابق الأضلاع طول ضلعه(٤٠) سم ، جد معادلة القطع المكافئ



١٨) قطع مكافئ محوره يوازي محور السينات ويمر بالنقاط (-٤ ، ٠) ، (٤ ،٨) ، (-٢ ، ٤)، جد معادلته

١٩) جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين س=٣ ، ص=١ وتمر في نقطة تقاطع المستقيمين ص = ٢س – ٨ ، ص = س – ٣

٢٠) جد معادلة الدائرة التي مركزها (١ ، ٣) وتمس الدائرة : س^{٢} + ص^{٢} -٨ س +٢ص =صفر

السؤال الثامن : اكتب نوع القطع المخروطي المناسب لكل معادلة فيما يأتي :

١) ٣س^{٢} + ٥ص^{٢} = ٨

٢) ٣س^{٢} – ٥ص^{٢} = ٨

٣) ٣س^{٢} + ٣ص^{٢} = ٨

٤) ٣س^{٢} + ٣ص = ٨

٥) $\frac{ص^{٢}}{٩}$ – $\frac{(س - ١)^{٢}}{٨}$ = ١

٦) $\frac{(ص-٢)^{٢}}{٩}$ + $\frac{(س+٥)^{٢}}{٨}$ = ١

٧) $\frac{(ص-٢)^{٢}}{١٦}$ + $\frac{(س+١)^{٢}}{١٦}$ = ١

٨) $\frac{ص^{٢}}{٩}$ – $\frac{س - ١}{٨}$ = ١

٩) -٣س^{٢} -٣ص^{٢} +٢٤س – ١٨ص = ٥

١٠) ٢س^{٢} - ٢ص^{٢} +١٢ص – ٤س = ١٢

السؤال التاسع: جد قيم م التي تجعل المعادلة ٥س^{٢} + م ص^{٢} = ٩ معادلة :

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

السؤال العاشر:

١) قطع ناقص سيني معادلته م س^{٢} +٥ص^{٢} = ٨ ، أثبت أن م = $\frac{٨}{ب^{٢} + جـ^{٢}}$

٢) أثبت أن الاختلاف المركزي للقطع الزائد المتساوي المحورين يساوي $\sqrt{٢}$

٣) قطع ناقص معادلته $\frac{(س-٢)^{٢}}{أ^{٢}}$ + $\frac{(ص-٥)^{٢}}{ب^{٢}}$ = ١ ، أثبت أن ب^{٢} = أ^{٢} (١ – هـ^{٢}) حيث هـ الاختلاف المركزي

مع تمنياتي للجميع بالنجاح والتوفيق في الدنيا والآخرة
الأستاذ عبدالقادر الحسنات (078 531 88 77)

الأستاذ عبدالقادر الحسنات رياضيات

الإجابات بالتفصيل

س١)

١) $\int$ ق(س) دس = جاس − ٣س

ق(س) = جاس − ٣س

ق'(س) = جتاس − ٣ ⟸ ق'(π) = جتاπ − ٣ = −١ − ٣ = −٤

٢) $\int$ ق(س) دس = (جاس − ٣س)'

ق(س) = جتاس − ٣

ق'(س) = −جاس ⟸ ق'(π) = −جاπ = صفر

٣) ق(س) = لوهـ س ⟸ ق'(س) = $\frac{١}{س}$ ⟸ ق'($\frac{٢}{٣}$) = $\frac{١}{\frac{٢}{٣}}$ = $\frac{٣}{٢}$

٤) ق(س) = $\int_{٣}^{٣}$ جتاπس دس ⟸ ق'(س) = صفر

وأيضاً مشتقة التكامل بحدود متساوية صفر لأنه ثابت

٥) $\int_{١}^{٤}$ (جاس + جتاس) دس = $\int_{١}^{٤}$ ١ دس = ١(٤ − ١) = ٣

٦) $\int_{-١}^{٣}$ (ظاس − قاس) دس = $\int_{-١}^{٣}$ (−١) دس = −١(٣ − −١) = −٤

٧) $\int$ هـ^س دس = $\frac{١}{٢}$ هـ^س]' = $\frac{١}{٢}$ هـ^٢ − $\frac{١}{٢}$ هـ^٠ = $\frac{١}{٢}$ هـ^٢ − $\frac{١}{٢}$

٨) $\int_{١}^{هـ}$ $\frac{٥}{س}$ دس = ٥ لوهـ س]$_{١}^{هـ}$ = ٥ لوهـ هـ − ٥ لوهـ ١ = ٥ × ١ − ٥ × ٠ = ١٠

٩) $\int_{م}^{١}$ ٢س × س^$\frac{١}{٣}$ دس = $\int_{م}^{١}$ ٢ س^$\frac{٤}{٣}$ دس = $\int_{م}^{١}$ ٢ س^$\frac{١}{٣}$ = ٢ × $\int_{م}^{١}$ $\sqrt[٣]{س}$ دس

= ٢ × (− $\int_{١}^{م}$ $\sqrt[٣]{س}$ دس) = ٢ × −٧ = −١٤

١٠) $\int$ $\frac{٢ جتا^٢س − (٢ جتا^٢س − ١)}{جتا^٢س}$ دس = $\int$ $\frac{١}{جتا^٢س}$ دس = $\int$ قا^٢س دس = ظاس

١١) $\int_{٤}^{٥}$ (ق(س) دس − $\int_{٤}^{٢}$ ق(س) دس) = $\int_{٤}^{٥}$ ق(س) دس − −$\int_{٢}^{٤}$ ق(س) دس = ٢ $\int_{٤}^{٥}$ ق(س) دس

لكن $\int_{٤}^{٥}$ (ق(س) + ١) دس = ٨ ⟸ $\int_{٤}^{٥}$ ق(س) + $\int_{٤}^{٥}$ ١ دس = ٨ ⟸ $\int_{٤}^{٥}$ ق(س) دس + ٥ = ٨

= ١٠

⟸ $\int_{٤}^{٥}$ ق(س) دس = ٢ × ١٠ = ٢٠

١) تابع

١٢) $\int_{1}^{5} 6\,\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 6 \times \int_{1}^{5} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 6 \times \left(\int_{1}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{3}^{5} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} \right)$

$= 6 \times \left(\frac{6}{2} + -4 \right)$

$= 6 \times (3 - 4) = 6 \times (-1) = -6$

١٣) $\int_{1}^{\text{م}} (2\text{س} - 6)\,\text{دس} = -4 \Leftarrow \left[\text{س}^2 - 6\text{س} \right]_{1}^{\text{م}} = -4 \Leftarrow \text{م}^2 - 6\text{م} - (1 - 6) = -4$

$\Leftarrow \text{م}^2 - 6\text{م} + 5 = -4 \Leftarrow \text{م}^2 - 6\text{م} + 5 + 4 = 0$

$\Leftarrow \text{م}^2 - 6\text{م} + 9 = 0$

$(\text{م} - 3)(\text{م} - 3) = 0 \Leftarrow \text{م} = 3$

١٤) $\text{ق}(\text{س}) = \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{هـ}^{\text{س}} + \text{س}} \Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \frac{\text{هـ}^{\text{س}}(\text{هـ}^{\text{س}} + \text{س}) - (\text{هـ}^{\text{س}} + 1)\text{هـ}^{\text{س}}}{(\text{هـ}^{\text{س}} + \text{س})^2}$

$\text{ق}'(0) = \frac{(1)(1 + 0) - (2 + 1)(1)}{(1 + 0)^2} = \frac{1 - 3}{1} = -2$

١٥) $\text{ق}(\text{س}) = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2 + 15) \Leftarrow \text{ق}'(\text{س}) = \frac{2\text{س}}{\text{س}^2 + 15} \Leftarrow \text{ق}'(1) = \frac{2}{1 + 15} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

١٦) معكوس المشتقة ق ⇐ الفرق بينهما ثابت = $\text{ق}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س}) = \text{جـ}$

$\Leftarrow \int_{1}^{3} \text{جـ}\,\text{دس} = 12 \Leftarrow \text{جـ}(3 - 1) = 12 \Leftarrow \text{جـ} = 6$

$\Leftarrow \int_{1}^{3} \text{س}^2 \times (\text{م}\,\text{هـ})\,\text{دس} = \int_{1}^{3} 6\text{س}^2\,\text{دس} = \left[\frac{6\text{س}^3}{3} \right]_{1}^{3} = 54 - 2 = 52$

١٧) $1 \le \text{ق}(\text{س}) \le 4 \Leftarrow \int_{-1}^{3} 1\,\text{دس} \le \int_{-1}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} \le \int_{-1}^{3} 4\,\text{دس}$

$\Leftarrow 4 \le \int_{-1}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} \le 4 \times 4 \Leftarrow 5 \times 4 \le \int_{-1}^{3} 5\,\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} \le 5 \times 16$

$\Leftarrow 20 \le \int_{-1}^{3} 5\,\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} \le 80 \Leftarrow$ أكبر قيمة هي (٨٠)

١٨) $\int_{-5}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \int_{-5}^{0} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{0}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 8 + -3$ (لأنها تحت محور السينات)

$= 5$

١٩) نجد معادلة المستقيم حيث نقطة الأصل هي (٠،٠) وهي: ق(س) = س

$\Leftarrow \int_{-1}^{2} \text{س}\,\text{دس} = \left[\frac{\text{س}^2}{2} \right]_{-1}^{2} = \frac{4}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\int_{2}^{4} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} =$ مساحة المستطيل $= 2 \times 2 = 4 \Leftarrow$ المطلوب $= 4 + \frac{3}{2} = \frac{11}{2}$

تابع س١

٢) المساحة بين المنحنيين = $\int_{1}^{4} \text{هـ}(\text{س})\,\text{دس} - \int_{1}^{4} \text{هـ}(\text{س})\,\text{دس}$

$6 = \int_{1}^{4} \text{هـ}(\text{س}) - 10 \Leftarrow \int_{1}^{4} \text{هـ}(\text{س}) = 6 + 10 = 16$

$\Leftarrow \int_{4}^{1} \text{هـ}(\text{س})\,\text{دس} = -16$

٣) $\int_{1}^{\text{م}} \sqrt{\text{س}}\,\text{دس} = \frac{14}{3} \Leftarrow \int_{1}^{\text{م}} \text{س}^{\frac{1}{2}}\,\text{دس} = \frac{14}{3} \Leftarrow \frac{2}{3}\,\text{س}^{\frac{3}{2}}\Big]_{1}^{\text{م}} = \frac{14}{3}$

$\frac{2}{3}\,\text{م}^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} \Leftarrow 2\,\text{م}^{\frac{3}{2}} - 2 = 14$ بالضرب في ٣

$\Leftarrow \sqrt{\text{م}^3} = \frac{16}{2} \Leftarrow (\sqrt{\text{م}^3})^2 = (8)^2 \Leftarrow \text{م} = \sqrt[3]{8}^2 = 4$

٤) $(3(\text{س} - \frac{4}{3}))^2 + (3(\text{ص} - \frac{5}{2}))^2 = 36$

$9(\text{س} - \frac{4}{3})^2 + 9(\text{ص} - \frac{5}{2})^2 = 36$

نقسم على ٩ $\Leftarrow (\text{س} - \frac{4}{3})^2 + (\text{ص} - \frac{5}{2})^2 = \frac{36}{9} = 4 \Leftarrow$ نصف القطر = ٢

المركز $(\frac{4}{3}, \frac{5}{2})$

٤) $\text{س}^2 + 8\text{س} + \text{ص}^2 - 2\text{ص} = 0$

$\text{س}^2 + 8\text{س} + 16 + \text{ص}^2 - 2\text{ص} + 1 = 0 + 16 + 1$

$(\text{س} + 4)^2 + (\text{ص} - 1)^2 = 17$

المركز $(-4, 1)$ ، نصف القطر = $\sqrt{17}$ جـ

٥) $\text{ص}^2 - 8\text{س} - 32 = 0$

$\text{ص}^2 = 8\text{س} + 32$

$= 8(\text{س} + 4) \Leftarrow$ المركز $(-4, 0)$

٦) جـ = ؟ : $-4\text{جـ} = 4 \Leftarrow$ جـ = ١ ، الربع هو س ⇐ صادي

الرأس (١، ٠) ⇐ البؤرة على ح جـ = ١ من ص ⇐ (١، ٠) .

٧) $\text{ص}^2 = 8(\text{س} + 4)$ المركز $(-4, 0)$ ، $4\text{جـ} = 8 \Leftarrow$ جـ = ٢

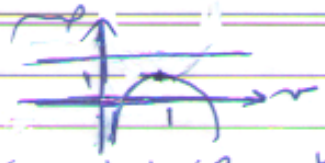
الدليل : $\text{س} = -4 - 2 = -6$

$\text{س} = -6$ ، $\text{ص} = 0$

تابع س١

٢٨) س² − ٢س + ١ = −٤ص + ٣ + ١

(س − ١)² = −٤(ص − ١)



المركز : (١، ١) ، جـ = ١ : الدليل : ص = ١ − ١ = ٠ ، المحور س = ١

ص = ٢ ، س = ١

٢٩) م ل = ٤ ، ل ع = ٢ ، م ب = ٤ ، جـ = المسافة بين البؤرة والرأس

الدليل محور السينات ⟸ جـ = ٣ ⟸ ب ع = ٦

المحيط = ٢ + ٤ + ٤ + ٦ = ١٦

٣٠) (ص + ١)² = −٨(س + ٥) ⟸ (جـ = ٢) الرأس : (−٥ ، −١)

يمين يسار ⟸ ٣ + جـ = −٥ ⟸ جـ = −٨

٣١) حتى يكون ناقصاً يجب أن تكون ك موجبة ولكن إذا كانت جـ = ٢ فإن القطع يصبح دائرة ⟸ ك ∈ (٠ ، ∞) − {٢}

٣٢) دائرة ⟸ معامل س² = معامل ص² ⟸ ك = ٢

٣٣) زائد ⟸ معامل س² ≠ معامل ص² ومختلفان في الإشارة

ك ∈ (−∞ ، ٠)

٣٤) (س − ١)²/٦ + (ص − ٢)²/٩ = ١ المركز (١ ، ٢)

٣٥) المساحة = π أ ب = ٢٠π ⟸ أ ب = ٢٠ لكن ٢ب = ٨ ⟸ ب = ٤

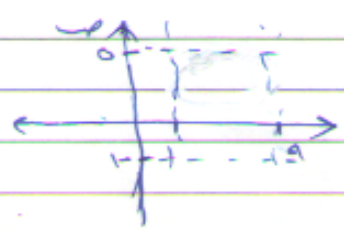
⟸ أ = ٥ ⟸ جـ² = أ² − ب² ⟸ جـ² = ٢٥ − ١٦ ⟸ جـ² = ٩ ⟸ جـ = ٣

٢ جـ = ٣ × ٢ = ٦

٣٦) ٢٥س²/٢٢٥ + ٩ص²/٢٢٥ = ٢٢٥/٢٢٥ ⟸ س²/٩ + ص²/٢٥ = ١ ؛ أ² = ٢٥ ، ب² = ٩

جـ² = ٢٥ − ٩ = ١٦ ⟸ جـ = ٤ ⟸ ٢جـ = ٨

٣٧) طول المحور الأصغر = ٥ − −١ = ٦



تابع س١

٣٨) $\frac{(س+١)^2}{١٤٤} - \frac{١٦(ص-٢)^2}{١٤٤} = ١ \Leftarrow \frac{(س+١)^2}{١٦} - \frac{(ص-٢)^2}{٩} = ١$

$جـ^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥ \Leftarrow جـ = ٥$ ، $أ = ٤ \Leftarrow هـ = \frac{٥}{٤}$

٣٩) ناقص $\Leftarrow ٣ - ل = موجب$ لأن ١٧ موجبة ، $٣ - ل > ٠ \Leftarrow ل < ٣$

سيني $\Leftarrow$ الأكبر تحت $س^2 \Leftarrow ٣ - ل > ١٧ \Leftarrow ل < -١٤ \Leftarrow ل \in (-\infty, -١٤)$

لكن عندما $٣ - ل = ١٧$ تصبح معادلة دائرة

لذلك $٣ - ل \neq ١٧ \Leftarrow ل \neq -١٤$

٤٠) $\frac{س^2}{٤ل^2} + \frac{(ص-١)^2}{ل^2} = ١$

$أ^2 = ٤ل^2 \Leftarrow أ = ٢ل$ ، $ب^2 = ل^2 \Leftarrow ب = ل$ } $جـ^2 = أ^2 - ب^2$ ، $جـ^2 = ٤ل^2 - ل^2 = ٣ل^2 \Leftarrow جـ = ل\sqrt{٣}$

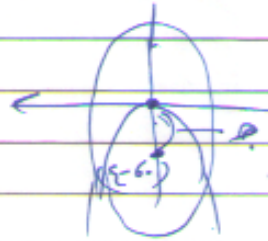
$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{ل\sqrt{٣}}{٢ل} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٤١) $\frac{م س^2}{٩م^2} + \frac{٩ص^2}{٩م^2} = ١ \Leftarrow \frac{ص^2}{م^2} + \frac{س^2}{٩} = ١$

صادي $\Leftarrow أ^2 = م^2$ ، $ب^2 = ٩$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2 \Leftarrow (٤)^2 = م^2 - ٩ \Leftarrow ١٦ + ٩ = م^2$

$م = \pm ٥$



٤٢) القاطع = ٢أ ، الراسم = ٢ب $\Leftarrow ٢أ = ٢ \times ٢ب \Leftarrow أ = ٢ب$

$\Leftarrow ب = \frac{أ}{٢}$

$جـ^2 = أ^2 + ب^2 \Leftarrow جـ^2 = أ^2 + (\frac{أ}{٢})^2 = أ^2 + \frac{أ^2}{٤} = \frac{٥}{٤}أ^2$

$\frac{جـ^2}{أ^2} = \frac{٥}{٤} \Leftarrow \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{٥}}{٢}$

٤٣) زائد $\Leftarrow ٧ - م$ ، $٤ - م$ مختلفان في الإشارة

$\frac{- - - \; + + +}{٧} \quad \frac{- - - \; + + +}{٤} \Leftarrow \frac{+ + + \; - - - \; + +}{٤ \quad ٧}$

$\Leftarrow م \in (٤ ، ٧)$

٤٤) مساحة الناقص = ٢π × مساحة الدائرة

$أ \times ب \times \pi = ٢ \times \pi$ نصف $\pi \Leftarrow أ \times ب = ٢٠٠$ لكن $٢ب = ٢٠$

$\Leftarrow أ = ٢٠ \Leftarrow أ^2 - ب^2 = ٤٠٠ - ١٠٠ = ٣٠٠$ $(ب = ١٠)$

$\frac{جـ^2}{أ^2} = \frac{٣٠٠}{٤٠٠} = \frac{٣}{٤} \Leftarrow \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢

س٦)

١) $\int \frac{س^2 - 9}{3 - 2س} \times \frac{3 + 2س}{3 + 2س}\, دس = \int \frac{س(س^2 - 9)(3 + 2س)}{9 - س^2}\, دس$

$= \int (-3س - س^3)\, دس = -\frac{3س^2}{2} - \frac{س^4}{4} + جـ$

٢) $\int \frac{(1 + جاس)}{(1 - جاس)(1 + جاس)}\, دس = \int \frac{1 + جاس}{جتا^2 س}\, دس = \int \left(\frac{1}{جتا^2 س} + \frac{جاس}{جتاس\, جتاس}\right) دس$

$= \int (قا^2 س + قاس\, ظاس)\, دس = ظاس + قاس + جـ$

٣) $\int جتا^3 س \times جتاس\, دس = \int (1 - جا^2 س)\, جتاس\, دس$ ، ص = جاس

$= \int (1 - ص^2)\, جتاس \frac{دص}{جتاس} = ص - \frac{ص^3}{3} + جـ$ ، $\frac{دص}{دس} = جتاس$

$= جاس - \frac{1}{3} جا^3 س + جـ$

٤) $جاس \times جتاص = \frac{1}{2} \times$ (جيب الجمع + جيب الفرق) $= \frac{1}{2}(جا(س+ص) + جا(س-ص))$

$جا3س\, جتا5س = \frac{1}{2}(جا8س + جا(-2س)) = \frac{1}{2}(جا8س - جا2س)$

$\int جا3س\, جتا5س\, دس = \int \frac{1}{2}(جا8س - جا2س)\, دس$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{جتا8س}{8} - \frac{جا2س}{2}\right) + جـ$

٥) $\int قا^2 س\, لو_هـ(ظاس)\, دس$ ، $ص = ظاس \Leftarrow \frac{دص}{دس} = قا^2 س$

$\int قا^2 س\, لو_هـ ص\, \frac{دص}{قا^2 س} = \int لو_هـ ص\, \frac{دص}{دهـ}$ ، $دهـ = \frac{1}{ص}\, دص$

$= ص\, لو_هـ ص - \int ص \times \frac{1}{ص}\, دص = ص\, لو_هـ ص - ص + جـ$

$= ظاس\, لو_هـ(ظاس) - ظاس + جـ$

أو) $ص = لو_هـ(ظاس) \Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{قا^2 س}{ظاس} \Leftarrow دس = \frac{ظاس}{قا^2 س}\, دص$

$\int قا^2 س \times ص \times \frac{ظاس\, دص}{قا^2 س}$ لكن $هـ^ص = هـ^{لو_هـ ظاس} \Leftarrow هـ^ص = ظاس$

$= \int ص\, هـ^ص\, دص$ . . .

٦) $\int جا^5 س\, دس = \int \frac{1}{2}(1 - جتا10س)\, دس = \frac{1}{2}\left(س - \frac{جا10س}{10}\right) + جـ$

س ٧) $\int_{1}^{2} (\text{س}-2)(\text{س}-3)^{-2}\, \text{دس}$

$\text{ق} = \text{س}-2 \qquad \text{دهـ} = (\text{س}-3)^{-2}$

$\text{دق} = \text{دس} \qquad \text{هـ} = \frac{(\text{س}-3)^{-1}}{-1}$

$= -(\text{س}-2)(\text{س}-3)^{-1}\Big]_{1}^{2} - -\int_{1}^{2} (\text{س}-3)^{-1}\, \text{دس}$

$= \frac{-(\text{س}-2)}{\text{س}-3}\Big]_{1}^{2} + \text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}-3|\Big]_{1}^{2} = 0 - \frac{1}{2} + \text{لو}_{\text{هـ}}|-1| - \text{لو}_{\text{هـ}}|-2| = \frac{1}{2} - \text{لو}_{\text{هـ}}2$

٨) $\int \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2+2\text{س})\, \text{دس}$ ؛ $\text{ق} = \text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2+2\text{س}) \qquad \text{دهـ} = \text{دس}$

$\text{دق} = \frac{2\text{س}+2}{\text{س}^2+2\text{س}} \qquad \text{هـ} = \text{س}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2+2\text{س}) - \int \frac{2\text{س}+2}{\text{س}^2+2\text{س}} \times \text{س}\, \text{دس} = \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2+2\text{س}) - \int \frac{2\text{س}^2+2\text{س}}{\text{س}^2+2\text{س}}\, \text{دس}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2+2\text{س}) - \int \left(2 + \frac{-2\text{س}}{\text{س}^2+2\text{س}}\right) \text{دس}$

$\begin{array}{r} 2 \\ \text{س}^2+2\text{س} \overline{\big)\, 2\text{س}^2+2\text{س}} \\ \underline{2\text{س}^2+4\text{س}} \\ -2\text{س} \end{array}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س}^2+2\text{س}) - 2\text{س} + 2\,\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{س}+2| + \text{جـ}$

٩) $\int \text{هـ}^{\text{س}^3+2\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}}\, \text{دس} = \int \text{هـ}^{\text{س}^3} \times \text{هـ}^{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}^2}\, \text{دس} = \int \text{هـ}^{\text{ص}} \times \text{س}^2\, \frac{\text{دص}}{3\text{س}^2}$

$\text{ص} = \text{س}^3 \longrightarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 3\text{س}^2 \Longrightarrow \int \text{هـ}^{\text{ص}} \times \text{س}^2\, \frac{\text{دص}}{3\text{س}^2}$

$= \int \frac{1}{3}\text{هـ}^{\text{ص}}\, \text{دص} = \frac{1}{3}\text{هـ}^{\text{ص}} + \text{جـ} = \frac{1}{3}\text{هـ}^{\text{س}^3} + \text{جـ}$

١٠) $\int \frac{(4)^3 - (\text{هـ}^{\text{س}})^3}{4 - \text{هـ}^{\text{س}}}\, \text{دس} = \int \frac{(4-\text{هـ}^{\text{س}})(16 - 4\text{هـ}^{\text{س}} + \text{هـ}^{2\text{س}})}{4-\text{هـ}^{\text{س}}}\, \text{دس}$

$= 16\text{س} - 4\text{هـ}^{\text{س}} + \frac{\text{هـ}^{2\text{س}}}{2} + \text{جـ}$

١١) $\int \text{س}^6 \sqrt[5]{1-2\text{س}^4}\, \text{دس} = \int \text{س}^6 \times \text{س} \sqrt[5]{1-2\text{س}^4}\, \text{دس}$

$\text{ص} = 1-2\text{س}^4 \Longrightarrow \text{دص} = -8\text{س}^3$

$\int \text{س}^7 \sqrt[5]{\text{ص}}\, \frac{\text{دص}}{-8\text{س}^3} = -\frac{1}{8}\int \text{س}^4 \sqrt[5]{\text{ص}}\, \text{دص} \; : \; \frac{1-\text{ص}}{2} = \text{س}^4$

$= -\frac{1}{8}\int \frac{\text{ص}-1}{2} \sqrt[5]{\text{ص}}\, \text{دص} = \frac{1}{16}\int (\text{ص}^{\frac{6}{5}} - \text{ص}^{\frac{1}{5}})\, \text{دص} = \frac{1}{16}\left(\frac{\text{ص}^{\frac{11}{5}}}{\frac{11}{5}} - \frac{\text{ص}^{\frac{6}{5}}}{\frac{6}{5}}\right) + \text{جـ}$

$= \frac{1}{16}\left(\frac{5}{11}(1-2\text{س}^4)^{\frac{11}{5}} - \frac{5}{6}(1-2\text{س}^4)^{\frac{6}{5}}\right) + \text{جـ}$

س ١٢) $\int \frac{(\text{س}+1)^9}{\text{س}^2 \times \text{س}^2}\,\text{دس} = \int \left(\frac{\text{س}+1}{\text{س}}\right)^9 \times \frac{1}{\text{س}^2}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \frac{\text{س}+1}{\text{س}} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{-1}{\text{س}^2} \Leftarrow \text{دس} = -\text{س}^2\,\text{دص}$

$\int \text{ص}^9 \times \frac{1}{\cancel{\text{س}^2}} \times -\cancel{\text{س}^2}\,\text{دص} = -\frac{\text{ص}^{10}}{10} + \text{جـ} = -\frac{1}{10}\left(\frac{\text{س}+1}{\text{س}}\right)^{10} + \text{جـ}$

١٣) $\int \text{س}^3 \left(\frac{5\text{س}-3}{\text{س}}\right)^3 \text{دس} = \int \cancel{\text{س}^3} \frac{(5\text{س}-3)^3}{\cancel{\text{س}^3}}\,\text{دس} = \frac{(5\text{س}-3)^4}{4 \times 5} + \text{جـ}$

١٤) $\int \text{ظا س لو}_{\text{هـ}}(\text{جتا س})\,\text{دس}$: $\text{ص} = \text{لو}_{\text{هـ}}\text{جتا س} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{-\text{جا س}}{\text{جتا س}} = -\text{ظا س}$

$\int \cancel{\text{ظا س}} \times \text{ص} \frac{\text{دص}}{-\cancel{\text{ظا س}}} = -\frac{\text{ص}^2}{2} + \text{جـ} = -\frac{1}{2}\left(\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{جتا س})\right)^2 + \text{جـ}$

١٥) $\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس}$: $\text{ص} = \text{جا س} \qquad \text{دص} = \text{هـ}^{\text{س}}$

$\text{دص} = \text{جتا س} \qquad \text{هـ} = \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}$

$\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س} - \int \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جتا س}\,\text{دس}$

$\text{ص} = \text{جتا س} \qquad \text{دص} = \text{هـ}^{\text{س}}$

$\text{دص} = -\text{جا س} \qquad \text{هـ} = \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}$

$= \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\text{جتا س}\,\text{هـ}^{\text{س}} - \int \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}(-\text{جا س})\,\text{دس}\right)$

$\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س} - \frac{1}{4}\text{جتا س}\,\text{هـ}^{\text{س}} - \frac{1}{4}\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس}$

$\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس} + \frac{1}{4}\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س} - \frac{1}{4}\text{جتا س}\,\text{هـ}^{\text{س}}$

$\frac{5}{4}\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س} - \frac{1}{4}\text{جتا س}\,\text{هـ}^{\text{س}}$

نضرب بـ $\frac{4}{5}$: $\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س}\,\text{دس} = \frac{2}{5}\text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا س} - \frac{1}{5}\text{جتا س}\,\text{هـ}^{\text{س}} + \text{جـ}$

١٦) $\int \frac{5}{1-\text{جتا}^2\text{س}}\,\text{دس} = \int \frac{5}{1-(1-\text{جا}^2\text{س})}\,\text{دس} = \int \frac{5}{\text{جا}^2\text{س}}\,\text{دس} = \int 5\,\text{قتا}^2\text{س}\,\text{دس}$

$= -5\,\text{ظتا س} + \text{جـ}$

١٧) $\int \frac{\text{جا}(\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س})}{\text{س}\,\text{جتا}^2(\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س}) - \text{س}}\,\text{دس}$: $\text{ص} = \text{جتا لو}_{\text{هـ}}\text{س} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{جا لو}_{\text{هـ}}\text{س} \times \frac{1}{\text{س}}$

$\int \frac{\text{جا}(\text{لو}_{\text{هـ}}\text{س})}{\text{س}(\text{ص}^2-1)} \times \frac{\text{دص}}{-\text{جا لو}_{\text{هـ}}\text{س}} = \int \frac{-1}{(\text{ص}-1)(\text{ص}+1)}\,\text{دص}$

كسور جزئية $= \int \left(\frac{\frac{1}{2}}{\text{ص}+1} + \frac{-\frac{1}{2}}{\text{ص}-1}\right)\text{دص} = \frac{1}{2}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ص}+1| - \frac{1}{2}\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ص}-1| + \text{جـ}$

س ١٨) $\int \frac{(\text{س} - ١٣)}{(٢\text{س} - ١)(\text{س} - ٣)}\, \text{دس} = \int \frac{\text{أ}}{٢\text{س} - ١}\, \text{دس} + \int \frac{\text{ب}}{\text{س} - ٣}\, \text{دس}$

$\text{س} - ١٣ = \text{أ}(\text{س} - ٣) + \text{ب}(٢\text{س} - ١) \Leftarrow \text{أ} = ٥ ، \text{ب} = -٢$

$= ٥\, \text{لو}_{\text{هـ}} |٢\text{س} - ١| + -٢\, \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{س} - ٣| + \text{جـ}$

س ١٩) $\int \frac{٣\, \text{جتا}\, \text{س}}{\text{جا}^٢\text{س} - \text{جا}\, \text{س} - ٢}\, \text{دس}$ ؛ $\text{ص} = \text{جا}\, \text{س} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{جتا}\, \text{س}$

$\int \frac{٣\, \text{جتا}\, \text{س}}{\text{ص}^٢ - \text{ص} - ٢}\, \frac{\text{دص}}{\text{جتا}\, \text{س}} = \int \frac{٣}{(\text{ص} - ٢)(\text{ص} + ١)}\, \text{دص} = \int \frac{\text{أ}}{\text{ص} - ٢} + \frac{\text{ب}}{\text{ص} + ١}$

$\text{أ} = ١ ، \text{ب} = -١ \Leftarrow = \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{جا}\, \text{س} - ٢| - \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{جا}\, \text{س} + ١| + \text{جـ}$

٢٠) $\text{ص} = \sqrt{\text{س} - ٢} \Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{٢\sqrt{\text{س} - ٢}} = \frac{١}{٢\text{ص}} \Leftarrow \text{دس} = ٢\text{ص}\, \text{دص}$

$\int \frac{\text{ص} + ١}{\text{ص} - ٢} \times ٢\text{ص}\, \text{دص} = \int \frac{٢\text{ص}^٢ + ٢\text{ص}}{\text{ص} - ٢}\, \text{دص}$

$$\begin{array}{r|l} ٢\text{ص}^٢ + ٢\text{ص} & \text{ص} - ٢ \\ \hline -٢\text{ص}^٢ \pm ٤\text{ص} & ٢\text{ص} + ٦ \\ \hline ٦\text{ص} & \\ -٦\text{ص} + ١٢ & \\ \hline ١٢ & \end{array}$$

$= \int (٢\text{ص} + ٦)\, \text{دص} + \int \frac{١٢}{\text{ص} - ٢}\, \text{دص}$

$= \text{ص}^٢ + ٦\text{ص} + ١٢\, \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{ص} - ٢| + \text{جـ}$

$= (\sqrt{\text{س} - ٢})^٢ + ٦\sqrt{\text{س} - ٢} + ١٢\, \text{لو}_{\text{هـ}} |\sqrt{\text{س} - ٢} - ٢| + \text{جـ}$

٢١) $\int \frac{\text{س}^٣ + ٨}{\text{س}^٢ + ٥\text{س} + ٦}\, \text{دس} = \int \frac{(\text{س} + ٢)(\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤)}{(\text{س} + ٢)(\text{س} + ٣)}\, \text{دس}$

$$\begin{array}{r|l} \text{س}^٣ + ٢\text{س}^٢ + ٤\text{س} & \text{س} + ٣ \\ \hline -\text{س}^٣ \pm ٣\text{س}^٢ & \text{س}^٢ - \text{س} + ٧ \\ \hline -\text{س}^٢ + ٤\text{س} & \\ \text{س}^٢ \pm ٣\text{س} & \\ \hline ٧\text{س} + ٤ & \\ -٧\text{س} \pm ٢١ & \\ \hline ٢٥ & \end{array}$$

$= \int (\text{س} - ١)\, \text{دس} + \int \frac{٧}{\text{س} + ٣}\, \text{دس}$

$= \frac{١}{٢}\text{س}^٢ - \text{س} + ٧\, \text{لو}_{\text{هـ}} |\text{س} + ٣| + \text{جـ}$

٣) أ) نشتق الطرفين : $\left(\int (\text{ق}'(\text{س}) + ٢\text{س})\,\text{دس}\right)' = (\text{س}^٣ + \text{م}\text{س}^٢ + ١)'$

$\text{ق}'(\text{س}) + ٢\text{س} = ٣\text{س}^٢ + ٢\text{م}\text{س}$

$\text{ق}'(١) + ٢\times١ = ٣(١)^٢ + ٢\text{م}\times١$

$٤ + ٢ = ٣ + ٢\text{م}$

$٦ - ٣ = ٢\text{م} \Leftarrow \text{م} = \frac{٣}{٢}$

تكامل الطرفين : $\int (\text{ق}'(\text{س}) + ٢\text{س})\,\text{دس} = \int (٣\text{س}^٢ + \cancel{٢}\times\frac{٣}{\cancel{٢}}\text{س})\,\text{دس}$

$\text{ق}(\text{س}) + \text{س}^٢ + \text{جـ} = \text{س}^٣ + \frac{٣}{٢}\text{س}^٢$

لإيجاد جـ ، $\text{ق}(٢) = ٥ \Leftarrow \text{ق}(٢) + (٢)^٢ + \text{جـ} = ٢^٣ + \frac{٣}{٢}\times٢^٢$

$٥ + ٤ + \text{جـ} = ٨ + ٦$

$\text{جـ} = ١٤ - ٩ = ٥$

$\text{ق}(\text{س}) + \text{س}^٢ + ٥ = \text{س}^٣ + \frac{٣}{٢}\text{س}^٢$

$\text{ق}(-٢) + (-٢)^٢ + ٥ = (-٢)^٣ + \frac{٣}{٢}\times(-٢)^٢$

$\text{ق}(-٢) = -٨ + ٦ - ٤ - ٥ = -١١$

ب) المطلوب : $\int_{١}^{٥} (\text{ق}(\text{س}) - ٤)\,\text{دس} = \int_{١}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} - \int_{١}^{٥} ٤\,\text{دس}$

لإيجاد $\int_{١}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$: $\int_{١}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \int_{١}^{٢} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{٢}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

لكن $\int_{١}^{٢} (\text{ق}(\text{س}) - ٣)\,\text{دس} = ٧ \Leftarrow \int_{١}^{٢} \text{ق}(\text{س}) = ٧ + \int_{١}^{٢} ٣\,\text{دس}$

$= ٧ + ٣ = ١٠$

كذلك $\int_{٥}^{٢} ٢(\text{ق}(\text{س}) + ٢\text{س})\,\text{دس} = ٩ \Leftarrow ٢\int_{٥}^{٢} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{٥}^{٢} ٤\text{س}\,\text{دس} = ٩$

$\Leftarrow ٢\int_{٥}^{٢} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ٩ - \text{س}^٢\Big]_{٥}^{٢}$

$= ٩ - (٤ - ٢٥)$

$= ٩ - -٢١ = ٣٠$

$\Leftarrow \int_{٥}^{٢} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

المطلوب : $\int_{١}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} - \int_{١}^{٥} ٤\,\text{دس}$

$= \int_{١}^{٢} \text{ق} + \int_{٢}^{٥} \text{ق} - ٤(٥ - ١)$

$= ١٠ + ١٥ - ١٦ = ١٠ - ٣١ = -٢١$

س٣) ق(س) = $\sqrt{٤ - س^٢}$

ق'(س) = $\frac{-٢س}{٢\sqrt{٤ - س^٢}}$ = ٠ ⟸ س = ٠ جذر الفتح العصوي

عظمى عند س = ٠ وقيمتها ق(٠) ⟸

صغرى عند ± ٢ وقيمتها ق(±٢) وهي ٠

⟸ ق(س) محصور بين (٠) و (٢)

⟸ ٠ ≤ $\sqrt{٤ - س^٢}$ ≤ ٢

نكامل الطرفين ∴ $\int_{-٢}^{٢}$ ٠ دس ≤ $\int_{-٢}^{٢}$ $\sqrt{٤ - س^٢}$ دس ≤ $\int_{-٢}^{٢}$ ٢

صفر ≤ $\int_{-٢}^{٢}$ $\sqrt{٤ - س^٢}$ دس ≤ ٨

⟸ م = صفر ، ك = ٨

٤) $\int_{١}^{٢}$ ١٥ $س^٩$ ق'($س^٥$ + ١) دس : نفرض أن ص = $س^٥$ + ١

$\frac{دص}{دس}$ = ٥ $س^٤$

س = ٠ ⟸ ص = ١

س = ١ ⟸ ص = ٢

ص = $س^٥$ + ١ ⟸

$س^٥$ = ص − ١

$\int_{١}^{٢}$ ١٥ $س^٩$ ق'(ص) $\frac{دص}{٥ س^٤}$

= $\int_{١}^{٢}$ $\frac{١٥}{٥}$ $س^٥$ ق'(ص) دص

= $\int_{١}^{٢}$ ٣(ص − ١) ق'(ص) دص

نفرض أن ق = ٣(ص − ١) ، هـ = ق'(ص)

دق = ٣ دص ، هـ = ق(ص)

= ٣(ص − ١) ق(ص) $\Big]_{١}^{٢}$ − $\int_{١}^{٢}$ ٣ ق(ص) دص

= ٣(٢ − ١) ق(٢) − ٣(١ − ١) ق(١) − ٣ × ١٢

= ٣ × ١ × ٥ − ٣ × ٠ × −٤ − ٣٦

= ١٥ − صفر − ٣٦

= −٢١

٣) ٥) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\sqrt{\text{٢ص}+١}}{\sqrt{\text{٣س}-\text{٢}}} \Leftarrow \sqrt{\text{٣س}-\text{٢}}\ \text{دص} = \sqrt{\text{٢ص}+١}\ \text{دس}$

$\Leftarrow \frac{\text{دس}}{\sqrt{\text{٣س}-\text{٢}}} = \frac{\text{دص}}{\sqrt{\text{٢ص}+١}} \Leftarrow \int (\text{٣س}-\text{٢})^{-\frac{١}{٢}}\ \text{دس} = \int (\text{٢ص}+١)^{-\frac{١}{٢}}\ \text{دص}$

$\frac{(\text{٣س}-\text{٢})^{\frac{١}{٢}}}{\text{٣}\times\frac{١}{٢}} + \text{جـ} = \frac{(\text{٢ص}+١)^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}\times\text{٢}}$

$(\text{١،٤}) \Leftarrow \frac{٢}{٣}(\text{٣}\times١-\text{٢})^{\frac{١}{٢}} + \text{جـ} = (\text{٢}\times٤+١)^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{٢}{٣} + \text{جـ} = ٣ \Leftarrow \text{جـ} = ٣ - \frac{٢}{٣} = \frac{٧}{٣}$

$(\text{٢ص}+١)^{\frac{١}{٢}} = \frac{٢}{٣}(\text{٣س}-\text{٢})^{\frac{١}{٢}} + \frac{٧}{٣}$

٦) $\frac{\text{دع}}{\text{دن}} = \text{ع}^{\frac{١}{٢}} \Leftarrow \text{دع} = \text{ع}^{\frac{١}{٢}}\ \text{دن} \Leftarrow \text{ع}^{-\frac{١}{٢}}\ \text{دع} = \text{دن}$

$\int \text{ع}^{-\frac{١}{٢}}\ \text{دع} = \int \text{دن}$

$\text{٢}\times\text{ع}^{\frac{١}{٢}} = \text{ن} + \text{جـ}$

$\text{ع}(٠) = ٩ \Leftarrow \text{٢}\times\sqrt{٩} = ٠ + \text{جـ} \Leftarrow \text{جـ} = ٦$

$\text{ع}^{\frac{١}{٢}} = \frac{\text{ن}}{٢} + \frac{٦}{٢} \Leftarrow \text{ع} = (\frac{١}{٢}\text{ن}+٣)^{٢}$

$\frac{\text{دف}}{\text{دن}} = (\frac{١}{٢}\text{ن}+٣)^{٢} \Leftarrow \text{دف} = (\frac{١}{٢}\text{ن}+٣)^{٢}\ \text{دن}$

$\text{ف} = \int (\frac{١}{٢}\text{ن}+٣)^{٢}\ \text{دن}$

$= \frac{(\frac{١}{٢}\text{ن}+٣)^{٣}}{٣\times\frac{١}{٢}} + \text{جـ}$

$\text{ف} = \frac{٢}{٣}(\frac{١}{٢}\text{ن}+٣)^{٣} + \text{جـ}$

$\text{ف}(٤) = ٨٠ \Leftarrow ٨٠ = \frac{٢}{٣}(\frac{١}{٢}\times٤+٣)^{٣} + \text{جـ} \Leftarrow \text{جـ} = ٨٠ - ٦٤$

$\text{جـ} = ١٦$

$\text{ف}(\text{ن}) = \frac{٢}{٣}(\frac{١}{٢}\text{ن}+٣)^{٣} + ١٦$

٧) $\text{ص}'' = \text{هـ}^{\text{س}}\text{جتا س} + \text{هـ}^{\text{س}}\text{جا س}$

$\text{ص}'' = \text{هـ}^{\text{س}}(-\text{جا س}) + \text{هـ}^{\text{س}}\text{جتا س} + \text{هـ}^{\text{س}}\text{جا س} + \text{٢هـ}^{\text{س}}\text{جتا س}$

$\text{ص}'' - \text{٢ص}' + \text{٢ص} = ٠$

$\text{٢هـ}^{\text{س}}\text{جتا س} - \text{٢هـ}^{\text{س}}\text{جتا س} - \text{٢هـ}^{\text{س}}\text{جا س} + \text{٢هـ}^{\text{س}}\text{جا س} = \text{صفر}$

$\text{صفر} = \text{صفر}$

س٣ ٨) $\int_{1}^{م} (2س^2 + 3س) = 6$

$م^2 + 3م - 1 - 3 = 6$ ،

$م^2 + 3م - 10 = 0$ ،

$(م + 5)(م - 2) = 0$ ، ⟸ $م = -5$ ، $م = 2$

٩) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |جتاس|^2 \, دس = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |جتاس| \, دس$ ؛ جتاس = ٠ ⟸ $س = \frac{\pi}{2}$

جتاس ، −جتاس ، $\frac{\pi}{2}$

$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} جتاس \, دس + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -جتاس \, دس$

$= جاس \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} - جاس \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$

$= (جا\frac{\pi}{2} - جا\frac{\pi}{2}) - (جا\pi - جا\frac{\pi}{2}) = (1 - \frac{1}{2}) - (-1 - 1)$

$= \frac{1}{2} - -2$

$= \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$

١٠) $\int_{0}^{8} [\frac{1}{2}س - 1] \, دس$ ؛ $\frac{1}{2}س - 1 = 0$

$\frac{1}{2}س = 1$ ⟸ $س = 2$ الانكماش

طول الدرجة : $\frac{1}{2} = 2$

$= \int_{0}^{6} 1 \, دس + \int_{6}^{8} 2 \, دس$

$= (6 - 5) \times 1 + (8 - 6) \times 2$

$= 1 + 4 = 5$

س٤ ١) ق(س) = لو$_{هـ}$ (٢س + ٦)^{٢}

ق'(س) = $\frac{٢(٢س+٦)^{١} \times ٢}{(٢س+٦)^{٢}}$ = $\frac{٤}{٢س+٦}$

٢) ق'(س) = قا^{٢} (لو$_{هـ}$ س) × $\frac{١}{س}$

٣) ق'(س) = هـ$^{\frac{١}{س}}$ × $\left(-\frac{١}{س^{٢}}\right)$

س٥ ١) جا^{٢}س دص = ٢ص دس ، دص

جا^{٢}س دص − دص = ٢ص دس

(جا^{٢}س − ١) دص = ٢ص دس

$\frac{\text{جتا}^{٢}\text{س دص}}{\text{جتا}^{٢}\text{س} \times ٢\text{ص}}$ = $\frac{\text{٢ص دس}}{\text{جتا}^{٢}\text{س} \times ٢\text{ص}}$

∫ ظاس دص = ∫ قا^{٢}س دس

$\frac{١}{٢}$ لو$_{هـ}$|ص| = ظاس + جـ

لو$_{هـ}$|ص| = ٢ ظاس + ٢ جـ

|ص| = هـ$^{٢ظاس + ٢جـ}$ = هـ^{٢ظاس} × هـ^{٢جـ}

⇐ |ص| = جـ هـ^{٢ظاس}

٢) $\frac{(\text{س}^{٢} - ٣\text{س})\ \text{دص}}{\text{هـ}^{\text{ص}}(\text{س}^{٢} - ٣\text{س})}$ = $\frac{\text{هـ}^{-\text{ص}}(\text{س}^{٢} + \text{س} - ١)\ \text{دس}}{\text{هـ}^{-\text{ص}}(\text{س}^{٢} - ٣\text{س})}$

هـ^{ص} دص = $\frac{(\text{س} + ٤)(\text{س} - ٣)}{\text{س}(\text{س} - ٣)}$ دس

∫ هـ^{ص} دص = ∫ $\left(\frac{١}{س} + \frac{٤}{س}\right)$ دس

هـ^{ص} = س + ٤ لو$_{هـ}$|س| + جـ

ص = لو$_{هـ}$|س + ٤ لو$_{هـ}$|س| + جـ|

س٣) ج) $\text{ص}\,\text{دص} = (1+\text{س}^2) - \text{ص}\,(1+\text{س}^2)\,\text{دس}$

$\text{دص} = (1+\text{س}^2)\,[1-\text{ص}]\,\text{دس}$

$\int \frac{\text{دص}}{1-\text{ص}} = \int (1+\text{س}^2)\,\text{دس}$

$-\text{لو}_{\text{هـ}}|1-\text{ص}| = \text{س} + \frac{\text{س}^3}{3} + \text{جـ}$

د) $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{(\text{ص}-3)(\text{ص}+3)}{\text{ص}(3\text{س}+1) - 3(3\text{س}+1)} = \frac{\cancel{(\text{ص}-3)}(\text{ص}+3)}{(3\text{س}+1)\cancel{(\text{ص}-3)}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{ص}+3}{3\text{س}+1}$

$\frac{\text{دص}}{\text{ص}+3} \times (3\text{س}+1) = (\text{ص}+3)\,\text{دس}$

$\frac{\text{دص}}{\text{ص}+3} = \frac{\text{دس}}{3\text{س}+1}$

$\text{لو}_{\text{هـ}}|\text{ص}+3| = \frac{1}{3}\text{لو}_{\text{هـ}}|3\text{س}+1| + \text{جـ}$

س٤) أ) $\text{ص} = \text{س}^3$ ، $\text{ص} = \text{س} + 6$ ، $\text{ص} = -\text{س}$

نجد نقاط التقاطع

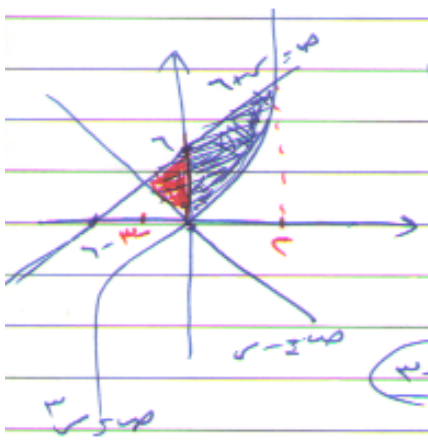
$\text{ص} = \text{س}^3$ ، $\text{ص} = \text{س} + 6$

$\text{س}^3 = \text{س} + 6$

$\text{س} = 2$

$\text{ص} = \text{س} + 6$ ، $\text{ص} = -\text{س}$

$\text{س} + 6 = -\text{س} \Rightarrow 2\text{س} = -6 \Rightarrow \text{س} = -3$



نجد $\int_{-3}^{0} (\text{س}+6) - (-\text{س})\,\text{دس} = \int_{-3}^{0} (2\text{س}+6)\,\text{دس}$

$= \text{س}^2 + 6\text{س}\,\Big|_{-3}^{0} = 0 - (9 - 18) = 9$

$\int_{0}^{2} (\text{س}+6-\text{س}^3)\,\text{دس} = \frac{\text{س}^2}{2} + 6\text{س} - \frac{\text{س}^4}{4} = 2 + 12 - 4 = 10$

المساحة $= 9 + 10 = 19$

س٢) نقاط التقاطع : $س^2 = 2 - س \Leftarrow س^2 + س - 2 = 0$

$(س+2)(س-1) = 0 \Leftarrow س = -2 \quad س = 1$

أ) مساحة م١ : $\int_{-2}^{1} (4 - (2 - س))\, دس + \int_{1}^{2} (4 - س^2)\, دس$

المساحة $= 2س + \frac{س^2}{2} \Big]_{-2}^{1} + 4س - \frac{س^3}{3} \Big]_{1}^{2}$

$= (2 + \frac{1}{2}) - (-4 + 2) + (8 - \frac{8}{3}) - (4 - \frac{1}{3})$

$= \frac{5}{2} + 2 + \frac{16}{3} - \frac{11}{3}$

$= \frac{9}{2} + \frac{5}{3} = \frac{27+10}{6} = \frac{37}{6}$

ب) مساحة م٢ : المساحة $= \int_{-2}^{1} (2 - س - س^2)\, دس$

$= 2س - \frac{س^2}{2} - \frac{س^3}{3} \Big]_{-2}^{1} = (2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}) - (-4 - 2 + \frac{8}{3})$

$= (\frac{12}{6} - \frac{3}{6} - \frac{2}{6}) - (-6 + \frac{8}{3}) = \frac{7}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{6} + \frac{20}{6} = \frac{27}{6}$

س٣) نقاط التقاطع : $\frac{1}{س} = 2 - س \Leftarrow س^2 = 1 \Leftarrow س = \pm 1$

$\frac{1}{س} = 2 \Leftarrow 2س = 1 \Leftarrow س = \frac{1}{2}$ ، $2 = س$

مساحة م١ : $\int_{\frac{1}{2}}^{2} (2 - \frac{1}{س})\, دس + \int_{1}^{2} (2 - س)\, دس$

$= 2س - لو_{هـ}|س| \Big]_{\frac{1}{2}}^{2} + 2س - \frac{س^2}{2} \Big]_{1}^{2}$

$= 2 - لو_{هـ}1 - (2 \times \frac{1}{2} - لو_{هـ}\frac{1}{2}) + (4 - 2) - (2 - \frac{1}{2})$

$= 2 - (1 - لو_{هـ}1 + لو_{هـ}2) + 2 - \frac{3}{2}$

$= 2 - 1 - لو_{هـ}2 + 2 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2} - لو_{هـ}2$

مساحة م٢ : $\int_{0}^{\frac{1}{2}} (2 - س)\, دس + \int_{\frac{1}{2}}^{1} (\frac{1}{س} - س)\, دس$

$= 2س - \frac{س^2}{2} \Big]_{0}^{\frac{1}{2}} + لو_{هـ}س - \frac{س^2}{2} \Big]_{\frac{1}{2}}^{1}$

$= 1 - \frac{1}{8} - 0 + لو_{هـ}1 - \frac{1}{2} - (لو_{هـ}\frac{1}{2} - \frac{1}{8})$

$= \frac{7}{8} - \frac{1}{2} - لو_{هـ}1 + لو_{هـ}2 + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + لو_{هـ}2$

س٤) ق(س) = هـ(س)

جا س = جا ٢س

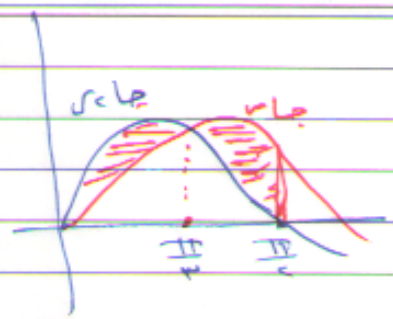
جا س = ٢ جا س جتا س

جا س − ٢ جا س جتا س = ٠

جا س (١ − ٢ جتا س) = ٠

جا س = ٠ أو جتا س = $\frac{١}{٢}$

س = ٠ ، ~~π~~ ، ~~٢π~~ س = $\frac{π}{٣}$ ،



المساحة = $\int_{٠}^{\frac{π}{٣}}$ (جا ٢س − جا س) دس + $\int_{\frac{π}{٣}}^{\frac{π}{٢}}$ (جا س − جا ٢س) دس .

= $\left[\frac{-جتا ٢س}{٢} + جتا س\right]_{٠}^{\frac{π}{٣}}$ + $\left[-جتا س + \frac{جتا ٢س}{٢}\right]_{\frac{π}{٣}}^{\frac{π}{٢}}$

= $\left(\frac{-١}{٢} جتا \frac{٢π}{٣} + جتا \frac{π}{٣}\right) - \left(\frac{-١}{٢} جتا ٠ + جتا ٠\right)$ +

$\left(-جتا \frac{π}{٢} + \frac{جتا ٢π}{٢} \times ٢\right) - \left(-جتا \frac{π}{٣} + جتا \frac{٢π}{٣} \times ٢\right)$

= $\left(\frac{-١}{٢} \times \frac{-١}{٢} + \frac{١}{٢}\right) + \left(\frac{-١}{٢} + ١\right) - \left(٠ + -١ \times ٢\right) - \left(-\frac{١}{٢} + \frac{-١}{٢} \times ٢\right)$

= $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} + ٢ + \frac{٣}{٢}$

= $\frac{١}{٤} + ١ + ٢ + \frac{٣}{٢}$

= $\frac{١}{٤} + \frac{٤}{٤} + \frac{٦}{٤} = \frac{١٧}{٤}$

س ٧) أ) س = ٧ + ٣ قا هـ ⟸ قا هـ = $\frac{\text{س} - ٧}{٣}$

ص = ٥ + ٢ ظا هـ ⟸ ظا هـ = $\frac{\text{ص} - ٥}{٢}$

ظا² هـ + ١ = قا² هـ ⟸ $\frac{(\text{ص} - ٥)^٢}{٤}$ + ١ = $\frac{(\text{س} - ٧)^٢}{٩}$

⟸ $\frac{(\text{س} - ٧)^٢}{٩}$ − $\frac{(\text{ص} - ٥)^٢}{٤}$ = ١ ⟸ قطع زائد

ب) س = جتا ٢هـ ، ص = ٣ جا هـ

س = ١ − ٢ جا² هـ ، ص² = ٩ جا² هـ

جا² هـ = $\frac{١ - \text{س}}{٢}$ ، جا² هـ = $\frac{\text{ص}^٢}{٩}$ ⟸ $\frac{\text{ص}^٢}{٩}$ = $\frac{١ - \text{س}}{٢}$

⟸ قطع مكافئ

٨) بعد النقطة (س ، ص) عن المستقيم ٣س − ٤ص + ١ = ٠ يساوي ٢

$\left|\frac{٣\text{س} - ٤\text{ص} + ١}{\sqrt{٩ + ١٦}}\right|$ = ٢ ⟸ $\frac{|٣\text{س} - ٤\text{ص} + ١|}{٥}$ = ٢

إما ٣س − ٤ص + ١ = ١٠ أو ٣س − ٤ص + ١ = −١٠

تمر بالنقطة (٣ ، ٠) ⟸ ٣ × ٣ − ٠ + ١ = ١٠ ✓ ٣ × ٣ − ٤ × ٠ + ١ = −١٠ ✗

مرفوضة

٩) البعد بين النقطة (س ، ص) والنقطة (٢ ، ٥) = ٣

$\sqrt{(\text{س} - ٢)^٢ + (\text{ص} - ٥)^٢}$ = ٣

(س − ٢)² + (ص − ٥)² = ٩ ⟸ دائرة

١٠) البعد بين (س ، ص) والنقطة (٣ ، ١) = البعد بين (س ، ص) والمستقيم س = −١

$\sqrt{(\text{س} - ٣)^٢ + (\text{ص} - ١)^٢}$ = $\left|\frac{\text{س} + ١}{\sqrt{١}}\right|$

(س − ٣)² + (ص − ١)² = (|س − ١|)²

(س − ٣)² + (ص − ١)² = (س − ١)²

س² − ٦س + ٩ + (ص − ١)² = س² − ٢س + ١

(ص − ١)² = −٢س + ١ + ٦س − ٩

= ٤س − ٨

(ص − ١)² = ٤(س − ٢) ⟸ قطع مكافئ

س٧) ج) معادلة الدائرة: $(\text{س}-\text{ء})^2+(\text{ص}-\text{هـ})^2=\text{ر}^2$

$(0,0) \Leftarrow \text{ء}^2+\text{هـ}^2=\text{ر}^2 \quad \ldots(1)$

$(3,-1) \Leftarrow (3-\text{ء})^2+(-1-\text{هـ})^2=\text{ر}^2 \quad \ldots(2)$

$(-2,4) \Leftarrow (-2-\text{ء})^2+(4-\text{هـ})^2=\text{ر}^2 \quad \ldots(3)$

من (1) و (2) $\Leftarrow \text{ء}^2+\text{هـ}^2=(3-\text{ء})^2+(-1-\text{هـ})^2$

$\cancel{\text{ء}^2}+\cancel{\text{هـ}^2}=9-6\text{ء}+\cancel{\text{ء}^2}+1+2\text{هـ}+\cancel{\text{هـ}^2}$

$0=10-6\text{ء}+2\text{هـ}$

$3\text{ء}-\text{هـ}=5 \quad \ldots(4)$

من (2) و (3) $\Leftarrow (3-\text{ء})^2+(-1-\text{هـ})^2=(-2-\text{ء})^2+(4-\text{هـ})^2$

$9-6\text{ء}+\cancel{\text{ء}^2}+1+2\text{هـ}+\cancel{\text{هـ}^2}=4+4\text{ء}+\cancel{\text{ء}^2}+16-8\text{هـ}+\cancel{\text{هـ}^2}$

$10-6\text{ء}+2\text{هـ}=20+4\text{ء}-8\text{هـ}$

$10-20=4\text{ء}+6\text{ء}-8\text{هـ}-2\text{هـ}$

$-10=10\text{ء}-10\text{هـ}$

$\Leftarrow \boxed{\text{ء}-\text{هـ}=-1} \quad \ldots(5)$

من (4) و (5): $3\text{ء}-\text{هـ}=5$

$-\text{ء}\pm\text{هـ}=\pm1$

$2\text{ء}=6 \Leftarrow \text{ء}=3 \Leftarrow \cancel{3}-\text{هـ}=-1$

$\text{هـ}=1+3$

$\text{هـ}=4$

$\Leftarrow$ المركز $(3,4)$

$\text{ء}^2+\text{هـ}^2=\text{ر}^2 \Leftarrow \text{ر}^2=3^2+4^2$

$=9+4=25=\text{نق}^2$

معادلة الدائرة: $(\text{س}-3)^2+(\text{ص}-4)^2=25$

ب) مركز القطع هو $(3,-4)$ = مركز الدائرة

مسافة المستقيم $3\text{س}+4\text{ص}-10=0$ تعني أن المسافة بين المركز والمستقيم تساوي طول نصف القطر.

$\text{نق}=\left|\frac{3\times3+4\times-4-10}{\sqrt{3^2+4^2}}\right|=\left|\frac{9-16-10}{\sqrt{25}}\right|=\frac{10}{5}=2$

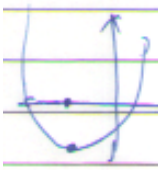
المعادلة: $(\text{س}-3)^2+(\text{ص}+4)^2=2^2=4$

س ٨) $س^2 + 28 - 8ص = 8$

$س^2 + 8س = 8ص + 8$

$س^2 + 8س + 16 = 8ص + 8 + 16 = 8ص + 24$

$(س + 4)^2 = 8(ص + 3)$



قطع مكافئ رأسي صادي للأعلى رأسه (-4، -3)

$4ج = 8 \Leftarrow ج = 2$

بما أنه صادي ⇐ الإضافة تكون على الصادات

البؤرة: (-4، -3 + 2) = (-4، -1)

معادلة الدليل: ص = -3 - 2 ⇐ ص = -5

٩) $16س^2 - 64س + 25ص^2 - 50ص = 311$

$16(س^2 - 4س) + 25(ص^2 - 2ص) = 311$

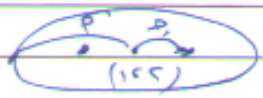
$16(س^2 - 4س + 4) + 25(ص^2 - 2ص + 1) = 311 + 16 \times 4 + 25 \times 1$

$16(س - 2)^2 + 25(ص - 1)^2 = 311 + 64 + 25$

$= 400$

$\frac{16(س-2)^2}{400} + \frac{25(ص-1)^2}{400} = \frac{400}{400}$

$\frac{(س-2)^2}{25} + \frac{(ص-1)^2}{16} = 1$ سيني



المركز: (2، 1)، $أ^2 = 25$، $ب^2 = 16$ ؛ أ = 5، ب = 4

$ج^2 = أ^2 - ب^2 = 25 - 16 = 9 \Leftarrow ج = 3$

سيني ⇐ الإضافة مع السينات

البؤرتان (2 ∓ 3، 1) : (5، 1)، (-1، 1)

الرأسان (2 ∓ 5، 1) : (7، 1)، (-3، 1)

الاختلاف المركزي = $\frac{ج}{أ} = \frac{3}{5}$ (أصغر من 1)

المساحة = $أ \times ب \times \pi$

$= 5 \times 4 \times \pi$

$= 20\pi$

٢١

حل ١٠) مركز الدائرة = (١، -٤) = البؤرة

الرأس (١، ١)

صادي للأسفل

$(س - هـ)^2 = -4 جـ (ص - ك)$

$(س - ١)^2 = -4 جـ (ص - ١)$

المسافة من الرأس إلى البؤرة = جـ ⟸ ١ - -٤ = جـ ⟸ جـ = ٥

$(س - ١)^2 = -4 \times 5 (ص - ١)$

$(س - ١)^2 = -20 (ص - ١)$

١١) مركزه نقطة الأصل ، صادي ⟸ $\frac{ص^2}{أ^2} + \frac{س^2}{ب^2} = 1$

المحور الأصغر = ٢ب = ٤ ⟸ ب = ٢

بعد البؤري = ٢جـ = ٢√٥ ⟸ جـ = √٥

$جـ^2 = أ^2 - ب^2$

$(\sqrt{5})^2 = أ^2 - (2)^2$ ⟸ ٥ + ٤ = $أ^2$ ⟸ أ = ٣

$\frac{ص^2}{9} + \frac{س^2}{4} = 1$

١٢) البعد البؤري = ٢ × المحور المرافق

٢جـ = ٢ × ٢ب

جـ = ٢ب

البعد البؤري = ٧ - -١ = ٨ ⟸ ٢جـ = ٨ ⟸ جـ = ٤

جـ = ٤ ⟸ ٢ب = ٤ ⟸ ب = ٢ ⟸ المركز (٣، ١)

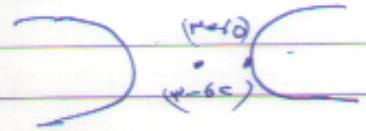
$جـ^2 = أ^2 + ب^2$

$(4)^2 = أ^2 + (2)^2$ ⟸ ١٦ - ٤ = $أ^2$ ⟸ أ = √١٢

$\frac{(س - 3)^2}{12} - \frac{(ص - 1)^2}{4} = 1$

س ١٣) أ = ٥ − ٢ = ٣

جـ/أ = ٢ ⟸ جـ/٣ = ٢ ⟸ جـ = ٦



جـ² = أ² + ب²

٣٦ = ٩ + ب² ⟸ ب = √٢٧

البؤرتان: إضافة جـ إلى الإحداثي السيني للمركز

(٢ ∓ ٦ ، −٣) : (٨ ، −٣) ، (−٤ ، −٣)

(س − ٢)²/٩ − (ص + ٣)²/٢٧ = ١

١٤) القطع صادي ⟸ المركز (٠،١) : أ = ٥ ، ب = ١٢

جـ² = أ² + ب² = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩ ⟸ جـ = ١٣

القطع صادي إذاً إضافة (جـ) و (أ) إلى الإحداثي الصادي للمركز لمعرفة البؤرتين والرأسين.

البؤرتان: (١ ، ٠ ∓ ١٣) ، (١ ، ١٣) ، (١ ، −١٣)

الرأسان: (١ ، ٠ ∓ ٥) ، (١ ، ٥) ، (١ ، −٥)

الاختلاف المركزي: جـ/أ = ١٣/٥ أكبر من واحد

١٥) ٩س² − ٣٦س − ١٦ص² − ٣٢ص = ١٢٤

٩(س² − ٤س + ٤) − ١٦(ص² + ٢ص + ١) = ١٢٤ + ٣٦ − ١٦

٩(س − ٢)²/١٤٤ − ١٦(ص + ١)²/١٤٤ = ١٤٤/١٤٤

(س − ٢)²/١٦ − (ص + ١)²/٩ = ١ ⟸ المركز (٢ ، −١)

أ = ٤ ، ب = ٣ ⟸ جـ² = ١٦ + ٩ = ٢٥ ⟸ جـ = ٥

قطع سيني ⟸ إضافة جـ ، أ على الإحداثي السيني للمركز (٢ ، −١)

البؤرتان: (٢ ∓ ٥ ، −١) : (−٣ ، −١) ، (٧ ، −١)

الرأسان: (٢ ∓ ٤ ، −١) : (−٢ ، −١) ، (٦ ، −١)

١٦) نصف قطر الدائرة = ١٠ (من الرسم)

مساحة القطع = ٢ × مساحة الدائرة

أ × ب × π = ٢ × نق² π

أ ب = ٢ × (١٠)² ⟸ أ ب = ٢٠٠

لكن المحور الأصغر = ٢ ب = ٢٠ (قطر الدائرة) ⟸ (ب = ١٠)

أ ب = أ × ١٠ = ٢٠٠ ⟸ (أ = ٢٠) ⟸ $\frac{س^2}{400} + \frac{ص^2}{100} = 1$

١٧) المثلث ب ع ل متطابق الأضلاع ⟸ ع ل = ع ب = ب ل

ع تقع على منحنى القطع والمسافة بينها وبين النقطة ب (البؤرة) تساوي المسافة بينها وبين محور الصادات

إذاً من تعريف القطع المكافئ: محور الصادات هو الدليل

لأن المثلث متطابق الأضلاع

⟸ ب م = ل م = $\frac{1}{2}$ × ٤٠ = ٢٠

ب م = ٢٠ ⟸ ٢ جـ = ٢٠ ⟸ (جـ = ١٠)

الرأس (١٠، ٠)

⟸ المعادلة: ص² = ٤ × ١٠ (س − ١٠)

= ٤٠ (س − ١٠)

١٨) يوازي المستقيم ل ⟸ معادلته

(ص − هـ)² = ٤ جـ (س − ء)

أو الأسهل: س = أ ص² + ب ص + جـ

(−٤، ٠) ⟸ −٤ = ٠ + ٠ + جـ ⟸ (جـ = −٤)

(٤، ٨) ⟸ ٤ = ٦٤ أ + ٨ ب − ٤ ⟸ ٦٤ أ + ٨ ب = ٨ ⟸ $\boxed{٨ أ + ب = ١}$

(−٢، ٤) ⟸ −٢ = ١٦ أ + ٤ ب − ٤ ⟸ +٢ = ١٦ أ + ٤ ب ⟸ $\boxed{٨ أ + ٢ ب = +١}$

−٢ × ٨ أ + ب = ١ ⟸ −١٦ أ − ب = −١

٨ أ + ٢ ب = +١

⟸ (ب = ٠)

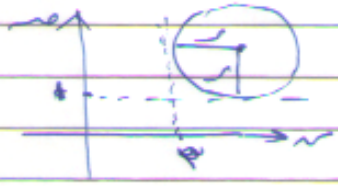
٨ أ + ٠ = ١ ⟸ (أ = $\frac{1}{8}$)

⟸ س = $\frac{1}{8}$ ص² − ٤

س١٩) يتقاطع المستقيمات عندما ٢س − ٨ = س − ٣

٢س − س = −٣ + ٨ ⟸ س = ٥

ص = س − ٣ ⟸ ص = ٢ ⟸ نقطة التقاطع (٥ ، ٢)



المركز (٣ + ر ، ١ + ر)

المعادلة: (س − ٥)² + (ص − ٥)² = ر²

(س − ٣ − ر)² + (ص − ١ − ر)² = ر²

تمر في (٥ ، ٢) ⟸ (٥ − ٣ − ر)² + (٢ − ١ − ر)² = ر²

(٢ − ر)² + (١ − ر)² = ر²

٤ − ٤ر + ر² + ١ − ٢ر + ~~ر²~~ = ~~ر²~~

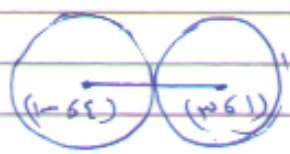
ر² − ٦ر + ٥ = ٠

(ر − ٥)(ر − ١) = ٠ ⟸ $\boxed{ر = ٥}$ أو $\boxed{ر = ١}$

ر = ٥ ⟸ المركز (٨ ، ٦) ⟸ المعادلة: (س − ٨)² + (ص − ٦)² = ٢٥

ر = ١ ⟸ المركز (٤ ، ٢) ⟸ " : (س − ٤)² + (ص − ٢)² = ١

س٢٠) نجد مركز الدائرة س² + ص² − ٨س + ٢ص + ٨ = ٠



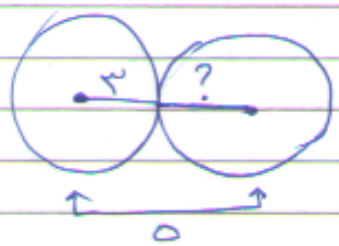
س² − ٨س + ١٦ + ص² + ٢ص + ١ = −٨ + ١٦ + ١

(س − ٤)² + (ص + ١)² = ٩

المركز (٤ ، −١) ، نصف القطر = √٩ = ٣

المسافة بين المركزين = √((٤ − ١)² + (−١ − ٢)²)

= √(٩ + ١٦) = √٢٥ = ٥



⟸ نصف قطر الدائرة المطلوبة = ٥ − ٣

= ٢

المعادلة: (س − ١)² + (ص − ٣)² = ٤

س٨)

١) معامل س² موجب ، معامل ص² موجب ، معامل س² ≠ معامل ص² ⇐ قطع ناقص

٢) " " " ، " " سالب ، " " ≠ " " ⇐ " " زائد

٣) " " " " " موجب ، معامل س² = معامل ص² ⇐ دائرة

٤) يوجد س² ولا يوجد ص² ⇐ قطع مكافئ

٥) ص² موجبة ، (س+١)² سالبة ⇐ قطع زائد

٦) ص² موجب ، س² موجب ، ٩ ≠ ٨ ⇐ قطع ناقص

٧) س² موجب ، ص² موجب ، ١٦ = ١٦ ⇐ دائرة

٨) يوجد ص² ولا يوجد س² ⇐ قطع مكافئ

٩) −٣س² ، −٣ص² : نفس العينة ونفس الإشارة ⇐ دائرة

١٠) ٢س² ، −٢ص² : متساويان في العينة ولكن مختلفان في الإشارة
⇐ قطع زائد

س٩) ٥س² + م ص² = ٩

١) دائرة : يجب أن تكون معامل س² = معامل ص² ⇐ م = ٥

٢) ناقص : م تكون أي عدد موجب ما عدا (٥) : م ∈ (٠، ∞) − {٥}

٣) زائد : " " " سالب : م ∈ (−∞، ٠)

٤) مكافئ : لا يمكن ، م ∈ ∅ ∴ (م = ٠ ⇐ ٥س² = ٩ ⇐ س = ±٣/√٥ مستقيم)

س١٠) أ) س²/(٨/م) + ص²/(٨/٥) = ١ : سيني ⇐ أ² = ٨/م لكن جـ² = أ² − ب²

⇐ أ² = جـ² + ب² ⇐ ٨/م = جـ² + ب² ⇐ م = ٨/(ب² + جـ²)

ب) ٢أ = ٣ب ⇐ أ = ب ∴ جـ² = أ² + ب²

جـ² = أ² + أ² ⇐ جـ² = ٢أ² ⇐ جـ/أ = √٢

ج) هـ = جـ/أ ⇐ جـ = أ هـ ⇐ جـ² = أ² هـ²

جـ² = أ² − ب²

أ² هـ² = أ² − ب² ⇐ ب² = أ² − أ² هـ² = أ²(١ − هـ²)

الحمد لله