# المتميز

# في

# الرياضيات

### للفرع العلمي و الصناعي

### المستوى الثالث - المنهاج الجديد


إعداد الأستاذ

## محمود الجزار

٠٧٨٧٩٦٤١٦٨ - ٠٧٩٠١٥٥١٦٢

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

### الفرق بين مكعبين

س^٣ − م^٣ = (س − م)(س^٢ + م س + م^٢)

نفس

عكس الإشارة

دائماً +

[١] س^٣ − ١ = (س − ١)(س^٢ + س + ١)

[٢] ٨ − س^٣ = (٢ − س)(٤ + ٢س + س^٢)

[٣] ٨/٢٧ − س^٣ = (٢/٣ − س)(٤/٩ + ٢/٣ س + س^٣)

[٤] ١/٨ − س^٣ = (١/٢ − س)(١/٤ + ١/٢ س + س^٢)

[٥] ٢س^٣ − ٢    اخراج مشترك

٢(س^٣ − ١) = ٢(س − ١)(س^٢ + س + ١)

[٦] ٣ − س^٣/٩    اخراج مشترك

٣(١ − س^٣/٢٧) = ٣(١ − س/٣)(١ + س/٣ + س^٢/٩)

[٧] س^٣ − ٦٤ = (س − ٤)(س^٢ + ٤س + ١٦)

[٨] س^٤ − ٨س    اخراج مشترك

س(س^٣ − ٨) = س(س − ٢)(س^٢ + ٢س + ٤)

[٩] ٢ − س^٣/٤    اخراج مشترك

٢(١ − س^٣/٨) = ٢(١ − س/٢)(١ + س/٢ + س^٢/٤)

[١٠] س^٢ − س^٥

[١١] ٣س − س^٤/٩

[١٢] (س − ١)^٣ − ٢٧

[١٣] ١ − (٢س + ٥)^٣

[١٤] س^٣ − ١/٦٤

[١٥] س^٣ص^٣ − ٢٧

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

## مجموع مكعبين

$$س^٣ + أ^٣ = (س + أ)(س^٢ - أس + أ^٢)$$

نفس

عكس الإشارة

دائماً +

[١] $س^٣ + ١ = (س + ١)(س^٢ - س + ١)$

[٢] $٨ + س^٣ = (٢ + س)(٤ - ٢س + س^٢)$

[٣] $\frac{٨}{٢٧} + س^٣ = (\frac{٢}{٣} + س)(\frac{٤}{٩} - \frac{٢}{٣}س + س^٢)$

[٤] $\frac{١}{٨} + س^٣ = (\frac{١}{٢} + س)(\frac{١}{٤} - \frac{١}{٢}س + س^٢)$

[٥] $٢س^٣ + ٢$ اخراج مشترك

$٢(س^٣ + ١) = ٢(س + ١)(س^٢ - س + ١)$

[٦] $٣ + \frac{س^٣}{٩}$ اخراج مشترك

$٣(١ + \frac{س^٣}{٢٧}) = ٣(١ + \frac{س}{٣})(١ - \frac{س}{٣} + \frac{س^٢}{٩})$

[٧] $س^٣ + ٦٤ = (س + ٤)(س^٢ - ٤س + ١٦)$

[٨] $س^٤ + ٨س$ اخراج مشترك

$س(س^٣ + ٨) = س(س + ٢)(س^٢ - ٢س + ٤)$

[٩] $٢ + \frac{س^٣}{٤}$ اخراج مشترك

$٢(١ + \frac{س^٣}{٨}) = ٢(١ + \frac{س}{٢})(١ - \frac{س}{٢} + \frac{س^٢}{٤})$

[١٠] $س^٢ + س^٥$

[١١] $٣س + \frac{س^٤}{٩}$

[١٢] $(س - ١)^٣ + ٢٧$

[١٣] $١ + (٢س + ٥)^٣$

[١٤] $س^٣ + \frac{١}{٦٤}$

[١٥] $س^٣ص^٣ + ٢٧$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

## تحليل الاقتران التربيعي ثلاثي الحدود

**١** $س^{٢} - ٥س - ٦$

عددين ضربهم ٦ ، طرحهم ٥

$(س - ٦)(س + ١)$

**٢** $س^{٢} - ٣س - ٤$

$(س - ٤)(س + ١)$

**٣** $س^{٢} - ١٠س + ٢٤$

ضربهم ٢٤ مجموعهم ١٠

$(س - ٦)(س - ٤)$

**٤** $س^{٢} - س - ١٢$

$(س - ٤)(س + ٣)$

**٥** $س^{٢} - ٣س + ٢$

$(س - ٢)(س - ١)$

**٦** $س^{٢} - ٢س - ١٥$

$(س - ٥)(س + ٣)$

**٧** $هـ^{٢س} - هـ^{س} - ١٢$

$(هـ^{س} - ٤)(هـ^{س} + ٣)$

**٨** $س^{٢} - ٣أس - ٤أ^{٢}$

$(س - ٤أ)(س + أ)$

**٩** $س^{٢} + (٣ - جـ)س - ٣جـ$

$(س + ٣)(س - جـ)$

**١٠** $-س^{٢} - ٥س - ٦$ إخراج مشترك

$-(س^{٢} + ٥س + ٦)$

$-(س + ٣)(س + ٢)$

**١١** $٣س^{٢} + ٢س - ٥$ بالتجريب

$(٣س + ٥)(س - ١)$

**١٢** $٢س^{٢} + ٥س - ٣$

$(٢س - ١)(س + ٣)$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات

## التأسيس

المنهاج
الجديد

$\boxed{١٣}$ $٥س^{٢} + ٢س - ٣$

$(٥س - ٣)(س + ١)$

$\boxed{١٤}$ $جا^{٢}س - جاس - ٢$

$(جاس - ٢)(جاس + ١)$

$\boxed{١٥}$ $٦س^{٢} - ٧س - ٣$

$\boxed{١٦}$ $س^{٢} - ٤س - ٤٥$

$\boxed{١٧}$ $س^{٢} + ٣س - ١٠$

$\boxed{١٨}$ $٧^{٢س} - ٥ \times ٧^{س} - ٦$

$\boxed{١٩}$ $٧س - ١٢ - س^{٢}$

$\boxed{٢٠}$ $٢س^{٢} - ٨س + ٦$

$\boxed{٢١}$ $٣س^{٢} + ٧س - ٦$

$\boxed{٢٢}$ $س^{٢} - ٢س + ١$

$\boxed{٢٣}$ $س^{٢} - ٦س + ٩$

$\boxed{٢٤}$ $س^{٢} + ١٠س + ٢٥$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

### تحليل العبارة التكعيبية

في حالة العبارة التكعيبية الاكثر من حدين نقوم بإيجاد قواسم الحد المطلق ثم نقوم بعملية القسمة الطويلة

$\boxed{١}$ $س^{٣} - ٣س^{٢} + ٣س - ١$ ← قواسم الحد المطلق $±١$

$\boxed{١}$

| $س^{٣}$ | $س^{٢}$ | $س$ | ث |
|---|---|---|---|
| ١ | -٣ | ٣ | -١ |
| ↓ | ١ | -٢ | ١ |
| ١ | -٢ | ١ | ٠ |

$(س - ١)(س^{٢} - ٢س + ١)$

$(س - ١)(س - ١)(س - ١)$

$\boxed{٢}$ $٢س^{٣} - ٣س - ١٠$

$±٢$، $±٥$، $±١$، $±١٠$

$\boxed{٢}$

| $س^{٣}$ | $س^{٢}$ | $س$ | ث |
|---|---|---|---|
| ٢ | ٠ | -٣ | -١٠ |
| ↓ | ٤ | ٨ | ١٠ |
| ٢ | ٤ | ٥ | ٠ |

$(س - ٢)(٢س^{٢} + ٤س + ٥)$

$\boxed{٣}$ $س^{٣} + س - ١٠$

$\boxed{٤}$ $٢س^{٣} - ٣س^{٢} - ٦س - ٩$

$\boxed{٥}$ $٢س^{٣} - س^{٢} + ٣س - ٥$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

المنهاج
الجديد

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

### مفكوك القوس التربيعي

$(س \pm م)^٢ = س^٢ \pm ٢ \times م \times س + م^٢$

الاول$^٢$ $\pm$ ٢ × الاول × الثاني + الثاني$^٢$

نفس اشارة الاوسط

١) $(س^٢ - ٣)^٢ = س^٤ - ٢ \times ٣ \times س^٢ + ٣^٢$

$س^٤ - ٦س^٢ + ٩$

٢) $(٣س + ١)^٢ = (٣س)^٢ + ٢ \times ٣س \times ١ + ١^٢$

$= ٩س^٢ + ٦س + ١$

٣) $(٢ - س)^٢ = ٤ - ٢ \times ٢ \times س + س^٢$

$= ٤ - ٤س + س^٢$

٤) $(٢س + ٥)^٢ = ٤س^٢ + ٢ \times ٢س \times ٥ + ٢٥$

$= ٤س^٢ + ٢٠س + ٢٥$

٥) $(٣ - ٥س)^٢ = ٩ - ٢ \times ٣ \times ٥س + (٥س)^٢$

$= ٩ - ٣٠س + ٢٥س^٢$

٦) $(\frac{١}{٢} - س)^٢$

٧) $(٣س - \frac{١}{٤})^٢$

٨) $(\frac{١}{٢}س - ٣)^٢$

٩) $(٢س - \frac{٥}{٣})^٢$

١٠) $(س + \frac{٣}{٢})^٢$

١١) $(س^٣ - \frac{٢}{٣})^٢$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

### مفكوك القوس التكعيبي

$(س + م)^٣ = س^٣ + ٣ × س^٢ × م + ٣ × س × م^٢ + م^٣$

$(س - م)^٣ = س^٣ - ٣ × س^٢ × م + ٣ × س × م^٢ - م^٣$

$\boxed{١}$ $(س - ٣)^٣$

$= س^٣ - ٣ × س^٢ × ٣ + ٣ × س × ٣^٢ - ٢٧$

$= س^٣ - ٩س^٢ + ٢٧س - ٢٧$

$\boxed{٢}$ $(٣ - ٢س)^٣$

$= ٣^٣ - ٣ × ٣^٢ × ٢س + ٣ × ٣ × (٢س)^٢ + (٢س)^٣$

$= ٢٧ - ٥٤س + ٣٦س^٢ + ٨س^٣$

$\boxed{٣}$ $(١ + س)^٣$

$= ١^٣ + ٣ × ١^٢ × س + ٣ × ١ × س^٢ + س^٣$

$= ١ + ٣س + ٣س^٢ + س^٣$

$\boxed{٤}$ $(٢ - س)^٣$

$\boxed{٥}$ $(\frac{١}{٢} + س)^٣$

$\boxed{٦}$ $(س^٢ + ٣)^٣$

$\boxed{٧}$ $(٢س - ٥)^٣$

$\boxed{٨}$ $(١ - ٢س^٢)^٣$

$\boxed{٩}$ $(٣س - ٤)^٣$

$\boxed{١٠}$ $(\frac{١}{٢}س - ٣)^٣$

$\boxed{١١}$ $(٢س - ٤)^٣$

# الإقترانات

## كثيرات الحدود :

### أ – الإقتران الثابت

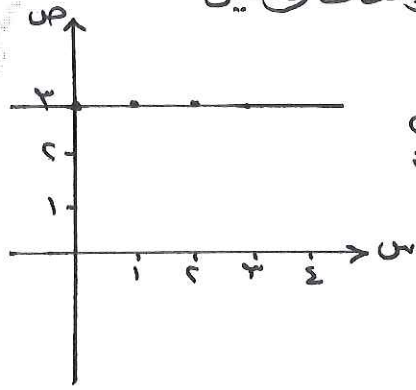
يكتب على الصورة ق(س) = م
حيث م عدد ثابت

مجاله ح
مداه م
الميل صفر

**١** اذا كان ق(س) = ٣
جد ق(-١) ، ق(½)، ق(٣) وارسمه
وجد المجال والمدى والميل

الحل :

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ق(س) | ٣ | ٣ | ٣ |

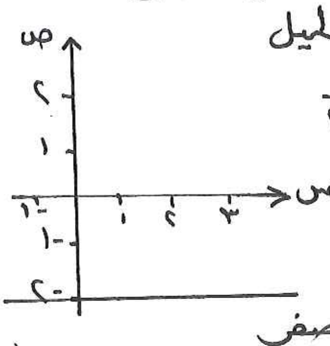


ق(-١) = ٣
ق(½) = ٣
ق(٣) = ٣
المجال ح
المدى ٣   الميل = صفر

**٢** اذا كان ق(س) = -٢ جد ق(-١)
ق(-٣) ، ق(٠) ، ق(٢) ثم ارسمه
وجد المجال والمدى والميل

الحل :

| س | -١ | ٠ | ١ |
|---|---|---|---|
| ق(س) | -٢ | -٢ | -٢ |

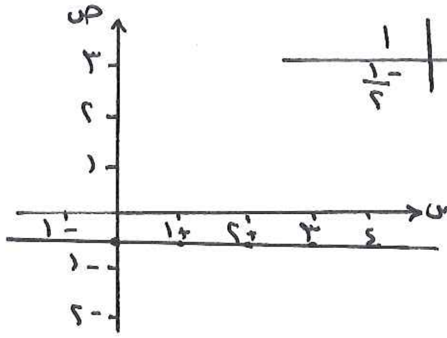


ق(-٣) = -٢
ق(٠) = -٢
ق(٢) = -٢
المجال ح
المدى {-٢}
الميل صفر

**٣** اذا كان ق(س) = -½ جد ق(٠) ، ق(١)
وجد المجال والمدى والميل ثم ارسمه

الحل :-

| س | -١ | ٠ | ١ |
|---|---|---|---|
| ق(س) | -½ | -½ | -½ |



المجال ح
المدى {-½}
الميل صفر
ق(-½) = -½
ق(٠) = -½
ق(١) = -½

**٤** اذا كان ق(س) = -١ جد ق(٠)
ق(-٢) ، ق(٥) ثم ارسمه وجد
المجال والمدى والميل

**٥** اذا كان ق(س) = ٦و. جد ق(٠)
ق(-١) ، ق(٢) ثم ارسمه وجد المجال والمدى

# الإقترانات

## كثيرات الحدود :

### ب – الإقتران الخطي

يكتب على الصورة ق(س) = أ س + ب

المجال ح
المدى ح
الميل أ

اذا كان أ(+) متزايد
أ(−) متناقص

---

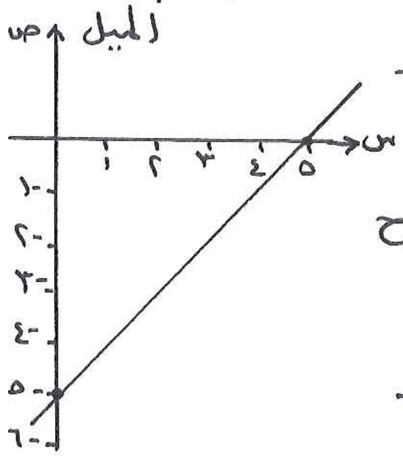
٣ اذا كان ق(س) = س − ٥ ارسمه ثم جد ق(−١) ، ق(٥) ، ق(٣) ، المجال ، المدى ، الميل

الحل:

ق(−١) = −١ − ٥ = −٦
ق(٥) = ٥ − ٥ = ٠
ق(٣) = ٣ − ٥ = −٢

المجال ح المدى ح
الميل ١

| س | ٠ | ٥ |
|---|---|---|
| ق(س) | −٥ | ٠ |



---

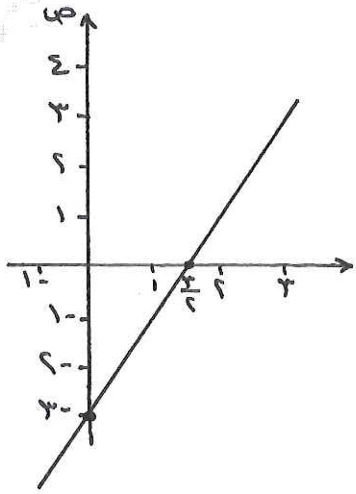
١ اذا كان ق(س) = ٢س − ٣ ارسمه ثم جد ق(٢) ، ق(−٣) ، ق(٥) ، المجال ، المدى ، الميل

الحل:

المجال ح
المدى ح
الميل ٢

ق(٢) = ٢×٢ − ٣ = ١
ق(−١) = ٢×−٣ − ٣ = −٩
ق(٥) = ٢×٥ − ٣ = ٧

| س | ٠ | $\frac{٣}{٢}$ |
|---|---|---|
| ق(س) | −٣ | ٠ |



---

٤ اذا كان ق(س) = ٣ − ٤س ارسمه ثم جد ق(٠) ، ق(−١) ، ق(١) المجال ، المدى ، الميل

---

٢ اذا كان ق(س) = ٢ − ٣س ارسمه ثم جد ق(−١) ، ق(٢) ، ق(−٣) ، المجال ، المدى الميل

---

٥ اذا كان ق(س) = ٢ − س ارسمه ثم جد ق(−٢) ، ق(٢) ، ق(٥) ، المجال ، المدى ، الميل

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

## الإقترانات

### كثيرات الحدود :

### ج – الإقتران التربيعي

الصورة العامة ق(س) = $أس^2 + ب س + جـ$

المميز $ب^2 - ٤أجـ$

المميز > ٠ حلان
المميز < ٠ لايوجد حل
المميز = ٠ حل وحيد

القانون العام $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أجـ}}{٢أ}$

لرسم الاقتران التربيعي
يجب ايجاد $\left(\frac{-ب}{٢أ} ، ق\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$ نقطة الرأس

المجال ح

المدى:
أ(+) ← ص ≥ ق$\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)$
أ(-) ← ص ≤ ق$\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)$

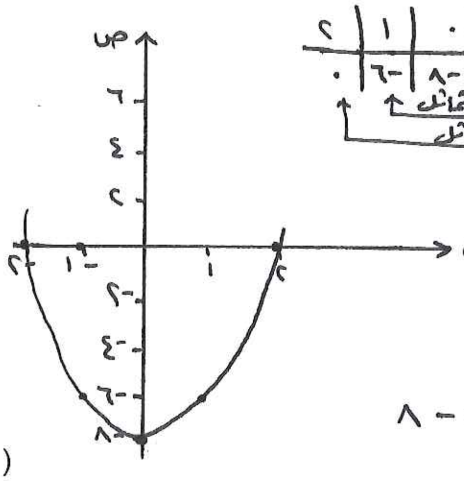
**[١]** اذا كان ق(س) = $٢س^2 - ٨$ ارسمه ثم جد مجاله ومداه

الحل: ∴ أ = ٢ ، ب = ٠ ، جـ = -٨

$\frac{-ب}{٢أ} = \frac{-(٠)}{٢×٢} = \frac{٠}{٤} = ٠$

| س | -٢ | -١ | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | ٠ | -٦ | -٨ | -٦ | ٠ |

تماثل
تماثل



المجال ح
المدى ص ≥ -٨

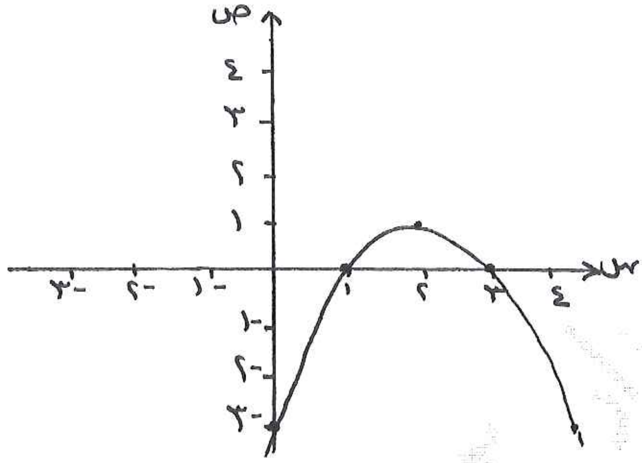
**[٢]** اذا كان ق(س) = $٤س - س^2 - ٣$
جد مجاله ومداه ثم ارسمه

الحل: أ = -١ ، ب = ٤ ، جـ = -٣

$\frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٤}{٢×-١} = \frac{-٤}{-٢} = ٢$ نقطة الرأس

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |
|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | -٣ | ٠ | ١ | ٠ | -٣ |

المجال ح المدى ص ≤ ١



**[٣]** اذا كان ق(س) = $٢س - س^2 - ٥$
ارسمه ثم جد ق(٠) ، ق(-٢) ، مجاله ومداه

# الإقترانات

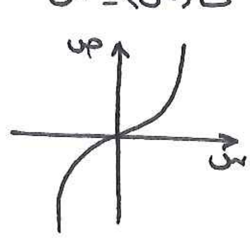
## كثيرات الحدود :

### د – الإقتران التكعيبي

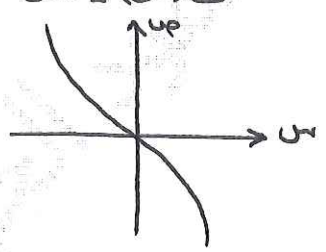
يكتب على الصورة ق(س) = أ س$^3$ + ب س$^2$ + جـ س + د

مجاله ح ، مداه ح

ق(س) = س$^3$



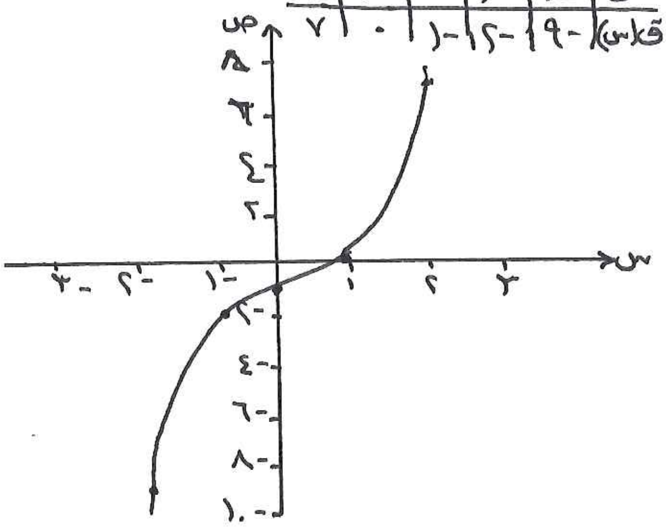

ق(س) = − س$^3$




$\boxed{١}$ اذا كان ق(س) = س$^3$ − ١ جد مجاله ومداه ثم ارسمه

الحل المجال ح المدى ح

| س | −٢ | −١ | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | −٩ | −٢ | −١ | ٠ | ٧ |




$\boxed{٢}$ اذا كان ق(س) = ٤ − س$^3$ جد مجاله ومداه ثم ارسمه

$\boxed{٣}$ اذا كان ق(س) = س$^3$ − ٢س − ٤ جد مجاله ومداه ثم ارسمه

$\boxed{٤}$ اذا كان ق(س) = ٢س − س$^3$ جد مجاله ومداه ثم ارسمه

# الإقترانات

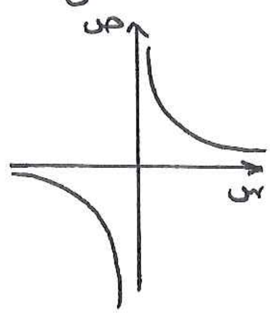
## الإقتران النسبي

يكتب على الصورة $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$

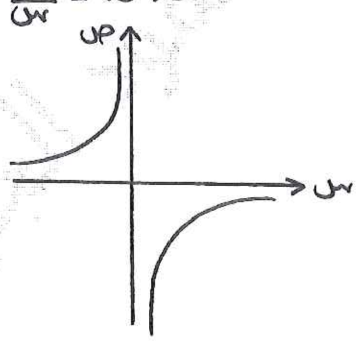
المجال ح - أصفار المقام

المدى ح

$ق(س) = \frac{1}{س}$




$ق(س) = \frac{-1}{س}$




$\boxed{1}$ اذا كان $ق(س) = \frac{س - ٣}{س}$

نجد مجاله ، ومداه

الحل: المجال ح - {٠}

المدى ح

$\boxed{2}$ اذا كان $ق(س) = \frac{٢}{س - ١}$

نجد مجاله ومداه

الحل: المجال ح - {١}

المدى ح

$\boxed{3}$ اذا كان $ق(س) = \frac{-١}{س + ٢}$

نجد مجاله ومداه

$\boxed{4}$ اذا كان $ق(س) = \frac{٣س - ٢}{س^٢ - ١}$

نجد مجاله ، ومداه

الحل: المجال ح - {$\pm$١}

المدى ح

## الإقترانات

### إقتران الجذر التربيعي

يكتب على الصورة $ق(س) = \sqrt{\phantom{x}}$

المجال ما يجعل تحت الجذر (+)

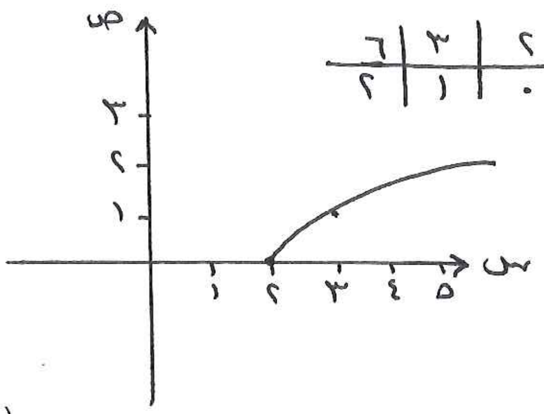
المدى $ح^+$

$\boxed{١}$ اذا كان $ق(س) = \sqrt{س - ٢}$ جد مجاله . ومداه ثم ارسمه

الحل: $س - ٢ = ٠ \Leftarrow س = ٢$

المجال $[٢ ، \infty)$ المدى $ح^+$

| س | ٢ | ٣ | ٦ |
|---|---|---|---|
| ق(س) | ٠ | ١ | ٢ |

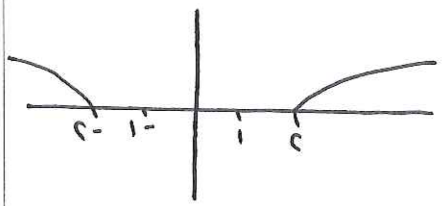


$\boxed{٢}$ اذا كان $ق(س) = \sqrt{س^٢ - ٤}$ جد مجاله ومداه . ثم ارسمه

الحل: $س^٢ - ٤ = ٠ \Leftarrow س^٢ = ٤$ $س = \pm ٢$

المجال $(-\infty ، -٢] \cup [٢ ، \infty)$

المدى $ح^+$



$\boxed{٣}$ اذا كان $ق(س) = \sqrt{١ - س^٢}$ جد مجاله ومداه

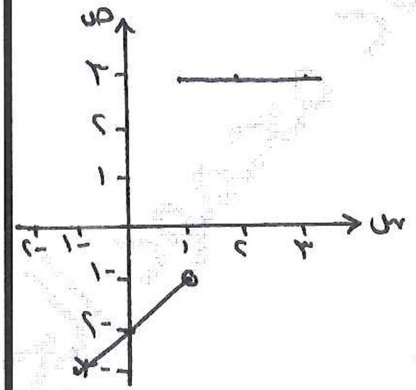
$\boxed{٤}$ اذا كان $ق(س) = \sqrt{س^٢ - ٣س - ٤}$ جد مجاله ومداه

# الإقترانات

## الإقتران المتشعب الصريح

١) ق(س) = { س − ٢ ، س < ١
             ٣ ، س ≥ ١

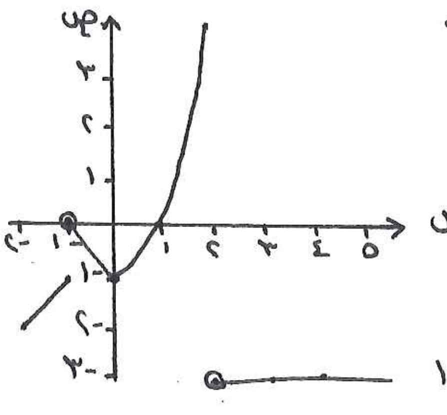
جد ق(٠)، ق(١)، ق(−١)، ق(٢)
ثم ارسمه



ق(٠) = ٠ − ٢ = −٢
ق(١) = ١ − ٢ = −١
ق(−١) = −١ − ٢ = −٣
ق(٢) = ٣

٢) ق(س) = { س ، س ≤ −١
             س² − ١ ، −١ < س ≤ ٢
             −٣ ، س > ٢

جد ق(−١)، ق(٠)، ق(٤)، ق(−٢)
ثم ارسمه
الحل:



ق(−١) = −١
ق(٠) = ٠² − ١ = −١
ق(٤) = −٣
ق(−٢) = −٢

٣) اذا كان ق(س) = { −١ ، س ≤ −٢
                     س ، −٢ < س < ٢
                     س + ١ ، س ≥ ٢

جد ق(−٢)، ق(٠)، ق(١٠) ثم ارسمه

٤) اذا كان ق(س) = { ٢ ، س < −١
                     ٢س ، −١ ≤ س ≤ ١
                     −س ، س > ١

جد ق(−١)، ق(−٣)، ق(١)، ق(٠)
ثم ارسمه

# الإقترانات

## إقتران القيمة المطلقة | |

### اولا : حل معادلات تحتوي على قيمة مطلقة

١) جد مجموعة الحل للمعادلة |س+١| = ٣

الحل: س + ١ = ٣ أو س + ١ = -٣

س = ٢ ، س = -٤

م.ح = {٢ ، -٤}

٢) جد مجموعة الحل للمعادلة |٢س-٣| = ٥

الحل:

اما ٢س - ٣ = ٥ أو ٢س - ٣ = -٥

٢س = ٨ ، ٢س = -٢

س = ٤ ، س = -١

م.ح = {-١ ، ٤}

٣) جد مجموعة حل المعادلة |٢-س| = ٤

٤) جد مجموعة حل المعادلة |٣س-٥| = ٥

### ثانيا :حل متباينات تحتوي على قيمة مطلقة

١) |س-٢| ≥ ٤

اما س - ٢ ≥ ٤ ، س - ٢ ≤ -٤

س ≥ ٦ ، س ≤ -٢

-٢ ، ٦

(-∞ ، -٢] ∪ [٦ ، ∞)

مغلقة لوجود مساواة

٢) |س+٣| < ٦

اما س + ٣ < ٦ أو س + ٣ > -٦

س < ٣ ، س > -٩

-٩ ، ٣

(-٩ ، ٣)

٣) |٢ - ٣س| ≥ ٣

٢ - ٣س ≥ ٣ ، ٢ - ٣س ≤ -٣

-٣س ≥ ١ ÷ -٣ ، -٣س ≤ -٥

تقلب عند الضرب على (-)

س ≤ -١/٣ ، س ≥ ٥/٣

-١/٣ ، ٥/٣

(-∞ ، -١/٣] ∪ [٥/٣ ، ∞)

٤) |٢س - ٥| < ٥

٥) |٦ - ٣س| ≥ ٢

## الإقترانات

### إقتران القيمة المطلقة

**ثالثا : اعادة تعريف القيمة المطلقة**

خطوات اعادة التعريف

١- مساواه ماداخل المطلق بالصفر

٢- وضع صفر الاقتران على خط الأعداد

٣- نعوض الاشارات على خط الاعداد

---

$\boxed{٢}$ أعد تعريف $\text{ق(س)} = |\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣|$

الحل: $\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣ = ٠$

$(\text{س} - ٣)(\text{س} + ١) = ٠$

$\text{س} = ٣ \qquad \text{س} = -١$

$$\underbrace{\text{س}^{٢}-٢\text{س}-٣}_{+\,+\,+\,+} \quad -١ \quad \underbrace{-\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٣}_{-\,-\,-\,-} \quad ٣ \quad \underbrace{\text{س}^{٢}-٢\text{س}-٣}_{+\,+\,+\,+\,+}$$

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٢}-٢\text{س}-٣ \text{ ، } & \text{س} < -١ \\ -\text{س}^{٢}+٢\text{س}+٣ \text{ ، } & -١ \le \text{س} \le ٣ \\ \text{س}^{٢}-٢\text{س}-٣ \text{ ، } & \text{س} > ٣ \end{cases}$$

---

$\boxed{١}$ أعد تعريف $\text{ق(س)} = |\text{س} - ٢|$

الحل:

$\text{س} - ٢ = ٠ \Leftarrow \text{س} = ٢$

$$\underbrace{-\text{س}+٢}_{-\,-\,-\,-\,-\,-} \quad ٢ \quad \underbrace{\text{س}-٢}_{+\,+\,+\,+\,+\,+}$$

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} -\text{س}+٢ \text{ ، } & \text{س} < ٢ \\ \text{س}-٢ \text{ ، } & \text{س} \ge ٢ \end{cases}$$

---

$\boxed{٣}$ أعد تعريف $\text{ق(س)} = \dfrac{|\text{س}-٣|}{\text{س}-٣} \text{ ، } \text{س} \ne ٣$

الحل: $\text{س} - ٣ = ٠ \Leftarrow \text{س} = ٣$

$$\underbrace{٣-\text{س}}_{-\,-\,-} \quad ٣ \quad \underbrace{\text{س}-٣}_{+\,+\,+\,+}$$

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{٣-\text{س}}{\text{س}-٣} \text{ ، } & \text{س} < ٣ \\[2ex] \dfrac{\text{س}-٣}{\text{س}-٣} \text{ ، } & \text{س} > ٣ \end{cases}$$

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} -١ \text{ ، } & \text{س} < ٣ \\ ١ \text{ ، } & \text{س} > ٣ \end{cases}$$

# المتميز في الرياضيات

## التأسيس

$\boxed{4}$ أعد تعريف ق(س) :

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{|\text{س}|}{\text{س}} , & \text{س} \neq 0 \\ 5 , & \text{س} = 0 \end{cases}$$

الحل : $\text{س} = 0$

$$\begin{array}{c} -\text{س} \qquad \text{س} \\ \hline - - - \; 0 \; + + + \end{array}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{-\text{س}}{\text{س}} , & \text{س} < 0 \\ \dfrac{\text{س}}{\text{س}} , & \text{س} > 0 \\ 5 , & \text{س} = 0 \end{cases}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} -1 , & \text{س} < 0 \\ 1 , & \text{س} > 0 \\ 5 , & \text{س} = 0 \end{cases}$$

$\boxed{5}$ $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}} + |\text{س} - 2|$ ، $\text{س} \in [0 , 4]$

الحل : $\text{س} - 2 = 0 \Leftarrow \text{س} = 2$

$$\begin{array}{c} 2 - \text{س} \qquad \text{س} - 2 \\ \hline 0 \; - - - \; 2 \; + + + \; 4 \end{array}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \sqrt{\text{س}} + 2 - \text{س} , & 0 \leq \text{س} < 2 \\ \sqrt{\text{س}} + \text{س} - 2 , & 2 \leq \text{س} \leq 4 \end{cases}$$

$\boxed{6}$ إذا كان ق(س) =

$$\begin{cases} 2\text{س} , & 0 < \text{س} < 1 \\ 2\text{س} - |1 - \text{س}^2| , & 1 \leq \text{س} < 2 \end{cases}$$

الحل :

$1 - \text{س}^2 = 0 \Leftarrow \text{س}^2 = 1 \Leftarrow \text{س} = \pm 1$

$$\begin{array}{c} -1 + \text{س}^2 \quad 1 - \text{س}^2 \quad -(1 + \text{س}^2) \\ \hline - - - \; -1 \; + + + \; 1 \; - - - \end{array}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 2\text{س} , & 0 < \text{س} < 1 \\ 2\text{س} - (-1 + \text{س}^2) , & 1 \leq \text{س} < 2 \end{cases}$$

$\boxed{6}$ إذا كان ق(س) =

$$\begin{cases} \dfrac{9\text{س}^2 - 1}{\sqrt{1 - 6\text{س} + 9\text{س}^2}} , & -\frac{1}{3} < \text{س} < \frac{1}{3} \\ -2 , & \text{س} = \frac{1}{3} \\ -6\text{س} + 2 , & \frac{1}{3} < \text{س} < \frac{4}{3} \end{cases}$$

$\sqrt{9\text{س}^2 - 6\text{س} + 1} = \sqrt{(3\text{س} - 1)(3\text{س} - 1)} = \sqrt{(3\text{س} - 1)^2}$

$= |3\text{س} - 1|$ شكل آخر للطلبة

$3\text{س} - 1 = 0$ ، $\boxed{\text{س} = \frac{1}{3}}$

$$\begin{array}{c} 1 - 3\text{س} \qquad 3\text{س} - 1 \\ \hline - - - \; \frac{1}{3} \; + + + + + \end{array}$$

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{9\text{س}^2 - 1}{1 - 3\text{س}} , & -\frac{1}{3} < \text{س} < \frac{1}{3} \\ -2 , & \text{س} = \frac{1}{3} \\ -6\text{س} + 2 , & \frac{1}{3} < \text{س} < \frac{4}{3} \end{cases}$$

# المتميز في الرياضيات

## التأسيس

$\boxed{٧}$ اذا كان ق(س) $= \dfrac{|س^2 - ٥س + ٤|}{س(س-١)}$ ،
حيث س ∈ (١، ٥] ، اعد تعريف ق(س)

$\boxed{٨}$ ق(س) $= \begin{cases} ٣س^2 + \dfrac{١}{س} - س \text{ ، } ١ \le س \le ٣ \\ \dfrac{|س-٣|}{س^2 - ٩} \text{ ، } ٣ < س < ٤ \end{cases}$

اعد تعريف ق(س)

$\boxed{٩}$ اعد تعريف ق(س) $= \dfrac{٥ - |٣س + ١١|}{س^3 + ٨}$

$\boxed{١٠}$ اعد تعريف
ق(س) $= \begin{cases} \dfrac{|س^2 - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} \text{ ، } س > ٥ \\ \text{جتا} \dfrac{\pi}{٥} س + ٥ \text{ ، } س < ٥ \end{cases}$

**١١** اعد تعريف ق(س) = |س| + |س-٢| + ٥

الحل |س| ⇐ س = ٠

-س | س
- - - ٠ + +

|س-٢| ⇐ س = ٢

٢-س | س-٢
- - - - ٢ + +

-س | س | س
٢-س ٠ ٢-س ٢ س-٢

ق(س) = {
(-س)+(٢-س)+٥ ، س < ٠
س + (٢-س)+٥ ، ٠ ≤ س ≤ ٢
س + س-٢+٥ ، س > ٢

**١٢** اعد تعريف

ق(س) = {
٥س - ٩ ، س ≤ ٢
٢ - ½س ، ٢ < س ≤ ٤
|س-٤| ، س > ٤

**١٣** ق(س) = |١ - س| + |٢س - ٥| + ٤

اعد تعريفه

**١٤** ق(س) = {
∛س + |س| ، -٢ ≤ س < ٠
٤/(س+١) ، ٠ ≤ س < ٣
٦ ، س = ٣

اعد تعريف ق(س)

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

## الإقترانات

### إقتران اكبر عدد صحيح

**اولا : حل معادلات تحتوي اكبر عدد صحيح**

1) جد مجموعة حل المعادلة [٣س] = ٤

الحل: ٤ ≤ ٣س < ٥      ÷ ٣

٤/٣ ≤ س < ٥/٣

مجموعة الحل [٤/٣ ، ٥/٣)

2) جد مجموعة الحل للمعادلة [-٢س] = ٥

الحل:

٥ ≤ -٢س < ٦      ÷ -٢

-٥/٢ ≥ س > -٦/٢

-٥/٢ ≥ س > -٣

مجموعة الحل (-٣ ، -٥/٢]

3) جد مجموعة حل المعادلة [٢-٣س] = ٥

الحل:

٥ ≤ ٢-٣س < ٦      - ٢

٣ ≤ -٣س < ٤      ÷ -٣

-١ ≥ س > -٤/٣

مجموعة الحل (-٤/٣ ، -١]

**ثانيا : حل متباينات تحتوي على اكبر عدد صحيح**

1) ٢ < [س+١] < ٤

الحل [س+١] = ٣

٣ ≤ س+١ < ٤      - ٣

٢ ≤ س < ٣

مجموعة الحل [٢ ، ٣)

2) جد مجموعة حل المتباينة ١ ≤ [٢س-١] < ٢

الحل [٢س-١] = ١

١ ≤ ٢س-١ < ٢      + ١

٢ ≤ ٢س < ٣      ÷ ٢

١ ≤ س < ٣/٢

[١ ، ٣/٢)

3) جد مجموعة الحل للمتباينة -١ ≤ [١-٣س] < ٢

4) جد مجموعة الحل للمتباينة ٣ < [٣س+١] < ٤

الحل:      ϕ      لا يوجد عدد صحيح بين ٣ ، ٤

## الإقترانات

### إقتران اكبر عدد صحيح

**ثالثا : اعادة تعريف اكبر عدد صحيح**

خطوات اعادة التعريف

١ - نجد الارتكاز : مساواة ما داخل اكبر عدد صحيح بالصفر . ونضعه على خط الأعداد

٢ - نجد طول الدرجة $\frac{1}{|\text{معامل س}|}$

٣ - نقطع خط الاعداد حسب طول الدرجة

٤ - اذا كان معامل س (+) المساواة على اليمين

٥ - اذا كان معامل س (-) المساواة على اليسار

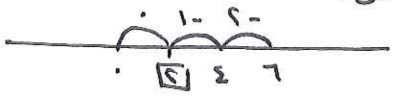
$\boxed{2}$ ق(س) = $[\, 1 - \frac{\text{س}}{2} \,]$ ، س ∈ [١ ، ٦]

الحل :

$1 - \frac{\text{س}}{2} = 0$

$\boxed{\text{س} = 2}$

$\text{ل} = \frac{1}{|\frac{1}{2}|} = 2$



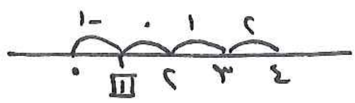

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} 0 \ , & \text{س} = 1 \\ 0 \ , & 1 < \text{س} \leq 2 \\ -1 \ , & 2 < \text{س} \leq 4 \\ -2 \ , & 4 < \text{س} \leq 6 \end{cases}$$

$\boxed{1}$ أعد تعريف ق(س) = [س - ١] ، س ∈ [٠ ، ٤]

س - ١ = ٠

س = ١ الارتكاز

$\text{ل} = \frac{1}{1} = 1$




$$\text{ق(س)} = \begin{cases} -1 \ , & 0 \leq \text{س} < 1 \\ 0 \ , & 1 \leq \text{س} < 2 \\ 1 \ , & 2 \leq \text{س} < 3 \\ 2 \ , & 3 \leq \text{س} < 4 \\ 3 \ , & \text{س} = 4 \end{cases}$$

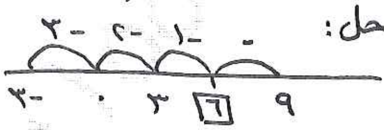
$\boxed{3}$ ق(س) = $[\, \frac{\text{س}}{3} - 2 \,]$ ، س ∈ [-٢ ، ٧]

الحل :

$\frac{\text{س}}{3} - 2 = 0$

$\boxed{\text{س} = 6}$

$\text{ل} = \frac{1}{|\frac{1}{3}|} = 3$




$$\text{ق(س)} = \begin{cases} -3 \ , & -2 \leq \text{س} < 0 \\ -2 \ , & 0 \leq \text{س} < 3 \\ -1 \ , & 3 \leq \text{س} < 6 \\ 0 \ , & 6 \leq \text{س} < 7 \\ 0 \ , & \text{س} = 7 \end{cases}$$

[٤] ق(س) = { س² - ٢س + ١ ، س < ٣
[س + ١] ، ٣ ≤ س < ٤
٩ - ٢س ، س ≥ ٤ }

الحل: س + ١ = ٠ ⟸ س = -١ ، ل = ١

-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

ق(س) = { س² - ٢س + ١ ، س < ٣
٤ ، ٣ ≤ س < ٤
٩ - ٢س ، س ≥ ٤ }

[٦] ق(س) = { (٩س² - ١)/(١ - ٣س) ، -١/٣ < س < ١/٣
-٢ ، س = ١/٣
-٦س - [س] ، ١/٣ < س < ٤/٣ }

الحل: س = ٠ ، ل = ١

٠ ، ١ ، ٢

ق(س) = { (٩س² - ١)/(١ - ٣س) ، -١/٣ < س < ١/٣
-٢ ، س = ١/٣
-٦س - ٠ ، ١/٣ < س < ١
-٦س - ١ ، ١ ≤ س < ٤/٣ }

[٥] ق(س) = { (٥ - س²) - [٢س + ٣] ، ٠ < س < ١
٢س - ٣ ، ١ ≤ س < ٢ }

الحل: ٢س + ٣ = ٠ ⟸ س = -٣/٢ ، ل = ١/٢

-٢ ، -٣/٢ ، -١ ، -١/٢ ، ٠ ، ١/٢ ، ١

ق(س) = { (٥ - س²) - ٣ ، ٠ < س < ١/٢
(٥ - س²) - ٤ ، ١/٢ ≤ س < ١
٢س - ٣ ، ١ ≤ س < ٢ }

[٧] إذا كان ق(س) = (س + ٢)/[٥ - س] ، س ∈ (٤ ، ٧)

الحل: ٥ - س = ٠ ⟸ س = ٥ ، ل = ١

٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧

ق(س) = { (س + ٢)/٠ ، ٤ < س ≤ ٥
(س + ٢)/-١ ، ٥ < س ≤ ٦
(س + ٢)/-٢ ، ٦ < س < ٧ }

ق(س) = { غير معرف ، ٤ < س ≤ ٥
(س + ٢)/-١ ، ٥ < س ≤ ٦
(س + ٢)/-٢ ، ٦ < س < ٧ }

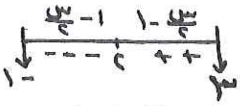
الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## التأسيس

المنهاج
الجديد

**٨** اذا كان ق(س) = { |س/٢ − ١| ، −١ ≤ س < ٣
 [½س + ٢] ، ٣ ≤ س < ٤

الحل: س/٢ − ١ = ٠ ⟸ س = ٢




[½س + ٢] ⟸ س = −٤ ، ل = ٢


ق(س) = { ١ − س/٢ ، −١ ≤ س < ٢
 س/٢ − ١ ، ٢ ≤ س < ٣
 ٣ ، ٣ ≤ س < ٤

**١٠** ق(س) = √([س] + س) ، س ∈ (١ ، ٢]

**٩** ق(س) = { ٥س − ٩ ، س ≤ ٢
 [٢ − ½س] ، ٢ < س ≤ ٤
 |س − ٤| ، س > ٤

**١١** ق(س) = { (س² − ١)/(س + ١) ، −٢ ≤ س < −١
 س[س] + ١ ، −١ ≤ س < ١

المستوى الثالث
المنهاج الجديد
ساعة ونصف

# امتحان التأسيس في الرياضيات
## الفرع العلمي والصناعي

الأستاذ
محمود الجزار
٠٧٨٧٩٦٤١٦٨ - ٠٧٩٠١٥٥١٦٢

---

**س١** جد قيمة ما يلي بأبسط صورة

أ- $\left(\frac{٢}{س} - \frac{٢}{٥}\right)\left(\frac{١}{س^{٢} - ٢٥}\right)$

ب- $\frac{س^{٤} - ٢س^{٢} + ١}{س^{٣} - ١}$

جـ- $\frac{(٦٤)^{س} - ٨^{س}}{١ - ٨^{س}}$

د- $\frac{٣س^{٢} - ١٠س + ٨}{س - ١}$

**س٢** جد مجموعة الحل لكل مما يلي

أ- $|٢س - ١| = ٣$

ب- $|١ - س| \leq ٢$

جـ- $[\![١ - ٢س]\!] = -٢$

د- $٠ < [\![٢ - ٣س]\!] < ٢$

**س٣** أعد تعريف كل مما يلي

أ- $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣ - س}{|س - ٣|} & ، س \geq ٣ \\ س^{٢} + ٢س & ، س < ٣ \end{cases}$

ب- $ق(س) = [\![٢س - ٠٫٢]\!]$
حيث $س \in [-١ ، ١]$

جـ- $ل(س) = \begin{cases} \sqrt{س - ٣} & ، س > ٣ \\ |س^{٢} - ٩| & ، س \leq ٣ \end{cases}$

د- $ع(س) = \begin{cases} ٢س & ، س < ٢ \\ [\![٠٫٥س + ٢]\!] & ، ٢ \leq س < ٤ \\ \frac{٥س}{س^{٢} - ٣٦} & ، س \geq ٤ \end{cases}$

انتهت الأسئلة

# الوحدة الاولى

# النهايات والاتصال

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

## حساب النهاية بالجدول

النهاية هي سلوك الاقتران عندما يقترب متغيره من عدد ما و يرمز لها بالرمز ، نها .

نها ق(س) (س ← م) ← تقرأ نهاية ق(س) عندما تقترب س من العدد م

نها ق(س) (س ← م+) تعني النهاية عندما س تقترب من اليمين

نها ق(س) (س ← م-) تعني النهاية عندما س تقترب من اليسار

اذا تساوت النهاية من اليمين واليسار تكون النهاية موجودة

[١] الجدول التالي يبين سلوك ق(س) عندما س تقترب الى ٣ من اليمين واليسار

| س | ٣,١ | ٣,٠١ | ٣,٠٠١ | ٣ | ٢,٩٩٩ | ٢,٩٩ | ٢,٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | ٤,١ | ٤,٠١ | ٤,٠٠١ | | ١,٩٩٩ | ١,٩٩ | ١,٩ |

اعتماداً على الجدول جد ما يلي

أ) نها ق(س) (س ← ٣+)   ب) نها ق(س) (س ← ٣-)   جـ) نها ق(س) (س ← ٣)

الحل: أ) نها ق(س) (س ← ٣+) = ٤

ب) نها ق(س) (س ← ٣-) = ٢

جـ) نها ق(س) (س ← ٣) = غ.م ← تعني غير موجوده

[٢] اعتماداً على الجدول التالي والذي يبين سلوك ق(س) عندما س ← ٢ جد ما يلي

| س | ٢,١ | ٢,٠١ | ٢,٠٠١ | ٢ | ١,٩٩٩ | ١,٩٩ | ١,٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | ٥,١ | ٥,٠١ | ٥,٠٠١ | | ٤,٩٩٩ | ٤,٩٩ | ٤,٩ |

أ) ق(٢)   ب) نها ق(س) (س ← ٢+)   جـ) نها ق(س) (س ← ٢-)

د) نها ق(س) (س ← ٢)

الحل: أ) ق(٢) = غير معرف

ب) نها ق(س) (س ← ٢+) = ٥

جـ) نها ق(س) (س ← ٢-) = ٥

د) نها ق(س) (س ← ٢) = ٥

[٣] جد نها ق(س) (س ← ٤) باستخدام الجدول إن وجدت

| س | ٤,١ | ٤,٠١ | ٤,٠٠١ | ٤ | ٣,٩٩٩ | ٣,٩٩ | ٣,٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | ٥,٢ | ٥,٠٢ | ٥,٠٠٢ | ٥ | ٣- | ٣- | ٣- |

الحل:

[٤] اعتماداً على الجدول التالي والذي يمثل قيم ق(س) عندما س ← ٣ جد نها ق(س) (س ← ٣+)

| س | ٣,١ | ٣,٠١ | ٣,٠٠١ | ٣ | ٢,٩٩٩ | ٢,٩٩ | ٢,٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | ٤,١ | ٤,٠١ | ٤,٠٠١ | | ٥,٩٩٩ | ٥,٩٩ | ٥,٩ |

الحل:

نها ق(س) (س ← ٣+) = ٤

[٥] جد نها ق(س) (س ← ٢) باستخدام الجدول إن وجدت

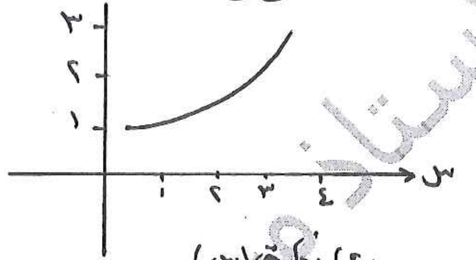
| س | ١,٩ | ١,٩٩ | ١,٩٩٩ | ٢ | ٢,٠٠١ | ٢,٠١ | ٢,١ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ق(س) | ٢,٩ | ٢,٩٩ | ٢,٩٩٩ | | ٤,٠٠١ | ٤,٠١ | ٤,١ |

الحل

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

### حساب النهاية بالرسم

[١] معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل ق(س) جد ما يلي



أ) $\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ ق(س)$   ب) $\underset{س \to ٣}{\text{نها}}\ ق(س)$

الحل

أ) $\underset{س \to ١^+}{\text{نها}}\ ق(س) = ١$

$\underset{س \to ١^-}{\text{نها}}\ ق(س) = ١$

$\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ ق(س) = ١$

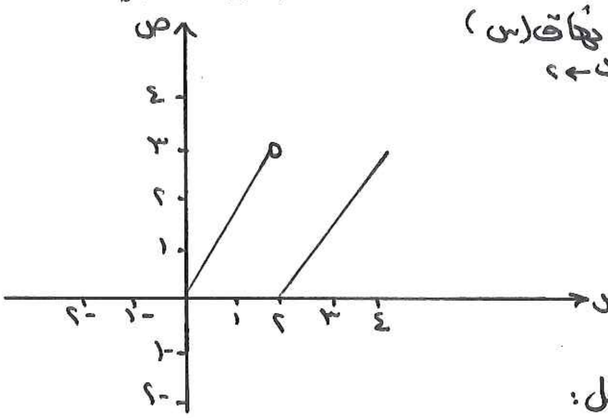
ب) $\underset{س \to ٣^+}{\text{نها}}\ ق(س) = ٢$

$\underset{س \to ٣^-}{\text{نها}}\ ق(س) = ٢$

$\underset{س \to ٣}{\text{نها}}\ ق(س) = ٢$

[٢] معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل ق(س)

جد $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س)$



الحل:

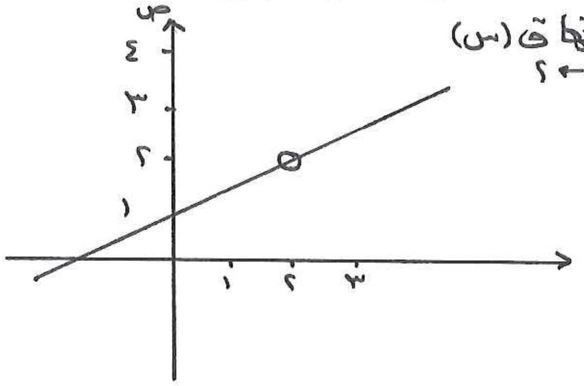
$\underset{س \to ٢^+}{\text{نها}}\ ق(س) = \text{صفر}$

$\underset{س \to ٢^-}{\text{نها}}\ ق(س) = ٣$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س) = \text{غ.م}$

[٣] معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل ق(س)

جد $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س)$



الحل:

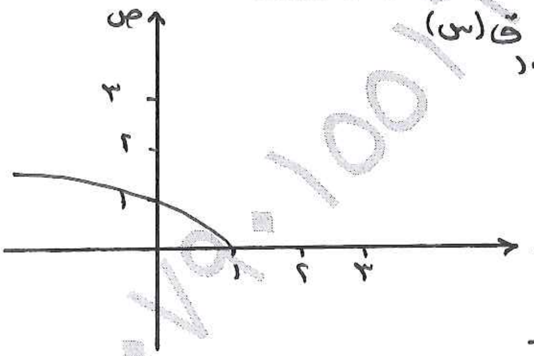
$\underset{س \to ٢^+}{\text{نها}}\ ق(س) = ٢$

$\underset{س \to ٢^-}{\text{نها}}\ ق(س) = ٢$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س) = ٢$

[٤] إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى $ق(س) = \sqrt{١ - س}$

جد $\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ ق(س)$



الحل :-

$\underset{س \to ١^+}{\text{نها}}\ ق(س) = \text{غ.م}$

$\underset{س \to ١^-}{\text{نها}}\ ق(س) = \text{صفر}$

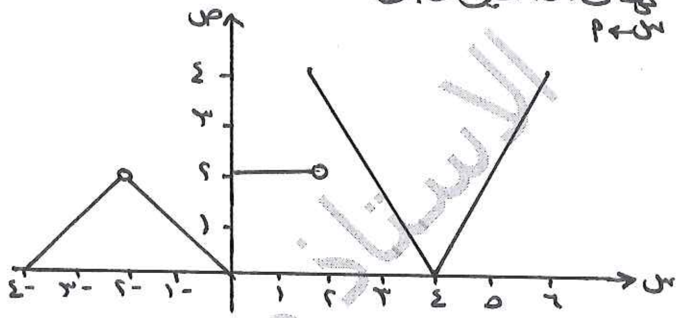
$\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ ق(س) = \text{غ.م}$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

5 معتمداً على الرسم الذي يمثل ق(س) حيث ق(س) معرف على [-٤ ، ٦] جد قيم م بحيث نها ق(س) غير موجودة
س ← م

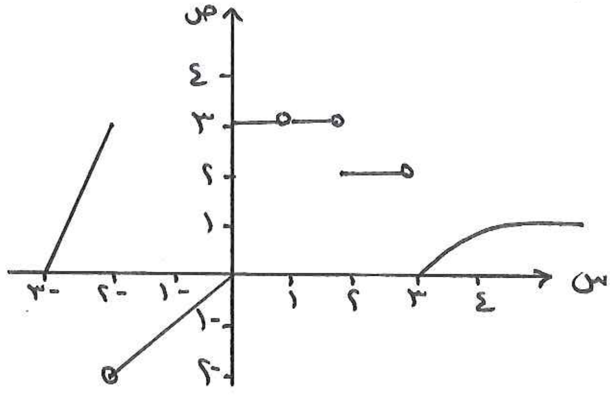


الحل :

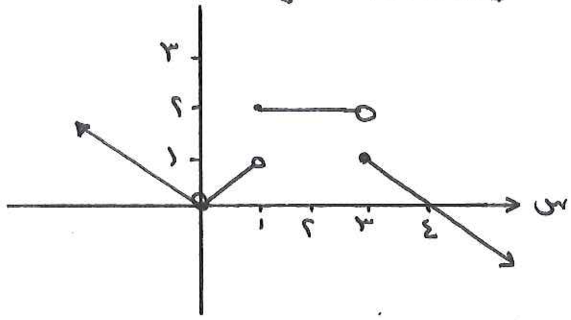
قيم م هي { -٤ ، ٠ ، ٢ ، ٦ }

المراد

6 جد قيم س التي عندها النهاية غ.م



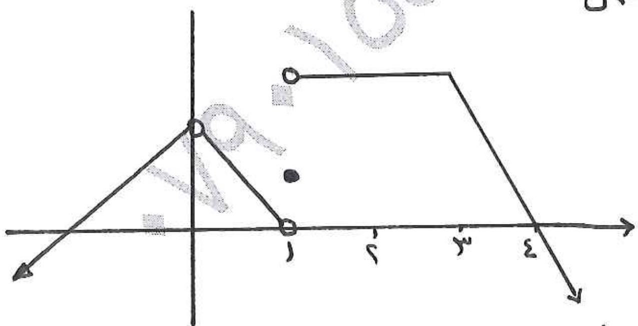
7 اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح فإن مجموعة قيم م حيث نها ق(س) غير موجودة هي
س ← م



الحل :-

{ ١ ، ٣ }

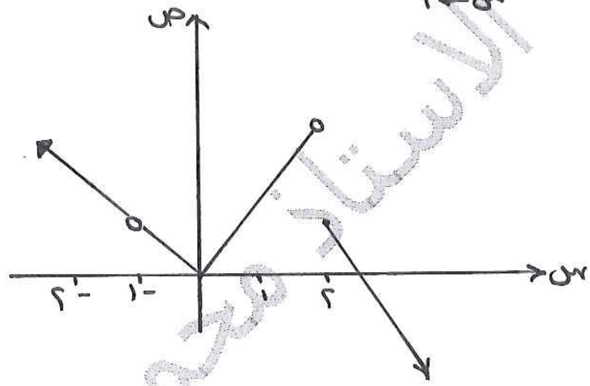
8 اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على ح فإن مجموعة قيم ل حيث نها ق(س) غير موجودة هي
س ← ل



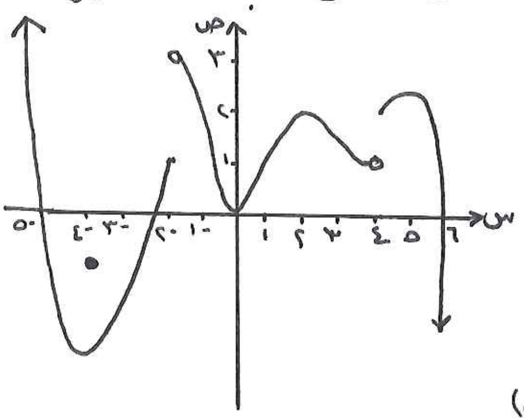
الحل :-

{ ١ }

٩) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق(س) المعرف على [-٢ ، ٢] فإن مجموعة جميع قيم أ حيث نهـا ق(س) = غير موجودة
س ← أ



١١) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح ، جد كلاً مما يلي



١) نهـا ق(س)
س ← ٦

٢) نهـا ق(س)
س ← ٠

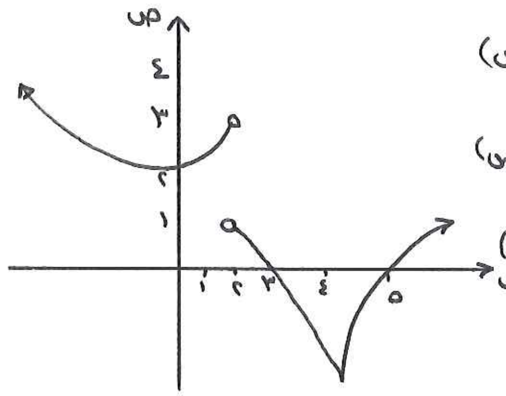
٣) نهـا ق(س)
س ← -٢

٤) نهـا ق(س)
س ← ٢

١٠) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل ق
جد
١) نهـا ق(س)
س ← ٢+

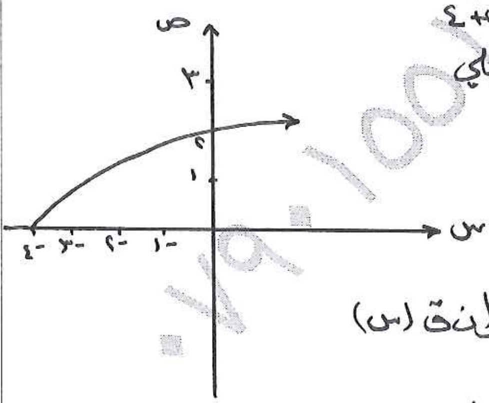
٢) نهـا ق(س)
س ← ٢-

٣) نهـا ق(س)
س ← ٢



الحل:

١٢) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) = $\sqrt{س+٤}$
جد كلاً مما يلي



أ) مجال الاقتران ق(س)

ب) نهـا ق(س)
س ← ٤

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

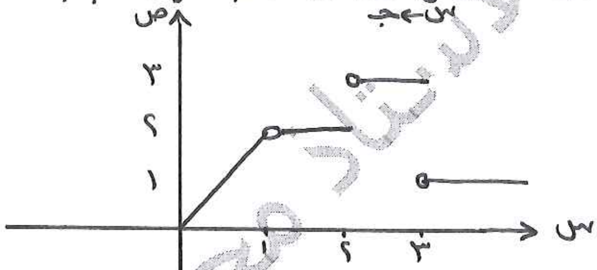
# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

١٣ أ- اذا كانت $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ٢ جد قيمة أ ؟

ب- اذا كانت $\lim_{س \to ب}$ ق(س) = ٣ جد قيمة ب ؟

جـ- اذا كانت $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) = ١ جد قيمة جـ ؟



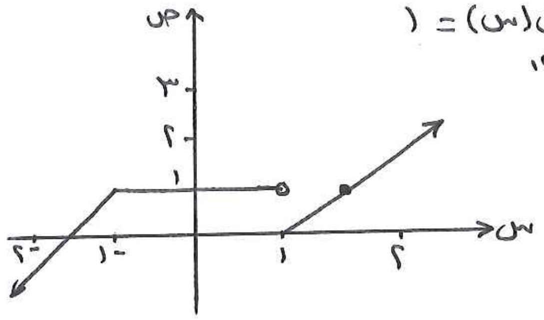
الحل:

أ- أ ∈ [١ ، ٢)

ب- ب ∈ (٢ ، ٣)

جـ- جـ ∈ (٣ ، ∞) ∪ {$\frac{1}{2}$}

١٥ الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح جد قيم س. بحيث $\lim_{س \to س.}$ ق(س) = ١

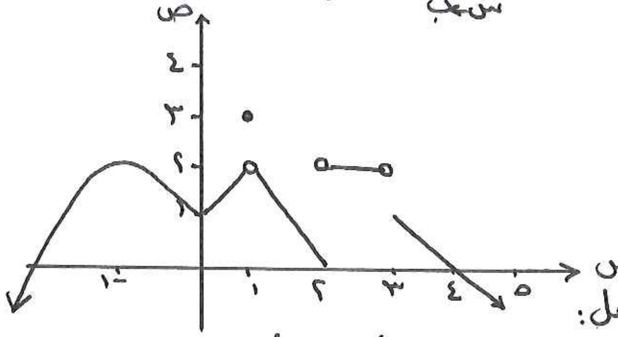


الحل :.

١٤ بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) ؛ س ∈ ح ، اجب عن كل مما يلي

أ) اذا كانت $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ٢ ، نجد قيم أ ؟

ب) اذا كانت $\lim_{س \to ب}$ ق(س) غير موجودة ؟

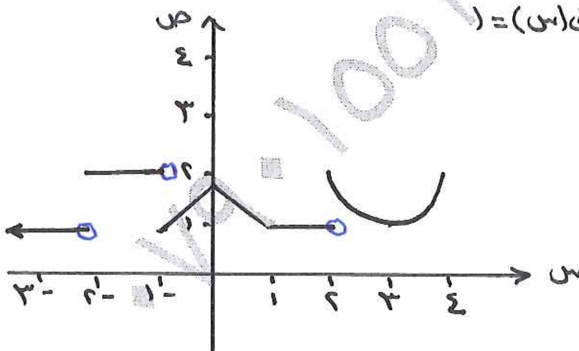


الحل:

أ) (٢ ، ٤) ∪ {-١ ، ١}

ب) {٢ ، ٣}

١٦ اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح فإن مجموعة قيم أ التي تجعل $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ١



الحل :

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

### حساب النهاية بالتعويض المباشر



١) جد $\lim_{\text{س} \to -٢} \text{س}^٢ - ٢\text{س} + ٥$

$= (-٢)^٢ - ٢ \times -٢ + ٥$

$٤ + ٤ + ٥ = ١٣$

٢) جد $\lim_{\text{س} \to ٢} ٣$

الحل : $\lim_{\text{س} \to ٢} ٣ = ٣$

٣) جد $\lim_{\text{س} \to -١} \frac{٢\text{س} - ٣}{\text{س}^٢ + ١}$

الحل : $= \frac{٢ \times -١ - ٣}{(-١)^٢ + ١} = \frac{-٢ - ٣}{١ + ١} = -\frac{٥}{٢}$

٤) جد $\lim_{\text{س} \to -٢} \left(\frac{٢}{٥}\right)^{\text{س}}$

$= \left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^٢ = \frac{٢٥}{٤}$

٥) جد $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{\text{س}^٢ + ١}{\text{س} + ١}$

$= \frac{١}{١} = ١$

٦) جد $\lim_{\text{س} \to -٢} \frac{\text{س}^٢ + ٤}{\text{س} + ٢}$

$= \frac{(-٢)^٢ + ٤}{-٢ + ٢} = \frac{٨}{٠}$ غير معرف

٧) $\lim_{\text{س} \to ٣} \sqrt{\text{س} + ٦}$

$= \sqrt{٣ + ٦} = \sqrt{٩} = ٣$

٨) $\lim_{\text{س} \to ٠} \frac{٢^{\text{س}} + ٣}{٣^{\text{س}} - ٥}$

$= \frac{٢^٠ + ٣}{٣^٠ - ٥} = \frac{١ + ٣}{١ - ٥} = \frac{٤}{-٤} = -١$

٩) $\lim_{\text{س} \to ٣} \text{هـ}^{\text{س}}$

$= \text{هـ}^٣$

هـ العدد النيبيري

$\approx ٢,٧$

١٠) $\lim_{\text{س} \to ٣} -\sqrt{\text{س} + ٣}$

$= -\sqrt{٣ + ٣}$

$= -\sqrt{٦}$

١١) $\lim_{\text{س} \to ٣} \frac{\text{س}^٢ + ١}{\text{س} - ٣}$

$= \frac{٣^٢ + ١}{٣ - ٣} = \frac{٩ + ١}{٠} = \frac{١٠}{٠}$ غير معرف

١٢) $\lim_{\text{س} \to -١} \frac{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ١}{\text{س} - ١}$

$= \frac{(-١)^٢ + ٢ \times -١ + ١}{-١ - ١} = \frac{٠}{-٢} = ٠$

١٣) $\lim_{\text{س} \to -٢} \frac{(\text{س} + ١)^٢ - ٣}{\text{س}}$

$= \frac{(-٢ + ١)^٢ - ٣}{-٢} = \frac{١ - ٣}{-٢} = \frac{-٢}{-٢} = ١$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

### حساب نهاية الجذور الزوجية

$\boxed{1}$ جد $\lim\limits_{س \to 1} \sqrt{س - 1}$ نجد المجال

$- - - \; 1 \; + +$

$\lim\limits_{س \to 1^+} \sqrt{س - 1} = 0$

$\lim\limits_{س \to 1^-} \sqrt{س - 1} =$ غير موجودة

$\lim\limits_{س \to 1} \sqrt{س - 1} =$ غير موجودة

$\boxed{2}$ جد $\lim\limits_{س \to 3} \sqrt{3 - س}$

$+ + + \; 3 \; - - -$

الحل:

$\lim\limits_{س \to 3^+} \sqrt{3 - س} =$ غير موجودة

$\lim\limits_{س \to 3^-} \sqrt{3 - س} = 0$

$\lim\limits_{س \to 3} \sqrt{3 - س} =$ غير موجودة

$\boxed{3}$ جد $\lim\limits_{س \to 2} \sqrt{2س - 4}$

$\boxed{4}$ جد $\lim\limits_{س \to 5} \sqrt{5 - س}$

$\boxed{5}$ جد $\lim\limits_{س \to 4} \sqrt{\frac{س^2 - 16}{س - 4}}$

$+ \; -4 \; - \; 4 \; +$

$- \; 4 \; +$

الحل:

$\lim\limits_{س \to 4^+} \sqrt{\frac{\cancel{(س-4)}(س+4)}{\cancel{(س-4)}}} = \sqrt{8}$

$\lim\limits_{س \to 4^-} \sqrt{\frac{س^2 - 16}{س - 4}} =$ غير موجودة

$\lim\limits_{س \to 4} \sqrt{\frac{س^2 - 16}{س - 4}} =$ غير موجودة

$\boxed{6}$ جد $\lim\limits_{س \to 3} \frac{\sqrt{9 - س^2}}{\sqrt{3 - س}}$

$- \; -3 \; + \; 3 \; -$

$+ \; 3 \; -$

الحل:

$\lim\limits_{س \to 3^+} \frac{\sqrt{9 - س^2}}{\sqrt{3 - س}} =$ غير موجودة

$\lim\limits_{س \to 3^-} \sqrt{\frac{(3+س)\cancel{(3-س)}}{\cancel{(3-س)}}} = \sqrt{6}$

$\lim\limits_{س \to 3} \frac{\sqrt{9 - س^2}}{\sqrt{3 - س}} =$ غير موجودة

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال



**7** $\lim_{س \to 7^+} \frac{\sqrt{س^2 - 49}}{\sqrt{س - 7}}$

+ -7 - 7 +

- 7 +

$\lim_{س \to 7^+} \sqrt{\frac{\cancel{(س-7)}(س+7)}{\cancel{س-7}}}$

$= \sqrt{14}$

**8** $\lim_{س \to 5} \frac{\sqrt{س^2 - 25}}{\sqrt{س - 5}}$

**9** $\lim_{س \to -2} \sqrt{2 + س}$

**10** $\lim_{س \to 3} \sqrt{س^2 + 9}$

**11** $\lim_{س \to 1^-} \frac{\sqrt{1 - س^2}}{\sqrt{س - 1}}$

**12** $\lim_{س \to -3^-} \frac{\sqrt{س^2 - 9}}{\sqrt{-3 - س}}$

**13** $\lim_{س \to 0} \sqrt{س}$

**14** $\lim_{س \to -1} \sqrt{1 + س}$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج الجديد

### حساب نهاية الاقتران النسبي

يتم حساب النهاية بالتعويض المباشر حيث تقبل كل الإجابات باستثناء

$(\frac{0}{0})$ أو $(0 \times \frac{عدد}{0})$ أو $(\frac{عدد}{0} \pm عدد)$

وعند الحصول على هذه النتائج نقوم بما يلي

١- نحلل او نضرب بمرافق او استبدال او قسمة طويلة او توحيد مقامات

٢- نختصر ثم نعوض مرة اخرى بحيث لا نحصل على الإجابات السابقة

$\boxed{1}$ $\lim_{س \to 1} \frac{س^2 - 1}{س - 1} = \frac{0}{0}$

الحل: $\lim_{س \to 1} \frac{\cancel{(س - 1)}(س + 1)}{\cancel{(س - 1)}}$

$= \lim_{س \to 1} س + 1$

$= 2$

$\boxed{2}$ $\lim_{س \to 3} \frac{3س^2 - 27}{2س - 6} = \frac{0}{0}$

الحل:

$\lim_{س \to 3} \frac{3(س^2 - 9)}{2(س - 3)}$

$\lim_{س \to 3} \frac{3\cancel{(س - 3)}(س + 3)}{2\cancel{(س - 3)}}$

$= \frac{3 \times 6}{2} = 9$

$\boxed{3}$ $\lim_{س \to -5} \frac{س^2 - 25}{س + 5}$

الحل: $\lim_{س \to -5} \frac{(س - 5)\cancel{(س + 5)}}{\cancel{(س + 5)}}$

$= -5 - 5$

$= -10$

$\boxed{4}$ $\lim_{س \to 0} \frac{س^3 - 5س^2 + س}{س}$

الحل: $\lim_{س \to 0} \frac{\cancel{س}(س^2 - 5س + 1)}{\cancel{س}}$

$= 0 - 0 + 1$

$= 1$

$\boxed{5}$ $\lim_{س \to 2} \frac{(س + 1)^2 - 9}{س - 2}$

الحل: $\lim_{س \to 2} \frac{(س + 1 - 3)(س + 1 + 3)}{(س - 2)}$

$\lim_{س \to 2} \frac{\cancel{(س - 2)}(س + 4)}{\cancel{(س - 2)}}$

$= 2 + 4 = 6$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

المنهاج
الجديد

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

$\boxed{٦}$ $\underset{س \to ٣}{\text{نها}} \dfrac{(س-١)^٢ - ٤}{س-٣}$

الحل: $\underset{س \to ٣}{\text{نها}} \dfrac{(س-١-٢)(س-١+٢)}{س-٣}$

$\underset{س \to ٣}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(س-٣)}(س+١)}{\cancel{(س-٣)}}$

$= ٣ + ١ = ٤$

$\boxed{٧}$ $\underset{س \to ٨}{\text{نها}} \dfrac{(س+١)^٢ - ٨١}{٨-س}$

الحل: $\underset{س \to ٨}{\text{نها}} \dfrac{(س+١-٩)(س+١+٩)}{٨-س}$

$\underset{س \to ٨}{\text{نها}} \dfrac{\overset{-١}{\cancel{(س-٨)}}(س+١٠)}{\cancel{٨-س}}$

$-١ \times ١٨ = -١٨$

$\boxed{٨}$ $\underset{س \to ٢}{\text{نها}} \dfrac{١ - (س-١)^٢}{س-٢}$

الحل: $\underset{س \to ٢}{\text{نها}} \dfrac{(١-(س-١))(١+(س-١))}{س-٢}$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}} \dfrac{(١-س+١)(١+س-١)}{س-٢}$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\overset{-١}{\cancel{(٢-س)}}(س)}{\cancel{(س-٢)}}$

$= -١ \times ٢ = -٢$

$\boxed{٩}$ $\underset{س \to ٣}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ - س - ٦}{س-٣}$

الحل: $\underset{س \to ٣}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(س-٣)}(س+٢)}{\cancel{س-٣}}$

$\underset{س \to ٣}{\text{نها}} س + ٢ = ٥$

$\boxed{١٠}$ $\underset{س \to -١}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ + ٣س + ٢}{س+١}$

الحل: $\underset{س \to -١}{\text{نها}} \dfrac{(س+٢)\cancel{(س+١)}}{\cancel{(س+١)}}$

$= -١ + ٢$

$= ١$

$\boxed{١١}$ $\underset{س \to -٣}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ - ٤س - ٢١}{س+٣}$

الحل: $\underset{س \to -٣}{\text{نها}} \dfrac{(س-٧)\cancel{(س+٣)}}{\cancel{س+٣}}$

$= -٣ - ٧$

$= -١٠$

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

$\boxed{12}$ $\displaystyle \lim_{\text{س} \to 2} \frac{2\text{س}^2 - 3\text{س} - 2}{\text{س} - 2}$

الحل: $\displaystyle \lim_{\text{س} \to 2} \frac{(2\text{س} + 1)\cancel{(\text{س} - 2)}}{\cancel{(\text{س} - 2)}}$

$= 2 \times 2 + 1 = 5$

$\boxed{13}$ $\displaystyle \lim_{\text{س} \to \frac{3}{2}} \frac{2\text{س}^2 - \text{س} + 1}{(2\text{س} - 3)}$

الحل: $\displaystyle \lim_{\text{س} \to \frac{3}{2}} \frac{\cancel{(2\text{س} - 3)}(\text{س} + 1)}{\cancel{(2\text{س} - 3)}}$

$= \frac{3}{2} + 1$

$= \frac{5}{2}$

$\boxed{14}$ $\displaystyle \lim_{\text{س} \to -\frac{1}{2}} \frac{2\text{س}^2 - 9\text{س} - 5}{2\text{س} + 1}$

الحل: $\displaystyle \lim_{\text{س} \to -\frac{1}{2}} \frac{\cancel{(2\text{س} + 1)}(\text{س} - 5)}{\cancel{2\text{س} + 1}}$

$= -\frac{1}{2} - 5 = -\frac{11}{2}$

$\boxed{15}$ $\displaystyle \lim_{\text{س} \to -1} \frac{6\text{س}^2 - \text{س} - 7}{\text{س} + 1}$

الحل: $\displaystyle \lim_{\text{س} \to -1} \frac{(6\text{س} - 7)\cancel{(\text{س} + 1)}}{\cancel{(\text{س} + 1)}}$

$= -6 - 7$

$= -13$

$\boxed{16}$ $\displaystyle \lim_{\text{س} \to \frac{1}{3}} \frac{6\text{س}^2 + 13\text{س} - 5}{3\text{س} - 1}$

الحل: $\displaystyle \lim_{\text{س} \to \frac{1}{3}} \frac{\cancel{(3\text{س} - 1)}(2\text{س} + 5)}{\cancel{(3\text{س} - 1)}}$

$= 2 \times \frac{1}{3} + 5 = \frac{2}{3} + 5$

$\frac{17}{3}$

$\boxed{17}$ $\displaystyle \lim_{\text{س} \to 2} \frac{\text{س}^3 - 8}{\text{س} - 2}$

الحل: $\displaystyle \lim_{\text{س} \to 2} \frac{\cancel{(\text{س} - 2)}(\text{س}^2 + 2\text{س} + 4)}{\cancel{(\text{س} - 2)}}$

$= 4 + 4 + 4$

$= 12$

$\boxed{١٨}$ $\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^{٣} + ٢٧}{\text{س}^{٢} - ٩}$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(\text{س} + ٣)}(\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٩)}{(\text{س} - ٣)\cancel{(\text{س} + ٣)}}$

$= \dfrac{٩ + ٩ + ٩}{-٦} = \dfrac{٢٧}{-٦} = \dfrac{-٩}{٢}$

$\boxed{١٩}$ $\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^{٣} - ٣\text{س} - ٢}{\text{س}^{٣} - ٨}$ قسمة تركيبية

| | $\text{س}^{٣}$ | $\text{س}^{٢}$ | س | ن |
|---|---|---|---|---|
| $\boxed{٢}$ | ١ | ٠ | -٣ | -٢ |
| | | ٢ | ٤ | ٢ |
| | ١ | ٢ | ١ | ٠ |

$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(\text{س} - ٢)}(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ١)}{\cancel{(\text{س} - ٢)}(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤)}$

$= \dfrac{٩}{١٢} = \dfrac{٣}{٤}$

$\boxed{٢٠}$ $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{٢\text{س}^{٣} + ٤\text{س}^{٢} - \text{س} - ٥}{\text{س}^{٢} - ١}$ قسمة تركيبية

| | $\text{س}^{٣}$ | $\text{س}^{٢}$ | س | ن |
|---|---|---|---|---|
| $\boxed{١}$ | ٢ | ٤ | -١ | -٥ |
| | | ٢ | ٦ | ٥ |
| | ٢ | ٦ | ٥ | ٠ |

$= \underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(\text{س} - ١)}(٢\text{س}^{٢} + ٦\text{س} + ٥)}{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س} + ١)}$

$\dfrac{٢ + ٦ + ٥}{٢} = \dfrac{١٣}{٢}$

$\boxed{٢١}$ $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^{٣} + ٣\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - ١}$ قسمة تركيبية

| | $\text{س}^{٣}$ | $\text{س}^{٢}$ | $\text{س}^{١}$ | ن |
|---|---|---|---|---|
| $\boxed{١}$ | ١ | ٠ | ٣ | -٤ |
| | | ١ | ١ | ٤ |
| | ١ | ١ | ٤ | ٠ |

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^{٣} + ٣\text{س} - ٤}{\text{س}^{٢} - ١}$

$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س}^{٢} + \text{س} + ٤)}{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س} + ١)}$

$= \dfrac{١ + ١ + ٤}{١ + ١}$

$= \dfrac{٦}{٢} = ٣$

$\boxed{٢٢}$ $\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^{٤} - ٢\text{س}^{٢} + ١}{\text{س}^{٣} - ١}$ قسمة تركيبية

| | $\text{س}^{٤}$ | $\text{س}^{٣}$ | $\text{س}^{٢}$ | $\text{س}^{١}$ | ن |
|---|---|---|---|---|---|
| $\boxed{١}$ | ١ | ٠ | -٢ | ٠ | ١ |
| | | ١ | ١ | -١ | -١ |
| | ١ | ١ | -١ | -١ | ٠ |

$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س}^{٣} + \text{س}^{٢} - \text{س} - ١)}{\cancel{(\text{س} - ١)}(\text{س}^{٢} + \text{س} + ١)}$

$\dfrac{١ + ١ - ١ - ١}{٣} =$ صفر

$\boxed{٢٣}$ $\underset{\text{س} \leftarrow ٠}{\text{نها}} \dfrac{٧^{٢\text{س}} - ٥٠ \times ٧^{\text{س}} + ٤٩}{٧^{\text{س}} - ١}$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow ٠}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(٧^{\text{س}} - ١)}(٧^{\text{س}} - ٤٩)}{\cancel{(٧^{\text{س}} - ١)}}$

$= ٧^{٠} - ٤٩ = -٤٨$

$\boxed{٢٤}$ $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٥^{٢\text{س}} - ٣\times ٥^{\text{س}} + ٢}{٥^{\text{س}} - ١}$

الحل: $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{(٥^{\text{س}} - ٢)\cancel{(٥^{\text{س}} - ١)}}{\cancel{٥^{\text{س}} - ١}}$

$= ٥^{٠} - ٢ = ١ - ٢$

$= -١$

$\boxed{٢٧}$ $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٢^{\text{س}} - ٨^{\text{س}}}{٢^{\text{س}} - ١}$

الحل: $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٢^{\text{س}} - ٢^{٣\text{س}}}{٢^{\text{س}} - ١}$

$= \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٢^{\text{س}}(١ - ٢^{٢\text{س}})}{٢^{\text{س}} - ١}$

$= \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٢^{\text{س}}\cancel{(١ - ٢^{\text{س}})}(١ + ٢^{\text{س}})}{\cancel{(٢^{\text{س}} - ١)}}$

$٢^{٠} \times -١ \times ٢ = -٢$

$\boxed{٢٥}$ $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٣^{٢\text{س}} + ٤\times ٣^{\text{س}} - ٥}{٣^{\text{س}} - ١}$

الحل: $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{(٣^{\text{س}} + ٥)\cancel{(٣^{\text{س}} - ١)}}{\cancel{٣^{\text{س}} - ١}}$

$= ٣^{٠} + ٥$

$= ١ + ٥$

$= ٦$

$\boxed{٢٨}$ $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}}{\text{س} - ٣} - \dfrac{١٨}{\text{س}^{٢} - ٩}$

الحل: توحيد المقامات

$\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}(\text{س}+٣)}{(\text{س}-٣)(\text{س}+٣)} - \dfrac{١٨}{\text{س}^{٢} - ٩}$

$\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ١٨}{(\text{س}-٣)(\text{س}+٣)}$

$\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}} \dfrac{(\text{س}+٦)\cancel{(\text{س}-٣)}}{(\text{س}+٣)\cancel{(\text{س}-٣)}} = \dfrac{٩}{٦} = \dfrac{٣}{٢}$

$\boxed{٢٦}$ $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٧^{\text{س}} - ٤٩^{\text{س}}}{١ - ٧^{\text{س}}}$

الحل: $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٧^{\text{س}} - ٧^{٢\text{س}}}{١ - ٧^{\text{س}}}$

$= \underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{٧^{\text{س}}\cancel{(١ - ٧^{\text{س}})}}{\cancel{١ - ٧^{\text{س}}}}$

$= ٧^{٠} = ١$

$\boxed{٢٩}$ $\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}} \dfrac{١}{٣\text{س}^{٢} - \text{س} - ١٤}\left(\dfrac{١}{\text{س}+١} + \dfrac{١}{٢\text{س}+٥}\right)$

الحل: $\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}} \dfrac{١}{(٣\text{س}-٧)(\text{س}+٢)} \times \dfrac{٢\text{س}+٥+\text{س}+١}{(\text{س}+١)(٢\text{س}+٥)}$

$\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}} \dfrac{١}{(٣\text{س}-٧)(\text{س}+٢)} \dfrac{٣\text{س}+٦}{(\text{س}+١)(٢\text{س}+٥)}$

$\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}} \dfrac{١}{(٣\text{س}-٧)\cancel{(\text{س}+٢)}} \dfrac{٣\cancel{(\text{س}+٢)}}{(\text{س}+١)(٢\text{س}+٥)}$

$\dfrac{٣}{-١٣\times -١\times ١} = \dfrac{٣}{١٣}$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

**٢٩** $\underset{س\to٥}{\text{نها}}\left(\frac{٢}{س}-\frac{٢}{٥}\right)\left(\frac{١}{س^{٢}-٢٥}\right)$

الحل: $\underset{س\to٥}{\text{نها}}\ ٢\left(\frac{١}{س}-\frac{١}{٥}\right)\left(\frac{١}{(س-٥)(س+٥)}\right)$

$\underset{س\to٥}{\text{نها}}\ ٢\ \frac{\overset{-١}{\cancel{(٥-س)}}}{٥\times س}\times\frac{١}{\cancel{(س-٥)}(س+٥)}$

$\frac{-٢}{١٠\times٥\times٥}=\frac{-١}{١٢٥}$

**٣٠** $\underset{س\to٠}{\text{نها}}\ \frac{١}{س}\left(\frac{١}{٥+س}-\frac{١}{٥-س}\right)$

الحل:

$\underset{س\to٠}{\text{نها}}\ \frac{١}{س}\left(\frac{٥-س-٥-س}{(٥+س)(٥-س)}\right)$

$\underset{س\to٠}{\text{نها}}\ \frac{١}{\cancel{س}}\times\frac{-٢\cancel{س}}{(٥+س)(٥-س)}$

$=\frac{-٢}{٢٥}$

**٣١** $\underset{س\to\frac{١}{٣}}{\text{نها}}\ \frac{٢٧س^{٣}-١}{س-\frac{١}{٣}}$

الحل: $\underset{س\to\frac{١}{٣}}{\text{نها}}\ \frac{٢٧\left(س^{٣}-\frac{١}{٢٧}\right)}{س-\frac{١}{٣}}$

$\underset{س\to\frac{١}{٣}}{\text{نها}}\ \frac{٢٧\cancel{\left(س-\frac{١}{٣}\right)}\left(س^{٢}+\frac{١}{٣}س+\frac{١}{٩}\right)}{\cancel{\left(س-\frac{١}{٣}\right)}}$

$٢٧\times\frac{١}{٣}=٩$

**٣٢** $\underset{س\to\frac{١}{٢}}{\text{نها}}\ \frac{٨س^{٣}-١}{س-\frac{١}{٢}}$

**٣٣** $\underset{س\to١}{\text{نها}}\ \frac{\left((س+١)^{٢}-٤\right)^{٤}}{\left(س^{٢}-٢س+١\right)^{٢}}$

الحل: $\underset{س\to١}{\text{نها}}\ \frac{\left(((س+١)-٢)((س+١)+٢)\right)^{٤}}{\left((س-١)(س-١)\right)^{٢}}$

$\underset{س\to١}{\text{نها}}\ \frac{\cancel{(س-١)^{٤}}(س+٣)^{٤}}{\cancel{(س-١)^{٤}}}$

$=٤^{٤}=٢٥٦$

**٣٤** $\underset{س\to٣}{\text{نها}}\ \frac{\frac{١}{س}-\frac{١}{٣}}{س^{٢}-٩}$

الحل: $\underset{س\to٣}{\text{نها}}\left(\frac{١}{س}-\frac{١}{٣}\right)\left(\frac{١}{س^{٢}-٩}\right)$

$\underset{س\to٣}{\text{نها}}\ \frac{\overset{-١}{\cancel{٣-س}}}{٣س}\times\frac{١}{\cancel{(س-٣)}(س+٣)}$

$\frac{-١}{٣\times٣\times٦}=\frac{-١}{٥٤}$

$\boxed{٣٥}$ $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{\dfrac{١}{س^٢} - \dfrac{١}{٦س - ٨}}{س^٣ - ٨}$

الحل: $\left( \dfrac{١}{س^٢} - \dfrac{١}{٦س - ٨} \right) \dfrac{١}{س^٣ - ٨}$

$\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{-س^٢ + ٦س - ٨}{س^٢ \times (٦س - ٨)} \times \dfrac{١}{س^٣ - ٨}$

$\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{-(س^٢ - ٦س + ٨)}{س^٢ \times (٦س - ٨)} \times \dfrac{١}{س^٣ - ٨}$

$\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{-(س - ٤)\cancel{(س - ٢)}}{س^٢ \times (٦س - ٨)\cancel{(س - ٢)}(س^٢ + ٢س + ٤)}$

$= \dfrac{٢}{٤ \times ٤ \times ١٢} = \dfrac{١}{٩٦}$

$\boxed{٣٦}$ $\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{س^٣ + ٣س^٢ - ٤س - ١٢}{س^٢ - ٤}$

قسمة طويلة $\boxed{٢}$

| | $س^٣$ | $س^٢$ | $س^١$ | $س^٠$ |
|---|---|---|---|---|
| $\boxed{٢}$ | ١ | ٣ | -٤ | -١٢ |
| | | ٢ | ١٠ | ١٢ |
| | ١ | ٥ | ٦ | ٠ |

$\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{\cancel{(س - ٢)}(س^٢ + ٥س + ٦)}{\cancel{(س - ٢)}(س + ٢)}$

$= \dfrac{٢٠}{٤} = ٥$

حل اخر لمسألة ٣٦

$\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{س^٢(س + ٣) - ٤(س + ٣)}{(س - ٢)(س + ٢)}$

$\lim\limits_{س \to ٢} \dfrac{(س + ٣)\cancel{(س^٢ - ٤)}}{\cancel{س^٢ - ٤}}$

$= ٥$

$\boxed{٣٧}$

# إمتحان رياضيات علمي

## النهايات والاتصال

## (١)

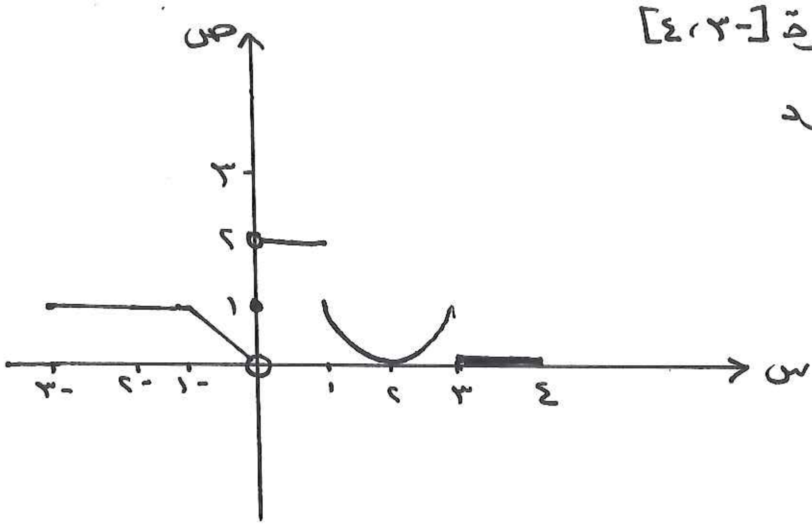
المدة : ساعة ونصف

الأستاذ: محمود الجزار

٠٧٨٧٩٦٤١٦٨ - ٠٧٩٠١٥٥١٦٢

---

س١ الرسم المجاور يمثل ق(س) في الفترة [-٣، ٤]




جد قيم أ بحيث $\lim\limits_{\text{س}\to\text{أ}}$ ق(س) = غير موجود

ثم جد قيم ب بحيث $\lim\limits_{\text{س}\to\text{ب}}$ ق(س) = ١

س٢ جد نهاية كل مما يلي

١- $\lim\limits_{\text{س}\to ٤} \dfrac{٤٨ - ٣\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٣} - ٦٤}$

٢- $\lim\limits_{\text{س}\to ١} \dfrac{\text{س}^{٦} - ١}{١ - \dfrac{١}{(٣\text{س} - ٢)^{٢}}}$

٣- $\lim\limits_{\text{س}\to ٣} \left( \dfrac{\text{س}}{٩ - \text{س}^{٢}} + \dfrac{٣\text{س}}{\text{س}^{٣} - ٩\text{س}} \right)$

٤- اذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to ١} \dfrac{(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ٣)^{٢\text{ن}}}{(\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١)^{\text{ن}}} = ١٦$

جد قيمة ن

٥- $\lim\limits_{\text{س}\to ٤^{+}} \dfrac{\sqrt{\text{س}^{٢} - ١٦}}{\sqrt{\text{س} - ٤}}$

إنتهت الأسئلة

### الضرب بالمرافق التربيعي

يستخدم المرافق التربيعي في حالة الجذور الزوجية « التربيعية » بشرط ان لا يكون ناتج التعويض تحت الجذر يساوي صفر .

| المقدار | المرافق التربيعي | ناتج الضرب |
| --- | --- | --- |
| $\sqrt{س} - 1$ | $\sqrt{س} + 1$ | $س - 1$ |
| $\sqrt{1+س} + 3$ | $\sqrt{1+س} - 3$ | $1 + س - 9$ |
| $2 - \sqrt{س+5}$ | $2 + \sqrt{س+5}$ | $4 - (س+5)$ |
| $س + \sqrt{س+1} - 2$ | $(س-2) - \sqrt{س+1}$ | $(س-2)^2 - (س+1)$ |

$\boxed{1}$ $\lim\limits_{س \to 3} \dfrac{\sqrt{س+6} - 3}{س - 3}$

الحل : $\lim\limits_{س \to 3} \dfrac{\sqrt{س+6} - 3}{س - 3} \times \dfrac{\sqrt{س+6}+3}{\sqrt{س+6}+3}$

$\lim\limits_{س \to 3} \dfrac{\cancel{س + 6 - 9}}{\cancel{(س-3)}\left(\sqrt{س+6} + 3\right)}$

$\dfrac{1}{6}$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{\sqrt{1+س^2} - \sqrt{1-س^2}}{س^2}$

الحل : $\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{\sqrt{1+س^2} - \sqrt{1-س^2}}{س^2} \times \dfrac{\sqrt{1+س^2}+\sqrt{1-س^2}}{\sqrt{1+س^2}+\sqrt{1-س^2}}$

$\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{(1+س^2) - (1-س^2)}{س^2 \,(\ 2\ )}$

$\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{\cancel{1} + س^2 \cancel{- 1} + س^2}{2س^2} = \lim\limits_{س \to 0} \dfrac{2س^2}{2س^2}$

$= 1$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{س \to \frac{7}{2}} \dfrac{\sqrt{2س+9} - 4}{2س - 7}$

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{س \to 1} \dfrac{2س\sqrt{س} - 2}{س - 1}$

الحل : $\lim\limits_{س \to 1} \dfrac{2س\sqrt{س} - 2}{س - 1}$

$2\lim\limits_{س \to 1} \dfrac{س\sqrt{س} - 1}{س - 1} \times \dfrac{س\sqrt{س} + 1}{س\sqrt{س} + 1}$

$2\lim\limits_{س \to 1} \dfrac{س^3 - 1}{(س-1)\left(س\sqrt{س} + 1\right)}$

$2\lim\limits_{س \to 1} \dfrac{\cancel{(س-1)}(س^2+س+1)}{\cancel{(س-1)}\left(س\sqrt{س}+1\right)} = \dfrac{2 \times 3}{2} = 3$

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال



**٥** $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{س - \sqrt{س+٣} + ١}{س - ١}$

الحل: $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{(س+١) - \sqrt{س+٣}}{س - ١} \times \dfrac{(س+١) + \sqrt{س+٣}}{(س+١) + \sqrt{س+٣}}$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{(س+١)^٢ - (س+٣)}{(س-١)\left((س+١) + \sqrt{س+٣}\right)}$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ + ٢س + ١ - س - ٣}{(س-١)\left((س+١) + \sqrt{س+٣}\right)}$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ + س - ٢}{(س-١)\left((س+١) + \sqrt{س+٣}\right)} =$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{(س+٢)\cancel{(س-١)}}{\cancel{(س-١)}\left((س+١) + \sqrt{س+٣}\right)} = \dfrac{٣}{٢+٢} = \dfrac{٣}{٤}$

**٦** $\underset{س \leftarrow -٣}{\text{نها}} \dfrac{س + ٣}{س + \sqrt{٢س^٢ - ٩}}$

$\underset{س \leftarrow -٣}{\text{نها}} \dfrac{س + ٣}{س + \sqrt{٢س^٢ - ٩}} \times \dfrac{س - \sqrt{٢س^٢ - ٩}}{س - \sqrt{٢س^٢ - ٩}}$

$\underset{س \leftarrow -٣}{\text{نها}} \dfrac{س + ٣}{س^٢ - ٢س^٢ + ٩} \times -٦$

$\underset{س \leftarrow -٣}{\text{نها}} \dfrac{س + ٣}{٩ - س^٢} \times -٦$

$\underset{س \leftarrow -٣}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{س + ٣}}{(\cancel{٣+س})(٣-س)} \times -٦ = \dfrac{-٦}{٦} = -١$

**٧** $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{٦ - س\sqrt{س+١}}{٩ - ٣س}$

الحل: $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{٦ - س\sqrt{س+١}}{٣(٣-س)} \times \dfrac{٦ + س\sqrt{س+١}}{٦ + س\sqrt{س+١}}$

$\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{٣٦ - س^٢(س+١)}{٣(٣-س) \times ١٢}$

$\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{-س^٣ - س^٢ + ٣٦}{٣(٣-س) \times ١٢}$

| | س³ | س² | س | ث |
|---|---|---|---|---|
| | −١ | −١ | ٠ | ٣٦ |
| ٣ | | −٣ | −١٢ | −٣٦ |
| | −١ | −٤ | −١٢ | ٠ |

$\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(س-٣)}^{-١}(-س^٢ - ٤س - ١٢)}{٣\cancel{(٣-س)} \times ١٢} = \dfrac{-١ \times -٣٣}{١٢ \times ٣}$

$\dfrac{+١١}{١٢}$

**٨** $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{١}{س - ١}\left(\dfrac{١}{س + \sqrt{س}} - \dfrac{١}{٢}\right)$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{١}{(س - ١)} \times \dfrac{٢ - س - \sqrt{س}}{٢(س + \sqrt{س})}$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{١}{(س - ١)} \times \dfrac{(٢-س) - \sqrt{س}}{٢ \times ٢} \times \dfrac{(٢-س) + \sqrt{س}}{(٢-س) + \sqrt{س}}$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{١}{س - ١} \times \dfrac{(٢-س)^٢ - س}{٢ \times ٢ \times ٢}$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ - ٥س + ٤}{٨(س - ١)}$

$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{(س - ٤)\cancel{(س - ١)}}{٨\cancel{(س - ١)}} = \dfrac{-٣}{٨}$

**٩** $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{١}{س - ١}\left(\dfrac{١}{\sqrt{س}} - ١\right)$

**١٠** $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ - ٣س}{س - \sqrt{س+١} - ١}$

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

$\boxed{11}$ $\lim\limits_{س \to 1} \frac{\sqrt{3س+1} - 2}{1 - \sqrt{س}}$ ضرب بمرافقين

الحل: $\lim\limits_{س \to 1} \frac{\sqrt{3س+1} - 2}{1 - \sqrt{س}} \times \frac{\sqrt{3س+1}+2}{\sqrt{3س+1}+2} \times \frac{1+\sqrt{س}}{1+\sqrt{س}}$

$\lim\limits_{س \to 1} \frac{3س+1-4}{1-س} \times \frac{1+\sqrt{س}}{\sqrt{3س+1}+2}$

$\lim\limits_{س \to 1} \frac{3س-3}{1-س} \times \frac{2}{4}$

$\lim\limits_{س \to 1} \frac{3(س-1)}{1-س} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{-3}{2}$

$\boxed{12}$ $\lim\limits_{س \to 4} \frac{س^2 - 4س}{\sqrt{3س+4} - \sqrt{2س+8}}$

$\boxed{13}$ $\lim\limits_{س \to 1} \frac{س\sqrt{س} - 1}{2 - \sqrt{س+3}}$

الحل: $\lim\limits_{س \to 1} \frac{س\sqrt{س} - 1}{2 - \sqrt{س+3}} \times \frac{س\sqrt{س}+1}{س\sqrt{س}+1} \times \frac{2+\sqrt{س+3}}{2+\sqrt{س+3}}$

$\lim\limits_{س \to 1} \frac{س^3 - 1}{4 - (س+3)} \times \frac{2+\sqrt{س+3}}{س\sqrt{س}+1}$

$\lim\limits_{س \to 1} \frac{\cancel{(س-1)}^{-1}(س^2+س+1)}{\cancel{(1-س)}} \times \frac{4}{2}$

$-1 \times 3 \times 2 = -6$

$\boxed{14}$ $\lim\limits_{س \to 3} \frac{2س - \sqrt{س+1} - 4}{س^2 - 9}$

$\boxed{15}$ $\lim\limits_{س \to 2} \frac{س - 2}{س - \sqrt{س-1} - 1}$

$\boxed{16}$ $\lim\limits_{س \to 2} \frac{1}{س-2} \left( \frac{1}{\sqrt{س+7}} - \frac{1}{3} \right)$

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال



$\boxed{17}$ $\lim\limits_{س \to 4} \dfrac{\sqrt{س^3 - 2س}}{2س^2 - 5س - 12}$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

### الضرب بالمرافق التكعيبي

يستخدم في حالة الجذور التكعيبية

المقدار: $\sqrt[3]{\text{س}} + 2$

الجذر التكعيبي: $\times\ \sqrt[3]{\text{س}^2} - 2\sqrt[3]{\text{س}} + 4$

$\Downarrow$

ناتج الضرب: $\text{س} + 8$

$\boxed{1}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 7} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}+1} - 2}{\text{س} - 7}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س} \to 7} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}+1} - 2}{\text{س} - 7} \times \dfrac{\sqrt[3]{(\text{س}+1)^2} + 2\sqrt[3]{\text{س}+1} + 4}{\sqrt[3]{(\text{س}+1)^2} + 2\sqrt[3]{\text{س}+1} + 4}$

$\lim\limits_{\text{س} \to 7} \dfrac{\text{س} + 1 - 8}{(\text{س} - 7) \times 12}$

$\lim\limits_{\text{س} \to 7} \dfrac{\text{س} - 7}{12 \times (\text{س} - 7)} = \dfrac{1}{12}$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}+19} - 3}{\text{س} - 8}$

الحل:
$\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}+19} - 3}{\text{س} - 8} \times \dfrac{\sqrt[3]{(\text{س}+19)^2} + 3\sqrt[3]{\text{س}+19} + 9}{\sqrt[3]{(\text{س}+19)^2} + 3\sqrt[3]{\text{س}+19} + 9}$

$\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{\text{س} + 19 - 27}{\text{س} - 8\ (27)}$

$\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{\text{س} - 8}{\text{س} - 8\ (27)} = \dfrac{1}{27}$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{\text{س}\sqrt[3]{\text{س}} - 16}{\text{س} - 8}$

لان الارقام كبيرة سوف نقوم بعملية الاستبدال

$\text{ص} = \sqrt[3]{\text{س}}$

$\text{ص}^3 = \text{س}$

$\text{س} \to 8$

$\text{ص} \to 2$

$\lim\limits_{\text{ص} \to 2} \dfrac{\text{ص}^3\text{ص} - 16}{\text{ص}^3 - 8}$

$\lim\limits_{\text{ص} \to 2} \dfrac{(\text{ص}^2 - 4)(\text{ص}^2 + 4)}{(\text{ص} - 2)(\text{ص}^2 + 2\text{ص} + 4)}$

$\lim\limits_{\text{ص} \to 2} \dfrac{\cancel{(\text{ص} - 2)}(\text{ص} + 2)(\text{ص}^2 + 4)}{\cancel{(\text{ص} - 2)}(\text{ص}^2 + 2\text{ص} + 4)} = \dfrac{4 \times 8}{12}$

$= \dfrac{8}{3}$

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}} - 2}{4 - \frac{\text{س}}{2}}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{1}{2} \left( \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}} - 2}{8 - \text{س}} \right)$

$\lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{1}{2} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}} - 2}{8 - \text{س}} \times \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}^2} + 2\sqrt[3]{\text{س}} + 4}{\sqrt[3]{\text{س}^2} + 2\sqrt[3]{\text{س}} + 4}$

$\dfrac{1}{2} \lim\limits_{\text{س} \to 8} \dfrac{\text{س} - 8}{8 - \text{س} \times 12}$

$-\dfrac{1}{24}$

$\boxed{5}$ $\lim\limits_{\text{س} \to 4} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}+4} - 2}{\frac{\text{س}}{4} - 1}$

| الفرع العلمي | **المتميز في الرياضيات** | المنهاج |
| --- | --- | --- |
| الفرع الصناعي | **النهايات و الاتصال** | الجديد |

**٦** $\underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{٢+\sqrt[٣]{\text{س}}} - ٢}{\text{س} - ٨}$

الحل: $\underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{٢+\sqrt[٣]{\text{س}}} - ٢}{\text{س} - ٨} \times \dfrac{\sqrt{٢+\sqrt[٣]{\text{س}}} + ٢}{\sqrt{٢+\sqrt[٣]{\text{س}}} + ٢}$

$\underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{٢+\sqrt[٣]{\text{س}} - ٤}{(\text{س}-٨)\times ٤}$

$\underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt[٣]{\text{س}} - ٢}{٤\times(\text{س}-٨)} \times \dfrac{\sqrt[٣]{\text{س}^٢} + ٢\sqrt[٣]{\text{س}} + ٤}{\sqrt[٣]{\text{س}^٢} + ٢\sqrt[٣]{\text{س}} + ٤}$

$\underset{\text{س}\to ٨}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{\text{س} - ٨}}{\cancel{(\text{س}-٨)}\times ٤ \times ١٢} = \dfrac{١}{٤٨}$

**٧** $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+٣} - \sqrt[٣]{\text{س}+٧}}{\text{س}-١}$ طرح وإضافة $\boxed{٢}$

$= \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+٣} - ٢}{\text{س}-١} + \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{٢ - \sqrt[٣]{\text{س}+٧}}{\text{س}-١}$

$= \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+٣} - ٢}{\text{س}-١} \times \dfrac{\sqrt{\text{س}+٣} + ٢}{\sqrt{\text{س}+٣} + ٢} + \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{٢ - \sqrt[٣]{\text{س}+٧}}{\text{س}-١} \times \dfrac{٤ + ٢\sqrt[٣]{\text{س}+٧} + \sqrt[٣]{(\text{س}+٧)^٢}}{\text{نفسه}}$

$= \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{\text{س}+٣-٤}}{٤\times \cancel{\text{س}-١}} + \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{٨-(\text{س}+٧)}{١٢\times(\text{س}-١)}$

$\dfrac{١}{٤} + \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{١-\text{س}}}{١٢\times \cancel{\text{س}-١}} = \dfrac{١}{٤} - \dfrac{١}{١٢} = \dfrac{٢}{١٢}$

$= \dfrac{١}{٦}$

**٨** $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+١٤} - \sqrt[٣]{٢\text{س}+٦٠}}{\text{س}-٢}$

**٩** $\underset{\text{س}\to ٦}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt[٣]{\text{س}+٢} + \sqrt{\text{س}+٣} - ٥}{\text{س}-٦}$ طرح وإضافة $\boxed{٢}$

الحل: $\underset{\text{س}\to ٦}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt[٣]{\text{س}+٢} - ٢}{\text{س}-٦} + \underset{\text{س}\to ٦}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+٣} - ٣}{\text{س}-٦}$

$\underset{\text{س}\to ٦}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt[٣]{\text{س}+٢} - ٢}{\text{س}-٦} \times \dfrac{\sqrt[٣]{(\text{س}+٢)^٢} + ٢\sqrt[٣]{\text{س}+٢} + ٤}{\sqrt[٣]{(\text{س}+٢)^٢} + ٢\sqrt[٣]{\text{س}+٢} + ٤} + \underset{\text{س}\to ٦}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+٣} - ٣}{\text{س}-٦} \times \dfrac{\sqrt{\text{س}+٣} + ٣}{\sqrt{\text{س}+٣} + ٣}$

$\underset{\text{س}\to ٦}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{\text{س}+٢-٨}}{(\cancel{\text{س}-٦})(١٢)} + \underset{\text{س}\to ٦}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{\text{س}+٣-٩}}{(\cancel{\text{س}-٦})(٦)}$

$\dfrac{١}{١٢} + \dfrac{١}{٦}$

$= \dfrac{٣}{١٢} = \dfrac{١}{٤}$

**١٠** $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt[٣]{\text{س}+٢٤} + \sqrt{\text{س}+١} - ٥}{\text{س}^٢ - ٩}$

**١١** $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+٢٣} - \sqrt[٣]{\text{س}+٧} - ٢}{\text{س}-٢}$

**١٢** $\displaystyle \lim_{\text{س}\to ١} \frac{\sqrt[٣]{\text{س}\sqrt{\text{س}}} - ١}{\text{س} - ١}$ طرح واضافة $\sqrt{\text{س}}$

$\displaystyle \lim_{\text{س}\to ١} \frac{\sqrt[٣]{\text{س}\sqrt{\text{س}}} - \sqrt{\text{س}}}{\text{س} - ١} + \lim_{\text{س}\to ١} \frac{\sqrt{\text{س}} - ١}{\text{س} - ١}$

$\displaystyle \lim_{\text{س}\to ١} \frac{\sqrt{\text{س}}\,(\sqrt[٣]{\text{س}} - ١)}{\text{س} - ١} \times \frac{\sqrt[٣]{\text{س}^٢} + \sqrt[٣]{\text{س}} + ١}{\sqrt[٣]{\text{س}^٢} + \sqrt[٣]{\text{س}} + ١} + \lim_{\text{س}\to ١} \frac{\sqrt{\text{س}} - ١}{\text{س} - ١} \times \frac{\sqrt{\text{س}} + ١}{\sqrt{\text{س}} + ١}$

$\displaystyle \lim_{\text{س}\to ١} \frac{\sqrt{\text{س}}\,\cancel{(\text{س} - ١)}}{\cancel{(\text{س} - ١)}\,(٣)} + \lim_{\text{س}\to ١} \frac{\cancel{\text{س} - ١}}{\cancel{\text{س} - ١} \times ٢}$

$\displaystyle \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٦}$

**١٣** $\displaystyle \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{\sqrt[٣]{\text{س}+٦}\,\sqrt{\text{س}-١} - ٢}{\text{س} - ٢}$ طرح واضافة $٢\sqrt{\text{س}-١}$

$\displaystyle \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{\sqrt[٣]{\text{س}+٦}\,\sqrt{\text{س}-١} - ٢\sqrt{\text{س}-١}}{\text{س} - ٢} + \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{٢\sqrt{\text{س}-١} - ٢}{\text{س} - ٢}$

$\displaystyle \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{\sqrt{\text{س}-١}\,(\sqrt[٣]{\text{س}+٦} - ٢)}{\text{س} - ٢} \times \frac{\sqrt[٣]{(\text{س}+٦)^٢} + ٢\sqrt[٣]{\text{س}+٦} + ٤}{\text{نفسه}} + \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{٢(\sqrt{\text{س}-١} - ١)}{\text{س} - ٢}$

$\displaystyle \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{\sqrt{\text{س}-١} \times \cancel{\text{س}+٦-٨}}{\cancel{\text{س}-٢} \times ١٢} + \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{٢(\sqrt{\text{س}-١} - ١)}{\text{س} - ٢} \times \frac{\sqrt{\text{س}-١} + ١}{\sqrt{\text{س}-١} + ١}$

$\displaystyle \frac{١}{١٢} + \lim_{\text{س}\to ٢} \frac{٢\,(\cancel{\text{س} - ١ - ١})}{٢ \times \cancel{(\text{س} - ٢)}}$

$\displaystyle \frac{١}{١٢} + ١ = \frac{١٣}{١٢}$

الفرع العلمي

الفرع الصناعي

المنهاج

الجديد

# المتميز في الرياضيات

# النهايات و الاتصال

## نظريات في النهايات

[١] اذا كانت $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ٢ع(س) = ١٠$ ، $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ٣\,ل(س) = ٩$

جد $\underset{س \to ٢}{\text{نها}} \left(٢ع(س) + ل(س)\right)$

الحل: $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ع(س) = ٥$ ، $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س) = ٣$

المطلوب $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ٢ع(س) + \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ل(س)$

$= ٢ \times ٥ + ٣ = ١٣$

[٢] اذا كان هـ إقتران كثير حدود وكانت $\underset{س \to -٢}{\text{نها}} \dfrac{هـ(س) + ٥}{س + ٢} = ٩$ جد

$\underset{س \to -٢}{\text{نها}} \left(هـ(س) + ٢س\right)$

الحل: من تصفير البسط

$\underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ هـ(س) + ٥ = ٠ \Leftarrow \underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ هـ(س) = -٥$

المطلوب $\underset{س \to -٢}{\text{نها}} \left(هـ(س) + ٢س\right)$

$-٥ + ٢ \times -٢ = -٥ - ٤$

$= -٩$

[٣] اذا كانت $\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \dfrac{ق(س) + ٢}{س} = \dfrac{١}{٢}$

جد $\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \left(ق(س) - ٥\right)$

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ ق(س) + ٢ = ٠$

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ ق(س) = -٢$

المطلوب $\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \left(ق(س) - ٥\right)$

$-٢ - ٥$

$= -٧$

[٤] اذا كان هـ إقتران كثير حدود وكانت $\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \dfrac{هـ(س) + ٣}{س} = \dfrac{١}{٢}$ ، وكانت

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \left(هـ(س) - ٥ + ٣ب\right) = ٢$ جد قيمة ب

من تصفير البسط

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ هـ(س) + ٣ = ٠$

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ هـ(س) = -٣$

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}} \left(هـ(س) - ٥ + ٣ب\right) = ٢$

$-٣ - ٥ + ٣ب = ٢ \Leftarrow ٣ب = ١٠$

$ب = \dfrac{١٠}{٣}$

[٥] اذا كانت $\underset{س \to ١}{\text{نها}} \dfrac{ق(س) - ٦}{س - ١} = ٨$ وكانت

$\underset{س \to ١}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ + ٢س - ٣}{ق(س) - ٦} + ب = \dfrac{٣}{٢}$ جد قيمة ب

الحل: بقسمة البسط والمقام على (س - ١)

$\underset{س \to ١}{\text{نها}} \dfrac{\dfrac{س^٢ + ٢س - ٣}{س - ١}}{\dfrac{ق(س) - ٦}{س - ١}} + ب = \dfrac{٣}{٢}$

$\underset{س \to ١}{\text{نها}} \dfrac{\dfrac{(س + ٣)\cancel{(س - ١)}}{\cancel{(س - ١)}}}{٨} + ب = \dfrac{٣}{٢}$

$\dfrac{٤}{٨} + ب = \dfrac{٣}{٢}$

$\boxed{ب = ١}$

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

$\boxed{٦}$ إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق}(س) - ٣}{س - ٢} = ٥$

جد $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ + س - ٦}{\text{ق}(س) - ٣}$

الحل: بقسمة البسط والمقام على س−٢

$$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\dfrac{س^٢ + س - ٦}{س - ٢}}{\dfrac{\text{ق}(س) - ٣}{س - ٢}}$$

$$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\dfrac{(س + ٣)\cancel{(س - ٢)}}{\cancel{(س - ٢)}}}{٥}$$

$$\dfrac{٥}{٥} = ١$$

$\boxed{٧}$ إذا كانت $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق}(س) - ٢}{س - ١} = ٤$

جد $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ - ١}{\text{ق}(س) - ٢}$

الحل: بقسمة البسط والمقام على س−١

$$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\dfrac{س^٢ - ١}{س - ١}}{\dfrac{\text{ق}(س) - ٢}{س - ١}}$$

$$\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \dfrac{\dfrac{\cancel{(س - ١)}(س + ١)}{\cancel{(س - ١)}}}{٤}$$

$$\dfrac{٢}{٤} = \dfrac{١}{٢}$$

$\boxed{٨}$ إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق}(س) - ٩}{س - ٣} = ٤$

جد $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق}(س) - س^٢}{س - ٣}$

الحل: بطرح وإضافة ٩

$$\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق}(س) - ٩ + ٩ - س^٢}{س - ٣}$$

$$\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق}(س) - ٩}{س - ٣} + \underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} \dfrac{\overset{-١}{\cancel{(٣ - س)}}(س + ٣)}{\cancel{(س - ٣)}}$$

$$٤ + -٦$$

$$= -٢$$

$\boxed{٩}$ إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق}(س) - ٨}{س - ٣} = ٢$

جد $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{س^٣ - \text{ق}(س)}{س - ٢}$

الحل:- بطرح وإضافة ٨

$$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{س^٣ - ٨ + ٨ - \text{ق}(س)}{س - ٢}$$

$$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{س^٣ - ٨}{س - ٢} + \underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{٨ - \text{ق}(س)}{س - ٢}$$

$$\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(س - ٢)}(س^٢ + ٢س + ٤)}{\cancel{س - ٢}} + -٢$$

$$١٢ + -٢ = ١٠$$

**١٠** اذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (-٣، ٤)، وكانت $\lim\limits_{\text{س}\to -3}(\text{س} - \text{ل}(\text{س})) = -10$

جد $\lim\limits_{\text{س}\to -3}(\text{ق}^2(\text{س}) - 2\,\text{ل}(\text{س}))$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to -3}\text{س} - \lim\limits_{\text{س}\to -3}\text{ل}(\text{س}) = -10$

$-3 - \lim\limits_{\text{س}\to -3}\text{ل}(\text{س}) = -10$

$\lim\limits_{\text{س}\to -3}\text{ل}(\text{س}) = 7$

بما ان ق كثير حدود فإن $\lim\limits_{\text{س}\to -3}\text{ق}(\text{س}) = 4$

المطلوب

$\lim\limits_{\text{س}\to -3}\text{ق}^2(\text{س}) - 2\,\text{ل}(\text{س})$

$4^2 - 2\times 7 = 2$

**١١** اذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على (س - ٢) يساوي ٥ جد

$\lim\limits_{\text{س}\to 2}(3\,\text{ع}(\text{س}) + 4\text{س}^2)$

الحل:

**١٢** اذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 2}\dfrac{\text{ق}(\text{س}) - 4}{\text{س} - 2} = 7$

$\lim\limits_{\text{س}\to 3}\text{ق}(\text{س}) = 6$ ، $\text{ق}(3) = 5$ جد

$\lim\limits_{\text{س}\to 2}(3\,\text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(\text{س}+1))$

الحل: من تصفير البسط $\lim\limits_{\text{س}\to 2}\text{ق}(\text{س}) = 4$

$\lim\limits_{\text{س}\to 2}(3\,\text{ق}(\text{س})) - \lim\limits_{\text{س}\to 2}\text{ق}(\text{س}+1)$ استبدال

$3\times 4 - \lim\limits_{\text{ص}\to 3}\text{ق}(\text{ص})$

ص = س + ١
س = ص - ١
س ← ٢
ص ← ٣

$12 - 6 = 6$

**١٣** اذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to -1}\dfrac{\text{ق}(\text{س}) + 5}{\text{س} + 1} = 4$

$\lim\limits_{\text{س}\to 2}\text{ق}(\text{س}) = 3$ ، $\lim\limits_{\text{س}\to -2}\text{ق}(\text{س}) = 4$ ، $\text{ق}(2) = 2$

$\lim\limits_{\text{س}\to -1} 2\,\text{ق}(\text{س}) + 3\,\text{ق}(\text{س}+3) - \text{م} = 6$

جد قيمة م .

الفرع العلمي | المنهاج
الفرع الصناعي | الجديد

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

$\boxed{١٤}$ اذا كان $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)} - ٢}{\text{س} - ١} = \text{م}$ اثبت ان

$$\underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)} - ٢\text{س}}{\text{س}^٢ - \text{س}} = \text{م} - ٢$$

الحل: $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)} - ٢ + ٢ - ٢\text{س}}{\text{س}^٢ - \text{س}}$

$$\underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)} - ٢}{\text{س(س} - ١)} + \underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{٢ - ٢\text{س}}{\text{س}^٢ - \text{س}}$$

$$\dfrac{\text{م}}{١} + ٢\underset{\text{س}\to ١}{\text{نها}} \dfrac{\overset{-١}{\cancel{(١ - \text{س})}}}{\text{س}\cancel{(\text{س} - ١)}}$$

$$\text{م} + ٢ \times -١$$

$$\text{م} - ٢$$

$\boxed{١٦}$ اذا كانت $\underset{\text{س}\to -١}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)} - ٣}{\text{س} + ١} = ٤$

جد $\underset{\text{س}\to -١}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^٢\text{ق(س)} - ٣}{\text{س} + ١}$

$\boxed{١٥}$ اذا كانت $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)} - ٤}{\text{س} - ٢} = ٥$

جد $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^٣\text{ق(س)} - ٣٢}{\text{س} - ٢}$

الحل: بطرح واضافة ٨ ق(س)

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}^٣\text{ق(س)} - ٨\text{ق(س)}}{\text{س} - ٢} + \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{٨\text{ق(س)} - ٣٢}{\text{س} - ٢}$$

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\text{ق(س)}(\text{س}^٣ - ٨)}{\text{س} - ٢} + \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{٨(\text{ق(س)} - ٤)}{\text{س} - ٢}$$

من تصفير البسط = ٤

$$٤\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{(\text{س} - ٢)}(\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤)}{\cancel{\text{س} - ٢}} + ٨ \times ٥$$

$$٤ \times ١٢ + ٤٠ = ٤٨ + ٤٠$$

$$= ٨٨$$

$\boxed{١٧}$ اذا كانت $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نها}} \text{ق}(٢\text{س} + ١) - ٣\text{س} = ٠$

جد $\underset{\text{س}\to ٩}{\text{نها}} ٣\text{ق}^٢(\sqrt{\text{س}} + ٢)$ .

**18** إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\sqrt{\text{س} - \text{أ}} - 2}{2\text{س} - 2}$ موجودة

جد قيمة أ

**19** إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\text{أ}\text{س}^2 + 2\text{ب}\text{س} + 2}{\text{س} - 1} = 1$

جد قيمة أ ، ب .

الحل: من تصفير البسط $\lim\limits_{\text{س}\to 1} \text{أ}\text{س}^2 + 2\text{ب}\text{س} + 2 = 0$

$\text{أ} + 2\text{ب} + 2 = 0 \Leftarrow \text{أ} = -2\text{ب} - 2 \longleftarrow 1$

$$\lim_{\text{س}\to 1} \frac{(-2\text{ب} - 2)\text{س}^2 + 2\text{ب}\text{س} + 2}{\text{س} - 1} = 1$$

$$\lim_{\text{س}\to 1} \frac{-2\text{ب}\text{س}^2 + 2\text{ب}\text{س}}{\text{س} - 1} + \lim_{\text{س}\to 1} \frac{2 - 2\text{س}^2}{\text{س} - 1} = 1$$

$$\lim_{\text{س}\to 1} \frac{-2\text{ب}\text{س}\cancel{(\text{س} - 1)}}{\cancel{\text{س} - 1}} + \lim_{\text{س}\to 1} \frac{2(1 + \text{س})\overset{-1}{\cancel{(1 - \text{س})}}}{\cancel{\text{س} - 1}} = 1$$

$-2\text{ب} - 4 = 1 \Leftarrow \boxed{\text{ب} = \frac{-5}{2}}$

$\text{أ} = -2 \times \frac{-5}{2} - 2$

$\boxed{\text{أ} = 3}$

**20** إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{\text{أ}\text{س}^2 + 3\text{ب}\text{س} - 5}{\text{س}^2 - 4} = 13$

فما قيمة أ ، ب

الحل: من تصفير البسط $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \text{أ}\text{س}^2 + 3\text{ب}\text{س} - 5 = 0$

$4\text{أ} + 6\text{ب} - 5 = 0$

$4\text{أ} = -6\text{ب} + 5$

$\text{أ} = \frac{1}{4}(-6\text{ب} + 5)$

$$\lim_{\text{س}\to 2} \frac{\left(\frac{-6\text{ب}}{4} + \frac{5}{4}\right)\text{س}^2 + 3\text{ب}\text{س} - 5}{\text{س}^2 - 4} = 13$$

$$\lim_{\text{س}\to 2} \frac{-\frac{3}{2}\text{ب}\text{س}^2 + 3\text{ب}\text{س}}{\text{س}^2 - 4} + \lim_{\text{س}\to 2} \frac{\frac{5}{4}\text{س}^2 - 5}{\text{س}^2 - 4} = 13$$

$$-\frac{3}{2}\lim_{\text{س}\to 2} \frac{\text{ب}\text{س}\cancel{(\text{س} - 2)}}{\cancel{(\text{س} - 2)}(\text{س} + 2)} + \frac{5}{4}\lim_{\text{س}\to 2} \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2 - 4} = 13$$

$\frac{-3\text{ب}}{2} \times \frac{2}{4} + \frac{5}{4} = 13 \Leftarrow -3\text{ب} + 5 = 52$

$-3\text{ب} = 47$

$\boxed{\text{ب} = \frac{-47}{3}}$

$\text{أ} = \frac{1}{4}\left(-6 \times \frac{-47}{3} + 5\right)$

**21** إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 5} \dfrac{\text{أ}\text{س}^2 - \text{ب}\text{س} - 5}{\text{س} - 5} = 6$

جد أ ، ب

## إمتحان رياضيات

س١ جد كل من النهايات الآتية

أ- جد $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \dfrac{(64)^{\text{س}} - 8^{\text{س}}}{1 - 8^{\text{س}}}$

ب- $\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\text{س}^3 + 3\text{س} - 4}{\text{س}^2 - 1}$

جـ- $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \dfrac{\sqrt{\text{س}+1}\,\sqrt[3]{4\text{س}-8} + 2}{\text{س}}$

د- $\lim\limits_{\text{س}\to 8} \dfrac{\sqrt[3]{\text{س}} - 2}{4 - \frac{\text{س}}{2}}$

هـ- $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \dfrac{1}{\text{س}}\left(\dfrac{1}{(2+\text{س})^2} - \dfrac{1}{4}\right)$

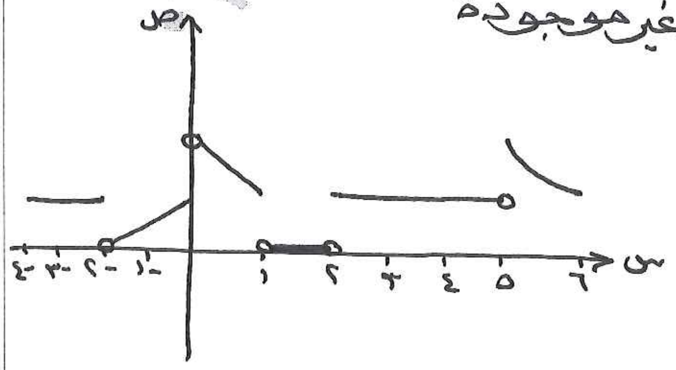
س٢ اذا كانت

$\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\text{أ}\text{س}^2 + 2\text{ب}\text{س} + 2}{\text{س} - 1} = 1$ جد قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

س٣ اذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{\text{ق(س)} - 8}{\text{س} - 2} = 4$

جد $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{\text{س}^3\,\text{ق(س)} - 64}{\text{س} - 2}$

س٤ معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل ق(س) حيث ق(س) معرف على [−٤، ٦] جد قيم أ بحيث $\lim\limits_{\text{س}\to \text{أ}}$ ق(س) غير موجودة



الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
# النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

## حساب نهاية الاقتران المتشعب

نهـا (س ← أ+) تعني س > أ

نهـا (س ← أ-) تعني س < أ

١ اذا كان ق(س) =
- س^٢+٢س ، -٢ ≤ س < ١
- ٣/س ، ١ ≤ س ≤ ٤
- ٥ ، ٤ < س ≤ ٧

اوجد

١ نهـا (س ← ٠) ق(س) = ٠^٢ + ٢×٠ = ٠ نقطة عادية

٢ نهـا (س ← ١) ق(س) = نقطة تحول

نهـا (س ← ١+) ق(س) = ٣/١ = ٣

نهـا (س ← ١-) ق(س) = ١^٢ + ٢×١ = ٣

نهـا (س ← ١) ق(س) = ٣

٣ نهـا (س ← ٤) ق(س) نقطة تحول

نهـا (س ← ٤+) ق(س) = ٥

نهـا (س ← ٤-) ق(س) = ٣/٤

نهـا (س ← ٤) ق(س) = غ.م

٤ نهـا (س ← -٢) ق(س) = غ.م طرف

٥ نهـا (س ← ٧) ق(س) = غ.م طرف

٢ اذا كان ق(س) =
- س^٣+٢س ، -٣ ≤ س < ١
- س^٢+٢ ، ١ ≤ س < ٢
- ٣ ، س ≥ ٢

جد

أ - نهـا (س ← -٣) ق(س)

ب - نهـا (س ← ٢) ق(س)

جـ - نهـا (س ← ٥) ق(س)

د - نهـا (س ← ١) ق(س)

هـ - نهـا (س ← ٠) ق(س)

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

### حساب نهاية اقتران القيمة المطلقة

$\boxed{1}$ جد $\lim\limits_{س \to 2} \frac{|س-3|-1}{س-2}$

الحل: $\lim\limits_{س \to 2} \frac{-س+3-1}{س-2}$

$\lim\limits_{س \to 2} \frac{2-س}{س-2} = -1$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{س \to 0} \frac{|س-3|-|2س-3|}{س}$

الحل: $\lim\limits_{س \to 0} \frac{-س+3-(-2س+3)}{س}$

$\lim\limits_{س \to 0} \frac{-س+3+2س-3}{س}$

$\lim\limits_{س \to 0} \frac{س}{س} = 1$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{س \to 3} |س^2-9|$

الحل: $\lim\limits_{س \to 3^+} س^2-9 = 0$

$\lim\limits_{س \to 3^-} 9-س^2 = 0$

$\lim\limits_{س \to 3} |س^2-9| = $ صفر

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{س \to -2} \frac{5-|3س+1|}{س^3+8}$

الحل: $\lim\limits_{س \to -2} \frac{5-(-3س-1)}{س^3+8}$

$\lim\limits_{س \to -2} \frac{5+3س+1}{س^3+8}$

$\lim\limits_{س \to -2} \frac{3\cancel{(س+2)}}{\cancel{(س+2)}(س^2-2س+4)}$

$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

$\boxed{5}$ جد $\lim\limits_{س \to 3} \frac{|س-3|}{س-3}$

$\boxed{6}$ إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{3-س}{|س-3|} & ، س \geq 3 \\ جس^2-4 & ، س < 3 \end{cases}$

وكانت $\lim\limits_{س \to 3} ق(س)$ موجودة نجد قيمة جـ

الحل: $\lim\limits_{س \to 3^+} \cancel{\frac{3-س}{س-3}} = \lim\limits_{س \to 3^-} جس^2-4$

$-1 = 9جـ - 4$

$9جـ = 3$

$جـ = \frac{1}{3}$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

[٧] إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{\text{س}-٤}{|\text{س}-٤|} & ، \text{س} > ٤ \\ \text{م}\text{س}^2 - ٩ & ، \text{س} < ٤ \end{cases}$

إذا كانت $\underset{\text{س}\to ٤}{\text{نها}}$ ق(س) موجودة فما قيمة م

[٨] إذا كان ق(س) = $\dfrac{\sqrt{\text{س}^2+٤\text{س}+٤}}{\text{س}+٢}$

جد $\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}}$ ق(س)

الحل: $\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}} \dfrac{|\text{س}+٢|}{\text{س}+٢}$

$\underset{\text{س}\to -٢^+}{\text{نها}} \dfrac{\text{س}+٢}{\text{س}+٢} = ١$

$\underset{\text{س}\to -٢^-}{\text{نها}} \dfrac{-(\text{س}+٢)}{\text{س}+٢} = -١$

$\underset{\text{س}\to -٢}{\text{نها}} \dfrac{|\text{س}+٢|}{\text{س}+٢} =$ غ.م

[٩] جد $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{٢\text{س}^3+\text{س}^2}}{\text{س}}$

الحل: $\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}^2(٢\text{س}+١)}}{\text{س}}$

$\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{|\text{س}|\sqrt{٢\text{س}+١}}{\text{س}}$

$\underset{\text{س}\to ٠^+}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{\text{س}}\sqrt{٢\text{س}+١}}{\cancel{\text{س}}} = ١$

$\underset{\text{س}\to ٠^-}{\text{نها}} \dfrac{-\cancel{\text{س}}\sqrt{٢\text{س}+١}}{\cancel{\text{س}}} = -١$

$\underset{\text{س}\to ٠}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{٢\text{س}^3+\text{س}^2}}{\text{س}} =$ غ.م

[١٠] $\underset{\text{س}\to ٥}{\text{نها}} \dfrac{\sqrt{\text{س}^2 - ١٠\text{س} + ٢٥}}{\text{س} - ٥}$

### حساب نهاية اقتران اكبر عددصحيح

إذا كان ناتج التعويض داخل [ ] عدد صحيح فإننا نجد يميناً و يساراً

اما اذا كان ناتج التعويض داخل [ ] كسر فتكون النتيجة مباشرة

$\boxed{1}$ $\underset{\text{س} \leftarrow 0.7}{\text{نها}} [\text{س} + 3]$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow 0.7}{\text{نها}} [\text{س} + 3] = [3.7] = 3$

$\boxed{2}$ $\underset{\text{س} \leftarrow 3}{\text{نها}} [\text{س} + 5]$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow 3^+}{\text{نها}} [\text{س} + 5] = [8]^+ = 8$

$\underset{\text{س} \leftarrow 3^-}{\text{نها}} [\text{س} + 5] = [8]^- = 7$

$\underset{\text{س} \leftarrow 3}{\text{نها}} [\text{س} + 5] = \text{غ.م}$

$\boxed{3}$ $\underset{\text{س} \leftarrow -2}{\text{نها}} \dfrac{[\frac{2}{3}\text{س} + 4] + \text{س}}{|\text{س}| - 2}$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow -2}{\text{نها}} \dfrac{[\frac{8}{3}] + \text{س}}{-\text{س} - 2}$

$\underset{\text{س} \leftarrow -2}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{\text{س} + 2}}{-\cancel{(\text{س} + 2)}} = -1$

$\boxed{4}$ $\underset{\text{س} \leftarrow 7}{\text{نها}} [\text{س} + 4] - [\text{س} + 1]$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow 7^+}{\text{نها}} [\text{س} + 4] - [\text{س} + 1]$
$= [11]^+ - [8]^+ = 11 - 8 = 3$

$\underset{\text{س} \leftarrow 7^-}{\text{نها}} [\text{س} + 4] - [\text{س} + 1]$
$= [11]^- - [8]^- = 10 - 7 = 3$

$\underset{\text{س} \leftarrow 7}{\text{نها}} [\text{س} + 4] - [\text{س} + 1] = 3$

$\boxed{5}$ $\underset{\text{س} \leftarrow -2}{\text{نها}} [\text{س} + 5] - [\text{س} + 1]$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

**٦** $\lim_{س \to ٤} [س - ٢] - [٣ - س]$

**٧** $\lim_{س \to ٢} [١ - س] + [٣ - س]$

**٨** $\lim_{س \to ٢,٥} \frac{٢س - [٢س]}{٤س^{٢} - ٢٥}$

الحل: $\lim_{س \to ٢,٥^{+}} \frac{\cancel{٢س - ٥}}{(\cancel{٢س - ٥})(٢س + ٥)} = \frac{١}{١٠}$

$\lim_{س \to ٢,٥^{-}} \frac{٢س - ٤}{٤س^{٢} - ٢٥} = \frac{١}{٠} =$ غ.م

$\lim_{س \to ٢,٥} \frac{٢س - [٢س]}{٤س^{٢} - ٢٥} =$ غ.م

**٩** ما مجموعة قيم أ التي تجعل $\lim_{س \to أ} [٢س] = ٣$

الحل: $\lim_{س \to أ} [٢س] = [٢أ] = ٣$

$٣ < ٢أ < ٤$

$\frac{٣}{٢} < أ < ٢$

$أ \in (\frac{٣}{٢} ، ٢)$

**١٠** إذا كانت $\lim_{س \to أ^{-}} [٢س] = ٣$ جد قيم أ .

الحل: $\lim_{س \to أ^{-}} [٢س] = [٢أ]^{-} = ٣$

$٣ < ٢أ < ٤$

$\frac{٣}{٢} < أ < ٢$

$أ \in (\frac{٣}{٢} ، ٢]$

**١١** إذا كانت $\lim_{س \to ٣^{+}} [أس + ١] = ٤$ جد قيم أ

الحل: $\lim_{س \to ٣^{+}} [أس + ١] = [٣أ + ١]^{+} = ٤$

$٤ < ٣أ + ١ < ٥$

$٣ < ٣أ < ٤$

$١ < أ < \frac{٤}{٣}$

$أ \in [١ ، \frac{٤}{٣})$

**١٢** اذا كانت $\underset{س \leftarrow -٣}{\text{نها}} [أس + ١] = ٤$ جد قيم أ

**١٣** اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} \dfrac{س^٢ - ٤}{س + ٢} ، & س > ك^٢ \\ ٣س ، & س < ك^٢ \end{cases}$

فما مجموعة قيم $ك^٢$ التي تجعل $\underset{س \leftarrow ك^٢}{\text{نها}}$ هـ(س) موجودة

الحل: $\underset{س \leftarrow ك^{٢+}}{\text{نها}} \dfrac{س^٢ - ٤}{س + ٢} = \underset{س \leftarrow ك^{٢-}}{\text{نها}} ٣س$

$\dfrac{ك^٤ - ٤}{ك^٢ + ٢} = ٣ك^٢$

$\dfrac{(ك^٢ - ٢)\cancel{(ك^٢ + ٢)}}{\cancel{ك^٢ + ٢}} = ٣ك^٢ \Leftarrow ك^٢ - ٢ = ٣ك^٢$

$٢ك^٢ = -٢$

$ك^٢ = -١$

**١٤** اذا كان $ل(س) = \begin{cases} \dfrac{س^٣ - ٢٧}{٢س^٢ + ٦س + ١٨} ، & س \geq ع \\ س + ٥ ، & س < ع \end{cases}$

جد قيمة الثابت ع التي تجعل $\underset{س \leftarrow ع}{\text{نها}}$ ل(س) موجودة

**١٥** $ق(س) = \begin{cases} ٣ - [س] ، & س > أ \\ [س + ٢] ، & س < أ \end{cases}$

فما قيمة أ ∈ ص بحيث $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نها}}$ ق(س) موجودة

الحل: $\underset{س \leftarrow أ^+}{\text{نها}} ٣ - [س] = \underset{س \leftarrow أ^-}{\text{نها}} [س + ٢]$

$٣ - [أ]^+ = [أ + ٢]^-$

$٣ - أ = أ - ١ + ٢$

$٢أ = ٢$ $\boxed{أ = ١}$

**١٦** $ق(س) = \begin{cases} ٨ - [س] ، & س \geq أ \\ [س + ٤] ، & س \leq أ \end{cases}$

ما قيم أ ∉ ص بحيث $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نها}}$ ق(س) موجودة

الحل: $\underset{س \leftarrow أ^+}{\text{نها}} ٨ - [س] = \underset{س \leftarrow أ^-}{\text{نها}} [س + ٤]$

$٨ - [أ]^+ = [أ]^- + ٤$

$٨ - [أ] = [أ] + ٤$

$٢[أ] = ٤$

$[أ] = ٢ \Leftarrow ٢ < أ < ٣$ ، أ ∈ (٢ ، ٣)

**١٧** اذا كان $ق(س) = \begin{cases} \dfrac{أ}{س} + س^٢ ، & ٠ < س \leq ٢ \\ [س] + ٣ ، & ٢ < س < ٣ \end{cases}$

جد قيمة الثابت أ اذا كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نها}}$ ق(س) موجودة

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال



### متطابقات هامة

جتا$^{2}$س + جا$^{2}$س = ١

١ + ظتا$^{2}$س = قتا$^{2}$س

١ + ظا$^{2}$س = قا$^{2}$س

جا ٢س = ٢ جاس جتاس

جتا$^{2}$س − جا$^{2}$س = جتا ٢س

١ − ٢جا$^{2}$س = جتا ٢س

٢جتا$^{2}$س − ١ = جتا ٢س

جتاس − جتاص = −٢ جا$\left(\frac{\text{س+ص}}{2}\right)$ جا$\left(\frac{\text{س−ص}}{2}\right)$

جاس − جاص = ٢ جتا$\left(\frac{\text{س+ص}}{2}\right)$ جا$\left(\frac{\text{س−ص}}{2}\right)$

جا (أ ± ب) = جاأ جتاب ± جتاأ جاب

جتا (أ ± ب) = جتاأ جتاب ± جاأ جاب

ظا(أ − ب) = $\frac{\text{ظاأ − ظاب}}{\text{١ + ظاأ ظاب}}$

ظا (أ + ب) = $\frac{\text{ظاأ + ظاب}}{\text{١ − ظاأ ظاب}}$

جاس = $\frac{1}{\text{قتاس}}$

جتاس = $\frac{1}{\text{قاس}}$

ظاس = $\frac{1}{\text{ظتاس}}$

ظاس = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

في حالات $\pi$

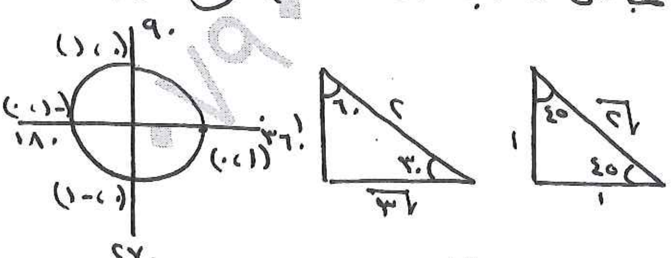
جاس = جتا ($\frac{\pi}{2}$ − س) متممة

جاس = جا($\pi$ − س)

جاس = − جا(٢$\pi$ − س)

جاس = جا(٣$\pi$ − س)

جاس = −جا (٤$\pi$ − س) وهكذا




جاس = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ ، قتاس = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

جتاس = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ ، قاس = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

ظاس = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ ، ظتاس = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال



نظرية

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جاس}}{\text{س}} = 1$ ، $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{ظاس}}{\text{س}} = 1$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا م س}}{\text{ن س}} = \frac{\text{م}}{\text{ن}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{ظا م س}}{\text{ن س}} = \frac{\text{م}}{\text{ن}}$

$\boxed{\text{م}}$ التعويض المباشر

$\boxed{1}$ $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س}}{\text{جتاس}} = \frac{0}{\text{جتا}0} = \frac{0}{1} = 0$

$\boxed{2}$ $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \text{جاس} + \text{جتاس}$

$= \text{جا}0 + \text{جتا}0$

$0 + 1 = 1$

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}2\text{س}}{3\text{س}} = \frac{2}{3}$

حل اخر

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}2\text{س}}{3\text{س}} \times \frac{2\text{س}}{2\text{س}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}2\text{س}}{2\text{س}} \times \frac{2\text{س}}{3\text{س}}$

$1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$\boxed{4}$ $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{3\text{س}}{\text{جاس}}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{3\text{س}}{\text{س}}}{\frac{\text{جاس}}{\text{س}}} = \frac{3}{1} = 3$

$\boxed{5}$ $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}7\text{س}}{3\text{س}}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}7\text{س}}{3\text{س}} \times \frac{7\text{س}}{7\text{س}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}7\text{س}}{7\text{س}} \times \frac{7\text{س}}{3\text{س}} = 1 \times \frac{7}{3} = \frac{7}{3}$

$\boxed{6}$ $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{9\text{س}}{\text{ظاس}}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{9\text{س}}{1} \div \text{ظاس}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \frac{9\text{س}}{1} \times \frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$

$9 \times \text{جتا}0 = 9$

$\boxed{7}$ $\lim\limits_{\text{س}\to \pi} \frac{\text{جا}(\text{س}-\pi)}{(\text{س}-\pi)}$

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

**ب** قسمة البسط والمقام على $\text{س}$ أو $\text{س}^{٢}$ أو $\text{س}^{٣}$ ... الخ

**١** $$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\text{جا٥س} + \text{ظا٢س}}{\text{٣س}}$$

الحل: بقسمة البسط والمقام على س

$$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\frac{\text{جا٥س}}{\text{س}} + \frac{\text{ظا٢س}}{\text{س}}}{\frac{\text{٣س}}{\text{س}}}$$

$$\frac{٥ + ٢}{٣} = \frac{٧}{٣}$$

**٢** $$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\text{٥س} + \text{ظا٧س} + \text{جا٢س}}{\text{٢س}}$$

الحل: $$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\frac{\text{٥س}}{\text{س}} + \frac{\text{ظا٧س}}{\text{س}} + \frac{\text{جا٢س}}{\text{س}}}{\frac{\text{٢س}}{\text{س}}}$$

$$= \frac{٥ + ٧ + ٢}{٢} = \frac{١٤}{٢} = ٧$$

**٣** $$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\text{س جاس} - \text{ظا٢س}}{\text{٤س} - \text{جا٣س}}$$

الحل: بقسمة البسط والمقام على س

$$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\frac{\text{س جاس}}{\text{س}} - \frac{\text{ظا٢س}}{\text{س}}}{\frac{\text{٤س}}{\text{س}} - \frac{\text{جا٣س}}{\text{س}}}$$

$$\frac{٠ - ٢}{٤ - ٣} = \frac{-٢}{١} = -٢$$

**٤** $$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\text{س جاس} - \text{ظا٣س}}{\text{جا٥س} - \text{٤س}}$$

**٥** $$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\text{٦س جاس} + \text{ظا}^{٢}\text{٥س}}{\text{س}^{٢} + \text{جا}^{٢}\text{٢س}}$$

الحل: بقسمة البسط والمقام على $\text{س}^{٢}$

$$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\frac{\text{٦س جاس}}{\text{س}^{٢}} + \frac{\text{ظا}^{٢}\text{٥س}}{\text{س}^{٢}}}{\frac{\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢}} + \frac{\text{جا}^{٢}\text{٢س}}{\text{س}^{٢}}}$$

$$\frac{٦ + ٢٥}{١ + ٤} = \frac{٣١}{٥}$$

**٦** $$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\text{٦س}^{٢}\text{جاس} - \text{جا}^{٣}\text{٢س}}{\text{ظا}^{٣}\text{س} + \text{س}^{٣}}$$

الحل: بقسمة البسط والمقام على $\text{س}^{٣}$

$$\text{نها}_{\text{س}\leftarrow ٠} \frac{\frac{\text{٦س}^{٢}\text{جاس}}{\text{س}^{٣}} - \frac{\text{جا}^{٣}\text{٢س}}{\text{س}^{٣}}}{\frac{\text{ظا}^{٣}\text{س}}{\text{س}^{٣}} + \frac{\text{س}^{٣}}{\text{س}^{٣}}}$$

$$\frac{٦ - ٨}{١ + ١} = \frac{-٢}{٢} = -١$$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد



**٧]** $\lim_{س \to ٠} \dfrac{٢س(س + جا٨س - جا٤س)}{س^٢ جتاس}$

الحل: $\lim_{س \to ٠} \dfrac{٢\cancel{س}(س + جا٨س - جا٤س)}{س^{\cancel{٢}} جتاس}$

$\lim_{س \to ٠} \dfrac{٢(س + جا٨س - جا٤س)}{س جتاس}$

$\lim_{س \to ٠} \dfrac{\dfrac{٢س}{س} + \dfrac{٢جا٨س}{س} - \dfrac{٢جا٤س}{س}}{\dfrac{\cancel{س} جتاس}{\cancel{س}}}$

$\dfrac{٢ + ٢\times٨ - ٤\times٢}{١} = ١٠$

**٨]** $\lim_{س \to ٠} (قاس + ظا٥س)$

الحل: $\lim_{س \to ٠} \left(\dfrac{١}{جتاس} + ظا٥س\right)$

$١ + ٠ = ١$

**٩]** $\lim_{س \to ٠} \dfrac{٢س^٢ + س ظا٢س}{جا^٢س}$

**١٠]** $\lim_{س \to ٠} \dfrac{س^٣ + ظا^٣ ٣س - جا^٣س}{٢س^٣}$

**١١]** $\lim_{س \to ٠} \dfrac{٢ظاس - جاس}{س}$

**١٢]** $\lim_{س \to ٠} س قتاس$

**١٣]** اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \dfrac{جا مس}{٦س} = \lim_{س \to ٠} \dfrac{ظا٥س}{بس - س} = ٢$

الحل:

$\lim_{س \to ٠} \dfrac{جا مس}{٦س} = ٢$ ، $\lim_{س \to ٠} \dfrac{ظا٥س}{بس - س} = ٢$

$\dfrac{م}{٦} = ٢$

$م = ١٢$

بقسمة البسط والمقام

$\lim_{س \to ٠} \dfrac{\dfrac{ظا٥س}{س}}{\dfrac{بس}{س} - \dfrac{س}{س}} = ٢$

$\dfrac{٥}{ب - ١} = ٢$ ، $ب = \dfrac{٧}{٢}$

## ج) إستبدال الزاوية المركبة

① $\lim\limits_{س \to ٣} \frac{جا(٢س-٦)}{٣-س}$

الحل:

$\lim\limits_{س \to ٣} \frac{جا٢(س-٣)}{٣-س}$

ص = س − ٣
س = ص + ٣
س ← ٣
ص ← ٠

$\lim\limits_{ص \to ٠} \frac{جا٢ص}{-ص}$

$= -٢$

② $\lim\limits_{س \to ٢} \frac{جا(س-٢)}{س^{٢}-س-٢}$

الحل: $\lim\limits_{س \to ٢} \frac{جا(س-٢)}{(س-٢)(س+١)}$

ص = س − ٢
س = ص + ٢
س ← ٢
ص ← ٠

$\lim\limits_{ص \to ٠} \frac{جاص}{ص} \times \lim\limits_{ص \to ٠} \frac{١}{ص+٢+١}$

$١ \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$

③ $\lim\limits_{س \to ٨} \frac{جا(س^{٢}-٦٤)}{س-٨}$

نفرض
ص = $س^{٢} - ٦٤$
س = $\sqrt{ص+٦٤}$
س ← ٨
ص ← ٠

الحل: $\lim\limits_{ص \to ٠} \frac{جاص}{\sqrt{ص+٦٤}-٨}$

$\lim\limits_{ص \to ٠} \frac{جاص}{\sqrt{ص+٦٤}-٨} \times \frac{\sqrt{ص+٦٤}+٨}{\sqrt{ص+٦٤}+٨}$

$\lim\limits_{ص \to ٠} \frac{جاص}{ص+٦٤-٦٤} \times \sqrt{ص+٦٤}+٨$

$\lim\limits_{ص \to ٠} \frac{جاص}{ص} \times \sqrt{ص+٦٤}+٨ = ١ \times \sqrt{٦٤}+٨$

$٨+٨ = ١٦$

## د) عند وجود قا ، قتا ، ظتا نقلبهم

$\frac{١}{جتاس}$ ، $\frac{١}{جاس}$ ، $\frac{١}{ظاس}$

① $\lim\limits_{س \to ٠} س\,(قتاس - ٢ظتا٣س)$

الحل: $\lim\limits_{س \to ٠} س\left(\frac{١}{جاس} - \frac{٢}{ظا٣س}\right)$

$\lim\limits_{س \to ٠} \frac{س}{جاس} - \frac{٢س}{ظا٣س}$

$١ - \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣}$

② $\lim\limits_{س \to ٠} س^{٢}\,قتا٣س\,ظتا٤س$

الحل: $\lim\limits_{س \to ٠} س^{٢} \times \frac{١}{جا٣س} \times \frac{١}{ظا٤س}$

$\lim\limits_{س \to ٠} \frac{س \times س}{جا٣س \times ظا٤س}$

$\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{١٢}$

③ $\lim\limits_{س \to ٠} (٧س^{٣}\,ظتا^{٢}(٢س)\,قتا(س))$

## هـ استخدام متطابقة

$$\text{جتا}أ - \text{جتا}ب = -2\,\text{جا}\tfrac{1}{2}(أ+ب) \times \text{جا}\tfrac{1}{2}(أ-ب)$$

$$\text{جا}أ - \text{جا}ب = 2\,\text{جا}\tfrac{1}{2}(أ-ب)\ \text{جتا}(أ+ب)$$

**[1]** $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتا}س - \text{جتا}3س}{س^2}$

الحل: $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{-2\,\text{جا}\frac{1}{2}(س+3س) \times \text{جا}\frac{1}{2}(س-3س)}{س^2}$

$\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{-2\,\text{جا}2س \times \text{جا}-س}{س \times س}$

$-2 \times 2 \times -1 = 4$

**[2]** $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتا}3س - \text{جتا}5س}{س^2}$

الحل: $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{-2\,\text{جا}(-س) \times \text{جا}4س}{س \times س}$

$-2 \times -1 \times 4$

$= 8$

**[3]** $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{1 + \text{جتا}4س - 2\,\text{جتا}^2س}{س^2}$

الحل: $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتا}4س + 1 - 2\,\text{جتا}^2س}{س^2}$

$= \underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتا}4س - \text{جتا}2س}{س^2}$

$\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{-2\,\text{جا}3س \times \text{جا}س}{س \times س}$

$-2 \times 1 \times 3 = -6$

**[4]** $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{س\,\text{جتا}2س - س\,\text{جتا}4س}{س^3}$

الحل: $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{\cancel{س}\,(\text{جتا}2س - \text{جتا}4س)}{\cancel{س} \times س^2}$

$\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{-2\,\text{جا}-س \times \text{جا}3س}{س \times س}$

$-2 \times -1 \times 3 = 6$

**[5]** $\underset{س\to 0}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتا}6س - \text{جتا}4س}{س^2}$

**[6]** $\underset{س\to أ}{\text{نها}} \dfrac{\text{جا}س - \text{جا}أ}{س - أ}$

الحل: $\underset{س\to أ}{\text{نها}} \dfrac{2\,\text{جا}\frac{1}{2}(س-أ) \times \text{جتا}\frac{1}{2}(س+أ)}{(س-أ)}$

$\underset{س\to أ}{\text{نها}} \dfrac{2\,\text{جا}\frac{1}{2}(س-أ)}{س-أ} \times \underset{س\to أ}{\text{نها}} \text{جتا}\tfrac{1}{2}(س+أ)$

$\underset{ص\to 0}{\text{نها}} \dfrac{2\,\text{جا}\frac{1}{2}ص}{ص} \times \text{جتا}\tfrac{1}{2}\,2أ$ | $ص = س - أ$، $س \to أ$، $ص \to 0$

$2 \times \tfrac{1}{2} \times \text{جتا}أ$

$\text{جتا}أ$

## ف) الضرب بالمرافق

يستخدم في الحالات

| المقدار | المرافق |
|---|---|
| | |

$1 \pm \text{جا}س \times 1 \mp \text{جا}س = 1 - \text{جا}^2س = \text{جتا}^2س$

$1 \pm \text{جتا}س \times 1 \mp \text{جتا}س = 1 - \text{جتا}^2س = \text{جا}^2س$

$\text{جا} \pm \text{جتا} \times \text{جا} \mp \text{جتا} = \text{جا}^2 - \text{جتا}^2 = -\text{جتا}2س$

$\sqrt{1 \pm \text{جا}س} \times \sqrt{1 \mp \text{جا}س} = \sqrt{1 - \text{جا}^2س} = \sqrt{\text{جتا}^2س} = |\text{جتا}س|$

$\sqrt{1 \pm \text{جتا}س} \times \sqrt{1 \mp \text{جتا}س} = \sqrt{1 - \text{جتا}^2س} = \sqrt{\text{جا}^2س} = |\text{جا}س|$

### ١)
$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}2س}{2س^2}$

الحل: $\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}2س}{2س^2} \times \dfrac{1 + \text{جتا}2س}{1 + \text{جتا}2س}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}^2 2س}{2س^2(1 + \text{جتا}2س)}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{جا}^2 2س}{2س^2 \times 2} = \dfrac{4}{4} = 1$

### ٢)
$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 + \text{ظا}س\,\text{جا}س - \text{جتا}2س}{س^2}$

الحل: $\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{ظا}س\,\text{جا}س}{س^2} + \text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}2س}{س^2}$

$1 + \text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}2س}{س^2} \times \dfrac{1 + \text{جتا}2س}{1 + \text{جتا}2س}$

$1 + \text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}^2 2س}{2س^2}$

$1 + \text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{جا}^2 2س}{2س^2} = 1 + \dfrac{4}{2} = 3$

### ٣)
$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}6س}{\text{جتا}8س - 1}$ الضرب بمرافقين

الحل: $\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}6س}{\text{جتا}8س - 1} \times \dfrac{1 + \text{جتا}6س}{1 + \text{جتا}6س} \times \dfrac{\text{جتا}8س + 1}{\text{جتا}8س + 1}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}^2 6س}{\text{جتا}^2 8س - 1} \times \dfrac{2}{2}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{جا}^2 6س}{-\text{جا}^2 8س} = \dfrac{-36}{64}$

$= \dfrac{-9}{16}$

### ٤)
$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{ظا}س - \text{جا}س}{س^3}$

$\text{نها}_{س \to 0} \left(\dfrac{\text{جا}س}{\text{جتا}س} - \text{جا}س\right) \times \dfrac{1}{س^3}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{جا}س}{س^3} \left(\dfrac{1 - \text{جتا}س}{\text{جتا}س}\right) \times \dfrac{1 + \text{جتا}س}{1 + \text{جتا}س}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{1 - \text{جتا}^2س}{س^2 \times 2 \times 1}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{جا}^2س}{2س^2} = \dfrac{1}{2}$

### ٥)
$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\text{جا}2س - 2\text{جا}س}{س^3}$

الحل: $\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{2\text{جا}س\,\text{جتا}س - 2\text{جا}س}{س^3}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{2\text{جا}س(\text{جتا}س - 1)}{س^3} \times \dfrac{\text{جتا}س + 1}{\text{جتا}س + 1}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{\cancel{2}\text{جا}س(\text{جتا}^2س - 1)}{س^3 \times \cancel{2}}$

$\text{نها}_{س \to 0} \dfrac{-\text{جا}^3س}{س^3} = -1$

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

**[٦]** $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٤ جا س − جا ٤س}}{س^3}$ طرح واضافة ٢جا٢س

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٤ جا س − ٢جا٢س}}{س^3} + \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢جا٢س − جا٤س}}{س^3}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٤ جا س − ٤جا س جتا س}}{س^3} + \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢جا٢س − ٢جا٢س جتا٢س}}{س^3}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٤ جا س (١ − جتا س)}}{س^3} \times \dfrac{\text{١ + جتا س}}{\text{١ + جتا س}} + \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢جا٢س (١ − جتا٢س)}}{س^3}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٤ جا}^3\text{س}}{\text{٢}س^3} + \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢جا٢س (١ − جتا٢س)}}{س^3} \times \dfrac{\text{١ + جتا٢س}}{\text{١ + جتا٢س}}$

$٢ + \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\cancel{٢}\text{جا٢س (١ − جتا}^2\text{٢س)}}{س^3 \times \cancel{٢}}$

$٢ + \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^3\text{٢س}}{س^3} = ٢ + ٨ = ١٠$

**[٧]** $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢ جا س − جا ٢س}}{س^3}$

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢جا س − ٢جا س جتا س}}{س^3}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢جا س (١ − جتا س)}}{س^3} \times \dfrac{\text{١ + جتا س}}{\text{١ + جتا س}}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\cancel{٢}\text{جا س (١ − جتا}^2\text{س)}}{\cancel{٢} \times س^3}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^3\text{س}}{س^3} = ٨$

**[٨]** $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢س − جا٢س}}{\sqrt{\text{١ − جتا٢س}}}$

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢س − جا٢س}}{\sqrt{\text{١ − جتا٢س}}} \times \dfrac{\sqrt{\text{١ + جتا٢س}}}{\sqrt{\text{١ + جتا٢س}}}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{(٢س − جا٢س)}\sqrt{٢}}{\sqrt{\text{جا}^2\text{٢س}}} = \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{(٢س − جا٢س)}\sqrt{٢}}{|\text{جا٢س}|}$

$\underset{س \to ٠^+}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{(٢س − جا٢س)}\sqrt{٢}}{\text{جا٢س}} = \dfrac{٢ - ١}{٢} \times \sqrt{٢} = \dfrac{\sqrt{٢}}{٢}$

$\underset{س \to ٠^-}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{(٢س − جا٢س)}\sqrt{٢}}{\text{− جا٢س}} = \dfrac{-\sqrt{٢}}{٢}$

غ.م

**[٩]** $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{١ − جتا س}}}{س}$ ضرب بمرافق

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{١ − جتا س}}}{س} \times \dfrac{\sqrt{\text{١ + جتا س}}}{\sqrt{\text{١ + جتا س}}}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{١ − جتا}^2\text{س}}}{س\sqrt{٢}}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{|\text{جا س}|}{\sqrt{٢}\, س}$

$\underset{س \to ٠^+}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{− جا س}}{\sqrt{٢}\, س} = \dfrac{-١}{\sqrt{٢}}$

$\underset{س \to ٠^-}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا س}}{\sqrt{٢}\, س} = \dfrac{١}{\sqrt{٢}}$

غ.م

**[١٠]** $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^2\text{س}}{\text{قا س − ١}}$

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^2\text{س}}{\text{قا س − ١}} \times \dfrac{\text{قا س + ١}}{\text{قا س + ١}}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^2\text{س} \times ٢}{\text{قا}^2\text{س − ١}}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٢جا}^2\text{س}}{\text{ظا}^2\text{س}} = ٢$

**[١١]** اذا كانت $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{(أ − جتا ب س)}}{س^2} = ١٨$ جد قيم أ ، ب حيث ب > ٠.

الحل: $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}}$ من تصفير البسط $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \text{(أ − جتا ب س)} = ٠$

$\boxed{\text{أ} = ١}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{١ − جتا ب س}}{س^2} \times \dfrac{\text{١ + جتا ب س}}{\text{١ + جتا ب س}} = ١٨$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{١ − جتا}^2\text{ب س}}{س^2 \times ٢} = ١٨ \Leftarrow \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^2\text{ب س}}{٢س^2} = ١٨$

$\dfrac{\text{٤ب}^2}{٢} = ١٨ \Leftarrow \text{ب}^2 = ٩ \quad \text{ب} = \pm ٣$

$\boxed{\text{ب} = ٣}$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

المنهاج
الجديد

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

$\boxed{12}$ $\displaystyle \text{نها}_{\text{س} \to 0} \frac{1 - \text{جتا س}}{\text{س جا س}}$

$\boxed{15}$ $\displaystyle \text{نها}_{\text{س} \to 0} \frac{\text{جتا}^2\text{س} - \text{جا}^2\text{س} - \sqrt{\text{جتا ٢س}}}{\text{س}^2}$

$\boxed{13}$ $\displaystyle \text{نها}_{\text{س} \to 0} \frac{\text{قا(٢س)} - 1}{\text{س}^2}$

$\boxed{16}$

$\boxed{14}$ $\displaystyle \text{نها}_{\text{س} \to \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sqrt{2}\,\text{جا س}}{1 - \sqrt{2}\,\text{جتا س}}$

$\boxed{17}$

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

ن) في حالة وجود $\pi$

**1)** $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{2-\text{س}}{\text{جا}\,\pi\text{س}}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{2-\text{س}}{-\text{جا}(2\pi-\pi\text{س})}$

$\text{ص} = 2-\text{س}$ ، $\text{س}\to 2$ ، $\text{ص}\to 0$

$\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{-(2-\text{س})}{\text{جا}\,\pi(2-\text{س})}$

$\lim\limits_{\text{ص}\to 0} \dfrac{-\text{ص}}{\text{جا}\,\pi\text{ص}}$

$= \dfrac{-1}{\pi}$

**2)** $\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\text{س}\,\text{جا}\frac{\pi}{\text{س}}}{\text{س}-1}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\text{س}\,\text{جا}(\pi-\frac{\pi}{\text{س}})}{\text{س}-1}$

$\text{ص} = 1-\frac{1}{\text{س}}$

$\text{ص} = \dfrac{\text{س}-1}{\text{س}}$

$\text{س}\,\text{ص} = \text{س}-1$

$\text{س}\to 1$

$\text{ص}\to 0$

$\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\text{س}\,\text{جا}\,\pi(1-\frac{1}{\text{س}})}{\text{س}-1}$

$\lim\limits_{\text{ص}\to 0} \dfrac{\cancel{\text{س}}\,\text{جا}\,\pi\text{ص}}{\cancel{\text{س}}\,\text{ص}}$

$= \pi$

**3)** $\lim\limits_{\text{س}\to 1} (\text{س}-1)\,\text{ظا}\frac{\pi}{2}\text{س}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{(\text{س}-1)\,\text{جا}\frac{\pi}{2}\text{س}}{\text{جتا}\frac{\pi}{2}\text{س}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{(\text{س}-1)\times 1}{\text{جا}(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}\text{س})}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 1} \dfrac{\text{س}-1}{\text{جا}\frac{\pi}{2}(1-\text{س})}$

$\text{ص} = \text{س}-1$ ، $\text{س}\to 1$ ، $\text{ص}\to 0$

$\lim\limits_{\text{ص}\to 0} \dfrac{-\text{ص}}{\text{جا}\frac{\pi}{2}\text{ص}} = \dfrac{-2}{\pi}$

**4)** $\lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{ظتا}\,\text{س}}{\pi-2\text{س}}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{جتا}\,\text{س}}{2(\frac{\pi}{2}-\text{س})\,\text{جا}\,\text{س}}$

$\text{ص} = \frac{\pi}{2}-\text{س}$ ، $\text{س}\to\frac{\pi}{2}$ ، $\text{ص}\to 0$

$\lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{جا}(\frac{\pi}{2}-\text{س})}{2(\frac{\pi}{2}-\text{س})\times 1}$

$\lim\limits_{\text{ص}\to 0} \dfrac{\text{جا}\,\text{ص}}{2\,\text{ص}} = \dfrac{1}{2}$

**5)** $\lim\limits_{\text{س}\to 2} \dfrac{\text{س}-2}{\text{ظا}(\pi\text{س})}$

**6)** $\lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\text{جا}\,\text{س}}{(\pi-2\text{س})^2}$

الحل: $\lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\text{جا}\,\text{س}}{4(\frac{\pi}{2}-\text{س})^2} \times \dfrac{1+\text{جا}\,\text{س}}{1+\text{جا}\,\text{س}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\text{جا}^2\text{س}}{8(\frac{\pi}{2}-\text{س})^2} = \lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{جتا}^2\text{س}}{8(\frac{\pi}{2}-\text{س})^2}$

$\text{ص} = \frac{\pi}{2}-\text{س}$ ، $\text{س}\to\frac{\pi}{2}$ ، $\text{ص}\to 0$

$\lim\limits_{\text{س}\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\text{جا}^2(\frac{\pi}{2}-\text{س})}{8(\frac{\pi}{2}-\text{س})^2}$

$\lim\limits_{\text{ص}\to 0} \dfrac{\text{جا}^2\text{ص}}{8\,\text{ص}^2} = \dfrac{1}{8}$

**٧** $\lim\limits_{س \to ط} \dfrac{1 + جتا\,س}{(س - ط)^2}$

**٨** $\lim\limits_{س \to \frac{ط}{4}} \dfrac{جا\,س - جتا\,س}{س - \frac{ط}{4}} \times \dfrac{جا\,س + جتا\,س}{جا\,س + جتا\,س}$

$\lim\limits_{س \to \frac{ط}{4}} \dfrac{جا^2س - جتا^2س}{\frac{2}{\sqrt{2}}\,(س - \frac{ط}{4})} = \lim\limits_{س \to \frac{ط}{4}} \dfrac{-\,جتا\,2س}{\sqrt{2}\,(س - \frac{ط}{4})}$

$\lim\limits_{س \to \frac{ط}{4}} \dfrac{-\,جا(\frac{ط}{2} - 2س)}{\sqrt{2}\,(س - \frac{ط}{4})} = \lim\limits_{س \to \frac{ط}{4}} \dfrac{-\,جا\,2(\frac{ط}{4} - س)}{\sqrt{2}\,(س - \frac{ط}{4})}$

$\lim\limits_{ص \to 0} \dfrac{+\,جا\,2ص}{\sqrt{2}\,ص} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$

$= \sqrt{2}$

$ص = \frac{ط}{4} - س$

$س \to \frac{ط}{4}$

$ص \to 0$

**٩** $\lim\limits_{س \to \frac{ط}{4}} \dfrac{جتا^2س - جا^2س}{\frac{ط}{4} - س}$

**١٠**

**١١**

**١٢**

**ح) إستخدام متطابقة**

$\text{أ جتا س} - \text{ب جا س} = \sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}\ \text{جا}(\text{هـ} - \text{س})$

$\text{س} \leftarrow \text{هـ}$

$\text{أ جا س} - \text{ب جتا س} = \sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}\ \text{جا}(\text{س} - \text{هـ})$

$\text{س} \leftarrow \text{هـ}$

**1)** $\underset{\text{س} \leftarrow \frac{\pi}{6}}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جتا س} - \sqrt{3}\ \text{جا س}}{6\text{س} - \pi}$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow \frac{\pi}{6}}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2}\ \text{جا}(\frac{\pi}{6} - \text{س})}{6(\text{س} - \frac{\pi}{6})}$

$\text{ص} = \frac{\pi}{6} - \text{س}$

$\text{س} \leftarrow \frac{\pi}{6}$

$\text{ص} \leftarrow 0$

$\underset{\text{ص} \leftarrow 0}{\text{نهـا}} \dfrac{2\ \text{جا ص}}{-6\ \text{ص}}$

$= \dfrac{-1}{3}$

**2)** $\underset{\text{س} \leftarrow \frac{\pi}{3}}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا س} - \sqrt{3}\ \text{جتا س}}{\text{س} - \frac{\pi}{3}}$

الحل: $\underset{\text{س} \leftarrow \frac{\pi}{3}}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2}\ \text{جا}(\text{س} - \frac{\pi}{3})}{\text{س} - \frac{\pi}{3}}$

$\text{ص} = \text{س} - \frac{\pi}{3}$

$\text{س} \leftarrow \frac{\pi}{3}$

$\text{ص} \leftarrow 0$

$\underset{\text{ص} \leftarrow 0}{\text{نهـا}} \dfrac{2\ \text{جا ص}}{\text{ص}}$

$= 2$

## الاتصال عند نقطة

يكون الاقتران متصلاً عند س = م

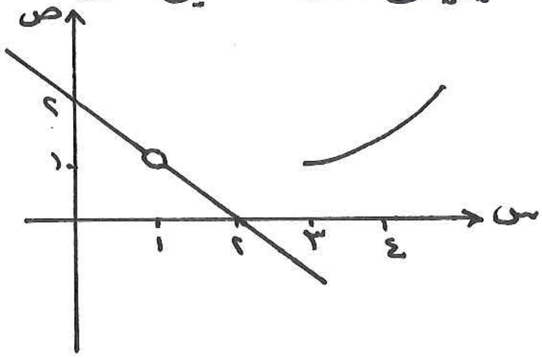
اذا كان :

١- الاقتران ق معرف عند س = م

٢- $\lim_{س \to م} ق(س)$ موجودة

٣- $\lim_{س \to م} ق(س) = ق(م)$

$\boxed{١}$ معتمداً على الشكل الذي يمثل ق ما قيم س التي يكون عندها ق غير متصل




الحل :

قيم س هي $\{١ ، ٣\}$

$\boxed{٢}$ اذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^٢ - ٤}{٢ - س} & ، س < ٢ \\ س - ٦ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

فابحث في إتصال الإقتران ق عند س = ٢

الحل :

$ق(٢) = ٢ - ٦ = -٤$

$\lim_{س \to ٢^+} س - ٦ = -٤$

$\lim_{س \to ٢^-} \frac{س^٢ - ٤}{٢ - س} = \lim_{س \to ٢^-} \frac{\overset{-١}{\cancel{(س - ٢)}}(س + ٢)}{\cancel{(٢ - س)}}$

$= -٤$

$\lim_{س \to ٢^+} ق(س) = \lim_{س \to ٢^-} ق(س) = ق(٢)$

∴ ق(س) متصل عند س = ٢

$\boxed{٣}$ اذا كان $ق(س) = \frac{|س - ٤|}{س + ٤}$ ، $س \neq -٤$

إبحث في إتصال ق(س) عند س = ٤

$- \quad ٤ \quad +$

الحل :

$ق(س) = \begin{cases} \frac{س - ٤}{س + ٤} & ، س > ٤ \\ \frac{-س + ٤}{س + ٤} & ، س \leq ٤ \end{cases}$

$ق(٤) = ٠$

$\lim_{س \to ٤^-} \frac{س - ٤}{س + ٤} = ٠$

$\lim_{س \to ٤^+} \frac{-س + ٤}{س + ٤} = ٠$

∴ ق(س) متصل عند س = ٤

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

$\boxed{٤}$ اذا كان ق(س) = [٠,٥س − ٤] ابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٧.

ل = ٢

الحل:

$$ق(س) = \begin{cases} -١ & ، ٦ \leq س < ٨ \end{cases}$$

ق(٧) = −١

$\lim\limits_{س \to ٧^{+}}$ ق(س) = −١

$\lim\limits_{س \to ٧^{-}}$ ق(س) = −١

ق(س) متصل عند س = ٧

$\boxed{٥}$ اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} ٢ - ٣س & ، س < ٢ \\ ٣ & ، س = ٢ \\ س^{٢} - ٨ & ، س > ٢ \end{cases}$$

إبحث اتصال ق(س) عند س = ٢

الحل:

ق(٢) = ٣

$\lim\limits_{س \to ٢^{+}} س^{٢} - ٨ = -٤$

$\lim\limits_{س \to ٢^{-}} ٢ - ٣س = -٤$

ق(س) غير متصل عند س = ٢

$\boxed{٦}$ اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} ١ - ٤س & ، س \geq -٢ \\ ٣س^{٢} - ٥ & ، س < -٢ \end{cases}$$

إبحث إتصال ق(س) عند س = −٢.

$\boxed{٧}$ اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \dfrac{جا٣س}{س} & ، س \neq ٠ \\ ٣ & ، س = ٠ \end{cases}$$

إبحث في إتصال ق(س) عند س = ٠.

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

$\boxed{٨}$ إذا كان ق(س) = $\sqrt{س - ٣}$ ابحث اتصال ق(س) عند س = ٣ .

الحل:

المجال: − ٣ +

ق(٣) = صفر

$\lim_{س \to ٣^+} \sqrt{س - ٣}$ = صفر

$\lim_{س \to ٣^-} \sqrt{س - ٣}$ = غ.م

ق(س) غير متصل عند س = ٣

$\boxed{٩}$ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س - ٢} ، & س > ٢ \\ |٢س - س^٢| ، & س \leq ٢ \end{cases}$

ابحث اتصال ق(س) عند س = ٢

الحل:

$٢س - س^٢$ : − ٠ + ٢ −

ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س - ٢} ، & س > ٢ \\ ٢س - س^٢ ، & س \leq ٢ \end{cases}$

ق(٢) = صفر

$\lim_{س \to ٢^+} \sqrt{س - ٢}$ = صفر

$\lim_{س \to ٢^-} ٢س - س^٢$ = صفر

ق(س) متصل عند س = ٢

$\boxed{١٠}$ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} [٣س] + ١ ، & -١ \leq س < ٠ \\ ٣س^٢ + ١ ، & ٠ \leq س \leq ٤ \end{cases}$

إبحث الإتصال عند س = $\frac{-١}{٣}$ .

الحل:

−١ , $\frac{-٢}{٣}$ , $\frac{-١}{٣}$ , $\boxed{٠}$ , $\frac{١}{٣}$

ق(س) = $\begin{cases} -٣ + ١ ، & -١ \leq س < \frac{-٢}{٣} \\ -٢ + ١ ، & \frac{-٢}{٣} \leq س < \frac{-١}{٣} \\ -١ + ١ ، & \frac{-١}{٣} \leq س < ٠ \\ ٣س^٢ + ١ ، & ٠ \leq س \leq ٤ \end{cases}$

ق($\frac{-١}{٣}$) = ٠

$\lim_{س \to \frac{-١}{٣}^+}$ ق(س) = ٠

$\lim_{س \to \frac{-١}{٣}^-}$ ق(س) = −١

ق(س) غير متصل عند س = $\frac{-١}{٣}$

$\boxed{١١}$ ابحث إتصال الاقتران

ق(س) = $(س - ٢)^٣ [\frac{١}{٢}س + ٣]$ عند س = ٢

الحل:

$\boxed{-٦}$ −٤ −٢ ٠ ٢ ٤
١ ٢ ٣ ٤

ق(س) = $\begin{cases} (س - ٢)^٣ \times ٣ ، & ٠ \leq س < ٢ \\ (س - ٢)^٣ \times ٤ ، & ٢ \leq س < ٤ \end{cases}$

ق(٢) = صفر

$\lim_{س \to ٢^+} (س - ٢)^٣ \times ٤$ = صفر

$\lim_{س \to ٢^-} (س - ٢)^٣ \times ٣$ = صفر

ق(س) متصل عند س = ٢

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

**12** اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{\left|\frac{1}{\text{س}-4}\right| - \frac{1}{3}}{1-\text{س}} & ، \ 0 < \text{س} < 1 \\[2ex] \dfrac{\left[\frac{1}{2}\text{س}+1\right]}{-9\text{س}} & ، \ 1 \le \text{س} < 2 \end{cases}$$

إبحث اتصال الاقتران ق(س) عند س = 1

الحل: $\text{ق}(1) = \frac{-1}{9}$

$$\lim_{\text{س}\to 1^+} \frac{\left[\frac{1}{2}\text{س}+1\right]}{-9\text{س}} = \frac{\left[\frac{1}{2}+1\right]}{-9} = \frac{-1}{9}$$

$$\lim_{\text{س}\to 1^-} \frac{\left|\frac{1}{\text{س}-4}\right| - \frac{1}{3}}{1-\text{س}} = \lim_{\text{س}\to 1^-} \frac{\frac{-1}{\text{س}-4} - \frac{1}{3}}{1-\text{س}}$$

$$\lim_{\text{س}\to 1^-} \frac{\cancel{-3-\text{س}+4}}{3\times(\text{س}-4)} \times \frac{1}{\cancel{1-\text{س}}} = \frac{-1}{9}$$

ق(س) متصل عند س = 1

**13** اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{\text{جا}|\text{س}|}{2\text{س}} & ، \ \text{س} < 0 \\[2ex] \dfrac{[\text{س}+3]-1}{2\text{س}-4} & ، \ \text{س} \ge 0 \end{cases}$$

إبحث في إتصال الإقتران ق(س) عند س = 0

الحل: $\lim_{\text{س}\to 0^-} \frac{\text{جا}|\text{س}|}{2\text{س}} = \lim_{\text{س}\to 0^-} \frac{\text{جا}(-\text{س})}{2\text{س}} = \frac{-1}{2}$

$$\lim_{\text{س}\to 0^+} \frac{[\text{س}+3]-1}{2\text{س}-4} = \lim_{\text{س}\to 0^+} \frac{3-1}{2\text{س}-4} = \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2}$$

$\text{ق}(0) = \frac{-1}{2}$

ق(س) متصل عند س = 0

**14** اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} (\text{س}-3)^2 & ، \ \text{س} \ge 4 \\[2ex] \dfrac{\left|[\text{س}]-\text{س}\right| + [\text{س}-4]}{\text{س}-4} & ، \ \text{س} < 4 \end{cases}$$

إبحث اتصال ق(س) عند س = 4.

الحل: ق(4) = 1

$$\lim_{\text{س}\to 4^+} (\text{س}-3)^2 = 1$$

$$\lim_{\text{س}\to 4^-} \frac{\left|[\text{س}]-\text{س}\right| + [\text{س}-4]}{\text{س}-4} = \lim_{\text{س}\to 4^-} \frac{|3-\text{س}| + -1}{\text{س}-4}$$

$$\lim_{\text{س}\to 4^-} \frac{\cancel{\text{س}-3-1}}{\cancel{\text{س}-4}} = 1$$

ق(س) متصل عند س = 4

**15** اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 4\text{س}+2 & ، \ 0 \le \text{س} < 2 \\ 10 & ، \ \text{س} = 2 \\ \dfrac{(2\text{س}+1)^2 - 25}{\text{س}-2} & ، \ 2 < \text{س} \le 4 \end{cases}$$

إبحث في إتصال ق عند س = 2.

**16** اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \left|\frac{\text{س}}{2} - 1\right| &, -1 \le \text{س} < 3 \\ \left[\frac{1}{2}\text{س} + 3\right] &, 3 \le \text{س} < 4 \end{cases}$$

إبحث في إتصال الإقتران ق(س) عند س = ٣.

الحل: $\text{ق}(3) = 4$

$$\lim_{\text{س} \to 3^+} \left[\frac{1}{2}\text{س} + 3\right] = \left[\frac{3}{2} + 3\right]^+ = 4$$

$$\lim_{\text{س} \to 3^-} \left|\frac{\text{س}}{2} - 1\right| = \lim_{\text{س} \to 3^-} \frac{\text{س}}{2} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

ق(س) غير متصل عند س = ٣

**17** اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} 2\text{س}^2 + \frac{1}{\text{س}} + \left[\frac{\text{س}}{3}\right] &, 1 \le \text{س} \le 3 \\ \frac{|\text{س} - 3|}{\text{س}^2 - 9} &, 3 < \text{س} < 4 \end{cases}$$

ابحث اتصال ق(س) عند س = ٣.

**18** اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \frac{9\text{س}^2 - 1}{\sqrt{1 - 6\text{س} + 9\text{س}^2}} &, -\frac{1}{3} < \text{س} < \frac{1}{3} \\ -2 &, \text{س} = \frac{1}{3} \\ -6\text{س} - [\text{س}] &, \frac{1}{3} < \text{س} < \frac{4}{3} \end{cases}$$

إبحث اتصال ق(س) عند س = $\frac{1}{3}$.

**19** اذا كان

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} \frac{\text{جا}^2(\text{ب س}) - 9\text{س}^2}{\text{س جا} 5\text{س}} &, -\frac{\pi}{6} \le \text{س} < 0 \\ 11 &, \text{س} = 0 \\ \frac{\text{س}^2 + (2 - \text{أ})\text{س}}{\text{أ س}} &, 0 < \text{س} < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

إقتران متصلاً عند س = صفر جد قيمة أ، ب.

الحل: $\text{ق}(0) = 11$

$$\lim_{\text{س} \to 0^+} \frac{\cancel{\text{س}}(\text{س} + (2 - \text{أ}))}{\text{أ} \cancel{\text{س}}} = \frac{2 - \text{أ}}{\text{أ}}$$

$$\lim_{\text{س} \to 0^-} \frac{\text{جا}^2 \text{ب س} - 9\text{س}^2}{\text{س جا} 5\text{س}}$$ تقسم على س²

$$= \frac{\text{ب}^2 - 9}{5}$$

$$\frac{2 - \text{أ}}{\text{أ}} = 11$$

$$11\text{أ} = 2 - \text{أ}$$

$$12\text{أ} = 2$$

$$\boxed{\text{أ} = \frac{1}{6}}$$

$$\frac{\text{ب}^2 - 9}{5} = 11$$

$$\text{ب}^2 - 9 = 55$$

$$\text{ب}^2 = 64$$

$$\boxed{\text{ب} = \pm 8}$$

**20** اذا كان ق(س) = 

$$\begin{cases} \text{أ}\text{س}^3 - \text{ب}\text{س} + 1 &، \text{س} < 1 \\ 5 &، \text{س} = 1 \\ \text{س}^2 - (\text{أ}+\text{ب})\text{س} + 2 &، \text{س} > 1 \end{cases}$$

متصلاً عند س = ١ نجد قيمة كل من أ ، ب

**22** اذا كان ل(س) = 

$$\begin{cases} \text{س}^2 + \text{ب} &، 0 \leq \text{س} < 2 \\ |\text{س}| - 5 &، 2 \leq \text{س} \leq 3 \end{cases}$$

نجد قيمة ب التي تجعل ل متصلاً عند س = ٢

**21** اذا كان ق(س) = 

$$\begin{cases} \text{أ}\text{س}^2 + \text{ب} &، \text{س} < 3 \\ 6 &، \text{س} = 3 \\ \text{أ}\text{س} - 2\text{ب} &، \text{س} > 3 \end{cases}$$

متصلا عند س = ٣ نجد قيمة كل من أ ، ب .

**23** اذا كان ق(س) = 

$$\begin{cases} 3\text{س} + 5 &، \text{س} \in \text{ص} \\ 2\text{س}^2 - 4 &، \text{س} \notin \text{ص} \end{cases}$$

حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة

فابحث في اتصال ق عند س = ٣

الفرع العلمي
الفرع الصناعي

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال

المنهاج
الجديد

### الاتصال على فترة

يكون الاقتران متصل على [أ ، ب] اذا كان

١- ق متصل عند كل من س ∈ (أ ، ب) .

٢- ق متصل عند س = أ من اليمين .

٣- ق متصل عند س = ب من اليسار .

امثلة .

$\boxed{1}$ اذا كان ق(س) = { ٢س + ٢ ، -٢ ≤ س < ١ ؛ س + ٤ ، ١ ≤ س ≤ ٥

إبحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [-٢ ، ٥]

الحل: ٢س + ٢ متصل على (-٢ ، ١) لانه كثير حدود

س + ٤ متصل على (١ ، ٥) لانه كثير حدود

التفرع س = ١

نها ق(س) = ١ + ٤ = ٥ (س ← ١⁺)

نها ق(س) = ٢ + ٢ = ٤ (س ← ١⁻)

ق(١) = ٥ ق غ متصل عند س = ١

الاطراف

س = -٢ ⇐ نها ٢س + ٢ = ق(-٢) (س ← -٢⁺)

-٢ = -٢ متصل عند س = -٢

س = ٥ ⇐ نها س + ٤ = ق(٥) (س ← ٥⁻)

٩ = ٩ متصل عند س = ٥

ق متصل على الفترة [-٢ ، ٥] - {١}

$\boxed{2}$ اذا كان

ق(س) = { $\frac{\text{س}^3 - 64}{\text{س} - 4}$ ، س ≤ ٣ ؛ -س + ٤ ، س > ٣

ابحث اتصال ق على مجاله .

الحل:

$\frac{\text{س}^3 - 64}{\text{س} - 4}$ متصل على مجاله (-∞ ، ٣) لانه معرف

-س + ٤ متصل على (٣ ، ∞) لانه معرف .

التفرع

س = ٣

نها -س + ٤ = ١ (س ← ٣⁺)

نها $\frac{\text{س}^3 - 64}{\text{س} - 4}$ (س ← ٣⁻) بدون اختصار ممكن تعويض مباشر

نها $\frac{\cancel{(\text{س}-4)}(\text{س}^2 + 4\text{س} + 16)}{\cancel{(\text{س}-4)}}$ = ٣٧ (س ← ٣⁻)

ق(٣) = ٣٧

ق غير متصل عند س = ٣

لا يوجد أطراف

ق متصل على ح - {٣}

٣ اذا كان

ل(س) = { (س² − ٢٥)/(س − ٥) ، س ≠ ٥
         س + ٥ ، س = ٥

فابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله

٤ اذا كان ق(س) = |٢س − ٥| فابحث في اتصال الاقتران ق(س) على الفترة [٠ ، ٣] .

الحل:

٠ − ٥/٢ + ٣

ق(س) = { ٥ − ٢س ، ٠ ≤ س < ٥/٢
          ٢س − ٥ ، ٥/٢ ≤ س ≤ ٣

٥ − ٢س متصل على (٠ ، ٥/٢) لانه كثير حدود

٢س − ٥ متصل على (٥/٢ ، ٣) لانه كثير حدود

التفرع

س = ٥/٢ ⟸ نها (س ← ٥/٢⁺) ق(س) = نها (س ← ٥/٢⁻) ق(س) = ق(٥/٢)

صفر = صفر = صفر

ق متصل عند س = ٥/٢

الاطراف

س = ٠ ⟸ نها (س ← ٠⁺) ٥ − ٢س = ق(٠)

٥ = ٥

ق متصل عند س = ٠

س = ٣ ⟸ نها (س ← ٣⁻) ٢س − ٥ = ق(٣)

١ = ١

ق متصل عند س = ٣

ق(س) متصل على [٠ ، ٣]

**٥** إذا كان ق(س) = { س + ٢ ، |س| ≤ ٢
س² ، |س| > ٢

ابحث اتصال ق(س) على مجاله.

الحل:

|س| ≤ ٢ ⟸ س ≤ ٢ ، س ≥ -٢
-٢ ≤ س ≤ ٢

|س| > ٢ ⟸ س > ٢ ، س < -٢

ق(س) = { س + ٢ ، -٢ ≤ س ≤ ٢
س² ، س < -٢ ، س > ٢

س + ٢ متصل على (-٢، ٢) لأنه كثير حدود
س² متصل على (-∞، -٢) ∪ (٢، ∞) لأنه كثير حدود

التفرع

س = ٢ ⟸ نها ق(س) (س ← ٢⁻) = نها ق(س) (س ← ٢⁺) = ق(٢)
٤ = ٤ = ٤
ق متصل عند س = ٢

س = -٢ ⟸ نها ق(س) (س ← -٢⁻) = نها ق(س) (س ← -٢⁺) = ق(-٢)
٠ = ٤ = ٠
ق غير متصل عند س = -٢

ق متصل على ح - {-٢}

**٦** إذا كان ق(س) = { |س| + ٢ ، |س| > ٢
٢س ، |س| ≤ ٢

ابحث اتصال ق(س) على مجاله

$\boxed{٧}$ اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} + ٢س}{س} ، & -٢ \leq س < ٠ \\ ٢ ، & س = ٠ \\ [س + ٢] ، & ٠ < س \leq ١ \end{cases}$$

إبحث إتصال ق(س) على الفترة [-٢ ، ١]

الحل: [س + ٢] ⇐ ل = ١


$$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} + ٢س}{س} ، & -٢ \leq س < ٠ \\ ٢ ، & س = ٠ \\ ٢ ، & ٠ < س < ١ \\ ٣ ، & س = ١ \end{cases}$$

$\frac{س^{٢} + ٢س}{س}$ ، متصل على (-٢ ، ٠) لانه معرف

٢ ، متصل على (٠ ، ١) لانه ثابت

التفرع

$س = ٠ \Leftarrow \lim_{س \to ٠^{-}} ق(س) = \lim_{س \to ٠^{+}} ق(س) = ق(٠)$

$\lim_{س \to ٠^{-}} \frac{\cancel{س}(س + ٢)}{\cancel{س}} = ٢ = ٢$

$٢ = ٢ = ٢$

ق متصل عند س = ٠

الاطراف

$س = -٢ \Leftarrow \lim_{س \to -٢^{+}} ق(س) = ق(-٢)$

$٠ = ٠$

ق متصل عند س = -٢

$س = ١ \Leftarrow \lim_{س \to ١^{-}} ق(س) = ق(١)$

$٢ \neq ٣$

ق غير متصل عند س = ١

ق(س) متصل على [-٢ ، ١)

$\boxed{٨}$ اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + \sqrt{١ - س} ، & -١ \leq س < ٠ \\ [س] + ٥س - ٢ ، & ٠ \leq س \leq ١ \end{cases}$$

إبحث في إتصال الاقتران ق(س) على [-١ ، ١]

٩ إذا كان

ق(س) = { [س] ، −١ ≤ س < ٠
         { √س + ٣/٥ س² ، ٠ ≤ س ≤ ٢

إبحث اتصال ق(س) على الفترة [−١، ٢]

الحل: [س]

−١
−١ ٠ ١

ق(س) = { −١ ، −١ ≤ س < ٠
         { √س + ٣/٥ س² ، ٠ ≤ س ≤ ٢

−١ ، متصل على (−١، ٠) لأنه ثابت

√س + ٣/٥ س² ، متصل على (٠، ٢) لأنه معرف

التفرع

س = ٠ ⇐ نهـا (س←٠⁻) ق(س) = نهـا (س←٠⁺) ق(س) = ق(٠)

٠ = −١ = ٠

ق غير متصل عند س = ٠

الأطراف

س = −١ ⇐ نهـا (س←−١⁺) ق(س) = ق(−١)

−١ = −١

ق متصل عند س = −١

س = ٢ ⇐ نهـا (س←٢⁻) ق(س) = ق(٢)

√٢ + ١٢/٥ = √٢ + ١٢/٥

ق متصل عند س = ٢

ق(س) متصل على [−١، ٢] − {٠}

١٠ إذا كان

ق(س) = { (س² − ١)/(س + ١) ، −٢ ≤ س < −١
         { س[س] + ١ ، −١ ≤ س < ١

إبحث اتصال ق(س) على الفترة [−٢، ١)

# المتميز في الرياضيات

## النهايات و الاتصال

**[11]** إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \sqrt[3]{س} + |س| & ، -٢ \le س < ٠ \\ \dfrac{٤}{س+١} & ، ٠ \le س < ٣ \\ ٦ & ، س = ٣ \end{cases}$$

إبحث في إتصال الاقتران ق على [−٢، ٣]

**[12]** إذا كان

$$هـ(س) = \begin{cases} \dfrac{س^٢ - س - ٣٠}{م س - ٦م} & ، س > ٦ \\ ١ & ، س = ٦ \\ ب س & ، س < ٦ \end{cases}$$

متصلاً على ح ، جد قيمة كل من الثابتين م ، ب .

الحل:

$$\lim_{س \to ٦^+} \frac{\cancel{(س-٦)}(س+٥)}{م\cancel{(س-٦)}} = \frac{١١}{م}$$

$$\lim_{س \to ٦^-} ب س = ٦ب$$

$$ق(٦) = ١$$

$$\frac{١١}{م} = ١$$

$$\boxed{م = ١١}$$

$$٦ب = ١$$

$$\boxed{ب = \frac{١}{٦}}$$

**١٣** إذا كان

ع(س) = { (س² + ٢(هـ − ١)س − ٤هـ) / (س − ٢) ، س ≠ ٢
 { س + ٥ ، س = ٢

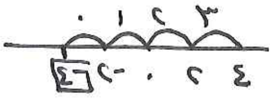
متصلاً على ح ، جد قيمة الثابت هـ.

**١٤** إذا كان

ع(س) = { ٢س ، س < ٢
 { [٠,٥س + ٢] ، ٢ ≤ س < ٤
 { ٥س / (س² − ٣٦) ، س ≥ ٤

إبحث اتصال الاقتران ع لجميع قيم س الحقيقية

الحل: [٠,٥س + ٢]



ع(س) = { ٢س ، س < ٢
 { ٣ ، ٢ ≤ س < ٤
 { ٥س / (س² − ٣٦) ، س ≥ ٤

٢س ، متصل على (−∞ ، ٢) لأنه كثير حدود

٣ ، متصل على (٢ ، ٤) لأنه ثابت

٥س / (س² − ٣٦) متصل على (٤ ، ∞) − {٦}

التفرع

س = ٢ ⇐ نهـا ق(س) (س ← ٢⁺) = نهـا ق(س) (س ← ٢⁻) = ق(٢)

٣ = ٤ ≠ ٣ غ متصل عند س = ٢

س = ٤ ⇐ نهـا ق(س) (س ← ٤⁺) = نهـا ق(س) (س ← ٤⁻) = ق(٤)

−١ = ٣ = −١

ق غ متصل عند س = ٤

ق(س) متصل على ح − {٢ ، ٤ ، ٦}

[15] اذا كان $ق(س) = \frac{س^٢ - ٣س - ٥}{س^٢ - أس + ٥}$

متصلاً على ح جد قيمة أ .

الحل :

حتى يكون ق(س) متصلاً على ح يجب ان يكون المقام $\neq$ ٠ .

المميز $<$ ٠

$ب^٢ - ٤أجـ < ٠$

$(-أ)^٢ - ٤ \times ١ \times ٥ < ٠$

$أ^٢ - ٢٠ < ٠$

$أ^٢ < ٢٠$

$أ < \sqrt{٢٠}$ $\qquad$ $أ > -\sqrt{٢٠}$

$أ \in (-\sqrt{٢٠} ، \sqrt{٢٠})$

[16] اذا كان $ل(س) = \frac{س^٢ - ٥س + ٢}{أس^٢ + س + ٣}$

فما قيم أ التي تجعل الاقتران ل متصلاً على مجموعة الاعداد الحقيقية ح ؟

# المتميز في الرياضيات
## النهايات و الاتصال



**١٧** ابحث في اتصال الاقتران

$ع(س) = \sqrt{[س] + س}$ على الفترة $[١ ، ٢]$

**١٨** اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \sqrt{س + ١} & ، \ ٠ \leq س < ٣ \\ [٠.٢٥س + ٢] & ، \ ٣ \leq س < ٦ \\ |٩ - س| & ، \ س = ٦ \end{cases}$$

ابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة
$[٠ ، ٦]$

# نظريات في الإتصال

اذا كان ق إقترانا متصلاً ، هـ اقترانا متصلاً فإن .

أ- (ق ± هـ)(س) متصل عند س = أ .

ب- (ق × هـ)(س) متصل عند س = أ .

جـ- $(\frac{\text{ق}}{\text{هـ}})$(س) متصل عند س = أ .
بشرط هـ(أ) ≠ صفر

$\boxed{1}$ اذا كان ق(س) = $(\text{س} - ٢)^{٣}$
هـ(س) = [س + ١]

إبحث اتصال (ق × هـ)(س) عند س = ٢

الحل: [س+١]

$\boxed{-1}$ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣

$$(\text{ق}\times\text{هـ})(\text{س}) = \begin{cases} (\text{س}-٢)^{٣} \times ٢ &، \ ١ \le \text{س} < ٢ \\ (\text{س}-٢)^{٣} \times ٣ &، \ ٢ \le \text{س} < ٣ \end{cases}$$

$$\text{نها}_{\text{س}\to ٢^{+}} (\text{ق}\times\text{هـ})(\text{س}) = \text{نها}_{\text{س}\to ٢^{-}} (\text{ق}\times\text{هـ})(\text{س}) = (\text{ق}\times\text{هـ})(٢)$$

صفر = صفر = صفر

(ق × هـ)(س) متصل عند س = ٢

$\boxed{2}$ اذا كان

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٢}+١ &، \ \text{س} \ge ٢ \\ ٢\text{س} &، \ \text{س} < ٢ \end{cases}$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س} &، \ \text{س} \ge ٢ \\ ٣ &، \ \text{س} < ٢ \end{cases}$$

ابحث إتصال (ق + هـ)(س) عند س = ٢

الحل:

$$(\text{ق}+\text{هـ})(\text{س}) = \begin{cases} (\text{س}^{٢}+١)+(\text{س}) &، \ \text{س} \ge ٢ \\ (٢\text{س})+(٣) &، \ \text{س} < ٢ \end{cases}$$

$$\text{نها}_{\text{س}\to ٢^{+}} (\text{ق}+\text{هـ})(\text{س}) \stackrel{?}{=} \text{نها}_{\text{س}\to ٢^{-}} (\text{ق}+\text{هـ})(\text{س}) \stackrel{?}{=} (\text{ق}+\text{هـ})(٢)$$

٧ = ٧ = ٧

(ق + هـ)(س) متصل عند س = ٢