الأستاذ علي حافظ على استعداد لإعطاء دروس خصوصية لطلبة الثانوية العامة الفرع العلمي

أولاً ١ – ١ التفاضل

مثال

إذا كان القاطع المار بالنقطتين (−٢، ق(−٢)) ، (١،ق(١)) لمنحنى الاقتران: ق(س)= أس^{٢}+١ يصنع زاوية هـ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات حيث جاهـ = $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ جد قيمة الثابت أ.

مثال

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١، ق(١))، (٣، ٥) يصنع زاوية ٤٥° مع الاتجاه السالب لمحور السينات، أوجد معدل تغير الاقتران هـ(س)= $\frac{٢}{ق(س)}$ على الفترة [١ ، ٣]

مثال

إذا كان معدل تغير الاقتران ق في الفترة [−١ ، ٥]=٣، احسب متوسط تغير الاقتران هـ(س)= $\frac{١}{ق(٢س+١)}$ في الفترة [−١ ، ٢] علمًا بأن ق(٥)= ٢ق(−١)

مثال

إذا كان مقدار التغير في ق(س) عندما تتغير س من (س) إلى (س+هـ) يساوي (س^{٢}هـ + ٢س هـ^{٢} + ٥هـ)

أوجد: قَ(٣)

مثال

إذا كان معدل تغير ق(س) عندما تتغير (س) من (س) إلى (س+هـ) هو (س^{٣} + ٤س − ٥ س^{٢}هـ)، جد قَ(س)، قَ(١)

مثال

إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير (س) من (٣) إلى (ع) هو (ع^{٢} + ٢ع − ١٥)، جد قَ(٣)

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س+٦ & ، س < أ \\ \frac{٨}{س^{٢}} & ، س \geq أ \end{cases}$ متصل عندما (س = أ): (١) أوجد قيم أ

٢) ابحث في قابلية الاقتران ق(س) للاشتقاق عند قيم أ

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - بس + ٥ & ، س \leq أ \\ ٤ - س & ، س \geq أ \end{cases}$

قابل للاشتقاق عندما (س = أ) ، (أ>٠) جد قيمة أ،ب

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} - (ب+١)س & ، س < ١ \\ جـس^{٣} + ٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$

وكان قَ(س) قابلًا للاشتقاق عندما (س = ١) جد قيمة أ،ب،جـ

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أظاس & ، س \geq \frac{\pi}{٤} \\ ٤س+ب & ، س < \frac{\pi}{٤} \end{cases}$

قابل للاشتقاق عندما (س=$\frac{\pi}{٤}$)، جد أ،ب

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١+جتا٢س & ، س \geq \frac{\pi}{٤} \\ أس+ب & ، س < \frac{\pi}{٤} \end{cases}$

قابل للاشتقاق عندما (س=$\frac{\pi}{٤}$)، جد أ،ب

مثال

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{هـ}^{2}(\text{س}) + ٥ & ،\ \text{س} \leq ١ \\ ٦\text{س}^{2} + ٣ & ،\ \text{س} > ١ \end{cases}$

ق(س) قابل للاشتقاق عندما (س=١)، وكان ل(س)= ٤س هـ(س) ، (هـ(س)>٠) جد لَ(١)

مثال

إذا كان ق(س+ص)= ق(س)+ق(ص) + ٥س ص، قَ(٠) = ٢، جد قَ(س).

مثال

إذا كان ق(س+ص)= ق(س) × ق(ص)، قَ(٠) = ١، أثبت أن قَ(س) = ق(س).

مثال

ابحث قابلية الاقتران ق(س) للاشتقاق:

١) ق(س)= |س−٢|−٣|س+١| ، (س=٢).

٢) ق(س)= $|\text{س}^{2}-١|$.[س] ، (س=١).

٣) ق(س)= س|جاس| ، عندما (س=π)

٤) ق(س)= س^{2} + |جتاس| ، (س= $\frac{\pi}{٢}$)

مثال

إذا كان ق(س)= $\begin{cases} \frac{١-\text{جتا}٢\text{س}}{\text{ظاس}} & ،\ \text{س} \in (-\frac{\pi}{٤} ، \frac{\pi}{٤}) - \{٠\} \\ ٠ & ،\ \text{س} = ٠ \end{cases}$

ابحث قابلية ق(س) للاشتقاق عندما س=٠

مثال

إذا كانت $\text{قَ}_{+}(١)$=٢ ، $\text{قَ}_{-}(١)$ = ٣ ، ق(١)= ٦،

أوجد $\lim\limits_{\text{س}\to ٢} (\text{ق}^{2}(\text{س}-١) + ٣\text{س} - ٢)$

مثال

إذا كان $\frac{د}{د\text{س}}$(ق(٢س)) = س^{2}، جد قَ(س).

مثال

إذا كان ق(س) = $\sqrt{\text{س}^{3}+١}$ ، هـ(س)= $\text{س}^{2} - \text{س}$،

أوجد $\frac{د}{د\text{س}}$(ق(هـ(٢س))) عندما (س = ١)

مثال

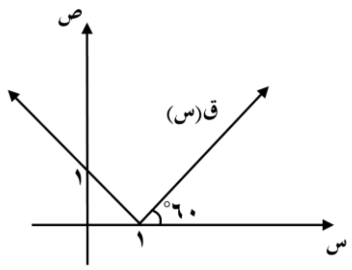
اوجد معدل التغير في مساحة المربع بالنسبة لمحيطه عندما يكون المحيط = ٨.

مثال

اوجد معدل التغير في حجم الكرة بالنسبة لمساحتها السطحية عندما تكون مساحتها السطحية ١٦π

مثال

الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س)، أوجد قاعدة قَ(س)



مثال

إذا كان ق(س)= $(\text{س}-٢)^{2}$. [س]، أثبت باستخدام تعريف المشتقة أن قَ(٢) = صفر .

مثال

إذا كان ق(١) = ٢، قَ(١) = ٣، أوجد

$$\lim_{\text{س}\to ١} \frac{\text{س}\,\text{ق}(\text{س}^{2}) - \text{ق}(١)}{\text{س}^{2} + ٤\text{س} - ٥}$$

مثال

إذا كانت ص = أجاس + ب جتاس، وكان $\frac{د\text{ص}}{د\text{س}}$ + ٢ص = ٥جتاس ، أوجد أ، ب.

مثال

إذا كانت ص = أجاس + ب جتاس، وكان $\frac{د\text{ص}}{د\text{س}}$ + ٢ص = ٥جتاس ، أوجد أ، ب.

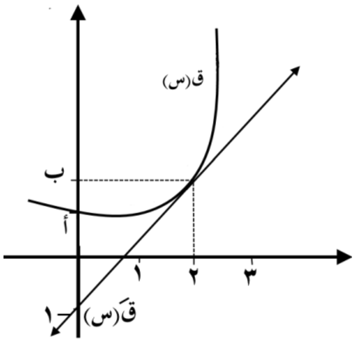
مثال

إذا كان ق(س)= (س − أ)(س − ب)(س − جـ) أثبت أن

$$\frac{\text{قَ}(\text{س})}{\text{ق}(\text{س})} = \frac{١}{\text{س}-\text{أ}} + \frac{١}{\text{س}-\text{ب}} + \frac{١}{\text{س}-\text{جـ}}$$

مثال

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س)، قَ(س) وإذا كانت



$\lim\limits_{\text{س}\to ٢} \dfrac{٢\text{ق(س)} - \text{بس}}{\text{ق(س} - ٢) - \text{أ}} = -٤$ أوجد قيمة الثابت ب

مثال

إذا كان $\text{ق(س)} = \dfrac{\text{م(س)}}{\text{هـ(س)}}$ ، هـ(س) $\neq$ صفر،

وكانت قَ(أ) = ٠، أثبت أن $\text{ق(أ)} = \dfrac{\text{مَ(أ)}}{\text{هـَ(أ)}}$

مثال

إذا كان ل(س) = ق(س) • هـ(س) وكانت

قَ(س)•هـَ(س) = جـ (ثابت) أثبت أن :

$\dfrac{\text{ل}''\text{(س)}}{\text{ل(س)}} = \dfrac{\text{ق}''\text{(س)}}{\text{ق(س)}} + \dfrac{\text{هـ}''\text{(س)}}{\text{هـ(س)}}$

مثال

إذا كان ق(س) اقتران زوجي، أثبت أن قَ(س) اقتران فردي.

مثال

إذا كان هـ(س) اقتران فردي، أثبت أن هـَ(س) اقتران زوجي.

مثال

إذا كان ق(س) اقتران زوجي، هـ(س) اقتران فردي، أثبت أن (ق∘هـ)َ(س) اقتران زوجي.

مثال

إذا كان هـ(س) اقتران زوجي، ق(س) اقتران فردي، وكان ل(س) = ق(س)×هـ(س)، أثبت أن لَ(س) اقتران زوجي.

مثال

إذا كان هـ(س) اقتران زوجي، وكان ق(س) = جاس • هـ(س)، أثبت أن قَ(س) اقتران زوجي.

مثال

أوجد $\dfrac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ في كل مما يلي:

١) جا²س + جتا²ص = ١ ، (٠، ١)

٢) جا(س+ص) = س ص

٣) $\sqrt{\text{س} + \text{ص}} = ١ + \text{س}^٢\text{ص}^٢$ ، (١ ، ٠)

٤) ص = ظا(س ص) ، $(\frac{\pi}{٤} ، ١)$

٥) ص جا٢س = س جتا٢ص ، $(\frac{\pi}{٢} ، \frac{\pi}{٤})$

٦) جا(س ص) + ٢س = ٤جا² $\frac{\pi}{٣}$ ، $(١ ، \frac{\pi}{٢})$

٧) $\dfrac{\text{س} + ٣}{\text{ص}} = ٤\text{س} + \text{ص}^٢$

مثال

أوجد $\dfrac{\text{ء}^٢\text{ص}}{\text{ءس}^٢}$ في كل مما يلي:

١) س = جا²ص ، $(\frac{١}{٤} ، \frac{\pi}{٦})$

٢) ص² + س ص − س² = ٩

٣) $\sqrt{\text{س}} + \sqrt{\text{ص}} = ١$

٤) جتاس • جاص = ١

مثال

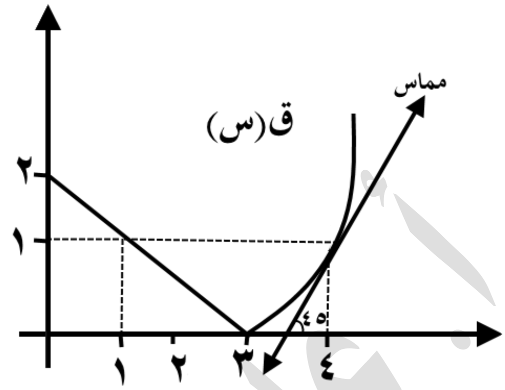
إذا كان $\dfrac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{س}^٢\text{ص} + ١$، أوجد $\dfrac{\text{ء}^٢\text{س}}{\text{ءص}^٢}$ عند النقطة (١، ٢).

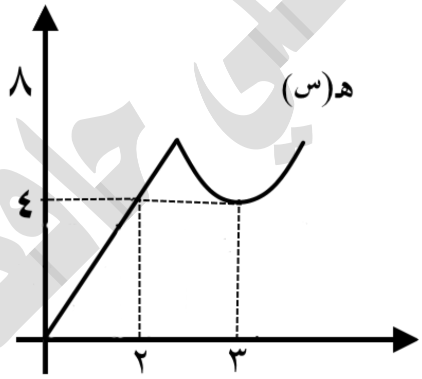
مثال

أثبت أن مجموع المقطعين السيني والصادي للماس لمنحنى العلاقة $\sqrt{\text{س}} + \sqrt{\text{ص}} = \sqrt{\text{جـ}}$ يساوي جـ. حيث (س،ص،جـ) > ٠ .

مثال

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى كل من الاقترانين ق(س)، هـ(س):





أوجد ما يلي:

١) $\left(\frac{\text{ق}}{\text{هـ}}\right)'(١)$ ٢) $\left(\frac{\text{س}^{٢}+\text{هـ}(١)}{\text{هـ}}\right)'(١)$

٣) $\left(\sqrt{\text{ق}(٤)+٢\text{هـ}}\right)'(٣)$

٤) $(\text{س}^{٢}\cdot\text{ق})'(١)$ ٥) $(\text{ق}\circ\text{هـ})'(٢)$

مثال

إذا كان ق(س)= س^{٢} + أس وكان ق$'$(س)= ٤ عندما ق(س) = ٣، جد قيمة أ.

مثال

إذا كانت $\underset{\text{س}\to٢}{\text{نها}}\ \frac{\text{س}^{\text{ن}}-(٢)^{\text{ن}}}{\text{س}-٢}=١٢$، جد قيمة ن.

مثال

جد قيمة $\underset{\text{هـ}\to٠}{\text{نها}}\ \frac{٥(٢+٤\text{هـ})^{٤}-٨٠}{٣\text{هـ}}$

مثال

إذا كان ق(س)=س ل($\sqrt{\text{س}}$) وكانت $\underset{\text{س}\to١}{\text{نها}}\ \frac{\text{ل(س)}}{\text{س}^{٢}-١}=٣$، أوجد ق$'$(١)

مثال

إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٥أس − ٦ وكانت $\underset{\text{هـ}\to٠}{\text{نها}}\ \frac{\text{ق}(٥\text{هـ})-\text{ق}(٠)}{٢\text{هـ}}=١٠$، جد قيمة أ

مثال

إذا كان ق(س)= س^{٢} + م س، وكانت $\underset{\text{هـ}\to٠}{\text{نها}}\ \frac{\text{ق}(١+٣\text{هـ})-\text{ق}(١)}{٢\text{هـ}}=٦$، جد قيمة م.

مثال

إذا كان ق(س)= س^{٣} − أس^{٢} وكانت $\underset{\text{س}\to٢}{\text{نها}}\ \frac{٤\text{س}-٨}{\text{ق}'(\text{س}^{٢}+\text{س})-\text{ق}'(٦)}=\frac{١}{٣٥}$، جد قيمة م.

مثال

إذا كان ق(س)= $\frac{١}{٣-\text{أس}}$ ، (س $\neq \frac{٣}{\text{أ}}$) وكانت ق$'$(١)=٢، جد قيمة أ

مثال

إذا كان ق(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}-\text{جـ}}$ ، (س≠جـ) وكانت ق$'$(٢)=−١، جد قيمة جـ.

مثال

إذا كان ق(س)= $\sqrt[٣]{٢\text{س}^{٢}+\text{أ}}$ ، ق$'$(٣)= $\frac{٣}{٢٠}$ جد قيمة أ

مثال

ق(س) = أس^{٢} + س^{٣}، جد قيمة أ التي تحقق المعادلة ق$'$(١)×ق$''$(١)=١٠٨

مثال

إذا كان $ق(٢س^{٢}-١) = \sqrt[٣]{(س+٦)^{٤}}$ حيث (س > ٠)، أوجد $\underset{هـ \to ٠}{نهـا} \dfrac{٦هـ}{ق(٧+٢هـ) - ق(٧)}$

مثال

إذا كان ق(س) = $س^{ن}$، وكانت $ق'''(س) = ٢٤س^{ن-٣}$ ، جد قيمة ن

مثال

إذا كان ق(س)= $\frac{١}{١٠}س^{ن}$، وكانت $ق''''(س) = أس^{٢}$،

جد قيمة أ.

مثال

إذا كان ق(س) = $جا^{ن}س$ وكانت

$ق''(س) = ٣جاس(جتا٢س - جا^{٢}س + ١)$ جد قيمة ن

مثال

إذا كان $ق(س^{٢}) = ٤س^{٢} + ٢أس$، (أ > ٠)،

$ق'(٩) = ٢$ جد قيمة أ.

مثال

إذا كان $ق(س^{٢}) = س^{ن} - ٤س^{٢} + ٥$ (س > ٠)،

ن عدد صحيح، وكانت $ق''(١) = \frac{٣}{٤}$، جد قيمة ن.

مثال

إذا كان ق(س) = $س^{ن}$، ن ∈ $ص^{+}$، وكان

$ق''(٢) = ٣ق'(٢)$ جد قيمة ن.

مثال

إذا كان $ق(س) = س^{٣} - أس^{٢} + ٥$، وكانت

$\underset{س \to ١}{نهـا} \dfrac{س^{٢}+س-٢}{ق(\sqrt{س}) - ق(١)} = ٦$ جد قيمة أ.

مثال

إذا كان $س ق(س^{٢}+١) = س^{٢}+٦$، (س > ٠)، جد

$ق''(٥)$

مثال

إذا كان $ق(س) = أ[\frac{س}{٢}+٣]س^{ن}$، وكانت

$ق''(١) = ١٢$ ، $ق^{(ن)}(س) = ٢٤$، جد قيمة أ، ن.

مثال

إذا كان $ق(س) = س + \frac{أ}{س}$ ، (س ≠ ٠) وكانت

$هـ(س) = \dfrac{ق'(١+٢هـ) - ق'(١-٤هـ)}{٣هـ} = ٨$. جد قيمة

الثابت أ.

مثال

إذا كان ق(جا٢س) = ظا٣س، س ∈ $(٠، \frac{\pi}{٦})$.

أوجد قيمة $ق'(\frac{١}{٢})$

مثال

إذا كان $جا^{٢}(ق(٢س)) = ٣س^{٢}+٢$ وكانت

$ق(٦) = \frac{\pi}{٤}$، جد ق'(٦).

مثال

ق(س)= |س − ٢|، $هـ(س) = س^{٢} + ٣$ أوجد:

١) $(ق^{٢})'(٢)$

٢) $(هـ \circ ق)'(٢)$

٣) $(ق \circ هـ)'(٢)$

مثال

إذا كان ل(س) = ق(هـ(م(س))) وكانت م(١) = −٢

م'(١) = ٢، هـ(٢) = ٢، هـ'(٢) = ٤، ق'(٤) = ٣ ،

جد ل'(١)

مثال

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} جا٢س & ، س \geq ٠ \\ ١+٢جاس - جتاس & ، س < ٠ \end{cases}$

$هـ(س) = س^{٢} - ٢س$ ، جد $(ق \circ هـ)'(٢)$

مثال

إذا كان ق$(\frac{\text{٢}}{\text{س}})$= س^{٢} + س، جد

نها$_{\text{هـ}\to\text{٠}}$ $\frac{\text{ق}'(\text{١}-\text{٢هـ})-\text{ق}'(\text{١})}{\text{٤هـ}}$

مثال

إذا كان ق(٢س−١) = جا^{٢}($\frac{\pi}{\text{١٨}}$(٤س−٢))، أوجد

ق'(٣)

مثال

إذا كان ق(ظاس)= ٦جا٢س − ٤ أجتا٢س،

س ∋ (٠،$\frac{\pi}{\text{٢}}$)، وكانت ق'(١)=٨، جد قيمة أ

مثال

إذا كان ق(س)= $\frac{\text{أ}}{\text{١}-\text{س}}$ ، (س ≠ ١)،

هـ(س)= جا٢س، وكانت (ق∘هـ)'(٠)=٦:

١) جد قيمة أ

٢) أثبت أن (ق∘هـ)''(٠)=٢٤

مثال

إذا كان ق(س)= ٢ظاس،هـ(س)= $\frac{\text{أ}}{\text{١}-\text{س}}$ ،

(س ≠ ١)، وكان (هـ∘ق)'($\frac{\pi}{\text{٤}}$) = ٢٤، جد :

١) جد قيمة أ

٢) (هـ∘ق)''($\frac{\pi}{\text{٤}}$)

مثال

إذا كان ق(س)=$\sqrt{\text{س}+\text{١}}$ ، هـ(س) = أس^{٣} وكان

(هـ∘ق)'(٣)=١٢ أوجد: ١) قيمة أ

٢) (ق∘هـ)''(٣)

مثال

إذا كان ق(س)= س^{٢}+أس ، هـ(س)= س^{٣}−٤س+٥

وكان (ق∘هـ)''(٠)=٢٠ ، جد قيمة أ

مثال

إذا كان ق(س)= $\sqrt{\text{أس}}$ ، (أ > ٠)،

هـ(س)= س^{٣} + ٤س، وكان (ق∘هـ)'(٢)=٣ جد

قيمة أ.

مثال

إذا كان ق(س)= $\begin{cases} \text{س}^{٢} + \text{٤س} & \text{،} \quad \text{س} \leq \text{١} \\ \text{أس} & \text{،} \quad \text{س} > \text{١} \end{cases}$ ،

هـ(س)= $\sqrt{\text{٤س}+\text{٥}}$ ، وكانت (ق∘هـ)'(١)=٢ جد

قيمة أ

مثال

إذا كانت ص= $\frac{\text{٢ع}}{\text{ع}-\text{٣}}$ ، ع = $\frac{\text{س}+\text{٢}}{\text{س}-\text{١}}$ أثبت أن

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{١٨}}{(\text{٥}-\text{٢س})^{٢}}$

مثال

إذا كانت ص= أن، س=٢ن^{٢} − ن، وكانت

$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$=١ عندما ص=١، جد قيمة أ.

مثال

إذا كانت ص= ٢ع^{٢} − ٥ع + ٤، ع= س^{٢} + ٣،

أوجد $\frac{\text{ء}^{٢}\text{ص}}{\text{ءس}^{٢}}$ عندما ص=٧

مثال

إذا كانت ص= م^{٢}−١، ٢مس= ٣س + ٣م، جد $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

عندما (س=٢).

مثال

إذا كانت ٢ص= ٦ + ل^{٢}ص، ٣س= $\frac{\text{١}+\text{٤س}}{\text{١}-\text{ل}}$ ،

اوجد $\frac{\text{ء}^{٢}\text{ص}}{\text{ءس}^{٢}}$

مثال

إذا كان ق(س) = س^{٣}، هـ(س)= $\frac{\text{أ}}{\text{س}}$ ، (س ≠ ٠)، وكانت (ق∘هـ)$'$(٢) = ٢٤، جد قيمة أ

مثال

إذا كانت ص= ع^{٢} + ٣ع، س= ع^{٢} − ع جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عندما (س=٦).

مثال

إذا كانت س= $\frac{\text{٢ن}}{\text{ن+١}}$، ص= $\frac{\text{٢ن+١}}{\text{ن}}$ أثبت أن $\frac{\text{د}^{٢}\text{ص}}{\text{دس}^{٢}} = \frac{-٢}{\text{س}^{٢}}$

مثال

إذا كانت ٢ص= ٦ + ل^{٢}ص، ٣س= $\frac{\text{١+٤س}}{\text{١−ل}}$، اوجد $\frac{\text{د}^{٢}\text{ص}}{\text{دس}^{٢}}$

مع تحيات

الاستاذ علي حافظ

٠٧٧٨٣٢٤٥٣٢