الملاذ في مهارات الرياضيات

اجابة اسئلة التمارين

الادبـــي

المستوى الثالث

٢٠١٦

0772259503

الاستاذ حمزة ابو الفول

NEW

١)

أ) $\lim_{س \to ١^+}$ ق(س) = ٢

ب) $\lim_{س \to ١^-}$ ق(س) = ١

جـ) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) غير موجودة

د) $\lim_{س \to ٣^+}$ ق(س) = ٢

هـ) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٢

و) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ١

٢)

أ) $\lim_{س \to -١^+}$ ق(س) = ١ (صحيحة)

ب) $\lim_{س \to ٠^-}$ ق(س) = ١ (خاطئة)

جـ) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ٠ (صحيحة)

د) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) موجودة (صحيحة)

هـ) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ١ (خاطئة)

و) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ١ (خاطئة)

ز) $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ٢ (خاطئة)

ح) $\lim_{س \to ١^+}$ ق(س) = ٠ (صحيحة)

٣) ق(س) = $\begin{cases} س^٢ + ١ & ، \quad س < ٢ \\ ٣س - ١ & ، \quad س \geq ٢ \end{cases}$

٣ ←

س	٢,٥	٢,١	٢,٠٥	٢,٠٠١		١,٩٩٩	١,٩٥	١,٩	١,٥
ق(س)	٦,٥	٥,٣	٥,١٥	٥,٠٠٣		٤,٩٩٦٠٠١	٤,٨٠٢٥	٤,٦١	٣,٢٥

← ٥

$\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س) = ٥ ، $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ٥

إذن $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٥

١) إذا كانت $\lim_{س \to ٦}$ ق(س) = ٤ ، $\lim_{س \to ٦}$ هـ (س) = ٣

أ) $\lim_{س \to ٦}$ (٣ق(س) ـ هـ (س)) = ٣ × $\lim_{س \to ٦}$ ق(س) − $\lim_{س \to ٦}$ هـ (س)

= ٣ × ٤ − ٣ = ١٢ − ٣ = ٩

ب) $\lim_{س \to ٦}$ (ق(س))^{٢} = [$\lim_{س \to ٦}$ ق(س)]^{٢} = ٤^{٢} = ١٦

جـ) $\lim_{س \to ٦}$ (ق (س) × هـ (س) + ٣ س − ١٥)

= $\lim_{س \to ٦}$ ق(س) × $\lim_{س \to ٦}$ هـ (س) + $\lim_{س \to ٦}$ (٣س ـ ١٥)

= ٤ × ٣ + ٣ × ٦ − ١٥ = ١٢ + ١٨ − ١٥ = ١٥

د) $\lim_{س \to ٦}$ $\sqrt[٣]{٣هـ (س) − ١}$ = $\sqrt[٣]{\lim_{س \to ٦}}$ (٣هـ (س) − ١) = $\sqrt[٣]{٣ × ٣ − ١}$ = $\sqrt[٣]{٨}$ = ٢

٢) أ) $\lim_{س \to ٣}$ (٢ س − ٦) = ٢ × ٣ − ٦ = ٦ − ٦ = صفراً

ب) $\lim_{س \to -٢}$ س^{٢}(٣ س + ٤) = (−٢)^{٢}(٣(−٢)+٤) = ٤(− ٦ +٤) = ٤ × −٢ = − ٨

جـ) $\lim_{س \to \frac{١}{٢}}$ (٤س^{٢}+١) = ٤ ($\frac{١}{٢}$)^{٢} + ١ = ١ + $\frac{١}{٤}$ × ٤ = ١+١ = ٢

د) $\lim_{س \to ٠}$ (٣س+ ٢)^{٤} = (٣ × ٠ + ٢)^{٤} = (٠+٢)^{٤} = ٢^{٤} = ١٦

هـ) $\lim_{س \to -٣}$ $\sqrt{١ − ٥س}$ = $\sqrt{١ − ٥(−٣)}$ = $\sqrt{١٥ + ١}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤

و) $\lim_{س \to -٢}$ (س^{٣}+ ٢س^{٢}− ٩) = ٢^{٣} + ٢(٢)^{٢} − ٩ = ٨ + ٨ − ٩ = ٧

٣) $\lim_{س \to ٨}$ (م س + ٥) = ٢١

٨ م + ٥ = ٢١

٨ م = ١٦

إذن م = ٢

٤) أ) $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ١} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ١} (٢س^{٢} + ٥) = ٢(١)^{٢} + ٥ = ٢ + ٥ = ٧$

ب) $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٣^{+}} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٣^{+}} ١٧ = ١٧$

$\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٣^{-}} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٣^{-}} (٢س^{٢} + ٥) = ٢(٣)^{٢} + ٥ = ١٨ + ٥ = ٢٣$

إذن $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٣}$ ق(س) غير موجودة

جـ) $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٥} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٥} ١٧ = ١٧$

د) $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٦^{+}} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٦^{+}} (٣س - ١) = ٣ \times ٦ - ١ = ١٧$

$\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٦^{-}} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٦^{-}} ١٧ = ١٧$

إذن $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٦}$ ق(س) = ١٧

٥) $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٣} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٣} (٢س + ٥) = ٢ \times ٣ + ٥ = ١١$

٦) بما أن $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٢}$ ق(س) موجودة

فإن $\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٢^{+}} ق(س) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٢^{-}} ق(س)$

$\text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٢^{+}} (ل س + ٢) = \text{نهـــــا}_{س \leftarrow ٢^{-}} (٥س^{٢} - ل)$

٢ل + ٢ = ٥ × ٤ − ل

٣ل = ٢٠ − ٢ = ١٨

ل = ٦

٧) ق(س) =
- ٥٠٠ + ٠,٠٥ (س − ١٠٠٠٠) ، ١٠٠٠٠ ≤ س < ١٥٠٠٠
- ٨٠٠ + ٠,٠٦ (س − ١٥٠٠٠) ، ١٥٠٠٠ ≤ س < ٢٠٠٠٠
- ١٢٠٠ + ٠,٠٧ (س − ٢٠٠٠٠) ، ٢٠٠٠٠ ≤ س < ٢٥٠٠٠

نهـــــا ق(س) = نهـــــا (٨٠٠ + ٠,٠٦(س − ١٥٠٠٠)) = ٨٠٠ + ٠,٠٦(٠) = ٨٠٠
س←١٥٠٠٠+ س←١٥٠٠٠+

نهـــــا ق(س) = نهـــــا (٥٠٠ + ٠,٠٥(س − ١٠٠٠٠)) = ٥٠٠ + ٠,٠٥ × ٥٠٠٠ = ٧٥٠
س←١٥٠٠٠- س←١٥٠٠٠-

٨) أ) نهـــــا √س = صفرًا ؛ لأن نهـــــا س = صفر ولأن √س معرف عندما س > صفر
س←٠+ س←٠+

ب) نهـــــا √١ − س هذه النهاية غير موجودة
س←١

لأن √١ − س غير معرف عندما تكون س > ١ حيث يصبح (١ − س) > صفر

لكن نهـــــا √١ − س = صفرًا
س←١-

جـ) نهـــــا √٤ − س٢ = صفرًا
س←٢-

لأن نهـــــا ٤ − س٢ = صفرًا ولأن (٤ − س٢) > صفرعندما س < ٢
س←٢-

ومجال الاقتران ق(س) = √٤ − س٢ هو الفترة [−٢، ٢] حيث يكون ٤ − س٢ ≥ صفر

لقيم س جميعها الواقعة في هذه الفترة.

الملاذ في مهارات الرياضيات

الفروع المشتركة

الصف الثاني الثانوي / المستوى الثالث الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

نهاية خارج قسمة اقترانين

اجابة اسئلة التمارين لوحدة النهايات والاتصال

(١) نهـــا ق(س) = ٣ ، نهـــا هـ (س) = ٥
س← ٢ س← ٢

أ) نهـــا $\frac{٢ق(س)+١}{هـ(س)}$ = $\frac{نهـــا (٢ق(س)+١)}{نهـــا هـ(س)}$ = $\frac{٢ \times نهـــا ق(س)+١}{نهـــا هـ(س)}$ = $\frac{٧}{٥}$
س← ٢ س← ٢ س← ٢ س← ٢

ب) نهـــا $\frac{\sqrt{٣هـ(س)+١}}{هـ(س)+هـ(س)}$ = $\frac{نهـــا \sqrt{(٣هـ(س)+١)}}{نهـــا (ق(س)+هـ(س))}$ = $\frac{\sqrt{١+١٥}}{٥+٣}$ = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$
س← ٢ س← ٢ س← ٢

(٢)

أ) نهـــا ق(س) = نهـــا $\frac{س^٢+٣س-٤}{س+٤}$ = $\frac{١٦-١٢+٤}{٤+٤}$ = $\frac{٢٤}{٨}$ = ٣
س← ٤ س← ٤

ب) نهـــا ل(ص) = نهـــا $\frac{٢ص^٢}{ص^٢-ص+٥}$ = $\frac{٢}{١-١+٥}$ = $\frac{٢}{٥}$
ص← ١ ص← ١

جـ) نهـــا هـ(ع) = نهـــا $\frac{٢ع-٦}{٥ع+٣}$ = $\frac{٦-٦}{١٥+٣}$ = $\frac{صفراً}{١٨}$ = صفراً
ع← ٣ ع← ٣

(٣)

أ) نهـــا $\frac{س^٢+٣س-٤}{س+٤}$ = نهـــا $\frac{(س+٤)(س-١)}{س+٤}$ = نهـــا (س - ١) = - ٥
س← -٤ س← -٤ س← -٤

ب) نهـــا $\frac{٣س-١٢}{س^٢-١٦}$ = نهـــا $\frac{٣(س-٤)}{(س-٤)(س+٤)}$ = نهـــا $\frac{٣}{س+٤}$ = $\frac{٣}{٨}$
س← ٤ س← ٤ س← ٤

جـ) نهـــا $\frac{\frac{١}{٢}-\frac{١}{س}}{س-٢}$ = نهـــا $\frac{س-٢}{٢س}$ × $\frac{١}{س-٢}$ = $\frac{١}{٤}$
س← ٢ س← ٢

د) نهـــا $\frac{س-٩}{\sqrt{س}-٣}$ = نهـــا $\frac{س-٩}{\sqrt{س}-٣}$ × $\frac{\sqrt{س}+٣}{\sqrt{س}+٣}$ = نهـــا $\frac{(س-٩)(\sqrt{س}+٣)}{س-٩}$ = ٦
س← ٩ س← ٩ س← ٩

هـ) نهـــا $\frac{س^٤+٣س^٢}{س^٣-٤س^٢}$ = نهـــا $\frac{س^٢(س^٢+٣)}{س^٢(س-٤)}$ = $\frac{-٣}{٤}$
س← ٠ س← ٠

الملاذ في مهارات الرياضيات
0772259503
الأستاذ حمزة عواد أبو الفول

و) $\text{نهـــا}_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١}-٢}{س-٣} = \text{نهـــا}_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+١}-٢}{س-٣} \times \frac{\sqrt{س+١}+٢}{\sqrt{س+١}+٢}$

$= \text{نهـــا}_{س \to ٣} \frac{(س+١)-٤}{(س-٣)(٢+\sqrt{س+١})}$

$= \text{نهـــا}_{س \to ٣} \frac{٣-س}{(س-٣)(٢+\sqrt{س+١})} = \frac{-١}{٤}$

(٤) $ق(س) = س^{٣}$

$\text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{ق(س)-ق(٢)}{س-٢} = \text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{س^{٣}-٨}{س-٢} = \text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{(س-٢)(س^{٢}+٢س+٤)}{س-٢}$

$= ٤+٤+٤ = ١٢$

(٥) $ق(س) = \frac{٣}{س+١}$

$\text{نهـــا}_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ} = \text{نهـــا}_{هـ \to ٠} \frac{\frac{٣}{س+هـ+١} + \frac{٣}{س+١}}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to ٠} \frac{٣(س+١)-٣(س+هـ+١)}{(س+هـ+١)(س+١)} \times \frac{١}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to ٠} \frac{٣س+٣-٣س-٣هـ-٣}{(س+هـ+١)(س+١)} \times \frac{١}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to ٠} \frac{-٣هـ}{(س+هـ+١)(س+١)} \times \frac{١}{هـ}$

$= \frac{-٣}{(س+١)^{٢}}$

(١)

أ) ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، \ س < ١ \\ ٣س+١ & ، \ س \geq ١ \end{cases}$ ، عند س = ١

ق معرّف عند س=١ ، ق(١) = ٣×١+١= ٤

نجد النهايتين اليمنى واليسرى عندما س← ١

نهـــــا ق(س) = نهـــــا س^{٢} = ١
س←١$^{+}$ س←١$^{-}$

نهـــــا ق(س) = نهـــــا (٣س+١) = ٤
س←١$^{+}$ س←١$^{+}$

إذن نهـــــا ق(س) غير موجودة
س←١

إذن ق غير متصل عند س = ١

ب) هـ (س) = $\frac{س-١٢}{س^{٢}-٣}$ ، عند س = ٠

هـ معرّف عند س= ٠ ، حيث هـ (٠) = $\frac{-١٢}{-٣}$ = ٤

وكذلك نهـــــا هـ (س) = نهـــــا $\frac{س-١٢}{س^{٢}-٣}$ = $\frac{-١٢}{-٣}$ = ٤
س←٠ س←٠

إذن هـ (س) متصل عند س=٠

جـ) ل (س) = جـ (س) + د (س) ، عند س = ٣

حيث جـ (س) = ٥ + ٢س ، د(س) = $\begin{cases} س^{٢}-٥ & ، \ س \geq ٣ \\ س+١ & ، \ س < ٣ \end{cases}$

جـ (س) متصل عند س=٣؛ لأنه كثير حدود.

نبحث في اتصال د(س) عند س=٣

د معرّف عند س = ٣ حيث د(٣)= ٣^{٢} − ٥ = ٤

نهـــــا د(س) = نهـــــا (س+١) = ٤
س←٣$^{+}$ س←٣$^{+}$

نهـــــا د(س) = نهـــــا (س^{٢}ـ ٥) = ٤
س←٣$^{-}$ س←٣$^{-}$

إذن د متصل عند س= ٣

وبما أن جـ (س) ، د(س) متصلان عند س = ٣ فإن الاقتران ل(س) متصل عند س = ٣ ؛ لأنه عندها مجموع اقترانين متصلين.

٢) $ق(س) = \begin{cases} س^{٢}+٧ & ، س \geq -٢ \\ أس+١ & ، س < -٢ \end{cases}$

بما أن ق متصل عند س = − ٢ ،فإن $\lim_{س \to -٢}$ ق(س) موجودة

وهذا يعني أن:

$\lim_{س \to -٢^{+}}$ ق(س) = $\lim_{س \to -٢^{-}}$ ق(س)

$\lim_{س \to -٢^{+}}$ (أ س +١) = $\lim_{س \to -٢^{-}}$ (س^{٢}+٧)

−٢ أ+١ = (− ٢)^{٢} +٧

−٢ أ = ١١−١

−٢ أ = ١٠

إذن أ = −٥

٣) $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣س-١٢}{س^{٢}-٣س-٤} & ، س \neq ٤ ، -١ \\ م & ، س = ٤ \end{cases}$

بما أن ق متصل عند س= ٤ ، فإن ق(٤) = $\lim_{س \to ٤}$ ق(س)

أي أن م = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{٣س-١٢}{س^{٢}-٣س-٤}$ = $\lim_{س \to ٤}$ $\frac{٣(س-٤)}{(س-٤)(س+١)}$ = $\frac{٣}{٥}$

٤) ق متصل عندما س < − ١ ؛ لأنه كثير حدود

وكذلك ق متصل عندما س > − ١ ؛ لأنه كثير حدود

والآن نبحث في اتصال ق عند س= − ١

ق معرّف عند س= ـ ١ ، ق(−١) = (−١)^{٢}−٣(−١) + ٢ = ١+٣+٢=٦

$\lim_{س \to -١^{-}}$ ق(س) = $\lim_{س \to -١^{-}}$ (س^{٢}−٣س+٢) = (−١)^{٢}− ٣(−١) + ٢ = ١+٣+٢=٦

$\lim_{س \to -١^{+}}$ ق(س) = $\lim_{س \to -١^{+}}$ (س+١) = −١+١ = صفراً

إذن $\lim_{س \to -١}$ ق(س) غير موجودة ولذلك فإن ق غير متصل عند س = − ١

مما سبق ينتج أن ق متصل لقيم س الحقيقية جميعها عدا س = − ١

٥) ق(س) = $\begin{cases} ٢ & ، \ س = ٣ \\ \frac{٣س+١}{س-١} & ، \ ٣ < س < ٥ \\ ٤ & ، \ س = ٥ \end{cases}$

ق متصل في الفترة المفتوحة (٣ ، ٥)؛ لأن الاقتران ق(س) = $\frac{٣س+١}{س-١}$

غير متصل عند س=١ (التي تجعل المقام س−١= صفر) وهي لا تنتمي للفترة (٣ ، ٥).

والآن نبحث في اتصال ق عند س= ٣ من اليمين:

ق معرّف عند س= ٣ ، ق(٣) = ٢

$$\text{نهـــا}_{س \to ٣^+} \ ق(س) = \text{نهـــا}_{س \to ٣^+} \frac{٣س+١}{س-١} = \frac{١+٣\times٣}{١-٣} = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

إذن ق غير متصل عند س=٣ من اليمين؛ لأن ق(٣) ≠ $\text{نهـــا}_{س \to ٣^+}$ ق(س)

وبالنسبة للاتصال عند س= ٥ من اليسار تلاحظ أن ق معرّف عند س= ٥ ، ق(٥) = ٤

$$\text{نهـــا}_{س \to ٥^-} \ ق(س) = \text{نهـــا}_{س \to ٥^-} \frac{٣س+١}{س-١} = \frac{١+٥\times٣}{١-٥} = \frac{١٦}{٤} = ٤$$

إذن ق متصل عند س= ٥ من اليسار؛ لأن ق(٥) = $\text{نهـــا}_{س \to ٥^-}$ ق(س)

مما سبق ينتج أن ق متصل في الفترة (٣، ٥]

أي أن ق متصل لقيم س جميعها في الفترة [٣، ٥] باستثناء س = ٣

(١)

أ) $\lim_{س \to ٤} ق(س) = صفراً$

ب) $\lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = ٣$

جـ) $\lim_{س \to -\infty} هـ(س) = \infty$

د) $\lim_{س \to ٤} (س^٢ \times هـ(س)) = ٤^٢ \times ١ = ١٦$

هـ) $\lim_{س \to ٢^-} ق(س) = ٤$

و) $\lim_{س \to ٤} \frac{ق(س) + س}{٢هـ(س) + ٥} = \frac{\lim_{س \to ٤} (ق(س) + س)}{\lim_{س \to ٤} (٢هـ(س) + ٥)} = \frac{٤ + ٠}{٢ \times ١ + ٥} = \frac{٤}{٧}$

ز) $\lim_{س \to ٢^+} (ق(س) + هـ(س)) = \lim_{س \to ٢^+} ق(س) + \lim_{س \to ٢^+} هـ(س) = ٢ + ٣ = ٥$

ح) $\lim_{س \to ٢^-} (ق(س) + هـ(س)) = \lim_{س \to ٢^-} ق(س) + \lim_{س \to ٢^-} هـ(س) = ٤ + ١ = ٥$

(٢)

أ) $\lim_{س \to -١} (٣س^٢ + ٥س - ٤) = ٣(-١)^٢ + ٥(-١) - ٤ = ٣ - ٥ - ٤ = -٦$

ب) $\lim_{س \to ٢} \frac{٩ + س}{س^٢ - ١} = \frac{٢ + ٩}{٤ - ١} = \frac{١١}{٣}$

جـ) $\lim_{س \to ٣} \frac{٣ - س}{س^٢ - ٢س - ٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{٣ - س}{(س - ٣)(س + ١)} = \lim_{س \to ٣} \frac{-١}{(س + ١)} = \frac{-١}{٤}$

د) $\lim_{س \to \infty} \frac{٧س - ٢س^٢}{س^٢ - ١} = \lim_{س \to \infty} \frac{-٢س^٢}{س^٢} = -٢$

هـ) $\lim_{س\to 0} \frac{س^2}{\sqrt{س^2+٤}-٢} = \lim_{س\to 0} \frac{س^2}{\sqrt{س^2+٤}-٢} \times \frac{\sqrt{س^2+٤}+٢}{\sqrt{س^2+٤}+٢}$

$= \lim_{س\to 0} \frac{س^2(\sqrt{س^2+٤}+٢)}{س^2+٤-٤} = \lim_{س\to 0} (\sqrt{س^2+٤}+٢) = ٢+٢ = ٤$

و) $\lim_{س\to\infty} \frac{٣-٢س}{س^2} = \lim_{س\to\infty} \frac{-٢س}{س^2} = \lim_{س\to\infty} \frac{-٢}{س}$ = صفراً

٣) ق(س) = $\begin{cases} س^2-١ & ، س > ٢ \\ ٥ & ، س = ٢ \\ \sqrt{س+٧} & ، س < ٢ \end{cases}$

أ) $\lim_{س\to ٢^+}$ ق(س) = $\lim_{س\to ٢^+} \sqrt{س+٧} = \sqrt{٩} = ٣$

$\lim_{س\to ٢^-}$ ق(س) = $\lim_{س\to ٢^-} (س^2-١) = ٤-١ = ٣$

إذن $\lim_{س\to ٢}$ ق(س) = ٣

ب) $\lim_{س\to ٩}$ ق(س) = $\lim_{س\to ٩} \sqrt{س+٧} = \sqrt{١٦} = ٤$

جـ) $\lim_{س\to -٣}$ ق(س) = $\lim_{س\to -٣} (س^2-١) = ٩-١ = ٨$

٤)

أ) ق(س) = $\frac{١-٢س}{س^2+٩}$

ليس له نقط عدم اتصال؛ لأنه لا يوجد أصفار للمقام فالمعادلة $س^2 + ٩ =$ صفرًا ليس لها حل.

ب) هـ (س) = $\begin{cases} س^2+١ & ، س < ٤ \\ ٦ & ، س = ٤ \\ س+٢ & ، س > ٤ \end{cases}$

هـ متصل عندما س< ٤؛ لأنه كثير حدود ، ومتصل عندما س >٤؛ لأنه كثير حدود

نبحث في اتصاله عند س=٤

$\lim_{س\to ٤^-}$ هـ (س) = $\lim_{س\to ٤^-} (س^2 + ١) = ١٦+١ = ١٧$

$\lim_{س\to ٤^+}$ هـ (س) = $\lim_{س\to ٤^+} (س+٢) = ٤ + ٢ = ٦$

إذن $\lim_{س\to ٤}$ هـ (س) غير موجودة ، وعليه فإن هـ غير متصل عند س=٤

أي أن لهذا الاقتران نقطة عدم اتصال عند س = ٤

جـ) ل(س) = $\frac{١-٢س}{س^{٢}-١}$

ل غير متصل عند قيم س التي تجعل المقام يساوي صفرًا

أي $س^{٢}$ ـ ١ = ٠ ومنها $س^{٢}$ = ١

س = ١ ، ـ ١

إذن له نقط عدم اتصال عند س= ـ ١ ، س= ١

د) م(س) = $\frac{١}{س}$ + $\frac{س+١}{س+٣}$

م(س) = $\frac{س+٣+س(س+١)}{س(س+٣)}$

لهذا الاقتران نقط عدم اتصال عند أصفار مقامه

أي عندما س(س+٣) = ٠

أي عندما س= ٠ ، س= ـ ٣

٥) ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+٥ & ، س > ٣ \\ ل & ، س \leq ٣ \end{cases}$

بما أن ق اقتران متصل فإنه يكون متصلاً عند س = ٣

وعليه فإن نهـــــا ق(س) موجودة
س←٣

وذلك يعني أن:

نهـــــا ق(س) = نهـــــا ق(س)
س←٣⁺ س←٣⁻

نهـــــا ل = نهـــــا ($س^{٢}$ + ٥)
س←٣⁺ س←٣⁻

إذن ل = $٣^{٢}$ + ٥ = ١٤

الملاذ في مهارات الرياضيات

الفروع المشتركة

الصف الثاني الثانوي / المستوى الثالث الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

الاحتبار الذاتي

اجابة اسئلة التمارين لوحدة النهايات والاتصال

(١)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥
رمز الإجابة الصحيحة	أ	د	ب	د	جـ

(٢)

أ) $\text{نهـــا}_{س\leftarrow -١} \frac{س + س^{٢}}{س^{٢}-١} = \text{نهـــا}_{س\leftarrow -١} \frac{س(١+س)}{(س-١)(س+١)} = \text{نهـــا}_{س\leftarrow -١} \frac{س}{(س-١)} = \frac{١}{٢}$

ب) $\text{نهـــا}_{س\leftarrow ٤} \frac{\frac{س}{س-٢} - \frac{س+٢}{س-١}}{س - ٤} = \text{نهـــا}_{س\leftarrow ٤} \frac{س(س-١) - (س+٢)(س-٢)}{(س-٢)(س-١)} \times \frac{١}{س-٤}$

$= \text{نهـــا}_{س\leftarrow ٤} \frac{س^{٢}- س - س^{٢}+ ٤}{(س-٢)(س-١)} \times \frac{١}{س-٤}$

$= \text{نهـــا}_{س\leftarrow ٤} \frac{-(س-٤)}{(س-٢)(س-١)} \times \frac{١}{س-٤}$

$= \text{نهـــا}_{س\leftarrow ٤} \frac{-١}{(س-٢)(س-١)} = \frac{-١}{٦}$

جـ) $\text{نهـــا}_{هـ\leftarrow ٠} \frac{\sqrt{س + هـ} - \sqrt{س}}{هـ} = \text{نهـــا}_{هـ\leftarrow ٠} \frac{\sqrt{س + هـ} - \sqrt{س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س + هـ} + \sqrt{س}}{\sqrt{س + هـ} + \sqrt{س}}$

$= \text{نهـــا}_{هـ\leftarrow ٠} \frac{س + هـ - س}{هـ (\sqrt{س + هـ} + \sqrt{س})}$

$= \text{نهـــا}_{هـ\leftarrow ٠} \frac{١}{\sqrt{س + هـ} + \sqrt{س}}$

$= \frac{١}{\sqrt{س} + \sqrt{س}} = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

(٣) $ق(س) = \begin{cases} أ س^{٢} + ب & ، س < ٢ \\ ١٦ & ، س = ٢ \\ ٣ أ س + ١ & ، س > ٢ \end{cases}$

بما أن ق متصل عند س=٢ ، فإن $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ق(٢)

وهذا يعني أن: $\lim_{س \to ٢^{+}}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ق(س) = ق(٢)

$\lim_{س \to ٢^{+}}$ (٣أ س+١) = $\lim_{س \to ٢^{-}}$ (أ $س^{٢}$+ ب) = ق(٢)

أي أن: $\lim_{س \to ٢^{+}}$ (٣ أ س + ١) = ق(٢)

٦ أ + ١ = ١٦

٦ أ = ١٥ ومنها أ = $\frac{١٥}{٦}$ = ٢,٥

وكذلك $\lim_{س \to ٢^{-}}$ (أ $س^{٢}$+ ب) = ق(٢)

أي أن ٤ أ + ب = ١٦

وبتعويض قيمة أ في هذه المعادلة ينتج أن : ٤(٢,٥) + ب =١٦

١٠ + ب =١٦

ومنها ب = ٦

(٤) $ق(س) = \begin{cases} ١ & ، س > ٥ \\ صفر & ، س = ٥ \\ -١ & ، س < ٥ \end{cases}$ ، هـ (س) = س − ٥

تلاحظ أن ق غير متصل عند س= ٥ (النهاية اليمنى = −١ ، النهاية اليسرى = ١)

لذلك نجد قاعدة ل(س) = ق(س)×هـ (س).

$ل(س) = \begin{cases} ١ \times (س-٥) & ، س > ٥ \\ صفر \times (س-٥) & ، س = ٥ \\ -١ \times (س-٥) & ، س < ٥ \end{cases}$

$= \begin{cases} س - ٥ & ، س > ٥ \\ صفر & ، س = ٥ \\ -س+٥ & ، س < ٥ \end{cases}$

والآن نبحث في اتصال ل(س) عند س= ٥

ل معرّف عند س= ٥ ،حيث ل (٥) = صفرًا

$\lim_{س \to ٥^{-}}$ ل(س) = $\lim_{س \to ٥^{-}}$ (س ـ ٥) = صفرًا

$\lim_{س \to ٥^{+}}$ ل(س) = $\lim_{س \to ٥^{+}}$ (ـ س + ٥) = صفرًا

إذن $\lim_{س \to ٥}$ ل(س) = صفرًا

وبما أن $\lim_{س \to ٥}$ ل (س) = ل(٥) ، فإن ل(س) متصل عند س= ٥

١) أ) قَ (س) = نـــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{٣(س+هـ)^{٢}-(٣س^{٢}-٢)}{هـ}$
هـ ← ٠ هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{٣س^{٢}+٣هـ^{٢}-٢-٣س^{٢}+٢}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{٣هـ}{هـ}$ = ٣
هـ ← ٠ هـ ← ٠

ب) قَ (س) = نـــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{((س+هـ)^{٢}-(س+هـ))-(س^{٢}-س)}{هـ}$
هـ ← ٠ هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{(س^{٢}+٢هـس+هـ^{٢}-س-هـ-س^{٢}+س)}{هـ}$
هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{(٢هـس+هـ^{٢}-هـ)}{هـ}$
هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{هـ(٢س+هـ-١)}{هـ}$ = ٢س + ٠ - ١ = ٢س - ١
هـ ← ٠

جـ) $\frac{دص}{دس}$ = نـــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{(س+هـ)^{٣}-س^{٣}}{هـ}$
هـ ← ٠ هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{س^{٣}+٣س^{٢}هـ+٣سهـ^{٢}+هـ^{٣}-س^{٣}}{هـ}$
هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{هـ(٣س^{٢}+٣سهـ+هـ^{٢})}{هـ}$ = ٣س^٢ + ٠ + ٠ = ٣س^٢
هـ ← ٠

د) $\frac{دص}{دس}$ = نـــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$
هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{\frac{-٣}{س+هـ}-\frac{-٣}{س}}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{-٣س+٣(س+هـ)}{(س)(س+هـ)}$ × $\frac{١}{هـ}$
هـ ← ٠ هـ ← ٠

= نـــهـا $\frac{-٣س+٣س+٣هـ}{(س+هـ)(س)\times هـ}$ = نـــهـا $\frac{٣هـ}{(س+هـ)(س)هـ}$ = $\frac{٣}{(س+٠)(س)}$ = $\frac{٣}{س^{٢}}$
هـ ← ٠ هـ ← ٠

هـ) $\frac{دص}{دس}$ = نـــهـا $\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

= نـــهـا $\frac{\sqrt{س+هـ} - \sqrt{س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}$

= نـــهـا $\frac{س+هـ - س}{هـ(\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س})} \times \frac{١}{\sqrt{س+٠} + \sqrt{س}} = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

٢) أ) قَ (٢) = نـــهـا $\frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{(٦ - ٥(٢ + هـ) - (-٤)}{هـ}$

= نـــهـا $\frac{٦ - ١٠ - ٥هـ+٤}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{-٥هـ}{هـ}$ = -٥

ب) قَ (٠) = نـــهـا $\frac{ق(٠ +هـ) - ق(٠)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{ق(هـ) - ق(٠)}{هـ}$

= نـــهـا $\frac{(٥هـ^٣ - ٣هـ + ١) - (١)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{هـ (٥هـ^٢ - ٣)}{هـ}$ = (٥×٠)-٣=-٣

جـ) قَ (٣) = نـــهـا $\frac{ق(٣ + هـ) - ق(٣)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{\frac{٢}{(٢ +هـ)} - \frac{٢}{٢}}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{٤ - ٤ - ٢هـ}{هـ ٢(٢ + هـ)}$

= نـــهـا $\frac{-٢هـ}{هـ (٢ + هـ)}$ = $\frac{-٢}{(٠ + ٢)}$ = $\frac{-١}{٢}$

د) قَ (١) = نـــهـا $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ = نـــهـا $\frac{\sqrt{٣(١ + هـ)} - ٢ - ١}{هـ}$

= نـــهـا $\frac{\sqrt{٣هـ + ١} - ١}{هـ} \times \frac{\sqrt{٣هـ+١} + ١}{\sqrt{٣هـ+١} + ١}$ = نـــهـا $\frac{٣هـ+١-١}{هـ(\sqrt{٣هـ + ١} + ١)}$

= نـــهـا $\frac{٣هـ}{هـ (\sqrt{٣هـ+١} + ١)}$ = $\frac{٣}{\sqrt{١} + ١}$ = $\frac{٣}{٢}$

الملاذ في مهارات الرياضيات

الفروع المشتركة

الصف الثانى الثانوى / المستوى الثالث الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

قواعد الاشتقاق (١)

اجابة اسئلة التمارين لوحدة التفاضل

(١) أ) $ق'(س) = ١٥س^{٢}$

ب) $ق'(س) = ٦س - ٥$

جـ) $ق(س) = ٢س + ٣س^{-١}$

$ق'(س) = ٢ - ٣س^{-٢} = ٢ - \frac{٣}{س^{٢}}$

د) $ق'(س) = ٣جتاس - ٥جاس - ٧ قا^{٢}س$

هـ) $ق'(س) = ٣ \times \frac{١}{س} - ٤ هـ^{س} = \frac{٣}{س} - ٤هـ^{س}$

(٢) أ) $\frac{دص}{دس} = ١٥ س^{٢} - ٨س$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=٢} = ١٥ \times ٤ - ٨ \times ٢ = ٤٤$

ب) ص $= ٣س^{٢} - ١ + ٦س^{-٢}$

$\frac{دص}{دس} = ٦س - ١٢س^{-٣} = ٦س - \frac{١٢}{س^{٣}}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=١} = ٦ \times ١ - ١٢ = ٦ - ١٢ = -٦$

جـ) ص $= س^{٢} + س^{\frac{١}{٢}}$

$\frac{دص}{دس} = ٢س + \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}} = ٢س + \frac{١}{\sqrt{٢ س}}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=٤} = ٢ \times ٤ + \frac{١}{\sqrt{٤ ٢}} = ٨ + \frac{١}{٤} = ٨ \frac{١}{٤}$

د) $\frac{دص}{دس} = -٣هـ^{س} - \frac{١}{س}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=١} = -٣هـ^{١} - ١ = -٣هـ$

(٣) م (س) $= س^{٣}(٢س - ١) = ٢س^{٤} - س^{٣}$

مَ (س) $= ٨س^{٣} - ٣س^{٢}$

الملاذ في مهارات الرياضيات
0772259503
الأستاذ حمزة عواد أبو الفول

hamzehaboalfoul@yahoo.com

الملاذ في مهارات الرياضيات

الفروع المشتركة

الصف الثانى الثانوى / المستوى الثالث — الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

اجابة اسئلة التمارين لوحدة التفاضل

قواعد الاشتقاق (٢)

(١) أ) $ق(س) = (٢س^{٤} - ٥)(-٥) + (٨ - ٥س)(٨س^{٣})$

$= -٥٠س^{٤} + ٦٤س^{٣} + ٢٥$

ب) $\frac{دص}{دس} = \frac{(س-٣)\times(٢س) - (س^{٢})\times ١}{(س-٣)^{٢}} = \frac{س^{٢} - ٦س}{(س-٣)^{٢}}$

جـ) $\frac{دص}{دس} = \frac{-٥(٢س-١)}{(س^{٢}-س-٦)^{٢}} = \frac{-١٠س+٥}{(س^{٢}-س-٦)^{٢}}$

د) $\frac{دص}{دس} = س^{٢}\times(-جاس) + (جتاس)\times(٢س) = -س^{٢}جاس + ٢س جتاس$

هـ) $\frac{دص}{دس} = \frac{(١+جتاس)\times(جتاس) - (جاس)\times(-جاس)}{(١+جتاس)^{٢}}$

$= \frac{جتاس + جتا^{٢}س + جا^{٢}س}{(١+جتاس)^{٢}} = \frac{جتاس + ١}{(١+جتاس)^{٢}} = \frac{١}{١+جتاس}$

ملاحظة : $جتا^{٢}س + جا^{٢}س = ١$

و) $\frac{دص}{دس} = (-٥س^{٢})\times(-جاس) + (جتاس)\times(-١٠س) + ٣ق^{٢}س$

$= ٥س^{٢}جاس - ١٠س جتاس + ٣ق^{٢}س$

(٢) أ) $\frac{دص}{دس} = ٢٤س^{٣} - ٢$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = ٧٢س^{٢}$ ، إذن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}\Big|_{س=١} = ٧٢$

ب) $ص = \frac{٥}{س}$ ، $\frac{دص}{دس} = \frac{-٥}{س^{٢}}$ ، $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = \frac{١٠}{س^{٣}}$

جـ) $\frac{دص}{دس} = س^{٣}\times هـ^{س} + هـ^{س}\times ٣س^{٢}$

$= (س^{٣}هـ^{س}) + (٣س^{٢}هـ^{س})$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = (س^{٣}\times هـ^{س} + هـ^{س}\times ٣س^{٢}) + (هـ^{س}\times ٦س + ٣س^{٢}هـ^{س})$

$= س^{٣}هـ^{س} + ٦س^{٢}هـ^{س} + ٦س هـ^{س}$

د) $\frac{دص}{دس} = س^{٢}\times جتاس + جاس \times ٢س$

$= (س^{٢}جتاس) + (٢س جاس)$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = (س^{٢}\times(-جاس) + جتاس \times ٢س) + (جاس \times ٢ + ٢س جتاس)$

$= -س^{٢}جاس + ٢س جتاس + ٢جاس + ٢س جتاس$

$= -س^{٢}جاس + ٤س جتاس + ٢جاس$

هـ) $\frac{دص}{دس} = \frac{٣}{س}$ ، $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = \frac{-٣}{س^{٢}}$

(٣) $ق(س) = (س-٣)(٥س^{٤}) + (س^{٥}-١)(١) = ٥س^{٥} - ١٥س^{٤} + س^{٥} - ١$

$= ٦س^{٥} - ١٥س^{٤} - ١$

$ق''(س) = ٣٠س^{٤} - ٦٠س^{٣}$

$ق''(٠) =$ صفر

hamzehaboalfoul@yahoo.com

١) أ) قَ (س) = ٢

عندما س = ٢ فإن ص = ق(٢) = ٥ ، إذن نقطة التماس (٢ ، ٥)

ميل المماس = قَ (٢) = ٢

معادلة المماس هي ص − ٥ = ٢(س − ٢) ومنها ص = ٢س + ١

ب) قَ (س) = $-٤س^{-٢} + ٩ = \frac{-٤}{س^{٢}} + ٩$

عندما س = ٢ فإن ص = ق(٢) = ٢٠ ، إذن نقطة التماس (٢ ، ٢٠)

ميل المماس = قَ (٢) = ٨

معادلة المماس هي ص − ٢٠ = ٨(س − ٢) ومنها ص = ٨س + ٤

جـ) قَ (س) = (٢س − ٣)×١ + (س − ٥)×٢ = ٤س − ١٣

عندما س = ١ فإن ص = ق(١) = ٤ ، إذن نقطة التماس (١ ، ٤)

ميل المماس = قَ (١) = −٩

معادلة المماس هي ص − ٤ = −٩(س − ١) ومنها ص = −٩س + ١٣

د) قَ (س) = $\frac{(س + ١) \times ٣ - (٣س - ٢) \times ١}{(س + ١)^{٢}}$

عندما س = ٤ فإن ص = ق(٤) = ٢ ، إذن نقطة التماس (٤ ، ٢)

ميل المماس = قَ (٤) = $\frac{١}{٥}$

معادلة المماس هي ص − ٢ = $\frac{١}{٥}$ (س − ٤) ومنها ٥ص = س + ٦

٢) قَ (س) = $\frac{-٤}{س^{٢}}$

ميل المنحنى = قَ (٢) = −١

٣) السرعة ع (ن) = ٣ن^{٢} − ٢ن

التسارع ت(ن) = ٦ ن − ٢

عندما ت(ن) = ٤

فإن ٦ن − ٢ = ٤ ومنها ن = ١ ثانية

ع(١) = ٣(١)^{٢} − ٢ (١) = ٣ − ٢ = ١م/ث

٤) السرعة ع(ن) = ٦ن^{٢} − ٦

التسارع ت(ن) = ١٢ ن

عندما ع(ن) = ١٨

فإن ٦ن^{٢} − ٦ = ١٨

ن^{٢} = ٤ ومنها ن = ٢ ، −٢ (تهمل)

ت (١) = ٢٤ م/ث^{٢}

(١) أ) $\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= (٣ع^{٢} + ٦ع - ٢)(٢) = ٦ع^{٢} + ١٢ع - ٤$

$= ٦(٢س+٣)^{٢} + ١٢(٢س+٣) - ٤$

ب) $\frac{دص}{دس} = ٧(٥ - س^{٢})^{٦} \times (-٢س) = -١٤س(٥ - س^{٢})^{٦}$

جـ) $\frac{دص}{دس} = -٥(س^{٢}+١)^{-٦} \times (٢س) = -١٠س(س^{٢}+١)^{-٦}$

د) $\frac{دص}{دس} = \frac{-٢س}{٢\sqrt{٣ - س^{٢}}}$

هـ) $\frac{دص}{دس} = ٣جتا^{٢}س \times (-جاس) = -٣جتا^{٢}س\ جاس$

و) $\frac{دص}{دس} = ٢ظا٣س \times قا^{٢}٣س \times ٣ = ٦ظا٣س\ قا^{٢}٣س$

(٢) أ) $\frac{دص}{دس} = (٣س^{٢} - ٢) \times هـ^{س^{٣} - ٢س}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=٠} = -٢ \times هـ^{٠} = -٢ \times ١ = -٢$

ب) $\frac{دص}{دس} = \frac{٢س - ٢}{س^{٢} - ٢س + ٤}$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=٢} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

(٣) قَ (س) $= \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

عندما س = ١ فإن ص = ق(١) = ٣ ، إذن نقطة التماس (١ ، ٣)

ميل المماس = قَ (١) $= \frac{١}{٢}$

معادلة المماس هي ص - ٣ $= \frac{١}{٢}$ (س - ١) ومنها ٢ص = س + ٥

(٤) ع (ن) $= \frac{٢}{٢\sqrt{٢ن}}$ ومنها ع (٤) $= \frac{١}{٨\sqrt{}}$ م/ث

الملاذ في مهارات الرياضيات

الفروع المشتركة

الصف الثاني الثانوي / المستوى الثالث الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

الاشتقاق الضمني

اجابة اسئلة التمارين لوحدة التفاضل

١) $٤ س^{٣}$ = $١ + ٢ ص ص'$

$٤ س^{٣} - ١ = ٢ ص ص'$

$٢ ص ص' = ٤ س^{٣} - ١$

$ص' = \frac{٤ س^{٣} - ١}{٢ ص}$

$ص' \Big|_{(١،١)} = \frac{٤ - ١}{٢} = \frac{٣}{٢}$

٢) أ) $٢ ص ص' = ٢ س + ٣ ص^{٢} ص'$

$٢ ص ص' - ٣ ص^{٢} ص' = ٢ س$

$ص' (٢ ص - ٣ ص^{٢}) = ٢ س$

$ص' = \frac{٢ س}{٢ ص - ٣ ص^{٢}}$

ب) $٣ س ص' + ص \times ٣ - (س^{٢} ص' + ص \times ٢ س) + ٢ ص ص' = ٤$

$٣ س ص' + ٣ ص - س^{٢} ص' - ٢ س ص + ٢ ص ص' = ٤$

$ص' (٣ س - س^{٢} + ٢ ص) = - ٣ ص + ٢ س ص + ٤$

$ص' = \frac{- ٣ ص + ٢ س ص + ٤}{٣ س - س^{٢} + ٢ ص}$

جـ) $٣ ص^{٢} ص' = ٢ س$ ومنها $ص' = \frac{٢ س}{٣ ص^{٢}}$

د) $٣ س^{٢} + س \times ٢ ص ص' + ص^{٢} \times ١ + ٢ س \times ص' + س^{٢} ص' = ٠$

$ص' (٢ س ص + س^{٢}) = - ص^{٢} - ٢ س ص - ٣ س^{٢}$

$ص' = \frac{- ص^{٢} - ٢ س ص - ٣ س^{٢}}{٢ س ص + س^{٢}}$

٣) $(س \times ٢ ص ص' + ص^{٢} \times ١) - (٢ س \times ص + س^{٢} ص') = ٠$

عند $(١، ٣)$ يكون $(١ \times ٢ \times ٣ ص' + ٩ \times ١) - (٢ \times ١ \times ٣ + ١ \times ص') = ٠$

$(٦ ص' + ٩) - (٦ + ص') = ٠$

$٥ ص' + ٣ = ٠$

$٥ ص' = - ٣$ ومنها $ص' = - ٠,٦$

٤) $٢ س + ٢ ص ص' = ٠$

$ص' = \frac{- ٢ س}{٢ ص}$ ومنها $ص' \Big|_{(٤،٣)} = \frac{- ٤}{٣}$ (ميل المماس)

معادلة المماس هي $ص - ٣ = \frac{- ٤}{٣} (س - ٤)$ أي أن $٣ ص + ٤ س = ٢٥$

hamzehaboalfoul@yahoo.com

الملاذ في مهارات الرياضيات

الفروع المشتركة

الصف الثاني الثانوي / المستوى الثالث الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

المراجعة

اجابة اسئلة التمارين لوحدة التفاضل

١) $ق'(س) = \text{نهـا}_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{٤س هـ + ٢هـ^{٢}}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{هـ(٤س + ٢هـ)}{هـ} = ٤س$

٢) أ) $ق'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{٧ - ٢(س+هـ) - (٧ - ٢س)}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{٧ - ٢س - ٢هـ - ٧ + ٢س}{هـ} = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{-٢هـ}{هـ} = -٢$

ب) $ل'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ل(س+هـ) - ل(س)}{هـ} = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{(س+هـ)^{٢} + ٢) - (س^{٢}+٢)}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{س^{٢} + ٢س هـ + هـ^{٢} + ٢ - س^{٢} - ٢}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{هـ(٢س + هـ)}{هـ} = ٢س$

جـ) $ق'(س) = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ} = \text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{\frac{٢}{٥ - ٢(س+هـ)} - \frac{٢}{٥ - ٢س}}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to 0} \left(\frac{٢}{٥ - ٢(س+هـ)} - \frac{٢}{٥ - ٢س} \right) \times \frac{١}{هـ}$

$\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{١٠ - ٤س - ٤هـ + ٤س}{(٥ - ٢(س+هـ))(٥ - ٢س)هـ}$

$\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{٤هـ}{(٥ - ٢(س+هـ))(٥ - ٢س)هـ} = \frac{٤}{(٥ - ٢س)(٥ - ٢س)} = \frac{٤}{(٥ - ٢س)^{٢}}$

د) قَ (س) $= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{\sqrt{-٣ ٢(س+هـ)} - \sqrt{-٣ ٢ س}}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{\sqrt{-٣ ٢(س+هـ)} - \sqrt{-٣ ٢ س}}{هـ} \times \dfrac{\sqrt{-٣ ٢(س+هـ)} + \sqrt{-٣ ٢ س}}{\sqrt{-٣ ٢(س+هـ)} + \sqrt{-٣ ٢ س}}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{-٣ ٢(س+هـ) - (-٣ ٢ س)}{هـ(\sqrt{-٣ ٢(س+هـ)} + \sqrt{-٣ ٢ س})}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{-٣ ٢س - ٢هـ - (-٣ ٢س)}{هـ(\sqrt{-٣ ٢(س+هـ)} + \sqrt{-٣ ٢ س})}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{-٢ هـ}{هـ(\sqrt{-٣ ٢(س+هـ)} + \sqrt{-٣ ٢ س})}$

$= \dfrac{-٢}{\sqrt{-٣ ٢س} + \sqrt{-٣ ٢ س}}$

$= \dfrac{-٢}{٢\sqrt{-٣ ٢س}}$

٣) قَ (٣) $= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{(٣+هـ)^{٢} - ٤(٣+هـ) - (٩ - ١٢)}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{٩ + ٦هـ + هـ^{٢} - ١٢ - ٤هـ - ٩ + ١٢}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{٢هـ + هـ^{٢}}{هـ}$

$= \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \dfrac{هـ(٢ + هـ)}{هـ} = ٢$

٤) أ) ٢س − (٢س صَ + ص × ٢) = ٢ص صَ

عند (٢،١) يكون ٢ × ١ − ٢ × ١ صَ − ٤ = ٢×٢ صَ

$-2 = 6$صَ ومنها صَ $= \frac{-2}{6}$

ب) $\frac{دص}{دس} = 7(3س^2 - 2س)^6 (6س - 2)$

$\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=1} = 7(3-2)^6 (6-2) = 28$

جـ) $\frac{دص}{دس} = جا^3 س \times (-جاس) + (1 + جتا س) \times 3جا^2 س \, جتاس$

$= -جا^4 س + 3جا^2 س \, جتاس (1 + جتا س)$

د) ٢ص صَ = $3(س - 1)^2$

عند (٢،١) يكون ٢×١ صَ = $3(2 - 1)^2$ ومنها صَ = ١,٥

هـ) $\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= (5ع^4 + 3) \times (3 \times \frac{2}{5}) س^{-3}) = (5ع^4 + 3) \times \frac{6}{5} س^{-3}$

$= (5ع^4 + 3) \frac{6}{\sqrt[5]{س^3}}$

و) $\frac{دص}{دس} = \frac{(س+1) \times (1) - (س) \times (1)}{(س+1)^2} = \frac{1}{(س+1)^2}$

ز) $\frac{دص}{دس} = (2س - 1) هـ^{س^2 - س} + \frac{3س^2 - 2}{س^3 - 2س + 5}$

الفروع المشتركة

الملاذ في مهارات الرياضيات

الصف الثاني الثانوي / المستوى الثالث — الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

الاختبار الذاتي

اجابة اسئلة التمارين لوحدة التفاضل

١)

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
الرمز	جـ	أ	ب	د	د	ب	د

٢) $ق'(١) = \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{\sqrt{٢(١+هـ)-١} - ١}{هـ}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{\sqrt{١+٢هـ} - ١}{هـ} \times \dfrac{\sqrt{١+٢هـ} + ١}{\sqrt{١+٢هـ} + ١}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{١ + ٢هـ - ١}{هـ(\sqrt{١+٢هـ} + ١)}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{٢هـ}{هـ(\sqrt{١+٢هـ} + ١)}$

$= \text{نهـا}_{هـ \to ٠} \dfrac{٢}{\sqrt{١+٢هـ}} = \dfrac{٢}{٢} = ١$

الملاذ في مهارات الرياضيات
0772259503
الأستاذ حمزة عواد أبو الفول

٣) متوسط تغير هـ (س) $= \dfrac{\Delta ص}{\Delta س} = \dfrac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١ + ٢} = \dfrac{(ق(١) - ١) - (ق(-٢) - ٤)}{٣}$

$= \dfrac{ق(١) - ق(-٢) + ٣}{٣}$

$= \dfrac{ق(١) - ق(-٢)}{٣} + \dfrac{٣}{٣} = ١ + ٣ - = ٢ -$

٤) $ق'(س) = \dfrac{-٤ \times ٢ س}{(س^{٢} + ١)^{٢}} = \dfrac{-٨ س}{(س^{٢} + ١)^{٢}}$

عند س = ١ فإن ص = ق(١) = ٢ ، نقطة التماس (١ ، ٢)

الميل ق' (١) = − ٢

معادلة المماس هي: ص − ٢ = − ٢ (س − ١) ، أي أن ص = − ٢س + ٤

hamzehaboalfoul@yahoo.com

٥) أ) $\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$= (١+٢ع)(٢س)$ $= (١+٢(س^{٢}-٤))(٢س)$

$= (١+٢س^{٢}-٨)(٢س) = (٢س^{٢}-٧)(٢س)$

$= ٤س^{٣}-١٤س$

ب) $٢س + ٢س صَ + ٢ص = ٢$

$٢س صَ = -٢ - ٢س - ٢ص$

$صَ = \frac{-٢ - ٢س - ٢ص}{٢س}$ ومنها $صَ\Big|_{(٢،١)} = \frac{-٢ - ٢\times٢ - ١\times٢}{٢\times٢} = -١$

جـ) $٢ص صَ = ٢(س^{٢} - ١)\times٢س$

عند (٣،٢) يكون $٢ \times ٣ \times ٢ = صَ ٢(٤ - ١)\times٢ \times ٢$ ومنها $صَ = ٤$

د) $\frac{دص}{دس} = \frac{-٢\times٢س}{(س^{٢}-١)^{٢}}$

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=-٢} = \frac{-٨}{٩}$

هـ) $\frac{دص}{دس} = \frac{-٣س^{٢} - ٥}{٢\sqrt{-س^{٣} - ٥س}}$

و) $\frac{دص}{دس} = ١٢ جتا ٤س - ٣ جتا^{٢} س جاس - ٢قا^{٢} ٢س$

ز) $\frac{دص}{دس} = ٤س\times٣هـ^{٣س} + هـ^{٣س}\times٤ + ٢ \times \frac{٣س^{٢}}{س^{٣}}$ ومنها $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=١} = ١٦هـ^{٣} + ٦$

٦) $قَ(س) = ٢٠س^{٣} - ٢س$

$قً(س) = ٦٠ س^{٢} - ٢$ ومنها $قً(٢) = ٦٠\times٤ - ٢ = ٢٣٨$

الفروع المشتركة

الملاذ في مهارات الرياضيات

الصف الثاني الثانوي / المستوى الثالث الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

اجابة اسئلة التمارين لوحدة تطبيقات التفاضل

التزايد والتناقص

١) أ) قَ (س) = ٣س^{٢} – ٣

قَ (س) = ٣س^{٢} – ٣ = ٠ ، س = ١ ، –١

ق متزايد في الفترتين (– ∞ ، – ١] ، [١ ، ∞)

ق متناقص في الفترة [– ١ ، ١]

	∞–		١–		١		∞
قَ(س)	++++		– – – –		++		
ق (س)	↗		↘		↗		

ب) قَ (س) = – ٢ س

– ٢ س = ٠ ومنها س = ٠

ق متزايد في الفترة (– ∞ ، ٠]

ق متناقص في الفترة [٠ ، ∞)

	∞–		٠		∞
قَ(س)	++++		– – – –		
ق (س)	↗		↘		

جـ) ق(س) = س^{٢} + ٣س + ٢

قَ (س) = ٢س + ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-٣}{٢}$

ق متزايد في الفترة ($\frac{-٣}{٢}$ ، ∞ [

ق متناقص في الفترة (– ∞ ، $\frac{-٣}{٢}$]

	∞–		$\frac{-٣}{٢}$		∞
قَ(س)	– – – –		++++		
ق (س)	↘		↗		

د) قَ (س) = –٣س^{٢} – ١٢س +١٥

–٣س^{٢} – ١٢س +١٥ = ٠

س^{٢} + ٤س – ٥ = ٠

(س + ٥) (س – ١) = ٠ ومنها س = – ٥ ، ١

ق متزايد في الفترة [– ٥ ، ١]

ق متناقص في الفترتين (– ∞ ، – ٥]، [١ ، ∞)

	∞–		٥–		١		∞
قَ(س)	– – – –		++++		– –		
ق (س)	↘		↗		↘		

هـ) قَ (س) = ٢٤ – ٦ س^{٢}

٢٤ – ٦ س^{٢} = ٠

٦(٤ – س^{٢}) = ٦(س– ٢) (س+٢) = ٠

س = ٢ ، – ٢

ق متناقص في الفترتين (– ∞ ، – ٢] ، [٢ ، ∞)

ق متزايد في الفترة [– ٢ ، ٢]

	∞–		٢–		٢		∞
قَ(س)	– – – –		+++		– –		
ق (س)	↘		↗		↘		

و) ق(س) = ١ – ٢ س

قَ (س) = – ٢ تلاحظ أن ق متناقص على ح ؛ لأن قَ(س) سالبة لقيم س جميعها.

٢) ق متزايد في الفترة [٣ ، ∞)

ق متناقص في الفترة (– ∞ ، ٣]

٣) ق (س) = س^{٣} + س

قَ (س)= ٣ س^{٢} + ١

بما أن إشارة قَ (س) موجبة دائما لقيم س جميعها فإن ق (س) متزايد على مجموعة الأعداد الحقيقية.

hamzehaboalfoul@yahoo.com

الفروع المشتركة

الملاذ في مهارات الرياضيات

الصف الثانى الثانوى / المستوى الثالث الأستاذ: حمزة أبو الفول

(الأدبي ، الشرعي ، الادارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

اجابة اسئلة التمارين لوحدة تطبيقات التفاضل

القيم القصوى

(١) أ) قَ (س) = ٣ س^{٢} – ٣ = صفرًا

س = ١ ، ١–

ق (١–) = ٦ عظمى

ق (١) = ٢ صغرى

	∞–		١–		١		∞
قَ(س)	++++		----		++		
ق (س)		↗		↘		↗	

ب) قَ (س) = ٣ س^{٢} + ٦ س – ٩

= ٣(س^{٢} + ٢ س – ٣) = ٠

= ٣(س + ٣) (س – ١) = ٠

س = ٣– ، ١

ق (١) = ٤– صغرى

ق (٣–) = ٢٨ عظمى

	∞–		٣–		١		∞
قَ(س)	++++		----		++		
ق (س)		↗		↘		↗	

جـ) ل (س) = س^{٣} – س^{٢}

لَ (س) = ٣ س^{٢} – ٢ س

= س(٣س – ٢) = ٠

س = ٠ ، س = $\frac{٢}{٣}$

ل (٠) = ٠ عظمى

ل ($\frac{٢}{٣}$) = $\frac{٤-}{٢٧}$ صغرى

	∞–		٠		$\frac{٢}{٣}$		∞
قَ(س)	++++		----		++		
ق (س)		↗		↘		↗	

د) هـ (س) = ١٦ س – $\frac{س^{٣}}{٣}$

هَ (س) = ١٦ – س^{٢}

١٦ – س^{٢} = ٠ ومنها س = ٤ ، – ٤

هـ(٤–) = $\frac{١٢٨}{٣}$– قيمة صغرى ، هـ(٤) = $\frac{١٢٨}{٣}$ قيمة عظمى

	∞–		٤–		٤		∞
قَ(س)	---		+++		--		
ق (س)		↘		↗		↘	

هـ) ق (س) = س^{٣} + ١

قَ (س) = ٣ س^{٢} ، ٣ س^{٢} = ٠ ومنها س = ٠

بما أن ق(س) متزايد لقيم س جميعها إذن لا يوجد قيم قصوى

	∞–		صفر		∞
قَ(س)	++++		++++		
ق (س)		↗		↗	

٢) أ) لَ (س) = −٢ س = ٠

س = ٠

لً (س) = −٢

لً (٠) = −٢ أي أن لً (٠) سالبة

إذن يوجد للاقتران قيمة عظمى عند س = ٠ هي ل (٠) = ٤

ب) قَ (س) = ٢ س = ٠

س = ٠

قً (س) = ٢

قً (٠) = ٢ أي أن قً (٠) موجبة

إذن يوجد للاقتران ق قيمة صغرى عند س = ٠ هي ق (٠) = ٢

جـ) قَ (س) = ٦س − ١٢س^{٢} = ٠

٦س (١ − ٢س) = ٠

س = ٠ ، $\frac{١}{٢}$

قً (س) = ٦ − ٢٤س

قً (٠) = ٦ أي أن قً (٠) موجبة

إذن للاقتران ق قيمة صغرى عند س = ٠ وهي ق (٠) = صفراً

قً ($\frac{١}{٢}$) = ٦ − ١٢ = −٦ أي أن قً ($\frac{١}{٢}$) سالبة

إذن للاقتران ق قيمة عظمى عند س = $\frac{١}{٢}$ وهي ق ($\frac{١}{٢}$) = $\frac{١}{٤}$

٣) أ) قيم س الحرجة هي : ١ ، ٦

ب) ق متزايد في الفترة [١ ، ٦]؛ لأن قَ (س) > صفر في الفترة (١ ، ٦)

ق متناقص في الفترتين (−∞ ، ١] ، [٦ ، ∞) لأن قَ (س) > صفر في الفترتين (−∞ ، ١) ، (٦ ، ∞)

جـ) للاقتران ق قيمة صغرى عند س = ١ وله قيمة عظمى عند س = ٦

٤) قَ (س) = ٣ − ٣س^{٢}

= ٣(١ − س^{٢}) = ٠

ومنها س = ١ ، −١

أ) قيم س الحرجة هي −١ ، ١

س	−∞	−١	١	∞
قَ (س)	− − −	+ + +	− − −	
ق (س)	↘	↗	↘	

ب) للاقتران ق قيمة صغرى عند س = −١

وله قيمة عظمى عند س = ١

جـ) ق متزايد في الفترة [−١ ، ١]

ق متناقص في الفترتين (−∞ ، −١] [١ ، ∞)

١) نفرض أن العدد الأول س والثاني ص

مجموع العددين = س + ص

م (س) = س + ص

لكن س × ص = ٦٤

إذن ص = $\frac{٦٤}{س}$ وبالتالي فإن

م(س) = س + $\frac{٦٤}{س}$

م´ (س) = ١ − $\frac{٦٤}{س^{٢}}$ = ٠ ومنها س^{٢} = ٦٤ ، س = ٨ ، − ٨ (تهمل لأن العددين موجبين).

م˝(س) = $\frac{٦٤ \times ٢س}{س^{٤}}$ = $\frac{١٢٨}{س^{٣}}$

م˝(٨) = $\frac{١٢٨}{(٨)^{٣}}$ > ٠ ، إذن عند س = ٨ قيمة صغرى

العدد الأول س = ٨ والعدد الثاني ص = ٨.

٢) نفرض أن طول ضلع المربع المراد قطعه س.

إذن طول قاعدة الصندوق = ١٢٠ − ٢س

عرض قاعدة الصندوق = ١٢٠ − ٢س

ارتفاع الصندوق = س

حجم الصندوق = الطول × العرض × الارتفاع

ح(س) = (١٢٠ − ٢س)(١٢٠ − ٢س) س

ح(س) = ١٤٤٠٠س − ٢٤٠س^{٢} − ٢٤٠س^{٢} + ٤س^{٣}

= ١٤٤٠٠س − ٤٨٠س^{٢} + ٤س^{٣}

ح´ (س) = ١٤٤٠٠ − ٩٦٠س + ١٢س^{٢}

١٤٤٠٠ − ٩٦٠س + ١٢س^{٢} = ٠

١٢(١٢٠٠ − ٨٠س + س^{٢}) = ٠

(٦٠ − س) (٢٠ − س) = ٠

س = ٦٠ ، س = ٢٠

ح˝(س) = − ٩٦٠ + ٢٤س

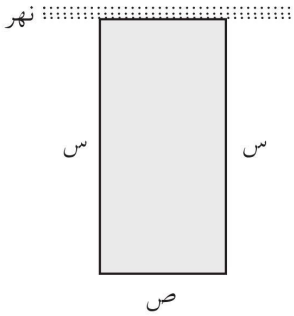
ح˝(٦٠) = − ٩٦٠ + ٢٤ × ٦٠ = ٤٨٠ − < ٠ ، عند س=٦٠ قيمة صغرى

ح˝(٢٠) = − ٩٦٠ + ٢٤ × ٢٠ = −٤٨٠ > ٠ ، عند س=٢٠ قيمة عظمى.

إذن القيمة التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن هي س = ٢٠ سم

أكبر حجم = ح (٢٠) = (١٢٠ − ٢×٢٠)(١٢٠ − ٢×٢٠)×٢٠

= ٨٠ × ٨٠ × ٢٠ = ١٢٨٠٠٠ سم^{٣}



٣) نفرض أن طول القطعة ص ، وعرضها س

طول السياج = ٢س + ص

لكن المساحة = س × ص = ٨٠٠

إذن ص = $\frac{٨٠٠}{س}$ وبالتعويض محل ص

طول السياج = ل(س) = ٢ س + $\frac{٨٠٠}{س}$

لَ (س) = ٢ − $\frac{٨٠٠}{س^{٢}}$ = ٠ ومنها س^{٢} = ٤٠٠ ، إذن س = ٢٠ ، −٢٠ (تهمل)

لً (س) = $\frac{١٦٠٠}{س^{٣}}$

لً(٢٠) = $\frac{١٦٠٠}{(٢٠)^{٣}}$ > ٠ ، إذن عند س= ٢٠ قيمة صغرى

إذن عرض القطعة س = ٢٠م ،وطولها ص = $\frac{٨٠٠}{٢٠}$ = ٤٠ م

إذن يكون طول السياج أصغر ما يمكن عندما يكون طول القطعة مساويًا مثلي عرضها.

٤) نفرض أن عدد الوحدات س

الربح = ر(س) = س× ص − (٠,٢ س^{٢} + ١٥س +٥٠٠)

لكن ٥ س = ٣٨١ − ٣ص إذن ص = $\frac{٣٨١}{٣}$ − $\frac{٥}{٣}$ س = ١٢٧ − $\frac{٥}{٣}$ س

إذن الربح ر(س) = س(١٢٧ − $\frac{٥}{٣}$ س) − (٠,٢ س^{٢} + ١٥ س +٥٠٠)

ر(س) = ١٢٧س − $\frac{٥}{٣}$ س^{٢} − $\frac{٢}{١٠}$ س^{٢} − ١٥ س − ٥٠٠

= ١١٢س − $\frac{٢٨}{١٥}$ س^{٢} − ٥٠٠

رَ (س) = ١١٢ − $\frac{٥٦}{١٥}$ س = ٠ ، ومنها س= ٣٠

رً (س) = − $\frac{٥٦}{١٥}$ < ٠

رً (٣٠) = − $\frac{٥٦}{١٥}$ < ٠ إذن عند س = ٣٠ قيمة عظمى.

إذن أكبر ربح يحصل عليه هذا المصنع عندما يكون الإنتاج الأسبوعي ٣٠ وحدة.

٥) الربح = الإيراد الكلي − التكلفة

ر(س) = (٦٠ س − س^{٢}) − (٢٠ + ٨ س) = − س^{٢} + ٥٢ س − ٢٠

الربح الحدّي = رَ (س) = − ٢س + ٥٢

٦) نفرض أن عدد الوحدات س

الربح = ر(س) = س× ٧٠ – (٦٠٠٠ + ٥٠ س + ٠,٠٠٢٥س^{٢})

ر(س) = ٢٠س– ٦٠٠٠ – ٠,٠٠٢٥س^{٢}

رَ (س) = ٢٠ – ٠,٠٠٥٠ س

٢٠ – ٠,٠٠٥٠ س = ٠ ومنها س = ٤٠٠٠ وحدة

رً (س) = – ٠,٠٠٥٠

رً (٤٠٠٠) = – ٠,٠٠٥٠ < ٠ إذن عند س = ٤٠٠٠ قيمة عظمى.

أكبر ربح يحصل عليه هذا المصنع عندما يكون الإنتاج الأسبوعي ٤٠٠٠ وحدة .

(١) ق (س) = س^{٢}(٣ − س) = ٣س^{٢} − س^{٣}

قَ (س) = ٦ س − ٣ س^{٢}

٦ س − ٣ س^{٢} = ٠

٣ س (٢ − س) = ٠

س = ٠ ، ٢

	∞−	٠	٢	∞
قَ(س)	−−−−	+++	−−	
ق (س)	↘	↗	↘	

أ) ق متزايد في الفترة [٠ ، ٢]

ومتناقص في الفترتين (− ∞ ، ٠] ، [٢ ، ∞)

ب) ق(٠) = ٠ قيمة صغرى ، ق(٢) = ٤ قيمة عظمى.

(٢) نفرض أن طول القاعدة س ، إذن العرض س ، والارتفاع ص = ٣س .

$\frac{دس}{دن}$ = ٢سم/ دقيقة

المطلوب: $\frac{دح}{دن}$ حيث ح حجم الصندوق عندما س = ١٠سم.

الحل

حجم الصندوق = مساحة القاعدة × الارتفاع

ح = س × س × ص

= س^{٢} × ٣س

ح = ٣ س^{٣}

$\frac{دح}{دن}$ = ٩ س^{٢} × $\frac{دس}{دن}$

$\frac{دح}{دن}$ = ٩ (١٠)^{٢} × ٢ = ١٨٠٠سم^{٣}/دقيقة

(٣) نفرض أن طول الورقة س ، وعرضها ص

إذن أبعاد المساحة المطبوعة (س − ٢) ، (ص − ١)

المساحة المطبوعة = (س− ٢)(ص − ١)

لكن س × ص = ٣٢ سم (مساحة الورقة)

إذن ص = $\frac{٣٢}{س}$ وبالتعويض في المساحة المطبوعة ينتج أن

م (س) = (س − ٢) ($\frac{٣٢}{س}$ − ١) = ٣٢ − س − $\frac{٦٤}{س}$ + ٢

مَ (س) = − ١ + $\frac{٦٤}{س^{٢}}$

− ١ + $\frac{٦٤}{س^{٢}}$ = ٠ ، ومنها س^{٢} = ٦٤ ، س = ٨ ، − ٨(تهمل)

مً (س) = $\frac{−٦٤ × ٢س}{س^{٤}}$ = $\frac{−١٢٨}{س^{٣}}$

م″ (٨) = $\frac{-١٢٨}{(٨)^{٣}}$ = $\frac{-١}{٤}$ < ٠ إذن عند س= ٨ قيمة عظمى.

عندما س = ٨ فإن ص = $\frac{٣٢}{٨}$ = ٤سم

إذن بعدا الورقة هما ٨سم ، ٤ سم.

٤) التكاليف = ٣٦٠٠٠ + ٤ س + س^{٢}

سعر بيع القطعة = ٥٠٠ دينار

نفرض أن عدد القطع = س

الإيراد الكلي = عدد القطع × سعر بيع القطعة = س × ٥٠٠ = ٥٠٠ س

الملاذ في مهارات الرياضيين
0772259503
الأستاذ حمزة عواد أبو الفول

أ) اقتران الإيراد الكلي للمصنع من بيع الثلاجات هو :

د (س) = ٥٠٠ س

ب) الربح = الإيراد الكلي – التكاليف

ر(س) = ٥٠٠ س – (٣٦٠٠٠ + ٤ س + س^{٢})

= ٥٠٠ س – ٣٦٠٠٠ – ٤ س – س^{٢}

ر(س) = ٤٩٦ س – ٣٦٠٠٠ – س^{٢}

رَ (س = ٤٩٦ – ٢ س

٤٩٦ – ٢ س = ٠ ومنها س = ٢٤٨

ر″ (س) = – ٢ ومنها ر″ (٢٤٨) = – ٢ < ٠

إذن عند س= ٢٤٨ قيمة عظمى

وعليه فإن عدد الثلاجات التي يجب أن يبيعها المصنع شهريًا لتحقيق أكبر ربح ممكن هو ٢٤٨ ثلاجة.

١)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥
رمز الفقرة	د	ب	أ	ب	جـ

٢) ق(س) = ٣ س – س^{٣} + ٢

قَ (س) = ٣ – ٣س^{٢}

٣ – ٣س^{٢} = ٠ ومنها س = ١ ، – ١

	$-\infty$		-١		١		∞
قَ(س)		– – – –		+ + +		– –	
ق (س)		↘		↗		↘	

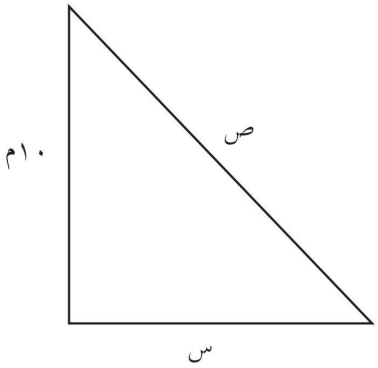
أ) ق متزايد في الفترة [– ١ ، ١]

ومتناقص في الفترتين (– ∞ ، – ١] ، [١، ∞)

ب) ق(– ١) = ٠ قيمة صغرى.

ق (١) = ٤ قيمة عظمى.

٣) نفرض أن بعد القارب س ، طول الحبل ص



إذن $\frac{دص}{دن}$ = – ٥م/د

المطلوب: $\frac{دس}{دن}$ عندما ص = ٢٦م

الحل

ص^{٢} = (١٠)^{٢} + س^{٢}

ص^{٢} = ١٠٠ + س^{٢}

٢ ص × $\frac{دص}{دن}$ = ٢ س × $\frac{دس}{دن}$

لكن عندما ص = ٢٦ فإن:

(٢٦)^{٢} = ١٠٠ + س^{٢}

٦٧٦ = ١٠٠ + س^{٢} ومنها س^{٢} = ٥٧٦

إذن س = ٢٤ م ، وبالتعويض

٢ × ٢٦ × – ٥ = ٢ × ٢٤ × $\frac{دس}{دن}$ ومنها $\frac{دس}{دن}$ = – $\frac{٦٥}{١٢}$ م/ د

ومنها سرعة اقتراب القارب تساوي $\frac{٦٥}{١٢}$ م / د

٤) نفرض أن طول القطعة س ، وعرضها ص.

التكاليف = ٢س × ٣ + ٢ص × ٢

٦٠٠ = ٦ س + ٤ ص

١٥٠ = $\frac{٣}{٢}$ س + ص

إذن ص = ١٥٠ − $\frac{٣}{٢}$ س

مساحة القطعة = الطول × العرض

م (س) = س × ص

م (س) = س × (١٥٠ − $\frac{٣}{٢}$ س) = ١٥٠ س − $\frac{٣}{٢}$ س^{٢}

مَ (س) = ١٥٠ − ٣ س

١٥٠ − ٣ س = ٠ ومنها س = ٥٠

م ً (س) = − ٣ ومنها م ً (٥٠) = − ٣ < ٠

إذن عند س = ٥٠ قيمة عظمى

عندما س = ٥٠ فإن ص = ١٥٠ − $\frac{٣}{٢}$ × ٥٠ = ٧٥

إذن مساحة أكبر قطعة مستطيلة يمكن تسييجها بمبلغ (٦٠٠) دينار تساوي:

٥٠ × ٧٥ = ٣٧٥٠ م^{٢} .

٥) الإيراد الكلي = د(س) = ١٦ س − س^{٢} − ٢٠

التكاليف = ك(س) = ٢س^{٢} − ٨ س + ١٥

الربح = ر(س) = د (س) − ك(س)

ر(س) = (١٦ س − س^{٢} − ٢٠) − (٢س^{٢} − ٨ س + ١٥)

= ١٦ س − س^{٢} − ٢٠ − ٢س^{٢} + ٨ س − ١٥

أ) اقتران الربح ر (س) = − ٣س^{٢} + ٢٤ س − ٣٥

رَ (س) = − ٦ س + ٢٤

− ٦ س + ٢٤ = ٠ ومنها س = ٤

ر ً(س) = − ٦ ومنها ر (٤) = − ٦ < ٠

إذن عند س = ٤ قيمة عظمى

ب) وعليه فإن قيمة س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن هي س = ٤ وحدات.

الملاذ في مهارات الرياضيات
0772259503
الأستاذ حمزة عواد ابو الفول

الأستاذ: حمزة أبو الفول
٠٧٧٢٢٥٩٥٠٣

الملاذ في مهارات الرياضيات
الصف الثاني الثانوي
التوجيهي
كورسات الملاذ في مهارات الرياضيات

جميع الفروع

كورسات الملاذ في الرياضيات للتوجيهي

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفرع العلمي

١) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة النهايات والاتصال
٢) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة التفاضل
٣) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة تطبيقات التفاضل
٤) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة التكامل
٥) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / وحدة القطوع المخروطية
٦) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول للمستوى الثالث
٧) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول للمستوى الرابع
٨) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة للمستوى الثالث
٩) الملاذ في الرياضيات للفرع العلمي / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة للمستوى الرابع

لتحميل https://www.facebook.com/mathstawjehee الاجابات

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفروع المشتركة

(الأدبي ، الشرعي ، الإدارة المعلوماتية ، الصحي ، الصناعي ، الفندقي)

١) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / المستوى الثالث
٢) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / المستوى الرابع
٣) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول / للمستوى الثالث
٤) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول / للمستوى الرابع
٥) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة / للمستوى الثالث
٦) الملاذ في الرياضيات للفروع المشتركة / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة / للمستوى الرابع

لتحميل https://www.facebook.com/mathstawjehee الاجابات

الملاذ في الرياضيات / كورسات الفرع الصناعي

١) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات اساسي
٢) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات اساسي / اسئلة التدريبات والتمارين مع الحلول
٣) الملاذ في الرياضيات للفرع الصناعي / رياضيات اساسي / اسئلة الوزارة من ٢٠٠٧ الى اخر دورة

الملاذ في الرياضيات / ملخصات واسئلة متوقعة