الأعداد المركبة

A تلخيص التعاريف والأفكار

1. صيغة العدد المركب

$$z = a + ib$$

a : الجزء الحقيقي
b : الجزء التخيلي
ib : العدد التخيلي

2. $\sqrt{-1} = i \,, (i)^2 = -1$

3. تبسيط الجذر بدلالة i

$$\sqrt{-a} = \sqrt{-1} * \sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i$$

$$\sqrt{-a * -b} \neq \sqrt{-a} * \sqrt{-b}$$

4.

$$(i)^n$$

$$(n)$$

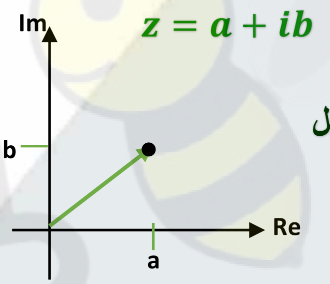
زوجي | فردي

$1 \quad , \quad -1$ | $i \quad , \quad -i$

فردي$\frac{n}{2}$, زوجي$\frac{n}{2}$ | فردي$\frac{n-1}{2}$, زوجي$\frac{n-1}{2}$

5. $z = a + ib$

التمثيل



6. مساواة عددان مركبان

$$a + ib = x + iy$$

نساوي الحقيقين والتخيليين

$$a = x \;, b = y$$

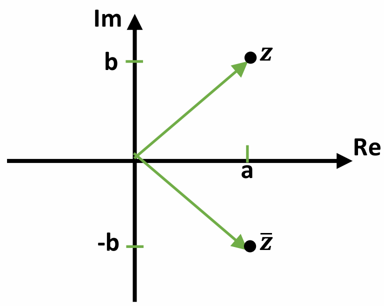
7. مقياس العدد المركب (الطول)

$$z = a + ib$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

8. المرافق $\bar{z} = a - ib$

$$|\bar{z}| = |z|$$



9. السعة $\theta = arg(z)$

a $-$, b $+$: $Argz = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$	a $+$, b $+$: $Argz = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$
a $-$, b $-$: $Arg(z) = -\left(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)\right)$	a $+$, b $-$: $Arg(z) = -\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$

$$-\pi < \theta \leq \theta$$

10. الصورة المثلثية للعدد المركب

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

❖ شروط كتابة الصيغة المثلثية:

1. لا نجد قيمة $\cos\theta , \sin\theta$
2. الإشارة بين الجزأين +

a. إذا كانت $z = r(\cos\theta - i\sin\theta)$

$$z = r(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta))$$

b. إذا كانت $z = r(-\cos\theta + i\sin\theta)$

نستخدم المكملة

$$z = r(\cos(\pi-\theta) + i\sin(\pi-\theta))$$

3. $-\pi < \theta \le \pi$ إذا كانت θ خارج المجال نطرح أو نجمع $2n\pi$ حتى نعود للمجال

11. جمع وطرح الأعداد المركبة

$$z_1 = a + ib$$

$$z_2 = c + id$$

$$z_1 \mp z_2 = (a \mp c) + i(b \mp d)$$

12. ضرب العددين المركبين كما في ضرب الحدود الجبرية

$$(a+ib)(c+id)$$

$$= ac + adi + cbi - bd$$

$$= (ac - bd) + i(ad + cb)$$

13. قسمة العددين المركبين

نضرب بمرافق المقام

$$\frac{z_1}{z_1}$$

$$\frac{a+ib}{c+id} * \frac{c-id}{c-id}$$

14. ضرب وقسمة الأعداد المركبة بالصيغة المثلثية

$$z_1 . z_2 = r_1 r_2(\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2))$$

$$-\pi < \begin{matrix}\theta_1+\theta_2 \\ \theta_1-\theta_2\end{matrix} \le \pi$$

مثال 1 من الفرع (1-17) اختر الإجابة الصحيحة:

1) إن $i^5 . i^{202}$ تساوي:

a) 1 b) -1 c) i d) $-i$

2) إن $(1+i)^3$ تساوي:

a) $1-i$ b) $1+i$
c) $-2+2i$ d) $2-2i$

3) إن $\left(1+i+i^2\right)^3\left(1+2i+i^2\right)^4$ تساوي:

a) 16 b) $-16\,i$ c) -16 d) $16\,i$

4) إن $2\,i * \sqrt{-9}$ تساوي:

a) -6 b) 6 c) 18 d) -18

5) إن القسم التخيلي للعدد $\frac{8+\sqrt{-16}}{2}$ تساوي:

a) 4 b) 2 c) 8 d) $2\,i$

6) إذا علمت أن

$$2x + 3y + i(x-2y) = 8 - 3i$$

فإن y, x تساوي:

a) $x = 1, y = 1$ b) $x = -1 , y = 2$
c) $x = 2 , y = 1$ d) $x = 1 , y = 2$

7) إن سعة $-5-5i$ تساوي:

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{3\pi}{4}$ c) $\frac{-3\pi}{4}$ d) $\frac{-\pi}{4}$

8) إن سعة $1-i\sqrt{3}$ تساوي:

a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{-\pi}{3}$ c) $\frac{\pi}{6}$ d) $\frac{-\pi}{6}$

9) إن الصورة المثلثية للعدد $z=5$ هي:

a) $5\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$
b) $5(\cos\pi+i\sin\pi)$
c) $5(\cos 0+i\sin 0)$
d) $5(\cos(-\pi)+i\sin(-\pi))$

10) إذا علمت أن $z=-8+8i$
فإن $Arg(\bar{z})$ تساوي:

a) $\frac{\pi}{4}$ b) $\frac{3\pi}{4}$ c) $\frac{-\pi}{4}$ d) $\frac{-3\pi}{4}$

11) إذا علمت أن $z=a+ib$
$|z|=10\sqrt{2}\,,\ Arg(z)=\frac{3\pi}{4}$ فإن z يكتب:

a) $z=10-10i$ b) $z=10+10i$
c) $z=-10+10i$ d) $a=-10-10i$

12) إن $\left|1+\sqrt{-4}\right|$ يساوي:

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt{5}$ c) $1+2i$ d) $\sqrt{17}$

13) إذا علمت أن $|z|=13$ ، $z=5+3i\,k,$
فإن جميع قيم k الحقيقية الممكنة:

a) 4 b) $4,6$ c) $4,0$ d) $4,-4$

14) إن سعة $z=-1-6i$ تساوي:

a) -0.55π b) 0.55π
c) -0.45π d) 0.45π

❖ إذا علمت أن $Arg(z)=\alpha$
حيث $z=3+2i$ أجب عن (15-17):

15) $Arg(-3+2i)$ تساوي:

a) $-\alpha$ b) $\pi-\alpha$ c) $-\pi+\alpha$ d) α

16) $Arg(2+3i)$ تساوي:

a) $\pi-\alpha$ b) $\pi+\alpha$ c) $\frac{\pi}{2}-\alpha$ d) $\frac{\pi}{2}+\alpha$

17) $Arg(-2-3i)$ تساوي:

a) $-\alpha-\frac{\pi}{2}$ b) $\alpha+\frac{\pi}{2}$ c) $\pi-\alpha$ d) $\pi+\alpha$

مثال 2 إذا علمت أن

$$(a+ib)(2-i)=3+5i$$

جد a,b؟

الحل:

نفك الأقواس ونجري خاصية المساواة

$$2a-ai+2bi+b$$
$$(2a+b)+(2b-a)i=3+5i$$

$$2a+b=3 \quad \ldots\ldots\ 1$$
$$2b-a=5 \quad \ldots\ldots\ 2$$

$$2*2\longrightarrow 4a-2a=10$$

$$1\longrightarrow 2a+b=3$$

$$5b=13\longrightarrow b=\frac{13}{5}$$

$$2a=3-\frac{13}{5}=\frac{2}{5}$$

$$a=\frac{1}{5}$$

الأستاذ ماهر ضمرة
0795195907

مثال 3 إذا علمت أن z عددًا مركبًا حيث
$Arg(z) = \tan^{-1}(3)$ وأن $|z| = \sqrt{10}$ وكان
$\frac{z}{1+i} = P + iq$ أثبت أن $P + q = 3$؟

الحل: $z = a + ib$

b, a كلاهما موجب

$$\frac{b}{a} = 3 \Rightarrow b = 3a$$

$$|z| = \sqrt{10} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\sqrt{10} = \sqrt{a^2 + 9a^2} = \sqrt{10}\, a$$

$$a = 1 \Rightarrow b = 3$$

$$z = 1 + 3i$$

$$\frac{1+3i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{4+2i}{2}$$

$$= 2 + i \quad , P = 2, q = 1$$

$$\therefore P + q = 2 + 1 = 3$$

مثال 4 إذا علمت أن

$$z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

جد

a) $\frac{z_1}{z_2}$ b) z_1^3 c) $\frac{1}{z_2}$

الحل: نرتب صيغة كل عدد مركب

$$z_1 = 2\left(\cos\frac{-\pi}{4} + i\sin\frac{-\pi}{4}\right)$$

$$z_2 = 4\left(\cos\frac{-\pi}{3} + i\sin\frac{-\pi}{3}\right)$$

a) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{4}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right)\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$$

b) $z_1^3 = (2)^3\left(\cos\frac{-3\pi}{4} + i\sin\frac{-3\pi}{4}\right)$

$$= 8\left(\cos\frac{-3\pi}{4} + i\sin\frac{-3\pi}{4}\right)$$

c) $1 = 1(\cos 0 + i\sin 0)$

$$\frac{1}{z_2} = \frac{1}{4}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

❖ تذكر:

1) $|z_1 . z_2| = |z_1| . |z_2|$

2) $\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

3) $|z| = |\bar{z}|$

4) $Arg(z_1 \div z_2) = Arg(z_1) - Arg\, z_2$

5) $Arg(z_1 \times z_2) = Arg\, z_1 + Arg\, z_2$

الأستاذ ماهر ضمرة
0795195907

مثال 5 إذا علمت أن

$z_1 = 2(\cos\pi + i\sin\pi)$

$z_2 = 3\left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right)$

جد $z_1 . z_2$ ؟

الحل:

$$z_2 = 3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$z_1 . z_2 = 6\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$$

تجاوزت المجال $-\pi < \theta \le \pi$

$$\frac{4\pi}{3} - 2\pi = -\frac{2\pi}{3}$$

$$z_1 . z_2 = 6\left(\cos\frac{-2\pi}{3} + i\sin\frac{-2\pi}{3}\right)$$

مثال 6 كتاب التمارين

إذا علمت أن $\left|\frac{u-9i}{3+i}\right| = 5$ فما قيمة u حيث أنها سالبة؟

الحل: مرافق المقام

$$\left|\frac{u-9i}{3+i} . \frac{3-i}{3-i}\right| = 5$$

$$\left|\frac{3u-9}{10} + i\frac{-27-u}{10}\right| = 5$$

$$25 = \left(\frac{3u-9}{10}\right)^2 + \left(\frac{27+u}{10}\right)^2$$

$$2500 = 9u^2 - 54u + 81 + 729 + 54u + u^2$$

$$10u^2 = 1690 \rightarrow u^2 = 169$$

$$u = 13 \quad , -13$$

مثال 7 إذا علمت أن $\frac{a}{3+i} + \frac{b}{1+2i} = 1 - i$

جد قيمة العددين الحقيقين a, b؟

الحل:

مرافق المقامات

$$\frac{a}{3+i} . \frac{3-i}{3-i} + \frac{b}{1+2i} . \frac{1-2i}{1-2i} = 1 - i$$

$$\frac{a(3-i)}{10} + \frac{b(1-2i)}{5} = 1 - i$$

نوحد المقامات

$$\frac{a(3-i) + 2b(1-2i)}{10} = 1 - i$$

$3a + 2b = 10 \quad \dots\dots (1)$

$-a - 4b = -10 \quad \dots\dots (2)$

$(1) + (2) * 3$

$\Rightarrow -10b = -20 \rightarrow \boxed{b = 2}$

$\boxed{a = 2}$

B الجذر التربيعي

صيغة السؤال جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب

$$z = a + ib$$

1. نفرض $\sqrt{z} = x + iy$

$x, y \in R$

2. نربع الطرفين

$$z = (x^2 - y^2) + 2ixy$$

3. نستخدم خاصية المساواة

$x^2 - y^2 = a \quad \dots\dots 1$

$2xy = b \quad \dots\dots 2$

❖ ملاحظة:

الجذرين $\sqrt{z} = x + iy$

$= -x - iy$

نفس العددين مختلفين في الاشارة

مثال 8 جد الجذرين التربيعين للعدد $z = 3 - 4i$

الحل: نفرض

$\sqrt{z} = x + iy$

$z = (x^2 - y^2) + 2ixy$

$x^2 - y^2 = 3 \quad \ldots\ldots (1)$

$2xy = -4 \to xy = -2 \quad \ldots\ldots (2)$

$y = \frac{-2}{x} \to x^2 - \frac{4}{x^2} = 3$

$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0$

$x = 2, -2$

$x = 2$
$y = -1$ $\quad (2, -1) = 2 - i$

$x = -2$
$y = 1$ $\quad \Rightarrow -2 + i$

مثال 9 جد الجذرين للعدد i ؟

الحل:

$\sqrt{z} = x + iy$

$z = (x^2 - y^2) + 2ixy$

$x^2 - y^2 = 0 \quad \ldots\ldots 1$

$2xy = 1 \to y = \frac{1}{2x}$

$x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0$

$4x^4 - 1 = 0 \to x^2 = \pm\frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{\sqrt{2}} \ , \ \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$y = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ , y = \frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{-\sqrt{2}}$

الجذرين

$\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{-1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$

مثال 10 إذا كان $-5 + bi, c + di$ جذرين تربيعيين للعدد $z = 21 - 20i$ جد الأعداد الحقيقية b, c, d ؟

الحل:

$\sqrt{z} = -5 + bi$

$z = (-5 + bi)^2$

$z = (25 - b^2) - 10bi$

$-10b = -20 \to b = 2$

الجذر الأول $-5 + 2i$

الجذر الثاني $5 - 2i$

$\therefore b = 2 \quad , c = 5 \quad , d = -2$

C الحلول (الجذور) المركبة لمعادلات كثيرات الحدود

1. المعادلات التربيعية المميز Δ

$+$	صفر	$-$
حلّان حقيقيان مختلفان	حل واحد مكرر	له حلان مركبان مترافقان

2. لأي معادلة كثير حدود من الدرجة $n \neq 0, n$ فإن يوجد n من الجذور المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.
(أي على قدر الأس الأكبر يوجد حلول).

3. أنواع الجذور لكثيرات الحدود من الدرجة n.

n	عدد الجذور	أنواع الجذور المركبة
1	1	جذر حقيقي واحد
2	2	إما 1. جذران حقيقيان 2. جذران مركبان مترافقان
3	3	إما 1. 3 حقيقية 2. 1 حقيقي، 2 مركبان مترافقان
4	4	إما 1. أربعة جذور حقيقية 2. 2 حقيقية، 2 مركبان مترافقان 3. أربعة جذور مركبة

3. أربعة جذور مركبة.

4. إذا كان أحد الحلول عدد مركب فإن مرافقه حل ثاني ونستخدم أسلوب تكوين معادلة من الحلين

$$x = a \pm ib$$

نربع الطرفين $x - a = \pm ib$

❖ تذكير:

1) لمعرفة الحل الأولي نستخدم طريقة التجريب.

2) نستخدم القسمة التركيبية أو الطويلة أو الجداول لمعرفة بقية العوامل.

مثال 11 جد جميع الجذور الحقيقية والمركبة للمعادلة $3z^3 - 2z^2 + 2z + 1 = 0$ ؟

الحل: نبحث في عوامل الـ $\frac{1}{3}$

نجرب $\pm\frac{1}{3}, \pm 3, \pm 1$ بالتجريب

$$z = \frac{-1}{3}$$

	z^3	z^2	z	ثابت
	3	-2	2	1
$\frac{-1}{3}$		-1	1	-1
	3	-3	3	0

$$3z^2 - 3z + 3 = 0$$

$$z^2 - z + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(1) = -3$$

$$z = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$z = \frac{1}{2} \pm \sqrt{3}i$$

الحلول $z_1 = \frac{-1}{3}, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$$z_2 = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

مثال 12 جد حلول المعادلة

$$3x(x^2 + 45) = 2(19x^2 + 37)$$

إذا كان أحد الحلول

$$x = 6 - i$$

الحل:

$$3x^3 + 135x = 38x^2 + 74$$

$$3x^3 - 38x^2 + 135x - 74 = 0$$

الحل الثاني المرافق $x = 6 + i$

نكون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(6+i)$, $(6-i)$

$$x = 6 \mp i$$

$$x - 6 = \pm i$$

نربع الطرفين $x^2 - 12x + 36 = -1$

$$x^2 - 12x + 37 = 0$$

نقسم المعادلة

$$3x^3 - 38x^2 + 135x - 74 = 0$$

على $x^2 - 12x + 37 = 0$

$$\begin{array}{r|l} & 3x - 2 \\ \hline x^2 - 12x + 37 & 3x^3 - 38x^2 + 135x - 74 \\ & -\ (3x^3 - 36x^2 + 111x) \\ \hline & -2x^2 + 24x - 74 \\ & -\ (-2x^2 + 24x - 74) \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$3x - 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

مثال 13 إذا كان $(4 + 11i)$ هو أحد جذري المعادلة $z^2 - 8z + k = 0$

$k \in R$ جد قيمة k ؟

الحل: الحل الآخر $4 - 11i$

$$z = 4 \mp 11i \Rightarrow z - 4 = \pm 11i$$

نربع الطرفين

$$z^2 - 8z + 16 = -121$$

$$z^2 - 8z + 137 = 0$$

$$k = 137$$

D إيجاد المحل الهندسي الذي تمثله معادلة (حدد نوع المحل الهندسي)

1. الدائرة

$$|z - (a + ib)| = r$$

مركز الدائرة $c(a\,,b)$، نصف قطرها r

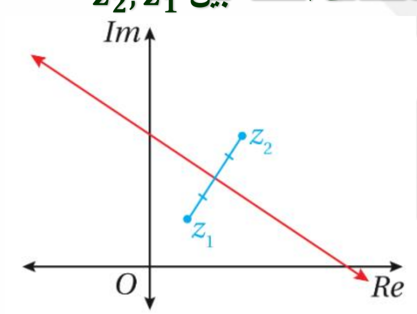
2. المنصف العمودي

$$|z - z_1| = |z - z_2|$$

❖ ميزاته

مستقيم يكون:

1. عمودي على القطعة الواصلة z_2, z_1
2. يمر بمنتصف النقطة بين z_2, z_1

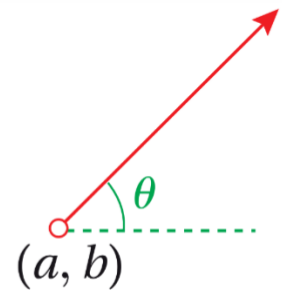


3. الشعاع الذي يبدأ بالنقطة (a, b)

$$Arg(z - (a + ib)) = \theta$$

❖ **ميزات:**

1. شعاع يبدأ من النقطة (a, b) نقطة مفتوحة.



2. يصنع زاوية θ مع الأفق بالاتجاه الموجب.

مثال 14 جد المحل الهندسي الذي تمثله لمعادلات التالية:

1) $|z-3| = |z+2-3i|$

الحل: منصّف عمودي

$z_1(3,0),\quad z_2(2,3)$

ولكتابة المعادلة بالصيغة الديكارتية

$$z = x + iy$$

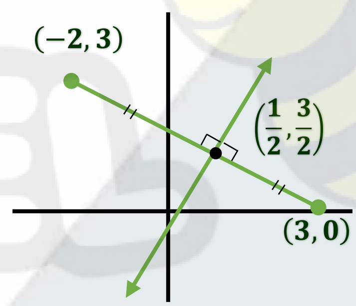
$$|x+iy-3| = |x+iy+2-3i|$$

$$|(x-3)-iy| = |(x+2)+i(y-3)|$$

نربع الطرفين

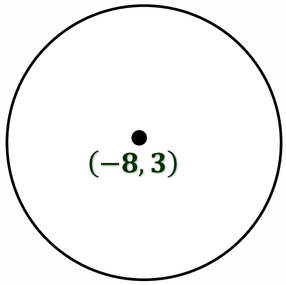
$$x^2-6x+9+y^2 = x^2+4x+4+y^2-6y+9$$

$$-10x+6y = 4$$



2) $|z+8-3i| = 4$

الحل: المحل الهندسي دائرة $c(-8,3)\ r=4$



لكتابة المعادلة بالصيغة الديكارتية

$$|x+iy-(-8+3i)| = 4$$

$$|x+iy+i(y-3)| = 4$$

نربع الطرفين

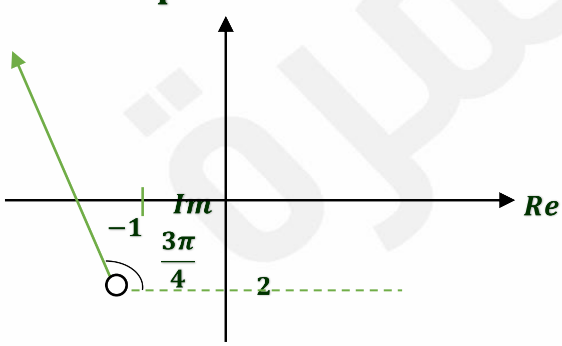
$$(x+8)^2+(y-3)^2 = 16$$

3) $Arg(z+1+2i) = \frac{3\pi}{4}$

الحل:

$$Arg(z-(-1-2i)) = \frac{3\pi}{4}$$

$$z(-1,-2), \theta = \frac{3\pi}{4}$$



4) $|z-2| = 2|z-3i|$

الحل: لا يشكل أي من الأشكال المعلومة لذلك سنحوله إلى الصيغة الديكارتية

$$|x+iy-2| = 2|x+iy-3i|$$

$$|(x+y)+iy| = 2|x+i(y-3)|$$

$$(x-2)^2+y^2 = 4\left(x^2+(y-3)^2\right)$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 = 4x^2 + 4y^2 - 24y + 36$$

$$3x^2 + 3y^2 + 4x - 24y + 32 = 0$$

تشكل معادلة دائرة

$$x^2 + y^2 + \frac{4}{3}x - 8y + \frac{32}{3} = 0$$

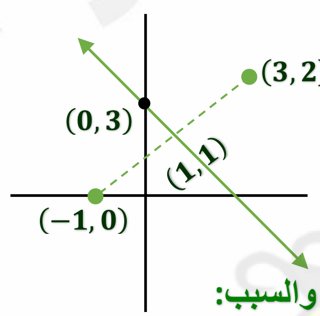
$$c\left(\frac{-2}{3}, 4\right)$$

$$r = \sqrt{\frac{4}{9} + 16 - \frac{32}{3}}$$

$$r = \sqrt{\frac{4 + 144 - 96}{9}} = \frac{\sqrt{52}}{3}$$

مثال 15 أكتب معادلة المحل الهندسي فيما يلي:

1)



الحل: هذا منتصف عمودي والسبب:

1) يمر بنقطة المنتصف $(1, 1)$

2) عمودي على القطعة لأن

$$m_{\text{القطعة}} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

متصل إذا وجد مساواة

$$m_{\text{المستقيم}} = \frac{3-1}{0-1} = -2$$

$$m_1 . m_2 = \frac{1}{2} * -2 = -1$$

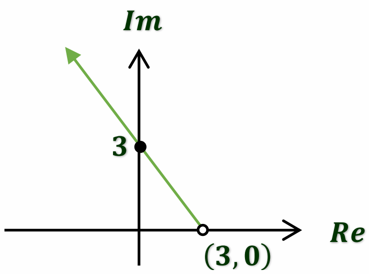
∴ متعامدان

معادلة المنصف

$$|z - (3 + 2i)| = |z - (-1 + 0i)|$$

$$|z - 3 - 2i| = |z + 1|$$

2)



الحل: هذا الحل شعاع يبدأ بالنقطة $(3, 0)$ ولإيجاد θ

$$\tan\theta = \frac{3-0}{0-3} = -1 \rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4}$$

$$Arg = (z - (3 + 0i)) = \frac{3\pi}{4}$$

E تمثل المتباينات في المستوى المركب.

1. نحول المتباينة إلى معادلة(مساواة).
2. نحدد نوع المحل الهندسي.
3. نرسم المحل الهندسي بخط

متصل عند وجود مساواة

متقطع لعدم وجود مساواة

4. نفحص اتجاه المنطقة وذلك بفحص نقطة إذا حققت يكون التظليل باتجاهها واذا لم تحقق نظلل عكس النقطة.

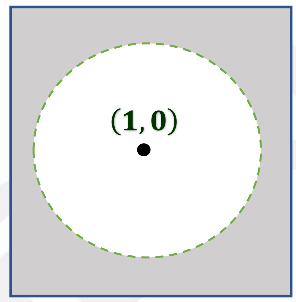
مثال 16 مثل في المستوى المركب المحل الهندسي للنقاط التي تحقق؟

1) $|z-1|>3$

الحل:

$$|z-1|=3$$

دائرة متقطعة مركزها $(1,0)$ نصف قطرها 3 التظليل للخارج.

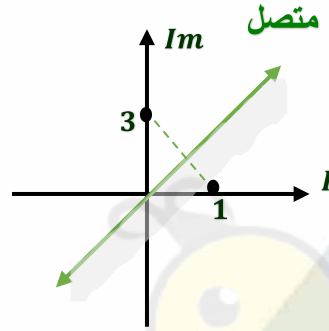


2) $|z-1|\le|z-3i|$

الحل:

$$|z-1|=|z-3i|$$

منصف عمودي متصل

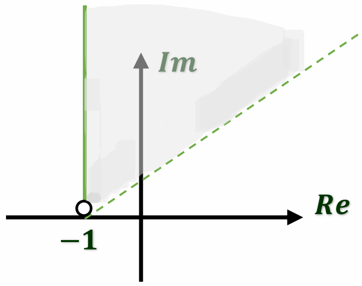


نختبر $(0,0) \leftarrow |0-1|\le|0-3i|$

$$1\le 3$$

باتجاه $(0,0)$ منطقة الحل.

3) $\frac{\pi}{4}<Arg(z+1)\le\frac{\pi}{2}$

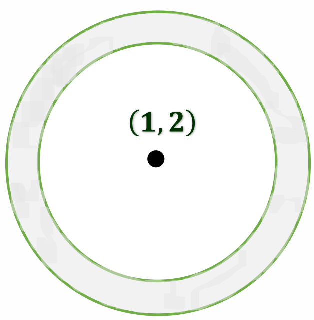


4) $1\le|z-1-2i|\le 3$

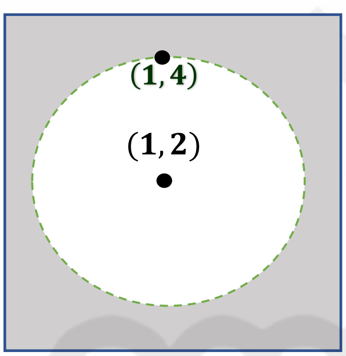
الحل: دائرتين $C(1,2)$

الصغرى $r=1$ متصلة

الكبرى $r=3$ متصلة



5) أكتب بدلالة z المتباينة الذي تمثله المنطقة المظللة.



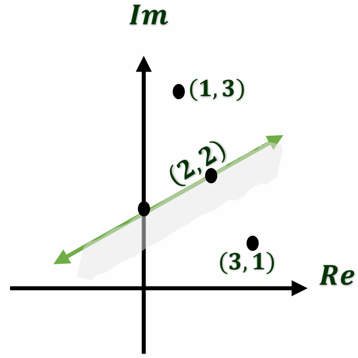
الحل: دائرة متقطعة مركزها $(1,2)$ والخطوط للخارج أي أكبر.

$$|z-(1+2i)|>r$$

$$2=4-2=r$$

$$|z-1-2i|>2$$

6)



الحل: الشكل منصف عمودي متصل

$z_1 = (1,3), z_2 = (3,1)$

والخطوط باتجاه $(3,1)$.

$$|z-(1+3i)| \ge |z-(3+i)|$$

- إذا كان لدينا منظومة متباينات سيكون الحل منطقة التقاطع.

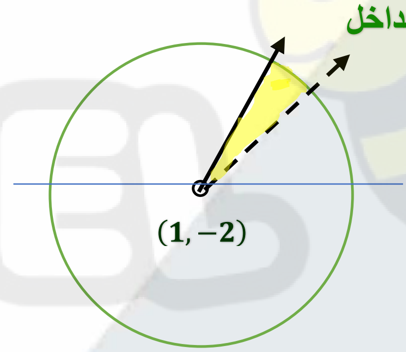
مثال 17 مثل في المستوى المركب المحل الهندسي للنقاط التي تحقق المتباينة:

1) $|z-1+2i| \le 2$

$$\frac{\pi}{4} < Arg(z-1+2i) \le \frac{\pi}{3}$$

الحل:

الحل الأول: دائرة مركزها $(1,-2)$ نصف قطرها 2 متصلة منطقتها للداخل



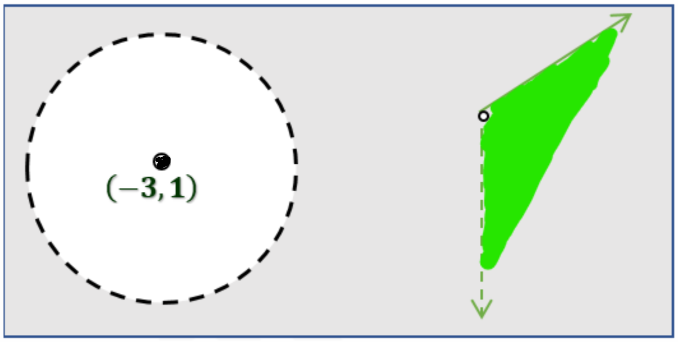
الحل الثاني: شعاعين يبدأ من $(1,-2)$ والمنطقة بينهما

2)

$$|z+3-i| > 2$$

$$\frac{-\pi}{2} < Arg(z-(5+5i)) \le \frac{\pi}{4}$$

الحل:



مثال18 جد المحل الهندسي الذي تمثله المعادلة $|z+5-4i| = 7$ ثمّ اكتب المعادلة بالصيغة الديكارتية

1) إذا كان $|z-5-3i| = 3$

a) ارسم المحل الهندسي الذي تمثله المعادلة في المستوى المركب

b) جد القيمة العظمى لسعة الأعداد المركبة z التي تحقق المعادلة علماً بأن

$$\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 0.17\pi \approx 0\cdot 54$$

الحل:

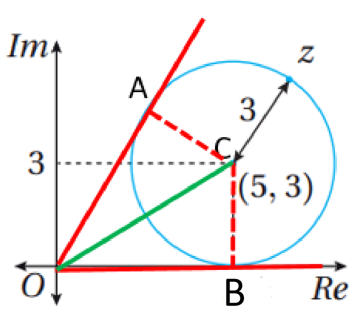
a) $$\left|z-(5+3i)\right|=3$$

هذه معادلة دائرة مركزها $(5,3)$ ونصف

قطرها 3

b) لايجاد القيمة العظمى للسعة نرسم المماس

OA .



وستكون أكبر سعة قياس الزاوية (AOB)

لكن $AC=CB=3$ ، وأن

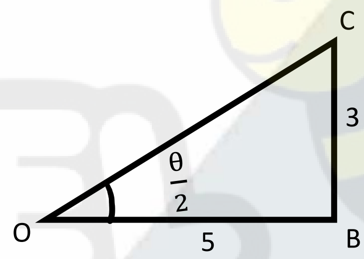
$AC\perp OA$

$CB\perp OB$

وأن CO ينصف الزاوية θ $\measuredangle AOB$ إلى $\frac{\theta}{2}$ ، $\frac{\theta}{2}$

لأن المثلثين OCB و AOC متطابقان (بثلاثة

أضلاع)



$$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{3}{5}\rightarrow\frac{\theta}{2}=\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)=0.54$$

$$\therefore\ \theta=2\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\approx1.08\approx0.34\pi$$

إجابة سؤال الدوائر ص (2 – 3)

رقم الدائرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الإجابة	d	c	b	a	b	d	c	b	c

رقم الدائرة	10	11	12	13	14	15	16	17
الإجابة	d	c	b	d	a	b	c	a