بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

المتغير العشوائي المنفصل

عند اجراء تجربة تهتم بخاصية معينة فمثلاً عند رمي قطعة النقد مرتين فإنه الفضاء العيني.

ح = {صص، صك، كص، كك}

فإذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصورة فإنه

ل(س = ٢) = ل(صص) = ١/٤ ، ل(س = ١) = ل(صك، كص) = ٢/٤

ل(س = ٠) = ل(كك) = ١/٤

المتغير س يسمى بالمتغير العشوائي والقيم التي يأخذها هي = {٠، ١، ٢}

تسمى بقيم س واذا ربطنا قيم س مع احتمالها كما في الجدول التالي

س	٠	١	٢
ل(س)	١/٤	٢/٤	١/٤

ويسمى هذا التوزيع الاحتمالي ويمكن أن يكتب على الصورة

{(٠، ١/٤) (١، ٢/٤) (٢، ١/٤)}

لاحظ أن مج ل(س) = ١

أي أنه ١/٤ + ٢/٤ + ١/٤ = ٤/٤ = ١

مثال:-

عند رمي قطعة نقد ٣ مرات اذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصورة كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير س.

الحل:-

مثال:

عند تسجيل طفلين حسب الجنس وتسلسل الولادة اذا دل المتغير س على عدد الأطفال الذكور. أكتب التوزيع الاحتمالي

بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

مثال (٣) :-

اذا كانت التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة:
{(٠، ٠٫٦)، (١، ٠٫٤)، (٢، ب)}
فما قيمة ب .

الحل :-

مثال (٤) :-

يمثل الجدول المجاور التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س
ما قيمة الثابت ب ؟؟

س	٠	١	٢
ل(س)	٠٫٢	ب	٠٫٥

الحل :-

مثال (٥) :-

عند رمي حجر نرد ٤ مرات ما احتمال ظهور العدد ٢ في ثلاث مرات .

الحل :-

$ن = ٤ ، م = \frac{١}{٦} ، ١ - م = ١ - \frac{١}{٦} = \frac{٥}{٦}$

$ل(٣) = (\frac{٤}{٣})(\frac{١}{٦})^{٣}(\frac{٥}{٦})^{١}$

$= ٤ \times \frac{١}{٢١٦} \times \frac{٥}{٦} = \frac{٢٠}{١٢٩٦}$

توزيع ذات الحدين

اذا أجريت تجربة من المرات وكانت احتمال النجاح في المحاولة الواحدة هو م وكانت س متغيراً عشوائياً يمثل عدد مرات النجاح فإنه ل(س = ر) = $(ن ر)(م)^{ر}(١ - م)^{ن - ر}$ ويسمى ن ، م معاملي المتغير س .

مثال (١)

عند رمي قطعة نقد ٥ مرات

① ما احتمال ظهور الصورة في ٤ مرات

② ما احتمال ظهور الصورة في جميع المرات

الحل :-

بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

مثال (٣) :-
اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين
معلماه ن = ٤ ، ل = ٠٫٢ فجد ما يلي:
(أ) ل (س = ٣)
(ب) ل (س < ٣)
(ج) ل (س ≥ ١) .

الحل :-
ن = ٤ ، ل = ٠٫٢
(أ) ل (س = ٣) = $(\frac{٤}{٣})$ $(٠٫٢)^{٣}$ $(٠٫٨)^{١}$
= ٠٫٠٢٥٦

(ب) ل (س < ٣) = ل (س = ٤)
= $(\frac{٤}{٤})$ $(٠٫٢)^{٤}$ $(٠٫٨)^{٠}$ = ٠٫٠٠١٦

(ج) ل (س ≥ ١) = ل (س = ١) + ل (س = ٠)
= $(\frac{٤}{١})$ $(٠٫٢)^{١}$ $(٠٫٨)^{٣}$ + $(\frac{٤}{٠})$ $(٠٫٢)^{٠}$ $(٠٫٨)^{٤}$
= ٠٫٨١٩٢

مثال (٤) :-
اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين
معلماه ن = ٥ ، ل = ٠٫٣ فجد ما يلي
(أ) ل (س = ٢) (ب) ل (س > ١)
(ج) ل (س ≤ ٤)

الحل :-
ن = ٥ ، ل = ٠٫٣
(أ) ل (س = ٢) = $(\frac{٥}{٣})$ $(٠٫٣)^{٢}$ $(٠٫٧)^{٣}$

(ب) ل (س > ١) = ل (٠)
= $(\frac{٥}{٥})$ $(٠٫٣)^{٠}$ $(٠٫٧)^{٥}$
= ١ × ١ × $(٠٫٧)^{٥}$ = ٠٫١٦٨٠٧

(ج) ل (س ≤ ٤) = ل (٤) + ل (٥)
= $(\frac{٥}{٤})$ $(٠٫٣)^{٤}$ $(٠٫٧)^{١}$ + $(\frac{٥}{٥})$ $(٠٫٣)^{٥}$ $(٠٫٧)^{٠}$

مثال (٥) :-
اذا كان احتمال أن يصيب شخصاً هدفاً ما في كل طلقة يطلقها على الهدف يساوي ٠٫٨ فإذا أطلق ٥ طلقات على الهدف فما احتمال ما يلي :-
(أ) اصابة الهدف ٣ مرات ؟؟
(ب) عدم اصابة الهدف ؟؟
(ج) اصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر ؟؟
(د) اصابة الهدف مرة واحدة على الأقل ؟؟

الحل :- ل = ٠٫٨ ، ن = ٥

(أ) ل (س = ٣) = $(\frac{٥}{٣})$ $(٠٫٨)^{٣}$ $(٠٫٢)^{٢}$ = ٠٫٢٠٤٨

(ب) عدم اصابة الهدف ل (س = صفر)
ل (س = ٠) = $(\frac{٥}{٠})$ $(٠٫٨)^{٠}$ $(٠٫٢)^{٥}$ = ٠٫٠٠٠٣٢

(ج) مرة على الأكثر = ل (س ≤ ١)
= ل (٠) + ل (١)
= $(\frac{٥}{٠})$ $(٠٫٨)^{٠}$ $(٠٫٢)^{٥}$ + $(\frac{٥}{١})$ $(٠٫٨)^{١}$ $(٠٫٢)^{٤}$

(د) مرة على الأقل = ل (س ≥ ١)
= ل (١) + ل (٢) + ل (٣) + ل (٤)
= ١ − ل (٠)
= ١ − $(\frac{٥}{٠})$ $(٠٫٨)^{٠}$ $(٠٫٢)^{٥}$
= ١ − ٠٫٠٠٠٣٢
= ٠٫٩٩٩٦٨

بسم الله الرحمن الرحيم

اعداد الاستاذ
اياد عماد عباد

مثال (٦) ١ - (٣٥)

قررت إحدى الشركات الصناعية رفض أي شحنة من المواد التي تشتريها اذا وجدت وحدتان معيبتان أو أكثر في عينة عشوائية مكونة من ٧ وحدات فاذا كانت نسبة المعيب في انتاج تلك الشركة والصناعية ١٠٪ فما احتمال رفض الشحنة ؟؟

الحل :-

احتمال قبول الشحنة = احتمال وجود وحدتين معيبتين

$= ل(س > ٢) = ١ - [ل(س=٠) + ل(س=١)]$

$= ١ - [(٠٫٩)^{٧} (١)(٠٫١)^{٠} + (٠٫٩)^{٦} (٧)(٠٫١)^{١}]$

$= ١ - [٠٫٤٧٨ + ٠٫٣٧٢] = ٠٫١٥٠$

احتمال رفض الشحنة = ١ - احتمال القبول

$= ١ - ٠٫٨٥٠$

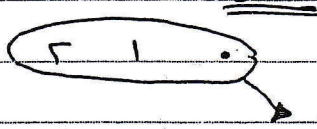
$= ٠٫١٤٩$

مثال (٧) :-

اذا كان س متغيراً ذا حدين حيث ن = ٣ وكان $ل(س \geq ٢) = \frac{٩٨}{١٢٥}$ فجد :-

(١) قيمة P (٢) $ل(س = ٢)$

الحل :-



(١) $ل(س = ٣) = (٣ ٣) P^{٣} (١ - P)^{٠}$

$\frac{٢٧}{١٢٥} = P^{٣} \times ١ \times ١$

$P = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{١٢٥}} = \frac{٣}{٥}$

(٢) $ل(٢) = (٣ ٢) (\frac{٢}{٥})^{٢} (\frac{٣}{٥})^{١}$

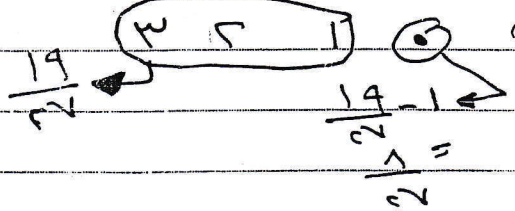
$= ٣ \times \frac{٩}{٢٥} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٥٤}{١٢٥}$

مثال (٨) :-

اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين حيث ن = ٣ وكان $ل(س \geq ١) = \frac{١٩}{٢٧}$ فجد :-

(١) قيمة P (٢) $ل(س = ٣)$

الحل :-



$ل(٠) = (٣ ٠) (P)^{٠} (١ - P)^{٣}$

$(١ - P)^{٣} = \frac{٨}{٢٧} \Leftarrow \sqrt[٣]{\frac{٨}{٢٧}} = ١ - P$

$\frac{٢}{٣} = ١ - P \Leftarrow P = \frac{١}{٣}$

(٢) $ل(س = ٣) = (٣ ٣) (\frac{١}{٣})^{٣} (\frac{٢}{٣})^{٠} = ١ \times \frac{١}{٢٧} \times ١ = \frac{١}{٢٧}$

سؤال (١)

إذا كان س متغيراً عشوائيًا ذا الحدين معاملاه ن = ٣ ، أ = ٢ ,٠ ، فجد :

أ- قيم س.

ب-جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

الحل

سؤال (٢)

إذا كانت نسبة الإثبات في بذور البندورة تساوي ٨٠ % ، وتم زراعة خمس بذرات في إحدى الحدائق ، فما احتمال إثبات :

أ- خمس بذرات ؟

ب -ثلاث بذرات على الأقل ؟

الحل

سؤال (٣)

٢) إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد المصانع ١٠ % ، فإذا أخذت ٥ قطع من إنتاج المصنع بطريقة عشوائية . فما احتمال:

أ- أن لا تجد أي قطع معيبة ؟

ب- أن يكون بينها قطعة معيبة ؟

جـ- أن لا يزيد عدد القطع المعيبة على قطعة واحدة؟

الإحصاء الرياضي
إياد عماد عباد
٠٧٩٩٢٦٦٦١١

الحل

سؤال (٤)

إذا كان احتمال نجاح عملية جراحية يساوي ٨٠ % ، فما احتمال نجاح عمليتين على الأقل، إذا أجريت ثلاث عمليات؟

الحل

$ن = ٣$ ، $ل = \frac{٨٠}{١٠٠} = ٠٫٨$

$ل(٢) + ل(٣)$

$(\binom{٣}{٢})(٠٫٨)^{٢}(٠٫٢)^{١} + (\binom{٣}{٣})(٠٫٨)^{٣}(٠٫٢)^{٠}$

$= ٣ \times ٠٫٦٤ \times ٠٫٢ + ١ \times ٠٫٥١٢ \times ١$

$= ٠٫٣٨٤ + ٠٫٥١٢$

$= ٠٫٨٩٦$

سؤال (٥)

إذا كانت نسبة التالف من إنتاج مصنع لأجهزة الحاسوب ٠,٠٠١ ، وأخذت عينة حجمها (٥) أجهزة بطريقة عشوائية ، فما احتمال أن تكون جميعها صالحة ؟

الحل

$ل = ٠٫٠٠١$ ، $ن = ٥$

$ل(٠) = (\binom{٥}{٠})(٠٫٠٠١)^{٠} \times (٠٫٩٩٩)^{٥}$

$= (٠٫٩٩٩)^{٥}$

سؤال (٦)

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وست كرات حمراء ، سحبت من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإرجاع . إذا دلّ المتغير العشوائي س على عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، كوّن جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

الحل

$ن = ٣$ ، $P = \frac{٤}{١٠}$

$ل(٠) = (٥)(\frac{٤}{١٠})^{٠}(\frac{٦}{١٠})^{٣}$

$= ١ \times ١ \times \frac{٢١٦}{١٠٠٠} = \frac{٢١٦}{١٠٠٠}$

$ل(١) = (٣)(\frac{٤}{١٠})^{١}(\frac{٦}{١٠})^{٢}$

$= ٣ \times \frac{٤}{١٠} \times \frac{٣٦}{١٠٠} = \frac{٤٣٢}{١٠٠٠}$

$ل(٢) = (٣)(\frac{٤}{١٠})^{٢}(\frac{٦}{١٠})^{١} = \frac{٢٨٨}{١٠٠٠}$

$ل(٣) = (٣)(\frac{٤}{١٠})^{٣}(\frac{٦}{١٠})^{٠} = \frac{٦٤}{١٠٠٠}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{٢١٦}{١٠٠٠}$	$\frac{٤٣٢}{١٠٠٠}$	$\frac{٢٨٨}{١٠٠٠}$	$\frac{٦٤}{١٠٠٠}$

سؤال (٧)

مصنع به (٥) آلات من نوع واحد، إذا كان احتمال أن تحتاج أي آلة إلى إصلاح في السنة الخامسة من عمرها هو (٠,٢) ، فاحسب احتمال:

١ ألا تحتاج أي من الآلات إلى إصلاح.

٢. أن تحتاج اثنتان فقط إلى إصلاح.

٣. أن تحتاج اثنان على الأكثر إلى إصلاح.

٤. أن تحتاج واحدة على الأقل إلى إصلاح.

الحل