الوحدة الثانية

التفاضل

١- متوسط التغير

٢- المشتقة الاولى

٣- قواعد الاشتقاق (١)

٤- قواعد الاشتقاق (٢)

٥- المشتقات العليا

٦- قاعدة السلسلة

٧- الفسير الهندسي للمشتقة الاولى

٨- التفسير الفيزيائي للمشتقة الاولى

٩- حلول تدريبات وتمارين الكتاب جميعها

١١- اسئلة الوزارة (٢٠٠٨-٢٠١٦) مع الحلول النموذجية

١١- ورقة عمل على وحدة التفاضل اكثر من ١٠٠ سؤال

ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

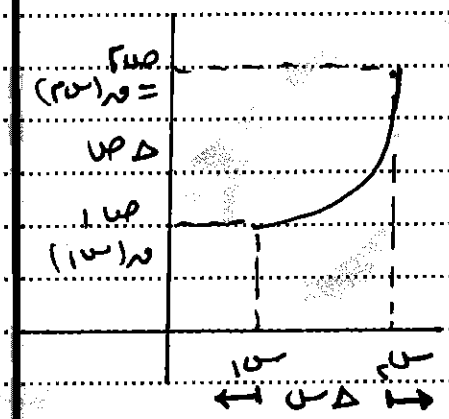
ALWESAM

المعلم :ناجح الجمزاوي

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم :ناجح الجمزاوي

متوسط التغير

متوسط التغير



نلاحظ من الرسم اذا تغيرت س من س١ الى س٢ فان قيمة الاقتران تتغير من ص١ الى ص٢ .

نسمي التغير في المتغير = Δس
ونقرأ (دلتا س)
= س٢ − س١

نسمي التغير في قيم الاقتران = Δص
ونقرأ (دلتا ص)
= ص٢ − ص١
= هـ(س٢) − هـ(س١)

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1}$

التغير

مثال ①
اذا كان هـ(س) = س٢ + ١ وتغيرت س من ٢ الى ٥ جد

أ) التغير في المتغير
الحل :
Δس = س٢ − س١ = ٥ − ٢ = ٣

ب) التغير في قيم الاقتران
الحل :
Δص = هـ(س٢) − هـ(س١)
= هـ(٥) − هـ(٢)
= (٥)٢ + ١ − (٢)٢ + ١
= ٢٦ − ٥ = ٢١

مثال ②
اذا كان ص = هـ(س) = ١ − ٣س
وتغيرت س من س١ = ٢ الى س٢ = ٤
اجب متوسط التغير
الحل
متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1}$

$= \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢} = \frac{(١ - ٣ \times ٤) - (١ - ٣ \times ٢)}{٢}$

$= \frac{(١ - ١٢) - (١ - ٦)}{٢} = \frac{-١١ + ٥}{٢}$

$= \frac{-٦}{٢} = -٣$

ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

مثال (٣)

اذا كانت ص = م(س) = $س^{٣} - ٣س + ٣$ وكانت $س_{١} = ٢$ ، $\Delta س = ١$ جد متوسط التغير للاقتران م(س) ؟

الحل

$\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$١ = س_{٢} - ٢ \leftarrow س_{٢} = ٣$

متوسط التغير = $\frac{م(س_{٢}) - م(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$

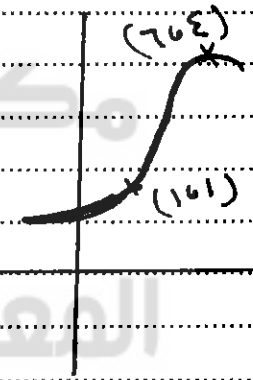
$= \frac{م(٣) - م(٢)}{٣ - ٢}$

$= \frac{(٣^{٣} - ٣\times٣^{٢} + ٣) - (٢^{٣} - ٣\times٢^{٢} + ٣)}{١}$

$= \frac{(٩ - ٩ + ٣) - (٨ - ١٢ + ٣)}{١} = ٣ - ١ = ٢$

مثال (٤)

اذا كان م(س) موضحا بالرسم المجاني اجد متوسط التغير اذا تغيرت س من ١ الى ٤



الحل

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$= \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

$= \frac{٦ - ١}{٤ - ١} = \frac{٥}{٣}$

مثال (٥)

اذا كان متوسط التغير للاقتران ص = م(س) عندما تتغير س من (-١) الى (٣) يساوي (٢) فاوجد مقدار التغير في ص

الحل

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{\Delta ص}{س_{٢} - س_{١}}$

$٢ = \frac{\Delta ص}{٣ - (-١)}$

$\leftarrow ٢ = \frac{\Delta ص}{٤}$ ضرب بمادي $\leftarrow$

$\leftarrow \Delta ص = ٨$

مثال (٦)

اذا كان متوسط التغير للاقتران م(س) = $٧ - ٣س$ يساوي (-٦) عندما تتغير س من (١) الى (٤) فجد قيمة ٣ ؟

الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{م(س_{٢}) - م(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$

$= \frac{م(٤) - م(١)}{٤ - ١} = \frac{(٧ - ٣٤) - (٧ - ٣٣)}{٣}$

$-٦ = \frac{٧ - ٣٤ - ٧ + ٣٣}{٣} = \frac{-٣٣}{٣}$

$-١٨ = -٣٣$

$٣٣ = ١٨ \leftarrow ٣ = ٦$

المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ⑦

اذا كان هـ(-٢) = -٤ ، هـ(٣) = ٥ ، هـ(٣) = ٥
فجد متوسط التغير عندما تتغير س من -٢ إلى ٣ ؟

الحل

م.ت = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$

= $\frac{هـ(٣) - هـ(-٢)}{٣ - -٢}$ = $\frac{٥ + ٤}{٥}$

= $\frac{٦,٥}{٥}$

مثال ⑧

اذا كان متوسط التغير في الفترة [-١ ، ٣] لاقتران هـ(س) يساوي ٦ ، وكان التغير س من -١ الى ٣ وكان هـ(-١) = -١٠ فجد هـ(٣) ؟

الحل

متوسط التغير = $\frac{هـ(٣) - هـ(-١)}{٣ - -١}$

٦ = $\frac{هـ(٣) - -١٠}{٤}$ ضرب بيساوي

٢٤ = هـ(٣) + ١٠

هـ(٣) = ١٤ - ١٠

مثال ⑨

اذا كان هـ(س) = $س^٢ + ٢س$
س ∈ [-١ ، ٣] وكان التغير في الأقتران = ٤ ، فجد قيمة ٢ ؟

الحل

$\Delta ص$ = هـ(٣) - هـ(١)

= $(٣^٢ + ٢ \times ٣) - (١^٢ + ٢ \times ١)$

٤ح = $(٩ + ٦) - (١ + ٢)$

٤ح = ١٥ - ٣

٤ح = ١٢ ← ح = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣

ح = $٢ + ٢$

٨ = ٢

مثال ⑩

اذا علمت ان متوسط التغير للأقتران هـ(س) في الفترة [-٢ ، ٢] يساوي (٥) وكان هـ(-٢) = ١ ، هـ(٢) = ١٦ فجد ٢ ؟

الحل

متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{هـ(٢) - هـ(-٢)}{٢ - -٢}$

٥ = $\frac{١٦ - ١}{٢ + ٢}$ = $\frac{١٥}{٤}$ ضرب بادي

٥ × (٢ + ٢) = ١٥

١٥ = ١٠ + ٢٠

٢٥ = ٢٥ ← ٢ = $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (١١)

اذا كان متوسط التغير للأقتران $هـ(س) = س^٢ - ١$ يساوي $(ص)$ عندما $س = س_١ ، س_٢ = س_١ + ح$ فاوجد قيمة $س_١$

الحل

$$\text{متوسط التغير} = \frac{هـ(س_٢) - هـ(س_١)}{س_٢ - س_١}$$

$$٥ = \frac{هـ(٢) - هـ(س_١)}{٢ - س_١}$$

$$٥ = \frac{(٢^٢ - ١) - (س_١^٢ - ١)}{٢ - س_١}$$

$$٥ = \frac{٤ - ١ - س_١^٢ + ١}{٢ - س_١} = \frac{٤ - س_١^٢}{٢ - س_١}$$

ضرب بمادلي $\Leftarrow ١٠ - ٥س_١ = ٤ - س_١^٢$

$\Leftarrow س_١^٢ - ٥س_١ + ٦ = ٠$

$(س_١ - ٣)(س_١ - ٢) = ٠$

$س_١ = ٣ \quad س_١ = ٢$

مثال (١٢)

اذا كان $هـ(س) = أس - هـ(س)$ وكان متوسط التغير في الاقتران $هـ$ في الفترة $[١ ، ٩]$ يساوي (٤) فجد متوسط التغير في الاقتران $هـ$ في الفترة $[١ ، ٩]$

الحل

متوسط التغير للاقتران $هـ(س)$

$$= \frac{هـ(٩) - هـ(١)}{٩ - ١} = ٤ \text{ بالضرب التبادلي}$$

$$\boxed{هـ(٩) - هـ(١١) = ٣٢} \leftarrow (١)$$

متوسط التغير للاقتران $هـ$

$$= \frac{هـ(٩) - هـ(١)}{٩ - ١}$$ بالتعويض في $هـ(س)$

م.ت للاقتران $هـ = \frac{(٩٦ - ٩هـ) - (٦٦ - ١١هـ)}{٨}$

$$= \frac{٣ - هـ(٩) - ١ + هـ(١١)}{٨}$$

$$= \frac{[هـ(١١) - هـ(٩)] + ٢}{٨}$$

بكبه $هـ(١١) - هـ(٩) = ٣٢$ من معادلة (١)

$$= \frac{٣٢ + ٢}{٨} = \frac{٣٠}{٨} = \frac{١٥}{٤}$$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٣)

اذا كان متوسط التغير لاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[٢، ٥]$ يساوي ٦ وكان $ه(س) = هـ(س) - ٢س$ فجد متوسط التغير لاقتران $ه(س)$ في نفس الفترة.

الحل

م.ت. $هـ = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$

$٦ = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٣}$ ضرب بتادي

$هـ(٥) - هـ(٢) = ١٨$

م.ت. $ه = \frac{ه(٥) - ه(٢)}{٥ - ٢}$

$= \frac{(هـ(٥) - ٢\times٥) - (هـ(٢) - ٢\times٢)}{٣}$

$= \frac{هـ(٥) - ١٠ - هـ(٢) + ٤}{٣}$

$= \frac{[هـ(٥) - هـ(٢)] - ٦}{٣}$

$= \frac{١٨ - ٦}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$

تمارين ومسائل الكتاب

س١ ص ٦٧

ما قيمة متوسط التغير في الاقتران $هـ$ حيث $هـ(س) = \sqrt{س}$ عندما تتغير س من ٤٩ الى ٢٥؟

الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٢٥) - هـ(٤٩)}{٢٥ - ٤٩}$

$= \frac{\sqrt{٢٥} - \sqrt{٤٩}}{-٢٤} = \frac{٥ - ٧}{-٢٤}$

$= \frac{-٢}{-٢٤} = \frac{١}{١٢}$

س٢ اذا كانت $ص = هـ(س) = \frac{٣}{٢}س^{٢} - ١$

$س_{١} = ١$ ، $س_{٢} = ٣$

الحل

$\Delta س = س_{٢} - س_{١} = ٣ - ١ = ٢$

$س_{٢} = س_{١} + \Delta س = ١ + ٣ = ٤$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(١)}{٤ - ١}$

$= \frac{(\frac{٣}{٢}(٤)^{٢} - ١) - (\frac{٣}{٢}(١)^{٢} - ١)}{٣}$

$= \frac{\frac{٣}{٢}\times١٦ - ١ - (\frac{٣}{٢}\times١ - ١)}{٣}$

$= \frac{٢٤ - ١ - \frac{١}{٢}}{٣} = \frac{٢٣ - \frac{١}{٢}}{٣} = \frac{٤٥}{٢}$

مكتبة الهدف HADAF
المعلم: ناجح الجمزاوي

س٣ ص٦٧

اذا كان هـ(س) = ٥ - س٢ فاوجد متوسط التغير لأقتران هـ ، عندما تتغير س من س١ = ١ الى س٢ = ٣

الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(٥ - ٣^٢) - (٥ - ١^٢)}{٣ - ١}$

$= \frac{٥ - ٩ - ٤}{٢} = \frac{-٨}{٢} = -٤$

س٤ ص٦٧ وزارة (٢٠١٣ شتوية)

اذا كان متوسط التغير في الاقتران هـ في الفترة [-٣ ، ١] يساوي ٢ وكان هـ(س) = هـ(س) - س٢ ، فاوجد متوسط التغير في الاقتران هـ في الفترة [-٣ ، ١]

الحل

م.ت.هـ = $\frac{هـ(١) - هـ(-٣)}{١ - -٣}$

$٢ = \frac{هـ(١) - هـ(-٣)}{٤}$ ضرب تبادلي

$٨ = هـ(١) - هـ(-٣)$

م.ت.هـ = $\frac{هـ(١) - هـ(-٣)}{١ - -٣}$

$= \frac{(هـ(١) - ١^٢) - (هـ(-٣) - (-٣)^٢)}{٤}$

$= \frac{هـ(١) - ١ - (هـ(-٣) - ٩)}{٤}$

$= \frac{هـ(١) - ١ - هـ(-٣) + ٩}{٤}$

$= \frac{[هـ(١) - هـ(-٣)] + ٨}{٤}$

$= \frac{٨ + ٨}{٤} = \frac{١٦}{٤} = ٤$

س٥ ص٦٧

اذا كان هـ(س) = $\begin{cases} س^٢ & اذا\ س \le ٣ \\ ٣س & اذا\ س > ٣ \end{cases}$

فاوجد متوسط التغير في الاقتران هـ عندما تتغير س من ٢ الى ٥

الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$

$= \frac{٣ \times ٥ - ٢^٢}{٣}$

$= \frac{١٥ - ٤}{٣} = \frac{١١}{٣}$

مكتبة العلم ALILESAM

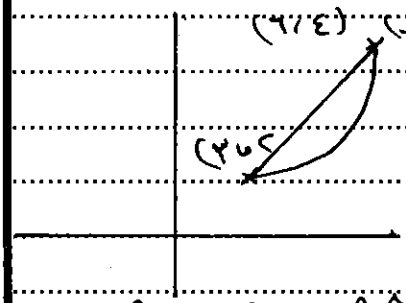
المعلم: ناجح الجمزاوي

س٦ ص٦٧

اعتمد على الشكل المجاور في ايجاد

معدل متوسط التغير للاقتران هـ

في الفترة [-٢، ٤]



متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{٦ - ٣}{٤ - (-٢)} = \frac{٣}{٦}$

س٣ ص١٠٢ اختبار ذاتي

اذا كان متوسط التغير في الاقتران هـ

في الفترة [-٢، ١] يساوي -٣، وكان

هـ(س) = هـ(س) - س٢ فجد متوسط التغير

في الاقتران هـ في الفترة [-٢، ١]

الحل

$\text{م.ت.هـ} = \frac{\text{هـ}(١) - \text{هـ}(-٢)}{١ - (-٢)}$

$-٣ = \frac{\text{هـ}(١) - \text{هـ}(-٢)}{٣}$ ضرب تبادلي

$-٩ = \text{هـ}(١) - \text{هـ}(-٢)$

$\therefore \text{م.ت.هـ} = \frac{\text{هـ}(١) - \text{هـ}(-٢)}{١ - (-٢)}$

$= \frac{(\text{هـ}(١) - ١^٢) - (\text{هـ}(-٢) - (-٢)^٢)}{٣}$

$= \frac{\text{هـ}(١) - ١ - \text{هـ}(-٢) + ٤}{٣}$

$= \frac{[\text{هـ}(١) - \text{هـ}(-٢)] + ٣}{٣}$

$= \frac{-٩ + ٣}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

اذا كان $هـ(س) = ٣س - س^{٢}$

وتغيرت س من ٢ الى ٤ فاوجد

متوسط التغير للاقتران $هـ(س)$

الحل

$$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٢)}{٤ - ٢}$$

$$= \frac{(٣\times٤ - ٤^{٢}) - (٣\times٢ - ٢^{٢})}{٢}$$

$$= \frac{١٢ - ١٦ - (٦ - ٤)}{٢}$$

$$= \frac{-٤ - ٢}{٢} = -٣$$

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٢ & ، س \le ٣ \\ ٢س + ١ & ، س > ٣ \end{cases}$

اوجد متوسط التغير في الاقتران

$هـ$ عندما تتغير س من ١ الى ٥

الحل

$$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(٢)}{٥ - ٢}$$

$$= \frac{(٢\times٥ + ١) - (٢^{٢} - ٢)}{٣}$$

$$= \frac{١١ - ٢}{٣} = \frac{٩}{٣} = ٣$$

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

اذا كان متوسط التغير للاقتران $هـ$ في الفترة $[١، ٣]$ يساوي (٤)

وكان الاقتران $و(س) = هـ(س) - س$

فجد متوسط التغير للاقتران $و(س)$ في الفترة $[١، ٣]$

الحل

$$م.ت.هـ = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١} = ٤$$

$$\Leftarrow \boxed{هـ(٣) - هـ(١) = ٨}$$

$$م.ت.و = \frac{و(٣) - و(١)}{٣ - ١}$$

$$= \frac{هـ(٣) - ٣ - (هـ(١) - ١)}{٢}$$

$$= \frac{هـ(٣) - ٣ - هـ(١) + ١}{٢}$$

$$= \frac{\boxed{هـ(٣) - هـ(١)} - ٢}{٢} = \frac{٨ - ٢}{٢}$$

$$= ٣$$

وزارة (٢٠١٠) صيفية

اذا كان ص = ه(س) = س^{٢} وتغيرت
قيمة س من س$_{١}$ = ٢ الى س$_{٢}$ = ٤
فاوجد مقدار التغير في ص

الحل

$\Delta ص = ه(س_{٢}) - ه(س_{١})$

$= ه(٤) - ه(٢)$

$= ٤^{٢} - ٢^{٢} = ١٦ - ٤ = ١٢$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا علمت ان ه(س) = ٤س + ١
وتغيرت س من ١ الى ٥ فاوجد
$\Delta س$

الحل

$\Delta س = س_{٢} - س_{١} = ٥ - ١ = ٤$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

اذا كان ه(س) = $\begin{cases} ٣س - ٥ & ١ \le س \le ٣ \\ ٦ - س + ٤ & ٣ < س \le ٧ \end{cases}$

جد معدل التغير في الأقتران ه عندما
تتغير س من ٢ الى ٤

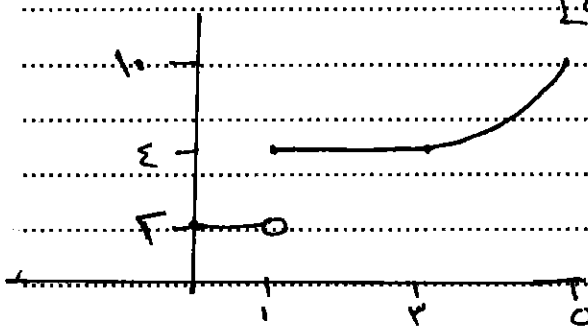
الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(٤) - ه(٢)}{٤ - ٢}$

$= \frac{(٦ - ٤ + ٤) - (٣ \times ٢ - ٥)}{٢} = \frac{٥}{٢}$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اعتمادا على الشكل المجاور جد معدل
التغير في الأقترانين ه في الفترة
[٥،٣]



$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(٥) - ه(٣)}{٥ - ٣} = \frac{١٠ - ٤}{٢}$

$= \frac{٦}{٢} = ٣$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

$ه(س) = \begin{cases} ٥ & س = ٣ \\ س^{٢} - ١ & ٣ < س \le ٧ \end{cases}$

احسب معدل التغير في الأقتران عندما
تتغير س من ٤ الى ٦

الحل

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(٦) - ه(٤)}{٦ - ٤}$

$= \frac{(٦^{٢} - ١) - (٤^{٢} - ١)}{٢}$

$= \frac{٣٥ - ١٥}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$

المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥) شتوية

اذا كان متوسط التغير في الأقتران هـ في الفترة [-٢، ١] يساوي (٣) وكان هـ(س) = س^{٢} - هـ(س) فجد متوسط التغير في الأقتران هـ في الفترة [-٢، ١]

الحل

م.ت.هـ = $\frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - (-٢)}$ = ٣

$\boxed{هـ(١) - هـ(-٢) = ٩}$ ←①

م.ت.ه = $\frac{ه(١) - ه(-٢)}{١ - (-٢)}$

= $\frac{١^{٢} - هـ(١) - ((-٢)^{٢} - هـ(-٢))}{٣}$

= $\frac{١ - هـ(١) - ٤ + هـ(-٢)}{٣}$

= $\frac{\boxed{هـ(-٢) - هـ(١)} - ٣}{٣}$

وبكتابة هـ(-٢) - هـ(١) = -٩ من ①

= $\frac{-٩ - ٣}{٣} = \frac{-١٢}{٣}$

= -٤

وزارة (٢٠١٥) صيفية

هـ(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٣ & ؛ س \leq ٤ \\ ٢س + ٣ & ؛ ٤ < س \leq ٨ \end{cases}$

جد متوسط التغير في الأقتران هـ اذا كانت س$_{١}$ = ٣ ، س$_{٢}$ = ٥

الحل

س$_{٢}$ - س$_{١}$ = ٥ - س

س$_{٢}$ - ٣ = ٢ ⇐ س$_{٢}$ = ٥

م.ت.هـ = $\frac{هـ(٥) - هـ(٣)}{٥ - ٣}$

= $\frac{(٢ \times ٥ + ٣) - (٣^{٢} - ٣)}{٢}$

= $\frac{١٣ - ٦}{٢} = \frac{٢٦}{٢}$ = ١٣

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦ ، ٢) شتوية

اذا كان $هـ(س) = ٢ هـ(س) - س^٢$
وكان متوسط التغير في الاقتران $هـ$ في الفترة $[-٢ ، ١]$ يساوي ٦ جد متوسط التغير في الاقتران $هـ(س)$ في الفترة $[-٢ ، ١]$

الحل

م.ت.ت $= \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - (-٢)} = ٦$

$هـ(١) - هـ(-٢) = ١٨$

م.ت.ت $= \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ - (-٢)}$

$= \frac{(٢ هـ(١) - ١^٢ - (٢ هـ(-٢) - (-٢)^٢))}{٣}$

$= \frac{٢ هـ(١) - ١ - ٢ هـ(-٢) + ٤}{٣}$

$= \frac{٢ هـ(١) - ٢ هـ(-٢) + ٣}{٣}$

$= \frac{٢(هـ(١) - هـ(-٢)) + ٣}{٣}$

$= \frac{٢ \times ١٨ + ٣}{٣} = \frac{٣٩}{٣} = ١٣$

وزارة (٢٠١٦ ، ٢) صيفية

اذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ - ٢س & ، س \le ٤ \\ ٥س - ٨ & ، ٤ < س \le ٦ \end{cases}$

جد متوسط التغير في الاقتران $هـ$ عندما تتغير $س$ من ٢ الى ٥

الحل

$هـ(٥) - هـ(٢)$ / $٥ - ٢$

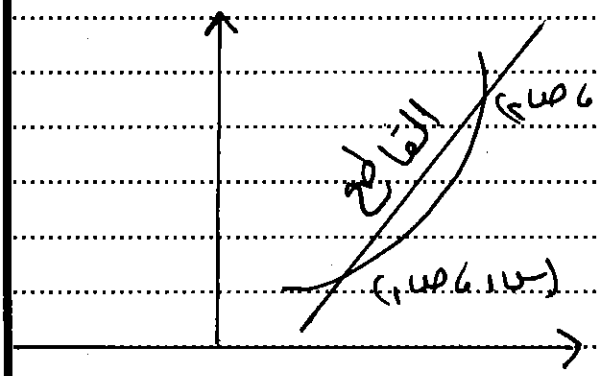
$= \frac{(٥ \times ٥ - ٨) - (٢^٢ - ٢ \times ٢)}{٣}$

$= \frac{٢٥ - ٨ - ٢}{٣} = \frac{١٥}{٣}$

$= ٥$

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ: ناجح الجمزاوي

التفسير الهندسي لمتوسط التغير



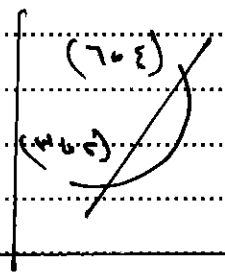
ليسمى المستقيم الذي يقطع منحنى ق(س) بالنقطتين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) بالقاطع

متوسط التغير للاقتران ق(س) هو ميل القاطع

ميل القاطع = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$= \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$

مثال ①



اعتمد على الشكل في ايجاد ميل القاطع

الحل

ميل القاطع = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٦ - ٣}{٤ - ٢} = \frac{٣}{٢}$

ملاحظة هامة

منحنى الاقتران ص = ق(س) يمر بالنقطة (س١ ، ص١) تعني أن ق(س١) = ص١

مثال : يمر بالنقطة (٣ ، ٢) تعني ان ق(٣) = ٢

مثال ②

اذا كانت ص = ق(س) = $س^3 - ٧$

فجد ميل القاطع المار بالنقطتين (٠ ، ق(٠)) ، (١ ، ق(١))

الحل

ميل القاطع = $\frac{ق(١) - ق(٠)}{١ - ٠}$

$= \frac{(١^3 - ٧) - (٠^3 - ٧)}{١} = \frac{-٦ + ٧}{١} = \frac{١}{١} = ١$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٣)

اذا كان $هـ(س) = س^{٢} - ٢$ وكان ميل القاطع المار بالنقطتين $(ب، هـ(ب))$ ، $(٢، هـ(٢))$ يساوي ٣ فاوجد قيمة ب حيث $ب \neq ٢$ ؟

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{هـ(س_{٢}) - هـ(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$$

$$٣ = \frac{هـ(ب) - ٢}{ب - ٢}$$

ونعوض ب في $هـ(س)$ ←

$$٣ = \frac{(ب^{٢} - ٢) - ٢}{ب - ٢} = \frac{ب^{٢} - ٤ + ٢}{ب - ٢}$$

$$٣ = \frac{ب^{٢} - ٤}{ب - ٢} = \frac{(ب + ٢)(ب - ٢)}{ب - ٢}$$

$$٣ = ب + ٢ \Leftarrow ب = ١$$

مثال (٤)

اذا كانت $ص = ٢س^{٢} - ٧س$ فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، ص_{١})$ ، $(٢، ص_{٢})$

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{هـ(٢) - هـ(٠)}{٢ - ٠}$$

$$= \frac{(٢)^{٢} - ٧(٢) - (٠)^{٢} - ٧(٠)}{٢ - ٠}$$

$$= \frac{٨ - ١٤ - ٠}{٢} = \frac{-٦}{٢} = -٣$$

مثال (٥)

اذا كان $هـ(س) = ٢س^{٢} - ١$ وكان ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، هـ(٠))$ ، $(ب، هـ(ب))$ يساوي ٦ فاوجد قيمة ب ؟

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{هـ(ب) - هـ(٠)}{ب - ٠}$$

$$٦ = \frac{٢ب^{٢} - ١ - (٢(٠)^{٢} - ١)}{ب}$$

$$٦ = \frac{٢ب^{٢}}{ب} = \frac{١٨ \times ٢ب^{٢}}{ب} = ٢ب$$

$$ب = ٣$$

تمارين وسائل الكتاب

تدريب (٣) ص ٦٦

اذا كانت $ص = هـ(س) = س^{٣} - ٧$ فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، هـ(٠))$ ، $(١، هـ(١))$

الحل

$$\text{ميل القاطع} = \frac{هـ(١) - هـ(٠)}{١ - ٠}$$

$$= \frac{(١^{٣} - ٧) - (٠^{٣} - ٧)}{١}$$

$$= \frac{-٦ + ٧}{١} = \frac{١}{١} = ١$$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

س٧ ص٦٧ غازين ووسائل

اذا كان ق(س) = ٣س٢ فأوجد ميل القاطع المار بالنقطتين (١، ق(١)) (٢، ق(٢))

الحل

ميل القاطع = $\frac{ق(٢) - ق(١)}{٢ - ١}$

$= \frac{٣(٢)^{٢} - ٣(١)^{٢}}{١} = \frac{١٢ - ٣}{١} = ٩$

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا علمت ان ق(س) = س٢ فأوجد ميل القاطع المار بالنقطتين (٢، ق(٢)) (١، ق(١))

الحل

ميل القاطع = $\frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{٣ \times ٣ - ١ \times ١}{٢} = \frac{٢٤}{٣} = ٨$

وزارة (٢٠١٣) شتوية

اذا كان ق(س) = ٣س٢ فاوجد ميل القاطع المار بالنقطتين (-١، ق(-١)) (٣، ق(٣))

الحل

ميل القاطع = $\frac{١٢ - ٣}{٣ - (-١)} = \frac{٩}{٣} = ٣$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا كان ق(س) = ٨س فأوجد ميل القاطع المار بالنقطتين (١، ق(١)) (٣، ق(٣))

الحل

ميل القاطع = $\frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{٣ \times ٨ - ١ \times ٨}{٢} = \frac{٢٤}{٣} = ٨$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

التفسير الفيزيائي لمتوسط التغير

السرعة المتوسطة

اذا تحرك جسيم على خط مستقيم بحيث يقطع مسافة تعطى بالقاعدة ف(ن) حيث ن: الزمن، فان مقدار التغير في المسافة على مقدار التغير في الزمن في الفترة الزمنية [ن١ ، ن٢] يسمى

السرعة المتوسطة ع = $\frac{\Delta ف}{\Delta ن}$

$= \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$

مثال ①

يتحرك جسيم حسب العلاقة

ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن٢ حيث

سرعته المتوسطة بالفترة [١، ٣]

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(3) - ف(1)}{3 - 1}$

$= \frac{(30 \times 3 - 5(3)^2) - (30 \times 1 - 5(1)^2)}{2}$

$= \frac{(90 - 45) - (30 - 5)}{2} = \frac{20}{2}$

$= 10$

مثال ②

يقطع جسيم مسافة مقدرة بالامتار

ف(ن) = ٢٠ن − ٨ن٢ مقدرة بالامتار

اوجد السرعة المتوسطة للجسيم

عندما تتغير ن من ن١ = ٥٠ و٠ ثانية

الى ن٢ = ١ ثانية

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(1) - ف(\frac{1}{2})}{1 - \frac{1}{2}}$

$= \frac{(20 \times 1 - 8(1)^2) - (20 \times \frac{1}{2} - 8(\frac{1}{2})^2)}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{(20 - 8) - (10 - 2)}{\frac{1}{2}} = \frac{12 - 8}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{4}{\frac{1}{2}} = 4 \times \frac{2}{1} = 8$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

عبارين ومسائل الكتاب

س ٨ ص ٦٧

اذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم في اثناء سقوطة إلى اسفل تقطر بالعلاقة ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن٢ حيث ف: المسافه بالأمتار، ن الزمن بالثواني، ما حسب السرعة المتوسطه في الفتره الزمنيه: [١، ٣]

الحل

السرعة المتوسطه = $\frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(٣٠ \times ٣ - ٥(٣)^٢) - (٣٠ \times ١ - ٥(١)^٢)}{٢}$

$= \frac{(٩٠ - ٤٥) - (٣٠ - ٥)}{٢}$

$= \frac{٤٥ - ٢٥}{٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١١) شتوية

اذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم اثناء سقوطه إلى اسفل تقطر بالعلاقة ف(ن) = ١٠ن - ٥ن٢ حيث (ف) المسافه بالأمتار (ن) الزمن بالثواني، ما حسب السرعة المتوسطه للجسيم في الفتره الزمنيه [١، ٣]

الحل

السرعة المتوسطه = $\frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(١٠ \times ٣ - ٥(٣)^٢) - (١٠ \times ١ - ٥(١)^٢)}{٢}$

$= \frac{(٣٠ - ٤٥) - (١٠ - ٥)}{٢} = \frac{-١٥ - ٥}{٢} = \frac{-٢٠}{٢} = -١٠$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٣ن٢، احسب السرعة المتوسطه في الفتره الزمنيه [١، ٤]

الحل

السرعة المتوسطه = $\frac{ف(٤) - ف(١)}{٤ - ١}$

$= \frac{٣(٤)^٢ - ٣(١)^٢}{٣} = \frac{٤٨ - ٣}{٣} = \frac{٤٥}{٣} = ١٥$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (١١، ٢٠٠٤) صيفي

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ن٢ + ٣، ف بالأمتار، ن بالزمن بالثواني. ما السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [١، ٣]

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{٣^٢ + ٣ - (١^٢ + ٣)}{٢} = \frac{١٢ - ٤}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$

وزارة (١٢، ٢٠٠٤) صيفي

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ن٢ + ٣، ف بالأمتار، ن بالزمن بالثواني. أوجد السرعة المتوسطة في الفترة [١، ٣]

الحل

السرعة المتوسطة = $\frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$= \frac{(٣^٢ + ٣) - (١^٢ + ٣)}{٢} = \frac{١٢ - ٤}{٢}$

$= \frac{٨}{٢} = ٤$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

الدرس الثاني

المشتقة الاولى

يرمز للمشتقة الأولى للاقتران $ق(س)$ بالرمز :

$$ص' = ق'(س) = \frac{د ص}{د س} = \text{نها}_{\Delta س \leftarrow 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

التعريف العام للمشتقة الاولى

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \leftarrow 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

حيث $هـ = \Delta س$ ، ويمكن كتابة بدلالة $\Delta س$

$$ق'(س) = \text{نها}_{\Delta س \leftarrow 0} \frac{ق(س+\Delta س) - ق(س)}{\Delta س}$$

أما المشتقة الأولى للاقتران $ق(س)$ عند $س = س_1$ (عند عدد = نقطة)

$$ق'(س_1) = \text{نها}_{هـ \leftarrow 0} \frac{ق(س_1+هـ) - ق(س_1)}{هـ}$$

مثال

$$ق'(٥) = \text{نها}_{هـ \leftarrow 0} \frac{ق(٥+هـ) - ق(٥)}{هـ}$$

كيفية ايجاد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام

① كتابة القانون

② التعويض عن $(س+هـ)$ في $ق(س)$

③ التخلص من صفرية المقام بأن وحدت (اختصار هـ) باحد الطرق

التحليل ، الضرب بالمرافق

توحيد المقام

④ التعويض في النهاية عن $هـ \leftarrow 0$.

مثال ①

اذا كان $ق(س) = جـ$ ، حيث جـ ثابت فجد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \leftarrow 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \leftarrow 0} \frac{جـ - جـ}{هـ} = \text{نها}_{هـ \leftarrow 0} \frac{٠}{هـ}$$

$$= \text{صفر}$$

مثال ②

باستخدام التعريف العام للمشتقة
جد المشتقة الأولى لكل من
$و(س) = س^{٣}$

الحل

$و'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{و(س+هـ) - و(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^{٣} - س^{٣}}{هـ}$

الفرق بين مكعبين

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ-س)((س+هـ)^{٢} + س(س+هـ) + س^{٢})}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^{٢} + س(س+هـ) + س^{٢})}{هـ}$

بتعويض $هـ = ٠$

$(س+٠)^{٢} + س(س+٠) + س^{٢}$

$= س^{٢} + س^{٢} + س^{٢}$

$= ٣س^{٢}$

مثال ③ اذا كان $و(س) = \sqrt{س}$ حيث $س > ٠$
جد المشتقة الأولى باستخدام
التعريف العام للمشتقة

$و(س) = \sqrt{س}$ $س > ٠$

الحل

$و'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{و(س+هـ) - و(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{س+هـ} - \sqrt{س}}{هـ}$

الضرب بالمرافق

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{س+هـ} - \sqrt{س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{س+هـ-س}{هـ(\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س})}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ}{هـ(\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س})}$

بتعويض $هـ = ٠$

$= \frac{١}{\sqrt{س+٠} + \sqrt{س}}$

$= \frac{١}{\sqrt{س} + \sqrt{س}}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

مكتبة الوسام
ALWSAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٤)

اذا كان $ق(س) = س$ جد $ق'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$ق'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{س + ه - س}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{ه}{ه} = 1$$

مثال (٥)

اذا كان $ق(س) = ٢س^٢ + ١$

اوجد $ق'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$ق'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{٢(س+ه)^٢ + ١ - (٢س^٢ + ١)}{ه}$$

قاعدة هامة

$(س+ه)^٢ =$ مربع الاول $+ ٢ \times$ الاول $\times$ الثاني $+$ مربع الثاني

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{٢س^٢ + ٤سه + ٢ه^٢ - ٢س^٢}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{٤سه + ٢ه^٢}{ه}$$

اخرج ه عامل مشترك

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{ه(٤س + ٢ه)}{ه}$$

نعوض $ه = ٠$

$$= ٤س + ٢ \times ٠ = ٤س$$

مثال (٦) سلوك فرع (د)

استخدم تعريف المشتقة الأولى في ايجاد $ق'(س)$ للاقتران

$$ق(س) = \frac{٣}{س} \quad س \neq ٠$$

الحل

$$ق'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$$

يتبع الحل

مركز الوسام ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{\frac{١}{س+ه} - \frac{١}{س}}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{\frac{س - (س+ه)}{س(س+ه)}}{ه}$$

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{-ه}{ه س(س+ه)}$$

$$= \lim_{ه \to 0} \frac{-١}{س(س+ه)}$$

$$= \frac{-١}{س^٢}$$

الحل

$$\text{هـ}'(س) = \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{-٣ - (-٣)}{س + \text{هـ} - س}$$ تعويض مباشر صفاران

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{-٣س - ٣\text{هـ} + ٣س}{\text{هـ}\, س(س+\text{هـ})}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{-٣\text{هـ}}{\text{هـ}\, س(س+\text{هـ})} \times \frac{١}{\text{هـ}}$$

بالتعويض هـ = ٠

$$= \frac{-٣}{س(س+٠)} = \frac{-٣}{س^٢}$$

مثال (٧) عين معادلة المماس لمنحنى الدالة (جـ) حيث $\text{جـ}(س) = \frac{٢}{س-١}$ اذا كان ميل المماس عند $س = ٣$ باستخدام التعريف

الحل

$$\text{جـ}'(٣) = \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{جـ}(٣+\text{هـ}) - \text{جـ}(٣)}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\frac{٢}{٣+\text{هـ}-١} - \frac{٢}{٣-١}}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\frac{٢}{٢+\text{هـ}} - \frac{٢}{٢}}{\text{هـ}}$$ بتعويض مباشر صفاران

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\frac{٢}{٢+\text{هـ}} - \frac{١}{١}}{\text{هـ}}$$ بتعويض مباشر صفاران

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{٢ - ٢ - \text{هـ}}{\text{هـ}(٢+\text{هـ})} \times \frac{١}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{-\text{هـ}}{٢+\text{هـ}} \times \frac{١}{\text{هـ}}$$

بالتعويض هـ = ٠

$$= \frac{-١}{٢}$$

$$\text{ميل المماس} = \text{جـ}'(٣) = \frac{-١}{٢}$$

مثال (٨) ادرس قابلية الاشتقاق في ح، اذا كان $\text{و}(س) = |٣س - ٢|$ واوجد $\text{و}'(١)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$\text{و}'(١) = \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{و}(١+\text{هـ}) - \text{و}(١)}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{|٣(١+\text{هـ}) - ٢| - |٣ - ٢|}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{|٣ + ٣\text{هـ} - ٢| - |١|}{\text{هـ}}$$

يتبع الحل

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\sqrt{3\text{هـ}+1} - 1}{\text{هـ}}$

الضرب بالمرافق

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\sqrt{3\text{هـ}+1} - 1}{\text{هـ}} \times \frac{\sqrt{3\text{هـ}+1} + 1}{\sqrt{3\text{هـ}+1} + 1}$

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{3\text{هـ}+1-1}{\text{هـ}(\sqrt{3\text{هـ}+1}+1)}$ اختصار

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{3}{\sqrt{3\text{هـ}+1}+1}$ بتعويض هـ = ٠

$= \frac{3}{\sqrt{1}+1} = \frac{3}{2}$

مثال (٩) س ص من الكتاب فرع (أ)

إذا كان $\text{و}(\text{س}) = 5\text{س} - 3\text{س}^3 + 1$

جد $\text{و}'(0)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$\text{و}'(0) = \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{و}(0+\text{هـ}) - \text{و}(0)}{\text{هـ}}$

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{و}(\text{هـ}) - \text{و}(0)}{\text{هـ}}$

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{5\text{هـ}^3 - 3\text{هـ} + 1 - (5(0)^3 - 3(0) + 1)}{\text{هـ}}$

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{5\text{هـ}^3 - 3\text{هـ} + 1 - 1}{\text{هـ}}$

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{هـ}(5\text{هـ}^2 - 3)}{\text{هـ}}$ اخراج هـ عامل مشترك

$= 5(0)^2 - 3 = -3$

مثال (١٠) س من ع ، ع مرتبطة مع بعضهما

إذا كانت ص = و(س) وكان معدل التغير في قيمة الأقتران و عندما تتغير س من س إلى س + هـ هو

$\Delta\text{ص} = 4\text{س}\,\text{هـ} + 2\text{هـ}^2$ جد و(س)

الحل

$\text{و}'(\text{س}) = \text{نها}_{\Delta\text{س}\to 0} \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}}$ $\Delta\text{س} = \text{هـ}$

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{4\text{س}\,\text{هـ} + 2\text{هـ}^2}{\text{هـ}}$ اخراج هـ

$= \text{نها}_{\text{هـ}\to 0} \frac{\text{هـ}(4\text{س} + 2\text{هـ})}{\text{هـ}}$

$= 4\text{س} + 2(0)$

$= 4\text{س}$

مكتبة الوسام ALWSAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١١)

اذا كان معدل التغير في الأمتار لـ $م(س)$ عندما تتغير $س$ من $س$ إلى $س+هـ$ هو $٣هـ^٢ + ٣س هـ^٢ + ٢هـ س^٢ + ٢هـ س + هـ^٢$

فجد $م'(س)$

الحل

$$م'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{\Delta ص}{\Delta س} \quad \Delta س = هـ$$

$\Delta س \to ٠$

$\Delta ص$ = معدل التغير في الأمتار

$$م'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣هـ^٢ + ٣س هـ^٢ + ٢هـ^٢ س + ٢هـ س^٢ + جـ هـ + هـ^٢}{هـ}$$

$هـ \to ٠$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} (٣هـ^٢ + ٣س هـ + ٢هـ س + ٢س^٢ + جـ + هـ)$$

$هـ \to ٠$

$$= ٠ + ٠ + ٠ + ٢س^٢ + جـ + ٠$$

$$= ٢س^٢ + جـ$$

تمارين ومسائل الكتاب

تدريب (١) ص ٦٩

جد المشتقة الأولى للاقتران $م$ حيث $م(س) = ٥ + جـ س$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل

$$م'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{م(س+هـ) - م(س)}{هـ}$$

$هـ \to ٠$

$$= \frac{٥ + جـ(س+هـ) - (٥ + جـ س)}{هـ}$$

$$= \frac{٥ + جـ س + جـ هـ - ٥ - جـ س}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{جـ هـ}{هـ}$$

$هـ \to ٠$

$$= جـ$$

تدريب (٢) ص ٧٠

استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة لايجاد $م'(١)$ حيث $م(س) = ٣س^٢ - ١$

الحل

$$م'(١) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{م(١+هـ) - م(١)}{هـ}$$

$هـ \to ٠$

يتبع الحل

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

$= \text{هـا} \dfrac{٣(١+هـ)^{٤} - ١ - (١+٤هـ^{٢})}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$\text{هـا} \dfrac{٣(١+٣هـ+٣هـ^{٢}+هـ^{٣}) - ١ - ٤هـ^{٢}}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$\text{هـا} \dfrac{٣+٩هـ+٩هـ^{٢}+٣هـ^{٣}-٤هـ^{٢}}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا}_{هـ} (٩+٥هـ+٣هـ^{٢})$ ← هـ ← ٠

$= ٩+٠+٠ = ٩$

تدريب (٣) ص ١٧

باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة هدف (٥) حيث $\text{هـ}(س) = \sqrt{س-١}$

الحل

$\text{هـ}'(٥) = \text{هـا} \dfrac{\text{هـ}(٥+هـ) - \text{هـ}(٥)}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا} \dfrac{\sqrt{٥+هـ-١} - \sqrt{٥-١}}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا} \dfrac{\sqrt{٤+هـ} - ٢}{هـ} \times \dfrac{\sqrt{٤+هـ}+٢}{\sqrt{٤+هـ}+٢}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا} \dfrac{٤+هـ-٤}{هـ(\sqrt{٤+هـ}+٢)}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا} \dfrac{١}{\sqrt{٤+هـ}+٢}$ ← هـ ← ٠

$= \dfrac{١}{\sqrt{٤+٠}+٢} = \dfrac{١}{٢+٢} = \dfrac{١}{٤}$

تدريب (٤) ص ١٧

اذا كان $\text{هـ}(س) = س^{٢} - ٣$ فجد $\text{هـ}'(٤)$ باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة

الحل

$\text{هـ}'(٤) = \text{هـا} \dfrac{\text{هـ}(٤+هـ) - \text{هـ}(٤)}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا} \dfrac{(٤+هـ)^{٢} - ٣ - ٤^{٢}+٣}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا} \dfrac{١٦+٨هـ+هـ^{٢}-١٦}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا} \dfrac{هـ(٨+هـ)}{هـ}$ ← هـ ← ٠

$= \text{هـا}_{هـ} (٨+هـ)$ ← هـ ← ٠

$= ٨+٠ = ٨$

مكتبة العلم ALWESAM الاستاذ ناجح الجمزاوي

س١ ص٧٢ عادية وسائل

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقترانات التالية

أ) $ق(س) = ٣س - ٢$

الحل

$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣(س+هـ) - ٢ - (٣س - ٢)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣س + ٣هـ - ٢ - ٣س + ٢}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣هـ}{هـ}$

$= ٣$

ب) $ق(س) = س^٢ - س$

$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ - (س+هـ) - (س^٢ - س)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{س^٢ + ٢هـس + هـ^٢ - س - هـ - س^٢ + س}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٢هـس + هـ^٢ - هـ}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} (٢س + هـ - ١)$

$= ٢س - ١$

ج) $ص = س^٣$

$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٣ - س^٣}{هـ}$

فرق بين مكعبين

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ-س)((س+هـ)^٢ + (س+هـ)س + س^٢)}{هـ}$

$= (س+٠)^٢ + س \times س + س^٢$

$= س^٢ + س^٢ + س^٢$

$= ٣س^٢$

س٢ ص٧٢ عادية وسائل

استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة لحساب مشتقة كل مما يأتي عند النقطة المبينة أمام كل منها

أ) $ق(س) = ٦ - ٥س$ $\quad س = ٢$

الحل

$ق'(٢) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٦ - ٥(٢+هـ) - (٦ - ٥ \times ٢)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٦ - ١٠ - ٥هـ + ٤}{هـ} = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{-٥هـ}{هـ}$

$= -٥$

مكتب الرسام AL-RESAM المعلم ناجح الجمزاوي

س٢ عبارين مراجعه ضد

جد المشتقه الأولى لكل مما يأتي باستخدام التعريف العام للمشتقه

أ) $f(x) = 7 - 2x$

الحل

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{7 - 2(x+h) - (7 - 2x)}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{7 - 2x - 2h - 7 + 2x}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{-2h}{h} = -2$

ب) $f(x) = x^2 + 2$

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 + 2 - (x^2+2)}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 2 - x^2 - 2}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{h(2x+h)}{h}$ ، ضارب h

$= \lim_{h \to 0} (2x + h) = 2x + 0 = 2x$

ج) $f(x) = \frac{5}{3-x}$

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{5}{3-(x+h)} - \frac{5}{3-x}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{5}{3-x-h} - \frac{5}{3-x}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{5(3-x) - 5(3-x-h)}{h(3-x-h)(3-x)} \times \frac{1}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{15 - 5x - 15 + 5x + 5h}{h(3-x-h)(3-x)}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{5h}{h(3-x-h)(3-x)}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{5}{(3-x-h)(3-x)}$

$= \frac{5}{(3-x)(3-x)} = \frac{5}{(3-x)^2}$

د) $f(x) = \frac{5}{3-x}$ (تحصيل حاصل)

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{5}{3-(x+h)} - \frac{5}{3-x}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{5}{3-x-h} - \frac{5}{3-x}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{5(3-x) - 5(3-x-h)}{h(3-x-h)(3-x)}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{15 - 5x - 15 + 5x + 5h}{h(3-x-h)(3-x)}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{5h}{h(3-x-h)(3-x)}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{5}{(3-x-h)(3-x)}$

$= \frac{5}{(3-x)(3-x)} = \frac{5}{(3-x)^2}$

هـ) $f(x) = \sqrt{3-x}$

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{3-(x+h)} - \sqrt{3-x}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{3-x-h} - \sqrt{3-x}}{h}$ المرافق

$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{3-x-h} - \sqrt{3-x}}{h} \times \frac{\sqrt{3-x-h} + \sqrt{3-x}}{\sqrt{3-x-h} + \sqrt{3-x}}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{3-x-h-3+x}{h(\sqrt{3-x-h} + \sqrt{3-x})}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{-h}{h(\sqrt{3-x-h} + \sqrt{3-x})}$

$= \frac{-1}{\sqrt{3-x} + \sqrt{3-x}} = \frac{-1}{2\sqrt{3-x}}$

مكتبة العلم ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

$$\text{نها}_{h\to 0} \frac{(3+h)^2 - 3(3+h) - (3^2 - 3\times 3)}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{9 + 6h + h^2 - 9 - 3h - 0}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{3h + h^2}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{h(3+h)}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} (3+h)$$

$$= 3$$

$$\text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{(3+h)^2 - 3} - \sqrt{3^2 - 3}}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{9 + 6h + h^2 - 3} - \sqrt{9-3}}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{6 + 6h + h^2} - \sqrt{6}}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{6 + 6h + h^2} - \sqrt{6}}{h} \times \frac{\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6}}{\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6}}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{6 + 6h + h^2 - 6}{h(\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6})}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{h + 6}{\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{6} + \sqrt{6}} = \frac{6}{2\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

$$\text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{(3+h)^2 - 3} - \sqrt{3^2 - 3}}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{9 + 6h + h^2 - 3} - \sqrt{9-3}}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{6 + 6h + h^2} - \sqrt{6}}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{6 + 6h + h^2} - \sqrt{6}}{h} \times \frac{\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6}}{\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6}}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{6 + 6h + h^2 - 6}{h(\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6})}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{h + 6}{\sqrt{6 + 6h + h^2} + \sqrt{6}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{6} + \sqrt{6}} = \frac{6}{2\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

س ص١٠٢ اختبار ذاتي

باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة، جد $\text{ق}'(1)$ للاقتران

$\text{ق}(س) = \sqrt{3س - 1}$ ، $س > \frac{1}{3}$

الحل

$$\text{ق}'(1) = \text{نها}_{h\to 0} \frac{\text{ق}(1+h) - \text{ق}(1)}{h}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كان $ق(س) = ٣س + ١$

فجد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣(س+هـ)+١ - (٣س+١)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣س + ٣هـ + ١ - ٣س - ١}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣هـ}{هـ}$$

$$= ٣$$

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

وزارة (٢٠١١) شتوية

جد المشتقة الأولى للاقتران $ق$ حيث $ق(س) = س^٢$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

الحل

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ - س^٢}{هـ}$$ بفرض س مربعين

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ+س)(س+هـ-س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢س + هـ}{هـ}$$

$$= ٢س + ٠ = ٢س$$

وزارة (٢٠٠٩) صيفية

جد المشتقة الأولى للاقتران $ق(س) = ٦$ حيث ما التعريف المشتقة

الحل

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٦ - ٦}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٠}{هـ}$$

$$= صفر$$

مكتبة الوسام AL WESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠ ، ج) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقترانات

$ق(س) = ٦ + ج س$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٦ + ج(س + هـ) - (٦ + ج س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٦ + ج س + ج هـ + ٦ - ج س}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{ج هـ}{هـ} = ج$

وزارة (٢٠١٢ ، ج / ٢٠١٤ ، ج) شتوية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد $ق'(س)$ للاقترانات

$ق(س) = س^٢ + ٣$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ)^٢ + ٣ - (س^٢ + ٣)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{س^٢ + ٢ س هـ + هـ^٢ + ٣ - س^٢ - ٣}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢ س + هـ)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} (٢ س + هـ) = ٢ س + ٠ = ٢ س$

وزارة (٢٠١٢ ، ج) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$ق(س) = \frac{٢}{س}$ ، $س \neq ٠$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{٢}{س + هـ} - \frac{٢}{س}}{هـ}$ توحيد مقام

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢ س - ٢ س - ٢ هـ}{س(س + هـ)}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-٢ هـ}{س(س + هـ)} \times \frac{١}{هـ}$

$= \frac{-٢}{س(٠ + س)} = \frac{-٢}{س^٢}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ)^٢ + ٣ هـ - ٣ - س^٢}{هـ}$ ضرب بين مرافقين

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٢ س + هـ + ٣ هـ)(س + هـ - س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} (٢ س + هـ + ٣)$

$= ٢ س + ٠ + ٣ = ٢ س + ٣$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

باستخدام التعريف اوجد مشتقة الدالة الأولى للأقران
$ق(س) = ١ - ٣س$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{١ - ٣(س+هـ) - (١ - ٣س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{١ - ٣س - ٣هـ - ١ + ٣س}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{-٣هـ}{هـ} = -٣$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

اذا كان $ق(س) = س^٢ + ١$
جد $ق'(٣)$ باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^٢ + ١ - (س^٢ + ١)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{س^٢ + ٢سهـ + هـ^٢ + ١ - س^٢ - ١}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^٢ - س^٢}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ+س)(س+هـ-س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} (٢س+هـ)$

$= ٢س + ٠ = ٢س$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

باستخدام تعريف المشتقة جد المشتقة الأولى للأقران
$ق(س) = \sqrt{س}$ $س > ٠$

الحل

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{س+هـ} - \sqrt{س}}{هـ}$ ضرب مرافقه

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{س+هـ} - \sqrt{س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{س+هـ-س}{هـ(\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س})}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{س}}$ بسط

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \times \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{(x+h) - x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{h}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران

$$f(x) = \frac{3}{x} \quad , x \neq 0$$

الحل

$$f'(x) = \text{نها}_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{\frac{3}{x+h} - \frac{3}{x}}{h}$$ توحيد مقام

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{3x - 3x - 3h}{x(x+h)}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{-3h}{x(x+h)} \times \frac{1}{h}$$

$$= \frac{-3}{x(x+0)} = \frac{-3}{x^2}$$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة جد $f'(3)$ حيث $f(x) = x^2 - 1$

الحل

$$f'(3) = \text{نها}_{h\to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{(3+h)^2 - 1 - (3^2 - 1)}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{(3+h)^2 - 1 - 8}{h}$$

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$$ فرق بين مربعين

$$= \text{نها}_{h\to 0} \frac{(3+h+3)(3+h-3)}{h}$$

$$= 3 + 0 + 3 = 6$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥، د) صيفية

اذا كان $ق(س) = \sqrt{س - ٣}$

فجد $ق'(٤)$ باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة

الحل

$$ق'(٤) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٤+هـ) - ق(٤)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{٤+هـ-٣} - \sqrt{٤-٣}}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{١+هـ} - ١}{هـ} \times \frac{\sqrt{١+هـ}+١}{\sqrt{١+هـ}+١}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{١+هـ-١}{هـ(\sqrt{١+هـ}+١)}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ}{هـ(\sqrt{١+هـ}+١)}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{١+٠}+١} = \frac{١}{١+١}$$

$$= \frac{١}{٢}$$

وزارة (٢٠١٦، د) شتوية

اذا كان $ق(س) = \frac{١}{س+١}$

فجد $ق'(٢)$ باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة

الحل

$$ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{١+٢+هـ} - \frac{١}{٢+١}}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{٣+هـ} - \frac{١}{٣}}{هـ}$$ توحيد المقام

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣-(٣+هـ)}{٣(٣+هـ)هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{-هـ}{٣(٣+هـ)هـ} \times \frac{١}{هـ}$$

$$= \frac{-١}{٣(٠+٣)} = \frac{-١}{٩}$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦ ، ٢) صيفية

باستخدام التعريف العام للمشتقة

جد المشتقة الأولى للاقترانين

ق(س) = ٢ - س٢

الحل

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٢ - (س+هـ)^٢ - (٢ - س^٢)}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٢ - (س+هـ)(س+هـ) + س^٢}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{س^٢ - (س+هـ)(س+هـ)}{هـ}$$ نرمز بسيط

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س - (س+هـ))(س + (س+هـ))}{هـ}$$

$$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(-هـ)(٢س+هـ)}{هـ}$$

$$= -(٢س+٠)$$

$$= -٢س$$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

الدرس الثالث

قواعد الاشتقاق (١)

قاعدة (١)

أ- اذا كان $هـ(س) = جـ$ حيث جـ ثابت فان $هـ'(س) = صفر$

ب- اذا كان $هـ(س) = س^ن$ فان $هـ'(س) = ن س^{ن-١}$

مثال (١)

جد مشتقة الدوال الآتية

(١) $هـ(س) = ٧ \Rightarrow هـ'(س) = صفر$

(٢) $هـ(س) = -١٠ \Rightarrow هـ'(س) = صفر$

(٣) $هـ(س) = \frac{١}{٤} \Rightarrow هـ'(س) = صفر$

(٤) $هـ(س) = س^٢ \Rightarrow هـ'(س) = ٢س$

(٥) $هـ(س) = \pi \Rightarrow هـ'(س) = صفر$

(٦) $هـ(س) = س^٦ \Rightarrow هـ'(س) = ٦س^٥$

(٧) $هـ(س) = س^٤ \Rightarrow هـ'(س) = ٤س^{٤-١} = ٤س^٣$

(٨) $هـ(س) = س \Rightarrow هـ'(س) = ١$

(٩) $هـ(س) = س^{١٠} \Rightarrow هـ'(س) = ١٠س^{١٠-١} = ١٠س^٩$

(١٠) $هـ(س) = س^٨ \Rightarrow هـ'(س) = ٨س^{٨-١} = ٨س^٧$

مثال (٢)

جد مشتقة الدوال الآتية بالنسبة للمتغير المستقل

(١) $ص = س^{-٥}$ ، $\frac{د ص}{د س} = -٥س^{-٥-١} = -٥س^{-٦}$

(٢) $ص = س^{-٧} \Rightarrow ص' = -٧س^{-٧-١} = -٧س^{-٨}$

(٣) $ص = س^{\frac{١}{٢}} \Rightarrow ص' = \frac{١}{٢}س^{\frac{١}{٢}-١} = \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM
الأستاذ: ناجح الجمزاوي

ملاحظه هامة

عند طلب مشتقه الجذور نحول الجذور إلى اسس حسب القاعدة

$\sqrt[ن]{س^م} = س^{\frac{م}{ن}}$

ملاحظه

$\frac{1}{س^ن} = س^{-ن}$

مثال :

$\frac{1}{س^5} = س^{-5}$ ، $\frac{1}{س^4} = س^{-4}$

مثال ②

جد المشتقة الأولى لما يلي

١- $ه(س) = \sqrt{س}$

الحل

تجهيز $ه(س) = \sqrt{س} = س^{\frac{1}{2}}$

$ه'(س) = \frac{1}{2} س^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}}$

تبسيط $= \frac{1}{2 س^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{س}}$

٢- $ه(س) = \sqrt[3]{س^2}$

الحل

تجهيز $= س^{\frac{2}{3}}$

اشتقاق $= \frac{2}{3} س^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3} س^{-\frac{1}{3}}$

٣- $ه(س) = \sqrt[5]{س^4}$

الحل

تجهيز $ه(س) = س^{\frac{4}{5}}$

اشتقاق $ه'(س) = \frac{4}{5} س^{\frac{4}{5}-1} = \frac{4}{5} س^{-\frac{1}{5}}$

$= \frac{4}{5} س^{-\frac{1}{5}} = \frac{4}{5 س^{\frac{1}{5}}} = \frac{4}{5\sqrt[5]{س}}$

ملاحظة هامة

بالنسبة لاشتقاق الاسس السالبة يكون الاشتقاق من ما يلي

$ه(س) = س^{\frac{م}{ن}}$

$ه'(س) = \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن}-1}$

مثال ④

اوجد المشتقة الأولى للأقترانات التالية

١- $ص = س^{\frac{3}{4}} \Leftarrow ص' = \frac{3}{4} س^{\frac{3-4}{4}}$

$ص' = \frac{3}{4} س^{-\frac{1}{4}}$

٢- $ق(س) = س^{\frac{5}{2}} \Leftarrow ق'(س) = \frac{5}{2} س^{\frac{5-2}{2}}$

$ق'(س) = \frac{5}{2} س^{\frac{3}{2}}$

٣- $ص = س^{\frac{7}{10}} \Leftarrow ص' = \frac{7}{10} س^{\frac{7-10}{10}}$

$ص' = \frac{7}{10} س^{-\frac{3}{10}}$

٤- $ص = س^{-\frac{1}{3}} \Leftarrow ص' = -\frac{1}{3} س^{-\frac{1-3}{3}}$

$ص' = -\frac{1}{3} س^{-\frac{4}{3}}$

٥- $ص = س^{\frac{5}{2}} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{5}{2} س^{\frac{5-2}{2}}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{5}{2} س^{\frac{3}{2}}$

٦- $ص = س^{\frac{1}{2}} \Leftarrow ص' = \frac{1}{2} س^{\frac{1-2}{2}}$

$ص' = \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}}$

٧- $ص = \frac{1}{س^2}$

الحل

$ص = س^{-2} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = -2 س^{-3}$

$\Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{-2}{س^3}$

٨- $ص = \frac{1}{س^4}$

الحل

$ص = س^{-4}$

$ص' = -4 س^{-5} \Leftarrow ص' = \frac{-4}{س^5}$

مثال ⑤

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

١- $ص = \frac{1}{\sqrt{س}}$

الحل

$ص = \frac{1}{س^{\frac{1}{2}}} = س^{-\frac{1}{2}}$

$\frac{د ص}{د س} = -\frac{1}{2} س^{-\frac{1-2}{2}} = -\frac{1}{2} س^{-\frac{3}{2}}$

٢- $ص = \frac{1}{\sqrt[5]{س^2}}$

الحل

$ص = \frac{1}{س^{\frac{2}{5}}} = س^{-\frac{2}{5}}$

$ص' = -\frac{2}{5} س^{-\frac{7}{5}}$

مكتبة الوسام AlWesam
الاستاذ ناجح الجمزاوي

القاعدة (٢)

اذا كان $هـ(س) = ه(س) \pm م(س)$

فان

$هـ'(س) = ه'(س) \pm م'(س)$

مثال (١)

جد $\frac{ص}{س}$ للاقترانات التالية

١- $ص = س^{٢} + ١$

$ص' = ٢س + ٠ = ٢س$

٢- $ص = س^{٣} + ٤س^{٢}$

$ص' = ٣س^{٢} + ٨س$

٣- $ص = س^{٢} + ٧\sqrt{س}$

الحل

$ص = س^{٢} + س^{\frac{١}{٢}}$

$ص' = ٢س + \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}$

٤- $ه(س) = س^{-٣} + ٧\sqrt[٤]{س^{٣}}$

الحل

$ه(س) = س^{-٣} + س^{\frac{٣}{٤}}$

$ه'(س) = -٣س^{-٤} + \frac{٣}{٤}س^{-\frac{١}{٤}}$

القاعدة (٣)

اذا كان $ه(س) = ح \times هـ(س)$

فان

$ه'(س) = ح \times هـ'(س)$

مثال ①

جد $ه'(س)$ للاقترانات التالية

١- $ه(س) = ٢س^{٣}$

$ه'(س) = ٣ \times ٢س^{٢} = ٦س^{٢}$

٢- $ه(س) = ٧س^{٣} + ٤س^{٢} + ٧$

$ه'(س) = ٣ \times ٧س^{٢} + ٢ \times ٤س + ٠$

$ه(س) = ٢١س^{٢} + ٨س$

٣- $ه(س) = س^{١٠} + ٢س^{٣} - ٣س + ٦$

$ه'(س) = ١٠س^{٩} + ٦س^{٢} - ٣$

٤- $ه(س) = ٣\sqrt{س^{٥}} - \frac{٤}{س^{٢}}$

الحل

$ه(س) = ٣س^{\frac{٥}{٢}} - ٤س^{-٢}$

$ه'(س) = ٣ \times \frac{٥}{٢}س^{\frac{٣}{٢}} - ٤ \times -٢س^{-٣}$

$= \frac{١٥}{٢}س^{\frac{٣}{٢}} + ٨س^{-٣}$

مكتبة الوسام ALWSAM
العلم: ناجح الجمزاوي

القاعدة (٤)

١. $ه(س) = جا س$

$ه'(س) = جتا س$

٢. $ه(س) = جتا س$

$ه'(س) = - جا س$

٣. $ه(س) = ظا س$

$ه'(س) = قا^{٢} س$

مثال ①

جد المشتقة الأولى لما يلي

١. $ه(س) = جا س + جتا س$

$ه'(س) = جتا س - جا س$

٢. $ه(س) = ٣س^{٢} + ظا س$

$ه'(س) = ٦س + قا^{٢} س$

٣. $ه(س) = ٤س^{٢} - ٢ جتا س$

$ه'(س) = ٨س - ٢ \times - جا س$

$= ٨س + ٢ جا س$

ملاحظة هامة

سنستقة الآن قانون الخطي

$ه(س) = ق س + ل$

$ه'(س) = ق$ معامل س

مثال

١. $ص = ٤ك + ٥$ $ص' = ٢$

٢. $ص = -٦ك - ٤$ $ص' = -٦$

ملاحظة هامة

اذا طلب اشتقة عند عدد

اي $ه'(ق)$ فاننا نجد $ه'(س)$

ثم نعوض العدد ق في $ه'(س)$

مثال

جد $\frac{ص}{ك س}$ عند النقطة المبينة ازاي كل مرة

١. $ه(س) = ٧ س^{٢}$ عند $س = ٢$

الحل

$ه'(س) = ١٤ س$ $ه'(٢) = ١٤ \times ٢$

$= ٢٨$

٢. $ه(س) = ٢س^{٣} + ٤ك$ $س = ٣$

$ه'(س) = ٦ س^{٢} + ٤$

$ه'(٣) = ٦(٣)^{٢} + ٤ = ٨١ + ٤ = ٨٥$

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ: ناجح الجمزاوي

القاعدة (٥)

١. $ق(س) = هـ^{ن}$ فان $ق'(س) = هـ^{ن}$

٢. $ق(س) = لو_{هـ} س$ فإن $ق'(س) = \frac{١}{س}$

مثال

جد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

١. $ص = هـ^{س} + لو_{هـ} س$

$\frac{د ص}{د س} = هـ^{س} + \frac{١}{س}$

٢. $ص = ٢هـ^{س} - \frac{١}{٢} لو_{هـ} س$

$\frac{د ص}{د س} = ٣هـ^{س} - \frac{١}{٢} \times \frac{١}{س}$

٣. $ص = \frac{س}{٣} + ٢هـ^{س} - لو_{هـ} س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٣} + ٢هـ^{س} - \frac{١}{س}$

ملخص قواعد الاشتقاق (١)

الاقتران $ق(س)$	$ق'(س)$
ح ؛ ثابت	صفر
$م_{س}$	م
$س^{ن}$	$ن\ س^{ن-١}$
جا س	جتا س
جتا س	$-$ جا س
ظا س	$قا^{٢}$ س
$هـ^{س}$	$هـ^{س}$
$لو_{هـ} س$	$\frac{١}{س}$
ح $\times$ ق(س)	ح $\times$ ق'(س)
الثابت $\times$ اقتران	الثابت $\times$ مشتقة الاقتران
ق(س) $\pm$ هـ(س)	ق'(س) $\pm$ هـ'(س)
مشتقة حاصل جمع أو طرح اقترانين	مشتقة الأول $\pm$ مشتقة الثاني

$هـ^{س}$: الاقتران الأسي الطبيعي

$لو_{هـ} س$: الاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

المعلم: ناجح الجمزاوي

امثلة شاملة على قواعد الاشتقاق (١)

مثال ①

جد المشتقة الأولى للاقترانات التالية عند النقط التي ازاء كل منها

١- $f(x) = x^3 + h$ $\quad x = 0$

الحل

$f'(x) = 3x^2 + h$

$f'(0) = 3(0)^2 + h = 0 + 1 = 1$

ملاحظة

$h = 1 \Rightarrow h' = 1$

٢- $f(x) = 2 \log_h x \quad x = 2$

الحل

$f'(x) = 2 \times \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$

$f'(2) = \frac{2}{2} = 1$

٣- $ص = س^3 - 3h^{س} + 2 \quad س = 1$

$\frac{ك ص}{ك س} = 3س^2 - 3h^{س}$

$\left.\frac{ك ص}{ك س}\right|_{س=1} = 3 \times 1^2 - 3h^1 = 3 - 3h$

مثال ②

جد المشتقة الأولى للاقترانات التالية

١- $f(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$

الحل

$f(x) = \frac{2}{x^{\frac{1}{3}}} = 2x^{-\frac{1}{3}}$

$f'(x) = 2 \times -\frac{1}{3} x^{-\frac{4}{3}}$

٢- $f(x) = \frac{-4}{\sqrt[3]{5x^6}}$

الحل

$f(x) = \frac{-4}{5x^{\frac{6}{3}}} = -\frac{4}{5}x^{-2}$

$f'(x) = -\frac{4}{5} \times -2 x^{-3}$

$= \frac{8}{5} x^{-3}$

٣- $f(x) = 2 \log_h x$

الحل

$f'(x) = 2 \times \frac{1}{x} = \frac{2}{x}$

٤. $ص = ٣س^{٢} + ١ + \frac{١}{س^{٢}}$

الحل

$ص = ٣س^{٢} + ١ + س^{-٢}$

$ص' = ٦س - ٢س^{-٣}$

---

٥. $ه(س) = ح(س) + ض(س) + ظ(س)$

$ه'(س) = ض'(س) - ح'(س) + ظ'(س)$

مثال (٣)

$ه(س) = \frac{لو س}{ه} - ٣ه^{س} + \sqrt{س}$

أوجد $ه'(١)$

الحل

$ه(س) = \frac{لو س}{ه} - ٣ه^{س} + س^{\frac{١}{٢}}$

$ه'(س) = \frac{١}{س} - ٣ه^{س} + \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}$

$ه'(١) = \frac{١}{١} - ٣ه^{١} + \frac{١}{٢}(١)^{-\frac{١}{٢}}$

$= ١ - ٣ه + \frac{١}{٢}$

$= \frac{٣}{٢} - ٣ه$

مثال (٤)

اذا كان $ه(س) = \frac{٤}{س} - س^{٣}$

جد $ه'(-١)$

الحل

$ه(س) = ٤س^{-١} - س^{٣}$ التحويل

$ه'(س) = -٤س^{-٢} - ٣س^{٢}$ الاشتقاق

$ه'(س) = \frac{-٤}{س^{٢}} - ٣س^{٢}$ التحويل للكسور

$ه'(-١) = \frac{-٤}{(-١)^{٢}} - ٣(-١)^{٢}$ التعويض

$ه'(-١) = \frac{-٤}{١} - ٣ = -٤ - ٣ = -٧$

ملاحظة هامة

خطوات ايجاد المشتقة الأولى عند نقطة هي : الأقترانات الاسية والجذور والاسس السالبة

١- التحويل للاشتقاق

٢- الاشتقاق

٣- التحويل للتعويض

٤- التعويض

مكتبة الوسام
AL-WESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٥)

$هـ(س) = ٣\sqrt{س}$ اوجد $هـ'(٩)$

الحل

$هـ(س) = ٣س^{\frac{١}{٢}}$ التحويل للاشتقاق

$هـ'(س) = ٣ \times \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}$ الاشتقاق

$هـ'(س) = \frac{٣}{٢س^{\frac{١}{٢}}}$ التحويل للكسور

$هـ'(١) = \frac{٣}{٢ \times ٣^{\frac{١}{٢}}} = \frac{١}{٢}$

$هـ'(٩) = \frac{٣}{٢ \times ٩^{\frac{١}{٢}}} = \frac{٣}{٢ \times ٣} = \frac{١}{٢}$

مثال (٦)

$هـ(س) = \frac{٨}{س^{\frac{٣}{٤}}}$ التحويل للاشتقاق

$= ٨ س^{-\frac{٣}{٤}}$

$هـ'(س) = ٨ \times -\frac{٣}{٤} س^{-\frac{٧}{٤}}$

$= -٦ س^{-\frac{٧}{٤}} = \frac{-٦}{س^{\frac{٧}{٤}}}$

$= \frac{-٦}{\sqrt[٤]{س^{٧}}}$

$هـ'(١) = \frac{-٦}{\sqrt[٤]{١^{٧}}} = -٦$ التعويض

ملاحظة هامة

$هـ^{١} = ١$ ، $هـ^{ن} = هـ$

$لو_{هـ} ١ = ٠$ ، $لو_{هـ} هـ = ١$

مثال (٧)

اذا كان $هـ(س) = ٣س^{٢} - ٢س + ٤$

وكان $هـ'(٢) = ٤$ اوجد قيمة $ب$ ؟

الحل

$هـ'(س) = ٦س - ٢ب$

$هـ'(٢) = ١٢ - ٢ب = ٤$ كل اطرافه

$-٢ب = ٤ - ١٢$

$-٢ب = -٨ \Leftarrow ب = ٤$

مثال

اذا كان $هـ(س) = ٢ب س^{٣} - ٣س$

وكان $هـ'(١) = ٥$ اوجد قيمة $ب$

الحل

$هـ'(س) = ٦ب س^{٢} - ٣ \Leftarrow هـ'(١) = ٦ب - ٣ = ٥$

$٦ب = ٥ + ٣ \Leftarrow ٦ب = ٨$

$ب = \frac{٤}{٣}$

مثال (٨)

اذا كان $هـ(س) = \frac{1}{5}س^3 + أ س^2 + 1$

وكان $هـ'(٤) = ٧$ اوجد قيمة أ ؟

الحل

$هـ(س) = \frac{1}{5}س^3 + أ س^2 + 1$ بحيث

$هـ'(س) = \frac{3}{5}س^2 + ٢أ س$ اشتقاقه

$هـ'(س) = \frac{3}{5}ل س^2 + أ^2$ بحيث

$هـ'(٤) = \frac{3}{5}ل ١٦ + أ^2 = ٧$

$\frac{3}{5} \times ٨ + أ^2 = ٧ \Leftarrow \frac{24}{5} + أ^2 = ٧$

$\Leftarrow أ^2 = ٤$ باخذ الجذر للبعدين

$أ = \pm\sqrt{٤} = \pm ٢$

مثال (٩)

اذا كان $هـ(س) = أ س^3 + ٤س - ب$

وكان $هـ(٠) = ٥$ ، $هـ'(٢) = ٨$

جد قيم أ ، ب ؟

الحل

① $هـ(٠) = ٥$ نعوض مباشر

$\Leftarrow أ(٠)^3 + ٤(٠) - ب = ٥$

$٠ + ٠ - ب = ٥$

$-ب = ٥ \Leftarrow ب = -٥$

$\Leftarrow هـ(س) = أ س^3 + ٤س - ٥$

② $هـ'(س) = ٣أ س^2 + ٤$

$هـ'(٢) = ٣أ(٢)^2 + ٤$

$٨ = ١٢أ + ٤$

$-٤ \quad -٤$

$٤ = ١٢أ \Leftarrow أ = \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$

مثال (١٠)

اذا كان $هـ(س) = ٢س^2 - ٤لو_{هـ} س + ٤$

وكان $هـ'(أ) =$ صفر

أوجد قيمة أ ؟ حيث أ > ٠

الحل

$هـ'(س) = ٤س - ٤ \times \frac{١}{س}$

$= ٤س - \frac{٤}{س}$

$هـ'(أ) = ٤أ - \frac{٤}{أ} =$ صفر

$٤أ = \frac{٤}{أ}$ ضرب تبادلي

$٤أ^2 = ٤$ بالقسمة على ٤

$أ^2 = ١$ اخذ الجذر للبعدين

$أ = \pm\sqrt{١} = \pm ١$

الجواب $أ = ١$ لأن $أ > ٠$

مكتبة الوسام
ALWESAM

تمارين ومسائل الكتاب

تدريب (١) ص٧٥

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

١) و(س) = ٥س^٤ - ٢س^٣ - س^٢ + ٢

و'(س) = ٢٠س^٣ - ٦س^٢ - ٢س + ١

٢) ص = س^-٢ - ٣س + ٥

$\frac{ص}{س}$ = -٢س^-٣ - ٣

٣) ص = $\sqrt{س^2 - ٢س + ١}$

ص = (س^٢ - ٢س + ١)^$\frac{١}{٢}$

ص' = $\frac{١}{٢}$(٢س - ٢)(س^٢ - ٢س + ١)^-$\frac{١}{٢}$

تدريب (٢) ص٧٥

اذا كان و(س) = ٢س^٣ - ٥ظاس + ٤جاس - جتاس

فجد و'(س)

الحل

و'(س) = ٦س^٢ - ٥قا^٢س + ٤جتاس + جاس

= ٦س^٢ - ٥قا^٢س + ٤جتاس + جاس

تدريب (٣) ص٧٦

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

١) و(س) = س^٢ - ٣^س + ٢ عندما س = ٠

الحل

و'(س) = ٢س - ٣^س ln ٣

و'(٠) = ٢(٠) - ٣^٠ ln ٣

= ٠ - ١ × ln ٣ = - ln ٣

٢) ص = ٢س^٤ + ٥ لوس عندما س = ١

الحل

$\frac{ص}{س}$ = ٨س^٣ + ٥ × $\frac{١}{س}$

$\frac{ص}{س}$ | = ٨(١)^٣ + ٥ × $\frac{١}{١}$

س = ١

= ٨ + ٥ = ١٣

س١ ص٧٦ تمارين ومسائل

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

٢) و(س) = ٥س^٣ + ٢

و'(س) = ١٥س^٢

٤) و(س) = ٣س^٢ - ٥س + ١٠

و'(س) = ٦س - ٥

يتبع الحل ←

مكتبة الوسام ALWESAM الاستاذ ناجح الجمزاوي

جـ) $f(س) = ٢س + \frac{٣}{س}$

الحل

$f(س) = ٢س + ٣س^{-١}$

$f'(س) = ٢ + ٣(-١)س^{-٢}$

$f'(س) = ٢ - ٣س^{-٢}$

د) $f(س) = ٣جاس + ٥ظاس - ٧ظاس$

$f'(س) = ٣جتاس - ٥قا^{٢}س - ٧قا^{٢}س$

هـ) $f(س) = ٣لوس - ٤هـ^{س} + ٦س^{٢}$

$f'(س) = ٣\times\frac{١}{س} - ٤هـ^{س}$

$= \frac{٣}{س} - ٤هـ$

و) $ص = ٣س^{٢} - ١$

$ص' = ٦س$

س٢ ص٧٧ تمارين وسائل

حدد اتصف الأعلى لكل مما يأتي

عند قيم س المبينة ازاء كل منها

م) $ص = ٥س^{٣} - ٤س^{٢} + ١$ $س = ٢$

$\frac{ص}{س} = ١٥س^{٢} - ٨س$

$\frac{ص}{س}| = ١٥(٤) - ٨(٢) = ٦٠ - ١٦$

$= ٤٤$

د) $ص = ٣س^{٢} - ١ + \frac{٦}{س}$ $س = ١$

الحل

$ص = ٣س^{٢} - ١ + ٦س^{-١}$

$\frac{ص}{س} = ٦س + ٦ \times -٢ س^{-٣}$

$= ٦س - \frac{١٢}{س^{٣}}$

$\frac{ص}{س}| = ١ \times ٦ - \frac{١٢}{١^{٣}}$

$س = ١$

$= ٦ - ١٢ = -٦$

جـ) $ص = س^{٢} + ٧\sqrt{س}$ $س = ٤$

الحل

$ص = س^{٢} + س^{\frac{١}{٢}}$

$ص' = ٢س + \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}$

$ص' = ٢س + \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$ص'| = ٢ \times ٤ + \frac{١}{٢\sqrt{٤}} = ٨ + \frac{١}{٤}$

$= \frac{٣٢}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{٣٣}{٤}$

و) $ص = لوس - ٣هـ^{س}$ $س = ١$

$\frac{ص}{س} = \frac{١}{س} - ٣هـ^{س}$

$\frac{ص}{س}| = \frac{١}{١} - ٣هـ = ١ - ٣هـ$

$س = ١$

مكتبة الوسام AL WSAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

س٣ ص٧٧ عاشر وسائل

جد المشتقة الأولى للأقتران م
صيث م(س) = س٢ (جتا س - ١)

الحل

م(س) = س٢ (جتا س - ١) ملئ القوس

م'(س) = س٢ × -جا س + جتا س × ٢س
= -س٢ جا س + ٢س جتا س

م'(س) = ٦س - جتا س

اسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١٨) صيفية

اذا كان هـ(س) = ٣ + جتا س
فاوجد هـ'(١)

الحل

هـ(س) = ٣ + جتا س^(١/٢) بتعويض

هـ'(س) = -١/٢ جا س × س^(-١/٢) اشتقاقه

هـ'(س) = -جا س / (٢√س)

هـ'(١) = -جا ١ / ٢ = -٠,٨٤١ / ٢ = -٠,٤٢ التعويض

وزارة (٢٠١٩) شتوية

اذا كان هـ(س) = لو س فاوجد
هـ'(١)

الحل

هـ'(س) = ١/س هـ'(١) = ١/١ = ١

وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا علمت ان هـ(س) = هـ^س فاوجد
ص/س

الحل ص/س = هـ^س

وزارة (٢٠١٤) صيفية

اذا كان هـ(س) = جا س - جتا س
اوجد هـ'(س)

الحل

هـ'(س) = ضتا س - جا س
= ضتا س + جا س

وزارة (٢٠١٣) شتوية

جد ص/س لما يلي

١) ص = جا س + هـ^س

الحل

ص/س = جتا س + هـ^س

ALMUFID

الدرس الرابع

قواعد الاشتقاق (٢)

قاعدة (١)

قاعدة الضرب

اذا كان هـ(س) = و(س) × م(س)

فإن

هـ'(س) = و(س) × م'(س) + م(س) × و'(س)

= الأول × مشتقة الثاني + الثاني × مشتقة الأول

قاعدة (٢)

قاعدة القسمة

اذا كان ص = $\frac{\text{و(س)}}{\text{م(س)}}$ ، م(س) ≠ ٠

فإن

$$ص' = \frac{\text{و(س)} \times \text{م}'(س) - \text{و}'(س) \times \text{م(س)}}{(\text{م(س)})^2}$$

$$ص' = \frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^2}$$

نتيجة

اذا كان ص = $\frac{\text{حـ}}{\text{م(س)}}$ ، م(س) ≠ ٠ ، حـ ثابت

فإن

$$ص' = \frac{-\text{حـ} \times \text{م}'(س)}{(\text{م(س)})^2}$$

ملاحظة هامة

(ﻫ × هـ)'(س) = (ﻫ' . هـ')(س)

تعني مشتقة حاصل ضرب اقترانين

$\left(\frac{\text{ﻫ}}{\text{هـ}}\right)'(س)$ = مشتقة قسمة اقترانين

(ﻫ + هـ)'(س) = ﻫ'(س) + هـ'(س) قاعدة المجموع

(ﻫ − هـ)'(س) = ﻫ'(س) − هـ'(س) قاعدة الطرح

(أﻫ)'(س) = أ × ﻫ'(س)

$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ﻫ}}\right)'(س) = \frac{\text{أ} \times \text{ﻫ}'(س)}{(\text{ﻫ(س)})^2}$

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ①

$ه(س) = (٣س^٢ - ٤)(س^٢ - ١)$

الأول × الثاني

اوجد $ه'(س)$ ثم اوجد $ه'(١)$

الحل

$ه'(س) = (٣س^٢ - ٤) \times ٢س + (س^٢ - ١) \times ٦س$

الأول × مشتقة الثاني + الثاني × مشتقة الأول

$ه'(١) = (٣(١)^٢ - ٤) \times ٢ \times ١ + (١^٢ - ١) \times ٦ \times ١$

$= -١ \times ٢ + ٠ \times ٦ = -٢$

عليه حل السؤال عن طريق الأقواس

مثال ②

$ه(س) = س \, ظا س$ اوجد $ه'(\frac{\pi}{٤})$

الحل

$ه'(س) = س \times قا^٢ س + ظا س \times ١$

المقابله $= ١ \times ٢ + ١ \times ١$

$ه'(\frac{\pi}{٤}) = \frac{\pi}{٤} \times (\sqrt{٢})^٢ + ١ \times ١$

$= \frac{\pi}{٢} + ١ = ١ + ١ + \frac{\pi}{٢}$

ملاحظه

$جا \frac{\pi}{٤} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $جتا \frac{\pi}{٤} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$ظا \frac{\pi}{٤} = ١$ ، $قا^٢ \frac{\pi}{٤} = \frac{١}{(\frac{١}{\sqrt{٢}})^٢} = \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٢$

مثال ③

اذا كان

$ه(س) = -٥س^٢ جتا س + ٣ ظا س$

ضرب افقي ايمن

فاوجد $ه'(س)$

الحل

$ه'(س) = -٥س^٢ \times -جا س - جتا س \times ١٠ س$

$+ ٣ قا^٢ س$

$= ٥س^٢ جا س - ١٠ س جتا س + ٣ قا^٢ س$

مثال ④

$ه(س) = \frac{٤}{س^٣ + ٢}$ اوجد $ه'(١)$

الحل

$ه'(س) = \frac{-٤ \times ٣س^٢}{(س^٣ + ١)^٢}$

$ه'(١) = \frac{-١٢ \times (١)^٢}{(١ + ١)^٢}$

$= \frac{-١٢ \times ١}{٤}$

$= \frac{-١٢}{٤} = -٣$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٥)

اذا كانت $ه(٢) = ٣$ ، $ه'(٢) = -١$

$ه(٢) = ٤$ ، $ه'(٢) = ١$ أوجد

أ) $(ه + ه)'(٢)$

ب) $(٣ه - ٢ه)'(٢)$

ج) $(ه \cdot ه)'(٣)$

د) $\left(\frac{ه}{ه}\right)'(٢)$

الحل

أ) $(ه + ه)'(٢) = ه'(٢) + ه'(٢)$

$= -١ + ١ =$ صفر

ب) $(٣ه - ٢ه)'(٢) = ٣ه'(٢) - ٢ه'(٢)$

$= ٣ \times -١ - ٢ \times ١$

$= -٣ - ٢ = -٥$

ج) حاصل ضرب

$(ه \cdot ه)'(٢) = ه(٢) \times ه'(٢) + ه(٢) \times ه'(٢)$

$= ٣ \times ١ + ٤ \times -١$

$= ٣ - ٤ = -١$

د) $\left(\frac{ه}{ه}\right)'(٢) = \frac{ه(٢) \times ه'(٢) - ه'(٢) \times ه(٢)}{(ه(٢))^٢}$

$= \frac{٤ \times -١ - ١ \times ٣}{٤^٢} = \frac{-٤ - ٣}{١٦} = \frac{-٧}{١٦}$

مثال (٦)

$ه(س) = \frac{س \, ظا س}{١ + ظا س}$ حيث $ه(س)$

الحل

مشتقة البسط × حاصل ضرب

$ه'(س) = \frac{(١ + ظا س)(س \times ضتا^٢ س + ظا س \times ١) - (س \, ظا س)(قا^٢ س)}{(١ + ظا س)^٢}$

مثال (٧)

$ه(س) = جا س \, جتا س + ه^{س}$

الحل

$ه'(س) = جا س \times -جا س + جتا س \times جتا س + ه^{س}$

$= -جا^٢ س + جتا^٢ س + ه^{س}$

مثال (٨)

$ه(س) = ظا س \, ه^{س} + س^٢ لو_{ه} س$

الحل

$ه'(س) = ظا س \times ه^{س} + ه^{س} \times قا^٢ س + س^٢ \times \frac{١}{س} + لو_{ه} س \times ٢س$

مثال ⑨

① $ق(س) = (س^{٢} - ٣س)\, هـ^{س}$

اوجد $ق'(٠)$ ؟

الحل

$ق'(س) = (س^{٢} - ٣س)\, هـ^{س} + هـ^{س}(٢س - ٣)$

$ق'(٠) = (٠ - ٠)\, هـ^{٠} + هـ^{٠}(٠ - ٣)$

$= ٠ + ١ \times -٣ = -٣$

②

$ق(س) = ٤س^{٢}(س^{٣} + ٢)$

اوجد $ق'(س)$ ؟

الحل

$ق'(س) = ٤س^{٢} \times ٣س^{٢} + (س^{٣} + ٢) \times ٨س$

$= ١٢س^{٤} + ٨س^{٤} + ١٦س$

$= ٢٠س^{٤} + ١٦س$

مثال ⑩

اذا كان $ق(س) \times هـ(س) = ٥$

وكان $ق(٣) = ١$ ، $هـ'(٣) = ٤$

اوجد ميل $ق(٣)$

الحل

$ق'(س) \times هـ'(س) + هـ(س) \times ق'(س) = صفر$

$ق'(٣) \times هـ'(٣) + هـ(٣) \times ق'(٣) = ٠$

$١ \times ٤ + هـ(٣) \times ق'(٣) = ٠$

يجب ايجاد $هـ(٣)$ من طريقة السؤال

$ق(س) \times هـ(س) = ٥$

$ق(٣) \times هـ(٣) = ٥$

$١ \times هـ(٣) = ٥$

$هـ(٣) = ٥$ نعوضها في المشتقة

$٤ + ٥ \times ق'(٣) = ٠$

$ق'(٣) = -\frac{٤}{٥}$

$\therefore$ ميل $ق(٣) = -\frac{٤}{٥}$

مثال ⑪

جد قيم س التي تجعل $ق'(س) = ٠$ صحيح

أ) $ق(س) = ٤س^{٢} - ٤$

الحل

$ق'(س) = ٤س = ٠$

$\therefore س = ٠$

ب) $ق(س) = س^{٢}(س^{٢} - ٤)$

$= س^{٤} - ٤س^{٢}$

$ق'(س) = ٤س^{٣} - ٨س = ٠$

اخراج $٤س$

$٤س(س^{٢} - ٢) = ٠$

$٤س = ٠ \quad س^{٢} - ٢ = ٠ \quad س^{٢} = ٢$

$س = ٠ \quad س = \pm \sqrt{٢}$

مكتبة الوسام ALWESAM
ناجح الجمزاوي

مثال (١٢)

اوجد المشتقة الأولى لما يلي

١) $ص = \frac{س+١}{س-١}$

$ص' = \frac{(س-١)\times ١ - (س+١)\times ١}{(س-١)^{٢}}$

$= \frac{س-١-س-١}{(س-١)^{٢}} = \frac{-٢}{(س-١)^{٢}}$

٢) $ص = \frac{س^{٢}}{س-٣}$

الحل

$ص' = \frac{(س-٣)\times ٢س - س^{٢}\times ١}{(س-٣)^{٢}}$

$= \frac{٢س^{٢}-٦س-س^{٢}}{(س-٣)^{٢}} = \frac{س^{٢}-٦س}{(س-٣)^{٢}}$

٣) $ص = \frac{٥}{س^{٢}-س-٦}$

الحل

$ص' = \frac{-٥\times(٢س-١)}{(س^{٢}-س-٦)^{٢}}$

$= \frac{-١٠س+٥}{(س^{٢}-س-٦)^{٢}}$

٤) $ص = \frac{جاس}{١+جتاس}$

الحل

$ص' = \frac{(١+جتاس)\times جتاس - جاس\times(-جاس)}{(١+جتاس)^{٢}}$

$= \frac{جتاس+جتا^{٢}س+جا^{٢}س}{(١+جتاس)^{٢}}$

لكن $جا^{٢}س+جتا^{٢}س=١$

$\therefore ص' = \frac{١+جتاس}{(١+جتاس)^{٢}}$

$= \frac{١+جتاس}{(١+جتاس)(١+جتاس)}$

$= \frac{١}{١+جتاس}$

مثال (١٣)

اذا كان $ق(س) = ظاس$ اوجد $ق'(س)$

الحل

$ق(س) = \frac{١}{جتاس}$

$ق'(س) = \frac{-١\times -جاس}{جتا^{٢}س} = \frac{جاس}{جتا^{٢}س}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (١٤)

اذا كان $ق(س) = أ(س) هـ^{س}$ وكان $ق(١) = ٤هـ$ فجد قيمة أ؟

الحل

$ق(س) = أ(س) \times هـ^{س} + هـ^{س} \times أ(س)$

$ق(١) = أ(١) \times هـ^{١} + هـ^{١} \times أ(١)$

$٤هـ = أ هـ + أ هـ = ٢أ هـ$

بالقسمة على هـ

$٤ = ٢أ \Leftarrow أ = ٢$

مثال (١٥)

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

١) $ص = (س^{٢} - هـ^{س})(لو_{هـ} س + ٤س^{٣})$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = (س^{٢} - هـ^{س}) \times (\frac{١}{س} + ١٢س^{٢}) + (لو_{هـ} س + ٤س^{٣})(٢س - هـ^{س})$

٢) $ص = (٧\sqrt{س} - ٢س)(٣س^{٢} - ٢س) + لو_{هـ} س$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = (\frac{٧}{٢\sqrt{س}} - ٢)(٣س^{٢} - ٢س) + (٦س - ٢) + \frac{١}{س}$

مثال (١٦)

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

١) $ص = \frac{س^{٣} - ٤س + ٥}{٤ - ٢س}$ عند $س = ١$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{(٤ - ٢س)(٣س^{٢} - ٤) - (س^{٣} - ٤س + ٥)(-٢)}{(٤ - ٢س)^{٢}}$

$\frac{د ص}{د س}\Big|_{س=١} = \frac{(٤ - ٢)(٣ - ٤) - (١ - ٤ + ٥)(-٢)}{(٤ - ٢)^{٢}}$

$= \frac{٢ \times -١ + ٨}{٤} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$

٢) $ص = \frac{هـ^{س} + س}{ظا س}$

الحل

$ص' = \frac{ظا س (هـ^{س} + ١) - (هـ^{س} + س) \times قا^{٢} س}{(ظا س)^{٢}}$

٣) $ص = \frac{لو_{هـ} س + ٦}{س^{٣} + ٤}$ عند $س = ١$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{(س^{٣} + ٤)(\frac{١}{س}) - (لو_{هـ} س + ٦)(٣س^{٢})}{(س^{٣} + ٤)^{٢}}$

يتبع اكمل

مكتبة الوسام AL WESAM

$\frac{ص}{س}$ = $\frac{(١+٣)(٤+٣)\times\frac{١}{٢}-(٣\times١)^{٢}\times(٥\times١+٦)}{(١+٣)(٤+٣)^{٢}}$

س = ١

$= \frac{٥\times١-٣\times(٦+٥)}{٢٥} = \frac{٥-١٨}{٢٥}$

$= \frac{-١٣}{٢٥}$

٤) $ص = \frac{ظاس-٣}{٢+جاس}$

الحل

$\frac{ص}{س} = \frac{(٢+جاس)(قاس)^{٢}-(ظاس-٣)\times جاس}{(٢+جاس)^{٢}}$

مثال (١٧)

اذا كان $هـ(-٢)=٣$ ، $هـ'(-٢)=٥$

$و(س)=س^{٢}هـ(س)-٢$ اوجد

$و'(-٢)$ ؟

الحل مشتقة حاصل ضرب

$و'(س)=س^{٢}\times هـ'(س)+هـ(س)\times ٢س$

$و'(-٢)=(-٢)^{٢}\times هـ'(-٢)+هـ(-٢)\times ٢\times(-٢)$

$=٤\times٥+٣\times(-٤)$

$=٢٠-١٢$

$=٨$

مثال (١٨)

اذا كان $ل(س)=هـ(س)-٣هـ(س)-٢س$

وكان $هـ'(١)=٧$ ، $هـ(١)=٢$

$هـ'(١)=٤$ فاوجد $ل'(١)$

الحل

$ل'(س)=هـ'(س)-٣هـ'(س)-٢$

$ل'(١)=هـ'(١)-٣هـ'(١)-٢$

$=٧-٣\times٤-٢$

$=٧-١٢-٢=-٧$

مثال (١٩)

اذا كان $هـ(٣)=١$ ، $هـ'(٣)=-٢$

وكان $هـ(س)=\frac{٣+س}{هـ(س)}$

اوجد $هـ'(٣)$ ؟

الحل

$هـ'(س)=\frac{هـ(س)\times١-(٣+س)\times هـ'(س)}{(هـ(س))^{٢}}$

$هـ'(٣)=\frac{هـ(٣)\times١-(٣+٣)\times هـ'(٣)}{(هـ(٣))^{٢}}$

$=\frac{١\times١-٦\times(-٢)}{١^{٢}}=\frac{١+١٢}{١}$

$=١٣$

مكتبة الإمام ALIMAM

الأستاذ: ناجح الجمزاوي

مثال (٢٠)

اذا كان $هـ(س) = \frac{أ}{س} - ٣س^{٢}$

وكان $هـ'(-١) = ٢$ فجد قيمة الثابت أ ؟

الحل

$هـ'(س) = \frac{-أ \times ١}{س^{٢}} - ٦س$

$هـ'(-١) = \frac{-أ}{(-١)^{٢}} - ٦ \times -١$

$٢ = \frac{-أ}{١} + ٦$

$-٤ = -أ \Leftarrow أ = ٤$

مثال (٢١)

اذا كان $هـ(س) = \frac{س^{٣} - ٣س}{أ}$

وكان $هـ'(٢) = ١$ فاوجد قيمة أ

الحل

ملاحظة

اذا كان المقام ثابت لا تشتق

تشتق البسط فقط

$هـ'(س) = \frac{٣س^{٢} - ٣}{أ}$

$هـ'(٢) = \frac{٣(٢)^{٢} - ٣}{أ} = ١$

$\frac{٩}{أ} = ١ \Leftarrow أ = ٩$

مثال (٢٢)

اذا كان $هـ(س) = \frac{٥}{س}$ فجد

$\frac{هـ(س+هـ) - هـ(س)}{هـ}$ ، $هـ \to ٠$

ملاحظة هامة

في مثل هذه الاسئلة نطابق الجواب مع التعريف العام للمشتقة الأولى

حيث $هـ'(س) = \frac{هـ(س+هـ) - هـ(س)}{هـ}$ ، $هـ \to ٠$

أو التعريف العام للمشتقة الأولى عند نقطة حيث

$هـ'(أ) = \frac{هـ(أ+هـ) - هـ(أ)}{هـ}$ ، $هـ \to ٠$

ثم نجد الجواب باستخدام قواعد الاشتقاق

حل المثال

$\frac{هـ(س+هـ) - هـ(س)}{هـ} = هـ'(س)$

$= \frac{-٥ \times ١}{س^{٢}} = \frac{-٥}{س^{٢}}$

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٣٣)

اذا كان $ق(س) = س^{س}$

فاوجد $ق'(١)$ ان وجدت

الحل

$$ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$$

$$ق'(س) = س \times هـ^{س} + هـ^{س} \times ١$$

$$ق'(١) = ١ \times هـ^{١} + هـ^{١} = هـ + هـ$$

$$= ٢هـ$$

مثال (٣٤)

اذا كان $ق(س) = \frac{لو_{هـ} س}{س}$

فاوجد $ق'(١)$ ان وجدت

$$ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$$

الحل

$$ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$$

$$ق'(س) = \frac{س \times \frac{١}{س} - لو_{هـ} س \times ١}{(س)^{٢}}$$

$$ق'(١) = \frac{١ \times \frac{١}{١} - لو_{هـ} ١ \times ١}{(١)^{٢}}$$

$$= \frac{١ - ٠ \times ١}{(١)^{٢}} = \frac{١}{(١)^{٢}}$$

$$= \frac{هـ}{هـ^{٢}} = \frac{١}{هـ}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تمارين ومسائل الكتاب

تدريب (١) ص٨٠

جد مشتقة كل مما يأتي

١) $ق(س) = (٣س^٢ - ٤)(س^٢ - ١)$ عندما $س = ١$

الحل

$ق'(س) = (٣س^٢ - ٤) \times (٢س) + (س^٢ - ١) \times ٦س$

$ق'(١) = (٣(١)^٢ - ٤) \times (٢(١)) + ((١)^٢ - ١) \times ٦(١)$

$= (٣ - ٤) \times ٢ + ٠ \times ٦$

$= -١ \times ٢ + ٠ = -٢$

٢) $ق(س) = ٤س^٢ (ص^٣ + ٢)$

الحل

$ق(س) = ٤س^٥ + ٨س^٢$

$ق'(س) = ٢٠س^٤ + ١٦س$

٣) $ق(س) = ٥س \, ظا س$

$ق'(س) = ٥س \times قا^٢ س + ظا س \times ٥$

تدريب (٢) ص٨١

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

١) $ص = \frac{٣س - ٥}{٨س - ٣}$ عندما $س = ١$

الحل

$\frac{دص}{دس} = \frac{٨(٣س - ٥) - ٣(٨س - ٣)}{(٨س - ٣)^٢}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=١} = \frac{٨(٣ - ١٨) - ٣(٨ - ١٨)}{(٨ - ١٨)^٢}$

$= \frac{٨(-١٥) - ٣(-١٠)}{(-١٠)^٢}$

$= \frac{-١٢٠ + ٣٠}{١٠٠} = \frac{-٩٠}{١٠٠}$

$= \frac{٩}{١٠}$

٢) $ص = \frac{٥}{س^٢ + ١}$

$ص' = \frac{-٥ \times ٢س}{(س^٢ + ١)^٢}$

$= \frac{-١٠س}{(س^٢ + ١)^٢}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

س١ ص٨٣ تمارين ووسائل

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي

أ) ق(س) = (٢س^٤ - ٥)(٨ - ٥س)

الحل

ق'(س) = (٢س^٤ - ٥)(-٥) + (٨ - ٥س)(٨س^٣)

ب) ص = ٥ / (س^٢ - س - ٦)

ص' = -٥(٢س - ١) / (س^٢ - س - ٦)^٢

= (-١٠س + ٥) / (س^٢ - س - ٦)^٢

ج) ص = س^٢ / (س - ٣)

ص' = (س - ٣)(٢س) - س^٢(١) / (س - ٣)^٢

ص' = (٢س^٢ - ٦س - س^٢) / (س - ٣)^٢

= (س^٢ - ٦س) / (س - ٣)^٢

د) ص = س^٢ جتا س

ص' = س^٢(-جا س) + جتا س (٢س)

هـ) ق(س) = جا س / (١ + جتا س)

ق'(س) = (١ + جتا س)(جتا س) - (جا س)(-جا س) / (١ + جتا س)^٢

= جتا س + جتا^٢ س + جا^٢ س / (١ + جتا س)^٢

= جتا س + ١ / (١ + جتا س)^٢ لأن جا^٢ س + جتا^٢ س = ١

= ١ + جتا س / (١ + جتا س)(١ + جتا س) = ١ / (١ + جتا س)

س٤ ص٨٦ تمارين مراجعة

جد dص/dس

و) ص = س / (س + ١)

ص' = (س + ١)(١) - س(١) / (س + ١)^٢

= ١ / (س + ١)^٢

مكتبة الهدى
المعلم ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١٨) شتوية

اذا كان $هـ(س) = س^{٧} - ٦س$

فاوجد هـ(١) حيث $هـ(١) = \lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(١+ه) - هـ(١)}{ه}$

الحل

$هـ(١) = \lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(١+ه) - هـ(١)}{ه}$

$هـ(س) = ٧س^{٦} - ٦$

$= ٧(١)^{٦} - ٦ = ٧ - ٦ = ١$

وزارة (٢٠١٨) صيفية

اذا كان $هـ(١) = ٢هـ(١) = ٣$

$هـ(١) = -٢ هـ(١) = ١$

فاوجد $(هـ \times هـ)'(١)$

الحل

$(هـ \times هـ)'(١) = هـ(١) \times هـ(١) + هـ(١) \times هـ(١)$

$= ٢ \times ١ + ١ \times -٢$

$= ٢ - ٢$

$= -٤$

وزارة (٢٠١٩) شتوية

جد المشتقة الأولى

$هـ(س) = ٢س جاس$

الحل

$هـ(س) = ٢س \times جتاس + جاس \times ٢$

$= ٢س جتاس + ٢جاس$

وزارة (٢٠١٩) صيفية

اذا كان $هـ(س) = ط(س) \times ل(س)$

فاوجد $هـ(س)$

الحل

$هـ(س) = ط(س) \times ل(س) + ل(س) \times ط(س)$

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كانت $ص = \frac{٥}{س^{٢}+١}$

اوجد $\frac{ص}{س}$ عندما $س = ٢$

الحل

$\frac{ص}{س} = \frac{-٥ \times ٢س}{(س^{٢}+١)^{٢}}$

$\frac{ص}{س}_{س=٣} = \frac{-١٠ \times ٢}{(٢^{٢}+١)^{٢}} = \frac{-٢٠}{٢٥} = -\frac{٤}{٥}$

مؤسسة وسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (١٢، ٢٠) شتوية

اذا علمت ان $ق(س) = ٢س + ١$

فاوجد $هـا \frac{ق(٣ + هـ) - ق(٣)}{هـ}$ ، $هـ \to ٠$

الحل

$هـا \frac{ق(٣ + هـ) - ق(٣)}{هـ} = ق'(٣)$ ، $هـ \to ٠$

$ق'(س) = ٢$

$ق'(٣) = ٢$

وزارة (١٣، ٢٠) شتوية

(١) اذا علمت ان $ق(س) = ٦\sqrt{س}$

فاوجد $هـا \frac{ق(٩ + هـ) - ق(٩)}{هـ}$ ، $هـ \to ٠$

الحل

$هـا \frac{ق(٩ + هـ) - ق(٩)}{هـ} = ق'(٩)$ ، $هـ \to ٠$

$ق(س) = ٦س^{\frac{١}{٢}}$

$ق'(س) = ٦ \times \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}} = \frac{٣}{\sqrt{س}}$

$ق'(٩) = \frac{٣}{\sqrt{٩}} = \frac{٣}{٣} = ١$

وزارة (١٤، ٢٠) صيفية

اذا كان $ق(س) = س^{٢} + ٨$

فاوجد $هـا \frac{ق(٢ + هـ) - ق(٢)}{هـ}$ ، $هـ \to ٠$

الحل

$هـا \frac{ق(٢ + هـ) - ق(٢)}{هـ} = ق'(٢)$ ، $هـ \to ٠$

$ق'(س) = ٢س$

$ق'(٢) = ٢ \times ٢$

$= ٤ \times ٣$

$= ١٢$

(٢) اوجد $\frac{ص}{س}$ اذا كان $ص = جتا س + هـ$

الحل

$ص' = -جا س$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) صيفية

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ حيث

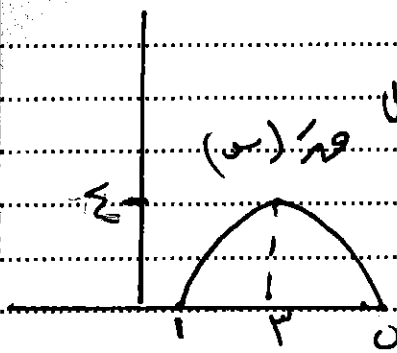
$ص = س^{٣} جاس + ظاس$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = س^{٣} \times جاس + جاس \times ٣س^{٢} + قا^{٢} س$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اعتمد على الشكل



في ايجاد

$هـا \frac{هـ(٣+هـ) - هـ(٣)}{هـ}$ ← ٠

الحل

$هـا \frac{هـ(٣+هـ) - هـ(٣)}{هـ}$ ← ٠ $= هـ'(٣)$

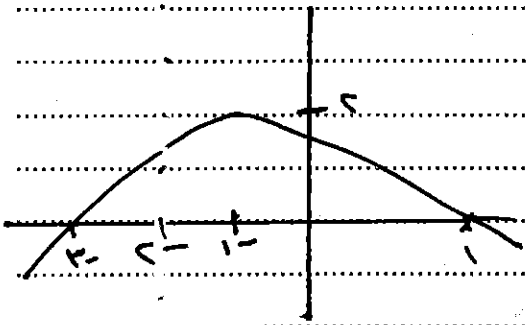
من الرسمة

$هـ'(٣) = ٤$

وزارة (٢٠١٦) صيفية

معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى اشتقاقية الدالة هـ، فإن

$هـا \frac{هـ(-١+هـ) - هـ(-١)}{هـ}$ ← ٠



الحل

$هـا \frac{هـ(-١+هـ) - هـ(-١)}{هـ}$ ← ٠ $= هـ'(-١)$

ميل المماسة

$هـ'(-١) = ٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

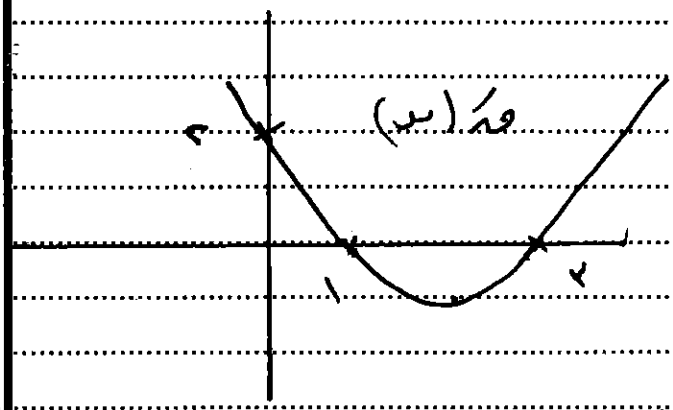
وإذا كان $(١، ٢) \in$ منحنى د

معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران د(س)

جد كلاً مما يأتي:

$$\text{جـ} = \frac{د(٠ + هـ) - د(٠)}{هـ}$$

$هـ \to ٠$



الحل

$$\text{جـ} = \frac{د(٠ + هـ) - د(٠)}{هـ} = د'(٠)$$

$هـ \to ٠$

ميل المماس

$د'(٠) = ٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

المشتقات العليا

اذا كانت ص = هـ(س) فإن المشتقة الأولى تعطى بأحد الرموز التالية :

$$ص' = \frac{د ص}{د س} = هـ'(س) = (هـ(س))'$$

ولو قمنا باشتقاق المشتقة الأولى مرة اخرى فإننا نحصل على المشتقة الثانية ويرمز لها

$$ص'' = \frac{د^2 ص}{د س^2} = هـ''(س) = (هـ(س))''$$

ملاحظة

$$هـ'(س) = \lim_{ه \to 0} \frac{هـ(س + ه) - هـ(س)}{ه}$$

$$هـ''(أ) = \lim_{ه \to 0} \frac{هـ'(أ + ه) - هـ'(أ)}{ه}$$

مثال ①

جد المشتقة الثانية للأقترانات التالية

١- $هـ(س) = ٣س^3 + ٤س + ١$

$هـ'(س) = ٦س + ٤$

$هـ''(س) = ٦$

٢- $هـ(س) = ٥س^3 - ٤س^2 - ٣$ عند س = ٢

الحل

$هـ'(س) = ١٥س^2 - ٨س$

$هـ''(س) = ٣٠س - ٨$

$هـ''(٢) = ٣٠ \times ٢ - ٨ = ٥٢$

مثال ②

جد $\frac{د^2 ص}{د س^2}$ لكل مما يلي

١- $ص = س^2 هـ^س$

الحل

$ص' = س^2 \times هـ^س + هـ^س \times ٢س$ ضرب ضرب

$ص'' = (س^2 \times هـ^س + هـ^س \times ٢س) + (هـ^س \times ٢ + ٢س \times هـ^س)$

$= س^2 هـ^س + ٤س هـ^س + ٢هـ^س$

ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

٢) $ص = \frac{1}{س}$ $س \neq 0$

الحل

$ص' = -\frac{1}{س^2}$

$\frac{د^2 ص}{د س^2} = \frac{2}{س^3}$

٣) $ص = س جا س + 2 جتا س$

الحل

$ص' = س \times جتا س + جا س \times 1 - 2 جا س$

$= س جتا س - جا س$

$ص'' = س \times - جا س + جتا س \times 1 - جتا س$

$= - س جا س + جتا س - جتا س$

$= - س جا س$

مثال ③

اذا كان $هـ(س) = 2س^3 - س^2$

فاوجد $\lim_{ه \to 0} \frac{هـ(1+ه) - هـ(1)}{ه}$

الحل

$هـ'(س) = 6س^2 - 2س$

$هـ''(س) = 12س - 2$

$هـ''(1) = 12 \times 1 - 2 = 10$

مثال ④

اذا كانت $هـ'(س) = 3س^2 - 5$

فاوجد $هـ''(1)$

الحل

$هـ'(س) = 3س^2 - 5$

$هـ''(س) = 6س$

$هـ''(1) = 6 \times 1 = 6$

مثال ⑤

اذا كان $هـ(س) = س^2(س - 1)$

فاوجد $هـ''(1)$ ؟

الحل

$هـ(س) = س^3 - س^2$ فك الأقواس

$هـ'(س) = 3س^2 - 2س$

$هـ''(س) = 6س - 2$

$هـ''(1) = 6 \times 1 - 2$

$= 6 - 2 = 4$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

اذا كان $ق(س) = \frac{1}{3}س^3 - \frac{1}{2}س^2 + 3س - 5$

وكان $ق'(أ) = 7$ فاوجد قيمة أ ؟

الحل

$ق'(س) = \frac{1}{3} \times 3 س^2 - \frac{1}{2} \times 2 س + 3$

$= س^2 - س + 3$

$ق'(س) = ج س - 1$

$ق'(أ) = ج أ - 1 = 7$

$ج أ = 7 + 1 = 8$

$أ = \frac{8}{ج} = \frac{8}{4} = 2$

مثال ⑦

اذا كان $ق(س) = (س - 3)(س^5 - 1)$

اوجد $ق'(1)$ ؟

الحل (فك الاقواس)

$ق(س) = س^6 - س - 3س^5 + 3$

$ق'(س) = 6س^5 - 1 - 15س^4$

$ق''(س) = 30س^4 - 60س^3$

$ق''(1) = 30(1)^4 - 60(1)^3$

$= صفر$

مثال ⑧

اذا كانت $ص = \frac{5}{س}$ اوجد $ص'$

الحل

$ص = 5 س^{-2}$

$ص' = -10 س^{-3} = \frac{-10 س}{س^4} = \frac{-10}{س^3}$

مثال ⑨

اذا كانت $ص = \frac{س}{س + 1}$

فاوجد $ص'$ ؟

الحل

$ص' = \frac{1 \times (س + 1) - 1 \times س}{(س + 1)^2}$

$= \frac{س + 1 - س}{(س + 1)^2} = \frac{1}{(س + 1)^2}$

$(س + 1)^2 = س^2 + 2س + 1$

$ص' = \frac{1}{س^2 + 2س + 1}$

$ص'' = \frac{-1 \times (2 + 2س)}{(س^2 + 2س + 1)^2}$

مكتبة الوفاء
ALWAFA.COM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٠)

اذا كان هـ(٤) = ٥ ، هـ'(٤) = -١

هـ'(٤) = ٢ اوجد

$\left(\frac{هـ}{هـ'}\right)'(٤)$

الحل

$\left(\frac{هـ}{هـ'}\right)'(٤) = \frac{هـ'(٤) \times هـ'(٤) - هـ(٤) هـ''(٤)}{(هـ'(٤))^{٢}}$

$= \frac{-١ \times -١ - ٥ \times ٢}{(-١)^{٢}}$

$= \frac{١ - ١٠}{١} = -٩$

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كانت ص = حاس فاوجد صـ

الحل

ص' = حتاس

ص'' = -حاس

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا كان هـ(س) = لوس س > ٠ فاوجد هـ''(س)

الحل

$هـ'(س) = \frac{١}{س}$

$هـ''(س) = \frac{-١}{س^{٢}}$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

اذا كان هـ(س) = $\frac{١}{٦}$س^{٣} - $\frac{١}{٢}$س^{٢} + ٣ فاوجد

قيمة س التي تجعل هـ'(س) = ٠

الحل

هـ'(س) = $\frac{١}{٢} \times ٣س^{٢} - \frac{١}{٢} \times ٢س + ٠$

هـ''(س) = $\frac{١}{٢} \times ٦س - ١ = ٣س - ١$

٣س - ١ = ٠

١ + ١ ⟸ ٣س = ١

مكتبة الوسام ALWESAM

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اذا كان $ق(س) = س^{٤} - ٢ب س^{٢} + س$

يجب قيمة الثابت ب التي تجعل

$ق'(-١) = صفر$

الحل

$ق'(س) = ٤س^{٣} - ٤ب س + ١$

$ق'(-١) = ١٢(-١)^{٢} - ٤ب = صفر$

$١٢ - ٤ب = صفر$

$٤ب + ٤ب +$

$١٢ = ٤ب \Leftarrow ب = \frac{١٢}{٤} = ٦$

وزارة (٢٠١٥) صيفية

اذا كان $ق(س) = ب س^{٣} - ١٢ س^{٢}$

حاقيمة (قيم) الثابت ب التي تجعل

$ق'(١) = ٠$

الحل

$ق'(س) = ب \times ٣ س^{٢} - ٢٤ س$

$ق'(س) = ٦ ب س^{٢} - ٢٤ س$

$ق'(١) = ٦ ب (١)^{٢} - ٢٤ = ٠$

$٦ ب - ٢٤ = ٠$

$٦ ب = ٢٤ \quad ب = ٤$

$ب = \pm\sqrt{٤} = \pm ٢$

وزارة (٢٠١٦) صيفية

اذا كان $ق(س) = ٣ ب^{٢} س^{٤} - ٨ س^{٣}$

حاقيمة (قيم) الثابت ب التي تجعل

$ق'(١) = -١٢$

الحل

$ق'(س) = ١٢ ب^{٢} س^{٣} - ٢٤ س^{٢}$

$ق'(س) = ٣٦ ب^{٢} س^{٢} - ٤٨ س$

$ق'(١) = ٣٦ ب^{٢} (١)^{٢} - ٤٨ = -١٢$

$٣٦ ب^{٢} - ٤٨ = -١٢$

$+٤٨ \quad +٤٨$

$\frac{٣٦ ب^{٢}}{٣٦} = \frac{٣٦}{٣٦}$

$ب^{٢} = ١$

$ب = \pm\sqrt{١} = \pm ١$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

الدرس الخامس

قاعدة السلسلة

قاعدة (١)

قاعدة السلسلة

اذا كان ص = هـ(ع) ، ع = هـ(س)

فإن

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

ص بدلالة ع ← ع بدلالة س

ملاحظة

١. نستخدم هذه القاعدة عند وجود ثلاث متغيرات مرتبطة مع بعضها

٢. يتم ترتيب المتغيرات في القاعدة حسب ارتباط المتغيرات مع بعضها وحسب المطلوب وذلك كما يلي

اذا طلب المشتقة $\frac{د ص}{د س}$

نبدأ بترتيب المتغيرات من ص

يجب أن يكون المتغير بدلالة س فقط

مثال ①

اذا كانت ص = ٣ع ، ع = $س^{٣}$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

ص ← ع ← س

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$= ٦ع \times ٣س^{٢}$

لكن ع = $س^{٣}$ نعوضها في $\frac{د ص}{د س}$

$$\frac{د ص}{د س} = ٦س^{٣} \times ٣س^{٢} = ١٨س^{٥}$$

مثال ②

اذا كانت ص = جا س ، س = $ع^{٣}$

فجد $\frac{د ص}{د ع}$ ؟

الحل

ص ← س ← ع

$$\frac{د ص}{د ع} = \frac{د ص}{د س} \times \frac{د س}{د ع}$$

$= جتا س \times \frac{٣}{ع^{٢}}$ لكن $س = ع^{٣}$

$$\frac{د ص}{د ع} = جتا ع^{٣} \times \frac{٣}{ع^{٢}}$$

مكتبة الجمزاوي
ALJMZAWI.COM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

مثال (٣)

اذا كانت $ص = ن^{٢} - ٣ن + ١$

$ن = ٧س - ٥$ فجد $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١}$

الحل

$ص \leftarrow ن \leftarrow س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$= (٢ن - ٣) \times ٧$

لكن $ن = ٧س - ٥$

$\frac{د ص}{د س} = (٢(٧س - ٥) - ٣) \times ٧$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = (٢(٧ \times ١ - ٥) - ٣) \times ٧$ عندما $س = ١$

$= (٢ \times ٢ - ٥ - ٣) \times ٧$

$= (-١٠ - ٣) \times ٧ = -١٣ \times ٧$

$= -٩١$

مثال (٤)

اذا كانت $ص = \frac{ن}{ن + ١}$

$ن = س^{٢} + ٢س$ فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$

الحل

$ص \leftarrow ن \leftarrow س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$= \frac{(ن+١) \times ١ - ن \times ١}{(ن+١)^{٢}} \times (-٢س^{-٣} + ٢)$

عندما $س = ١$ فإن $ن = (١)^{٢} + ٢ \times ١ = ٣$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = \frac{(٣+١) - ٣}{(٣+١)^{٢}} \times (-٢(١)^{-٣} + ٢)$

$= \frac{٤ - ٣}{٤^{٢}} \times (-٢ + ٢) = \frac{١}{١٦} \times$ صفر $=$ صفر

مثال (٥)

اذا كانت $ص = هـ^{ع}$ لوغ $هـ$ وكانت $ع = س^{٢}$ فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (هـ^{ع} \text{ لوغ } هـ - \frac{١}{ع}) \times ٢س$

عندما $س = ١$ فإن $ع = ١^{٢} = ١$

$\frac{د ص}{د س} = (هـ^{١} \text{ لوغ } هـ - \frac{١}{١}) \times ٢ \times ١$

$= (هـ - ١)٢$

$= ٢هـ - ٢$

مكتبة العلم ALWSEM

العلم .ناجح الجمزاوي

مثال ⑦

ص = ع^{٥} + ٣ع ، ع = ٣س^{٥} − ١

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٥ع^{٤} + ٣) \times (٣ \times ٥س^{٤} - ٠)$

$= (٥(٣س^{٥} - ١)^{٤} + ٣) \times (١٥س^{٤})$

تدريبات وسائل الكتاب

تدريب ① ص ٩٠

اذا كان ص = ع^{٣} + ١ ، ع = ٥س − ٢

فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٢

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= ٣ع^{٢} \times ٥$

$= ٣(٥س - ٢)^{٢} \times ٥$

$= ١٥(٢ \times ٥ - ٢)^{٢}$

$= ١٥ \times ٨^{٢} = ١٥ \times ٦٤$

$= ٩٦٠$

س١ ص ٩٥ تمارين وسائل

صـ $\frac{د ص}{د س}$ صـ

٩) ص = ع^{٣} + ٣ع^{٢} − ٢ع + ٥

ع = ٢س + ٣

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٣ع^{٢} + ٦ع - ٢) \times ٢$

$= (٣(٢س + ٣)^{٢} + ٦(٢س + ٣) - ٢) \times ٢$

س٤ ص ١٠٠ تمارين مراجعة

صـ $\frac{د ص}{د س}$

٥) ص = ع^{٥} + ٣ع ، ع = ٣س^{٥} − ١

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٥ع^{٤} + ٣) \times ٣ \times ٥س^{٤}$

$= (٥(٣س^{٥} - ١)^{٤} + ٣) \times ١٥س^{٤}$

مكتبة الإسلام
المعلم: ناجح الجمزاوي

س ١٢ من اختبار ذاتي

أ)

$\frac{ص}{س}$ ص $\frac{ص}{س}$ صيغ

$ص = ع + ع^2$ ، $ع = س^2 - ٤$

الحل

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= (١ + ٢ع) \times ٢س$

$= (١ + ٢(س^2 - ٤)) \times ٢س$

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) صيغة

اذا كانت $ص = ع^2 + ٣ع$

$ع = ٣ - ٢س^2$ اوجد $\frac{ص}{س}$

عندما $س = -١$

الحل

$ص \leftarrow ع \leftarrow س$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= (٣ + ٢ع) \times -٤س$

$= (٣ + ٢(٣ - ٢س^2)) \times -٤س$

$\frac{ص}{س}|_{س=-١} = (٣ + ٢(٣ - ٢(-١)^2)) \times -٤ \times -١$

$= (٣ + ٢(١)) \times ٤$

$= ٥ \times ٤ = ٢٠$

وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا كانت $ص = ع^3 + ١$ ، $ع = ٣س - ١$

فجد $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل

$ص \leftarrow ع \leftarrow س$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= ٣ع^2 \times ٣ = ٩ع^2$

$= ٩(٣س - ١)$

$= ٢٧س - ٩$

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كانت $ص = ع^3 + ع$ ، $ع = س^2 + ١$

فجد $\frac{ص}{س}$ عند $س = ١$

الحل

$ص \leftarrow ع \leftarrow س$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= (٣ع^2 + ١) \times ٢س$

$= (٣(س^2 + ١)^2 + ١) \times ٢س$

$\frac{ص}{س}|_{س=١} = (٣(١ + ١)^2 + ١) \times ٢ \times ١$

$= (٣ \times ٤ + ١) \times ٢$

$= ١٣ \times ٢$

$= ٢٦$

مكتبة الأسامي ALWESAM

مثال (٢٠١٢) صيفية

اذا كان $ص = ع^2 + ٨$

$ع = ١ - ٢س$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص \leftarrow ع \leftarrow س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= ٢ع \times -٢$

$= -٢(١ - ٢س) ٢$

$= -٤ + ٨س$

مثال (٢٠١٣) صيفية

اذا كانت $ص = ع^2 + ع$ ، $ع = ١ - ٣س$

فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$ص \leftarrow ع \leftarrow س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٢ع + ١) ٣$

$= (٢(١ - ٣س) + ١) ٣$

$= (٢ - ٦س + ١) ٣$

$= ٣ - ١٨س$

مثال (٢٠١٣) شتوية

جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي

٣) $ص = ع - ع^2$ ، $ع = ١ - ٣س$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (١ - ٢ع) -٣$

$= -٣ (١ - ٢(١ - ٣س))$

$= -٣ (١ - ٢ + ٦س)$

$= -٣ (-١ + ٦س)$

$= ٣ - ١٨س$

مثال (٢٠١٤) صيفية

جد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

٣) $ص = ٥ - ٣ع^2$ ، $ع = ٢ - ٣س$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= -٦ع \times -٣ = ١٨ع$

$= ١٨(٢ - ٣س)$

$= ٣٦ - ٥٤س$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥) شتوية

$\frac{ص د}{س د}$ جد

$ص = ٣ع^{٢} - ع$ ، $ع = ١ - ٢س$

الحل

$\frac{ص د}{س د} = \frac{ص د}{ع د} \times \frac{ع د}{س د}$

$= (٦ع - ١) \times -٢$

$= (٦(١ - ٢س) - ١) \times -٢$

$= (-٦ + ١٢س - ١) \times -٢$

$= (١٢س - ٥) \times -٢ = -٢٤س + ١٠$

وزارة (٢٠١٦) شتوية

$\frac{ص د}{س د}$ جد حيث

$ص = ع^{٢} - ٣ع$ ، $ع = ١ - ٤س$

الحل

$\frac{ص د}{س د} = \frac{ص د}{ع د} \times \frac{ع د}{س د}$

$= (٢ع - ٣) \times -٤$

$= (٢(١ - ٤س) - ٣) \times -٤$

$= (٢ - ٨س - ٣) \times -٤$

$= (-٨س - ١) \times -٤$

$+ ٣٢س + ٤$

مكتبة الهدام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

قاعدة (٤) :- مشتقة القوس

اذا كان $ص = (هـ(س))^{ن}$

فإن $\frac{د ص}{د س} = ن(هـ(س))^{ن-١} \times هـ'(س)$

بالكلمات

ص = (اقترن)

ص' = لقوة (اقترن) × مشتقة ما داخل القوس

مثال ①

$ص = (س^{٢}+١)^{١٠}$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص' = ١٠(س^{٢}+١)^{٩} \times$ مشتقة ما داخل القوس $(٢س)$

$= ٢٠س(س^{٢}+١)^{٩}$

مثال ②

$ص = \sqrt{س^{٣}-٥}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$ص = (س^{٣}-٥)^{\frac{١}{٢}}$

$ص' = \frac{١}{٢}(س^{٣}-٥)^{-\frac{١}{٢}} \times ٣س^{٢}$

القوس

مثال ③

جد $\frac{د ص}{د س}$ لما يلي

① $ص = (١-جتاس)^{٤}$

$ص' = ٤(١-جتاس)^{٥} \times$ مشتقة ما داخل القوس $(جاس)$

$= ٤جاس(١-جتاس)^{٥}$

② $ص = جا^{٣}س$

الحل

$ص = (جاس)^{٣}$

$ص' = ٣(جاس)^{٢} \times جتاس$

$= ٣جا^{٢}س جتاس$

مثال ④

$ص = جا^{٣}س(١+جتاس)^{٣}$

$ص' = جا^{٣}س \times ٣(١+جتاس)^{٢} \times (-جاس) + (١+جتاس)^{٣} \times ٣جا^{٢}س \times جتاس$

$= -جا^{٤}س + ٣جا^{٢}س جتا^{٢}س (١+جتاس)$

مكتبة الهدى ELHODA LIBRARY
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (٧)

اذا كان $ق(س) = \left(\frac{س}{س^2 - 2}\right)^4$ جد $ق'(3)$

الحل

$ق'(س) = 4\left(\frac{س}{س^2-2}\right)^3 \times \frac{(س^2-2)(1) - س(2س)}{(س^2-2)^2}$

$ق'(3) = 4\left(\frac{3}{9-2}\right)^3 \times \frac{(7)(1) - 3(6)}{(7)^2}$

$= 4\left(\frac{3}{7}\right)^3 \times \left(\frac{7 - 18}{49}\right)$

مثال (٨)

جد $ق'(س)$ لكل مما يلي ؟

① $ق(س) = \sqrt{س - 1}$

الحل

$ق(س) = (س - 1)^{\frac{1}{2}}$

$ق'(س) = \frac{1}{2}(س-1)^{-\frac{1}{2}} \times 1$

$= \frac{1}{2(س-1)^{\frac{1}{2}}}$

② $ق(س) = \sqrt[3]{هـ^{س} + ط^{س}}$

الحل

$ق(س) = (هـ^{س} + ط^{س})^{\frac{1}{3}}$

$ق'(س) = \frac{1}{3}(هـ^{س} + ط^{س})^{-\frac{2}{3}} \times (هـ^{س} + ط^{س} \ln ط)$

③ $ق(س) = \sqrt[4]{(س^2 + \ln س)^3}$

الحل

$ق(س) = (س^2 + \ln س)^{\frac{3}{4}}$

$ق'(س) = \frac{3}{4}(س^2 + \ln س)^{-\frac{1}{4}} \times (2س + \frac{1}{س})$

④ $ص = \frac{1}{\sqrt[3]{(س^2 - 9)^3}}$

الحل

$ص = \frac{1}{(س^2-9)^{\frac{3}{2}}} = (س^2 - 9)^{-\frac{3}{2}}$

$ص' = -\frac{3}{2}(س^2 - 9)^{-\frac{5}{2}} \times (2س)$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

قاعدة (٣)

مشتقة الجذر التربيعي

اذا كان $هـ(س) = \sqrt{و(س)}$

فإن

$هـ'(س) = \frac{و'(س)}{٢\sqrt{و(س)}}$

مشتقة الجذر التربيعي

= مشتقة ما داخل الجذر

÷ ٢ × الجذر نفسه

مثال ①

① $ص = \sqrt{٢ - س^{٢}}$ $\frac{د ص}{د س}$ كل

الحل

$ص' = \frac{-٢س}{٢\sqrt{٢ - س^{٢}}}$ ← مشتقة ما داخل الجذر

← الجذر نفسه

② $هـ(س) = \sqrt{لو_{هـ} س}$

$هـ'(س) = \frac{\frac{١}{س}}{٢\sqrt{لو_{هـ} س}}$

③ $ص = \sqrt{جا س}$

$ص' = \frac{جتا س}{٢\sqrt{جا س}}$

④ $ص = \sqrt{س}$

$ص' = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

⑤ $ص = \sqrt{٣جتا س} - \sqrt{ظا س}$

الحل

$ص = \sqrt{٣جتا س} - (ظا س)^{\frac{١}{٣}}$

$ص' = \frac{-٣جا س}{٢\sqrt{٣جتا س}} - \frac{١}{٣}(ظا س)^{-\frac{٢}{٣}} ثا^{٢} س$

مثال ②

$ص = (١ + ٢س)^{٣} + \sqrt{١ - ٣س^{٢}}$

$ص' = ٣(١ + ٢س)^{٢} \times ٢ + \frac{-٣س^{٢}}{٢\sqrt{١ - ٣س^{٣}}}$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ③

أوجد $\frac{ص}{س}$ حيث

$ص = \sqrt{ظا س - ٢ جتا س - ٥ جا س}$

الحل

$\frac{ص}{س} = \frac{ق أ س - ٢ - ظا س \times ٥ جتا س}{٢\sqrt{ظا س - ٢ جتا س - ٥ جا س}}$

$= \frac{ق أ س + ٢ جا س - ٥ جتا س}{٢\sqrt{ظا س - ٢ جتا س - ٥ جا س}}$

مثال ④

$ص = ظا^{٣} س - \sqrt{جتا س + ١}$

أوجد $\frac{ص}{س}$ ؟

الحل

$ص' = ٣ ظا^{٢} س \times ق أ^{٢} س - \frac{- جا س}{٢\sqrt{جتا س + ١}}$

مثال ⑤

إذا كان $ق(س) = \sqrt{٢ ب س - ٣}$ وكان

$ق'(٢) = ١$ فجد قيمة الثابت ب ؟

الحل

$ق'(س) = \frac{٢ ب}{٢\sqrt{٢ ب س - ٣}}$

$ق'(٢) = ١ \Leftarrow \frac{ب}{\sqrt{٢ ب - ٣}} = \frac{١}{١}$ ← ضرب تبادلي

$ب = \sqrt{٢ ب - ٣}$ ← تربيع الطرفين

$ب^{٢} = ٢ ب - ٣ \Leftarrow ب^{٢} - ٢ ب + ٣ = ٠$

$(ب - ٣)(ب - ١) = ٠$

$ب = ٣ ، ب = ١$

مثال ⑥

$ق(س) = \frac{س^{٢}}{\sqrt{س + ٥ س}}$

أوجد $ق'(س)$ ؟

الحل

نشتقة قسمة أمثلين

$ق'(س) = \frac{\sqrt{س + ٥ س} \times ٢ س - س^{٢} \times \frac{١ + ٥ جتا س}{٢\sqrt{س + ٥ جا س}}}{(\sqrt{س + ٥ جا س})^{٢}}$

قاعدة (٤)

مشتقة الأقتران الدائري

ق(س)	ق'(س)
جا ه(س)	ه'(س) جتا ه(س)
جتا ه(س)	- ه'(س) جا ه(س)
ظا ه(س)	ه'(س) قا٢ ه(س)

بشكل عام

ق'(س) = مشتقة بناوبه × مشتقه الاقتران الدائري

مثال ①

جد ق'(س) لكل مما يلي

① ص = جا س٢

ص' = ٢ س جتا س٢

② ص = ظا ٥س

ص' = ٥ قا٢ ٥س

③ ص = جتا (س٢ + ٥س)

ص' = (٢س + ٥) جا (س٢ + ٥س)

④ ص = جا (جتا س)

ص' = - جا س جتا (جتا س)

⑤ ص = ظا (لو س)

ص' = $\frac{1}{س}$ قا٢ (لو س)

⑥ ص = ظا٦ س

الكل ص = (ظا٦ س)٢

ص' = ٢ (ظا٦ س) × قا٢ س × ٦

= ١٢ ظا٦ س قا٢ س

⑦ ص = جا٣ ٢س

الكل ص = (جا ٣س٢)٣

ص' = ٣ (جا ٣س٢) × جتا ٣س٢ × ٦س

= ١٨ س جا٢ ٣س٢ جتا ٣س٢

مكتبة المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ②

جد $\text{ه}'(س)$ لكل مما يأتي

① $\text{ه}(س) = \text{جا}^{٢}س - \text{جتا}\, س^{٢}$

$\text{ه}'(س) = ٢\,\text{جا}\, س\,\text{جتا}\, س - ٢س\,\text{جا}\, س^{٢}$

$= ٢\,\text{جا}\, س\,\text{جتا}\, س + ٢س\,\text{جا}\, س^{٢}$

② $\text{ه}(س) = \text{ظا}(٣س^{٢}+١)$

$\text{ه}'(س) = ٦س\,\text{قا}^{٢}(٣س^{٢}+١)$

③ $\text{ه}(س) = (\text{جا}\, س^{٣})^{٢}$

$\text{ه}'(س) = ٢(\text{جا}\, س^{٣})\times ٣س^{٢}\times \text{جتا}\, س^{٣}$

$= ٦س^{٢}\,\text{جا}\, س^{٣}\,\text{جتا}\, س^{٣}$

④ $\text{ه}(س) = س^{٢}\,\text{جا}(س^{٢}-س)$

الحل

مشتقة حاصل ضرب

$\text{ه}'(س) = س^{٢}\times(٢س-١)\,\text{جتا}(س^{٢}-س)$

$+ \text{جا}(س^{٢}-س)\times ٢س$

$= (٢س^{٣}-س^{٢})\,\text{جتا}(س^{٢}-س)$

$+ ٢س\,\text{جا}(س^{٢}-س)$

⑤ $\text{ه}(س) = \dfrac{٦}{(\text{جتا}\, ٣س)^{٥}}$

مشتقة قسمة اقترانين

$\text{ه}'(س) = \dfrac{-٥\times ٦(\text{جتا}\, ٣س)^{٤}\times -\text{جا}\, ٣س\times ٣}{(\text{جتا}\, ٣س)^{١٠}}$

$= \dfrac{٩٠\,\text{جا}\, ٣س\,\text{جتا}^{٤}٣س}{\text{جتا}^{١٠}٣س}$

⑥ $\text{ه}(س) = \text{ظا}(هـ^{س}) + ٢\,\text{جتا}\, لو_{هـ} س$

$\text{ه}'(س) = هـ^{س}\,\text{قا}^{٢}هـ^{س} + ٢\times -\text{جا}\, لو_{هـ} س\times \dfrac{١}{س}$

$= هـ^{س}\,\text{قا}^{٢}هـ^{س} - \dfrac{٢}{س}\,\text{جا}\, لو_{هـ} س$

⑦ $\text{ه}(س) = \text{جا}\sqrt{س}$

$\text{ه}'(س) = \dfrac{١}{٢\sqrt{س}}\,\text{جتا}\sqrt{س}$

⑧ $ص = \text{ظا}^{٣}س$

$ص' = ٣(\text{ظا}\, س)^{٢}\times \text{قا}^{٢}س$

$= ٣\,\text{ظا}^{٢}س\,\text{قا}^{٢}س$

مركز العلم ناجح الجمزاوي

⑨ $ق(س) = \sqrt{ظا^{٢}س + س}$

$ق'(س) = \frac{-٥ جا^{٢}س + ١}{٢\sqrt{ظا^{٢}س + س}}$

---

⑩ $ص = ٣ جا^{٤}س + ظا^{٢}س - ظا^{٤}س$

الحل

$ص' = ٤ \times ٣ جا^{٣}س جتاس + ٢ ظاس قا^{٢}س - ٤ ظا^{٣}س قا^{٢}س$

$ص' = ١٢ جا^{٣}س جتاس - ٣ ظا^{٢}س قا^{٢}س$

تمارين ومسائل الكتاب

تدريب (٤) ص ٩١

اذا كان $ص = (س^{٢} + ٤س + ٦)^{٩}$

$\frac{د ص}{د س}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = ٩(س^{٢} + ٤س + ٦)^{٨} \times (٢س + ٤)$

تدريب (٣) ص ٩٢

اذا كان $ص = \sqrt{س^{٢} - ٤س}$

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ٢$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٢س - ٤}{٢\sqrt{س^{٢} - ٤س}}$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = \frac{٢(٢) - ٤}{٢\sqrt{(٢)^{٢} - ٤(٢)}}$

$س = ٢$

$= \frac{٤ - ٤}{٢\sqrt{٤ - ٨}} = \frac{٠}{٢\sqrt{-٤}} = \frac{٠}{٤} = ٠$

س١ ص ٩٥ تمارين ومسائل

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي

ب) $ص = (٥ - س^{٢})^{٧}$

$ص' = ٧(٥ - س^{٢})^{٦} \times -٢س$

$= -١٤س(٥ - س^{٢})^{٦}$

د) $ص = (س^{٢} + ١)^{-٥}$

$ص' = -٥(س^{٢} + ١)^{-٦} \times ٢س$

$= -١٠س(س^{٢} + ١)^{-٦}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

د) $ص = \sqrt{٣ - س^{٢}}$

$ص' = \frac{-٢س}{٢\sqrt{٣ - س^{٢}}}$

$= \frac{-س}{\sqrt{٣ - س^{٢}}}$

هـ) $ص = ظا^{٣} س = (ظا س)^{٣}$

$ص' = ٣(ظا س)^{٢} \times قا^{٢} س$

$= ٣ ظا^{٢} س قا^{٢} س$

و) $ص = ظا^{٢} ٣س = (ظا ٣س)^{٢}$

$ص' = ٢(ظا ٣س) \times قا^{٢} ٣س \times ٣$

$= ٦ ظا ٣س قا^{٢} ٣س$

س٤ ص ن١ مراجعه

ح) اشتقه لأول وكل

$و(س) = \sqrt{٣ - ٤س}$

اكمل

$و'(س) = \frac{-٤}{٢\sqrt{٣ - ٤س}}$

$= \frac{-٢}{\sqrt{٣ - ٤س}}$

س٤ ص ن١ عاديه مراجعه

ب) $ص = (٣س^{٢} - ٤س)^{٧}$ عند $س = ١$

اكمل

$ص' = ٧(٣س^{٢} - ٤س)^{٦} \times (٦س - ٤)$

$\frac{ص}{س}| = ٧(٣ \times ١^{٢} - ٤ \times ١)^{٦} (٦ \times ١ - ٤)$

$= ٧(-١)^{٦} (٢)$

$= ٧ \times ١ \times ٢ = ١٤$

ج) $ص = جا^{٣} س (١ + ظا س)^{٢}$

اكمل

$ص = (جا س)^{٣} (١ + ظا س)^{٢}$

حسب قاعدة حاصل ضرب

$ص' = (جا س)^{٣} \times ٢(١ + ظا س) \times قا^{٢} س + (١ + ظا س) \times ٣(جا س)^{٢} \times جتا س$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

س ص^{١٠} اختبار ذاتي

جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي

هـ) ص = $\sqrt{٥ س - س^{٣}}$

$ص' = \frac{٥ - ٣ س^{٢}}{٢\sqrt{٥ س - س^{٣}}}$

و) ص = ٣ جا^{٤} س + ٤ ظا^{٣} س − ظا س

الحل

$ص' = ٤ \times ٣$ جا^{٣} س جتا س + ٣ ظا^{٢} س × قا^{٢} س − قا^{٢} س

$= ١٢$ جا^{٣} س جتا س + ٣ ظا^{٢} س قا^{٢} س − قا^{٢} س

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

اذا كان $و(س) = ٦ ظا س - ٥ جتا ٤س$

اوجد $و'(س)$

الحل

$و'(س) = ٦ قا^٢ س - ٤ \times ٥ - جا ٤س$

$= ٦ قا^٢ س + ٤ جا ٤س$

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

جد مشتقة الأولى للاقتران

$و(س) = ظا ٤س + جتا س$

الحل

$و'(س) = ٢ ظا ٤س \times قا^٢ ٤س \times ٤ - جا س$

$= ٨ ظا ٤س قا^٢ ٤س - جا س$

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

اذا علمت ان $ص = ٤ع + ١$

$ع = ٤س^٣ - ٩$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= \frac{١}{٤ \sqrt{ع}} \times ١٢ س^٢$

$= \frac{٦ س^٢}{\sqrt{٤س^٣ - ٩ + ١}}$

$= \frac{٦ س^٢}{\sqrt{٤س^٣ - ٨}}$

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

اذا كان $و(س) = (٢س - ١)^٣$ وكان

$و'(س) = ٤$ اوجد قيمة $س$

الحل

$و'(س) = ٣ (٢س - ١)^٢ \times ٢$

$و'(١٣) = ٦ (٢س - ١)^٢ = ٤$

$٦ (٢س - ١)^٢ = ٤$

$(٢س - ١)^٢ = \frac{٤}{٦}$

$٢س - ١ = \pm \frac{٢}{\sqrt{٣}}$

$٢س = ١ \pm \frac{٢}{\sqrt{٣}}$

$س = \frac{١}{٢} \pm \frac{١}{\sqrt{٣}}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا علمت ان $ق(س) = \frac{1}{ظا^2 س} + ظا(ظا س)$

جد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = \frac{1}{ظا^2 س} + 2(ظا س)(قا^2 س)$

$= \frac{1}{ظا^2 س} + 2 ظا س قا^2 س$

وزارة (٢٠١٠) صيفية

اذا كان $ق(س) = جا 3س$

فاوجد $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

الحل

$\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = ق'(س)$

$ق'(س) = 3 جتا 3س$

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كان $ق(س) = (لوهـ س)^2$ ، $س > 0$

فاوجد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = 2(لوهـ س)^1 \times \frac{1}{س}$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا كان $ق(س) = 3 جا 3س$

اوجد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = 3 \times 3 \times جتا 3س$

$= 9 جتا 3س$

وزارة (٢٠١٣) شتوية

① اذا علمت ان $ق(س) = 6 \sqrt{س}$

فاوجد $\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(9+هـ) - ق(9)}{هـ}$

الحل

$\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(9+هـ) - ق(9)}{هـ} = ق'(9)$

$ق'(س) = 6 \times \frac{1}{2\sqrt{س}} = \frac{3}{\sqrt{س}}$

$ق'(9) = \frac{3}{\sqrt{9}} = \frac{3}{3} = 1$

② $ق(س) = جا 4س$ أوجد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = 4 جتا 4س$

$ق''(س) = -4 \times 4 جا 4س$

$= -16 جا 4س$

مكتبة العلم
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٣) صيفية

اذا كان $هـ(س) = ظا ٣س$

فاوجد $هـ'(س)$ بدلالة $هـ(س)$

الحل

$هـ'(س) = \lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(س+ه) - هـ(س)}{ه}$

$= ٣ قا^{٢} ٣س$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

$\frac{د ص}{د س}$ اذا كان

$ص = \sqrt{ع - ١}$ ، $ع = ٦ ظا س$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{ع - ١}} \times ٦ قا^{٢} س$

$= \frac{٣ قا^{٢} س}{\sqrt{٦ ظا س - ١}}$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

$\frac{د ص}{د س}$ اذا علمت ان

$ص = \frac{٨}{ع - ٣} - ٥ جتا س$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{-٨ \times ٢ ع}{(ع - ٣)^{٢}} - ٥ جتا س \times (-جا س)$

$= \frac{-١٦ ع}{(ع - ٣)^{٢}} + ٥ جا س جتا س$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

اذا كان $هـ(س) = س^{٣} - ٧س$

فاوجد $هـ'(١)$ بدلالة $هـ(١)$

الحل

$هـ'(١) = \lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(١+ه) - هـ(١)}{ه}$

$= هـ(١)$

$هـ(س) = ٣س^{٢} - ٧$

$هـ(١) = ٣(١)^{٢} - ٧$

$= ٣ - ٧ = -٤$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥) صيفية

① اوجد $\frac{ص}{س}$ اذا علمت ان

$ص = \sqrt{ع + ١}$ ، $ع = ١ - ٢س$

الحل

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= \frac{١}{٢\sqrt{ع+١}} \times -٢$$

$$= \frac{-١}{\sqrt{١-٢س+١}} = \frac{-١}{\sqrt{-٢س+٢}}$$

② اذا كان $ه(س) = (٥س - ١)^{٣}$

اوجد $ه'(١)$ من التعريف

$$ه'(١) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ه(١+ه) - ه(١)}{ه}$$

الحل

$$ه'(١) = \lim_{ه \to ٠} \frac{ه(١+ه) - ه(١)}{ه}$$

$ه'(س) = ٣(٥س - ١)^{٢} \times ٥$

$ه'(١) = ١٥(٥ - ١)^{٢}$

$= ١٥ \times ٤^{٢} = ١٥ \times ١٦$

$= ٢٤٠$

وزارة (٢٠١٦) شتوية

جد $\frac{ص}{س}$ اذا علمت ان

$ص = س^{٢} \text{ جتا } س + \text{ظا } ٥س$

حاصل ضرب

الحل

$$\frac{ص}{س} = س^{٢} \times -\text{جا } س + \text{جتا } س \times ٢س$$

$$+ ٥ \text{ قا}^{٢} ٥س \times \text{قا } ٥س \text{ ظا } ٥س$$

$$= -س^{٢} \text{ جا } س + ٢س \text{ جتا } س$$

$$+ ٥ \text{ ظا } ٥س \text{ قا } ٥س$$

وزارة (٢٠١٦) صيفية

جد $\frac{ص}{س}$ لما يلي

١) $ص = س^{٢} \text{ ظا } ٢س + \frac{١}{س}$

$ص' = س^{٢} \times ٢ \text{ قا}^{٢} ٢س + \text{ظا } ٢س \times ٢س$

$$- \frac{١}{س^{٢}}$$

$= ٢س^{٢} \text{ قا}^{٢} ٢س + ٢س \text{ ظا } ٢س - \frac{١}{س^{٢}}$

٢) $ص = ٤ع^{٢} - ٦ع$ ، $ع = \sqrt{٢س+١}$

$$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$$

$$= (٤ع - ٦) \times \frac{٢}{٢\sqrt{٢س+١}}$$

$$= (٤\sqrt{٢س+١} - ٦) \times \frac{١}{\sqrt{٢س+١}}$$

جامعة الوصل
AL WASL UNIVERSITY
المعلم: ناجح الجمزاوي

قاعدة (٥)

مشتقة الاقتران الأسي، مشتقة الاقتران اللوغاريتمي

① $ه(س) = م(س)$ ⟵ $ه'(س) = م'(س)$ $هـ^{م(س)}$

= مشتقة الأس × الاقتران نفسه

② $ه(س) = لو_{هـ} م(س)$ ⟵ $ه'(س) = \frac{م'(س)}{م(س)}$

= مشتقة ما داخل الجذر / ما داخل اللوغاريتم نفسه

مثال ①

جد $\frac{ص}{س}$ لما يلي

① $ص = هـ^{س^3 - ٢س}$ عندما $س = ٠$

الحل

$\frac{ص}{س} = (٣س^2 - ٢) هـ^{س^3 - ٢س}$

$\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=٠} = (٣(٠)^2 - ٢) هـ^{(٠)^3 - ٢(٠)}$

$= -٢ هـ^{٠} = -٢ \times ١ = -٢$

② $ص = لو_{هـ}(س^2 + ٣س + ٤)$ عندما $س = ٤$

الحل

$\frac{ص}{س} = \frac{٢س + ٣}{س^2 + ٣س + ٤}$

$\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=٤} = \frac{٢ \times ٤ + ٣}{٤^2 + ٣ \times ٤ + ٤} = \frac{١١}{٢٨}$

مثال ②

إذا كان $ه(س) = لو_{هـ}(٢س + ٤)$

أوجد $ه'(١)$ ؟

الحل

$ه(س) = \frac{٢}{٢س + ٤}$

$ه'(س) = \frac{-٢ \times ٢}{(٢س + ٤)^2} = \frac{-٤}{(٢س + ٤)^2}$

$ه'(١) = \frac{-٤}{(٦)^2} = \frac{-٤}{٣٦} = -\frac{١}{٩}$

مكتبة السلام AL-WESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٣)

جد $ه'(س)$ لكل مما يأتي

(١) $ه(س) = ٣ هـ^{(س^٢ - ٣)}$

الحل

$ه'(س) = ٣ هـ^{(س^٢ - ٣)} \times$ مشتقة $(س^٢ - ٣)$

$= ٦س هـ^{(س^٢ - ٣)}$ حاصل ضرب

$ه''(س) = ٦ هـ^{(س^٢ - ٣)} + ٦س \times ٢س هـ^{(س^٢ - ٣)}$

$= ٦ هـ^{(س^٢ - ٣)} + ١٢س^٢ هـ^{(س^٢ - ٣)}$

(٢) $ه(س) = (جـ - س^٢)^٣$

الحل

$ه'(س) = ٣(جـ - س^٢)^٢ \times (-٢س)$

اضرب

$ه'(س) = -٦س(جـ - س^٢)^٢$

$+ (جـ - س^٢) \times -٦س \times (جـ - س^٢)$

(جـ - س^٢)

مثال (٤)

اذا كان $ص = س^٢ - س$

$ه(س) = هـ + ٣ لو_{هـ} س - جا ٣س^٢$

اوجد $ه'(س)$

الحل

$ص' = ٢س - ١$

$ه'(س) = (٢س - ١) هـ + ٣ \times \frac{١}{س} \times \frac{١}{لو_{هـ}} - ٦س$ جتا $٣س^٢$

$= (٢س - ١) هـ + \frac{٣}{س لو_{هـ}} - ٦س$ جتا $٣س^٢$

---

(٥) $ه(س) = لو_{هـ}(س - ١)$

الحل

$ه'(س) = \frac{(س - ١)'}{(س - ١)} = \frac{١}{س - ١}$

$ه''(س) = \frac{-١ \times ١}{(س - ١)^٢}$

$= \frac{-١}{(س - ١)^٢}$

مكتبة الوسام ALWSAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑤

$ص = ٤ س^{٣} + ٣ \ln س$ حيث $س > ٠$

$\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = ٤ \times ٣ س^{٢} + \frac{٣}{س} = ١٢ س^{٢} + \frac{٣}{س}$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = ١٢ \times ١^{٢} + \frac{٣}{١} = ١٢ + ٣ = ١٥$

تمارين ومسائل الكتاب

س ٩٥ تمارين ومسائل

جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يأتي

ا) $ص = ٥$ عندما $س = ٠$

الحل

$ص = ٥$

$\frac{د ص}{د س} = ٠$

ب) $ص = \ln (س^{٢} - ٣ س + ٤)$ عندما $س = ٢$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٢ س - ٣}{س^{٢} - ٣ س + ٤}$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٢} = \frac{٤ - ٦ + ٢}{٤ - ٦ + ٤} = \frac{٠}{٢} = ٠$

س ٤ ص ١٠٠ مراجعة

ا و جـ صـ

د) $ص = ٥ + \ln (س^{٢} - ٣ س + ٥)$

$ص' = \frac{٢ س - ٣}{س^{٢} - ٣ س + ٥}$

س ٥ ص ١٠٢ اختبار ذاتي

اوجد $\frac{ص}{س}$ صيث

ن) $ص = ٤ س^{٣} هـ + ٢ لو_{هـ} س^{٣}$ ، $س = ١$

الكل

$\frac{ص}{س} = ٤ س^{٣} \times ٣ هـ^{٣س} + ٢ \times \frac{٣ س^{٢}}{س^{٣}}$ (حاصل ضرب)

$\frac{ص}{س} = ١٢ هـ^{٣س} + \frac{٦}{س}$

$\frac{ص}{س}|_{س=١} = ١٢ هـ^{١ \times ٣} + \frac{٦}{١ \times ١}$

$= ١٢ هـ^{٣} + ٦$

$= ١٢ هـ^{٢} + ٦$

اسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١٨) شتوية

① اذا كان $ق(س) = لو_{هـ}(٢س - ٢)$

فأوجد $ق'(٢)$

الحل

$ق'(س) = \frac{٢}{٢س - ٢}$

$ق'(٢) = \frac{٢}{٢ \times ٢ - ٢} = \frac{٢}{٤ - ٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

② جد المشتقة الأولى

$ل(س) = (٤س + ١)^{٣} هـ^{٤س}$

الحل

$ل'(س) = ٣(٤س + ١)^{٢} \times ٤ هـ^{٤س} + (٤س + ١)^{٣} \times ١ هـ^{٤س}$

وزارة (٢٠١٨) صيفية

جد المشتقة الأولى

$ق(س) = لو_{هـ}(س^{٢} + ٢س + ٣) + هـ^{٤س^{٢}}$

الحل

$ق'(س) = \frac{٢س + ٢}{س^{٢} + ٢س + ٣} + ٤س هـ^{٤س^{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM

الاستاذ: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

جد المشتقة الأولى

$ق(س) = هـ^{٣س} + لو_{هـ}(س^٢+١)$

الحل

$ق'(س) = ٣هـ^{٣س} + \frac{٢س}{س^٢+١}$

وزارة (٢٠٠٩) صيفية

① اذا كان $ص = ١-٢س^٦$

$ص = هـ^{جتا ٢س}$

فاوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = -٢هـ^{جتا ٢س} \times ٦(جتا ٢س)^٥ \times -جا ٢س \times ٢$

$= ٢٤ هـ^{جتا ٢س} جا ٢س (جتا ٢س)^٥$

② اذا كان $ق(س) = لو_{هـ}(٤+جتا ٢س)$

اوجد $ق'(\frac{ط}{٤})$ ؟

الحل

$ق'(س) = \frac{-٢جا ٢س}{٤+جتا ٢س}$

$ق''(س) = \frac{-٢ \times ٢(٤+جتا ٢س) - (-٢جا ٢س)(-٢جا ٢س)}{(٤+جتا ٢س)^٢}$

$ق''(\frac{ط}{٤}) = \frac{-٤}{(٤+\frac{١}{٢})^٢} = \frac{-٤}{\frac{٣٦}{٤}} = -\frac{٤}{٩} = -\frac{١}{٩}$

وزارة (٢٠١٠) صيفية

① اذا كانت $ص = (ظا ٥س)^٣ + لو_{هـ} س^٢$

جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل

$\frac{د ص}{د س} = ٣(ظا ٥س)^٢ \times قا^٢ ٥س \times ٥ + \frac{٢س}{س^٢}$

$= ١٥ ظا^٢ ٥س قا^٢ ٥س + \frac{٢}{س}$

② $ق(س) = هـ^{٤س} + لو_{هـ}(١+٢س)$ اوجد $ق''(٠)$

$ق'(س) = ٤هـ^{٤س} + \frac{٢}{١+٢س}$

$ق''(س) = ١٦هـ^{٤س} + \frac{-٤}{(١+٢س)^٢}$

$ق''(٠) = ١٦ - ٤ = ١٢$

وزارة (٢٠١١) شتوية

اذا علمت ان

$ق(س) = \frac{١}{٤س^٢} + ٣(ظا ٤س)^٣$ جد $ق'(س)$

الحل

$ق'(س) = -\frac{١}{٢س^٣} + ٣(ظا ٤س)^٢ \times قا^٢ ٤س \times ٤$

$= -\frac{١}{٢س^٣} + ١٢ ظا^٢ ٤س قا^٢ ٤س$

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) شتوية

① اذا كان $ه(س) = هـ^{س^2}$ فاوجد

$ه'(س)$ حيث $ه'(س) = \frac{ه(س+\Delta س) - ه(س)}{\Delta س}$ عندما $\Delta س \to 0$

الحل

$ه'(س) = \frac{ه(س+\Delta س) - ه(س)}{\Delta س}$ عندما $\Delta س \to 0$

$ه'(س) = ٢س هـ^{س^2}$

② اذا كان $ه(س) = لو_هـ (س^2 + ٣)$

اوجد $ه''(١)$ ؟

الحل

$ه'(س) = \frac{٢س}{س^2 + ٣}$

$ه''(س) = \frac{(س^2+٣) \times ٢ - ٢س \times ٢س}{(س^2+٣)^2}$

$ه''(١) = \frac{(١+٣) \times ٢ - ٤ \times ١}{(١+٣)^2}$

$= \frac{٨ - ٤}{١٦} = \frac{٤}{١٦} = \frac{١}{٤}$

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كان $ه(س) = (لو_هـ س)^2$ $س > ٠$

اوجد $ه'(س)$

الحل

$ه'(س) = ٢ لو_هـ س \times \frac{١}{س} = \frac{٢}{س} لو_هـ س$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

① اذا كان $ه(س) = لو_هـ س$ $س > ٠$

اوجد $ه''(س)$ ؟

الحل

$ه'(س) = \frac{١}{س}$

$ه''(س) = \frac{-١}{س^2}$

② $ه(س) = ٢ جتا ٣س$ فاوجد $ه'(س)$

الحل

$ه'(س) = ٢ \times -٣ جا ٣س$

$= -٦ جا ٣س$

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان $ه(س) = هـ^{٢س}$ ما وجد $ه''(س)$

الحل

$ه'(س) = ٢هـ^{٢س}$ ، $ه''(س) = ٤هـ^{٢س}$

وزارة (٢٠١٣) شتوية

جد $\frac{د ص}{د س}$ اذا علمت ان

$ص = س ظا س + لو_{هـ} س^{٢}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = س \times قا^{٢} س + ظا س \times ١ + \frac{٢ س}{س^{٢}}$

$= س قا^{٢} س + ظا س + \frac{٢}{س}$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

① $ص = س^{٢} جتا س - هـ^{-٣س}$ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = س^{٢} \times -جا س + جتا س \times ٢س - ٣هـ^{-٣س}$

$= -س^{٢} جا س + ٢س جتا س - ٣هـ^{-٣س}$

---

② اذا كان $ه(س) = لو_{هـ}(٤س + ٢)$ فجد $ه''(١)$

الحل

$ه'(س) = \frac{٤}{٤س + ٢}$

$ه''(س) = \frac{-٤ \times ٤}{(٤س + ٢)^{٢}}$

$ه''(١) = \frac{-١٦}{(٤ + ٢)^{٢}} = \frac{-١٦}{٣٦} = \frac{-٤}{٩}$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

① جد $\frac{د ص}{د س}$ حيث $ص = جا ٤س + هـ^{-٣س^{٢}}$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = ٤ جتا س + -٣ هـ^{-٣س^{٢}} \times -٦س$

$= ٤ جتا س - ٣ هـ^{-٣س^{٢}}$

② اذا كان $ه(س) = لو_{هـ}(٦ - ٢س)$ فجد $ه''(س)$

الحل

$ه'(س) = \frac{-٢}{٦ - ٢س}$

$ه''(س) = \frac{-٢ \times -٢}{(٦ - ٢س)^{٢}} = \frac{٤}{(٦ - ٢س)^{٢}}$

مركز السيسم ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) صيفية

جد $\frac{ص}{س}$ اذا كان

$ص = لو_{هـ}(س^{٢} - ٣س)^{-٤}$

الحل

$\frac{ص}{س} = \frac{-٤(٢س - ٣)}{س^{٢} - ٣س}$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

① جد $\frac{ص}{س}$ حيث

$ص = س^{٢} ظا ٣س$

الحل

$\frac{ص}{س} = س^{٢} \times ٣ قا^{٢} ٣س + ظا ٣س \times ٢س$

② اذا كان $ق(س) = لو_{هـ}(س^{٢} + ٥)$

اوجد ق'(١)

الحل

$ق'(س) = \frac{٢س}{س^{٢} + ٥}$

$ق''(س) = \frac{(س^{٢} + ٥) \times ٢ - ٢س \times ٢س}{(س^{٢} + ٥)^{٢}}$

$ق''(١) = \frac{(١ + ٥) \times ٢ - ٤}{(١ + ٥)^{٢}}$

$= \frac{١٢ - ٤}{٣٦} = \frac{٨}{٣٦} = \frac{٢}{٩}$

وزارة (٢٠١٥) صيفية

اوجد $\frac{ص}{س}$

① $ص = س^{٢} جا ٣س$

$\frac{ص}{س} = س^{٢} \times ٣ جتا ٣س + جا ٣س \times ٢س$

② $ص = لو_{هـ}(٢س^{٢} + ١)$

$ص' = \frac{٤س}{٢س^{٢} + ١}$

مكتبة الوسام ALWESAM
الهندسة: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦) شتوية

① $\frac{د ص}{د س}$ = صتا $\frac{س^2 - س}{هـ}$

$ص = لو_{هـ} (س^2 - س) + هـ$

الحل

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٢س - ١}{س^2 - س}$ × $\frac{١ - س^2}{د س}$ هـ

② اذا كان $هـ'(س) = (٢ - س)^٤ + هـ$

وكان $هـ'(٩) = ٤٩$ جد قيمة (قيم) الثابت ٩ ؟

الحل

$هـ(س) = ٤(٢ - س)^{س - ٩} \times -١ + هـ$

$هـ'(س) = -٤ \times ٣ (٢ - س)^{٢} \times -١$

$هـ'(٩) = ١٢ (٢ - ٩)^{٩ - ٩} + هـ = ٤٩$

$١٢ (٢ - ٩)^{٢} + هـ = ٤٩$

$١٢ (٢ - ٩)^{٢} = ٤٨$

$(٢ - ٩)^{٢} = ٤$

$٢ - ٩ = \pm ٢$

$٩ = ٢ \pm ٢$

$٩ = ٤$ أو $٩ = ٠$

٩ = صفر ، ٩ = ٤

وزارة (٢٠١٦) صيفية

① $\frac{د ص}{د س}$ = صتا $\frac{س^2 - ٣س}{هـ}$

$ص = هـ^{س^2 - ٣س}$ + (صتا ٢س)

الحل

$\frac{د ص}{د س} = (٢س - ٣) هـ^{س^2 - ٣س}$ + ٦ (صتا ٢س)^{٥} × -جا ٢س × ٢

② اذا كان $هـ'(س) = لو_{هـ} (س^2 + ١) + هـ$

جد $هـ'(٣)$

الحل

$هـ'(س) = \frac{٢س}{س^2 + ١} - هـ^{٣ - س}$

$هـ'(٣) = \frac{٦}{١٠} - هـ^{٣ - ٣} = \frac{٦}{١٠} - ١ = \frac{-٤}{١٠} = \frac{-٢}{٥}$

مكتبة الوسام العلمية WESAM

التفسير الهندسي للمشتقة

الخط المستقيم

ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(س_1، ص_1)$ ، $(س_2، ص_2)$ هو

$$\text{الميل} = م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

القاطع

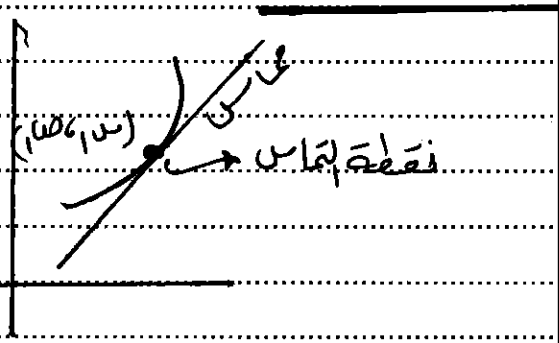
مستقيم يقطع منحنى الاقتران في نقطتين أو أكثر

$$\text{ميل القاطع} = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

= متوسط التغير

المماس

مستقيم يمس منحنى الاقتران في نقطة واحدة وتسمى نقطة المماس



ميل المماس = المشتقة الأولى عند نقطة التماس

ميل المماس $= م = ه'(س_1)$

$$= ص' \Big|_{(س_1، ص_1)} = \frac{د ص}{د س} \Big|_{س = س_1}$$

معادلة المماس

معادلة المماس هي $ص - ص_1 = م(س - س_1)$

ولإيجاد معادلة المماس نتبع الخطوات التالية

① نجد الميل وذلك باشتقاق الاقتران ثم نعوض $س_1$ في المشتقة والعدد الناتج يكون هو الميل

② إيجاد قيمة $ص_1$ وذلك بتعويض $س_1$ في الاقتران

③ نكتب معادلة المماس

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

ونضع مكان $س_1، ص_1، م$ قيمها

PDF Arabic
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ①

اذا كان ص = ق(س) = ٢س^{٣} - س^{٢} + ٨

فجد

أ- ميل المماس عند س = -١

ب- معادلة المماس للمنحنى ق عند النقطة (-١، ٥)

الحل

أ) ميل المماس = ق'(س١)

س١ = -١

ق'(س) = ٦س^{٢} - ٢س

ق'(-١) = ٦(-١)^{٢} - ٢×(-١)

= ٦ + ٢ = ٨

ب) معادلة المماس هي

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٥ = ٨ (س - (-١))

ص - ٥ = ٨س + ٨

ص = ٨س + ٨ + ٥

= ٨س + ١٣

مثال ② س ٨٨ ص ٥٥ الكتاب

اذا كان ق(س) = (٢س - ٣)(س - ٥)

فاوجد معادلة المماس لمنحنى ق(س) عند س = ١

الحل

س١ = ١ ص١ = ق(١)

= (٢×١ - ٣)(١ - ٥)

= (-١)(-٤) = ٤

نقطة المماس (١، ٤)

ميل المماس = ق'(١)

ق'(س) = (٢ - ٢س) × ١ + (س - ٥) × ٢

ق'(١) = (٢ - ٢×١) + (١ - ٥) × ٢

= ٠ + (-٤) × ٢ = -٨

معادلة المماس هي

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٤ = -٨ (س - ١)

ص - ٤ = -٨س + ٨

ص = -٨س + ٨ + ٤

ص = -٨س + ١٢

مثال ③ س١ ص٨٨ ⑤ الكتاب

اذا كان ق(س) = $\frac{٣س - ٢}{س + ١}$

فجد معادلة المماس لمنحنى ق(س) عند س = ٤

الحل

س١ = ٤ ص١ = ق(٤)

= $\frac{٣×٤ - ٢}{٤ + ١}$

= $\frac{١٢ - ٢}{٥}$ = $\frac{١٠}{٥}$ = ٢

يتبع ←

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

نقطة المماس (٤، ٢)

ميل المماس = هـ'(٤)

$هـ'(س) = \frac{(س+١)^{٢} \times ٢ - (٣-٢س) \times ٢(س+١)}{(س+١)^{٤}}$

$هـ'(٤) = \frac{(٤+١)^{٢} \times ٢ - (٣-٤\times٢) \times ٢(٤+١)}{(٤+١)^{٤}}$

$= \frac{٥^{٢} \times ٢ - (-٥) \times ١٠}{٥^{٤}} = \frac{٥٠}{٥^{٤}} = \frac{١}{٥}$

معادلة المماس

$ص - ٢ = \frac{١}{٥}(س - ٤)$

مثال ④

اذا كان $هـ(س) = ٣س^{٢} - ٢س + ١$

فجد معادلة المماس لمنحنى هـ(س) عند النقطة (١، ٢)

الحل

$س_{١} = ١$ ، $ص_{١} = ٢$

ميل المماس = هـ'(١) ملاحظة

هـ'(١) = ٣(١)^٢ - ٢×١ + ١ يمكن مباشرة

= ٣ - ٢ + ١ = ٢ هنا لا نشتقه

معادلة المماس

$ص - ٢ = ٢(س - ١)$

مثال ⑤

جد نقطة $س_{١}$ التي يحصل عندها ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س) = \frac{س^{٣}}{٣} - ١٥س$ يساوي (١) ؟

الحل

ميل المماس = م = هـ'($س_{١}$) = ١

$هـ'(س) = \frac{١}{٣} \times ٣س^{٢} - ١٥ = س^{٢} - ١٥$

$هـ'(س_{١}) = س_{١}^{٢} - ١٥ = ١$

$\Leftarrow س_{١}^{٢} = ١٦$ باخذ الجذر للطرفين

$س_{١} = \pm\sqrt{١٦} = \pm ٤$

$س_{١} = ٤$ ، $س_{١} = -٤$

مثال ⑥

جد نقطة $س_{١}$ التي يحصل عندها ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = $(س+٢)^{٢}$ يساوي ١٢

الحل

ميل المماس = هـ'($س_{١}$) = ١٢

هـ'(س) = ص'

$= ٢(س+٢)$

$٢س + ٤ = ١٢$

$٢س = ٨$

$س = \frac{٨}{٢} = ٤$

$س_{١} = ٤$

AWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (٧)

جد قيم س١ والتي يكون عندها المماس لمنحنى ق(س) = س^٣ - ١٢ س موازيا لمحور السينات

ملاحظة

المماس يوازي محور السينات تعني ان ميل المماس = صفر

ق'(س١) = صفر

الحل

ق'(س) = ٣س^٢ - ١٢ = ٠

٣س^٢ = ١٢

س^٢ = ١٢/٣

س^٢ = ٤ باخذ الجذر للطرفين

س = ±√٤ = ±٢

مثال (٨) س فرع ل اختبار ذي طرفين اذا كان ميل المماس للمنحنى ص = (٢ - س)^٤ عند النقطة (س١، ص١) يساوي (٤) فاوجد س١

الحل

ميل المماس = ٤ ⟸ م = ٤

ص = |س - ١|^٤

س = س١

٤ (٢ - س)^٣ × -١ = ٤

-٤ (٢ - س)^٣ = ٤ بالقسمة على (-٤)

(٢ - س)^٣ = -١ باخذ الجذر للطرفين

٢ - س١ = ∛-١ = -١

-س١ = -٣ ⟸ س١ = ٣

مثال (٩)

اذا كان ق(س) = لو (٢س^٢ - ١)

جد معادلة المماس عند س = ١

الحل

س١ = ١ ص١ = ق(١)

= لو (٢(١)^٢ - ١) = لو ١ = صفر

نقطة المماس (١، ٠)

ميل المماس = ق'(١)

ق'(س) = ٤س / (٢س^٢ - ١) ⟸ ق'(١) = ٤/١ = ٤

م = ٤/١ = ٤

معادلة المماس هي ص - ٠ = ٤ (س - ١)

ص = ٤س - ٤

مكتبة العيسم ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٠)

اذا كان $ص = س^{٣} - ٣س$

فجد معادلة المماس عند $س = ٢$

الحل

$س_{١} = ٢$

$ص_{١} = ٢^{٣} - ٣(٢) = ٨ - ٦ = ٢$

نقطة المماس $(٢، ٢)$

ميل المماس $= م(٢)$

$م(س) = ٣س^{٢} - ٣$

$م(٢) = ٣(٢)^{٢} - ٣$

$= ١٢ - ٣ = ٩$

معادلة المماس

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص - ٢ = ٩(س - ٢)$

$ص - ٢ = ٩س - ١٨$

$ص = ٩س - ١٦$

مثال (١١) سؤال ٨٥ ① الكتاب

اذا كان $ص = ٤س^{٢} + ٩س$

فجد معادلة المماس عند $س = ٢$

الحل

$س_{١} = ٢$

$ص_{١} = م(٢) = ٤(٢)^{٢} + ٩(٢)$

$= ١٦ + ١٨ = ٣٤$

نقطة المماس $(٢، ٣٤)$

ميل المماس $= م(٢)$

$م(س) = ٨س + ٩$

$م(٢) = ٨(٢) + ٩ = ١٦ + ٩ = ٢٥$

معادلة المماس

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص - ٣٤ = ٢٥(س - ٢)$

$ص - ٣٤ = ٢٥س - ٥٠$

$ص = ٢٥س - ١٦$

مكتبة العلم ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

تمارين ومسائل الكتاب

تدريب (١) ص٨٥

اذا كان $هـ(س) = س^٢ - ٢س$ فجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $هـ$ عند $س = -٢$

الحل

$س_١ = -٢$

$ص_١ = هـ(-٢) = (-٢)^٢ - ٢ \times -٢$

$= ٤ + ٤ = ٨$

نقطة المماس $(-٢، ٨)$

ميل المماس $= هـ'(-٢)$

$هـ'(س) = ٢س - ٢$

$هـ'(-٢) = ٢ \times -٢ - ٢ = -٤ - ٢$

$= -٦$

معادلة المماس

$ص - ٨ = -٦(س - -٢)$

$ص - ٨ = -٦(س + ٢)$

$ص - ٨ = -٦س - ١٢$

$+٨ \quad +٨$

$ص = -٦س - ٤$

س١ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

(٩) $هـ(س) = ٢س + ١$ عند $س = ٢$

الحل

$س_١ = ٢$

$ص_١ = هـ(٢) = ٢ \times ٢ + ١ = ٥$

ميل المماس $= هـ'(٢)$

$هـ(س) = ٢ \Leftarrow هـ(٢) = ٢$

معادلة المماس

$ص - ٥ = ٢(س - ٢)$

$\frac{ص - ٥}{+٥} = \frac{٢س - ٤}{+٥}$

$ص = ٢س + ١$

س٢ ص٨٨

اذا كان $هـ(س) = \frac{٤}{س}$ فجد ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ$ عند $س = ٢$

الحل

ميل المماس $= هـ'(٢)$

$هـ'(س) = \frac{-٤}{س^٢}$

$هـ'(٢) = \frac{-٤}{٢^٢} = \frac{-٤}{٤}$

$= -١$

مكتبة الوسام ALWESAM

العلم .ناجح الجمزاوي

س٤ ص١٠ اختبار ذاتي

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$هـ(س) = \frac{٤}{س^٢ + ١}$ عند $س = ١$

الحل

$ص_١ = ١$

$ص_١ = هـ(١) = \frac{٤}{١+١} = \frac{٤}{٢} = ٢$

ميل المماس $= هـ'(١)$

$هـ'(س) = \frac{-٤ \times ٢س}{(س^٢+١)^٢}$

$هـ'(١) = \frac{-٨ \times ١}{(١+١)^٢} = \frac{-٨}{٤}$

$= -٢$

معادلة المماس

$ص - ٢ = -٢(س - ١)$

$ص - ٢ = -٢س + ٢$

$ص = -٢س + ٤$

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$هـ(س) = ٣س^٢ + ٢س - ٣$ عند $س = ١$

الحل

$س_١ = ١$

$ص_١ = هـ(١) = ٣(١)^٢ + ٢ \times ١ - ٣$

$= ٣ + ٢ - ٣ = ٢$

نقطة المماس $(١، ٢)$

ميل المماس $= هـ'(١)$

$هـ'(س) = ٦س + ٢$

$هـ'(١) = ٦ \times ١ + ٢ = ٨$

معادلة المماس

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٢ = ٨(س - ١)$

$\frac{ص}{٢} - \frac{٢}{٢} = \frac{٨س}{٢} - \frac{٨}{٢}$

$ص = ٨س - ٦$

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

اذا علمت ان $هـ(س) = ٢س$

فاوجد ميل المماس لمنحنى $هـ(س)$

عند $س = ٦$

الحل

ميل المماس $= هـ'(٦)$

$هـ'(س) = ٢$ $\quad هـ'(٦) = ٢$

مكتبة المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠٠٩) صيفية

جد معادلة المماس لمنحنى الأقتران
ق(س) = س + √س عندما س = ١

الحل

س١ = ١

ص١ = ق(١) = ١ + √١ = ١ + ١ = ٢

نقطة المماس (١، ٢)

ميل المماس = ق'(١)

ق'(س) = ١ + ١/(٢√س)

ق'(١) = ١ + ١/(٢√١) = ١ + ١/٢

= ٣/٢

معادلة المماس

ص - ٢ = ٣/٢ (س - ١)

وزارة (٢٠١٠) شتوية

جد معادلة المماس لمنحنى الأقتران
ق(س) = ١ / (٢س - ١) عندما س = صفر

الحل

س١ = صفر

ص١ = ق(٠) = ١ / (٢ × ٠ - ١) = ١/(-١) = -١

نقطة المماس (٠، -١)

ميل المماس = ق'(٠)

ق(س) = -٢ / (٢س - ١)^٢

ق'(٠) = -٢ / (-١)^٢ = -٢/١ = -٢

معادلة المماس هي

ص - ص١ = م(س - س١)

ص - (-١) = -٢(س - ٠)

ص + ١ = -٢س

ص = -٢س - ١

وزارة (٢٠١٠) صيفية

اذا كان ق(س) = ٣/س فاوجد ميل
المماس لمنحنى ق(س) عندما س = ٣

الحل

ميل المماس = ق'(٣)

ق'(س) = -٣/س^٢

ق'(٣) = -٣/٣^٢ = -١/٣

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) شتوية

اذا كان $هـ(س) = (٢س + ١)^{٣}$ فجد ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ عند $س = ٢$

الحل

ميل المماس $= هـ'(٢)$

$هـ'(س) = ٣(٢س + ١)^{٢} \times ٢$

$هـ'(٢) = ٣(٢ \times ٢ + ١)^{٢} \times ٢$

$= ٦ \times ٢٥ = ١٥٠$

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كان $هـ(س) = س^{٣} - ١$ فاوجد ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ عند $س = ٣$ ؟

الحل

ميل المماس $= هـ'(٣)$

$هـ'(س) = ٣س^{٢}$

$هـ'(٣) = ٣ \times ٣^{٢} = ٢٧$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا كان $ص = هـ(س) = (٣س^{٢} - ٢)^{٤}$ فجد ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ عند $س = ١$

الحل

ميل المماس $= هـ'(١)$

$هـ'(س) = ٤(٣س^{٢} - ٢)^{٣} \times ٦س$

$هـ'(١) = ٤(٣(١)^{٢} - ٢)^{٣} \times ٦ \times ١$

$= ٤(٣ - ٢)^{٣} \times ٦$

$= ٤ \times ٢^{٣} \times ٦ = ٢٤$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان $هـ(س) = س^{٥} + ٤س^{٢}$ فجد ميل المماس لمنحنى $هـ$ عند $س = ١$

الحل

ميل المماس $= هـ'(١)$

$هـ'(س) = ٥س^{٤} + ٨س$

$هـ'(١) = ٥(١)^{٤} + ٨ \times ١$

$= ٥ + ٨$

$= ١٣$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٣) شتوية

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \frac{٣}{١+س^{٢}}$ عند النقطة (١، ٣٠)

الحل

ميل المماس = ق(١)

$ق(س) = \frac{-٣ \times ٢س}{(١+س^{٢})^{٢}}$

$ق(١) = \frac{-٦}{(١+١)^{٢}} = \frac{-٦}{٤} = -\frac{٣}{٢}$

معادلة المماس

$ص - ٣ = -\frac{٣}{٢}(س - ١)$

$٢ص - ٦ = -٣س + ٣$

$٢ص = -٣س + ٩$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = ٤ + \sqrt{س - ٢}$ عند النقطة (٣، ٥)

الحل

$س_{١} = ٣$ ، $ص_{١} = ٥$

ميل المماس = ق(٣)

$ق(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س-٢}}$

$ق(٣) = \frac{١}{٢\sqrt{٣-٢}} = \frac{١}{٢ \times ١} = \frac{١}{٢}$

معادلة المماس

$ص - ٥ = \frac{١}{٢}(س - ٣)$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اذا كان $ق(س) = س(٣س - ١)^{٢}$

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق عند $س = ١$

الحل

$س_{١} = ١$

$ص_{١} = ق(١) = ١ \times (٣-١)^{٢} = ٤$

نقطة المماس (١، ٤)

ميل المماس = ق(١)

$ق(س) = س \times ٢(٣س-١) \times ٣ + (٣س-١)^{٢} \times ١$ مشتقة حاصل ضرب

$ق(١) = ١ \times ٢(٣-١) \times ٣ + (٣-١)^{٢}$

$= ٢ \times ٢ \times ٣ + ٢^{٢} = ١٢ + ٤ = ١٦$

معادلة المماس

$ص - ٤ = ١٦(س - ١)$

$ص = ١٦س - ١٦ + ٤$

$ص = ١٦س - ١٢$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \frac{٢}{٣س - ١}$ عند النقطة (٠، -٢)

الحل

ميل المماس = $ق'(١)$

$ق'(س) = \frac{-٢ \times ٣}{(٣س - ١)^{٢}}$

$ق'(١) = \frac{-٦}{(١٠ \times ٣)^{٢}} = \frac{-٦}{-٢^{٢}} = -٦$

نقطة المماس (٠، -٢)

$ص - ٢ = -٦(س - ٠)$

$ص + ٢ = -٦س$

$ص = -٦س - ٢$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \sqrt{٣س^{٢} + ٦}$ عند النقطة

(١، ٢)

الحل

نقطة المماس (١، ٣)

ميل المماس = $ق'(١)$

$ق'(س) = \frac{٦س}{٢\sqrt{٣س^{٢} + ٦}}$

$ق'(١) = \frac{٦}{٢\sqrt{٣ \times ١^{٢} + ٦}} = \frac{٦}{٢\sqrt{٩}} = \frac{٦}{٢ \times ٣} = \frac{٦}{٦} = ١$

معادلة المماس

$ص - ٣ = ١(س - ١)$

$ص = س - ١ + ٣$

$ص = س + ٢$

وزارة (٢٠١٥) صيفية

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \frac{١}{س^{٢}}$ عند $س = -١$

الحل

$س_{١} = -١$

$ص_{١} = ق(-١) = \frac{١}{(-١)^{٢}} = \frac{١}{١} = ١$

نقطة المماس (-١، ١)

ميل المماس = $ق'(-١)$

$ق'(س) = \frac{-١ \times ٢س}{(س^{٢})^{٢}}$

$ق'(-١) = \frac{-١ \times ٢ \times -١}{(-١)^{٤}} = \frac{٢}{١} = ٢$

معادلة المماس

$ص - ١ = ٢(س - (-١))$

$ص - ١ = ٢(١ + س) \Leftarrow ص = ٢س + ٣$

ناجح الجمزاوي NAJEHSAM المعلم

وزارة (٢٠١٦) شتوية

اذا كان $ه(س) = \frac{٣س^{٢}}{٣س^{٣}+٤}$

مجد ميل المماس لمنحنى $ه(س)$ عندما $س = -١$

الحل

ميل المماس $= ه'(-١)$

$ه'(س) = \frac{(٣س^{٣}+٤)(٦س) - (٣س^{٢})(٩س^{٢})}{(٣س^{٣}+٤)^{٢}}$

$ه'(-١) = \frac{(٣-٤)(-٦) - (٣)(٩)}{(-٣+٤)^{٢}}$

$= \frac{٦+٢٧}{١} = \frac{٣٣}{١} = ٣٣$

وزارة (٢٠١٦) صيفية

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ه(س) = \frac{٦س}{س^{٢}+٢}$ عند النقطة $(-١، -٢)$

الحل

ميل المماس $= ه'(-١)$

$ه'(س) = \frac{(س^{٢}+٢)(٦) - (٦س)(٢س)}{(س^{٢}+٢)^{٢}}$

$ه'(-١) = \frac{(١+٢)(٦) - (٦)(-٢)}{(١+٢)^{٢}}$

$= \frac{١٨-١٢}{٩} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

معادلة المماس

$ص - (-٢) = \frac{٢}{٣}(س - (-١))$

$ص = \frac{٢}{٣}س + \frac{٢}{٣} - ٢$

$ص = \frac{٢}{٣}س - \frac{٤}{٣}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

التفسير الفيزيائي

اذا تحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) حيث ف: المسافة التي يقطعها الجسيم خلال زمن قدره (ن) فإن

① السرعة اللحظية ع(ن) = ف'(ن)

أي أن

السرعة = مشتقة المسافة

② التسارع اللحظي ت(ن) = ع'(ن)

= ف''(ن)

التسارع = مشتقة السرعة

= مشتقة الثانية للمسافة

ف ← ع ← ت

ف''

ع(ن) = ف'(ن)

ت(ن) = ع'(ن) = ف''(ن)

هنالك ثلاث حالات :

① الحالة الأولى

الزمن معلوم (معطى في السؤال) ويطلب السرعة أو التسارع

② الحالة الثانية

الزمن (ن) غير معطى في السؤال ويطلب السرعة عند تسارع معين

③ الحالة الثالثة

الزمن (ن) غير معطى في السؤال ويطلب التسارع عند سرعة معينة

ملاحظات هامة

① لتعدم السرعة أو تتلاشى

نضع ع(ن) = صفر

لتعدم التسارع أو يتلاشى

نضع ت(ن) = صفر

② موقع الجسم عند سرعة أو تسارع معين نجد الزمن من السرعة أو التسارع ونعوضه في العلاقة ف(ن)

③ الزمن دائماً موجب (ن > ٠)

مكتبة الجمزاوي ALJMZAWY

المعلم ناجح الجمزاوي

أمثلة على الحالة الأولى

مثال ①

يتحرك جسيم وفق العلاقة
ف(ن) = ن⁴ − ٥ن² + ٨ن
احسب كلاً من السرعة والتسارع عندما ن = ٢ ثانية

الحل

① ع(ن) = ف′(ن)
= ٤ن³ − ١٠ن + ٨
ع(٢) = ٤(٢)³ − ١٠×٢ + ٨
= ٤×٨ − ٢٠ + ٨
= ١٢ + ٨ = ٢٠ م/ث

② ت(ن) = ع′(ن)
= ١٢ن² − ١٠
ت(٢) = ١٢×٢² − ١٠
= ١٢×٤ − ١٠ = ٤٨ − ١٠
= ٣٨ م/ث²

مثال ② تدريب (٢) ص ٨٦

يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث
ان بعده عن نقطة الأصل يعطى
مرفقاً للزمن ف(ن) = ٣ن² + ٧
احسب سرعة الجسيم بعد مرور (٣)
ثوانٍ من بدء الحركة

الحل

ع(ن) = ف′(ن)
= ٦ن
ع(٣) = ٦×٣ = ١٨ م/ث

مثال ③ س ٤ عادي وسائل ص ٩٥

يتحرك جسيم على خط مستقيم، حيث
ان بعده عن نقطة الاصل يعطى وفقاً
للزمن ف حيث ف(ن) = √٤ن
جد سرعة الجسيم بعد مرور (٤) ثوان

الحل

ع(ن) = ف′(ن)
= ٢ / √٤ن
ع(٤) = ٢ / (٤×√٤) = ١/٨

مثال ④ يتحرك جسيم حسب العلاقة
ف(ن) = ١/٣ ن³ + ١/٢ ن² + ٣ن
حيث ن بالثواني

① سرعة الجسيم بعد مرور ٢ ثوانٍ

الحل:
ع(ن) = ١/٣ × ٣ن² + ١/٢ × ٢ن + ٣
= ن² + ن + ٣
ع(٣) = ٣² + ٣ + ٣ = ١٥

② تسارع الجسيم بعد مرور (١٠) ثوانٍ
ت(ن) = ٢ن + ١
ت(١٠) = ٢×١٠ + ١ = ٢١

مثال (٥) وزارة (٢٠٠٩) صيفي

يتحرك جسيم وفق العلاقة

$ف(ن) = ن^٢ - ن + ٥$ ، أوجد

سرعة الجسيم عندما $ن = ٢$ ثانية

الحل

$ف(ن) = ن^٢ - ن + ٥$

$ف'(ن) = ٢ن - ١$

$ت(ن) = ف'(ن)$

$ت(٢) = ٢$

مثال (٦) وزارة (٢٠١١) شتوي

اذا تحرك جسيم وفق العلاقة

$ف(ن) = ٢ن^٢ + ١$ أوجد سرعة

الجسيم عند زمن (ن) ثانية

الحل

$ع(ن) = ف'(ن)$

$= ٤ن$

أمثلة على الحالة الثانية والثالثة

مثال ①

اذا مثل الأمتار $ف(ن)$ المسافة

التي يقطعها جسيم بالأمتار بعد

ن ثانية من بدء الحركة حيث

$ف(ن) = ن^٣ - ٦ن^٢ + ٥$ جد سرعة

الجسيم عندما يكون تسارعه ٤ م/ث^٢

الحل

أعمم هذه الطريقة في جميع الأسئلة

$ع(ن) = ٣ن^٢ - ١٢ن$ | $ت(ن) = ٦ن - ١٢$

$ع(١) = ٣(١)^٢ - ١٢(١)$ | $٦ن - ١٢ = ٤$

$= ٣ - ١٢$ | $٦ن = ١٦$

$= -٩$ | $ن = \frac{١٦}{٦}$

نعوضها ← $ن = ٢$

مثال ②

اذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم

$ف(ن)$ من النواني تحقق العلاقة

$ف(ن) = \frac{١}{٣}ن^٣ - ٣ن^٢ + ٥ن + ١٢$

جد سرعة الجسيم عندما تنعدم تسارعه

← تتبع الحل

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

الحل

$ع(ن) = \frac{1}{2} \times 3ن^2 - 6ن + 5$

$= ن^2 - 6ن + 5$

نعدم السرعة $ع(ن) = صفر$

$ن^2 - 6ن + 5 = 0$

$(ن - 5)(ن - 1) = 0$

$ن = 5$ أو $ن = 1$

نعوضها في المسافة

$ف(ن) = 2ن^3 - 9ن^2 + 12ن$

$ف(1) = 2 - 9 + 12 = 5$

$ف(5) = 250 - 225 + 60 = 85$

$ف(4) = 128 - 144 + 48 = 32$

المسافة = $85 - 32 = 53$ سم

مثال (٣)

يتحرك جسيم على خط مستقيم حيث $ن \geq 0$

$ف(ن) = 6ن^2 - ن^3$ أوجد المسافة التي يقطعها الجسيم حتى يصبح تسارعه = صفر

الحل

$ف'(ن) = 12ن - 3ن^2$

$ت(ن) = ف''(ن) = 12 - 6ن$

$ت(5) = 12 \times 5 - 6 = 60 - 6 = 54$

$ت(1) = 12 - 6 = 6$

مثال (٤)

يتحرك جسيم حسب العلاقة

$ف(ن) = 2ن^3 - 4ن^2 + 2ن$

جد $ن$ عندما يكون زمن الجسيم تساوي تسارعه؟

الحل

$ع(ن) = 6ن^2 - 4ن$

$ت(ن) = 12ن - 4$

السرعة = التسارع

$6ن^2 - 4ن = 12ن - 4$

$6ن^2 - 16ن + 4 = 0$

$3ن^2 - 8ن + 2 = 0$

$(3ن - 2)(ن - 1) = 0$

$ن = \frac{2}{3}$ أو $ن = 1$

نعوضها في المسافة

$ف(1) = 2 - 4 + 2 = 0$

$ف(\frac{2}{3}) = 2(\frac{8}{27}) - 4(\frac{4}{9}) + 2(\frac{2}{3}) = \frac{16}{27} - \frac{16}{9} + \frac{4}{3} = \frac{16 - 48 + 36}{27} = \frac{4}{27}$

المسافة = $\frac{4}{27}$ سم

التسارع = صفر

$12ن - 6 = صفر$

$6ن = 12 \Leftarrow ن = 2$

نعوضها في المسافة

$ف(2) = 2(8) - 4(4) + 2(2)$

$= 16 - 16 + 4 = 4$

مثال (٥)

يتحرك جسم وفق العلاقة
ف(ن) = (ن − ٢)^٥ حيث
سرعة الجسم عندما يكون
تسارعه ٤٠ م/ث^٢

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٥(ن − ٢)^٤ × ١

ت(ن) = ع'(ن) = ٢٠(ن − ٢)^٣

ت(ن) = ٠ ⟸ ٢٠(ن − ٢)^٣ = ٠

بالقسمة على ٢٠

(ن − ٢)^٣ = ٠ بأخذ الجذر التكعيبي

ن − ٢ = ٠ ⟸ ن = ٢

نعوضها في ع(ن)

ع(٢) = ٥(٢ − ٢)^٤ = ٥(٠) = ٠

مثال (٦) تدريب (٣) ص ٨٧

يتحرك جسم وفق العلاقة

ف(ن) = ن^٢ − ٦ن + ٥ حيث تسارع
الجسم عندما سرعته تساوي ٤ م/ث

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٢ن − ٦

السرعة = ٤ م/ث

٢ن − ٦ = ٤

٢ن = ١٠ ⟸ ن = ٥

ت(ن) = ٢

ت(٥) = ٢

مثال (٧) س ٣ ص ٨٨ عادل وسائل

اذا مثل الاقتران ف(ن) المسافة
التي يقطعها جسم بالامتار من بدء
حركته وكان ف(ن) = ن^٢ − ٦ن + ٥
جد سرعة هذا الجسم عندما يكون
تسارعه ٤ م/ث^٢

الحل

ع(ن) = ٣ن^٢ − ٦ن

ت(ن) = ٦ن − ٦

ت(ن) = ٤

٦ن − ٦ = ٤ ⟸ ٦ن = ١٠ ⟸ ن = ١٠/٦

ن = ١ نعوضها في السرعة

ع(١) = ٣(١)^٢ − ٦(١)

= ٣ − ٦ = −٣

مكتبة الوسام AL WESAM
الوسام ناجح الجمزاوي

مثال ⑧ سؤ ص ٨٨ عامر وسائل

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقا للاقتران ف حيث ف(ن) = ٤ن^٢ − ٦ن − ٧ حيث ن بالثواني ف بالامتار جد سرعة الجسم عندما تكون سرعته ١٨ م/ث

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٨ن − ٦

السرعة = ١٨

٨ن − ٦ = ١٨

٨ن = ٢٤

ن = ٣ ثانية

ت(ن) = ١٢ن

ت(٣) = ١٢ × ٣ = ٣٦

أسئلة الوزارة

وزارة ٢٠١٨ شتوية

يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن^٣ − ٣ن^٢ + ٧ حيث ن بالثواني ف بالامتار جد سرعة الجسم عندما يصبح تسارعه يساوي ١٢ م/ث^٢

الحل

ف(ن) = ن^٣ − ٣ن^٢ + ٧

ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن^٢ − ٦ن

ت(ن) = ٦ن − ٦

التسارع = ١٢

٦ن − ٦ = ١٢

٦ن = ١٨

ن = ٣

نعوضها في السرعة

ع(٣) = ٣(٣)^٢ − ٦(٣) = ٢٧ − ١٨ = ٩

وزارة (٢٠١٨) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^٣ − ٣ن^٢ + ١٥ حيث تسارع هذا الجسم عندما تصبح سرعته ٩ م/ث

يتبع الحل

مكتبة السحاب WESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

الحل

ع(ن) = ف'(ن)

= ٣ن٢ − ٣

السرعة = ٩

٣ن٢ = ٣ + ٩ ⇐ ٣ن٢ = ١٢

بالقسمة على ٣ ⇐ ن٢ = ٤ بأخذ الجذر التربيعي

ن = ± √٤ = ± ٢

ن = ٢ ، ن = −٢ تهمل

نعوضها في البسط

ن'(ن) = ٦ن

ن'(٢) = ٦ × ٢ = ١٢

وزارة (٢٠١٠) شتوية

يتحرك جسم حسب العلاقة

ف(ن) = ٢ن٣ − ٦ن٢ + ١٠ن − ١

اوجد سرعة هذا الجسم عندما

تنعدم تسارعه ؟

الحل

ف(ن) = ٢ن٣ − ٦ن٢ + ١٠ن − ١

ع(ن) = ٦ن٢ − ١٢ن + ١٠

ن'(ن) = ١٢ن − ١٢

بتعديم التسارع ن'(ن) = صفر

١٢ن − ١٢ = ٠

+١٢ +١٢

١٢ن = ١٢ بالقسمة على ١٢

ن = ١ نعوضها في السرعة

ع(١) = ٦(١)٢ − ١٢ × ١ + ١٠

= ٦ − ١٢ + ١٠

= ٤

وزارة (٢٠١٠) صيفية

يتحرك جسم على خط مستقيم وفقاً

للعلاقة ف(ن) = ٢ن٣ − ٦ن

جد تسارع الجسم عندما تكون

السرعة ٤٨ م/ث

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن٢ − ٦

السرعة = ٤٨

٦ن٢ − ٦ = ٤٨

+٦ +٦

٦ن٢ = ٥٤ بالقسمة على ٦

ن٢ = ٩ بأخذ الجذر التربيعي

ن = ± ٣ ، ن = ٣ م/ث

نعوض ن = ٣ في التسارع

ن'(ن) = ١٢ن

ن'(٣) = ١٢ × ٣ = ٣٦

مكتبة الوسام ALWESAM
العلم نور والجهل ظلام

وزارة (٢٠١١) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للاقتران ف(ن) = ٢ن^٣ − ٥ن − ١٣

حيث السرعة بالامتار ن الزمن بالثواني احسب تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ٤٢ م/ث

الحل

ف(ن) = ٢ن^٣ − ٥ن − ١٣

ع(ن) = ٦ن^٢ − ٥

ت(ن) = ١٢ن

تسارعه = ٤٢

١٢ن = ٤٢ ⟹ ن = ٤٢/١٢ = ٣٫٥

نعوضها في السرعة

ع(٣٫٥) = ٦(٣٫٥)^٢ − ٥ = ٧٤ − ٥

= ٦٩

وزارة (٢٠١٢) شتوية

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة

ف(ن) = ٢ن^٣ − ٦ن + ٩

حيث ف بالامتار ن الزمن بالثواني احسب تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ٣٠ م/ث

الحل

ف(ن) = ٢ن^٣ − ٦ن + ٩

ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن^٢ − ٦

السرعة = ٣٠

٦ن^٢ − ٦ = ٣٠ ⟹ ٦ن^٢ = ٣٦

+٦ +٦

بالقسمة على ٦ ⟹ ن^٢ = ٣٦/٦ = ٦

بأخذ الجذر التربيعي

ن = ±√٦ ⟹ ن = +٦ ن = −٦ مرفوض

نعوضها في التسارع

ت(ن) = ١٢ن

ت(٦) = ١٢ × ٦ = ٧٢

وزارة (٢٠١٣) شتوية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقه الاقتران ف(ن) = ن^٣ − ن^٢ + ٥

حيث السرعة بالامتار ن الزمن بالثواني احسب تسارع الجسيم عندما تكون سرعته (١٠ م/ث)

الحل

ف(ن) = ن^٣ − ن^٢ + ٥

ع(ن) = ٣ن^٢ − ٢ن

ت(ن) = ٦ن − ٢

يتبع الحل

ALWESAM

الاستاذ ناجح الجمزاوي

السارع = ١٠ ⇐ ت(ن) = ١٠

ت(ن) = ٦ن - ٢ = ١٠

+٢ +٢

٦ن = ١٢ بالقسمة على ٦

ن = ٢ لتعويضها في ع(ن)

ع(٢) = ٣(٢)^٢ - ٢×٢

= ١٢ - ٤ = ٨

وزارة (٢٠١٣) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للأقتران ف(ن) = ٢ن^٣ - ١٦ن + ٨

ن بالثواني

احسب سارع الجسم عندما تكون سرعته ٨ م/ث

الحل

ف(ن) = ٢ن^٣ - ١٦ن + ٨

المطلوب ت(ن) عندما ع(ن) = ٨

ع(ن) = ٦ن^٢ - ١٦

السرعة = ٨

٦ن^٢ - ١٦ = ٨ ⇐ ٦ن^٢ = ٢٤

+١٦ +١٦

بالقسمة على ٦ ⇐ ن^٢ = ٤

ن = ±٢

ن = ٢ ن = -٢ مرفوض

بتعويض ن = ٢ في السارع

ت(ن) = ١٢ن

ت(٢) = ١٢×٢ = ٢٤

وزارة (٢٠١٤) شتوية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للأقتران ف(ن) = ٢ن^٣ - ن^٢ + ١٠

ن بالثواني، ف بالأمتار

احسب المسافة التي يقطعها الجسيم بالأمتار، ن الزمن بالثواني

حين سرعة الجسيم عندما تكون

السارعة ٤ م/ث^٢

الحل

ف(ن) = ٢ن^٣ - ن^٢ + ١٠

ع(ن) = ٦ن^٢ - ٢ن

ت(ن) = ١٢ن - ٢

السارع = ٤

١٢ن - ٢ = ٤ ⇐ ١٢ن = ٦

+٢ +٢

بالقسمة على ١٢ ⇐ ن = ١/٢

نعوضها في السرعة

ع(١/٢) = ٦(١/٢)^٢ - ٢×١/٢

= ١ - ١/٤ × ٦ = ١ - ٦/٤

= ٤/٤ - ٦/٤ = -٢/٤ = -١/٢

مكتبة الوسام ALWESAM

العلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للاقتران ف(ن) = ن٣ - ٢ن٢ + ١ حيث ف: المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني. ن ≥ ٠. جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٢٠ م/ث

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن٢ - ٦ن

٣ن٢ - ٦ن = ٢٤

٣ن٢ - ٦ن - ٢٤ = ٠

÷ ٣ ÷ ٣ ÷ ٣

ن٢ - ٢ن - ٨ = ٠ بالقسمة على ٣

(ن - ٤)(ن + ٢) = ٠

ن = ٤ ، ن = -٢ مرفوض

نعوض ن = ٤ بالتسارع

ت(ن) = ٦ن

ت(٤) = ٦ × ٤ = ٢٤

وزارة (٢٠١٥) شتوية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للاقتران ف(ن) = ن٣ - ٢ن٢ + ٧ حيث ف: المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني. جد سرعة الجسم عندما يكون تسارعه ١٢ م/ث٢

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن٢ - ٦ن

ت(ن) = ع'(ن) = ٦ن - ٦

التسارع = ١٢

٦ن - ٦ = ١٢ ⟸ ٦ن = ١٨

+٦ +٦

بالقسمة على ٦ ⟸ ن = ١٨/٦ = ٣

نعوض في السرعة

ع(٣) = ٣(٣)٢ - ٦(٣)

= ٢٧ - ١٨ = ٩

وزارة (٢٠١٥) صيفية

يتحرك جسيم وفق العلاقة ف(ن) = ٢ن٣ - ٣ن٢ - ١٢ن

حيث المسافة التي يقطعها الجسم عندما يكون تسارعه ٣٠ م/ث٢

الحل

ف'(ن) = ٦ن٢ - ٦ن

ت(ن) = ف''(ن) = ١٢ن - ٦

يتبع الحل

الباقي = ٣

ع(١) = ٦ - ٣ = ٣

٦+ ٦+

ع(١) = ٣٦ ⇐ ن = ٣٦/١٢ = ٣

نعوض ن = ٣ في ف(ن)

ف(٣) = ٢(٣)^٣ - ٣(٣)^٢

= ٥٤ - ٢٧

= ٢٧ م

وزارة (٢٠١٦) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للعلاقة ف(ن) = ن^٣ - ٩ن^٢ + ٢٤ن + ٦

ن ≥ ١

صف تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ١ م/ث

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٦ن^٢ - ١٨ن + ٢٤

ت(ن) = ف''(ن) = ١٢ن - ١٨

السارع = ٤

١٢ن - ١٨ = ٤ ⇐ ١٢ن = ٢٢

٦+ ٤+

ن = ٢٢/١٢

نعوضها في السرعة

ع(٢٢/١٢) = ٦(٢٢/١٢)^٢ - ١٨(٢٢/١٢) + ٢٤

= ٦ × ٤/١ - ١

= ٦/٤ - ١ = ٦/٤ - ٤/٤

= ٢/٤ = ١/٢

وزارة (٢٠١٦) شتوية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للعلاقة ف(ن) = ن^٣ - ٧ن^٢ + ٩ن + ٦

ن ≥ ١

صف تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ١ م/ث

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن^٢ - ١٤ن + ٩

١ = ٩

٣ن^٢ - ١٤ن + ٨ = ٠

(٣ن - ٢)(ن - ٤) = ٠

٣ن - ٢ = ٠ ⇐ ن - ٤ = ٠

٣+ ٤+

٣ن/٣ = ٢/٣ ⇐ ن = ٤

ن = ٢/٣ مرفوض

لأن ن ≥ ١

ت(ن) = ٦ن - ١٤

ت(٤) = ٦ × ٤ - ١٤

= ٢٤ - ١٤ = ١٠

وزارة (٢٠١٦) صيفية

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفقاً للعلاقة ف(ن) = ن^٣ - ٩ن^٢ + ٢٤ن + ٨

صف سرعة الجسيم عندما تكون تسارعه (٤) م/ث^٢

الحل

ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن^٢ - ١٨ن + ٢٤

ت(ن) = ف''(ن) = ٦ن - ١٨

٦ن - ١٨ = ٤

٦ن = ٢٢

ن = ٢٢/٦ = ١١/٣

نعوضها في السرعة

ع(١١/٣) = ٣(١١/٣)^٢ - ١٨(١١/٣) + ٢٤

= ٣٦٣/٩ - ١٩٨/٣ + ٢٤

= ٣٦٣/٩ - ٦٠٥/٩ + ٢١٦/٩

= -٢٤٦/٩ = -٨/٣

مكتبة الوسام ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

الاستاذ ناجح الجمزاوي

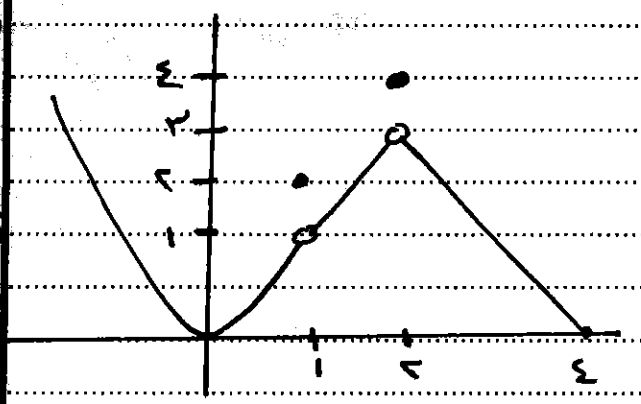
الثاني الثانوي الادبي | الوحدة الثانية | المستوى الثالث

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ | التفاضل (١١٨) | ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

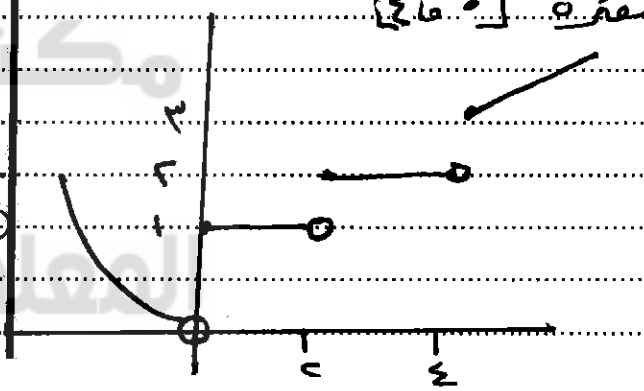
ورقة عمل "التفاضل"

السؤال الأول

(أ) اعتمد على الرسم الجانبي الذي يمثل منحنى $q(س)$ أوجد متوسط التغير للاقتران $q(س)$ في الفترة $[١، ٣]$



(ب) اعتمد على الرسم الجانبي الذي يمثل منحنى $q(س)$ في ايجاد متوسط التغير للاقتران $q(س)$ في الفترة $[٠، ٤]$



(ج) اذا كان $q(س) = \begin{cases} ٣ & س < ٢ \\ \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢} & س > ٢ \end{cases}$

أوجد متوسط التغير في الفترة $[٠، ٣]$

(د) اذا كان $q(س) = \sqrt{س + ١}$

أوجد متوسط التغير للاقتران q في الفترة $[٠، ٣]$

(هـ) اذا كان متوسط التغير للاقتران $q(س)$ في الفترة $[١، ٣]$ يساوي (٤) أوجد متوسط التغير للاقتران $ه(س) = ٢ q(س) + ٤ س^٢$ في الفترة $[١، ٣]$

(و) اذا كان متوسط التغير للاقتران q في الفترة $[-٢، ١٠]$ يساوي $(٣-)$ وكان $ه(س) = q(س) - ٢ك + ١$

أوجد متوسط التغير للاقتران $ه(س)$ في الفترة نفسها

(ز) اذا كان $q(س) = \begin{cases} س^٢ + ٤ك + ١ & س \geq ٢ \\ \sqrt{٤ك + ٤} & س < ٢ \end{cases}$

أوجد متوسط التغير في $[٠، ٣]$

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

السؤال الثاني

① اذا كان متوسط التغير للاقتران ه في [١، ٥] يساوي (٧) وكان ه(س) = ٣ + ٥ ه(س) جد متوسط التغير في ه(س) في [١، ٥]

② اذا كان متوسط التغير للاقتران ه في الفترة [١، ٣] يساوي (٤) وكان ه(١) + ه(٢) = ٣ أوجد متوسط التغير للاقتران ه(س) = ه٤(س) في الفترة [١، ٣]

③ اذا كان المقاطع الرأسي للمنحنيين (١، ه(١)) ، (٢، ه(٣)) للاقتران ه(س) = س٢ + ٣س + ١ جد ميل القاطع

④ اذا كان ميل القاطع للاقتران ه(س) المار بالنقطتين (١، ه(١)) ، (٢، ه(٢)) يساوي ٦ ، وكانت ه(١) = ٢ أوجد ه(٦) ؟

⑤ اذا كانت إزاحته تعطى بالعلاقة ف(ن) = ن٣ + ٤ ن؟ اجد السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [١، ٢]

⑥ اذا علمت ان السرعة المتوسطة لجسم ما في الفترة الزمنية [١، ٣] هي ١٥ م/ث ، و أن ف(٢) = ٥٠ م اجد ف(١)

السؤال الثالث

اوجد ه(س) للاقتران التالية باستخدام تعريف المشتقة؟

① ه(س) = ٤ - ٢س

② ه(س) = ٢ / (س + ٣)

③ ه(س) = √(٣س)

④ ه(س) = س٢ + ٢س + ١

⑤ ه(س) = س٣ - ١

⑥ ه(س) = س٤

⑦ ه(س) = س + ١/س

⑧ ه(س) = √(س + ٥)

⑨ ه(س) = س٢ - ٩

AlWesam
المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

اوجد $\text{مـ}'(س)$ لدالة مما يأتي باستخدام التعريف العام للمشتقة عند كل نقطة اذا كان ممكنا:

① $\text{مـ}(س) = س + ٧$ $\quad س = ٣$

② $\text{مـ}(س) = ٢س^{٢} + ١$ $\quad س = ٠$

③ $\text{مـ}(س) = \frac{١}{٢س + ٥}$ $\quad س = ١$

④ $\text{مـ}(س) = س^{٣}$ $\quad س = ٢$

⑤ $\text{مـ}(س) = ٣س^{٢} + ٤$ $\quad س = ١$

السؤال الخامس

① اذا كان مـ متغير في الاقتران حيث تتغير $س$ من $س$ الى $(س + هـ)$ فجد $(٣س^{٢} هـ + ٤هـ^{٢}) + \text{مـ}(س)$

② اذا كان $\text{مـ}(س) = ٢س + ٥$

فاوجد $\text{مـ}'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

③ اذا كان $\text{مـ}(س) = ٢س^{٢} + س$

فاوجد $\text{مـ}'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

④ اذا كان $\text{مـ}(س) = لو(س^{٢} + ٥س)$

فاوجد $\text{مـ}'(١)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

⑤ اذا كان $\text{مـ}(س) = (٣س + ١)^{٣}$

اوجد $\text{مـ}'(١)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

⑥ اذا كان $\text{مـ}(١) = ٦$ ، $\text{مـ}'(١) = ٤$

وكان $\text{هـ}(س) = ٢ - \text{مـ}(س)$ فاوجد $\text{هـ}'(١)$

⑦ اذا كان $\text{مـ}(س) = ٩$ وكان

فاوجد $\text{مـ}'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

⑧ اوجد قيمة $ب$ حيث $\text{مـ}(س) = س^{٣} - ب(س + هـ)^{٣}$

فاوجد $\text{مـ}'(س)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

السؤال السادس

اوجد المشتقة الأولى لكل من الدوال التالية

(١) $ص = \frac{١}{٧س} + \frac{٤}{س}$

(٢) $ص = \sqrt[٣]{س^{٢}} + ٥س^{-٣}$

(٣) $ص = (٤س^{٢} - ٥س + ١)^{٤}$

(٤) $ص = ٦جا^{٢}س + ظا^{٣}س$

(٥) $ص = جا(٥س^{٢} + ٤س) + ٣ظا^{٣}س$

(٦) $ص = هـ^{س^{٢}-٤س} + لو_{هـ}(س^{٣} - ٤س)$

(٧) $ص = س^{س^{٢}} + لو_{هـ}(س-١)(س+١)$

(٨) $ص = ٤س^{٢}جاس + ٦س ظاس$

(٩) $ص = \frac{ظاس}{هـ^{س}}$

(١٠) $ص = \left(\frac{س+١}{س-١}\right)^{٣}$

(١١) $ص = \frac{١}{(١+ظاس)}$

(١٢) $ص = \sqrt[٣]{٥+س^{٢}} + \frac{٢}{٥س}$

(١٣) $ص = (٤س+١)^{٣} + \frac{٤-س}{س^{٢}}$

(١٤) $ص = لو_{هـ}(س^{٢}+٢س+٣) + هـ^{-٤س}$

(١٥) $ص = \sqrt[٥]{(س^{٢}-٤س)^{٧}}$

(١٦) $ص = ٥س^{-٣}هـ^{-٣س} + ٣لو_{هـ}س^{٤}$

(١٧) $ص = \frac{جاس + ظاس}{هـ^{س}}$

(١٨) $ص = \frac{س^{٢}-٣س}{(س+٣)(س^{٥}+٩)}$

(١٩) $ص = س^{٥}ظاس$

(٢٠) $ص = \sqrt{ظتاع}$ ، $ع = هـ^{س}$

(٢١) $ص = ٢\sqrt{س^{٥}} - \frac{١٣}{\sqrt[٥]{س}}$

(٢٢) $ص = \sqrt{س^{٣}}ظاس$

(٢٣) $ص = \sqrt{س^{٢}+٣}\sqrt[٥]{س^{٢}}$ عندما $س = ١$

يتبع ←

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

(٢٤) $ص = \frac{هـ^{س} + هـ^{-س}}{هـ^{س} - هـ^{-س}}$

(٢٥) $ص = ٢ع^{٣} + ١$ ، $ع = س^{٣} + ١$

(٢٦) $ص = (ع^{٤} - ١)$ ، $ع = \frac{١}{س}$

(٢٧) $ص = \sqrt{ع^{٢} + ١}$ ، $ع = \sqrt{س + ١}$

(٢٨) $ص = هـ^{ع^{٢}+١}$ ، $ع = س + ٥$

(٢٩) $ص = لو_{هـ}(ع^{٢} + ٣)$ ، $ع = هـ^{س}$

(٣٠) $ص = \frac{٥}{ع + ١}$ ، $ع = \sqrt{س}$

(٣١) $ص = لو_{هـ}\sqrt{س + ٦}$

(٣٢) $ص = هـ^{\sqrt{س+١}} - ٤ س هـ^{س}$

(٣٣) $ص = ع^{٥} + لو_{هـ} ع$ ، $ع = س^{٤} + ١$

السؤال الرابع

(١) اذا كان $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٣}{ه(س)}$

وكان $ه(٢) = ٣$ ، $ه'(٢) = ٦$

جد $ق'(٢)$

(٢) اذا كان $ق(س) = ٤س - \frac{ح(س)}{ه(س)}$

وكان $ه(٠) = ٥$ ، $ه'(٠) = ٢$

جد $ق'(٠)$

(٣) اذا كان $ه(١) = ٢$ ، $ه'(١) = -٢$

$ق(١) = ٣$ ، $ق'(١) = -٣$

اوجد مايلي

(١) $(٣س + ه)'(١)$

(٢) $(ه(س))'(١)$

(٣) $(لو_{هـ} ه(س))'(١)$

(٤) $(\sqrt{ه(س) + ١})'(١)$

(٥) $(ه \times ه)'(١)$

(٦) $(ه + ه)'(١)$

(٧) $(\frac{ه}{س^{٢}})'(١)$

(٨) $\frac{ح}{ح س}(ه^{٢}(س))$ عند $س = ١$

(٩) $(\frac{٣}{ه})'(١)$

(١٠) $(\sqrt{ه \times ه})'(١)$

المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الثامن

(١) اذا كان $س^{٢}-٤$

$هـ(س) = أ هـ^{س} + ٤ س^{٢}$

وكان $هـ'(٢) = ٢٠$ اوجد قيمة أ

(٢) اذا كان $هـ(س) = لو_{هـ}(أ س^{٣} - ٦ س)$

وكان $هـ'(١) = ٣$ اوجد قيمة أ

(٣) اذا كان

$هـ(س) = أ س^{٣} + ٥ س - ٣$ وكانت

$هـ'(-٢) = -٣$ اوجد قيمة أ

السؤال التاسع

اوجد المشتقة الثانية للدوال التالية

(١) $ص = \sqrt{٧ - س}$

(٢) $هـ(س) = \frac{س + ٢}{س + ١}$

(٣) $ص = (س^{٢} - ٥ س + ١)^{٣}$

عند $س = ٠$

(٤) $هـ(س) = س^{٣} جا س$

(٥) $هـ(س) = \frac{لو_{هـ} س^{٣} - ٥ س}{هـ}$

(٦) $ص = جتا(س^{٢} + ٨) + هـ^{س^{٢}+٨}$

(٧) $هـ(س) = هـ^{٤ س^{٢}+١} + \frac{٣}{س}$

(٨) $ص = \sqrt{٧ س + ٥}$

(٩) $ص = \frac{هـ^{س} + ١}{هـ^{س} - ١}$

(١٠) $ص = (\frac{١}{س} + ٢)^{٣}$

السؤال العاشر

(أ) اذا كانت

$هـ(س) = أ س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٥ س + ٨$

وكان $هـ'(١) =$ صفر اوجد قيمة أ

(ب) اذا كان $هـ(س) = أ س^{٢} + ٤ س + ٤$

وكان $هـ(٢) = ٤$ ، $هـ'(١) = ٦$

اوجد قيمة أ ، ب

يتبع

المعلم ناجح الجمزاوي

⑥ اذا كانت

$ص = ٣ع + ١$ ، $ع = ٢س^{٣} + ٥س - ٢$

وكانت $\frac{د ص}{د س} = ١٢س - ٩$ جا

قيمة ٢ جا $د$ ؟

⑤ اذا كانت $ق(س) = ٢س^{٣}$

وكانت $ق'(٢) = ٨$ جد ٢

السؤال الحادي عشر

① جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \sqrt{٣س^{٢} + ٤}$ عندما $س = -٢$

② جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \sqrt[٣]{٣س + ٢}$ عندما $س = ٢$

③ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = ٣س^{٢} + ٧س$ عند النقطة

$(١، ٥)$

④ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = ٢هـ^{س} + ٤س$

عندما $س = ٠$

⑤ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = (س^{٢} - ٢س)^{٢}$ عندما $س = ١$

⑥ اذا كانت

$ص = ٢ع^{٢} + ١$ ، $ع = س + ١$

فاوجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ص = ق(س)$ عندما $س = ١$

⑦ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$ق(س) = \frac{٣}{ص - ٣}$ عندما $(٢، ٣)$

⑧ اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران

$ص = (٤ - س)^{٣}$ عند النقطة

$(ص_{١}، ص_{١})$ يساوي (-٣)

اوجد قيمة $س_{١}$

ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الثاني عشر

(أ) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ن٣ + ٤ن٢ − ٥ن + ١
اوجد سرعة وتسارع الجسم بعد مرور
(٤) ثانية من حركته

(ب) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ن٣ − ٤ن٢ + ١٢
اوجد سرعة الجسم عندما يكون
تسارعه ٤ م/ث٢

(ج) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ن٣ − ٣ن٢ + ٥ن
اوجد تسارع الجسم عندما
تنعدم سرعته

(د) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ن٣ − ٩ن٢ + ٢٥ن + ٩
اوجد سرعة الجسم عندما تنعدم تسارعه

(هـ) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ١/٣ ن٣ − ٣ن٢ + ٦ اوجد
تسارع الجسم عندما تكون
سرعته ١ م/ث

(و) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ٣ن٢ − ٦ن + ٥
اوجد المسافة التي يقطعها الجسم
عندما تنعدم سرعته .

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تمت بحمد الله

مع تحيات

ناجح الجمزاوي

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم :ناجح الجمزاوي

مهارات في الرياضيات

MATHEMATICS

ملحق الاجابات

إعداد المعلم :

ناجح الجمزاوي

مكتبة الوسام
ALWESAM tawjihi Center & service store
موقع مكتبة الوسام التعليمي www.alwesam.info

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الأول

(أ) متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(١)}{٤ - ١}$

$= \frac{٣ - ١}{٤ - ١} = \frac{٢}{١} = ٢$ من الرسم

(ب)

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(٠)}{٤ - ٠}$

من الرسم $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٣ - ١}{٤ - ٠} = \frac{٢}{٤}$

$= \frac{١}{٢}$

(ج) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{٢ - \frac{٤}{٤}}{٣ - ٠}$ ، $\frac{٤}{٤} = \frac{٢ \times ٢}{٢ \times ٢}$

$= \frac{٢ - \frac{٤}{٤}}{٣ - ٠}$ ، $\frac{٤}{٤} = \frac{٢ - ١}{٢} = \frac{١}{٢}$

(د) $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{٣ - ٠}{٣ - ٠} = \frac{٣}{٣} = ١$

(هـ) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ لدالة متغيرة $هـ(س)$

$= هـ(٣) - هـ(١) = ٤$ ضرب يتبادلي

$\Leftarrow$ $هـ(٣) - هـ(١) = ٤ \times ٢ = ٨$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ لدالة ثابتة $هـ(س)$

$= \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١} =$

$= \frac{(٢هـ(٣) + ٤(٣)^٢) - (٢هـ(١) + ٤(١)^٢)}{٢}$

$= \frac{٢هـ(٣) + ٣٦ - ٢هـ(١) - ٤}{٢}$

$= \frac{٢هـ(٣) - ٢هـ(١)}{٢} + \frac{٣٢}{٢}$

$= ٢\left(\frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٢}\right) + ١٦$

$= ٨ + ١٦ = ٢٤$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الثاني

(و) $\frac{ص}{س}$ لـ $ه = \frac{ه(١) - ه(-٢)}{١ - (-٢)}$

$= \frac{ه(١) - ه(-٢)}{٣}$ ضرب بيادي $= -٣$

$ه(١) - ه(-٢) = -٩$

$\frac{ص}{س}$ لـ $ه = \frac{ه(١) - ه(-٢)}{١ - (-٢)}$

$= \frac{(ه(١) - ٢ \times ١ + ١) - (ه(-٢) - ٢ \times (-٢) + ١)}{٣}$

$= \frac{(ه(١) - ٢ + ١) - (ه(-٢) + ٤ + ١)}{٣}$

$= \frac{ه(١) - ه(-٢) - ٦}{٣}$

$= \frac{-٩ - ٦}{٣} = -\frac{١٥}{٣}$

$= -٥$

(أ) $\frac{ص}{س} = \frac{ه(٣) - ه(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{(\sqrt{٣ \times ٤ + ٤} + ٠ \times ٤ + ١) - (\sqrt{٠ \times ٤ + ٤} + ٠ \times ٤ + ١)}{٣}$

$= \frac{\sqrt{١٦} - ١}{٣} = \frac{٤ - ١}{٣} = \frac{٣}{٣} = ١$

(١) $\frac{ص}{س}$ لـ $ه = \frac{ه(٥) - ه(١)}{٥ - ١}$

$\frac{ه(٥) - ه(١)}{٤}$ = ٧ ضرب بيادي

$ه(٥) - ه(١) = ٢٨$

$\frac{ص}{س}$ لـ $ه = \frac{ه(٥) - ه(١)}{٥ - ١}$

$= \frac{(٣ + ٥ ه(٥)) - (٢ + ٥ ه(١))}{٤}$

$= \frac{٣ + ٥ ه(٥) - ٢ - ٥ ه(١)}{٤}$

$= \frac{٥ (ه(٥) - ه(١))}{٤}$

$= \frac{٥ \times ٧}{٤} = \frac{٣٥}{٤}$

(ج) $\frac{ص}{س}$ لـ $ه = \frac{ه(٢) - ه(١)}{٢ - ١} = ٤$

$ه(٢) - ه(١) = ٤$ ايضاً

$ه(١) + ه(٢) = ٢$ مع بعضها

$\frac{ص}{س}$ لـ $ه = \frac{ه(٢) - ه(١)}{ه'(٢) - ه'(١)}$ خرمس وراين

$= \frac{ه(٢) - ه(١)}{(ه(٢) - ه(١))(ه(٢) + ه(١))} = \frac{٤}{١ \times ٢} = ٢$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٣) ميل القاطع $= \frac{\text{هـ}(٣) - \text{هـ}(-١)}{٢ - (-١)}$

$= \frac{(٣^٢ + ٣ \times ٣ + ٤) - ((-١)^٤ + ٢ \times (-١)^٣ + ٤)}{٤}$

$= \frac{٩ + ٩ + ١ - (١ - ٢ + ٤)}{٤}$

$= \frac{١٩ - (-١)}{٤} = \frac{٢٠}{٤} = ٥$

(٤) ميل القاطع $= \frac{\text{هـ}(٤) - \text{هـ}(١)}{٤ - ١} = ٦$

$\frac{\text{هـ}(٤) - ٣}{٣} = ٦$

$\Leftarrow \text{هـ}(٤) = ٦ + ٣$

$\text{هـ}(٤) = ٩$

(٥) السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta \text{ف}}{\Delta \text{ن}}$

$= \frac{\text{ف}(٤) - \text{ف}(١)}{٤ - ١}$

$= \frac{(٤^٣ + ٤(٤)^٢) - (١^٣ + ٤(١)^٢)}{٣}$

$= \frac{٨ + ١٦ - (١ + ٤)}{٣} = \frac{٢٤ - ٥}{٣}$

$= ١٩$

(٦) السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta \text{ف}}{\Delta \text{ن}} = ١٥$

$\frac{\text{ف}(٣) - \text{ف}(١)}{٣ - ١} = ١٥$

$\frac{٢٥ - \text{ف}(١)}{٢} = ١٥$

$٢٥ - \text{ف}(١) = ٣٠$

$-\text{ف}(١) = ٣٠ - ٢٥$

$\text{ف}(١) = ٥$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الثالث P

① $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(٤ - (س+هـ)^٢) - (٤ - س^٢)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٤ - س^٢ - ٢سهـ - هـ^٢ - ٤ + س^٢}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{-٢سهـ - هـ^٢}{هـ}$

$= -٢س$

② $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{٢}{س+هـ+٣} - \frac{٢}{س+٣}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٢س+٦ - ٢س - ٢هـ}{هـ(س+هـ+٣)(س+٣)}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{-٢هـ}{هـ(س+هـ+٣)(س+٣)}$

$= \frac{-٢}{(س+٣)^٢}$

③ $ق(س) = \sqrt{٣س}$

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{٣(س+هـ)} - \sqrt{٣س}}{هـ}$

ضرب مرافق

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٣(س+هـ) - ٣س}{هـ(\sqrt{٣(س+هـ)} + \sqrt{٣س})}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{٣س + ٣هـ - ٣س}{هـ(\sqrt{٣(س+هـ)} + \sqrt{٣س})}$

$= \frac{٣}{\sqrt{٣س} + \sqrt{٣س}}$

$= \frac{٣}{٢\sqrt{٣س}}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٤) $ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٢ + ٢(س+هـ) + ١ - (س^٢ + ٢س + ١)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{س^٢ + ٢هـس + هـ^٢ + ٢س + ٢هـ + ١ - س^٢ - ٢س - ١}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٢هـس + هـ^٢ + ٢هـ}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٢س + هـ + ٢)}{هـ}$

اخراج هـ عامل مشترك

$= ٢س + ٠ + ٢ = ٢س + ٢$

(٥) $ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٣ - ١ - (س^٣ - ١)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{٣س^٢ هـ + ٣س هـ^٢ + هـ^٣}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٣س^٢ + ٣س هـ + هـ^٢)}{هـ}$

$= ٣س^٢ + ٠ + ٠ = ٣س^٢$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٣ - س^٣}{هـ}$ — فرق بين مكعبين

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س^٢ + ٢هـس + هـ^٢ - س)(س^٢ + هـس + هـ^٢ + س + هـ + ١)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} (٢س + هـ - ١)(س^٢ + هـس + هـ^٢ + س + هـ + ١)$

$= ٢س - ١)(س^٢ + س^٢ + س + ١)$

$= (٢س - ١)(٣س^٢ + س + ١)$

$= ٦س^٣ + ٢س - ٣س^٢ - س - ١$

$= ٦س^٣ - ٣س^٢ + س - ١$

(٦) $ق(س) = س^٤$

$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^٤ - س^٤}{هـ}$ — فرق بين مكعبين

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(س^٢ + ٢هـس + هـ^٢ - س^٢)(س^٢ + ٢هـس + هـ^٢ + س^٢)}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{(٢هـس + هـ^٢)(٢س^٢ + ٢هـس + هـ^٢)}{هـ}$ — ايضاً فرق بين مكعبين

$= \text{نها}_{هـ \to ٠} (٢س + هـ)(٢س^٢ + ٢هـس + هـ^٢)$

$= (٢س + ٠)(٢س^٢ + ٠ + ٠)$

$= ٢س \times ٢س^٢ = ٤س^٣$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٧) $ق(س) = س + \frac{1}{س}$

$ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ + \frac{1}{س+هـ}) - (س + \frac{1}{س})}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ + \frac{1}{س+هـ} - \frac{1}{س}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ}{هـ} + \frac{\frac{1}{س+هـ} - \frac{1}{س}}{هـ}$ نوحد المقام

$= 1 + \frac{\frac{س - (س+هـ)}{س(س+هـ)}}{هـ}$

$= 1 + \frac{-1}{س(س+هـ)} \times \frac{1}{هـ}$ $\quad هـ \to 0$

$= 1 - \frac{1}{س^2} = \frac{س^2 - 1}{س^2}$

(٨) $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{س+هـ+5} - \sqrt{س+5}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{س+هـ+5} - \sqrt{س+5}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س+هـ+5} + \sqrt{س+5}}{\sqrt{س+هـ+5} + \sqrt{س+5}}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ+5) - (س+5)}{هـ(\sqrt{س+هـ+5} + \sqrt{س+5})}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ}{هـ(\sqrt{س+هـ+5} + \sqrt{س+5})}$

$= \frac{1}{\sqrt{س+5} + \sqrt{س+5}} = \frac{1}{2\sqrt{س+5}}$

(٩) $ق'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{9 - (س+هـ)^2 - (9 - س^2)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{9 - (س+هـ)^2 - 9 + س^2}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{س^2 - (س+هـ)^2}{هـ}$ فرق بين مربعين

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{(س - (س+هـ))(س + (س+هـ))}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{-هـ(2س+هـ)}{هـ}$

$= -2س + 0$

$= -2س$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الرابع

① $ق'(٣) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$

$= \frac{٣+هـ+٧ - (٣+٧)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣+هـ+٧-٣-٧}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ}{هـ} = ١$

② $ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{٥+(١+هـ)٢} - \frac{١}{٧+١×٢}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{٥+٢هـ+٢} - \frac{١}{٧}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{٧+٢هـ} - \frac{١}{٧}}{هـ}$ توحيد المقام

$= \frac{٧-(٧+٢هـ)}{٧(٧+٢هـ)هـ}$

$= \frac{-٢}{٧(٧+٠)} = \frac{-٢}{٤٩}$

③ $ق'(٠) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٠+هـ) - ق(٠)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(هـ) - ق(٠)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{٢هـ+١} - \sqrt{٠+١}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{\sqrt{٢هـ+١} - ١}{هـ} \times \frac{\sqrt{٢هـ+١}+١}{\sqrt{٢هـ+١}+١}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٢هـ}{هـ(\sqrt{٢هـ+١}+١)}$

$= \frac{٢}{\sqrt{٠+١}+١} = \frac{٢}{٢} = ١$

④ $ق'(٢) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٢+هـ)^٣ - ٢^٣}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٢+هـ)^٣ - ٨}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{(٢+هـ-٢)((٢+هـ)^٢ + ٢(٢+هـ) + ٤)}{هـ}$ حزم وتبسيط

$= (٢+٠)^٢ + ٢(٢+٠) + ٤ = ٤+٤+٤ = ١٢$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

⑤ $ق(س) = ٣س^{٢} + ٤$ عندما $س = ١$

$ق'(١) = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣(١+هـ)^{٢} + ٤ - (٣(١)^{٢} + ٤)}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣(١+هـ)^{٢} + ٤ - ٧}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣(١+هـ)^{٢} - ٣}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣((١+هـ)^{٢} - ١)}{هـ}$ ← فرق بين مربعين

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣(١+هـ+١)(١+هـ-١)}{هـ}$

$= (٣ \times ١)(١+٠+١)$

$= ٣ \times ٢ = ٦$

طريقة أخرى

$\text{نهـا}_{هـ \to ٠} ق(١+هـ)$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣(١+هـ)^{٢} + ٤ - ٣ - ٤هـ - ٣هـ^{٢}}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣هـ^{٢} + ٦هـ + ٤ - ٣ - ٤هـ - ٣هـ^{٢}}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٢هـ}{هـ}$

$= ٢ + ٠ = ٦$

السؤال الخامس

① $ق'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$ ← قاعدة المشتقة الأولى

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{٣ص^{٢}هـ + ٤هـ^{٢}}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٣س^{٣} + ٤هـ)}{هـ}$

$= ٣س^{٣} + ٤ \times ٠ = ٣س^{٣}$

② $ق(س) = \sqrt{٥ + ٢س}$

$ق'(٢) = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

$ق'(س) = \frac{٢}{\sqrt{٥ + ٢س}}$

$ق'(٢) = \frac{٢}{\sqrt{٥ + ٢ \times ٢}} = \frac{٢}{\sqrt{٩}} = \frac{٢}{٣}$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

③ $ق(س) = ٤س^{٢} + س$

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$ق'(٠) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٠+هـ) - ق(٠)}{هـ}$$

$ق'(س) = ٨س + ١$ ، $ق(٠) = ٠$

$ق'(٠) = ٨ \times ٠ + ١ = ١$

④ $ق(س) = \ln(٢س^{٢} + ٥س)$

$$ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$$

$$ق'(س) = \frac{٤س + ٥}{٢س^{٢} + ٥س}$$

$$ق'(١) = \frac{٤ + ٥}{٢ + ٥} = \frac{٩}{٧}$$

⑤ $ق(س) = (٣س + ١)^{٣}$

$$ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$$

$ق'(س) = ٣ \times ٣(٣س + ١)^{٢}$

$ق'(١) = ٩ \times ٤^{٢} = ٩ \times ١٦$

⑥ $ق'(١) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

ق متصلة $= ٤$

⑦ $ق(س) = ٩$

$$ق'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$ق'(س) =$ صفر مشتقة الثابت $=$ صفر

⑧ $\lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^{٢} - س^{٢}}{هـ}$

$هـ \to ٠$ ، ق من كثيرات الحدود

$= (س+٠)^{٢} + س(س+٠) + س^{٢}$

$= س^{٢} + س^{٢} + س^{٢} = ٣س^{٢}$

ملاحظة

تعني اشتق $س^{٣}$ وهي $٣س^{٢}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال السادس

(١) $ص = \frac{١}{س^{\frac{١}{٢}}} + \frac{٤}{س}$

$ص = س^{-\frac{١}{٢}} + ٤س^{-١}$

$ص' = -\frac{١}{٢}س^{-\frac{٣}{٢}} - ٤س^{-٢}$

$= \frac{-١}{٢\sqrt{س^{٣}}} - \frac{٤}{س^{٢}}$

(٢) $ص = \sqrt[٣]{س^{٢} + ٥س^{-٣}}$

$= س^{\frac{٢}{٣}} + ٥س^{-٣}$

$ص' = \frac{٢}{٣}س^{-\frac{١}{٣}} - ١٥س^{-٤}$

(٣) $ص = (٤س^{٢} - ٥س + ١)^{٤}$

$ص' = ٤(٤س^{٢} - ٥س + ١)^{٣}(٨س - ٥)$

(٤) $ص = ٥\,جا^{٢}س + ٦\,ظا^{٣}س$

$ص' = ٢\,جاس \times جتاس \times ٥ + ٣\,ظا^{٢}س \times ق^{٢}س \times ٦$

$= ١٠\,جاس\,جتاس + ١٨\,ظا^{٢}س\,ق^{٢}س$

(٥) $ص = جا(٥س^{٢} + ٤س)\,جتا٣س$

$ص' = جا(٥س^{٢} + ٤س) \times (١٠س + ٤) - جا٣س \times ٣$

(٦) $ص = \log_{هـ}(٣س^{٢} - ٤س) + س^{-٤}$

$\frac{ص}{س} = \frac{٦س - ٤}{٣س^{٢} - ٤س} + (-٤)س^{-٥}$

(٧) $ص = \log_{هـ}\frac{س^{٢}(س-١)}{(س+١)}$ — صرف — حاصل قسمة

$ص' = \frac{س^{٢} \times ٢س}{س^{٢}} + \frac{(س-١)\times ٢س - س^{٢}\times ١}{(س-١)^{٢}} - \frac{١ \times (س+١) + ١ \times (س-١)}{(س-١)(س+١)}$

$= \frac{٢}{س} + \frac{س^{٢} - ٢س}{(س-١)^{٢}} - \frac{٢س}{(س-١)(س+١)}$

$= \frac{٢(س-١)^{٢} + س^{٢}(س-٢) - ٢س(س+١)}{(س-١)^{٢}(س+١)}$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٨) $ص = \underbrace{٤س^{٢} \text{جا} س}_{\text{ضرب}} + \underbrace{٦س \text{ظا} س}_{\text{ضرب}}$

$\frac{\text{د}ص}{\text{د}س} = ٤س^{٢} \times \text{ظا} س \times ٥ + \text{ظا} س \times ٨س + ٦س \times \text{قا}^{٢} س$

$+ ٦س \times \text{ظا} س + ٤س^{٢} \times \text{قا}^{٢} س$

$= ٢٠س^{٢} \text{ظا} س + ٨س \text{جا} س$

$- ١٢س^{٢} \text{جا} س + ٦ \text{ظا} س$

(٩) $ص = \frac{\text{جا} س}{س}$

$ص' = \frac{س \times \text{جتا} س - \text{جا} س \times ١}{(س)^{٢}}$

(١٠) $ص = \left(\frac{س+١}{س-١}\right)^{٣}$

$ص' = ٣\left(\frac{س+١}{س-١}\right)^{٢} \times \frac{(س-١)(١) - (س+١)(١)}{(س-١)^{٢}}$

(١١) $ص = \left(\frac{١}{١+\text{جا} س}\right)^{٦}$

$ص' = ٦\left(\frac{١}{١+\text{جا} س}\right)^{٥} \times \frac{-١ \times \text{جتا} س}{(١+\text{جا} س)^{٢}}$

(١٢) $ص = \sqrt{٤س+٥} + \frac{٢}{س^{٥}}$

$ص = (٤س+٥)^{\frac{١}{٢}} + ٢س^{-٥}$

$ص' = \frac{١}{٢}(٤س+٥)^{-\frac{١}{٢}} \times ٤ - ١٠س^{-٦}$

(١٣) $ص = (٤س+١)^{٣} + \frac{٥}{٤-س}$

$ص' = ٣(٤س+١)^{٢} \times ٤ + ٥(٤-س)^{-٢} \times -١$

(١٤) $ص = \text{لو}_{٥}(س^{٢}+٤س+٣) + \frac{٤}{س-٤}$

$ص' = \frac{٢س+٤}{(س^{٢}+٤س+٣) \ln ٥} + \frac{-٤}{(س-٤)^{٢}}$

(١٥) $ص = \sqrt[٥]{(س^{٢}-٤س)^{٧}}$

$ص = (س^{٢}-٤س)^{\frac{٧}{٥}}$

$ص' = \frac{٧}{٥}(س^{٢}-٤س)^{\frac{٢}{٥}} \times (٢س-٤)$

(١٦) $ص = \underbrace{٥س \text{جا} س}_{\text{ضرب}} + \underbrace{٣ \text{لو} س}_{\text{ضرب}}$

$ص' = ٥س \times \text{جتا} س + \text{جا} س \times ٥ + \frac{١}{س \ln ٣} \times ٣$

$= ٥س \text{جتا} س + ٥ \text{جا} س + \frac{٣}{س \ln ٣}$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٧) $ص = \frac{ح س + ضا س}{هـ^{س}}$

$ص' = \frac{هـ^{س}(ضا س - ح س) - (ح + ضا س) هـ^{س}}{(هـ^{س})^{٢}}$

(٨) $ص = \frac{س^{٤} - ٣س}{(س+٣)(س^{٥}+٩)}$

$ص' = \frac{(س+٣)(س^{٥}+٩) \times (٤س^{٣} - ٣) - (س^{٤} - ٣س) \times [(س+٣)\times ٥س^{٤} + (س^{٥}+٩)\times ١]}{[(س+٣)(س^{٥}+٩)]^{٢}}$

حل آخر

أو نحل الأقواس ثم نكمل

$= س^{٦} + ٣س^{٥} + ٩س + ٢٧$

$= س^{٦} + ٣س^{٥} + ٩س + ٢٧$

$ص = \frac{س^{٤} - ٣س}{س^{٦} + ٣س^{٥} + ٩س + ٢٧}$

$ص' = \frac{(س^{٦}+٣س^{٥}+٩س+٢٧) \times (٤س^{٣} - ٣) - (س^{٤} - ٣س) \times (٦س^{٥} + ١٥س^{٤} + ٩)}{(س^{٦}+٣س^{٥}+٩س+٢٧)^{٢}}$

(٩) $ص = س^{٥} ضا س$ / حاصل ضرب

$ص' = س^{٥} \times ح س + ضا س \times ٥س^{٤}$

(١٠) $ص = ١ ضاع$ ، $ع = هـ^{س}$

بسلسلة

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= \frac{-ح ع}{٢ ضاع} \times هـ^{س}$

$= \frac{-ح هـ^{س}}{٢ ضا هـ^{س}} \times هـ^{س}$

(١١) $ص = ١٢ س^{\frac{٥}{٢}} - \frac{١٣}{س^{\frac{١}{٥}}}$

$ص' = ١٢ \times \frac{٥}{٢} س^{\frac{٣}{٢}} - ١٣ - \frac{١}{٥} س^{-\frac{٦}{٥}}$

(١٢) $ص = ١ س^{٣} ضا س = س^{\frac{٣}{٢}} ضا س$

حاصل ضرب

$ص' = س^{\frac{٣}{٢}} \times ح س + ضا س \times \frac{٣}{٢} س^{\frac{١}{٢}}$

مكتبة الوسام AL WESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٢) $ص = \sqrt{س^٥} + ٣\sqrt{س^٣}$

$س = ١$

$ص = س^{\frac{٥}{٢}} + ٣س^{\frac{٣}{٢}}$

$ص' = ١ + ٣ \times \frac{٣}{٢} س^{\frac{١}{٢}}$

$ص'|_{س=١} = ١ + \frac{٩}{٢}(١)^{\frac{١}{٢}} = ١ + \frac{٩}{٢} = \frac{١١}{٢}$

(٣) $ص = \frac{س + هـ}{س - هـ}$

$ص' = \frac{(س - هـ)(١) - (س + هـ)(١)}{(س - هـ)^٢}$

(٥) $ص = ٢ع^٤ + ١ ، ع = س^٣ + ١$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= ٨ع \times ٣س^٢ = ٢٤(س^٣ + ١)^٣ \times س^٢$

(٦) $ص = (ع^٣ - ١)^٤ ، ع = \frac{١}{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= ٤(ع^٣ - ١)^٣ \times ٣ع^٢ \times \frac{-١}{س^٢}$

$= ٤(\frac{١}{س^٣} - ١)^٣ \times ٣ \times \frac{-١}{س^٢}$

$= \frac{-١٢(\frac{١}{س^٣} - ١)^٣}{س^٢}$

(٧) $ص = \sqrt{٤ع + ١} ، ع = \sqrt{س + ١}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= \frac{١}{\sqrt{٤ع + ١}} \times \frac{١}{\sqrt{س + ١}}$

$= \frac{١}{\sqrt{٤\sqrt{س + ١} + ١}} \times \frac{١}{\sqrt{س + ١}}$

(٨) $ص = هـ^{ع} ، ع = ٥س + ١$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= هـ^{ع} \times ٥$

$= ٥هـ^{٥س + ١}$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٢٩) $ص = لو_{هـ}(ع^{٤}+٣)$ ، $ع = هـ^{س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= \frac{٤ع^{٣}}{ع^{٤}+٣} \times هـ^{س}$

$= \frac{٤(هـ^{س})^{٣}}{(هـ^{س})^{٤}+٣} \times هـ^{س}$

(٣٠) $ص = \frac{٥}{ع+١}$ ، $ع = ٧ - س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= \frac{-٥}{(ع+١)^{٢}} \times \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

$= \frac{-٥}{٢\sqrt{س}(ع+١)^{٢}}$

(٣١) $ص = لو_{هـ}\sqrt{٢س+٦}$

$ص' = \frac{\frac{١}{٢\sqrt{٢س+٦}}}{\sqrt{٢س+٦}}$ ضرب

$= \frac{١}{(٢س+٦)٢}$

(٣٢) $ص = هـ^{\sqrt{س+١}} - ٤هـ^{س}$ ضرب

$ص' = \frac{١}{٢\sqrt{س+١}} هـ^{\sqrt{س+١}} - (٤هـ^{س} + هـ^{س} \times ٤)$

(٣٣) $ص = ٥ + لو_{هـ} ع$ ، $ع = س^{٤}+١$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (\frac{١}{ع} + ٤ع^{٣}) \times ٤س^{٣}$

$= ٥(س^{٤}+١)^{٣} + \frac{١}{س^{٤}+١} \times ٤س^{٣}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الرابع

(١) $د(س) = س^{٢} - ٣ - \frac{٤س}{هـ(س)}$

$د'(س) = ٢س - \left(\frac{(هـ(س) \times ٤ - ٤س \times هـ'(س))}{(هـ(س))^{٢}}\right)$

$د'(٢) = ٢ \times ٢ - \left(\frac{(هـ(٢) \times ٤ - ٤ \times ٢ \times هـ'(٢))}{(هـ(٢))^{٢}}\right)$

$= ٤ - \left(\frac{٣ \times ٤ - ٤ \times ٦}{٣^{٢}}\right)$

$= ٤ - \left(\frac{١٢ - ٢٤}{٩}\right) = ٤ - \left(\frac{-١٢}{٩}\right)$

$= ٤ + ٢ = ٦$

(٢) $د(س) = ٤س - \left(\frac{هـ(س) \times هـ'(س) - ٥ \times هـ'(س)}{(هـ(س))^{٢}}\right)$

$د'(١٠) = ٤ \times ١٠ - \left(\frac{هـ(١٠) \times هـ'(١٠) - ٥ \times هـ'(١٠)}{(هـ(١٠))^{٢}}\right)$

$= صفر - \left(\frac{٥ \times ١ - ٥ \times ٠}{٥^{٢}}\right)$

$= ٠ - \left(\frac{٥}{٢٥}\right) = \frac{-٥}{٢٥} = \frac{-١}{٥}$

(٣)

(١) $ا ك + هـ(١) = ٢ + د'(١)$

$= ٢ + ٠ = ٢$

(٢) $(لو د(س))'(١)$

$= \frac{د'(١)}{د(١)} = \frac{-٣}{٣} = -١$

(٣) $(٥ د(س))'(١) = د'(١) \times ٥$

$= -٣ \times ٥$

(٤) $\left(\frac{٧ د(س) + ١}{ج د(س) + ١}\right)'(١) = \frac{د'(١)}{ج د(١) + ١}$

$= \frac{-٣}{ج \times ٢ + ١} = \frac{-٣}{٤ ج + ١}$

(٥) $(د \times هـ)'(١)$

$= د'(١) \times هـ(١) + هـ'(١) \times د(١)$

$= -٣ \times ٢ + ٤ \times ٢$

$= -٦ + ٦ = ٠$

(٦) $(د + هـ)'(١) = د'(١) + هـ'(١)$

$= -٣ + ٤ = ١$

(٧) $\left(\frac{هـ}{س^{٢}}\right)'(١) = \frac{٤ هـ' - هـ \times ٢س}{(س^{٢})^{٢}}$

$= \frac{٤ \times ٢ - ١ \times ٢}{١} = \frac{٨ - ٢}{١} = ٦$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٨) $\frac{ع}{ع س}\left(\sum_{س=١}^{١} (هـ(س))^{٢}\right) =$

$٢ هـ(س) \times هـ'(س)$

$هـ(١) \times هـ'(١) = ٣ \times ٣ \times ٢ -$

$= -١٨$

(٩) $\left(\frac{٣}{و}\right)'(١) = \frac{-٣ \times هـ'(١)}{(هـ(١))^{٤}}$

$= \frac{-٣ \times -٢}{٢^{٤}} = \frac{٦}{١٦}$

(١٠) $(٧ هـ \times هـ)'(١)$

$= \frac{هـ(١) \times هـ'(١) + هـ'(١) \times هـ(١)}{٢ \cup هـ(١) \times هـ'(١)}$

$= \frac{٣ \times ٢ - ٣ \times ٢}{٢ \times ٣ \cup ٢}$

$= \frac{-٦ - ٦}{٦ \cup ٢} = \frac{-١٢}{٦ \cup ٢}$

$= \frac{-٢}{٦ \cup}$

السؤال الثاني

(١) $هـ(س) = ٢ س^{٤} + ٨ س$

$هـ'(س) = ٨ س^{٣} + ٨$

$هـ'(٢) = ٨ \times ٨ + ٨ = ٧٠$

$٧٠ = ٣٢ + ٨ أ$

$٧٠ = ٣٢ + ٨ أ \Leftarrow ٤ أ = ٣٨$

$-٣٢ \quad -٣٢$

$٨ أ = ٣٨$

$أ = ١$

(٢) $هـ(س) = لو(٣ س^{٤} - ٦ س)$

$هـ'(س) = \frac{١٢ س^{٣} - ٦}{٣ س^{٤} - ٦ س}$

$هـ'(١) = \frac{١٢ - ٦}{٣ - ٦} = -٢$

ضد بتبادل

$\frac{١٢ - ٦}{٣ - ٦} = \frac{ب - ٦}{١ - ٣}$

$١٨ - ٣ ب = ٦ - ٦ ب$

$٣ ب = ١٢ \Leftarrow ب = ٤$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٣) $ق(س) = ٩س^{٢} + ٥س - ٣$

$ق'(س) = ٩س^{٢} + ٥$

$ق'(-٢) = ٩ \times ٤ + ٥ = ٣٦ + ٥ = ٤١$

$٤١ = ٩ب + ٥$ ، $٣٦ = ٩ب$ ، $ب = ٤$

$ق'(س) = ٩س^{٢} + ٥$

$ق''(س) = ١٨س$

$ق''(-٢) = ١٨ \times -٢ = -٣٦$

$ق''(س) = -\frac{٢}{(س+١)^{٣}}$

$ق''(س) = -٢(س+١)^{-٣}$

$ق'(س) = -\frac{١}{٢}(س+١)^{-٢} + ج$

$ق'(-٢) = -\frac{١}{٢} + ج = ٤$

$ج = ٤ + \frac{١}{٢} = \frac{٩}{٢}$

$ق'(س) = -\frac{١}{٢(س+١)^{٢}} + \frac{٩}{٢}$

$ق(س) = -\frac{١}{٢}(س+١)^{-١} + \frac{٩}{٢}س + ج$

$ق(-٢) = -\frac{١}{٢} - ٩ + ج = ٣$

$ج = ٣ + ٩ + \frac{١}{٢} = ١٢ + \frac{١}{٢} = \frac{٢٥}{٢}$

$ق(س) = -\frac{١}{٢(س+١)} + \frac{٩}{٢}س + \frac{٢٥}{٢}$

السؤال التاسع

(١) $ص = ٧س$

$ص' = \frac{١}{٢\sqrt{س}} = \frac{١}{٢}س^{-\frac{١}{٢}}$

$ص'' = \frac{١}{٢} \times -\frac{١}{٢}س^{-\frac{٣}{٢}}$

$= -\frac{١}{٤}س^{-\frac{٣}{٢}}$

(٢) $ق(س) = \frac{س+٢}{س+١}$

$ق'(س) = \frac{(س+١) \times ١ - (س+٢) \times ١}{(س+١)^{٢}}$

$= \frac{س+١-س-٢}{(س+١)^{٢}} = \frac{-١}{(س+١)^{٢}}$

(٣) $ص = (س^{٢} - ٥س + ١)^{٣}$ ، $س = ٠$

$ص' = ٣(س^{٢} - ٥س + ١)^{٢} \times (٢س - ٥)$

$ص'' = ٣(س^{٢} - ٥س + ١)^{٢} \times ٢ + (٢س - ٥) \times ٦(س^{٢} - ٥س + ١) \times (٢س - ٥)$

$ص''|_{س=٠} = ٣(٠ - ٠ + ١)^{٢} \times ٢ + (٠ - ٥) \times ٦(٠ - ٠ + ١) \times (٠ - ٥)$

$= ٦ + ١٥٠ = ١٥٦$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

④ $ق(س) = س^{٣} \text{جا} س$

$ق'(س) = س^{٣} \times \text{جتا} س + \text{جا} س \times ٣س^{٢}$

---

⑤ $ق(س) = \frac{\text{لو}_{هـ}(س^{٢} - ٥س)}{س^{٣} - ٥س}$

$ق'(س) = \frac{\frac{٢س - ٥}{س^{٢} - ٥س} \times (س^{٣} - ٥س) - \text{لو}_{هـ}(س^{٢} - ٥س) \times (٣س^{٢} - ٥)}{(س^{٣} - ٥س)^{٢}}$

---

⑥ $ص = \text{جتا}(٤س + ٨) + هـ^{٥س + ٨}$

$\frac{دص}{دس} = -\text{جا}(٤س + ٨) \times ٤ + ٥ هـ^{٥س + ٨} \times ٥$

---

⑦ $ق(س) = هـ^{٤س + ١} + \frac{٣}{س}$

$ق'(س) = ٨ س هـ^{٤س + ١} - \frac{٣}{س^{٢}}$

---

⑧ $ص = \frac{١}{\sqrt{٥ + ٢س}}$

$ص' = \frac{-١}{(٥ + ٢س)^{\frac{٣}{٢}}}$

⑨ $ص = \frac{هـ^{س} + ١}{هـ^{س} - ١}$

$ص' = \frac{هـ^{س}(هـ^{س} - ١) - (هـ^{س} + ١) هـ^{س}}{(هـ^{س} - ١)^{٢}}$

$= \frac{هـ^{٢س} - هـ^{س} - هـ^{٢س} - هـ^{س}}{(هـ^{س} - ١)^{٢}}$

$= \frac{-٢هـ^{س}}{(هـ^{س} - ١)^{٢}}$

---

⑩ $ص = (٢ + \frac{١}{س})^{٣}$

$ص' = ٣(٢ + \frac{١}{س})^{٢} \times \frac{-١}{س^{٢}}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الهامش

(ب) $ق(س) = أ س^{٣} - ٣ س^{٢} + ٥ س + ٨$

$ق'(س) = ٣ أ س^{٢} - ٦ س + ٥$

$ق''(س) = ٦ أ س - ٦$

$ق''(١) = ٦ أ - ٦ = ٠$

$٦ أ = ٦$

$أ = \frac{٦}{٦} = ١$ ⟸ $٦ أ = ٦$

(ج) $ق(س) = أ س^{٢} + ٤ س + ٤$

$ق'(س) = ٢ أ س + ٤$

$ق'(١) = ٢ أ + ٤ = ٤$

$٢ أ + ٤ = ٤$ ... (١)

$ق''(س) = ٢ أ$

$ق''(١) = ٢ أ = ٦$ ⟸ $أ = \frac{٦}{٢} = ٣$

بالتعويض في (١)

$٤ = ٤ + ٢ ب$ ⟸ $٤ = ٤ + ٣ \times ٢ ب$

$ب = \frac{-٨}{٢} = -٤$

(د) $ص = ٤ س^{٣} + ١$ ، $ع = ٢ س^{٢} + ب س - ٢$

$\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$(ب + ٤ س \times ٢) = ٩ - ٤ س$

$٩ - ٤ س = ب + ٤ س$

$ب = ٩ - ٤ س - ٤ س$

$ب = ٩ - ٨ س$

$١٢ = ٦ أ$

$أ = \frac{١٢}{٦} = ٢$

$ب = ٩ - ٨ س$

(هـ) $ق(س) = أ س^{٣}$

$ق'(س) = ٣ أ س^{٢}$

$ق''(س) = ٦ أ س$

$ق''(٢) = ٦ أ \times ٢ = ١٢ أ$

$١٢ أ = ٨$

$أ = \frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الاول عشر

(١) الميل = $\frac{-٦س}{\sqrt{٣س^{٢}+٤}}$

$= \frac{-٦}{\sqrt{٣(-١)^{٢}+٤}}$

$= \frac{-٦}{\sqrt{٧}}$

معادلة المماس

عند $س_{١} = -١$ ، $ص_{١} = \frac{-٦}{\sqrt{٧}}$

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص + \frac{٦}{\sqrt{٧}} = \frac{-٦}{\sqrt{٧}}(س + ١)$

(٢) $ص_{١} = ٢$

$م = \frac{١}{٤}$

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص - ٢ = \frac{١}{٤}(س - ٠)$

(٣) $م = \frac{١}{٧}$

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص - ٥ = ٧(س - ١)$

(٤) الميل

$م = ٢هـ^{٢س+٣}$

$م(٠) = ٢هـ^{٣} = ٢ \times ١ \times ٤ = ٨$

$ص_{١} = ٤ + ٢هـ^{٣} = ٤ + ٤ \times ١ = ٨$

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص - ٨ = ٨(س - ٠)$

(٥) $م = \frac{١}{٣}(٢\sqrt{س} + ٢)^{-\frac{٢}{٣}} \times \frac{١}{\sqrt{س}}$

$= \frac{١}{\sqrt{س}\sqrt[٣]{(٢\sqrt{س}+٢)^{٢}}}$

$م(٤) = \frac{١}{٤\sqrt[٣]{(٤+٤)^{٢}}}$

$= \frac{١}{٤\sqrt[٣]{٨^{٢}}} = \frac{١}{٤ \times ٤} = \frac{١}{١٦}$

$ص_{١} = ٢\sqrt{٤} + ٤ = ٨$

$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$

$ص - ٨ = \frac{١}{١٦}(س - ٤)$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٥)

$ق'(س) = ٣(س^٤ - ٤س)^٢ \times (٤س^٣ - ٤)$

الميل $= ق'(١) = ٣(١ - ٤)^٢ \times (٤ - ٤)$

$= ٣(-٣)^٢ \times ٠ = ٠$

$ص_١ = (١^٤ - ٤)^٢ = (-٣)^٢ = ٩$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٩ = ٠(س - ١)$

$ص - ٩ = ٠$

(٦)

الميل $= \frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{س}$

$= ٤ \times ١$

عندما $س = ١ \Leftarrow ع = س + ١$

$= ١ + ١ = ٢$

$\frac{ص}{ع} = ٤ ع$

$\frac{ص}{س} = ٤ \times ٢ = ٨$

$ص_١ = ٢(٢)^٤ + ١ = ٩$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٩ = ٨(س - ١)$

(٧)

$ق'(س) = \frac{٣ \times ٢س}{(٣ - س^٢)}$

$ق'(٢) = \frac{-٦ \times ٢}{٣ - ٤} = \frac{-١٢}{١} = -١٢$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٣ = -١٢(س - ٢)$

(٨)

ميل المماس $= ق'(س_١)$

$ص' = ٣(٤ - س)^٢ \times -١$

$= \frac{-٣(٤ - س)^٢}{-٢} = \frac{٣}{٢}$

$(٤ - س)^٢ = ١$ بأخذ الجذر للطرفين

$٤ - س = \pm ١$

$٤ - س = ١$ أو $٤ - س = -١$

$-س = -٣$ $-س = -٥$

$س = ٣$ $س = ٥$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

السؤال الثاني عشر

(أ) $ق(ن) = ن^3 - ٤ن^2 + ١٢$

$ع(ن) = ق'(ن) = ٣ن^2 - ٨ن$

$ت(ن) = ع'(ن) = ٦ن - ٨$

$ت(ن) = ٤$

$٦ن - ٨ = ٤$

$٦ن = ١٢$

$ن = ٢$

نعوض في ع

$ع(٢) = ٣(٢)^2 - ٨(٢) = ١٢ - ١٦$

$= -٤$

(ب) $ع(ن) = ق'(ن) = ٩ن^2 + ٨ن - ٥$

$ع(٢) = ٩(٢)^2 + ٨(٢) - ٥$

$= ٣٦ + ١٦ - ٥$

السرعة $= ٤٧$

$ع'(ن) = ت(ن) = ١٨ن - ٨$

$ق(٢) = ١٨(٢) - ٨ = ٣٦ - ٨$

$= ٢٨$

(ج) $ع(ن) = ٣ن^2 - ٦ن$

تنعدم سرعته $= ٠$

$٣ن^2 - ٦ن = ٠$

$٣ن(ن - ٢) = ٠$

$ن = ٠$ مرفوضة $\quad ن - ٢ = ٠$

$ن = ٢$

نعوض في ت

$ت(ن) = ع'(ن) = ٦ن - ٦$

$ت(٢) = ٦(٢) - ٦$

$= ٦$

(د) $ع(ن) = ق'(ن) = ٣ن^2 - ١٨ن + ٣٥$

$ت(ن) = ٦ن - ١٨$

تنعدم تسارعه $ت(ن) = ٠$

$٦ن - ١٨ = ٠ \Leftarrow ٦ن = ١٨$

$ن = ٣$

نعوض في ع

$ع(٣) = ٣(٣)^2 - ١٨(٣) + ٣٥$

$= ٢٧ - ٥٤ + ٣٥$

$= ٨$

الحلول النموذجية ورقة عمل التفاضل

(٨)

$ق(ن) = \frac{1}{3} \times 3 \times ن^2 - 6ن$

$ق(ن) = ن^2 - 6ن$

السرعة $= 7$

$ن^2 - 6ن = 7$

$\Leftarrow ن^2 - 6ن - 7 = 0$

$(ن - 7)(ن + 1) = 0$

$ن = 7$ $\quad$ $ن = -1$ مرفوض لانه زمن سالب

$ت(ن) = 2ن - 6$

$ت(7) = 2 \times 7 - 6 = 14 - 6$

$= 8$

---

(٩)

$ع(ن) = 6ن - ن^2$

تنعدم السرعة

$6ن - 2ن = 0$

$4ن = 0$

$ن = 1.5$ ثانية

$ق(1) = 3(1)^2 - 6(1) + 5$

$= 3 - 6 + 5 = 2$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي