

أولاً : مفهوم النهاية

النهاية لا تعني المساواة انما تعني الاقتراب فمثلا لو كان ق(س) = س + ٥ ، و اردنا دراسة سلوك الاقتران عندما تقترب س من العدد ٣ ، فيمكن الاستعانة بالجدول التالي

س	٣,١	٣,٠١	٣,٠٠١	٣	٢,٩٩٩	٢,٩٩	٢,٩
ق(س)	٨,١	٨,٠١	٨,٠٠١	٨	٧,٩٩٩	٧,٩٩	٧,٩

من جهة اليمين ← من جهة اليسار

يلاحظ من الجدول بانه كلما اقتربت س من العدد ٣ من جهة اليمين (اكبر من ٣) فان ق(س) تقترب من العدد ٨ ، وتكتب على الشكل التالي :

$$\lim_{s \rightarrow 3^+} f(s) = 8$$

وتقرأ نهاية ق(س) عندما تقترب س من العدد ٣ من اليمين تساوي ٨.

كما يلاحظ انه كلما اقتربت س من العدد ٣ من جهة اليسار (أقل من ٣) فان ق(س) تقترب من العدد ٨ وتكتب على الشكل التالي :

$$\lim_{s \rightarrow 3^-} f(s) = 8$$

وتقرأ نهاية ق(س) عندما تقترب س من العدد ٢ من اليسار تساوي ٨

كما نلاحظ أن $\lim_{s \rightarrow 3^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 3^-} f(s) = 8$

وبما ان النهاية من اليمين تساوي النهاية من اليسار فان

$$\lim_{s \rightarrow 3} f(s) = 8$$

ملاحظة :

١. تكون النهاية موجودة اذا كانت النهاية من اليمين

تساوي النهاية من اليسار

٢. تكون النهاية غير موجودة اذا كانت النهاية من اليمين

لاتساوي النهاية من اليسار.

طرق حساب النهاية

١. طريقة الجدول " مملة وغير عملية "

٢. طريقة الرسم .

٣. الطريقة الجبرية " الاكثر أهمية والشائعة "

أولاً : باستخدام الجدول :

بالاعتماد على الجدول التالي اوجد نهاية (س)

س	٣,٤	٣,٢	٣,١	٣	٢,٩	٢,٨	٢,٧
ق(س)	٤,١	٤,٠١	٤,٠٠١	٨	٥,٩٩٩	٥,٩٩	٥,٩

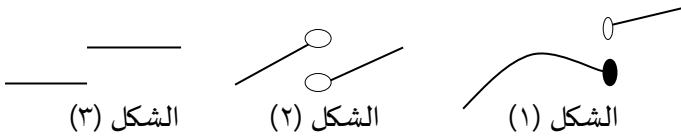
الحل : $\lim_{s \rightarrow 3^+} f(s) = 8$ $\lim_{s \rightarrow 3^-} f(s) = 6$

وبما ان $\lim_{s \rightarrow 3^+} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 3^-} f(s)$

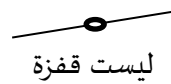
اذاً $\lim_{s \rightarrow 3} f(s)$ غير موجوده

ثانياً : ايجاد النهاية باستخدام الرسم

ملاحظة : دائما النهاية غير موجوده عند القفزات لان النهاية من اليمين لاتساوي النهاية من اليسار ، فما المقصود بالقفزة



في الاشكال اعلاه هناك قفزات .

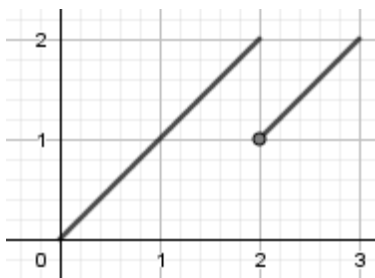


ليست قفزة

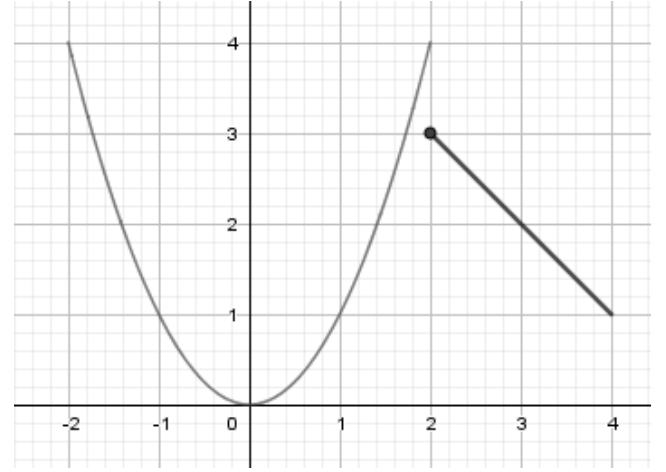
تمارين على الرسم

(١) بالاعتماد على الشكل المجاور اوجد

$$\lim_{s \rightarrow 2} f(s)$$



(٢) اعتمد على الشكل المجاور في الاجابة عما يليه
من أسئلة

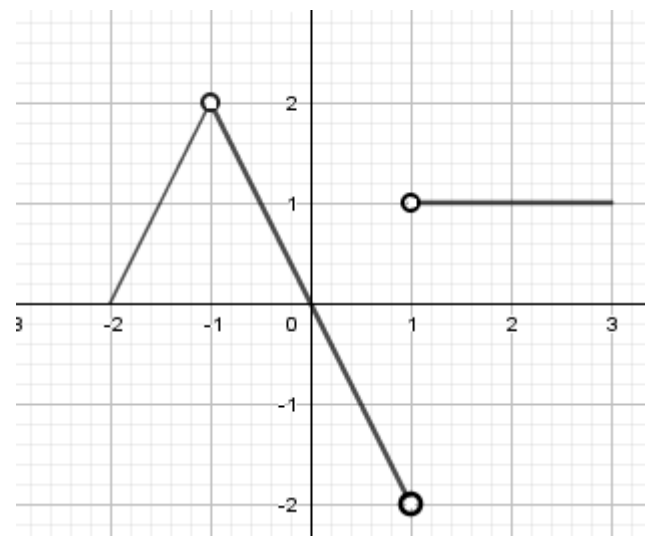


(١) نهاية (س) (٢) نهاية (س) (٣) نهاية (س)
س ← ٢ س ← ١ س ← ٣

(٤) نهاية (س) (٥) نهاية (س)
س ← ٣ س ← ٢

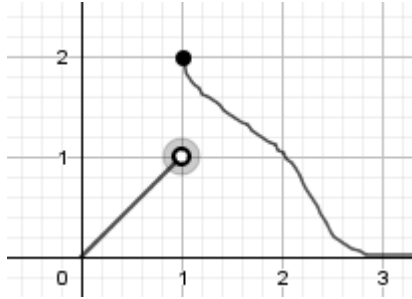
(٦) نهاية (س) = ١ اوجد قيمة الثابت ب
س ← ٣

(٣) اعتمد على الشكل المجاور في الاجابة عما يليه
من أسئلة :

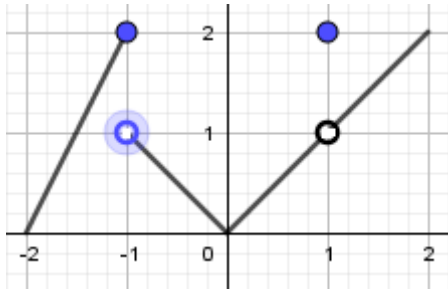


(١) نهاية (س) (٢) نهاية (س) (٣) نهاية (س)
س ← ١ س ← ١ س ← ٣

(٤) بالاعتماد على الشكل المجاور اوجد
نهاية (س)
س ← ١ +



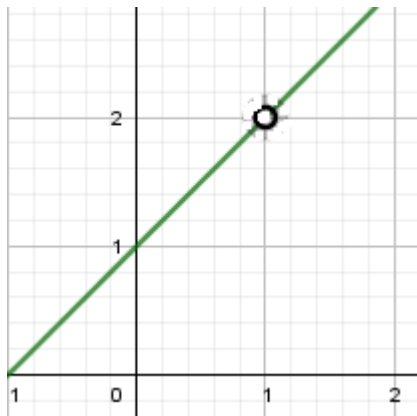
(٥) بالاعتماد على الشكل المجاور اوجد قيمة ب بحيث
نهاية (س) موجوده
س ← ب



(٦) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران

$$\frac{١ - ٢س}{١ - س} = (س)$$

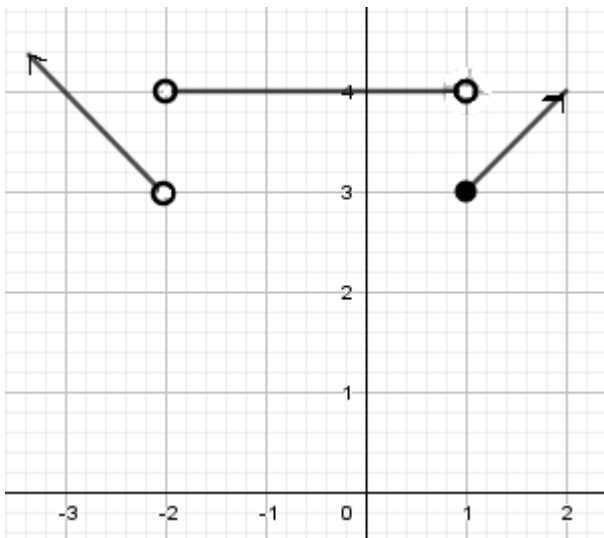
اعتمد عليه في الاجابة عن الاسئلة التالية



(١) و (٢)

(١) نهاية (س)
س ← ١

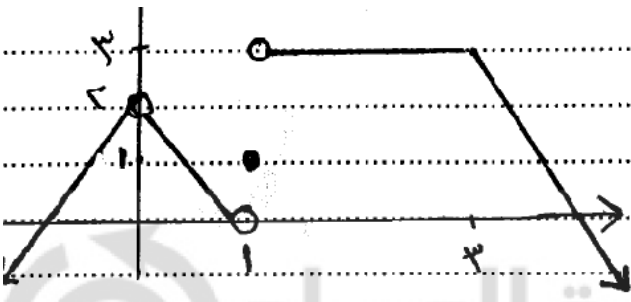
النهايات والاتصال (أدبي)



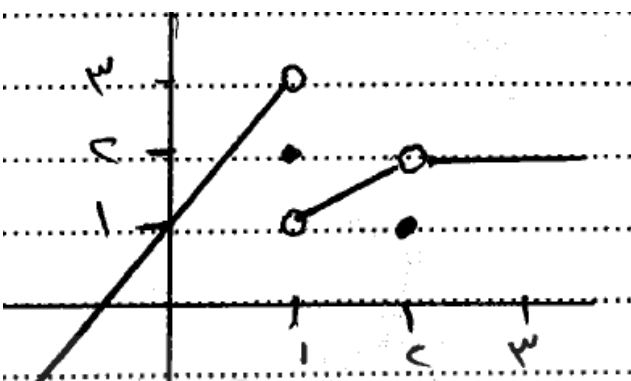
٢٠١١ شتوي : اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى

الاقتران ق المعرفة على ح فاوجد مجموعة قيم ب بحيث

نهاية (س) غير موجوده
س ← ب



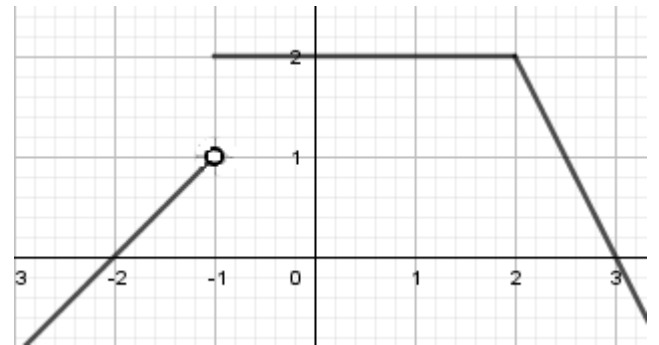
٢٠١٥ صيفي : اعتمد على الشكل المجاور لايجاد



نهاية (س)
س ← ب

سلسلة متعة الرياضيات

(٧) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق (س) المعرفة على ح في الاجابة عما يليه من أسئلة



(١) نهاية (س) ٢ ← س

(٢) نهاية (س) ١ ← س

(٣) نهاية (س) غير موجوده ، اوجد ب
س ← ب

(٤) نهاية (س) = ٢ اوجد ب
س ← ب

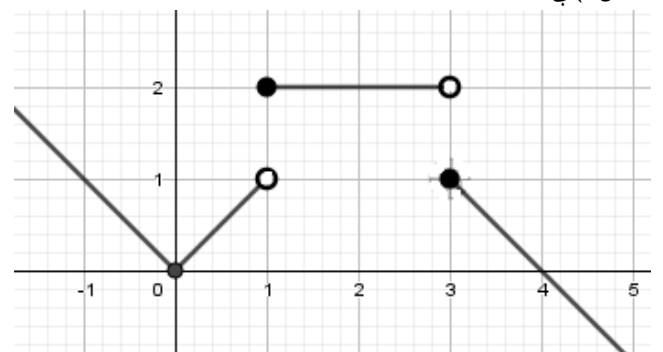
(٥) نهاية (س) = ٠ اوجد ب
س ← ب

عينات من أسئلة السنوات السابقة

٢٠٠٩ شتوي : اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق

المعرفة على ح فاوجد مجموعة قيم ب بحيث

نهاية (س) غير موجوده
س ← ب



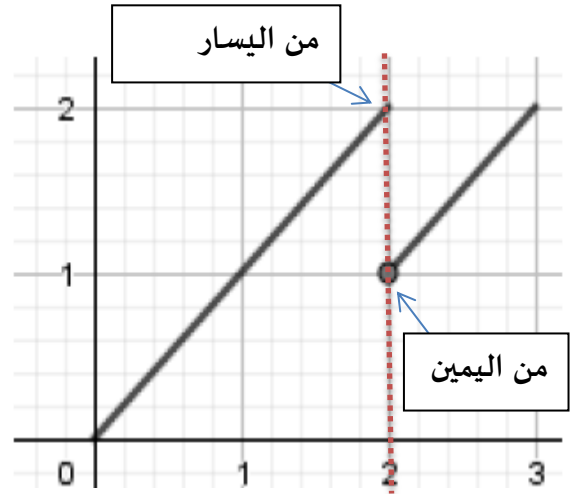
٢٠١٠ شتوي : اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق

المعرفة على ح فاوجد مجموعة قيم ب بحيث

نهاية (س) = ٣
س ← ب

اجابات الاسئلة (مفهوم النهاية)

السؤال الاول :



نهاية (س) = 1
س ← +2

نهاية (س) = 2
س ← -2

وعليه فان نهاية (س) غير موجوده

لاحظ انه عند س=2 هناك قفزة وبالتالي فالنهاية غير موجوده

السؤال الثاني :

(1) نهاية (س) غير موجوده لان
س ← 2

نهاية (س) = 3
س ← +2

نهاية (س) = 4
س ← -2

نهاية (س) ≠ نهاية (س)
س ← -2 س ← +2

(2) نهاية (س) = 1
س ← 1

(3) نهاية (س) = 0
س ← 0

(4) نهاية (س) = 2
س ← 3

(5) نهاية (س) = 4
س ← 1

(6) ب = {1, -1}

السؤال الثالث :

(1) نهاية (س) = 2
س ← -1

(2) نهاية (س) غير موجوده لان
س ← 1

نهاية (س) = 1
س ← +1

نهاية (س) = -2
س ← -1

(3) نهاية (س) = 0
س ← 0

السؤال الرابع

نهاية (س) = 2
س ← +1

السؤال الخامس

ب = 1

السؤال السادس

(1) نهاية (س) = 2
س ← 2

(2) ق (1) غير معرف

السؤال السابع

(1) نهاية (س) = 2
س ← 2

(2) نهاية (س) = 2
س ← 1

(3) ب = 1

(4) ب ∈ [-1 , 2]

(5) ب = { 0 , 3 }

اسئلة السنوات السابقة

٢٠٠٩ شتوي ب = { 1 , 3 }

٢٠١٠ شتوي ب = 1

١٠١١ شتوي ب = 1

٢٠١٥ صيفي نهاية (س) = 3
س ← -1