الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

الاقتران الأسي

$ص = ق^{أس+ب} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ق^{أس+ب} \times أ$

مثال: $ص = ق^{٣س+٩} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٣ ق^{٣س+٩}$

بشكل عام: $ص = ق^{ح(س)} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ق^{ح(س)} ح'(س)$

① $ص = س^{٢} + ٤^{٣س}$

$\frac{د ص}{د س} = ٢س + ٤ ق^{٣س}$

② $ص = ق^{٣س} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٣ ق^{٣س}$

③ $ص = ق^{جاس} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = جتاس ق^{جاس}$

④ $س ق^{ص} + جاس = ص^{٢}$

$س ق^{ص} \frac{د ص}{د س} + ق^{ص} \times ١ + جتاس = ٢ ص \frac{د ص}{د س}$

$ق^{ص} + جتاس = ٢ ص \frac{د ص}{د س} - س ق^{ص} \frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{ق^{ص} + جتاس}{٢ص - س ق^{ص}}$

⑤ $ص = |ق^{٤س^{٢}}| = (ق^{٤س^{٢}})^{\frac{١}{٢}} = ق^{٢س^{٢}}$

$ص' = ٤ س ق^{٢س^{٢}}$

قاعدة: $(ق^{٣س})^{\frac{١}{٥}} = ق^{\frac{٣س}{٥}}$ وهكذا $(ق^{س})^{٢} = ق^{٢س}$

⑥ $ص = ق^{لوس} + جاس$

$ص = س + جاس \Leftarrow ص' = ١ + جتاس$

⑦ $ص = جا ق^{س^{٢}}$

$ص' = ٢س ق^{س^{٢}} جتا ق^{س^{٢}}$

⑧ $ص = أ ق^{ب س}$ وكانت $ص'' = ص$ فما قيم $أ, ب$

الحل $ص' = أ ب ق^{ب س}$

$ص'' = أ ب^{٢} ق^{ب س}$

لكن $ص'' = ص$

$أ ب^{٢} ق^{ب س} = أ ق^{ب س} \Leftarrow أ ب^{٢} = أ$

$ب^{٢} = ١$

$\boxed{ب = \pm ١}$

$\Leftarrow أ$ تنتمي للاعداد الحقيقية ماعدا الصفر

$أ \in ح - \{٠\}$

⑨ $ص = ق^{س}$ ، وكانت $ص'' - ٣ص' + ٢ص = ٠$

فما قيمة $أ$

$ص' = أ ق^{س}$ / $ص'' = أ^{٢} ق^{س}$

$\Leftarrow ص'' - ٣ص' + ٢ص = ٠$ حيث

$أ^{٢} ق^{س} - ٣أ ق^{س} + ٢ ق^{س} = ٠$

$ق^{س} (أ^{٢} - ٣أ + ٢) = ٠$

$ق^{س} (أ - ٢)(أ - ١) = ٠$ حيث $\Leftarrow أ = ٢ ، ١$

⑩ $ص = جاس$ اثبت ان $ص'' + (ص')^{٢} + ١ =$ مقدار ثابت

⑪ اذا كانت $ه(س) = ق^{لوس}$

وكان $د(س) = ق^{\frac{١}{س}} + ٢لوس$ اثبت ان

$م(س)$ هو بدائي لـ $د(س)$ ثم اوجد $\int_{١}^{٣} د(س) د س$

الحل: $م = ق^{ه} \times \frac{١}{س} + لوس \times ٢ ق^{ه} \times ١$

$= ق^{ه} (\frac{١}{س} + ٢ لوس) = د(س)$

$\Leftarrow م(س)$ هو بدائي لـ $د(س)$.

$\int_{١}^{٣} د(س) د س = م(٣) - م(١) = ٤ لو ٣ - ق^{٠}$

$= ٤ لو ٣ - ١$

قاعدة: $\int ق^{أس+ب} د س = \frac{ق^{أس+ب}}{أ} + ج$

① $\int ق^{٥س+١} د س = \frac{ق^{٥س+١}}{٥} + ج$

② $\int |ق^{٤س}| د س = \int (ق^{٤س})^{\frac{١}{٢}} د س = \int ق^{٢س} د س$

$= \frac{ق^{٢س}}{٢} + ج$

③ $\int ق^{س} د س = ق^{س} + ج$ / $ق^{س}$: ثابت

$\int ق^{س} د س = ق^{٠} (٠ - -١) = ق^{١}$

قاعدة: $\int ق^{أس+ب} د س = \frac{ق^{أس+ب}}{أ \times لو ق} + ج$

① $\int ٣^{٥س+٥} د س = \frac{٣^{٥س+٥}}{٥ \times لو ٣} + ج$

تمارين:-

① $\int ٩ ق^{٣س+١} د س$ ② $\int ق^{س} (ق^{س} + ١) د س$

③ $\int ٣ ق^{-س} د س$ ④ $\int ٩ ق^{-\frac{١}{٣}س} د س$

⑤ $\int ق^{س} + \frac{١}{ق^{٣س+٤}} د س$ ⑥ $\int \frac{٥ + ٢ ق^{٨س}}{ق^{٤س}} د س$

⑦ $\int ق^{٣س} \sqrt{ق^{٢س^{٣}} + ١} د س$

⑧ $\int ق^{٢س} (٣ - ٤ ق^{٣س}) د س$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١) $\int (س^٢+٤)(هـ^{س^٣+١٢س})\, دس$

$ص = س^٣+١٢س \leftarrow دس = \frac{دص}{٣س^٢+١٢}$

$\int (س^٢+٤)\, هـ^{ص} \frac{دص}{٣(س^٢+٤)} = \frac{١}{٣}\int هـ^{ص}\, دص$

$= \frac{١}{٣} هـ^{ص} + جـ = \frac{١}{٣} هـ^{س^٣+١٢س} + جـ$

---

٢) $\int جا٢س\, هـ^{جتا^٢س}\, دس$

٣) $\int جا٢س\, هـ^{جا^٢س}\, دس$

٤) $\int هـ^{\sqrt{س}}\, دس$ واجب

٥) $\int هـ^{\sqrt[٣]{س}}\, دس$

٦) $\int قا^٢س\, هـ^{\sqrt{ظاس}}\, دس$

---

٧) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س}+٢هـ^{س}+١}\, دس$

$= \int \frac{هـ^{س}}{(هـ^{س}+١)(هـ^{س}+١)}\, دس = \int \frac{هـ^{س}}{(هـ^{س}+١)^٢}\, دس$

$ص = هـ^{س}+١ \leftarrow دس = \frac{دص}{هـ^{س}}$

$= \int \frac{هـ^{س}}{ص^٢} \times \frac{دص}{هـ^{س}} = \int ص^{-٢}\, دص = \frac{ص^{-١}}{-١} + جـ$

$= \frac{(هـ^{س}+١)^{-١}}{-١} + جـ$

---

٨) $\int س^٥\, هـ^{س^٣+٩}\, دس$

$ص = س^٣+٩ \leftarrow دس = \frac{دص}{٣س^٢}$

$\int س^٥\, هـ^{ص} \frac{دص}{٣س^٢} = \frac{١}{٣}\int س^٣\, هـ^{ص}\, دص$

$\frac{١}{٣}\int (ص-٩)\, هـ^{ص}\, دص \leftarrow$ اجزاء

$ق = ص-٩ \leftarrow دق = دص$

$دع = هـ^{ص}\, دص \leftarrow ع = هـ^{ص}$

$\frac{١}{٣}\left((ص-٩)(هـ^{ص}) - \int هـ^{ص}\, دص\right)$

$\frac{١}{٣}\left((ص-٩)(هـ^{ص}) - (هـ^{ص}+جـ)\right)$

$\frac{١}{٣}(س^٣+٩-٩)(هـ^{س^٣+٩}) - (هـ^{س^٣+٩}) + جـ$

---

٩) $\int س^٥\, هـ^{س^٢}\, دس$

$ص = س^٢ \leftarrow دس = \frac{دص}{٢س}$

$\int س^٥\, هـ^{ص} \frac{دص}{٢س} = \frac{١}{٢}\int س^٤\, هـ^{ص}\, دص$

$\frac{١}{٢}\int ص^٢\, هـ^{ص}\, دص$ اجزاء مرتين

$ق = ص^٢ \leftarrow دق = ٢ص\, دص$

$دع = هـ^{ص}\, دص \leftarrow ع = هـ^{ص}$

$ص^٢ هـ^{ص} - \int ٢ص\, هـ^{ص}\, دص$

$ق = ٢ص \leftarrow دق = ٢\, دص$

$دع = هـ^{ص} \leftarrow ع = هـ^{ص}$

$= ٢ص\, هـ^{ص} - \int ٢\, هـ^{ص}\, دص$

$= ٢ص\, هـ^{ص} - ٢هـ^{ص} + جـ$

$= \frac{١}{٢}\left(ص^٢ هـ^{ص} - ٢ص\, هـ^{ص} + ٢هـ^{ص}\right) + جـ$

$= \frac{١}{٢}\left(س^٤ هـ^{س^٢} - ٢س^٢ هـ^{س^٢} + ٢هـ^{س^٢}\right) + جـ$

---

١٠) $\int هـ^{٢س}\, ظتا^٢ هـ^{س}\, دس$

$ص = هـ^{س} \leftarrow دس = \frac{دص}{هـ^{س}}$

$\int هـ^{٢س}\, ظتا^٢ص \frac{دص}{هـ^{س}} = \int ص\, ظتا^٢ص\, دص$

$= \int ص(قتا^٢ص-١)\, دص = \int ص\, قتا^٢ص - ص\, دص$ ← مباشر، اجزاء

$= -هـ^{س}\, ظتا هـ^{س} + لو|جا هـ^{س}| - \frac{هـ^{٢س}}{٢} + جـ$

---

١١) $\int \frac{س\, هـ^{س}}{(س+١)^٢}\, دس$

$= \int س\, هـ^{س} (س+١)^{-٢}\, دس$

$ق = س\, هـ^{س} \leftarrow دق = (س\, هـ^{س} + هـ^{س})\, دس$

$دع = (س+١)^{-٢}\, دس \leftarrow ع = \frac{(س+١)^{-١}}{-١}$

$س\, هـ^{س} \frac{(س+١)^{-١}}{-١} - \int \frac{(س+١)^{-١}}{-١} \times (س\, هـ^{س} + هـ^{س})\, دس$

$= \frac{-س\, هـ^{س}}{س+١} + \int \frac{١}{س+١} \times هـ^{س}(س+١)\, دس$

$= \frac{-س\, هـ^{س}}{س+١} + هـ^{س} + جـ$

الاستاذ
اياد عماد عباد
٠٧٩٩٣٦٦٦١١

١٢) $\int e^{x}\left(\ln x+\frac{1}{x}\right)dx$

$=\int e^{x}\ln x+\int e^{x}\times\frac{1}{x}dx$ (أجزاء)

$u=\ln x \Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$

$dv=e^{x}\Rightarrow v=e^{x}$

$e^{x}\ln x-\int e^{x}\times\frac{1}{x}dx$

$=e^{x}\ln x-\int e^{x}\times\frac{1}{x}dx+\int e^{x}\times\frac{1}{x}$

$=e^{x}\ln x+c$

١٣) $\int e^{x^3+\ln x^3}dx$

$=\int e^{x^3}\times e^{\ln x^3}dx$

$=\int e^{x^3}\times x^3dx=\int x^3e^{x^3}dx$

$du=x^3\Rightarrow dx=\frac{du}{3x^3}$

$\int x^3e^{u}\frac{du}{3x^3}=\frac{1}{3}\int e^{u}du$

$=\frac{1}{3}e^{u}+c=\frac{1}{3}e^{x^3}+c$

١٤) $\int x^{n}e^{x}+\ln x\,dx$ واجب

الاجزاء الدوري

١) $\int e^{x}\sin x\,dx$

$u=e^{x}\Rightarrow du=e^{x}dx$

$dv=\sin x\Rightarrow v=-\cos x$

$-e^{x}\cos x+\int e^{x}\cos x\,dx$

اجزاء مرة اخرى

$u=e^{x}\Rightarrow du=e^{x}dx$

$dv=\cos x\Rightarrow v=\sin x$

$-e^{x}\cos x+e^{x}\sin x-\int e^{x}\sin x\,dx$

السؤال

$\int e^{x}\sin x\,dx=e^{x}\sin x-e^{x}\cos x-\int e^{x}\sin x\,dx$

$\int e^{x}\sin x\,dx+\int e^{x}\sin x\,dx=e^{x}\sin x-e^{x}\cos x$

$2\int e^{x}\sin x\,dx=e^{x}\sin x-e^{x}\cos x$

$\int e^{x}\sin x\,dx=\frac{e^{x}\sin x-e^{x}\cos x}{2}+c$

١) $\int e^{x}\sin x\,dx$ واجب

٢) $\int e^{x}\cos x\,dx$ واجب

٣) $\int \sin(\ln x)\,dx$ واجب

٤) $\int \sin x\cos x\,dx$ واجب

٥) $\int e^{x}\cos x\,dx$

$du=e^{x}\Rightarrow dx=\frac{du}{e^{x}}$

$\int e^{u}\cos u\frac{du}{e^{x}}$ اجزاء.

$=-e^{u}\cos u+\sin u+c$