بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

العلامة المعيارية:

اذا كانت الوسط الحسابي لعينة عشوائية (س̄) وكانت الانحراف المعياري لها (ع) فإن العلامة المعيارية لمشاهدة قيمتها في هذه العينة س هي نسبة انحراف المشاهدة س عن الوسط الحسابي س̄ إلى الانحراف المعياري ع ويرمز لها بالرمز (ز) أي أنه

$$ز_س = \frac{س - س̄}{ع} \quad ، ع \neq صفر$$

مثال (١) :-

اذا كانت الوسط الحسابي لعلامات صف في مادة الرياضيات ٦٥ والانحراف المعياري يساوي ٥ فجد العلامة المعيارية لعلامات ٣ طلاب اذا كانت علاماتهم في الرياضيات ٧٥، ٦٥، ٦٠

الحل :-

$$ز_{٧٥} = \frac{٧٥ - ٦٥}{٥} = ٢$$

$$ز_{٦٥} = \frac{٦٥ - ٦٥}{٥} = صفر$$

$$ز_{٦٠} = \frac{٦٠ - ٦٥}{٥} = -١$$

مثال (٢) :-

اذا كانت الوسط الحسابي لعلامات صف ما ٦٠ والانحراف المعياري يساوي ١٠ اوجد ما يلي :-

① العلامة س التي قيمتها المعيارية ٠,٥

② القيمة المعيارية للعلامة ٥٥ .

③ العلامة التي تنحرف فوق الوسط انحرافين معياريين

④ العلامة التي تنحرف تحت الوسط انحرافاً معيارياً واحداً .

الحل :- س̄ = ٦٠ ، ع = ١٠

① $ز = \frac{س - س̄}{ع}$

$$\frac{١}{٢} = \frac{س - ٦٠}{١٠} \Leftarrow ٠,٥ = ز$$

$$س - ٦٠ = ٠,٥ \times ١٠ \Leftarrow س - ٦٠ = ٥$$

$$س = ٦٥ \Leftarrow س - ٦٠ = ٥$$

② $ز_{٥٥} = \frac{٥٥ - ٦٠}{١٠} = \frac{-٥}{١٠} = -\frac{١}{٢}$

③ $ز = ٢$

$$س = ٦٠ + ٢٠ = ٨٠ \Leftarrow ٢٠ = ١٠ \times ٢$$

④ $١ \times ١٠ = ١٠$

$$س = ٦٠ - ١٠ = ٥٠$$

مثال (٣) :-

جعل طالبان كل العلامتين ٧٠ ، ٨٤ وكانت علامتيهما المعياريتين هما ١ ، ٣ فجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات الصف.

الحل :- ٧٠ ↓ ١ ، ٨٤ ↓ ٣

$$١ = \frac{٧٠ - س̄}{ع} \Leftarrow ع = ٧٠ - س̄ \quad ①$$

$$٣ = \frac{٨٤ - س̄}{ع} \Leftarrow ٣ع = ٨٤ - س̄ \quad ②$$

بطرح ① من ② ⇐ $-٢ع = -١٤$

$$ع = ٧ \Leftarrow$$

بالتعويض في ① ⇐

$$٧ = ٧٠ - س̄ \Leftarrow س̄ = ٧٠ - ٧ = ٦٣$$

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

سؤال (١)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي :

١. إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي (٦٥) ، والانحراف المعياري لها (٤) ، فإن القيمة التي تنحرف ثلاثة انحرافات تحت الوسط الحسابي هي:

أ) ٧٧ ب) ٥٣ جـ) ١٢ د) -١٢

الحل

٢. إذا كان الفرق بين علامتي طالبين من الصف نفسه في أحد الاختبارات هو (١٢)، والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهما هو (١,٢)، فإن الانحراف المعياري لعلامات الطلاب في هذا الاختبار يساوي:

أ) ١,٢ ب) ٦ جـ) ١٠ د) ١٢

الحل

٣. إذا كانت علامتا طالبتين من الصف نفسه في الرياضيات ٨٥، ٧٠، والعلامتان المعياريتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما ١، -٢ على الترتيب ، فإن الانحراف المعياري لعلامات الرضيات يساوي :

أ) ١٠ ب) ٥ جـ) ٣ د) ١

الحل

٤. إذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية (٦٠) ، والانحراف المعياري (٥) ، فان العلامة المعيارية للعلامة(٥٨) هي:

أ) ٦ ب) ١٢ جـ) ٨ د) ٤

الحل

٥. إذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية (٦٠)، والانحراف المعياري (٥)، فان العلامة المعيارية للعلامة (٥٨) هي:

أ) ٢ ب) -٢ جـ) ٠,٤ د) -٠,٤

الحل

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

سؤال (٢)

صفٌ مكوّن من (٢٠) طالبة ، إذا كانت علامات الطالبات هديل ، شروق ، غدير ، هي: ٩٠ ، ٨٠ ، س على الترتيب . وعلاماتهن المعيارية ٣ ، ٢ ، -١ ، فما علامة الطالبة غدير ؟

الحل

٩٠	٨٠	س
↓	↓	↓
٣	٢	-١

$$٣ = \frac{٩٠ - \text{س}}{ع} \Leftarrow ٣ع = ٩٠ - \text{س} \quad ①$$

$$٢ = \frac{٨٠ - \text{س}}{ع} \Leftarrow ٢ع = ٨٠ - \text{س} \quad ②$$

① - ② ⇐ ع = ١٠

عوض في ②

$$\text{س} - ٨٠ = ١٠ \times ٢$$

$$\text{س} - ٨٠ = ٢٠ \Leftarrow \text{س} = ٢٠ - ٨٠$$

$$\text{س} = ٦٠$$

$$\frac{٦٠ - \text{س}}{١٠} = -١ \Leftarrow$$

$$٦٠ - \text{س} = -١٠$$

$$\text{س} = ٥٠$$

سؤال (٣)

٢) إذا كانت العلامات المعيارية للطلبة أحمد ، جاسر، وائل ، هي : ١,٥، -١ ،-٢ على الترتيب ، وكان الوسط الحسابي لعلامات الصف ٧٠ ، والفرق بين علامتي أحمد وجاسر يساوي ١٠ ، فما العلامات الفعلية للطلبة الثلاث ؟

الحل

$\text{س}_١$	$\text{س}_٢$	$\text{س}_٣$
↓	↓	↓
١,٥	-١	-٢

$$١,٥ = \frac{\text{س}_١ - ٧٠}{ع} \Leftarrow ١,٥ع = \text{س}_١ - ٧٠ \quad ①$$

$$-١ = \frac{\text{س}_٢ - ٧٠}{ع} \Leftarrow -ع = \text{س}_٢ - ٧٠ \quad ②$$

بالطرح ⇐ $١,٥ع = \text{س}_١ - \text{س}_٢$

$$١٠ = ٢,٥ع$$

$$ع = \frac{١٠}{٢,٥} = ٤$$

$$١,٥ = \frac{\text{س}_١ - ٧٠}{٤}$$

$$\text{س}_١ - ٧٠ = ١,٥ \times ٤$$

$$\text{س}_١ - ٧٠ = ٦ \Leftarrow \text{س}_١ = ٧٦$$

$$-١ = \frac{\text{س}_٢ - ٧٠}{٤}$$

$$\text{س}_٢ - ٧٠ = -٤ \Leftarrow \text{س}_٢ = ٦٦$$

$$-٢ = \frac{\text{س}_٣ - ٧٠}{٤}$$

$$\text{س}_٣ - ٧٠ = -٨ \Leftarrow \text{س}_٣ = ٦٢$$

سؤال (٣)

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات شعبة الأدبي في الرضيات (٧٠)، والانحراف المعياري لها (٨) ، والوسط الحسابي لعلامات شعبة المعوماتية (٧٥) ، والانحراف المعياري لها (٥)، وكانت علامة أحد الطلبة في شعبة الأدبي في الرضيات (٦٤) ، وعلامة أحد طلبة شعبة المعوماتية (٦٥)، فأي العلامتين أفضل؟

الحل: الأدبي: $\text{س} = ٧٠$ ، $ع = ٨$

$$\text{ز}_{٦٤} = \frac{٦٤ - ٧٠}{٨} = \frac{-٦}{٨} = \frac{-٣}{٤}$$

المعلوماتية: $\text{س} = ٧٥$ ، $ع = ٥$

$$\text{ز}_{٦٥} = \frac{٦٥ - ٧٥}{٥} = \frac{-١٠}{٥} = -٢$$

لكن $\frac{-٣}{٤} > -٢$ ⇐ العلامة الأفضل ٦٤

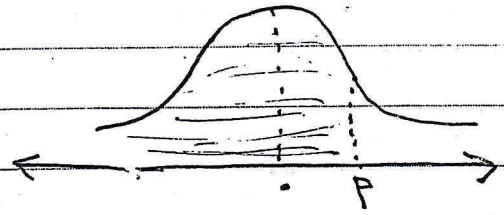
بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

التوزيع الطبيعي

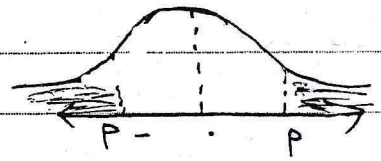
* التوزيع الطبيعي المعياري :
هو توزيع طبيعي وسطه الحسابي صفر وانحرافه المعياري يساوي واحد ومتغيره العشوائي هو العلامة المعيارية (ز) ، ويتم استخدام جدول التوزيع الطبيعي الوارد في نهاية الدراسة لايجاد الاحتمال لقيم (ز) الأقل منه (م)

أي ل (ز ≤ م) ، حيث م > صفر



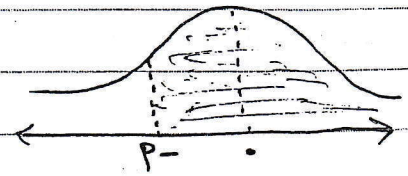
ولايجاد الاحتمال لأي قيمة (ز) السالبة او يسارى او على يمين قيم ز الموجبة فيتم استخدام خاصية التماثل فإذا كانت م > صفر فإنه :-

[١] ل (ز ≤ -م) = ل (ز ≥ م) = ١ - ل (ز ≤ م)

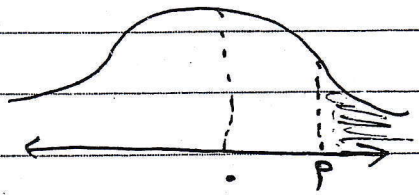


[٢] ل (ز ≤ م) = ل (ز ≥ -م)

من الجدول مباشرة



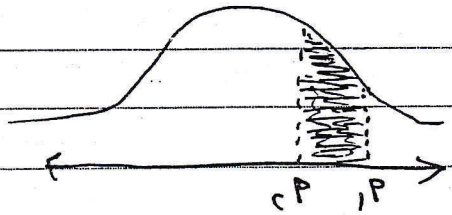
[٣] ل (ز ≤ م) = ١ - ل (ز ≥ م)



[٤] ل (م١ ≤ ز ≤ م٢)

= ل (ز ≤ م٢) - ل (ز ≤ م١)

حيث م٢ > م١



مثال :-

اوجد ل (ز ≤ ٠,٥٢) = ٠,٦٩٨٥

ز	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧

إعداد الأستاذ
إيـــاد عمـــاد عبـــاد

سؤال (١)

ليكن (ز) متغيراً عشوائيًا طبيعيًا معياريًا ، استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لايجاد كل مما يأتي :

أ) ل (ز ≥ ٢,٤٥)
ب) ل (ز ≤ ١)
جـ) ل (ز ≥ -٢,٠٥)
د) ل (ز ≤ -٠,٦٥)
هـ) ل (١,٠٨ ≤ ز ≤ ٢,٥)
و) ل (-٢ ≤ ز ≤ -١)
ز) ل (-٣ ≤ ز ≤ ٢)
ح) ل (-١,٦ ≤ ز ≤ صفر)

الحل

سؤال (٢)

تتخذ أعمار (٢٠٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي (٥٢) سنة، وانحراف معياري يساوي (١٠) سنوات . إذا اختير شخص عشوائيًا ، فما احتمال أن يكون ممن تتراوح أعمارهم بين (٤٦) سنة و (٥٨) سنة ؟

الحل

$$ز_{٤٦} = \frac{٤٦ - ٥٢}{١٠} = \frac{-٦}{١٠} = -٠,٦$$

$$ز_{٥٨} = \frac{٥٨ - ٥٢}{١٠} = \frac{٦}{١٠} = ٠,٦$$

$$ل (-٠,٦ \leq ز \leq ٠,٦)$$
$$= ل (ز \leq ٠,٦) - (١ - ل (ز \leq ٠,٦))$$
$$= ٠,٧٢٥٧ - (١ - ٠,٧٢٥٧)$$
$$= ٠,٧٢٥٧ - ٠,٢٧٤٣ = ٠,٤٥١٤$$

سؤال (٣)

إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٦٥) ، والانحراف المعياري لها يساوي (١٠)، وكان عدد الناجحين ٧٥٨ طالبًا ، فما علامة النجاح؟

الحل

$$\frac{٧٥٨}{١٠٠٠} = ٠٫٧٥٨$$

$$ل(ز \geq ب) = ٠٫٧٥٨$$

$$ب = -٠٫٧ \Leftarrow$$

$$\frac{س - ٦٥}{١٠} = -٠٫٧$$

$$س - ٦٥ = ١٠ \times -٠٫٧$$

$$س - ٦٥ = -٧$$

$$س = ٦٥ - ٧$$

$$\boxed{س = ٥٨}$$

سؤال (٤)

إذا كانت أوزان سبائك ذهبية تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي ٥٠ غرام، وانحراف معياري يساوي ١٠ غرام. إذا تم اختيار إحدى السبائك ، فما احتمال أن يقل وزنها عن ٤٤,٩ غراماً ؟

الحل

$$ز_{٤٤٫٩} = \frac{٤٤٫٩ - ٥٠}{١٠} = \frac{-٥٫١}{١٠} = -٠٫٥١$$

$$ل(ز \leq -٠٫٥١) = ١ - ل(ز \leq ٠٫٥١)$$

$$= ١ - ٠٫٦٩٥$$

$$= ٠٫٣٠٥$$

مثال (٥):-

استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لايجاد قيمة ب في كل مما يلي:-

١) $ل(ز \leq ب) = ٠٫٦٧$ ٢) $ل(ز \leq ب) = ٠٫٧٤٨٦$

الحل:-

سؤال (٥)

تخضع عبوات إحدى المنتجات الزراعية لتوزيع طبيعي وسطه (٢٥) كغ، وانحرافه المعياري (٢) كغ. إذا اختيرات إحدى العبوات عشوائيًا ، فما احتمال أن :

أ- يزيد وزنها عن (٢٧) كغ ؟

ب-ينحصر وزنها بين (٢٤,٥) كغ و (٢٥,٥) كغ ؟

الحل

أ) $ز_{٢٧} = \frac{٢٧ - ٢٥}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

$ل(ز \geq ١) = ١ - ل(ز \leq ١)$

$= ١ - ٠٫٨٤١٣ = ٠٫١٥٨٧$

ب) $ز_{٢٤٫٥} = \frac{٢٤٫٥ - ٢٥}{٢} = \frac{-٠٫٥}{٢} = -٠٫٢٥$

$ز_{٢٥٫٥} = \frac{٢٥٫٥ - ٢٥}{٢} = \frac{٠٫٥}{٢} = ٠٫٢٥$

$\Leftarrow ل(-٠٫٢٥ \leq ز \leq ٠٫٢٥) = ل(ز \leq ٠٫٢٥) - (١ - ل(ز \geq ٠٫٢٥))$

$= ٠٫٥٩٨٧ - (١ - ٠٫٥٩٨٧)$

$= ٠٫٥٩٨٧ - ٠٫٤٠١٣ = ٠٫١٩٧٤$

سؤال (٦)

إذا كان رواتب (١٠٠٠٠) معلم ومعلمة ، تتخذ شكل التووزيع الطبيعي بوسط حسابي (٢٠٠) دينار شهريًا ، وانحراف معياري يساوي (١٠) دنانير ، فما عدد المعلمين والمعلمات الذين تنحصر رواتبهم بين (١٨٠) ديناراً و (٢١٠) دنانير ؟

الحل

$ز_{١٨٠} = \frac{١٨٠ - ٢٠٠}{١٠} = \frac{-٢٠}{١٠} = -٢$

$ز_{٢١٠} = \frac{٢١٠ - ٢٠٠}{١٠} = \frac{١٠}{١٠} = ١$

$\Leftarrow ل(-٢ \leq ز \leq ١)$

$= ل(ز \leq ١) - (١ - ل(ز \leq ٢))$

$= ٠٫٨٤١٣ - (١ - ٠٫٩٧٧٢)$

$= ٠٫٨٤١٢ - ٠٫٠٢٢٨$

$= ٠٫٨١٨٥$

$\Leftarrow$ عدد المعلمين والمعلمات هو : $١٠٠٠٠ \times ٠٫٨١٨٥$

$= ٨١٨٥$