بسم الله الرحمن الرحيم

اجوبة علمي م/٤ صيفي . استاذ جهاد كساسبة

س١ م) باشتقاق الطرفين

٣ق(س) = ٢ + جتا س − جتا س ق(س)

٣ق(س) + جتا س ق(س) = ٢ + جتا س

ق(س) = (٢ + جتا س) / (٣ + جتا س)

⟸ ق(س) = ١ ⟸ ق(٠) = ١

ب) هـ^س − ١ = ٠

⟸ هـ^س = ١

⟸ س = ٠

١ − هـ^س ، هـ^س − ١

− − − (−١ ... ٠) + + (٠ ... ١)

[س − ٢]

[س − ٢] = { ١ ، ١ ≤ س < ٢

⟸ ع(س) = { ١ − هـ^س ، −١ ≤ س < ٠ ؛ هـ^س − ١ ، ٠ ≤ س < ١ ؛ ١ ، ١ ≤ س ≤ ٢ }

⟸ ∫ من −١ إلى ٣ ع(س) دس = ∫ من −١ إلى ٠ (١ − هـ^س) دس + ∫ من ٠ إلى ١ (هـ^س − ١) دس + ∫ من ١ إلى ٢ ١ دس

⟸ [س − هـ^س] من −١ إلى ٠ + [هـ^س − س] من ٠ إلى ١ + ١

١ + (٠ − ١) − (١ − هـ^١) + (هـ^−١ − ١ −) − (١ − ٠)

١ − هـ + ١/هـ = ~~١~~ + ١ − ~~١~~ − هـ + ١/هـ + ~~١~~ + ~~١~~ −

استاذ
جهاد كساسبه
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

٢ب) $\int_{1}^{\text{هـ}} \text{س}^{4} (\text{لوس})^{2} \, \text{دس}$

نفرض

$\text{ص} = (\text{لوس})^{2}$, $\text{دع} = \text{س}^{4}$

$\text{دص} = \frac{2}{\text{س}} \, \text{لوس}$, $\text{ع} = \frac{\text{س}^{5}}{5}$

$$\Leftarrow \frac{\text{س}^{5}}{5} (\text{لوس})^{2} \Big]_{1}^{\text{هـ}} - \frac{2}{5} \int_{1}^{\text{هـ}} \text{س}^{4} \, \text{لوس} \, \text{دس}$$

(من السؤال)

$$\frac{\text{هـ}^{5}}{5} (\text{لوهـ})^{2} - \frac{1}{5} (\text{لو}1)^{2} - \frac{2}{5} \left(\frac{4\text{هـ}^{5} + 1}{25} \right)$$

$$\frac{\text{هـ}^{5}}{5} - \frac{8\text{هـ}^{5} + 2}{125} = \frac{25\text{هـ}^{5} - 8\text{هـ}^{5} - 2}{125}$$

$$= \frac{17\text{هـ}^{5} - 2}{125}$$

ص ٢) ن̈ = −٤ ع^(٣/٢)   ع(٠) = ٤   ف(٠) = ٠

دع/دن = −٤ ع^(٣/٢)

⇐ ع^(−٣/٢) دع = −٤ دن

⇐ ∫ ع^(−٣/٢) دع = ∫ −٤ دن

−٢ ع^(−١/٢) = −٤ن + ج١

−٢ / √ع = −٤ن + ج١

لكن ع(٠) = ٤

⇐ −٢ / √٤ = ج١

⇐ **ج١ = −١**

∴ −٢ / √ع = −٤ن − ١

⇐ ٢ / √ع = ٤ن + ١

⇐ √ع = ٢ / (٤ن + ١)

ع = ٤ / (٤ن + ١)^٢

لكن ع = دف/دن

⇐ دف/دن = ٤ / (٤ن + ١)^٢

⇐ ∫ دف = ∫ ٤ (٤ن + ١)^(−٢) دن

⇐ ف = ٤ × (١/٤) (٤ن + ١)^(−١) / (−١) + ج٢

ف = −١ / (٤ن + ١) + ج٢

لكن ف(٠) = ٠

⇐ ج٢ = ١

∴ ف = −١ / (٤ن + ١) + ١

= (−١ + ٤ن + ١) / (٤ن + ١)

ف = ٤ن / (٤ن + ١)

= ٢ن × ٢ / (٤ن + ١)   (√ع)

ف = ٢ن √ع

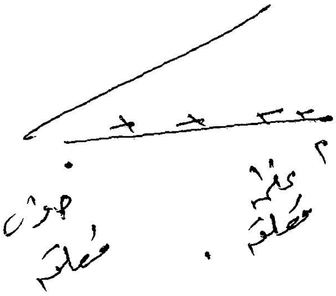
استاذ جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

س٢

ب) $ق(س) = \sqrt{س^٤ + ٩}$

⇐ ق(١) = ٢

ق(٣) = ٥



⇐ $\int_{١}^{٢} ٢ \le \int_{١}^{٢} \sqrt{س^٤+٩}\, دس \le \int_{١}^{٢} ٥\, دس$

$٦ \le \int_{١}^{٢} \sqrt{س^٤+٩}\, دس \le ١٠$

⇐ **م = ٦ ، ل = ١٠**

استاذ جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٥٠٠٢٠٤٢

ج) $\int_{٠}^{٢} ق(س)\, دس = ٤$

$\int_{٠}^{٢} أ\, ق(٢ - س)\, دس + \int_{٠}^{٢} (س^٢ + ١)\, دس = ٤٢$

⇐ $أ \int_{٢}^{٠} -ق(ص)\, دص + \left[\frac{س^٣}{٣} + س \right]_{٠}^{٢} = ٤٢$

بفرض ص = ٢ - س

س ← ٠ ، ص ← ٢

س ← ٢ ، ص ← ٠

$\frac{دص}{دس} = -١$

دس = -دص

⇐ أ(٤) + ٢٠ = ٤٢

٤أ = ١٢

أ = ٢

س٢) أ) $\int \frac{\text{لو}_{هـ} \text{ظاس}}{\text{جا٢س}} \text{دس}$

بفرض ص = لو$_{هـ}$ ظاس

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{قا}^٢\text{س}}{\text{ظاس}}$

$\Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\left(\frac{١}{\text{جتا}^٢\text{س}}\right)}{\left(\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}\right)}$

$\Leftarrow \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{\text{جاس جتاس}}$

$\Leftarrow$ دس = جاس جتاس دص

$\Leftarrow \int \frac{\text{ص}}{\text{٢جاس جتاس}} \cdot \text{جاس جتاس دص}$

$\Leftarrow \frac{١}{٢} \frac{\text{ص}^٢}{٢} + \text{ث}$

$= \frac{١}{٤} (\text{لو}_{هـ} \text{ظاس})^٢ + \text{ث}$

٣) $\int \frac{\text{دس}}{\text{س} - \sqrt{\text{س}+٢}}$

ص = $\sqrt{\text{س}+٢}$

ص^٢ = س + ٢ $\Leftarrow$ س = ص^٢ − ٢

$٢\text{ص} \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ١$

$\Leftarrow$ دس = ٢ص دص

$\Leftarrow \int \frac{\text{٢ص}}{\text{ص}^٢ - \text{ص} - ٢} \text{دص}$

كسور جزئية

$\frac{\text{م}}{(\text{ص}-٢)} + \frac{\text{ب}}{(\text{ص}+١)}$

$= \frac{\text{م}(\text{ص}+١) + \text{ب}(\text{ص}-٢)}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+١)}$

$\Leftarrow$ م(ص+١) + ب(ص−٢) = ٢ص

$\Leftarrow$ $\boxed{\text{م} = \frac{٤}{٣}}$ ، $\boxed{\text{ب} = \frac{٢}{٣}}$

$\Leftarrow \int \frac{٤}{٣(\text{ص}-٢)} \text{دص} + \int \frac{٢}{٣(\text{ص}+١)} \text{دص}$

$\frac{٤}{٣} \text{لو}_{هـ} |\text{ص}-٢| + \frac{٢}{٣} \text{لو}_{هـ} |\text{ص}+١| + \text{ث}$

$\Leftarrow \frac{٤}{٣} \text{لو}_{هـ} |\sqrt{\text{س}+٢} - ٢|$

$+ \frac{٢}{٣} \text{لو}_{هـ} |\sqrt{\text{س}+٢} + ١| + \text{ث}$

استاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

ب) $م_٢$

* $م_١ = \int_{٠}^{أ} (جـ - ٢س + ٢س^٣)\, دس$

$= \left[جـ س - س^٢ + \frac{٢}{٤} س^٤ \right]_{٠}^{أ}$

$م_١ = أ جـ - أ^٢ + \frac{٢}{٤} أ^٤$

* $م_٢ = \int_{أ}^{ب} (٢س - ٢س^٣ - جـ)\, دس$

$= \left[س^٢ - \frac{٢}{٤} س^٤ - جـ س \right]_{أ}^{ب}$

$= \left(ب^٢ - \frac{٢}{٤} ب^٤ - ب جـ \right) - \left(أ^٢ - \frac{٢}{٤} أ^٤ - أ جـ \right)$

لكن $م_١ = م_٢ \Leftarrow م_١ - م_٢ = ٠$

$\Leftarrow أ جـ - أ^٢ + \frac{٢}{٤} أ^٤ - ب^٢ + \frac{٢}{٤} ب^٤ + ب جـ + أ^٢ - \frac{٢}{٤} أ^٤ - أ جـ = ٠$

$\Leftarrow ب^٢ - \frac{٢}{٤} ب^٤ - ب جـ = ٠$ ...... (١)

لكن النقطة (ب، جـ) تقع على منحنى ق(س)

$\Leftarrow ق(ب) = جـ$

$\Leftarrow ٢ب - ٢ب^٣ = جـ$

عوض قيمة جـ في معادلة (١)

$\Leftarrow ب^٢ - \frac{٢}{٤} ب^٤ - ب(٢ب - ٢ب^٣) = صفر$

تكملة $س^{٢}$ فرع (ب)

$$ب_{ن} - \frac{٢}{٤} ب_{ن-١} + ٢ ب_{ن-٢} = ٠$$

$$\therefore ب_{ن-٢} + \frac{٩}{٤} ب_{ن-٢} =$$

$$\frac{٩}{٤} ب_{ن-٤} - ب_{ن-٢} = ٠$$

$$ب_{ن-٢} \left(\frac{٩}{٤} ب_{ن-٢} - ١ \right) = ٠$$

إما $ب_{ن-٢} =$ صفر (مرفوض) منه $س^{٢}$

$$\frac{٩}{٤} ب_{ن-٢} - ١ = ٠$$

$$\Leftarrow ب_{ن-٢} = \frac{٤}{٩}$$

$$\Leftarrow \boxed{ب_{ن} = \frac{٤}{٢}}$$ مكمل لـ ب

$$د = ج^{٢} - ٤ ا ب = \left(\frac{٤}{٢} \right)^{٢} - ٤ (٢)$$

$$= \frac{١٦}{٩} - ٨$$

$$\Leftarrow د = \frac{ج^{٢} - ٤ ا ب}{ج^{٢}} = \frac{٦ - ٤}{٦} = \frac{١}{٣}$$

$$= \frac{٤}{٩}$$

استاذ
جهاد كساسبه
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢

س٤ أ)

أقصر مسافة $أ - جـ = ٢$

الاختلاف المركزي $\frac{٣}{٥}$

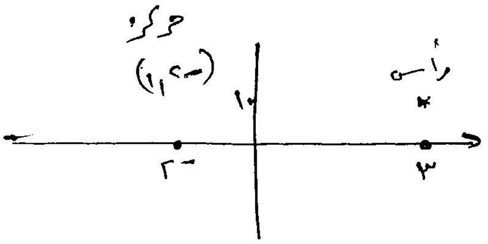
$\Leftarrow \frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٥}$

$\Leftarrow جـ = \frac{٣}{٥} أ$

$\Leftarrow أ - \frac{٣}{٥} أ = ٢$

$\Leftarrow ٢أ = ١٠ \Leftarrow أ = ٥$

$\Leftarrow جـ = ٣$



$\Leftarrow$ المركز $(-٢، ١)$

لأن أ هي بعد الرأس عن المركز

$أ^٢ = ب^٢ + جـ^٢$

$\Leftarrow ب^٢ = ٢٥ - ٩$

$ب^٢ = ١٦$

المعادلة

$$\frac{(س + ٢)^٢}{٢٥} + \frac{(ص - ١)^٢}{١٦} = ١$$

س٤ ب)

$٩ص^٢ - ١٦س^٢ + ٣٢س - ٣٦ص = ١٢٤$

$٩(ص^٢ - ٤ص) - ١٦(س^٢ - ٢س) = ١٢٤$

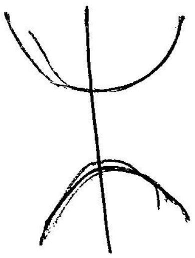
$٩(ص^٢ - ٤ص + ٤) - ١٦(س^٢ - ٢س + ١) = ١٢٤ + ٣٦ - ١٦$

$٩(ص - ٢)^٢ - ١٦(س - ١)^٢ = ١٤٤$

$$\Leftarrow \frac{(ص - ٢)^٢}{١٦} - \frac{(س - ١)^٢}{٩} = ١$$

قطع زائد عمودي.

استاذ
جهاد كساسبة
هاتف ٠٧٧٩٠٠٢٠٤٢



⇐ المركز (د ، م) = (١ ، ٢)

⇐ الرأسين (د ، م ± أ)

(١ ، ٢ ± ٤)

(١ ، ٦) ، (١ ، -٢)

أ = ٤

ب = ٣

جـ² = أ² + ب²

جـ² = ٢٥

⇐ جـ = ٥

البؤرتين (د ، م ± جـ)

⇐ (١ ، ٢ ± ٥)

⇐ (١ ، ٧) (١ ، -٣)

س٥ أ) معادلة الدائرة س² + ص² + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠

لكن ل = -٥ لأن المركز يقع على المستقيم س = ٥

⇐ س² + ص² - ١٠س + ٢ك ص + جـ = ٠

(٨ ، ٠) تحقق المعادلة ⇐ ٦٤ - ٨٠ + جـ = ٠

⇐ جـ = ١٦

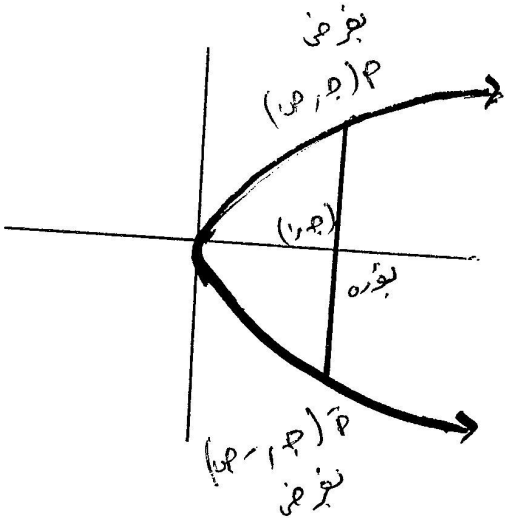
(٨ ، ٨) تحقق المعادلة

⇐ ٦٤ + ٦٤ - ٨٠ + ١٦ك + ١٦ = ٠

١٦ك = -٦٤ ⇐ ك = -٤

⇐ المعادلة س² + ص² - ١٠س - ٨ص + ١٦ = ٠

س ٥ (ب)



القطع مكافئ معادلته

$ص^{2} = ٤ب س$

$ب = ٢$

$\Leftarrow$ $\sqrt{(ب - ب)^{2} + (ص + ص)^{2}} = ٨$

$٤ص^{2} = ٨$

$٤ص^{2} = ٦٤$

$ص^{2} = ١٦ \Rightarrow ص = ٤$

$\Leftarrow$ $ص^{2} = ٤ب س$

$١٦ = ٤ب^{2}$

$\Leftarrow$ $ب = ٢$

$\Leftarrow$ المطلوب $ص = ٨$.

= $(ب ، ٤)$ $(ب ، -٤)$ تقع على القطع ومتماثلة.

$(٤ ، ب)$ متحف

٥) ب)

المسافة بين $(س، ص)$ $(٠، ٢)$ $= \frac{٢}{٣}$ (بعد $(س، ص)$ عن المستقيم $٣ص - ٩ = ٠$)

$$\Leftarrow \sqrt{س^٢ + (ص - ٢)^٢} = \frac{٢}{٣} \quad \frac{|٣ص - ٩|}{\sqrt{٤}}$$

$$\Leftarrow \sqrt{س^٢ + (ص - ٢)^٢} = \frac{|٣ص - ٩|}{٣}$$

$$\Leftarrow ٣\sqrt{س^٢ + (ص - ٢)^٢} = |٣ص - ٩|$$

بتربيع الطرفين

$$\Leftarrow ٩(س^٢ + (ص - ٢)^٢) = (٣ص - ٩)^٢$$

$$٩(س^٢ + ص^٢ - ٤ص + ٤) = ٩ص^٢ - ٥٤ص + ٨١$$

$$٩س^٢ + ٩ص^٢ - ٣٦ص + ٣٦ - ٩ص^٢ + ٥٤ص - ٨١ = ٠$$

$$٩س^٢ + ١٨ص - ٤٥ = ٠$$

$$\frac{س^٢}{٥} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$$

معادلة قطع ناقص أفقي .