١	١	٣٠

المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٣	١	١	١

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الثالث
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢)

مدة الامتحان : ٠٠ : ٢ د س
اليوم والتاريخ: الخميس ٢٠١١/٦/٣٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السـؤال الأول : (١٦ علامة)

أ) جـد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to 0}$ ٣ س (ظتا ٢س + قتا ٣س) (٤ علامات)

٢) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{س^{٢}}{١ - س} + \frac{١ + س^{٢}}{١ + س} \right)$ (٥ علامات)

ب) إذا كانت $\lim_{س \to -١} \frac{أ س^{٢} - ب س - ٥}{س + ١} = -٧$ ، فجـد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (٧ علامات)

السـؤال الثاني : (١٦ علامة)

أ) إذا كان ل (س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س + ٢}$ ، هـ (س) = [س] ، فابحـث في اتصـال

الاقتران ق (س) = ل (س) × هـ (س) على الفترة [٠ ، ٢] . (١٠علامات)

ب) إذا كان ق (س) = ١ + $\frac{٢}{س - ٣}$ ، فجـد قَ (١) باسـتخدام تعريـف المشـتقة. (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $\sqrt{٢ (١ - س)}$ ، هـ (س) = ظا $\frac{س}{٢}$ ، فجد (ق ٥ هـ)َ $(\frac{\pi}{٣})$ (٦ علامات)

ب) برهن صحة النظرية :

إذا كان ص = $س^{\frac{م}{ن}}$ حيث $\frac{م}{ن}$ عدد نسبي فإن $\frac{دص}{دس} = \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن} - ١}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان س = ظتا ٢ص ، فأثبت أن صً = - صَ جا ٤ص (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (١٨ علامة)

أ) إذا كان المستقيم س + ٦ ص + ٩ = صفر يمس منحنى الاقتران

ق (س) = $\frac{٣ س}{س - ٢}$ ، س ≠ ٢ ، فجد قيمة (قيم) الثابت ٩ (٧ علامات)

ب) قُذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة ابتدائية مقدارها ع ، فإذا كان بُعْده بالأمتار عن نقطة القذف بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى بالاقتران ف (ن) = ع ن - ٥ $ن^{٢}$ ، إذا علمت أن أقصى ارتفاع وصل إليه الجسم (٤٥) متر، فجد قيمة السرعة الابتدائية ع (٥ علامات)

ج) تتمدد دائرة بحيث يزداد طول قطرها بمعدل (٦) سم/د ، رُسم مربع داخل الدائرة وأخذ يتمدد معها بحيث تبقى رؤوسه ملامسة لها. جد معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين المربع والدائرة عندما يكون طول قطر الدائرة (١٠) سم. (٦ علامات)

السـؤال الخامس : (١٢ علامة)

أ) إذا كان ق (س) = $س^{٤} - ٤ س^{٣}$ ، س ∈ [-١ ، ٤] فجد القيم القصوى للاقتران ق (س) وبيّن نوعها. (٥ علامات)

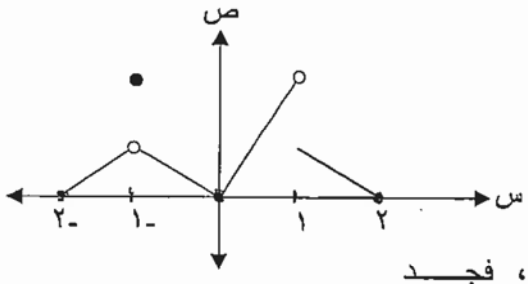
ب) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته (٦) سم وارتفاعه (٨) سم، يُراد قطع مستطيل منه بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الآخرين على ساقي المثلث، جد بعدي المستطيل لتكون مساحته أكبر ما يمكن. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال السادس : (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفترِ إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

(١) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على [-٢ ، ٢] فإن مجموعة جميع قيم ﻫ حيث نهـا ق (س) = صفر هي :



أ) {-٢ ، ٠} ب) {٠ ، ٢}

ج) {-٢ ، ٠ ، ٢} د) {٠}

(٢) إذا كان ق اقتراناً متصلاً عند س = ١ وكان ق (١) = ٤ ، فجد

$$\text{نهـا}_{س \to 1^+} \left(\frac{|س - ١|}{س - ١} + \sqrt{ق(س)} \right)$$

أ) ٣ ب) ١ ج) ٥ د) غير موجودة

(٣) إذا كان متوسط التغيّر في الاقتران ق على الفترة [٣ ، ٧] يساوي (٨) فإن متوسط تغيّر الاقتران هـ حيث هـ (س) = ١ + $\frac{١}{٢}$ ق (س) على الفترة نفسها يساوي :

أ) ٥ ب) ٣,٥ ج) ٨ د) ٤

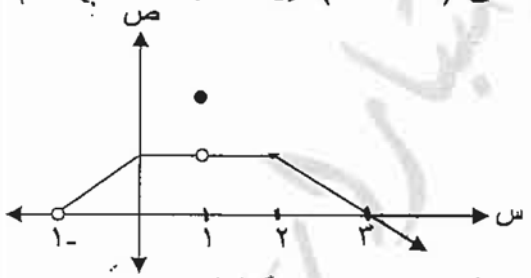
(٤) إذا كان ق َ(-٢) = ٣ ، فجد $\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ق(٢ هـ - ٢) - ق(-٢)}{٣ هـ}$

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) - $\frac{٢}{٣}$ ج) ٢ د) -٢

(٥) إذا كان ق (س) = س^{ن} ، ن عدد صحيح موجب، وكان ق$^{(٣)}$ (س) = ﻫ س ، فجد قيمة الثابت ﻫ

أ) ٤ ب) ١٢ ج) ٢٤ د) ١

(٦) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على (-١ ، ∞) فإن مجموعة جميع القيم في مجال ق والتي تكون عندها ق َ(س) غير موجودة لأن المشتقة من اليمين لا تساوي المشتقة من اليسار هي :



أ) {-١} ب) {٠}

ج) {-١ ، ١} د) {٠، ٢}

(٧) إذا كان ق (س) اقتران كثير حدود ، ق َ(١) = صفر ، ق ً (١) × ق ً (٢) > ٠ ، ق ً (٢) < ٠ ، فإن النقطة (١ ، ق (١)) هي نقطة :

أ) قيمة عظمى مطلقة ب) قيمة عظمى محلية

ج) قيمة صغرى محلية د) قيمة صغرى مطلقة

يتبع الصفحة الرابعة ...

(٨) إذا كان الاقتران ق مُعرّفاً على الفترة [أ ، ب] وكان قَ(س١) – قَ(س٢) < ٠ ، س١ < س٢ لجميع قيم س١ ، س٢ ∈ (أ ، ب) فأيّ العبارات الآتية صحيحة :

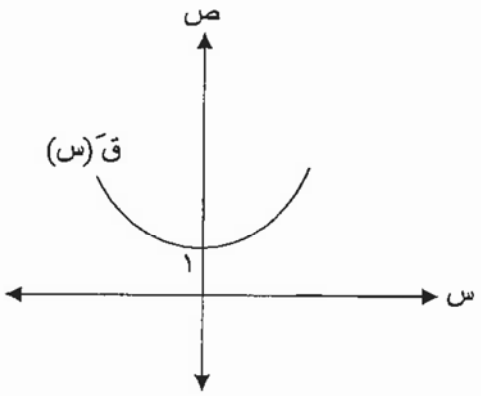
أ) ق (س) متزايداً في الفترة [أ ، ب]

ب) ق (س) متناقصاً في الفترة [أ ، ب]

ج) منحنى ق (س) مقعراً للأعلى في الفترة [أ، ب]

د) منحنى ق (س) مقعراً للأسفل في الفترة [أ ، ب]

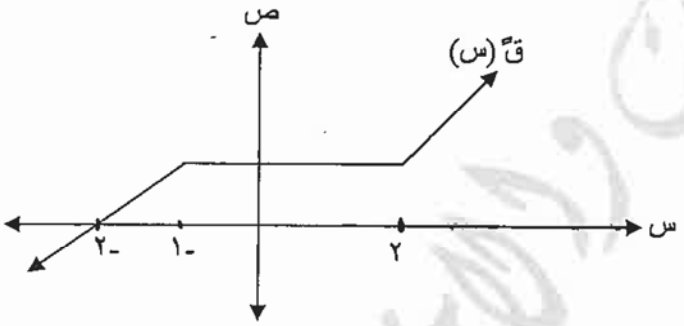
(٩) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى المشـــتقة الأولى للاقتران ق (س) فإن فترة التزايد للاقتران ق (س) هي :



أ) [٠ ، ∞)　　ب) (–∞ ، ٠]

ج) [١ ، ∞)　　د) ح

(١٠) إذا كان الشكل المجاور يمثّل منحنى المشتقة الثانية للاقتران ق (س) المعرف على ح ، فإن مجموعة جميع قيم س التي يكون عندها للاقتران ق نقطة انعطاف هي :



أ) {–٢}　　ب) {–١ ، ٢}

ج) {٢}　　د) {–٢ ، –١ ، ٢}

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ (الدورة الصيفية) .

صفحة رقم (١)

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفـرع : العلمي والادارة المعلوماتية (المسار ٢)

مدة الامتحان : د / س ٢
التاريـــخ : ٣٠ / ٦ / ٢٠١١

الإجابة النموذجية :	رقم الصفحة في الكتاب
السؤال الأول : (١٦ علامة)	
٩) (أ) (٤) (١) $\lim_{س \to 0} \frac{س^3}{ظا^2 س + قتا^3 س}$	
$= \lim_{س \to 0} \frac{3س^2}{2ظا س قا^2 س + 3قا^3 س قا س ظا س}$	
$= \lim_{س \to 0} \frac{3س}{2ظا س قا^2 س + 3قا^3 س ظا س}$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	
$= \frac{3}{5} = 1 + \frac{3}{5}$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	
٥) ٢) $\lim_{س \to -\infty} \left(\frac{س^2}{1-س} + \frac{1+س^2}{1+س} \right)$	
$= \lim_{س \to -\infty} \frac{س^2(1+س) + (1+س^2)(1-س)}{(1-س)(1+س)}$ $\quad \frac{1}{2}$	
$= \lim_{س \to -\infty} \frac{س^2 + س^3 + 1 - س + س^2 - س^3}{1 - س^2}$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	
$= \lim_{س \to -\infty} \frac{2س^2}{-س^2} = -2$ $\quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	
٧) ب) نفرض أن $هـ(س) = ٢س^3 - ب س^2 - ٥س = ٠$	
بما ان الدالة موجودة ، اذن $س+1$ عامل من عوامل البسط . أي أن $هـ(-1) = صفر$. $\quad \frac{1}{2}$ أيهما يقبل صحيح	
$هـ(-1) = -2 - ب + 5 = 0$ ومنه $ب = 3$ $\quad \frac{1}{2}$ أي صح + ظوابط	
$\lim_{س \to -1} \frac{2س^2 - ب س - 5}{س + 1} = \lim_{س \to -1} \frac{2س^2 - 3س - 5}{س + 1}$ $\quad \frac{1}{2}$	
$= \lim_{س \to -1} \frac{(س+1)(2س-5)}{س+1}$ $\quad \frac{1}{2}$	
$= \lim_{س \to -1} (2س - 5) = -2 - 5$ $\quad \frac{1}{2}$	
$ب = 5 - 2 = 3$ $\quad \frac{1}{2}$	
$-2 - 5 = -7$ ومنه $2 = 2$ $\quad \frac{1}{2}$	

الحلول النهائية

السؤال الأول : أ) إذا استخدم قاعدة لوبيتال لإيجاد السؤال من الدرجة الثانية.

ب) بما أن النهاية موجودة ، إذن س+1 من عوامل البسط

اذن نهـا (س+1)(أس-ب) / (س+1) = -7

س ← -1

-أ-ب = -7

أ = 5

ب = 2

كما أن :

أ(-1)^2 - ب - 1 = 0

أ + ب - 5 = 0

2 + ب - 5 = 0

ب = 3

حل آخر

استخدام القسمة المركبة او الطويلة للاستاذ

		أس^2 - (أ+ب)س
		أس^2 - بس - 5
		- أس^2 + أس
		(-أ-ب)س - 5
		- (أ+ب)س + (أ+ب)
		-أ-ب+5
س+1		أس - (أ+ب)

أ + ب - 5 = 0

ب = 5 - أ

الاحراز ٤
الباقي ١
ظهر ١
اتحاد الناتج ١
أ = ١
ب = ١

رقم الصلحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٦ علامة)

(١٠ ١) أ) $د(س) = \begin{cases} \frac{س^2-1}{س+2} & ، 0 \leq س < 1 \\ \frac{س^2-1}{س+2} & ، 1 \leq س < 2 \\ \frac{(س-1)(س^2-1)}{س+2} & ، س = 2 \end{cases}$ ½

الاقتران $د(س)$ متصل على الفترة $[0, 1)$ لأنه اقتران ثابت ½

الاقتران $د(س)$ متصل على الفترة $(1, 2)$ لأنه على صورة اقتران نسبي ليس مقامه صفر في هذه الفترة ½

نبحث اتصال الاقتران عند $س = 1$

$\lim_{س \to 1^+} د(س) = \lim_{س \to 1^+} \frac{س^2-1}{س+2} = صفر$ ، $\lim_{س \to 1^-} د(س) = صفر$ ½

إذن $\lim_{س \to 1} د(س) = صفر$

$د(1) = 0$ ، الاقتران متصل عند $س = 1$ لأن $\lim_{س \to 1} د(س) = د(1)$ ½ + ½

نبحث الاتصال عند $س = 2$ من اليسار

$\lim_{س \to 2^-} د(س) = \lim_{س \to 2^-} \frac{س^2-1}{س+2} = \frac{4-1}{2+2} = \frac{3}{4}$ ½

$د(2) = \frac{2(4-1)}{2+2} = \frac{3}{2}$ ½

$د(س)$ غير متصل عند $س = 2$ من اليسار لأن $\lim_{س \to 2^-} د(س) \neq د(2)$ ½

إذن الاقتران $د(س)$ متصل على الفترة $[0, 2)$ ½

(٦ ب) $د'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$ أي الخطوات يأخذ العلامة

$د'(1) = \lim_{هـ \to 0} \frac{د(1+هـ) - د(1)}{هـ}$ ½

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{1+هـ-2}{هـ+2} - 0}{هـ}$ ½ + ½

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{هـ-1}{هـ+2}}{هـ}$ ½

$= \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ}{هـ(هـ+2)}$ ½

$= -\frac{1}{2}$ ½

السؤال الثاني :

ب) اذا استخدم التعريف الآخر

فإن $\int_{-1}^{1} \frac{x^3 - x}{x^4 - 1} dx$

* يأخذ الطالب كامل اذا وصل للجواب النهائي وتعامل بنفس تدريج الاجابة النموذجية

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : (١٨ علامة)

(٦) أ) $\text{مـ}(س) = \frac{-٢}{\sqrt{٢(١-س)}} = \frac{-١}{\sqrt{٢(١-س)}}$ ½

$\text{هـ}(س) = \frac{١}{٢}\text{ظا}^{٢}\frac{س}{٢}$ ½

$(\text{مـ} \circ \text{هـ})'(س) = \text{مـ}'(\text{هـ}(س)) \cdot \text{هـ}'(س)$ ½

$(\text{مـ} \circ \text{هـ})'(\frac{\pi}{٣}) = \text{مـ}'(\text{ظا}\frac{\pi}{٦}) \times \frac{١}{٢}\text{ظا}\frac{\pi}{٦}\text{قا}^{٢}\frac{\pi}{٦}$ ½

$= \text{مـ}'(\frac{١}{\sqrt{٣}}) \times \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٣}$ ½

$= \frac{-١}{\sqrt{(١-\frac{١}{٣})٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٣}-١} \times \frac{٢\sqrt{٣}}{٣} = \frac{٢}{٣}$ ½ (إجابة فقط $\frac{١}{٢}$)

(٦) ب) $ص = س^{\frac{م}{ن}}$ ومنه $ص^{ن} = س^{م}$ ½

$ن ص^{ن-١} \cdot \frac{د ص}{د س} = م س^{م-١}$ ½

$\frac{د ص}{د س} = \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{ص^{ن-١}}$ ½

$= \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{(س^{\frac{م}{ن}})^{ن-١}}$ ½

$= \frac{م}{ن} \times \frac{س^{م-١}}{س^{م-\frac{م}{ن}}} = \frac{م}{ن} س^{م-١-م+\frac{م}{ن}}$ ½

$= \frac{م}{ن} س^{\frac{م}{ن}-١}$ ½

(٦) جـ) $س = \text{ظتا}٢ص$

$١ = -٢\text{قتا}^{٢}٢ص \cdot ص'$ ½

$ص' = \frac{-١}{٢\text{قتا}^{٢}٢ص}$ ½

$= -\frac{١}{٢}\text{ها}^{٢}٢ص$ ½

$-٢\text{ها}٢ص\text{قتا}٢ص \cdot ص' = ص''$ ½ + ½ يحسب وصار

$ص'' = -ص'\text{ها}٤ص$ ½

السؤال الثالث

٢) اذا ركب ثم اشتق باخذ م التركيب علامة واحدة ٥ ما فوقه (اه ٥ هـ)(س) - هـ(٥ س)

و علامة ٢ التركيب (الجواب)

ثلاث علامات ٢ اشتقاق

علامة نقطة على اليمين

رقم الصفحة في الكتاب	

السؤال الرابع : (١٨ علامة)

(٧) P) يمكنه كتابة معادلة المستقيم بالصورة ص = $-\frac{1}{6}$(س+P)

ميل المستقيم = صـ = $-\frac{1}{6}$ — 1

صـ(س) = $\frac{(س-2)(3)-3س(1)}{(س-2)^2} = \frac{-6}{(س-2)^2}$ — 1

نفرض أنه نقطة التماس (س١، ص١) فيكون صـ(س١) = $-\frac{1}{6}$

$\frac{-6}{(س_1-2)^2} = -\frac{1}{6}$ ومنه $(س_1-2)^2 = 36$ — 1

$س_1 - 2 = \pm 6$ ومنه $س_1 = 8 \text{ أو } -4$ — 1

نقطتي التماس : (٨ ، ٨/٦) = (٨ ، ٤/٣) ، (-٤ ، ٨/٦-) = (-٤ ، -٢/٣) — 1

(٨ ، ٤/٣) تحقق معادلة المستقيم $\frac{4}{3} = -\frac{1}{6}(P+8)$ ومنه $P = -32$ — 1

(-٤ ، -٢/٣) تحقق معادلة المستقيم $-\frac{2}{3} = -\frac{1}{6}(P-4)$ ومنه $P = -8$ — 1

(٥) ب) يصل الجسم أقصى ارتفاع عندما تكون سرعته صفر (ف(ن) = صفر) — 1

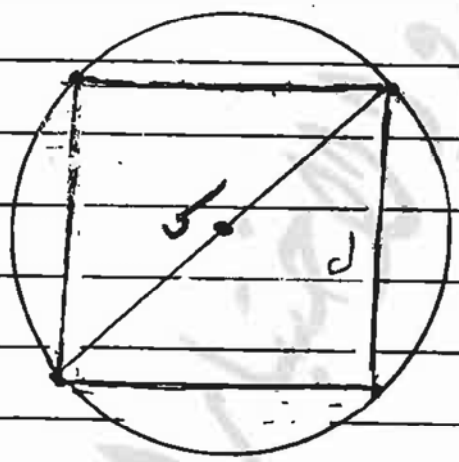
ف(ن) = ع$_0$ ن − ٥ن^2 — 1

ع$_0$ − ١٠ن = ٠ ومنه ن = $\frac{ع_0}{10}$ — 1 العلاقة على ن

ف$\left(\frac{ع_0}{10}\right) = 45$ ، $ع_0 \times \frac{ع_0}{10} - 5\left(\frac{ع_0}{10}\right)^2 = 45$ — 1

$\frac{ع_0^2}{10} - \frac{ع_0^2}{20} = 45$ ومنه ع$_0$ = ٣٠ م/ث العلاقة على الإجابة — 1

(٦) د) نفرض أن طول قطر الدائرة = س سم



فإن طول ضلع المربع = ل سم

$س^2 = 2ل^2$ ومنه $ل = \frac{س}{\sqrt{2}}$ أهمل $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{2}$

الجذر السالب لأن الطول مرفوض

مساحة الدائرة = $\pi\left(\frac{س}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi س^2$

مساحة المربع = $ل^2 = \frac{1}{2}س^2$

المساحة المحصورة بين المربع والدائرة

$م = \frac{1}{4}\pi س^2 - \frac{1}{2}س^2 = \frac{(\pi-2)}{4}س^2$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{دم}{دس} = \frac{1}{2}(\pi-2)س \cdot \frac{دس}{دن}$ ، $\frac{دس}{دن} = -6$ ، $س = 10$ — $\frac{1}{2}$

$\left|\frac{دم}{دن}\right| = \frac{1}{2}(\pi-2) \times 10 \times 6 = 30(\pi-2)$ سم^2/د — $\frac{1}{2}$

س = ١٠

السؤال الرابع :

أ) اذا اهمل الطالب [redacted] الجزء [redacted] واوجد منه

واحدة لـ م [redacted] يأخذ علامة

من اربعة .

ب) اذا استخدم قواعد نيوتن في الحركة يصل من ٢ علامات

السؤال الخامس

(أ) اذا [redacted] من القوى المقصورة واحدر جسمًا صلبًا

كل منها يأخذ [redacted] العلاقة المحددة للخطوة

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال السادس (٢٠ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الاجابة	ب	P	S	جـ	جـ	S	ب	د	S	P
الاجابة	$\{٢٠\}$	٣	٤	٢	٢٤	$\{٢٠\}$	غير قابل للاشتقاق	غير قابل للاشتقاق	ح	$\{-٢\}$

السؤال الخامس: (١٢ علامة)

(P/٥) $م(س) = س^٤ - ٤س^٣$ ، $س \in [-١، ٤]$

$م'(س) = ٤س^٣ - ١٢س^٢$

$٤س^٣ - ١٢س^٢ = ٠$

$٤س^٢(س - ٣) = ٠ \Leftarrow س = ٠ ، ٣$ ½

$م'(س)$ غير موجودة عند أطراف المجال وهي $س = -١ ، ٤$ ½

س	-١		٠		٣		٤
$م'(س)$		-	٠	-	٠	+	
$م(س)$		↘		↘		↗	

½

∴ النقط الحرجة للاقتران

$(-١، ٥)$ ، $(٠، ٠)$ ، $(٣، -٢٧)$ ، $(٤، ٠)$

من الجدول ووجب اختبار إشارة $م'$ للقيم القصوى يوجد ½

للاقتران قيمة صغرى محلية ومطلقة عند $س = ٣$

وهي $م(٣) = -٢٧$.

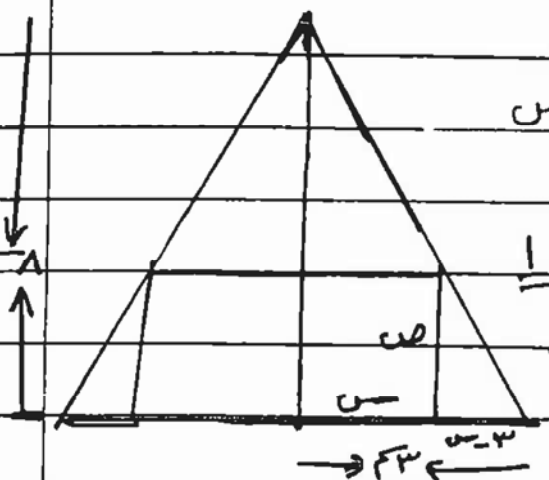
وللاقتران قيمة عظمى مطلقة عند $س = -١$ وهي ½

$م(-١) = ٥$

رقم الصفحة في الكتاب

تابع

السؤال الخامس



(٧) ب) نفرض أن طول ضلع المستطيل ٢س
وعرضه ص

مساحة المستطيل م = ٢س × ص ½

نجد أحد المتغيرين س ، ص بدلالة المتغير الآخر
من تشابه المثلثات

$\frac{ص}{٨} = \frac{٣ - س}{٣}$ ومنه $ص = \frac{٨}{٣}(٣ - س)$ ½

$م = ٢س \times \frac{٨}{٣}(٣ - س) = \frac{١٦}{٣}(٣س - س^{٢})$

$م' = \frac{١٦}{٣}(٣ - ٢س)$ ½

$م' = ٠ \Leftarrow \frac{١٦}{٣}(٣ - ٢س) = ٠ \Leftarrow س = \frac{٣}{٢}$ ½

$م'' = \frac{-٣٢}{٣}$ ½

$م''_{س = \frac{٣}{٢}} = \frac{-٣٢}{٣} < ٠$

إذن تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن عندما يكون س ½

أحد بعديه $٢ \times \frac{٣}{٢} = ٣$ سم

والبعد الآخر $ص = \frac{٨}{٣}(٣ - \frac{٣}{٢}) = ٤$ سم ½ للبعدين معاً

السؤال الخامس

(٩) اذا أُوجد فيه س للقيمة العظمى واحد
حكماً صحيحاً مكل منها بأخذ العلاقة المحددة للخطوة