بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

| ٢٠١٢ | — |
|---|---|

# امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفـــرع : العلمـــي

مدة الامتحـان : ٢ د ٠٠ س
اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١٣/١/١٢

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

## السـؤال الأول : (٢٢ علامة)

جـد التكاملات الآتية :

أ) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$ جـا ٢ س جتا س د س (٦ علامات)

ب) $\int$ س$^{٥}$ هـ$^{س^{٢}}$ د س (٨ علامات)

ج) $\int \frac{س^{٢}}{س^{٢} - ٤}$ د س (٨ علامات)

Awa2eL.net

## السـؤال الثاني : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{١}{\sqrt{س + ٣}}$ ، س > ٠ ، فجـد قاعـدة العلاقـة ص علمـاً بأن منحنـاها يمـر بالنقطة (هـ ، ٤) ، هـ العدد النيبيري. (٩ علامات)

ب) جـد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاث الآتية :

ق (س) = س$^{٢}$ − ١ ، هـ (س) = ١ − س ، ل (س) = ٣ (٩ علامات)

## السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ص = ٤$^{ق(س)}$ وكان ق (س) قابل للاشتقاق، فأثبت أن :

$\frac{د ص}{د س}$ = ٤$^{ق(س)}$ × لـو$_{هـ}$ ٤ × ق$'$(س) (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

ب) جـد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه ب١ (٣ ، ٢) ، ب٢ (٩ ، ٢) وطول محوره الأكبر = ١٢ وحدة (٧ علامات)

ج) جـد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في الربع الأول وتمس كل من المستقيمات الآتية : (٥ علامات)

س = ٣ ، ص = ٢ ، س = ٩

## السـؤال الرابع : (١٨ علامة)

أ ) جـد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة (٢ ، ٢) ومعادلة دليله س = −٥ (٦ علامات)

ب) جـد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه هما النقطتان (٤ ، −٦) ، (٤ ، ٦) ، واختلافه المركزي يساوي $\frac{٥}{٣}$ (٦ علامات)

ج) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث س = ٣ + ٢ جـا هـ ، ص = ٤ + ٢ جتـا هـ حيث هـ زاوية متغيرة. جـد معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س ، ص) وبيّن نوعه. (٦ علامات)

## السـؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان م (س) اقتران بدائي لـ ق (س) بحيث م (س) = ظتـا س + ١ ، فإن ق $(\frac{\pi}{٤})$ يساوي:

أ ) −٤ ب) −٢ ج) ٢ د ) ٤

٢) إذا كان ق اقتراناً قابلاً للتكامل في الفترة [٠ ، ٢] ، وكان ق (س) ≤ ٢ لكل س ∈ [٠ ، ٢] ، فإن أصغر قيمة ممكنة للمقدار : $\int_{٠}^{٢}$ (٣ ق (س) − ١) د س هي :

أ ) ٤ ب) ٥ ج) ٦ د ) ١٠

٣) إذا كان $\int_{١}^{٣}$ (ق (س) + ١) د س = ٩ ، $\int_{٣}^{٤}$ ق (س) د س = −٤ ، فإن $\int_{١}^{٤}$ ق (س) د س =

أ ) ٥ ب) ٦ ج) ١٠ د ) ١٣

٤) قيمة $\int_{٠}^{١}$ $\frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + ١}$ د س =

أ ) ١ ب) لـو$_{هـ}$ (هـ + ١) ج) لـو$_{هـ}$ $(\frac{هـ + ١}{٢})$ د ) لـو$_{هـ}$ (٢ هـ + ٢)

يتبع الصفحة الثالثة ...

Awa2el.net

٥) إذا كان ق (س) = هـ^{جا٢ س} + لـو_هـ (١ − جتا٢ س) ، فإن ق′ (π/٤) =

أ) √٢هـ  ب) ٢  ج) √هـ  د) √هـ + ٢

Awa2el.net

٦) قيمة ∫_{٠}^{٢} [٣ − ١/٢ س] د س =

أ) −٢  ب) −١  ج) ٢  د) ٤

٧) في الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران ق ، إذا كانت المساحة (م) المحصورة بين منحنى ق ومحور السينات تساوي (٨) وحدات مربعة، فإن ∫_{٠}^{٥} (١ − ق (س)) د س تساوي :

أ) −٣  ب) ٣
ج) −١٣  د) ١٣

٨) إذا كانت معادلة محور القطع المكافئ هي ص = −٢ ، ومعادلة دليله س = −١ ويمر منحناه بالنقطة (٤ ، ٥) ، فإن منحناه يتجه نحو :

أ) اليمين  ب) اليسار  ج) الأعلى  د) الأسفل

٩) إذا كانت (س − ٣)^٢ / (م^٢ − ٢) + (ص − ٥)^٢ / (٦ + م٢) = ١ تُمثّل معادلة دائرة ، فإن مجموعة قيم م هي :

أ) {−٤ ، −٢}  ب) {٢ ، ٤}  ج) {−٤ ، ٢}  د) {−٢ ، ٤}

١٠) مساحة القطع الناقص الذي معادلته ٤ س^٢ + ٩ ص^٢ = ٣٦ بالوحدات المربعة تساوي :

أ) ١/٦π  ب) ٦π  ج) ٣٦π  د) ١٣π

١١) قطع مخروطي معادلته ٥ (س + ١)^٢ − ٤ (ص − ٢)^٢ = −٢٠ . ما اختلافه المركزي؟

أ) ٣/٢  ب) ٢/٣  ج) ٣/√٥  د) √٥/٣

١٢) المعادلة ٩ س^٢ + ١٨ س = −٩ ص^٢ + ٣٦ ص − ٤ تُمثّل معادلة :

أ) دائرة  ب) قطع مكافئ  ج) قطع ناقص  د) قطع زائد

**( انتهت الأسئلة )**

بسم الله الرحمن الرحيم

**امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٣ (الدورة الشتوية)**

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

**صفحة رقم (١)**

Awa2el.net

المبحث : الرياضيات / م٤
الفرع : العلمي
الامتحان : د ٢ س ٣
التاريخ : ١٢/١/٢٠١٣

| رقم الصفحة في الكتاب | الإجابة النموذجية : |
|---|---|

السؤال الأول : (٢٢ علامة)

(أ) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^2 x \, dx = \frac{1}{4}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2x \, dx$ ①

$= \frac{1}{8}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4x) \, dx$ ①+①

$= \frac{1}{8}\left[x - \frac{1}{4}\sin 4x\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$ ①

$= \frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{32}$ ①

(ب) $\int_{0}^{1} x^3 e^{x^2} \, dx = \int_{0}^{1} x^2 e^{x^2} \cdot x \, dx$

نفرض $y = x^2$ ①
$dy = 2x\,dx$ ①
$\frac{dy}{2} = x\,dx$ ①

$= \int_{0}^{1} y e^{y} \cdot \frac{dy}{2}$ ①

$= \frac{1}{2}\int_{0}^{1} y e^{y} \, dy$ ①

بالأجزاء ①
$u = y \Rightarrow du = dy$
$dv = e^y dy \Rightarrow v = e^y$

$= \frac{1}{2}\left[y e^y - \int e^y \, dy\right]_0^1$ ①

$= \frac{1}{2}\left[y e^y - e^y\right]_0^1$ ①

$= \frac{1}{2}\left[(e - e) - (0 - 1)\right] = \frac{1}{2}$ ①

(ج) $\int \frac{x^2}{x^2 - 5x + 6} \, dx = \int \left(1 + \frac{5x - 6}{x^2 - 5x + 6}\right) dx$ ①

$= x + \int \frac{5x - 6}{(x-3)(x-2)} \, dx$ ①

$\frac{5x - 6}{(x-3)(x-2)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x-2}$ ①

$5x - 6 = A(x-2) + B(x-3)$

عندما $x = 2 \Rightarrow 4 = -B \Rightarrow B = -4$ ①

عندما $x = 3 \Rightarrow 9 = A$ ①

$= x + \int \left(\frac{9}{x-3} - \frac{4}{x-2}\right) dx$ ①

$= x + 9\ln|x-3| - 4\ln|x-2| + c$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٨ علامة)

٣٠٤

أ) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2 + 3x + \ln x}$ ⟸ $\frac{dx}{dy} = x^2 + 3x + \ln x$ ⟸ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2 + 3x + \ln x}$ ①

$\left.\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2 + 3x + \ln x} \\ y = \int \frac{1}{x^2 + 3x + \ln x}\, dx \end{array}\right\}$ ① $y = 3 + \ln x$ ① $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

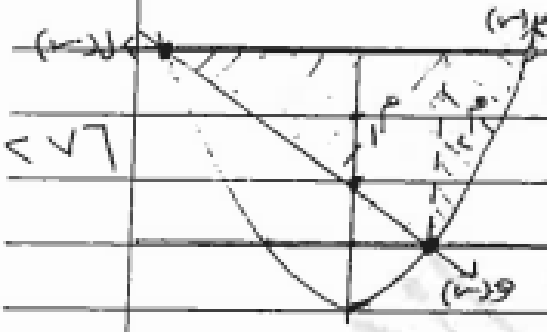
$\left.\begin{array}{l} y = \int \frac{1}{x^2 + 3x + \ln x}\, dx \\ = \int \frac{1}{y^2}\, dy \end{array}\right\}$ ① $y = -\frac{1}{y} + c$ ⟸ $y = x^2 + 3x + \ln x + c$ ⟸ $y = x^2 + 3x + \ln x + c$ ①

$y = 2 + 3 + \ln 1 + c$ ⟸ $2 = 4 + c$ ⟸ $y = 2$ عندما $x = 1$ ⟸ $c = -2$ ①

$y = x^2 + 3x + \ln x - 2$ ①

ب) $f(x) = x^2 - 1$ ، $g(x) = 1 - x$ ، $h(x) = 3$

٧٦




نجد نقاط التقاطع:

| | |
|---|---|
| $f(x) = g(x)$ | $g(x) = h(x)$ |
| $x^2 - 1 = 1 - x$ | $1 - x = 3$ |
| $x^2 + x - 2 = 0$ | $x = -2$ |
| $(x+2)(x-1) = 0$ | مرفوضة $h(x) = h(x)$ |
| $x = -2$ ، $1$ | $x - 1 = 2 \Leftarrow x = 4 \Leftarrow x = -2$ ① |

$A = \int_{-2}^{1} [f(x) - g(x)]\, dx + \int_{1}^{4} [h(x) - g(x)]\, dx$ ① ①

$A = \int_{-2}^{1} [x^2 - 1 - (1 - x)]\, dx + \int_{1}^{4} [3 - (1 - x)]\, dx$

$A = \int_{-2}^{1} [x^2 + x - 2]\, dx + \int_{1}^{4} [2 + x]\, dx$ ① ①

$A = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x\right]_{-2}^{1} + \left[2x + \frac{x^2}{2}\right]_{1}^{4}$ ① ①

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2\right) - \left(-\frac{8}{3} + 2 + 4\right) + \left(8 + 8 - \left(2 + \frac{1}{2}\right)\right)$ ①

$= \frac{9}{2} + 3 - \frac{7}{3} = \frac{27}{6} - \frac{14}{6} = \frac{13}{6}$ وحدة مربعة

Awa2eL.net

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (١٨ علامة)

٢٠٤

أ) $ص = ع^{ح(س)} \Leftarrow \log_{ه} ص = ح(س) \log_{ه} ع$ ①

$\log_{ه} ص = ح(س) \log_{ه} ع \Leftarrow \frac{ص}{ص} = ح'(س) \log_{ه} ع$ ①

$ص' = ص \cdot ح'(س) \cdot \log_{ه} ع \Leftarrow ص' = ع^{ح(س)} \cdot ح'(س) \cdot \log_{ه} ع$ ①

٢٤٥

ب) القطع الناقص الذي بؤرتاه $P(٢\sqrt{٣}، ٠)$ ، $ق(٦٩)$

$ج^٢ = ٩ - ٣ = ٦ \Leftarrow ج = ٣$ ①

$P = ٢ج = ٦$ ①

$ه = \frac{ج}{P} = \frac{١}{٢}$ ①

$ب^٢ = P^٢ - ج^٢ = ٣٦ - ٩ = ٢٧$ ①

المركز $= (٣ + ٦\cos ٦٩، ٠ + ٦\sin ٦٩) = (٥، ٦)$ ①

قطع ناقص محوره الأكبر يوازي محور السينات

$\frac{(س - ٦)^٢}{٣٦} + \frac{(ص - ٠)^٢}{٢٧} = ١$ ①

٢٤٠

ج) $ه = \frac{ج}{P} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$ ①

المركز $= (٦ + ٣\cos ٥، ٠ + ٣\sin ٥)$ ① ①

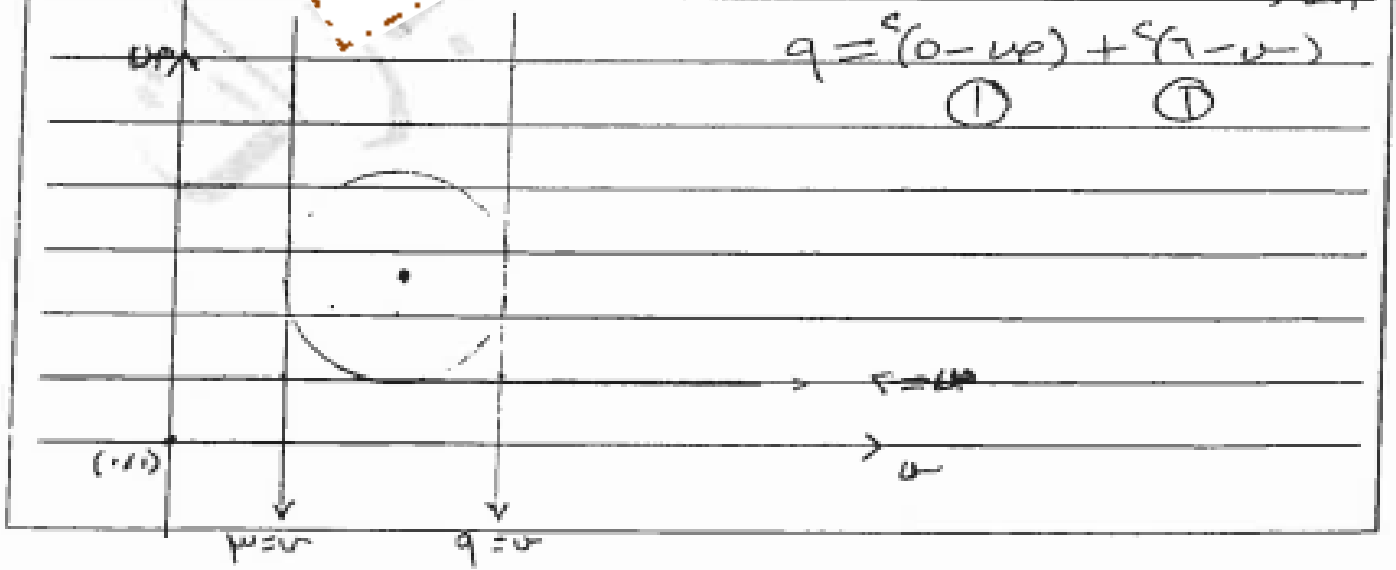
$(٥، ٦)$

Awa2el.net

بالمعادلة

$(س - ٦)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٩$

① ①



رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع : (١٨ علامة)

٢٠٧ أ) نقطة تقاطع المحور مع الدليل للقطع (-٥، ٢) ①

الرأس $\left(\frac{-٥+٢}{٢}، ٢\right) = \left(\frac{-٣}{٢}، ٢\right)$ ①

البؤرة على الرأس $= \frac{٢}{٢} = ١$ ①

القطع ويكون يفتح ناحية اليمين ①

$(ص - ٢)^٢ = ٤ \times ١ (س - \frac{-٣}{٢})$ ①

$(ص - ٢)^٢ = ١٤ (س + \frac{٣}{٢})$ ①

٢٠٧ ب) رأساه $(٤، -٦)$ ، $(٤، ٦)$

$\frac{ه}{ا} = \frac{٥}{٣} > ١$ ∴ القطع زائد ①

$ا^٢ = ب^٢ \leftarrow ٢٥ = ٣٤$ ①

$ه = \frac{ح}{ب} \leftarrow \frac{٥}{٣} = \frac{ح}{٦} \leftarrow ح = ١٠$ ①

$ح^٢ = ب^٢ + ب^٢ \leftarrow ١٠٠ = ٣٦ + ب^٢ \leftarrow ب^٢ = ٦٤$ ①

مركز القطع الزائد $\left(\frac{٤+٤}{٢}، \frac{-٦+٦}{٢}\right) = (٤، ٠)$ ①

قطع زائد محوره القاطع يوازي محور الصادات

$\frac{(ص - ٠)^٢}{٣٦} - \frac{(س - ٤)^٢}{٦٤} = ١$ ①

٢٠٧ ج) $س = ٣ + ٢ جا هـ$ $ص = ٤ + ٢ جتا هـ$

$س - ٣ = ٢ جا هـ$ ① $ص - ٤ = ٢ جتا هـ$ ①

$(س - ٣)^٢ = ٤ جا^٢ هـ$ $(ص - ٤)^٢ = ٤ جتا^٢ هـ$

$(س - ٣)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٤ جا^٢ هـ + ٤ جتا^٢ هـ$

$(س - ٣)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٤$ ①

$س^٢ + ص^٢ - ٦ س - ٨ ص + ٢١ = ٠$

∴ معادلة دائرة ①

رقم الصفحة في الكتاب

## السؤال الثاني : (٤٠ درجة)

| الرقم | الرمز | الإجابة |
|---|---|---|
| ١ | ب | -٢ |
| ٢ | ك | ١٠ |
| ٣ | هـ | ١٠ |
| ٤ | ج | $\frac{1}{2}$ (ط + ٤) |
| ٥ | ب | ٢ |
| ٦ | ك | ٤ |
| ٧ | ك | ١٣ |
| ٨ | م | اليمين |
| ٩ | ك | {-٢، ٤} |
| ١٠ | ب | ٢٦ |
| ١١ | هـ | $\frac{3}{5}$ |
| ١٢ | م | دائرة |

Awa2eL.net

حل آخر للسؤال الرابع فرع ج

$ص = ٣ + ٤ جتا هـ$ ، $ص - ٤ = ٤ جتا هـ$

$جتا هـ = \frac{ص - ٤}{٤}$ ... (١)

$س = ٣ + ٣ جا هـ$ ، $س - ٣ = ٣ جا هـ$

$جا هـ = \frac{س - ٣}{٣}$

$جا^٢ هـ + جتا^٢ هـ = \frac{(س - ٣)^٢}{٩} + \frac{(ص - ٤)^٢}{١٦}$ ... (١)

$١ = \frac{(س - ٣)^٢}{٩} + \frac{(ص - ٤)^٢}{١٦}$

$١٤٤ = ١٦ (س - ٣)^٢ + ٩ (ص - ٤)^٢$

∴ معادلة دائرة . (١)

$\text{جا}(\text{أ}+\text{ب}) = \text{جا}\,\text{أ}\,\text{جتا}\,\text{ب} + \text{جتا}\,\text{أ}\,\text{جا}\,\text{ب}$

$\text{جا}(\text{أ}-\text{ب}) = \text{جا}\,\text{أ}\,\text{جتا}\,\text{ب} - \text{جتا}\,\text{أ}\,\text{جا}\,\text{ب}$

بطرح $\quad \text{جا}(\text{أ}+\text{ب}) - \text{جا}(\text{أ}-\text{ب}) = 2\,\text{جتا}\,\text{أ}\,\text{جا}\,\text{ب}$

$\frac{1}{2}\left(\text{جا}(\text{أ}+\text{ب}) - \text{جا}(\text{أ}-\text{ب})\right) = \text{جتا}\,\text{أ}\,\text{جا}\,\text{ب}$

$\frac{1}{2}\left(\text{جا}\,\text{س} - \text{جا}(\text{س}-2\text{ص})\right) = \text{جتا}(\text{س}-\text{ص})\,\text{جا}\,\text{ص}$

$\text{أ} = \text{س}$, $\text{ب} = \text{ص}$

$\frac{1}{2}\left(\text{جا}\,\text{س} - \text{جا}(\text{س}-2\text{ص})\right) = \text{جتا}(\text{س}-\text{ص})\,\text{جا}\,\text{ص}$

$\frac{1}{2}\left(\text{جا}\,\text{س} + \text{جا}\,\text{ص}\right) = \text{جتا}(\text{س}-\text{ص})\,\text{جا}\,\text{ص}$

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جا}\,2\text{س}\,\text{جتا}\,\text{س}\,\text{د}\text{س} = \frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\text{جا}\,3\text{س} + \text{جا}\,\text{س})\,\text{د}\text{س}$

$= \frac{1}{2}\left[-\frac{\text{جتا}\,3\text{س}}{3} - \text{جتا}\,\text{س}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \frac{1}{2}\left(\left(-\frac{\text{جتا}\,\frac{3\pi}{2}}{3} - \text{جتا}\,\frac{\pi}{2}\right) - \left(-\frac{\text{جتا}\,\frac{3\pi}{4}}{3} - \text{جتا}\,\frac{\pi}{4}\right)\right)$

بتعويض (1) في

Awa2eL.net

س ١٠ ل

نفرض $ص = هـ^{س^3}$ ← $\frac{ص}{س} = ٣ س^2 هـ^{س^3}$ ← $\frac{ص}{س} = \frac{ص}{٣ س^2 هـ^{س^3}}$ ← $س = \frac{ص}{٣ س^2 هـ^{س^3}}$ ← $س^3 = لو_هـ ص$ ← $٣ س^2 = \frac{١}{ص} ص$

$\int_{هـ}^{س} \frac{ص}{٣ س^2 هـ^{س^3}} = \int_{هـ}^{س} \frac{ص}{٣ س^4 . ص}$

$\frac{١}{٣} \int_{هـ}^{س} \frac{ص}{س^3 . ص} = \frac{١}{٣} \int_{هـ}^{س} \frac{ص}{ص . ص}$

$= \frac{١}{٣} \int_{هـ}^{س} ص^{-1} . ص$

$= \frac{١}{٣} [لو_هـ ص . ص]_{هـ}^{س}$

$= \frac{١}{٣} [لو_هـ هـ^{س^3} . هـ^{س^3}]_{هـ}^{س}$

$= \frac{١}{٣} [س^3 . هـ^{س^3}]_{هـ}^{س}$

$= \frac{١}{٣} [س^3 هـ^{س^3} - هـ^{س^3}]_{هـ}^{س}$

$= \frac{١}{٣} (س^3 هـ^{س^3} - هـ^{س^3}) + ث$

أجزاء

$ه = لو_هـ ص$ ← $ص = هـ^{ه}$ ← $د ص = هـ^{ه} د ه$

$د ه = \frac{١}{ص} د ص$ ← $ه = ص$

$\frac{١}{٣} (ص لو_هـ ص - \int ص \frac{١}{ص} . د ص)$

$= \frac{١}{٣} (ص لو_هـ ص - ص) + ث$

$= \frac{١}{٣} (س^3 لو_هـ هـ^{س^3} - هـ^{س^3}) + ث$

Awa2eL.net

ل ص اذا لم يقسم الطالب قسمة طويلة ولم يكتفي

$$\int \left(1 + \frac{ع}{ع - ع}\right) د س$$

وهذا = $\frac{ع}{ع - ع}$ = $\frac{ب}{ب + ج} + \frac{ا}{ب - ج}$

خاتمة السؤال يصبح

$= \frac{1}{2}$

Awa2el.net

(ب) ج:

$\int_{0}^{1} س^{3} هـ^{س^{3}} \, دس$

$ع = س^{3} \Rightarrow$ لو$_{هـ}$ ص $= س^{3}$

$ص = هـ^{س^{3}}$

$دع = 3 س^{2} هـ^{س^{3}} دس \Rightarrow دس = \frac{دع}{3 س^{2} هـ^{س^{3}}}$

$\int_{0}^{1} س^{3} هـ^{س^{3}} دس = \int_{0}^{1} س^{3} \times ص \times \frac{دع}{3 س^{2} هـ^{س^{3}}}$

$= \frac{1}{3} \int_{0}^{1} \frac{س^{2} ص \, دع}{ص}$

$= \frac{1}{3} \int_{0}^{1} دع = \frac{1}{3}$ لو$_{هـ}$ ص $دع$

$ع = $ لو$_{هـ}$ ص $\Leftarrow$ $دع = \frac{1}{ص} دص$

$س = 0 \Leftarrow ص = 1$

$س = 1 \Leftarrow ص = هـ$

$\therefore \int_{0}^{1} $ لو$_{هـ}$ ص $دص = \frac{1}{3}$ (ص لو$_{هـ}$ ص $- \int ص \times \frac{1}{ص} دص$)

$= \frac{1}{3}$ (ص لو$_{هـ}$ ص $- ص + ع$)

$= \frac{1}{3} ($ص$^{3}$ لو$_{هـ}$ ص $- \frac{1}{3}$ ص$^{3} + ع$)

Awa2el.net

Awa2el.net

تمرين 4

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \text{جتا}^3 س \, \text{جا} س \, د س = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}(\text{جا}^2 س + \text{جا} س) \, د س$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}\left(-\frac{\text{جتا}^3 2س}{3} - \frac{\text{جتا} 2س}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{6}\,\text{جتا}\,\pi - \frac{1}{4}\,\text{جتا}\,\pi - \left(-\frac{1}{6}\,\text{جتا}\,\frac{3\pi}{2} - \frac{1}{4}\,\text{جتا}\,\pi\right)$$

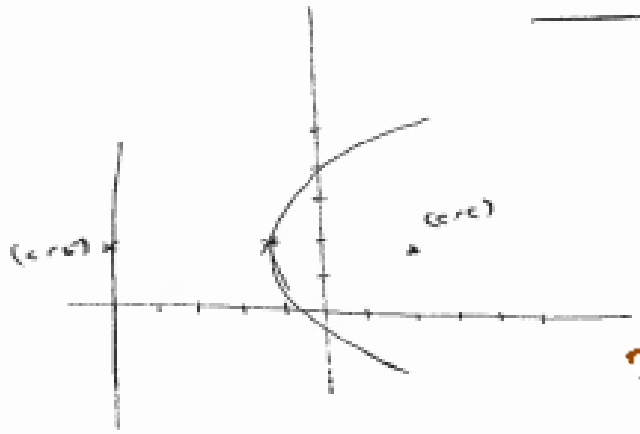
$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\,\text{جتا}\,\frac{3\pi}{2} + \frac{1}{4}\,\text{جتا}\,\pi$$

Awa2eL.net

Awa2el.net

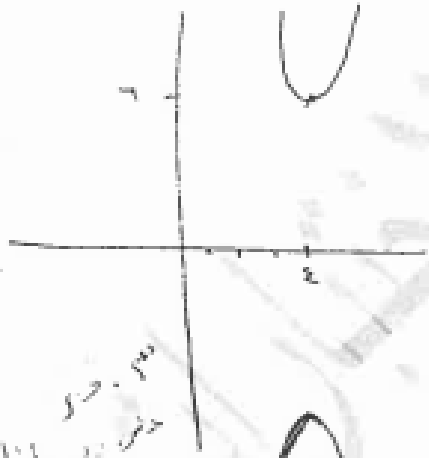
ملاحظات السؤال الرابع

أ) * إذا كتب المعادلة المجموع فقط يأخذ ٣ علامات
* إذا رسم بدون تقدير يأخذ علامتين
* إذا رسم مع التقدير يأخذ ثلاث علامات




Awa2el.net

ب) إذا رسم بدون تحديد النقاط يأخذ علامتين
إذا كتبت المعادلة الأخيرة فقط يأخذ ٣ علامات




Awa2el.net

ج) من آخر

$\frac{س-٣}{٤}$ = جتا هـ ← جا هـ = $\frac{ص-٤}{٤}$ ← ①

ص - ٤ = ٤ جا هـ ← جتا هـ = $\frac{ص-٤}{٤}$ ← ①

جا$^{٢}$هـ = $\left(\frac{س-٣}{٤}\right)^{٢}$ جتا$^{٢}$هـ = $\left(\frac{ص-٤}{٤}\right)^{٢}$ ← ①

جا$^{٢}$هـ + جتا$^{٢}$هـ = $\left(\frac{س-٣}{٤}\right)^{٢}$ + $\left(\frac{ص-٤}{٤}\right)^{٢}$

① ①

$\frac{(س-٣)^{٢}}{١٦}$ + $\frac{(ص-٤)^{٢}}{١٦}$ = ١ ← ١٦ = (س - ٣)$^{٢}$ + (ص - ٤)$^{٢}$

① صحة الناتج

السؤال الثاني

نوع ②

$$\frac{دص}{دس} = \frac{1}{س\sqrt{٢ + لو_{ه} س}}$$

$$ص = \int \frac{دس}{س\sqrt{٢ + لو_{ه} س}}$$

$$= \int \frac{دس}{س\sqrt{لو_{ه} س + ٢}}$$

تغيير المتغير

$$ع = \sqrt{لو_{ه} س + ٣}$$

$$ع^{٢} = لو_{ه} س + ٣$$

$$٢ع دع = \frac{دس}{س}$$

$$ص = \int \frac{٢س ع دع}{ع س}$$

$$= \int ٢ دع$$

$$= ٢ع + ج$$

Awa2el.net

Awa2eL.net

Awa2eL.net

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س \text{ جتا}^2 س \, د س = \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س \text{ جتا} س \text{ جتا} س \, د س$$

Awa2el.net

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س (1 - \text{جا}^2 س) \, د س$$

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (\text{جا}^2 س - \text{جا}^4 س) \, د س$$

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س \, د س - \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^4 س \, د س$$

نجزئ ٣ علاقات

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \text{جتا} 2س}{2} \, د س - \left[ \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س \text{ جا}^2 س \, د س \right]$$

تعويض ①

$$\left[ \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س (1 - \text{جتا}^2 س) \, د س \right]$$

$$\left[ \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س \, د س - \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{جا}^2 س \text{ جتا}^2 س \, د س \right]$$

نفرض

$$\text{ظا} س = ص$$

$$\text{قا}^2 س \, د س = د ص$$

$$\int_{0}^{1} ص^2 \, د ص$$

$$= \left[ \frac{ص^3}{3} \right]_{0}^{1} = \frac{1}{3} - 0$$

$$\text{ظا} س = 1$$

$$س = \frac{\pi}{4}$$

علاقة فيثاغورث

$$\text{قا}^2 س = 1 + \text{ظا}^2 س$$

$$\text{ظا} س = 1$$

$$\text{جتا}^2 س = \frac{1 + \text{جتا} 2س}{2}$$