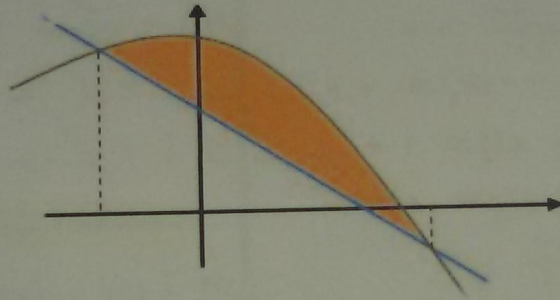


أوراق عمل في حساب التكامل

المستوى الرابع

فرع: "الإدارة المعلوماتية" و "الأدبي"



الأستاذ:

يزن القريوتي

0787244637

الأسئلة:-

جد التكاملات التالية :-

$$11 \int 2x^2 + 3x + 4 \, dx = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 4x + C$$

$$12 \int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^3} \, dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{2}x^{-1} + 4\ln|x| + C$$

$$13 \int \frac{1}{x^5} \, dx = -\frac{1}{4}x^{-4} + C$$

$$14 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$15 \int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C$$

$$16 \int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^3} \, dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{2}x^{-1} + 4\ln|x| + C$$

$$17 \int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^3} \, dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{2}x^{-1} + 4\ln|x| + C$$

$$18 \int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^3} \, dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{2}x^{-1} + 4\ln|x| + C$$

$$19 \int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^3} \, dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{2}x^{-1} + 4\ln|x| + C$$

$$20 \int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^3} \, dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{2}x^{-1} + 4\ln|x| + C$$

$$21 \int \frac{x^2 + 3x + 4}{x^3} \, dx = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{2}x^{-1} + 4\ln|x| + C$$

النسب المثلثية <

$$22 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$23 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$24 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

جذر السالب >

$$25 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$26 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$27 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$28 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$29 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$30 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

<< التكامل >>

التكامل غير محدود
محدود

إشارة التكامل

رموز التكامل
دالة التكامل

ثابت التكامل

<< قواعد التكامل >>

$$1 \int x^p \, dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C$$

$$2 \int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C$$

$$3 \int \frac{1}{x^2} \, dx = -\frac{1}{x} + C$$

$$4 \int \frac{1}{x^3} \, dx = -\frac{1}{2x^2} + C$$

$$5 \int \frac{1}{x^4} \, dx = -\frac{1}{3x^3} + C$$

$$6 \int \frac{1}{x^5} \, dx = -\frac{1}{4x^4} + C$$

$$7 \int \frac{1}{x^6} \, dx = -\frac{1}{5x^5} + C$$

طرق التكامل

نحتاج أحياناً إلى ترتيب لإيجاد التكامل:

1. تحويل الجذور إلى أسس كسرية

2. يجب التخلص من الضرب

3. التخلص من القسمة

4. استخدام المتطابقات

5. جتا = 1/قاس
ب. قاس = 1/جتا

ج. قاس = 1/جتا

تذکر

• يتوزع الكامل على $(+,-)$ فقط

$$1 + u_1 - \frac{u_1^2}{2} - \frac{u_1^3}{6} = u_1 - u_1^2 - \frac{u_1^3}{6} \quad | \cdot 12$$

$$\sqrt{5} = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \quad \text{جواب}$$

$$A + \frac{u}{r} \Gamma + u_1 A \cdot \Gamma = u_s (\frac{r}{u} \Gamma + u_1 \tilde{A} \cdot \Gamma) \quad (12)$$

• لا يتوزع الكاهل على $(\div, \times)$ (نظم من الأعداد)

$$u_5(1-u_5)(u_4+u_5) \} \text{ 170}$$

$$\Delta + u_1 r - \frac{r}{r_1} \frac{u_1}{r} = u_2 (r - u_1 r - \frac{r}{r_1} u_1) \quad \Delta =$$

$$\omega_s(\tau + \omega \tau) \omega 2 \lfloor \tau \rfloor$$

$$\Delta + \frac{\tau_{xy}\tau}{\tau} + \frac{\tau_{yx}\tau}{\tau} = \omega_s(\omega_r + \tau_{xy}\tau)2 =$$

$$u_5(u_7 + \frac{1}{u_5})^2 u_7 \mid 127$$

$$A + \frac{B}{x} + \frac{C}{x-1} = \frac{1}{x} (x + (x-1)) =$$

$$u_5(u-1)(u-2) \quad \underline{\underline{12A}}$$

$$\Delta + \frac{u_T}{\gamma} + \frac{u_S}{\gamma} - u_T = u_S (\gamma u_T + u_S - \gamma) =$$

$$u(1-u)(0+u) \quad \boxed{159}$$

$$p_{\text{ext}} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{p_2}{\gamma} - \frac{w}{\gamma} = w_s (a w_1 + w_2) =$$

$$u_3 (1 + u_3 + u_3^2) u_2 \mid 13.$$

$$\frac{A}{r} + \frac{r}{r} + \frac{w}{r} + \frac{z}{z} = w s (w + r w + w) =$$

$$\Delta + \frac{\sum v}{\sum} = \mu_s \mu_s \angle = \mu_s \frac{\sum}{\sum} \angle \quad | \text{ 131 } |$$

$$u \leq \frac{2}{u} \quad \text{or} \quad u^2 \geq 2$$

$$= \{ \sqrt{5}, \sqrt{5} + 4 \}$$

$$405 \ 407 + 2 \ 40 - 2 \ 40 + 2 \ 132$$

$$= \sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$$

$$45^\circ \rightarrow \sqrt{2} + 2 \rightarrow 11.2 \text{ [143]}$$

$$= 2\sqrt{2} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$$

$$459 + 49 - 100 + 72 = 170$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} =$$

$$y^5 - y^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{10}} + y - 1 \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$$

$$u_1 s^{\frac{1}{2}} u_1 v + \frac{1}{2} u_1 v - \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$$

١٣١ | م ٢ + م ٥ - م ١٢ م ٥

$$\Delta + \sqrt{p/r} - \frac{\sqrt{p\Delta}}{\sqrt{r}} + \frac{\sqrt{r\Delta}}{\sqrt{p}}$$

$$[1 + 2 + 3 + \dots + 100] \times 2 = 10100$$

$$18 + \frac{2 \times 3}{3} - \frac{2 \times 3}{2} + \frac{7 \times 1}{1} + 4$$

$$-85 = \frac{0}{-8} + \frac{2}{8} 15 - 3 \quad | \times 8$$

$$\frac{1}{\epsilon} + \frac{\frac{1}{\epsilon}}{\frac{1}{\epsilon}} + \frac{1}{1} - \frac{1}{\epsilon}$$

الحل: $u = x + y - z$

$$\Delta + u\delta + \frac{v}{\gamma} - \frac{\hat{u}\delta}{\hat{\gamma}} + \frac{''u\delta}{\hat{\gamma}}$$

$$[4] \quad 2 - 3n + n^2 - \frac{2}{5}n - \frac{1}{3}n$$

۱۴۳) $\frac{2}{7}x + 5 + 5x - \frac{3}{4}x$ م: ثابت

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{7}$$

إعداد: يزن القوي

$$155 \quad \left[\frac{u}{u^2} = u \right] = \frac{u}{u^2} = \frac{1}{u}$$

$$156 \quad \left[\frac{0}{u^2} + \frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right] \text{ «نرتب برفع المقام الى البسط»}$$

$$= \left[\frac{0}{u^2} + \frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right] = \frac{2}{u^2}$$

$$157 \quad \left[\frac{2}{u^2} - \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

الحل

$$158 \quad \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$\left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$159 \quad \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right] = \frac{3}{u^2}$$

$$160 \quad \left[\frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$161 \quad \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$162 \quad \left[\frac{2}{u^2} - \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

$$163 \quad \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

«نوزع البسط على المقام»

$$\left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$164 \quad \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} + \frac{1}{u^2} = \frac{3}{u^2} \right]$$

مستنتجة

$$165 \quad \left[\frac{1}{u^2} = \frac{1}{u^2} \right]$$

$$166 \quad \left[\frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

تحويل الجذور الى أسس كسرية

$$167 \quad \left[\frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

$$= \left[\frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

$$168 \quad \left[\frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

$$169 \quad \left[\frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

$$170 \quad \left[\frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

$$171 \quad \left[\frac{2}{u^2} = \frac{2}{u^2} \right]$$

سؤال: جد التكاملات التالية

11 $\int \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 2x^2} dx$ تبسيط

$\int \frac{x^2 - 2x}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{x(x-2)}{x^2(x-2)} dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

12 $\int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2(x-2)} dx = \int \left(\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-2} \right) dx$

13 $\int \frac{x^3 - 2x^2 + 5x + 6}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{x^3 - 2x^2 + 5x + 6}{x^2(x-2)} dx = \int \left(\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-2} \right) dx$

14 $\int \frac{7}{x^2 + 5x + 6} dx = \int \frac{7}{(x+2)(x+3)} dx$

15 $\int \frac{1}{x^3 + 5x^2 + 6x} dx = \int \frac{1}{x(x+2)(x+3)} dx$

16 $\int \frac{0}{x^2 - 2x - 15} dx = \int \frac{0}{(x-5)(x+3)} dx$

17 $\int \frac{1 + 5x}{x^2} dx = \int \frac{1}{x^2} + \frac{5x}{x^2} dx = \int \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x} dx$

18 $\int \frac{4 + 5x}{x^2} dx = \int \frac{4}{x^2} + \frac{5x}{x^2} dx = \int \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x} dx$

19 $\int \frac{3x^2 - 8x + 1}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{3x^2 - 8x + 1}{x^2(x-2)} dx$

20 $\int \frac{3x^2}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{3x^2}{x^2(x-2)} dx = \int \frac{3}{x-2} dx = 3 \ln|x-2| + C$

11 $\int \frac{x^2}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{x^2}{x^2(x-2)} dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \ln|x-2| + C$

12 $\int \frac{x^3}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{x^3}{x^2(x-2)} dx = \int \frac{x}{x-2} dx = \int \left(1 + \frac{2}{x-2} \right) dx = x + 2 \ln|x-2| + C$

13 $\int \frac{x^2}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{x^2}{x^2(x-2)} dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \ln|x-2| + C$

14 $\int \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx = \int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} \right) dx$

15 $\int \frac{1}{x^3 + 5x^2 + 6x} dx = \int \frac{1}{x(x+2)(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x+3} \right) dx$

16 $\int \frac{0}{x^2 - 2x - 15} dx = \int \frac{0}{(x-5)(x+3)} dx = 0$

17 $\int \frac{1 + 5x}{x^2} dx = \int \frac{1}{x^2} + \frac{5x}{x^2} dx = \int \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x} dx = -\frac{1}{x} + 5 \ln|x| + C$

18 $\int \frac{4 + 5x}{x^2} dx = \int \frac{4}{x^2} + \frac{5x}{x^2} dx = \int \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x} dx = -\frac{4}{x} + 5 \ln|x| + C$

19 $\int \frac{3x^2 - 8x + 1}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{3x^2 - 8x + 1}{x^2(x-2)} dx = \int \left(\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-2} \right) dx$

20 $\int \frac{3x^2}{x^3 - 2x^2} dx = \int \frac{3x^2}{x^2(x-2)} dx = \int \frac{3}{x-2} dx = 3 \ln|x-2| + C$

21 $\int \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx = \int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} \right) dx$

22 $\int \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx = \int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} \right) dx$

23 $\int \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx = \int \frac{1}{(x+2)(x+3)} dx = \int \left(\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3} \right) dx$

ه: يمثل عدد وليس إقتران أسي

أعداد: نزن القوي

$$114 \quad \{ (جاس \times جاس) \text{ وس} \}$$

$$= \{ جاس \times جاس \text{ وس} = جاس \text{ وس} - جاس \}$$

$$\{ جاس = جاس \} \rightarrow \{ جاس \}$$

$$115 \quad \{ جاس \text{ نلا وس} \}$$

$$= \{ جاس \times جاس = جاس \text{ وس} - جاس \}$$

$$\{ جاس = جاس \} \rightarrow \{ جاس \}$$

$$116 \quad \{ جاس \text{ جاس وس} \}$$

$$= \{ جاس \times جاس \text{ وس} = جاس + جاس \}$$

$$117 \quad \{ جاس \text{ جاس وس} \}$$

$$= \{ جاس \times جاس \text{ وس} = جاس + جاس \}$$

$$118 \quad \{ جاس = جاس \}$$

$$\{ جاس = جاس \} \rightarrow \{ جاس \}$$

$$119 \quad \{ جاس \text{ وس} = جاس \}$$

$$= جاس + جاس$$

$$120 \quad \{ جاس \text{ وس} = جاس \}$$

$$121 \quad \{ جاس \text{ وس} = جاس \}$$

$$= جاس + جاس$$

$$122 \quad \{ جاس \text{ وس} = جاس \}$$

$$= جاس + جاس$$

$$= جاس + جاس$$

نحامل النسب الثلاثية:

$$1 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$2 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$3 \quad جاس = جاس$$

مثال: جد الكاملان التالية:-

$$1 \quad جاس \text{ وس} = جاس + جاس$$

$$2 \quad جاس \text{ وس} = جاس + جاس$$

$$3 \quad جاس \text{ وس} = جاس + جاس$$

$$4 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$5 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$6 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$7 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$8 \quad جاس + جاس + جاس = جاس + جاس$$

$$9 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$10 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$11 \quad جاس + جاس + جاس = جاس + جاس$$

$$12 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$13 \quad جاس + جاس + جاس = جاس + جاس$$

$$14 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$15 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

$$16 \quad جاس (جاس + جاس) = جاس + جاس$$

أعداد : ينز القريوتي

$$0 = 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$$

$$0 = 1$$

$$0 = 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$$

$$0 = 1 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$$

$$353 = 5 + 13 + 9 + 27 =$$

③ تدريب (٧) صفحة (١٤٣)

جد قاعدة الاقتران في الذي حيل المماس عند أي

نقطه حيل (٧, ٥) على منحناه $\hookrightarrow$ $3 + 5 = 8$

علماً بأنه يمر بالنقطة (٣, ٥).

الحل

بإجراء التكامل $3 + 5 = 8$

$$3 + 5 = 8$$

$$3 + 5 = 8$$

نحوها (١, ٣) لايجاد قيمة ج

$$3 - = 1 + 1 \times 3 + 1 = 5$$

$$4 - 3 - = 1$$

$$7 - 5 - 3 - = 1$$

تدريب (٨)

④ تتحرك نقطة مادية في خط مستقيم

بتسارع ثابت مقداره 3 م/ث^2 ، جد

تسرعها بعد زمن قدره 2 ثانية علماً بأن

تسرعها الابتدائية 7 م/ث^2 ، ثم جد

تسرعها بعد مرور كائنين من بدء الحركة .

«التطبيقات الهندسية والفيزيائية للتكامل»

حيل المماس = $3 - 5 = 8$ «المشتقة»

$$3 - 5 = 8$$

$$3 - 5 = 8$$

$$3 - 5 = 8$$

أمثلة :-

① إذا كان $3 - 5 = 8$ ، فجد قاعدة

الاقتران في علماً بأن النقطة (٣, ٥) تقع على منحنى

الاقتران في

الحل

بإجراء التكامل $3 - 5 = 8$

$$3 - 5 = 8$$

$$3 - 5 = 8$$

نحوها (٣, ٥) لايجاد قيمة ج

$$3 - 5 = 8$$

$$3 - 5 = 8$$

$$3 - 5 = 8$$

⑤ يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث تكون سرعته

ع محطاه بالحلقة $3 - 5 = 8$ ، جد

المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور (٣) ث

من بدء الحركة علماً بأن الموقع الابتدائي للجسيم $0 = 1$

الحل

بإجراء التكامل $3 - 5 = 8$

$$3 - 5 = 8$$

$$3 - 5 = 8$$

إعداد : زين القوي

الحل

بإجراء التكامل

$$\int (2x^2 + 1) dx = \frac{2}{3}x^3 + x + C$$

$$E(2) = 13 \Rightarrow 2 + 11 = 13$$

$$E(1) = 7 \Rightarrow 1 + 6 = 7$$

$$E(3) = 13 \Rightarrow 3 + 10 = 13$$

$$E(4) = 21 \Rightarrow 4 + 17 = 21$$

$$E(5) = 31 \Rightarrow 5 + 26 = 31$$

٦ إذا كان ميل المماس لمنحنى $E(x)$ يساوي

$$(3x^2 + 8x + 5) \text{ فجد قاعدة الاقتران}$$

$E(x)$ علماً بأن منحنى E يمر بالنقطة $(0, 1)$

الحل

٥: ميل المماس = المشتقة = $E'(x)$

$$E'(x) = (3x^2 + 8x + 5) \Rightarrow E'(x) = 6x + 8$$

$$E'(x) = 6x + 8 \Rightarrow 6x + 8 = 3x^2 + 8x + 5$$

$$E'(x) = 6x + 8 \Rightarrow 6x + 8 = 3x^2 + 8x + 5$$

نحوي (٠، ١) لا يعبر قيمة E

$$E'(x) = 6x + 8 \Rightarrow 6x + 8 = 3x^2 + 8x + 5$$

$$6x + 8 = 3x^2 + 8x + 5 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$3x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 36}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{40}}{6}$$

$$E'(x) = 6x + 8 \Rightarrow 6x + 8 = 3x^2 + 8x + 5$$

٥ إذا كان E اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكانت

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \text{ فجد } E(x) \text{ علماً بأن}$$

$$E(3) = 2$$

الحل

٥: $E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

فيكون

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 4x + 1) \Rightarrow E(x) = x^3 - 2x^2 + x + C$$

٦ إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $E(x)$

$$E'(x) = (3x^2 - 6x + 3) \text{ يساوي } (4x^2 + 7x - 3) \text{ فجد قاعدة الاقتران}$$

علماً بأن منحنى E يمر بالنقطة $(0, 1)$

$$E'(x) = (3x^2 - 6x + 3) \Rightarrow E(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + C$$

الحل

٥: ميل المماس = $E'(x)$

$$E'(x) = (3x^2 - 6x + 3) \Rightarrow E(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 6x + 3) \Rightarrow E(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + C$$

$$E'(x) = (3x^2 - 6x + 3) \Rightarrow E(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + C$$

نحوي (٠، ١) لا يعبر قيمة E

أعداد: وزن القوي

$$\{ (u, v) = u - (v^3 - 7v) \}$$

$$v(u) = u - (v^3 - 7v)$$

نعوض (5, 2) لا يعجبنا فيه ج

$$v(u) = (2) = (2) - (2^3 - 7 \times 2) = 12$$

$$5 = 17 - 12 + 1 \Rightarrow 1 = 1$$

$$v(u) = (u) - (v^3 - 7v) = 1 + 12 - 5 = 8$$

$$v(u) = (2) = (2) - (2^3 - 7 \times 2) = 12$$

$$v(u) = (u) - (v^3 - 7v) = 12 - 5 = 7$$

$$v(u) = (u) - (v^3 - 7v) = 12 - 5 = 7$$

① إذا كان ميل المماس يساوي (3-5) (1-5) (5+5)

فجد قاعدة الاقتران ق علماً بأن ق(2) = 3-

الحل

5

② إذا كان تسارع جسم ت بعد ن زمن

عند التواني يعطيه بالقاعدة ت(ن) = 6 ن

فجد المسافة ، علماً بأن السرعة الابتدائية

ع(0) = 32/ث ، وموقعه الابتدائي ف(0) = 25

الحل

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

$$v(t) = 6t \Rightarrow v(0) = 0$$

③ إذا كان ميل المماس لـ v(u) يساوي

(4-3) (6-5) فجد قاعدة الاقتران v

علماً بأنه المنحنى v يمر بالنقطة (3, 5)

الحل

5

ميل المماس = المشتقة = v'(u)

$$v(u) = (u) - (v^3 - 7v) = 12 - 5 = 7$$

اعداد : وزن القليوي

⑭ إذا علمت قه (س) = $2(س-٣)$ و س
أوجد قه (س).

الحل

$$قه (س) = 2(س-٣)$$

⑮ إذا كان $2(س-٣) = ٤ - ٦$ و س
جد قه (١)

الحل

$$2(س-٣) = ٤ - ٦$$

$$2(س-٣) = ٤ - ٦$$

$$2(س-٣) = ٤ - ٦$$

⑯ إذا علمت أن ع (ن) = $2(١٠ + ن)$ و ن
أوجد ن (٢)؟ حيث ع : السرعة ن : التسارع

الحل

$$ن(٢) = 2(١٠ + ن)$$

$$ن(٢) = 2(١٠ + ن)$$

⑰ إذا كان $2(س-٣) = ٤ - ٦$ و س
جد قه (٣)

الحل

$$2(س-٣) = ٤ - ٦$$

$$٧ = ١ + ٣ \times ٢ = ٣$$

⑱ إذا كان قه (س) = $٣ + ١$ و س
جد قه (١)

الحل

$$قه (س) = ٣ + ١$$

$$قه (س) = ٣ + ١$$

$$٣ + ١ = ٤$$

$$٣ + ١ = ٤$$

$$٣ + ١ = ٤$$

$$٣ + ١ = ٤$$

⑲ إذا كان قه (س) = $٣ + ١$ و س
جد قه (١)

الحل

$$قه (س) = ٣ + ١$$

$$٣ + ١ = ٤$$

$$٣ + ١ = ٤$$

$$٣ + ١ = ٤$$

⑳ إذا كانت $2(ن) = ٦ + ٢$ و ن
جد ع (٢) علماً بأن ع : السرعة ن : التسارع

الحل

$$2(ن) = ٦ + ٢$$

$$٦ + ٢ = ٨$$

$$٨ = ٢ \times ٤$$

اعداد: وزن القوي

الحركة علماً بأن الموقع الابتدائي للجميع

$$٣٦ = (٠) \text{ ف}$$

الحل

$$\text{ف (ن) } = \{ \text{ع (ن) ون} \}$$

$$\text{ف (ن) } = \{ \text{ع (ن) ون} \} = (٣ + ٠ \text{ ن}) \text{ ون} = \frac{٣ \text{ ن}}{٣} + ٠ \text{ ن} + ٠$$

$$٠ \text{ ن} + ٠ \text{ ن} + ٣ \text{ ن} =$$

$$\text{ف (٠) } = ٠ + ٠ + ٣ = ٣ \leftarrow \text{ف (٠) } = ٣$$

$$\text{ف (ن) } = ٣ \text{ ن} + ٠ \text{ ن} + ٠ = ٣ \text{ ن}$$

٣١) يتحرك جسم بتسارع مقداره (١٣ ن) م (٠) ن

أوجد المسافة بعد مرور ن ثانية علماً بأن

$$\text{ع (٠) } = ٣ \text{ م} \quad \text{ف (١) } = ١٠ \text{ م}$$

الحل

$$\text{ف (ن) } = ٣ \text{ م}$$

$$\text{ف (ن) } = \{ \text{ع (ن) ون} \}$$

$$\text{ف (ن) } = (٠) \text{ ف} = ٠ + ٠ + ٣ = ٣$$

$$\text{ف (٠) } = ٠ + ٠ + ٣ = ٣ \leftarrow \text{ف (٠) } = ٣$$

$$\text{ع (ن) } = (٠) \text{ ع} = ٣ + ٠ \text{ ن} = ٣$$

$$\text{ع (ن) } = \{ \text{ع (ن) ون} \} = ٣ + ٠ \text{ ن} = ٣$$

$$\text{ف (ن) } = (٠) \text{ ف} = \frac{٣ \text{ ن}}{٣} + ٠ \text{ ن} + ٠ = ٣ \text{ ن}$$

$$\text{ف (ن) } = ٣ \text{ ن} + ٠ \text{ ن} + ٠ = ٣ \text{ ن}$$

$$\text{ف (١) } = (١) \text{ ف} = \frac{٣ \times ١}{٣} + ٠ \times ١ + ٠ = ١$$

$$\text{ف (٠) } = ٠$$

$$\text{ف (ن) } = ٣ \text{ ن} + ٠ \text{ ن} + ٠ = ٣ \text{ ن}$$

$$١٨) \text{ إذا كان } (٥ - ٣) = (٥ - ٣) \text{ ف}$$

أوجد ميل المماس لمنحنى الاقتران (٥ - ٣)

$$\text{عند } ٣ = ٥$$

الميل = المشتقة

$$\text{ع (٥) } = (٥ - ٣) = ٢$$

$$\text{ع (٣) } = (٣ - ٩) = ٧$$

$$١٩) \text{ إذا كان } (٣ - ٣) = (٣ - ٣) \text{ فجد}$$

قاعدة الاقتران (٥ - ٣) المار بالنقطة (٤، ٣)

الحل

معادلة القسمة بأخذ عامل مشترك

أو بتوزيع البسط على المقام.

$$\text{ع (٥) } = (٥ - ٣) = \frac{٣ - ٣}{٣} + \frac{٣ - ٣}{٣} = ٢ + ٣ = ٥$$

$$\text{ع (٥) } = (٥ - ٣) = (٤ + ٣ - ٣) = ٤$$

$$\text{ع (٥) } = (٥ - ٣) = ٤ + ٣ - ٣ = ٤$$

نحون (٤، ٣) لايجاد قيمة ج

$$\text{ع (٣) } = (٣ - ٩) = ٣ + ٣ - ٩ = ٣$$

$$\text{ع (٣) } = ٣ - ٩ = -٦ \leftarrow \text{ع (٣) } = -٦$$

$$\text{ع (٥) } = (٥ - ٣) = ٤ - ٣ = ١$$

٢٠) يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث

تكون سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة

$$\text{ع (ن) } = (٤ + ٣) \text{ م (١) ن} \text{ بعد المسافة}$$

التي يقطعها الجسم بعد ن ثانية من بدء

$$\begin{aligned} 15 \quad \int_1^2 \frac{1}{x} dx &= \int_1^2 \frac{1}{x} dx \\ &= \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx \end{aligned}$$

$$\Sigma = 4 - 1 = 3 \quad 4 - 1 = 3 \quad 4 - 1 = 3$$

$$\begin{aligned} 17 \quad \int_0^3 (x-2) dx &= \int_0^3 (x-2) dx \\ &= \int_0^3 (x-2) dx = \int_0^3 (x-2) dx \\ 38 &= (50 - 10) - (18 - 6) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 \quad \int_1^3 \frac{1}{x} dx &= \int_1^3 \frac{1}{x} dx \\ &= \int_1^3 \frac{1}{x} dx = \int_1^3 \frac{1}{x} dx \\ 2 &= (0.2) - (0.1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 \quad \int_1^2 \frac{x^2 + 2x + 1}{x} dx &= \int_1^2 \frac{x^2 + 2x + 1}{x} dx \\ &= \int_1^2 \frac{x^2 + 2x + 1}{x} dx = \int_1^2 \frac{x^2 + 2x + 1}{x} dx \\ 1 &= (2+2) - (1+1) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 \quad \int_1^2 \frac{1}{x} dx &= \int_1^2 \frac{1}{x} dx \\ &= \int_1^2 \frac{1}{x} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx \\ \frac{1}{2} &= 1 - \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) = \end{aligned}$$

التكامل المحدود

قواعد التكامل المحدود :-

$$11 \quad \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$12 \quad \int_a^b c f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$$

$$13 \quad \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$14 \quad \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

الأسئلة :

جد التكاملات التالية :-

$$15 \quad \int_1^3 (x^2 + 1) dx$$

$$= \int_1^3 x^2 dx + \int_1^3 1 dx = \left(\frac{x^3}{3}\right)_1^3 + (x)_1^3 =$$

$$10 = 2 - 12 =$$

$$16 \quad \int_1^2 (5 - x^2 + 3x) dx$$

$$= \int_1^2 5 dx - \int_1^2 x^2 dx + \int_1^2 3x dx =$$

$$(5 - 1 + 1) - (15 - 9 + 27) =$$

$$22 = 3 + 21 =$$

$$17 \quad \int_1^3 (x^2 + 3x + 2) dx$$

$$= \int_1^3 x^2 dx + \int_1^3 3x dx + \int_1^3 2 dx =$$

$$25 = (0) - (18 + 27) =$$

$$18 \quad \int_1^2 (x^2 + 2x + 1) dx$$

$$= \int_1^2 x^2 dx + \int_1^2 2x dx + \int_1^2 1 dx =$$

$$3 = (2 - 1) + \text{غير} =$$

«إيجاد الثوابت»

لا إذا كان $\int_1^x \frac{1}{t} dt = 3$ فجد قيمة x

الحل
 $3 = \int_1^x \frac{1}{t} dt \leftarrow 3 = \ln x - \ln 1$

$3 = \ln x \leftarrow x = e^3$

لا إذا كان $\int_1^x \frac{1}{t} dt = 8$ فجد قيمة x

الحل
 $8 = \int_1^x \frac{1}{t} dt \leftarrow 8 = \ln x - \ln 1$

$8 = \ln x \leftarrow x = e^8$

لا إذا كان $\int_1^x \frac{1}{t} dt = 7$ فجد قيمة x

الحل
 $7 = \int_1^x \frac{1}{t} dt \leftarrow 7 = \ln x - \ln 1$

$7 = \ln x \leftarrow x = e^7$

لا إذا كان $\int_1^x \frac{1}{t} dt = 35$ فجد قيمة x

الحل
 $35 = \int_1^x \frac{1}{t} dt \leftarrow 35 = \ln x - \ln 1$

$35 = \ln x \leftarrow x = e^{35}$

$27 + 35 = \ln x \leftarrow 62 = \ln x \leftarrow x = e^{62}$

$62 = \ln x \leftarrow x = e^{62}$

111 $\int_1^x \frac{1}{t} dt = 1 + \ln x$

$(\ln 1 + \ln x) - (\ln 1 + \ln 1) = 1 + \ln x - 1 = \ln x$

$2 + \frac{1}{x} + 2 + \frac{1}{x} = (2 - \frac{1}{x} - 1) - 2 + \frac{1}{x} =$

$\frac{2}{x} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{x} =$

112 $\int_1^x \frac{1}{t} dt = (2 - \frac{1}{x} + \ln x)$

$\int_1^x \frac{1}{t} dt = (2 - \frac{1}{x} + \ln x) - (2 - \frac{1}{1} + \ln 1) =$

$(2 - \frac{1}{x} + \ln x) - (2 - 1 + 0) = 2 - \frac{1}{x} + \ln x - 1 =$

$1 - \frac{1}{x} + \ln x = 2 - \frac{1}{x} + \ln x$

$2 - \frac{1}{x} + \ln x = 2 - \frac{1}{x} + \ln x$

113 $\int_1^x \frac{1}{t} dt = \frac{1}{x} - \frac{1}{1} + \ln x$

$\int_1^x \frac{1}{t} dt = \frac{1}{x} - \frac{1}{1} + \ln x = \frac{1}{x} - 1 + \ln x$

$\int_1^x \frac{1}{t} dt = \frac{1}{x} - 1 + \ln x = \frac{1}{x} - 1 + \ln x$

$\int_1^x \frac{1}{t} dt = \frac{1}{x} - 1 + \ln x = \frac{1}{x} - 1 + \ln x$

$(\frac{1}{1} - 1 + \ln 1) - (\frac{1}{x} - 1 + \ln x) =$

$(1 - 1 + 0) - (\frac{1}{x} - 1 + \ln x) = 1 - \frac{1}{x} - \ln x =$

$19 = 1 - \frac{1}{x} - \ln x = (1 - 1 + 1) - (2 - 16 + 8) =$

114 $\int_1^x \frac{1}{t} dt = \frac{1}{x} - \frac{1}{1} + \ln x$

$(\frac{1}{1} - 1 + \ln 1) - (\frac{1}{x} - 1 + \ln x) =$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{1} =$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{1} =$

اشتقاق التكامل

$$1. \frac{1}{x} \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

$$2. \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

الأسئلة :-

$$3. \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

$$\text{جد } (1), (2), (3)$$

الحل : نشتق الطرفين

$$(x+1)^n - x^n = (x+1)^n - x^n$$

$$3^2 = (2)^1 + (2)^3 = (2)^n$$

$$(x+1)^n - x^n = (x+1)^n - x^n$$

$$(x+1)^n - x^n = (x+1)^n - x^n$$

$$4. \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

$$\text{جد } (1), (2), (3)$$

الحل : «نشتق الطرفين»

$$(x+1)^n - x^n = (x+1)^n - x^n$$

$$(x+1)^n - x^n = (x+1)^n - x^n$$

$$(x+1)^n - x^n = (x+1)^n - x^n$$

$$(x+1)^n - x^n = (x+1)^n - x^n$$

ملاحظة

مكملة الأسئلة في الأسية

صفحة (9 + 11)

$$5. \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

الحل

$$2 = (x+1)^n - x^n$$

$$1 - 1 = 0 \Rightarrow 2 = 1 \Rightarrow 3 = 2 \Rightarrow 4 = 3 \Rightarrow 5 = 4 \Rightarrow 6 = 5 \Rightarrow 7 = 6 \Rightarrow 8 = 7 \Rightarrow 9 = 8 \Rightarrow 10 = 9 \Rightarrow 11 = 10 \Rightarrow 12 = 11 \Rightarrow 13 = 12 \Rightarrow 14 = 13 \Rightarrow 15 = 14 \Rightarrow 16 = 15 \Rightarrow 17 = 16 \Rightarrow 18 = 17 \Rightarrow 19 = 18 \Rightarrow 20 = 19 \Rightarrow 21 = 20 \Rightarrow 22 = 21 \Rightarrow 23 = 22 \Rightarrow 24 = 23 \Rightarrow 25 = 24 \Rightarrow 26 = 25 \Rightarrow 27 = 26 \Rightarrow 28 = 27 \Rightarrow 29 = 28 \Rightarrow 30 = 29 \Rightarrow 31 = 30 \Rightarrow 32 = 31 \Rightarrow 33 = 32 \Rightarrow 34 = 33 \Rightarrow 35 = 34 \Rightarrow 36 = 35 \Rightarrow 37 = 36 \Rightarrow 38 = 37 \Rightarrow 39 = 38 \Rightarrow 40 = 39 \Rightarrow 41 = 40 \Rightarrow 42 = 41 \Rightarrow 43 = 42 \Rightarrow 44 = 43 \Rightarrow 45 = 44 \Rightarrow 46 = 45 \Rightarrow 47 = 46 \Rightarrow 48 = 47 \Rightarrow 49 = 48 \Rightarrow 50 = 49 \Rightarrow 51 = 50 \Rightarrow 52 = 51 \Rightarrow 53 = 52 \Rightarrow 54 = 53 \Rightarrow 55 = 54 \Rightarrow 56 = 55 \Rightarrow 57 = 56 \Rightarrow 58 = 57 \Rightarrow 59 = 58 \Rightarrow 60 = 59 \Rightarrow 61 = 60 \Rightarrow 62 = 61 \Rightarrow 63 = 62 \Rightarrow 64 = 63 \Rightarrow 65 = 64 \Rightarrow 66 = 65 \Rightarrow 67 = 66 \Rightarrow 68 = 67 \Rightarrow 69 = 68 \Rightarrow 70 = 69 \Rightarrow 71 = 70 \Rightarrow 72 = 71 \Rightarrow 73 = 72 \Rightarrow 74 = 73 \Rightarrow 75 = 74 \Rightarrow 76 = 75 \Rightarrow 77 = 76 \Rightarrow 78 = 77 \Rightarrow 79 = 78 \Rightarrow 80 = 79 \Rightarrow 81 = 80 \Rightarrow 82 = 81 \Rightarrow 83 = 82 \Rightarrow 84 = 83 \Rightarrow 85 = 84 \Rightarrow 86 = 85 \Rightarrow 87 = 86 \Rightarrow 88 = 87 \Rightarrow 89 = 88 \Rightarrow 90 = 89 \Rightarrow 91 = 90 \Rightarrow 92 = 91 \Rightarrow 93 = 92 \Rightarrow 94 = 93 \Rightarrow 95 = 94 \Rightarrow 96 = 95 \Rightarrow 97 = 96 \Rightarrow 98 = 97 \Rightarrow 99 = 98 \Rightarrow 100 = 99$$

$$6. \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

الحل

$$3 = (x+1)^n - x^n$$

$$3 = (x+1)^n - x^n$$

$$3 = (x+1)^n - x^n$$

$$3 = (x+1)^n - x^n$$

$$3 = (x+1)^n - x^n$$

$$3 = (x+1)^n - x^n$$

$$7. \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

$$4 = (x+1)^n - x^n$$

$$4 = (x+1)^n - x^n$$

$$4 = (x+1)^n - x^n$$

$$4 = (x+1)^n - x^n$$

$$4 = (x+1)^n - x^n$$

$$8. \left[(x+1)^n - x^n \right] = (x+1)^n - x^n$$

$$16 = (x+1)^n - x^n$$

$$16 = (x+1)^n - x^n$$

خواص التكميل

1. الخاصية الخطية:-

$$\textcircled{1} \quad \int_p^q (u \oplus v) = \int_p^q u \oplus \int_p^q v$$

$$\textcircled{2} \quad \int_p^q (u \oplus v) = \int_p^q u \oplus \int_p^q v$$

الاستدلال:-

$$\textcircled{1} \quad \text{إذا علمت أن } \int_p^q u = 7$$

$$\int_p^q (u \oplus v) = 7 \quad \text{فجد}$$

$$\int_p^q (u \oplus v) = \int_p^q u \oplus \int_p^q v$$

$$7 = 7 - 0 =$$

$$\int_p^q (u \oplus v) = 7 - 0 = 7$$

$$\int_p^q (u \oplus v) = \int_p^q u \oplus \int_p^q v = 7 - 0 = 7$$

$$\textcircled{2} \quad \int_p^q (u \oplus v) = \int_p^q u \oplus \int_p^q v$$

$$\textcircled{3} \quad \text{إذا علمت أن } \int_p^q u = 8 \quad \text{فإن}$$

$$\int_p^q u = 8$$

$$\int_p^q (u \oplus v) = 8 - 0 = 8$$

الحل

المعطى غير مباشر نطبق الخاصية

$$\int_p^q u = 8 \Leftrightarrow \frac{8}{1} = \int_p^q u$$

$$\textcircled{1} \quad \int_p^q u = 8$$

$$\textcircled{2} \quad \int_p^q (u \oplus v) = 8$$

$$\int_p^q u = 8 - \int_p^q v$$

$$\int_p^q u = 8 - (8 - 0) = 0$$

$$12 = (8 - 0) - (8 - 0) = 0$$

$$\textcircled{3} \quad \text{إذا علمت أن } \int_p^q u = 7$$

$$\int_p^q u = 7 \quad \text{فجد}$$

$$\textcircled{4} \quad \int_p^q (u \oplus v) = 7$$

$$\int_p^q u = 7 - \int_p^q v$$

$$\int_p^q u = 7 - (7 - 0) = 0$$

$$12 = 7 - 0 = 7$$

$$\int_p^q (u \oplus v) = 7 - 0 = 7$$

$$\int_p^q u = 7 - \int_p^q v$$

$$12 = 7 - 0 = 7$$

$$\textcircled{5} \quad \text{إذا علمت أن } \int_p^q u = 12$$

$$\int_p^q u = 12 \quad \text{فجد}$$

$$\textcircled{6} \quad \int_p^q (u \oplus v) = 12$$

$$\int_p^q u = 12 - \int_p^q v$$

$$\int_p^q u = 12 - (12 - 0) = 0$$

$$12 = 12 - 0 = 12$$

إعداد : يزن القوي

$$P \text{ جديد قيمة } = 5 - (5 - 10) = 5$$

$$\Sigma + P_0 = 5 - 97$$

$$\Sigma + P_0 = 5 - 97 \text{ الحل}$$

$$\gamma = p \Leftrightarrow \gamma + \varepsilon = p_0 - p\gamma$$

19 إذا علمت أن $\frac{5}{3} \sqrt{\frac{1}{2}}$ = نصف فإنه $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

لو اوك ا = لو اوك ا - لو اوك ا = ٠

ك = 1

٣. خاصية عكس حدود التكامـل :-

$$w_{ys}(v|n) \int_{-c}^c = w_{ys}(v_y|n_g) \int_{-c}^c$$

مسألة:

فان $\int_v^r \frac{1}{u} du = \ln(r) - \ln(v)$

٣- الحل : الجواب = ٣

$$\Delta = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \right)$$

• الجواب = ١٠

$$T = \sqrt{s}(u) \int_0^1 ds' s'^{\alpha-1} (1-s')^\beta |d\sigma/ds'|$$

فجد $\int_0^1 (2x^2 - 4x + 5) dx = (5 - 2) = 3$

$$\tau_{\Sigma^-} = (\tau_{-})_0 - (\tau_{-})_1 - (\tau_{-})_2 =$$

٣. التكاثر عند نفس النقطة = صفر

خبر = 4, 5 (4, 19) }
P

1. अनुसूचित जाति

$$\int_{-1}^1 (u^2 + 5u) \, du = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{p} = \left[\frac{u \cdot \sigma}{r} + w \cdot r + (w) \cdot \sigma \right] \cdot L$$

$$F_2 = \sqrt{F_1} \cdot \sqrt{F_3} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$$

« إيجاد الثوابت »

١٤] $\begin{bmatrix} \gamma & \gamma^3 & \gamma^5 & \gamma^7 \\ \gamma^2 & \gamma^4 & \gamma^6 & \gamma^8 \end{bmatrix} =$ بدقيمه الثابت P

$$= \sum (P) - \sum (T) = \frac{\sum}{P} \frac{\sum}{u}$$

$$\Gamma \vdash P \Leftarrow 17 = P \Leftarrow \cdot = P - 17$$

١٥ إذا علمت أن $\left\{ \begin{matrix} 7 \\ 5 \end{matrix} \right\} = 5$ فإن قيمة P

$$\frac{2}{3} \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$I = P \ll I = P^2$$

□ إذا علمت أن $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$ فإن قيمة $P =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\wedge - = \overset{\tau}{p} \Leftarrow \cdot = (\wedge + \overset{\tau}{p}) \top$$

$$F = P \times$$

١٤ $\left[\begin{matrix} \Gamma + P \\ \nu_s(\nu) = \nu_s \end{matrix} \right] \text{ فان قيده } P$

المؤكد وجودها

$1 = p \Rightarrow 1 = r + p$ الحد.

اعداد: وزن القليوط

الحل

$$\int_0^5 u(u) du = \int_0^2 u(u) du + \int_2^5 u(u) du$$

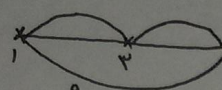
$$7 = 2 + 5 = \int_0^5 u(u) du$$

لكن السؤال طالب ؟ $\int_0^5 u(u) du$

$$7 = \int_0^5 u(u) du$$

إذا علمت أن $\int_1^3 u(u) du = 2$

فجد $\int_0^3 u(u) du = 1$



$$\int_0^3 u(u) du = \int_0^1 u(u) du + \int_1^3 u(u) du$$

$$3 = 1 - 2 = \int_0^1 u(u) du$$

إذا كان $\int_2^3 u(u) du = 2$

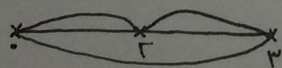
فجد $\int_2^3 u(u) du = 13$

الحل

نرتب

$$2 = \int_2^3 u(u) du \leq \int_2^3 u(u) du = 13$$

$$2 = \int_2^3 u(u) du \leq \int_2^3 u(u) du = 13$$



$$\int_2^3 u(u) du + \int_2^3 u(u) du = \int_2^3 u(u) du$$

$$2 = 2 + 2 =$$

إذا علمت أن $\int_2^5 u(u) du = 16$

فإن $\int_2^5 u(u) du = 16$

الحل

$\int_2^5 u(u) du = 16$

المعطى غير جافز

$$16 = \int_2^5 u(u) du + \int_2^5 u(u) du$$

$$16 = (2-5) + \int_2^5 u(u) du$$

$$7 = \int_2^5 u(u) du$$

لو طلب السؤال

$$\int_2^5 u(u) du + \int_2^5 u(u) du = 16$$

$$16 = 13 - 18 = (2-5) + (5-2)$$

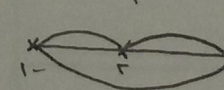
ع. خاصية الأضافة:

$$\int_a^b u(u) du = \int_a^c u(u) du + \int_c^b u(u) du$$

الاستدلال

إذا كان $\int_2^3 u(u) du = 16$

فجد $\int_2^3 u(u) du$



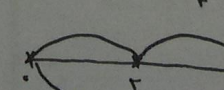
الحل

$$\int_2^3 u(u) du + \int_2^3 u(u) du = \int_2^3 u(u) du$$

$$13 = 3 - 16 =$$

إذا كان $\int_2^3 u(u) du = 2$

فجد $\int_2^3 u(u) du$



التكامل بالتعويض

* تكامل الضرب والمركب غير الخطي :-

عندما يفضل الترتيب نستخدم التعويض

ويعتمد التعويض على فرض ما يلي :-

١. اقتران x مركب $\rightarrow$ ما داخل المركب بدون قوة

٢. اقتران x مثلثي $\rightarrow$ ما الزاوية

الأسئلة :

$$11 \int x^2 (1+x^2) dx$$

$$= \int x^2 + x^4 dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C$$

$$12 \int x^2 (1+x^2)^2 dx$$

الحل :

$$u = 1+x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{u-1}{2} \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\int \frac{1}{2} \left(\frac{u-1}{2} \right)^2 du = \frac{1}{8} \int (u^2 - 2u + 1) du = \frac{1}{8} \left(\frac{u^3}{3} - u^2 + u \right) + C$$

$$13 \int x^3 (x^2+1)^2 dx$$

الحل :

$$u = x^2+1 \Rightarrow x^2 = u-1 \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\int \frac{1}{2} (u-1) u^2 du = \frac{1}{2} \int (u^3 - u^2) du = \frac{1}{2} \left(\frac{u^4}{4} - \frac{u^3}{3} \right) + C$$

$$= \frac{1}{8} (u^4 - \frac{4}{3} u^3) + C$$

$$= \frac{1}{8} (x^2+1)^4 - \frac{1}{6} (x^2+1)^3 + C$$

$$= \frac{1}{8} (x^8 + 4x^6 + 6x^4 + 4x^2 + 1) - \frac{1}{6} (x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1) + C$$

$$= \frac{1}{24} (4x^8 + 16x^6 + 24x^4 + 16x^2 + 4 - x^6 - 3x^4 - 3x^2 - 1) + C$$

$$14 \int \frac{(x^2-1)^2}{x^3+1} dx$$

نظر

$$u = x^2-1 \Rightarrow x^2 = u+1 \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\int \frac{1}{2} \frac{u^2}{u+1} du = \frac{1}{2} \int \frac{u^2}{u+1} du$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{u^2+u-u}{u+1} du = \frac{1}{2} \int \left(\frac{u^2+u}{u+1} - \frac{u}{u+1} \right) du$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int \frac{u^2+u}{u+1} du - \int \frac{u}{u+1} du \right) = \frac{1}{2} \left(\int \frac{u^2+u}{u+1} du - \int \frac{u+1-1}{u+1} du \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int \frac{u^2+u}{u+1} du - \int \left(1 - \frac{1}{u+1} \right) du \right) = \frac{1}{2} \left(\int \frac{u^2+u}{u+1} du - u + \ln|u+1| \right) + C$$

$$15 \int \frac{x^2+1}{x^3+1} dx$$

الحل :

نظر

$$u = x^3+1 \Rightarrow x^3 = u-1 \Rightarrow x^2 dx = \frac{1}{3} du$$

$$\int \frac{1}{3} \frac{u-1}{u} du = \frac{1}{3} \int \left(1 - \frac{1}{u} \right) du = \frac{1}{3} \left(u - \ln|u| \right) + C$$

$$= \frac{1}{3} (x^3+1 - \ln|x^3+1|) + C$$

$$= \frac{1}{3} (x^3+1) - \frac{1}{3} \ln|x^3+1| + C$$

نظر

$$u = x^2 \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\int \frac{1}{2} \frac{u-1}{u} du = \frac{1}{2} \int \left(1 - \frac{1}{u} \right) du = \frac{1}{2} \left(u - \ln|u| \right) + C$$

$$= \frac{1}{2} (x^2 - \ln|x^2|) + C$$