الملاذ في مهارات الرياضيات

07722 للفرع الادبي 59503 وحدة التكامل

الفرع الادبي / وحدة التكامل

شرح درس التكامل غير المحدود

الاستاذ حمزة ابو الفول

الملاذ في مهارات الرياضيات

شرح وحدة التكامل

الفرع الادبـــي
المستوى الرابع

التكامل غير المحدود

٢٠١٦

0772259503

التكامل غير المحدود

NEW

الاستاذ حمزة ابو الفول

الأستاذ: حمزة أبو الفول
هاتف 0772259503

الملاذ في مهارات الرياضيات
الصف الثاني الثانوي / المستوى الرابع
شرح وحدة التكامل وتطبيقاته
(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي) رقم ( )

قواعد التكامل غير المحدود

الأفكار

١ القواعد

٢ الخواص .

٣ تطبيقات فيزيائية

٤ امثلة متنوعة

١ القواعد

① $\int p \, dx = px + c$ ، p ثابت

② $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
حيث $n \neq -1$

③ $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + c$

④ $\int e^x \, dx = e^x + c$.

⑤ $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$

⑥ $\int \cos x \, dx = \sin x + c$

⑦ $\int \sec^2 x \, dx = \tan x + c$

مثال جد كلاً من التكاملات الآتية

① $\int 7 \, dx = 7x + c$

② $\int dx = x + c$

③ $\int e^x \, dx = e^x + c$

④ $\int e^x \, dx = e^x + c$

⑤ $\int \frac{1}{2} \, dx = \frac{1}{2}x + c$

hamzehaboalfoul@yahoo.com

الأستاذ: حمزة أبو الفول
هاتف 0772259503
رقم ( )

تواحدا التكامل غير المحدود

مثال جد كلاً من التكاملات التالية

① $\int$ ظا س دس = $\int$ $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ دس = $-$ لو$_{\text{هـ}}$ |جتا س| + د

② $\int$ تا^2 س دس = ظا س + د

③ $\int \frac{1}{\text{س}}$ دس = لو$_{\text{هـ}}$ |س| + د

④ $\int$ س$^{-1}$ دس = $\int \frac{1}{\text{س}}$ دس

= لو$_{\text{هـ}}$ |س| + د.

٣ الخواص

① $\int$ ك . ه(س) دس = ك $\int$ ه(س) دس

حيث ك ثابت

② $\int$ (ه(س) ± هـ(س)) دس

= $\int$ ه(س) دس ± $\int$ هـ(س) دس

مثال جد كلاً من التكاملات التالية

① $\int$ ٣ س^2 دس = ٣ $\int$ س^2 دس

= ٣ $\times \frac{\text{س}^3}{3}$ + د

= س^3 + د.

② $\int$ ٢ س^5 دس = ٢ $\int$ س^5 دس

= ٢ $\times \frac{\text{س}^6}{6}$ + د

= $\frac{\text{س}^6}{3}$ + د.

③ $\int$ ٥ ظا س دس

= ٥ $\int$ ظا س دس

= ٥ $\times$ لو$_{\text{هـ}}$ |جتا س| + د

= $-$ ٥ لو$_{\text{هـ}}$ |جتا س| + د.

④ $\int$ ٧ تا^2 س دس = ٧ $\int$ تا^2 س دس

= ٧ ظا س + د

= ٧ ظا س + د.

hamzehaboalfoul@yahoo.com

قواعد التكامل غير المحدود

مثال جد كلاً من التكاملات التالية

① $\int (6س^5 + 3س - \frac{1}{س}) دس$

$= 6 \times \frac{س^6}{6} + 3 \times \frac{س^4}{4} - لو_{هـ}|س| + د$

$= س^6 + \frac{3}{4} س^4 - لو_{هـ}|س| + د$

② $\int (3 جتا س + 4 جا س + 1) دس$

$= 3 \times جا س + 4 \times -جتا س + س + د$

$= 3 جا س - 4 جتا س + س + د$

③ $\int (5 هـ^س + 8س + 6 تا^2 س) دس$

$= 5 هـ^س + 8 \frac{س^2}{2} + 6 ظا س + د$

$= 5 هـ^س + 4 س^2 + 6 ظا س + د$

④ $\int \sqrt{س} \, دس = \int س^{\frac{1}{2}} دس$

$= \frac{س^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + د$

$= \frac{س^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + د = \frac{2}{3} س^{\frac{3}{2}} + د$

⑤ $\int (\sqrt{س^3} + 5 هـ^س - س) دس$

نجهز للتكامل

$= \int (س^{\frac{3}{2}} + 5 هـ^س - س) دس$

$= \frac{2}{5} س^{\frac{5}{2}} + 5 هـ^س - \frac{س^2}{2} + د$

⑥ $\int (5 جا س - 2 س) دس$

$= 5 \times -جتا س - \frac{س^2}{2} + د$

$= -5 جتا س - \frac{س^2}{2} + د$

⑦ $\int (2 س^{-1} + \sqrt{س}) دس$

نجهز للتكامل

$= \int (2 \times \frac{1}{س} + س^{\frac{1}{2}}) دس$

$= 2 \times لو_{هـ}|س| + \frac{2}{3} س^{\frac{3}{2}} + د$

hamzehaboalfoul@yahoo.com

٣ تطبيقات فيزيائية

* بما أن التكامل عملية عكسية للتفاضل فإن

① $\text{مـ}(س) = \int \text{مـ}'(س)\, د س$

② المسافة $= \int$ السرعة

$ف(ن) = \int ع(ن)\, د ن$.

③ السرعة $= \int$ التسارع .

$ع(ن) = \int ت(ن)\, د ن$.

مثال اذا كان مـ اقتران وكان $\text{مـ}'(س) = ٣س^{٢} - ٢س$ جد قاعدة الاقتران مـ(س) علماً بأن $\text{مـ}(-١) = -٤$

الحل

$\text{مـ}(س) = \int (٣س^{٢} - ٢س)\, د س$

$= س^{٣} - س^{٢} + ح$

بما أن $\text{مـ}(-١) = -٤$

$-١ - ١ + ح = -٤$

$ح = -٢$

إذن $\text{مـ}(س) = س^{٣} - س^{٢} - ٢$

مثال اذا كان مـ اقتران اقتراناته وكانت $\text{مـ}'(س) = ٤س^{٣} + ١٠س$ جد قاعدة الاقتران مـ(س) اذا علمت أن $\text{مـ}(٠) = ٣$

الحل $\text{مـ}(س) = \int (٤س^{٣} + ١٠س)\, د س$

$= \frac{٤س^{٤}}{٤} + \frac{١٠س^{٢}}{٢} + ح$

$= س^{٤} + ٥س^{٢} + ح$

بما أن $\text{مـ}(٠) = ٣$

$٣ = ح + ٥(٠)^{٢} + (٠)^{٤}$

$ح = ٣$

إذن $\text{مـ}(س) = س^{٤} + ٥س^{٢} + ٣$

مثال جد قاعدة الاقتران مـ(س) اذا علم أن $\text{مـ}'(س) = س$ ، $\text{مـ}(٢) = ٣$.

الحل $\text{مـ}(س) = \int س\, د س$

$= \frac{س^{٢}}{٢} + ح$

بما أن $\text{مـ}(٢) = ٣$

$\frac{٢^{٢}}{٢} + ح = ٣$

$٢ + ح = ٣ \Leftarrow ح = ١$

$\therefore \text{مـ}(س) = \frac{س^{٢}}{٢} + ١$

hamzehaboalfoul@yahoo.com

الأستاذ: حمزة أبو الفول
هاتف 0772259503

رقم ( )

(٣)

مثال يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانية تعطى بالعلاقة ع(ن) = ٢ن + ١ ، جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور (٣) ثواني من بدء الحركة علماً أن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٥ .

الحل

$$ف(ن) = \int ع(ن)\, د ن$$

$$= \int (٢ن + ١)\, د ن$$

$$= ن^٢ + ن + ٥$$

لكن ف(٠) = ٥

$$٠^٢ + ٠ + ٥ = ٥$$

$$٥ = ٥$$

إذن

$$ف(ن) = ن^٢ + ن + ٥$$

$$ف(٣) = ٣^٢ + ٣ + ٥$$

$$= ١٧$$

ملاحظة

الميل = المشتقة

مثال إذا كان ميل المماس لمنحنى ص = د(س) عند (س، ص) يساوي (٢ - ٢س) ، جد قاعدة الاقتران ص = د(س) علماً بأن منحنى ص = د(س) يمر بالنقطة (١، ٤)

الحل

الميل = المشتقة

$$ص = د(س) = \int (٢ - ٢س)\, د س$$

$$ص = د(س) = ٢س - س^٢ + ح$$

لكن د(١) = ٤

$$٤ = ٢(١) - (١)^٢ + ح$$

$$٤ = ١ + ح$$

$$ح = ٣$$

$$\therefore د(س) = ٢س - س^٢ + ٣$$

(٣)

مثال يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت مقداره $ت(ن) = ٨$ م/ث^{٢} فإذا كانت سرعة الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علمًا بأن السرعة الابتدائية للجسيم هي $ع(٠) = ١٠$ م/ث.

الحل

$$ع(ن) = \int ت(ن)\, د ن$$

$$= \int ٨\, د ن$$

$$= ٨ن + ج$$

لكن $ع(٠) = ١٠$

$$١٠ = ٨ \times ٠ + ج$$

$$ج = ١٠$$

$$\therefore ع(ن) = ٨ن + ١٠$$

$$ع(٢) = ٨ \times ٢ + ١٠$$

$$= ١٦ + ١٠$$

$$= ٢٦ \text{ م/ث}$$

مثال إذا كانت تسارع جسيم بعد مرور $ن$ من الثواني يعطى بالعلاقة $ت(ن) = (٥ن)$ م/ث^{٢} فجد السرعة التي يقطعها الجسيم بعد مرور $(ن)$ ثانية من بدء الحركة علمًا بأن السرعة الابتدائية للجسيم $ع(٠) = ٢$ م/ث

الحل

$$ع(ن) = \int ت(ن)\, د ن$$

$$= \int (٥ن)\, د ن$$

$$= \frac{٥ن^{٢}}{٢} + ج$$

لكن $ع(٠) = ٢$

$$٢ = \frac{٥(٠)^{٢}}{٢} + ج$$

$$ج = ٢$$

إذن

$$ع(ن) = \frac{٥ن^{٢}}{٢} + ٢$$

الملاذ في مهارات الرياضيات
الصف الثاني الثانوي / المستوى الرابع
شرح وحدة التكامل وتطبيقاته
(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)
الأستاذ: حمزة أبو الفول
هاتف 0772259503
رقم ( )

٤ أمثلة متنوعة

تذكير :- اذا كان $\int f(x)\,dx = x^3 + 5$

فإن $f(x) = 3x^2$

لاحظ أن $\int 3x^2\,dx = x^3 + c$

$\Leftarrow$ مشتقة $(\int\ ,\ x\ ,\ dx) = 3x^2$

قاعدة :- اذا كان

$\int f(x)\,dx = h(x) + c$

فإن $f(x) = h'(x)$.

مثال اذا كان

$\int f(x)\,dx = x^2 + c$ جد $f(x)$

الحل $f(x) = 2x$.

مثال اذا كان

$\int f(x)\,dx = (ax^2 + bx + c)\,dx$

جد $f(x)$

الحل $f(x) = 2ax + b$

مثال اذا كان

$\int f(x)\,dx = (x^3 - x^2 + 5)\,dx$

جد $f(1)$

الحل $f(x) = x^3 - x^2 + 5$

$f(1) = 1^3 - 1^2 + 5$

$= 1 - 1 + 5$

$= 5$

مثال :- اذا كان

$\int f(x)\,dx = (x^2 - 2)\,dx$

جد $f(2)$.

الحل

$f(x) = x^2 - 2$

$f(2) = 2^2 - 2$

$= 4 - 2$

$= 2$

الملاذ في مهارات الرياضيات

الصف الثاني الثانوي / المستوى الرابع

شرح وحدة التكامل وتطبيقاته

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

الأستاذ: حمزة أبو الفول
هاتف 0772259503

رقم ( )

(٤)

مثال : جد كل من التكاملات التالية

① $\int \frac{٥}{\sqrt[٣]{س}}\, د س$

$= \int ٥ س^{-\frac{١}{٣}}\, د س$

$= ٥ \times \frac{س^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣}} + ط$

$= \frac{١٥}{٢} س^{\frac{٢}{٣}} + ط$

② $\int \sqrt[٥]{س^{٢}}\, د س$

$= \int س^{\frac{٢}{٥}}\, د س$

$= \frac{س^{\frac{٧}{٥}}}{\frac{٧}{٥}} + ط$

$= \frac{٥}{٧} س^{\frac{٧}{٥}} + ط$

③ $\int \frac{س^{٣}}{٤}\, د س$

$= \int \frac{١}{٤} س^{٣}\, د س$

$= \frac{١}{٤} \times \frac{س^{٤}}{٤} + ط$

$= \frac{س^{٤}}{١٦} + ط$

④ $\int \frac{س^{٣} - ١}{\sqrt{س}}\, د س$

$= \int \left(\frac{س^{٣}}{\sqrt{س}} - \frac{١}{\sqrt{س}} \right) د س$

$= \int \left(س^{\frac{٥}{٢}} - س^{-\frac{١}{٢}} \right) د س$

$= \frac{س^{\frac{٧}{٢}}}{\frac{٧}{٢}} - ٢ \times س^{\frac{١}{٢}} + ط$

$= \frac{٢}{٧} س^{\frac{٧}{٢}} - ٢ س^{\frac{١}{٢}} + ط$

⑤ $\int (٥ هـ^{س} - \frac{٣}{س})\, د س$

$= ٥ هـ^{س} - ٣ \times$ لو$_{هـ}$ $|س| + ط$

⑥ $\int ظا س$ ضا^{٢} س $د س$

$= \int \frac{جا س}{جتا س} \times$ ضا^{٢} س $د س$

$= \int$ ضا س $د س$

$=$ ظا س $+ ط$

hamzehaboalfoul@yahoo.com

الأستاذ: حمزة أبو الفول
٠٧٧٢٢٥٩٥٠٣

الملاذ في مهارات الرياضيات
الصف الثاني الثانوي
التوجيهي
كورسات الملاذ في مهارات الرياضيات

جميع الفروع

كورسات الملاذ في الرياضيات للتوجيهي

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفرع العلمي

١) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة النهايات والاتصال
٢) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة التفاضل
٣) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة تطبيقات التفاضل
٤) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة التكامل
٥) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة القطوع المخروطية
٦) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول للمستوى الثالث
٧) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول للمستوى الرابع
٨) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة للمستوى الثالث
٩) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة للمستوى الرابع

لتحميل https://www.facebook.com/mathstawjehee الاجابات

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفروع المشتركة

(الأدبي ، الشرعي ، الإدارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

١) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / المستوى الثالث
٢) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / المستوى الرابع
٣) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول / للمستوى الثالث
٤) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول / للمستوى الرابع
٥) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة / للمستوى الثالث
٦) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة / للمستوى الرابع

لتحميل https://www.facebook.com/mathstawjehee الاجابات

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفرع الصناعي

١) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات اساسي
٢) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات اساسي / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول
٣) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات اساسي / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة

لتحميل https://www.facebook.com/mathstawjehee الاجابات

الملاذ في الرياضيات / ملخصات واسئلة متوقعة