

الوحدة الاولى

النهايات والاتصال

- ١- نهاية الاقتران عند نقطة
- ٢- نظريات على النهايات
- ٣- نهاية اقترانات كسرية
- ٤- نهاية الاقترانات الدائرية
- ٥- الاتصال
- ٦- حل جميع تدريبات وتمارين الكتاب
- ٧- اسئلة الوزارة (٢٠٠٨-٢٠١٦) مع الحلول النموذجية
- ٨- ورقة عمل على كل درس من الدروس شاملة

مع تحيات

ناجح الجمزاوي

٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١

الدرس الأول

نهاية الأقترانات عند نقطة

الجزء الأول

النهاية باستخدام الجداول

نلاحظ أن
 س ← م تعني
 س ← م + كذلك س ← م
 ولكن س ≠ م

مفهوم اقتراب ميم من ن لعدد
 (م) من جهة اليمين ومن جهة اليسار

مثال

عندما يعني س تقترب من لعدد (م)

مثال
 ماذا تعني س ← م

+ او -
 جهة اليمين جهة اليسار

او ٣ او ٣٠١ او ٣٠١١ (٣) ٣٠٩٩٩ ٣٠٩٩٩ ٣٠٩

← يقل → يزيد

+ او -
 يمين يسار

١٠١ - ١٠٩٩ - ١٠٩٩٩ - (٣) - ١٠٩٩٩٩ - ١٠٩٩٩٩٩
 ← يقل → يزيد

س تقترب من لعدد (م) من جهة اليمين
 تختصر س ← م

ملاحظة

س تقترب من لعدد (م) من جهة اليسار

س ← م تعني

تختصر س ← م

س ← م + كذلك س ← م

وبشكل عام يقال ان س تقترب من

س ≠ م

العدد (م) س ← م

م : يمين م : يسار
 عدد أكبر من عدد اقل من

نظرية

إذا كانت x ضاه (س) = ضاه (س) = l

$$p \leftarrow s \quad +p \leftarrow s$$

حيث $l \in \mathbb{R}$ (عدد حقيقي) فإن

ضاه (س) = l (موجودة)

$$p \leftarrow s$$

بينما إذا كانت

ضاه (س) \neq ضاه (س)

$$+p \leftarrow s \quad -p \leftarrow s$$

فإن

ضاه (س) غير موجودة

$$p \leftarrow s$$

مثال ①

إذا كان x (س) = $s + 3$ بين باستخدام جدول القيم التي يأخذها الأقران x (س) عندما $s \leftarrow 2$

يسار \rightarrow يمين \leftarrow

س	1	2	3	4	5	6	7
ص	3	4	5	6	7	8	9

⑤⑤

تخدم من تعريف قيم s في الأقران x نلاحظ في الجدول

عندما $s \leftarrow 4$ فإن x (س) $\neq 0$ ولكن x (س) $\neq 0$ ولكن نقول في النهاية x (س) = 0 ويُعبر عن ذلك

$$x \leftarrow s = 0$$

مثال

إذا كانت ضاه (س) = 7

$$+e \leftarrow s$$

ضاه (س) = 2

$$-e \leftarrow s$$

ضاه (س) غير موجودة

$$e \leftarrow s$$

عندما $s \leftarrow 7$ فإن x (س) $\neq 0$ ولكن x (س) $\neq 0$ ولكن نقول في النهاية x (س) = 0 ويُعبر عن ذلك

$$x \leftarrow s = 0$$

مثال

ضاه (س) = 7 ، ضاه (س) = 7

$$+a \leftarrow s \quad -a \leftarrow s$$

ضاه (س) = 7 (موجودة)

$$s \leftarrow 1$$

ضاه (س) = ضاه (س) = 0

$$+c \leftarrow s \quad -c \leftarrow s$$

ضاه (س) = 0

$$s \leftarrow 2$$

س	١	١٠١	١٠١٠١	١٠١٠١٠١	١٠١٠١٠١٠١
ص	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠

ملاحظة
كلمة موجودة تعني ان النهاية
تساوي عدد حقيقي .

كلمة غير موجودة تعني ان النهاية
لا تساوي عدد حقيقي .

ضاه (س) = ٢ ← س
ضاه (س) = ٢ ← س
ضاه (س) = ٢ ← س

مثال ٥
اذا كان $\lim_{n \rightarrow \infty} (س + ١) = ٤$
أوجد ضاه (س) باستخدام الجدول
الحل

س	٤	٤٠٠٤	٤٠٠٠٤	٤٠٠٠٠٤	٤٠٠٠٠٠٤
ص	٤,٢	٤,٠٠٢	٤,٠٠٠٢	٤,٠٠٠٠٢	٤,٠٠٠٠٠٢

مثال ٤
ليكن $\lim_{n \rightarrow \infty} (س) = ٩$ ، اوجد ضاه (س)
باستخدام الجدول
الحل

س	٣	٣٠٠٣	٣٠٠٠٣	٣٠٠٠٠٣	٣٠٠٠٠٠٣
ص	٩	٩٠٠	٩٠٠٠	٩٠٠٠٠	٩٠٠٠٠٠

ضاه (س) = ٩ ← س
ضاه (س) = ٩ ← س
ضاه (س) = ٩ ← س

مثال ٣
اذا كان $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{س - ١}{س + ١} = ١$ فاوجد ضاه (س)
باستخدام الجدول
الحل

$\frac{س - ١}{س + ١} = ١$
 $س - ١ = س + ١$
 $١ - ١ = ١ + ١$

ضاه (س) = ٩ ← س
ضاه (س) = ٩ ← س
ضاه (س) = ٩ ← س

ALWESAM
ناجح الجمزاوي

مثال ٥
 اوجد خواص $\left[\frac{1}{s} \right]$
 باستخدام الجدول

الحل

ورد (او) = $\left[\frac{1}{او} \right] \times او = \left[\frac{1}{11} \right] \times او = 1$

$1 = او \times \frac{1}{11} = [10] \times او = 1$

ورد (او) = $\left[\frac{1}{او} \right] \times او = 1$

$1 = او \times \frac{1}{11} = [10] \times او = 1$

ورد (او) = 1

ورد (او) = $\left[\frac{1}{او} \right] \times او = 1$

$1 = او \times \frac{1}{11} = [10] \times او = 1$

$1 =$

ورد (او) = 1 وورد (او) = 1

س	او	او	او	او	او	او	او
ص	ا	ا	ا	ا	ا	ا	ا

خواص (س) = 1 و خواص (س) = 1

خواص (س) = 1

مثال ٦
 بالاعتقاد على الجدول الآتي الذي
 يبين قيم $\left[\frac{1}{s} \right]$ عندما $s \leftarrow 3$
 فاوجد خواص $\left[\frac{1}{s} \right]$

س	او	او	او	٣	٣	٣	٣
ص	او	او	او	٤	٤	٤	٤

اكمل
 خواص (س) = 6 و خواص (س) = 3

خواص (س) غير موجودة

تدريب

اذا كان

$19 - s$

خواص (س) = $\left[\frac{1}{3-s} \right] (3-s)$

اوجد خواص $\left[\frac{1}{s} \right]$ باستخدام

الجدول

ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

الحزب الثاني

النهاية باستخدام الرسم

مثال ①
اعتمد على الشكل التالي لإيجاد النهاية
المبينة ان زاد كل منها .

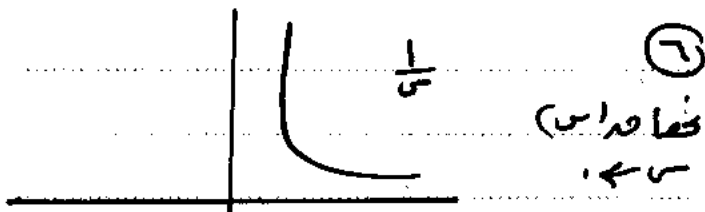
①
نهاية (س) ٢
س ← ٤
اكمل
نهاية (س) ٢ = ٢ + ٤
س ← ٤
نهاية (س) ٢ = ٢
س ← ٤

②
نهاية (س) ١
س ← ٣
اكمل
نهاية (س) ١ = ١
س ← ٣
نهاية (س) ١ = ١
س ← ٣
نهاية (س) غير معرفة

ملاحظة
يمكن ان تكون لنهاية موجودة بالرغم ان الصورة غير معرفه أو العكس

③
نهاية (س) ١
س ← ١
اكمل
نهاية (س) ٣ = ٣ + ١
س ← ١
نهاية (س) غير موجودة ٢ = ٢
س ← ١

④
نهاية (س) ١
س ← ٣
اكمل
نهاية (س) ١ = ١
س ← ٣
نهاية (س) ١ = ١
س ← ٣
نهاية (س) غير موجودة



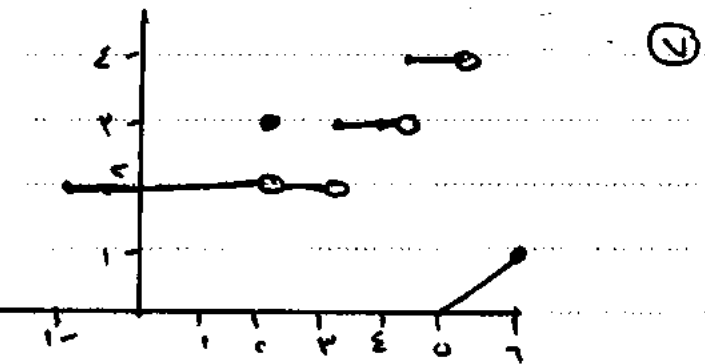
⑥ نهاية (س) \leftarrow $+\infty$

اقل

نهاية (س) = ∞ \leftarrow $+$

نهاية (س) غير موجودة \leftarrow

نهاية (س) = $-\infty$ \leftarrow $-$



حد ما يمين

⑦ نهاية (س) \leftarrow 4 نهاية (س) \leftarrow 5

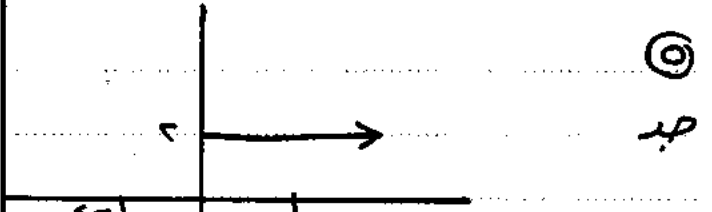
نهاية (س) \leftarrow 1 نهاية (س) \leftarrow 6

هـ) مجموعة قيم M حيث ان نهاية (س) غير موجودة \leftarrow M

و) حد مجموعة قيم M حيث ان نهاية (س) = 3 \leftarrow M

ز) حد مجموعة قيم M حيث

نهاية (س) = 2 \leftarrow $+$



⑧

حد

⑧ نهاية (س) \leftarrow 2

⑨ نهاية (س) \leftarrow 2 نهاية (س) \leftarrow -2

اقل

⑩ نهاية (س) = 2 \leftarrow $+$

⑪ نهاية (س) = -2 \leftarrow $-$

⑫ نهاية (س) = 2 \leftarrow $+$ نهاية (س) = -2 \leftarrow $-$

نهاية (س) غير موجودة \leftarrow

د) اوجد قيم s التي تكون عندها النهايات موجودة

اقل \leftarrow $2 - 3 - 4$

هـ) اذا كانت نهاية (س) = 2 \leftarrow M

اقل

⑬ $2 < P$ أو $1 < P$

و) اذا كانت نهاية (س) = -2 \leftarrow M

اوجد قيم M

اقل: $[-\infty, 0] \geq P$

الحل

(١) $x^2 - 4x + 3 = 0$ \leftarrow $x = 3$ \leftarrow $x = 1$

مضاه (د) غير موجودة \leftarrow $x = 2$

(٢) $x^2 - 4x + 3 = 0$ \leftarrow $x = 3$ \leftarrow $x = 1$

(٣) مضاه (د) غير موجودة \leftarrow $x = 2$

(٤) $x^2 - 4x + 3 = 0$ \leftarrow $x = 3$ \leftarrow $x = 1$

(٥) مضاه (د) غير موجودة \leftarrow $x = 2$

\leftarrow مضاه (د) غير موجودة \leftarrow $x = 1$

(٥) $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(٥) $P \ni (2, 4)$

(٥) $P \ni [2, 4)$

ملاحظة هامة

عند اطراف انقراض تكون النهايه بكل عام غير موجودة لان الاقتران عند الاطراف يكون معرفه جهة واحدة فقط

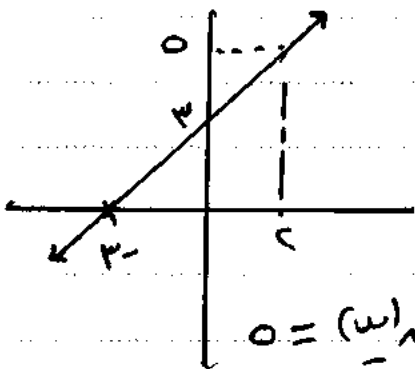
مثال ٨

ارسم مضاه (د) $x^2 + 3x = 0$ من الرسم \leftarrow $x = 3$

اكمل

رسم مضاه (د) $x^2 + 3x = 0$ تكون جدول

$\frac{x}{x^2 + 3x} = \frac{1}{x+3}$



مضاه (د) = مضاه (د) \leftarrow $x = 2$

\leftarrow مضاه (د) = 0 \leftarrow $x = 2$

مثال ٩

اذا كان مضاه (د) $\frac{x-1}{x-1}$

فاوجد مضاه (د) باستخدام طريقه الرسم \leftarrow الرسم

اكمل

تقوم بتبسيط الاقتران

مضاه (د) = $\frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = x+1$ \leftarrow $x \neq -1$

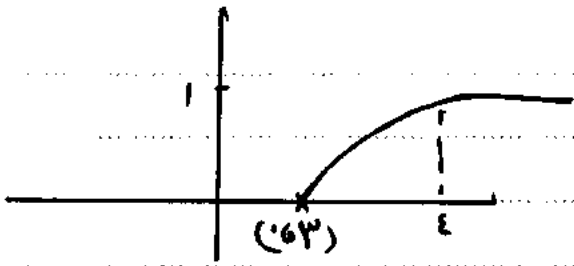


$\frac{x}{x+1} = \frac{1}{x+1}$

مضاه (د) = 2 \leftarrow $x = 2$

مضاه (د) = 2 \leftarrow $x = 2$

\leftarrow مضاه (د) = 2 \leftarrow $x = 2$



نفاه (س) = ، نفاه (س) غير موجود
 $s \leftarrow 3$ ، $s \leftarrow 2$
 (خارج المجال)

← نفاه (س) غير موجود
 $s \leftarrow 3$

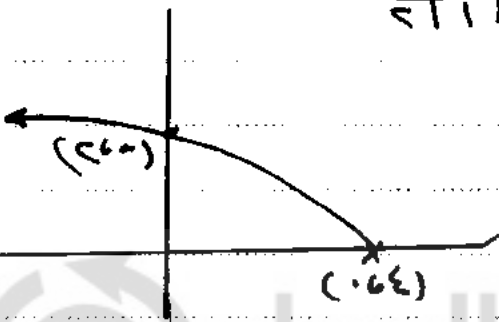
سؤال 13

فد (س) = $\sqrt{s-4}$
 جد نفاه (س) باستخدام الرسم
 $s \leftarrow 4$

الكل

المجال $s-4 \leq s \leq 0 \Rightarrow s \geq 4$

س	4	2	0
فد	0	1	2



نفاه (س) غير موجود (خارج المجال)
 $s \leftarrow 4$

نفاه (س) = 0
 $s \leftarrow 4$

← نفاه (س) غير موجود
 $s \leftarrow 4$

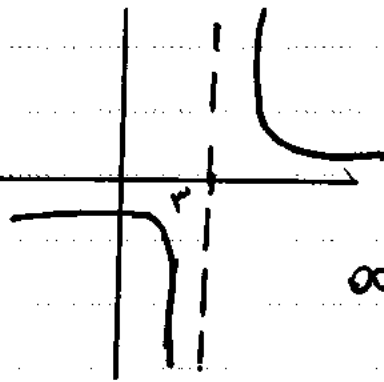
سؤال 10

اوجد نفا $\frac{1}{s-3}$ باستخدام الرسم
 $s \leftarrow 2$

الكل

رسم الأعداد

س	4	0	1	2	3	4
فد	1	1/4	1/2	1	∞	∞



نفاه (س) = ∞
 $s \leftarrow 3$

نفاه (س) = ∞-
 $s \leftarrow 3$

← نفاه (س) غير موجود
 $s \leftarrow 3$

سؤال 11

فد (س) = $\sqrt{s-3}$

جد نفاه (س) باستخدام الرسم
 $s \leftarrow 3$

الكل

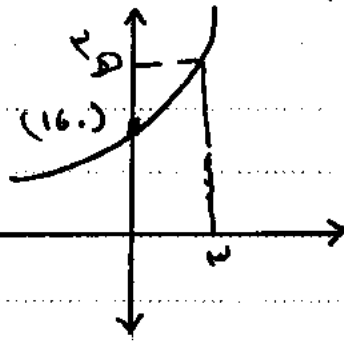
انجز ازوجي الجد مجاله

المجال $s-3 \leq s \leq 0 \Rightarrow s \leq 3$

س	3	4
فد	0	1

سؤال 13

جد ضاربه (س) باستخدام الرسم



الحل
ضارفه (س) = $x^2 + 16$
ضارفه (س) = $x^2 + 16$
ضارفه (س) = $x^2 + 16$

الحل

نرسم من قاعدة على عدد

نرسم ضارفه (س) = $x^2 + 16$

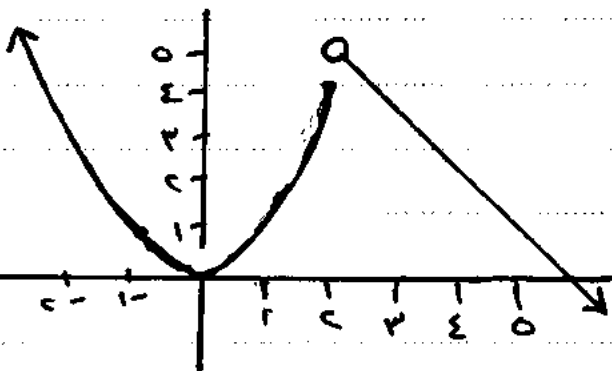
نختار اعداد اقل من 16

س	1	2	3	4
ض	17	20	25	32

ضارفه (س) = $x^2 + 16$

نختار اعداد اكبر من 16

س	3	4	5
ض	25	32	41

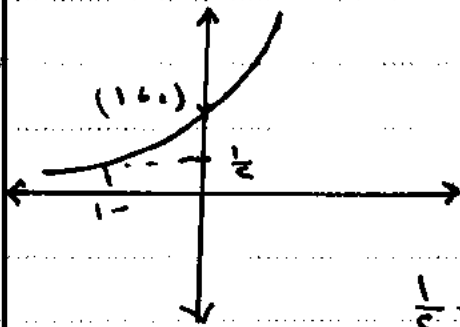


ضارفه (س) = $x^2 + 16$

ضارفه (س) غير موجودة

سؤال 14

جد ضارفه (س) باستخدام الرسم



الحل
ضارفه (س) = $\frac{1}{x}$
ضارفه (س) = $\frac{1}{x}$
ضارفه (س) = $\frac{1}{x}$

سؤال 16

ضارفه (س) = $x + 3$
جد ضارفه (س) باستخدام الرسم

الحل

نعيد تعريف الفعه بالطقه

ضارفه (س) = $x + 3$

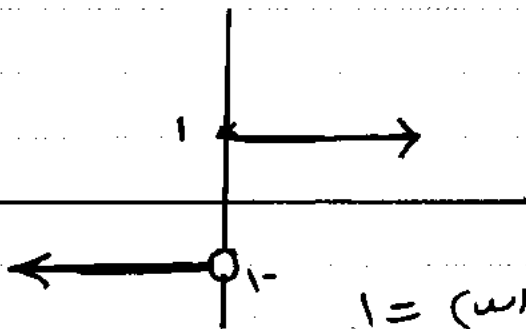
سؤال 15

اذا كان ضارفه (س) = $x^2 - 3$

جد ضارفه (س) باستخدام الرسم

$$\left. \begin{array}{l} 1 < x \\ 1 < x \\ \dots \\ 1 = x \end{array} \right\} = \text{مرايس} = \text{مرايس}$$

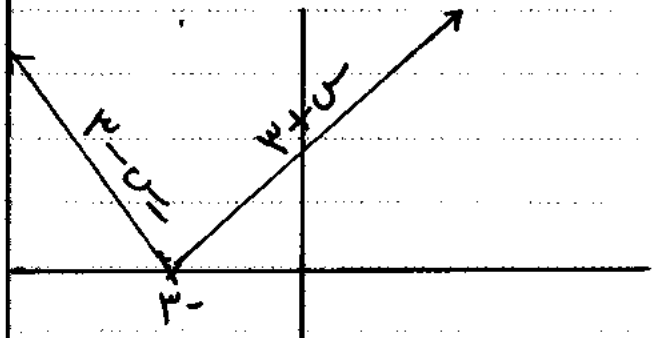
$$\left. \begin{array}{l} 1 < x \\ 1 < x \\ \dots \\ 1 = x \end{array} \right\} = \text{مرايس} = \text{مرايس}$$



مضاه (مرايس) = 1
 مضاه (مرايس) = 1
 مضاه (مرايس) غير موجودة

$$\frac{x-1}{x+1}$$

$$\left. \begin{array}{l} x-1 < x+1 \\ x-1 \geq x+1 \end{array} \right\} = \text{مرايس}$$



مضاه (مرايس) = صفر
 مضاه (مرايس) = صفر
 مضاه (مرايس) = صفر

$$\left. \begin{array}{l} x+1 < x-1 \\ x+1 \geq x-1 \end{array} \right\} = \text{مرايس}$$

جد مضاه (مرايس) باستخدام الرسم
 مضاه (مرايس) = 1

الكل

2	1	0	1	1	س
2	1	0	1	1	ص

① مضاه (مرايس) = 1

2	1	0	1	1	س
2	1	0	1	1	ص

② مضاه (مرايس) = 1

تتبع الكل

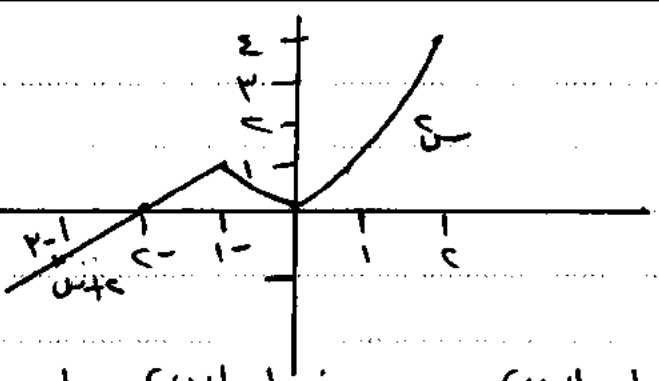
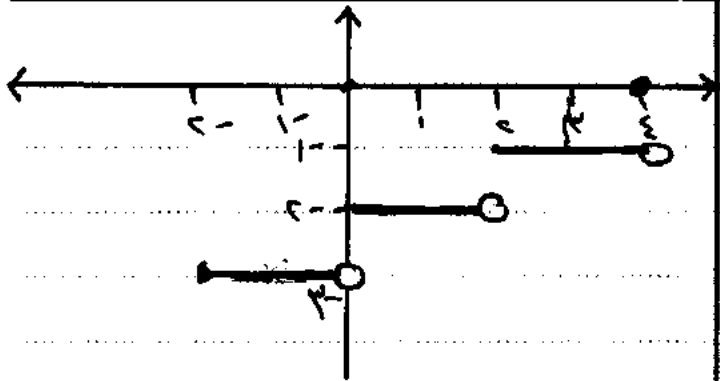
مثال 17

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{x+1} \\ x \neq 0 \\ x = 0 \end{array} \right\} = \text{مرايس}$$

جد مضاه (مرايس) باستخدام الرسم
 مضاه (مرايس) = 0

الكل

$$\left. \begin{array}{l} x < x \\ x < x \\ \dots \\ x = x \end{array} \right\} = \text{مرايس}$$



$1 = \text{ضاه (اس)}$ $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$
 $1 = \text{ضاه (اس)}$ $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$
 $1 = \text{ضاه (اس)}$ $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$

$1 = \text{ضاه (اس)}$ $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$
 $2 = \text{ضاه (اس)}$ $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$
 $3 = \text{ضاه (اس)}$ $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$

$\leftarrow \text{ضاه (اس)}$ يعني موجوده
 $\leftarrow \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$

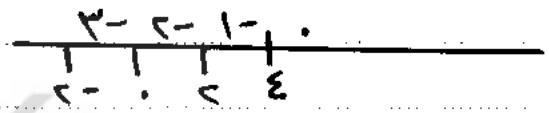
مثال (19)

(اس) = $\left[\frac{1}{2} - 1 \right]$ حيث $s \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$
 حد ضاه (اس) ، ضاه (اس)
 $\leftarrow \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$
 باستخدام الرسم .

الكل
 نعيد تعريف $\frac{1}{2}$ الى عدد صحيح

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 1$

$\frac{1}{2} - 1 = 0 \leftarrow \frac{1}{2} = 1 \leftarrow s = 2$



$\left. \begin{matrix} 2- \\ 2- \\ 1- \\ 0 \end{matrix} \right\} = \text{ضاه (اس)}$
 $\left. \begin{matrix} 2- \\ 2- \\ 1- \\ 0 \end{matrix} \right\} = \text{ضاه (اس)}$
 $\left. \begin{matrix} 2- \\ 2- \\ 1- \\ 0 \end{matrix} \right\} = \text{ضاه (اس)}$

تدريبات وممارسات الكتاب

مثال 19

تدريب 1 ص 17

لكيه حد (س) = $\frac{9-s^2}{3-s}$ $s \neq 3$

ارسم مخطى الأمتان ومن ابرك حد

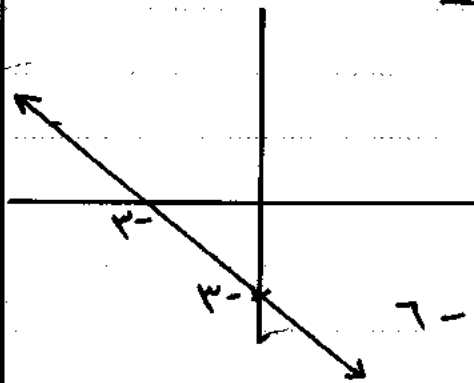
حايبي

(س) ضاه حد (س) $s \leftarrow 3$
 (ن) ضاه حد (س) $s \leftarrow 2$
 (د) ضاه حد (س) $s \leftarrow 3$

اكمل

حد (س) = $\frac{(3+s)(3-s)}{3-s} = 3+s$

$\frac{2-s}{3-s}$



ضاه حد (س) = 2 $s \leftarrow 3$

ضاه حد (س) = 2 $s \leftarrow 3$

ضاه حد (س) = 2 $s \leftarrow 3$

مثال 20 تدريب ص 17

اذا كان حد (س) = $\begin{cases} s+1 & s \geq 2 \\ s+2 & s < 2 \end{cases}$
 اوجد ضاه حد (س) باستعمال ابرك

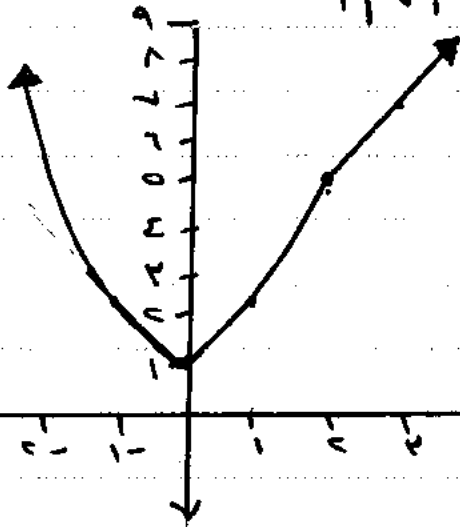
اكمل

1 حد (س) = $s+1$ $s \geq 2$

$\frac{1-s}{2} \mid \frac{1}{1} \mid \frac{1}{2} \mid \frac{2}{5} \mid \frac{s}{s}$

2 حد (س) = $s+1$ $s < 2$

$\frac{2}{9} \mid \frac{3}{7} \mid \frac{2}{5} \mid \frac{s}{s}$



ضاه حد (س) = 0 $s \leftarrow 2$, ضاه حد (س) = 0 $s \leftarrow 3$

ضاه حد (س) = 0 $s \leftarrow 3$

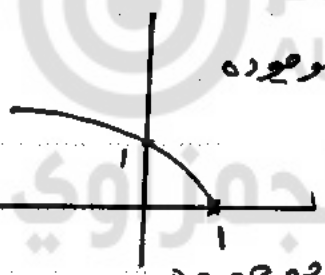
مثال 21 تدريب ص 19

م (س) = $\sqrt{1-s}$ ابرك حد (س) على اقل الجادر لاجاد

(أ) ضاه م (س) = غير موجوده $s \leftarrow 1$

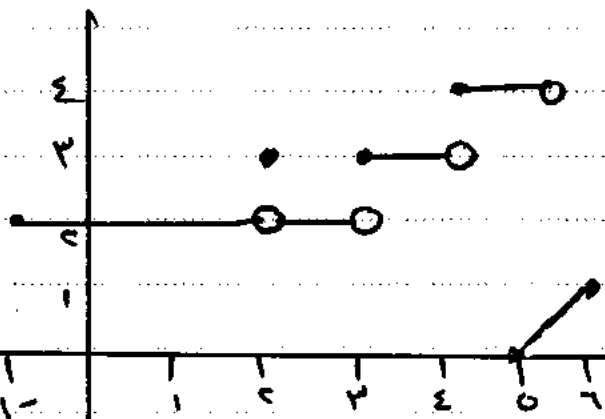
(ب) ضاه م (س) = صفر $s \leftarrow 1$

(ج) ضاه م (س) = غير موجوده $s \leftarrow 1$



سؤال (٢٤) من صنف عمارين ومسائل

اعتماداً على الشكل الذي عيّن مخطط الأعداد من المعروف على [-٦، ١]



(أ) مجموعة قيم x حيث $f(x) > 0$ غير موجودة
 $1 \leftarrow x$

الحل

{-٦، -٤، -٣، ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

ملاحظة -٦، ١ الطرفين لقرن

٣، ٤، ٥ يوجد عندها قفزان

النهاية من اليمين \neq النهاية من اليسار

(ب) مجموعة قيم x حيث $f(x) = 0$

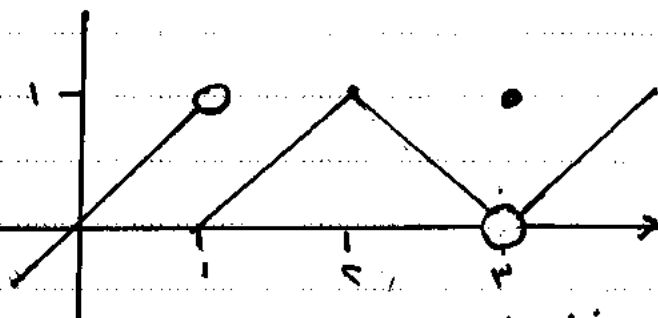
$3 = f(x)$
 $1 \leftarrow x$

الحل

$x \in \{3, 4, 5\}$

سؤال (٢٣) من صنف عمارين ومسائل

اعتماداً على الشكل الجاد الذي عيّن مخطط من جد كلاهما على



(أ) $f(x) > 0$ إضافة (س)

$1 \leftarrow x$

الحل

$3 = f(x)$ إضافة (س) =
 $1 \leftarrow x$

إضافة (س) غير موجودة
 $1 \leftarrow x$

(ب) $f(x) = 0$ إضافة (س) =

$2 \leftarrow x$

(ج) $f(x) < 0$ إضافة (س)

$2 \leftarrow x$

الحل

$3 = f(x)$ إضافة (س) =
 $3 \leftarrow x$

(د) $f(x) = 1$ إضافة (س) =

$3 \leftarrow x$

إضافة (س) =

$3 \leftarrow x$

إضافة (س) =

$3 \leftarrow x$

مسألة ٢٥ من ص ٣١

ارسم شكلاً تَصْرِيحِيًّا للمعنى الذي
عُيِّنَ كلاً من الاقتارات الآتية ثم
اصب نهاية كل منها عندما تقرب
س من العدد المذكور ازيد كل منها

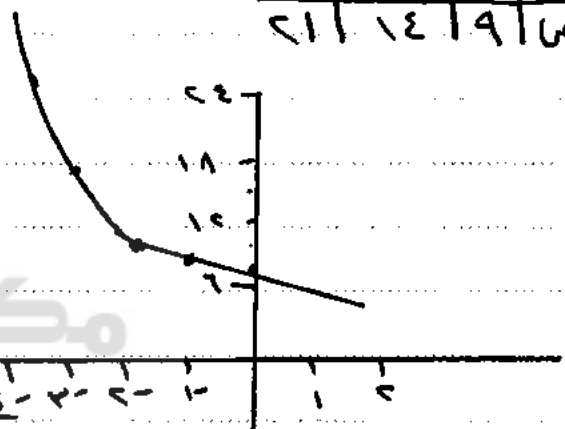
١) $\begin{cases} 2 \leq s < 7 \\ 2 < s \leq 5 \end{cases} = (s) \text{ ع}$

٢) $s \leq 2$ اكل
٣) $s = 7 - s = 2$

٥	٣	١	٠
ص	٩	٨	٧

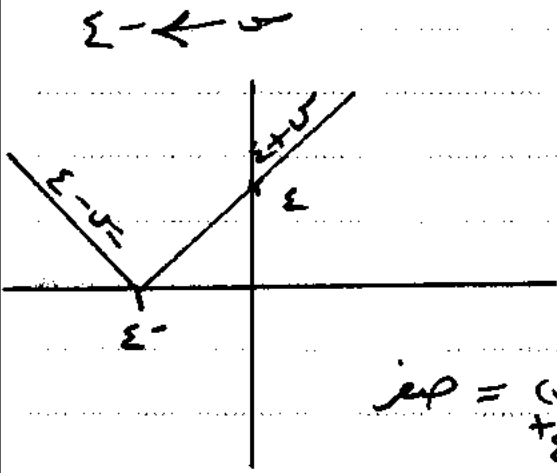
٤) $s = 0 + s = 2 > 2$

٥	٣	٢	٤
ص	٩	١٤	٢١



٥) $\begin{cases} 9 = (s) \text{ ص} \\ 9 = (s) \text{ ص} \\ 9 = (s) \text{ ص} \end{cases}$

٦) $14 + s = (s)$



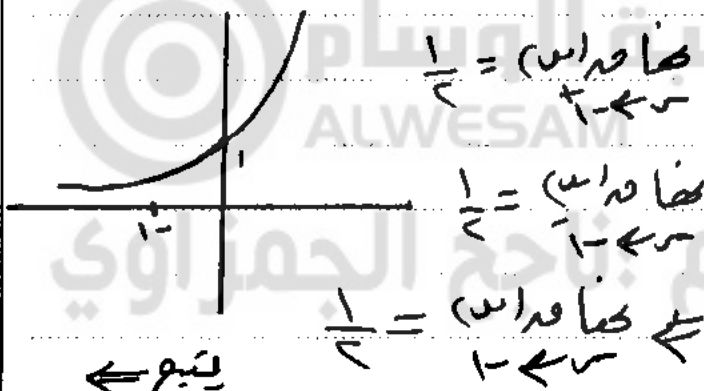
٧) $\begin{cases} \text{ص} = (s) \\ 2 \leftarrow s \end{cases}$

٨) $\leftarrow \text{ص} = (s)$

مسألة ٢٦ من ص ٣١

ارسم شكلاً تَصْرِيحِيًّا للمعنى الذي
عُيِّنَ كلاً من الاقتارات الآتية
ثم اصب نهاية كل منها عندما تقرب
س من العدد المذكور ازيد كل منها

١) $s = 2$



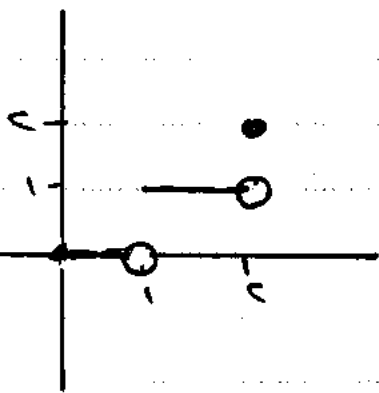
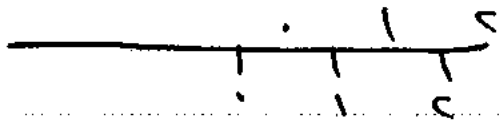
٢) $\frac{1}{2} = (s)$

٦) $f(x) = [x] \quad x \in]0, 1[$
 $s \leftarrow 1$

اكل

طول ادرم $= \frac{1}{1} = 1$

$s = 0$



مضاه (مضاه) $= 1$
 $s \leftarrow +$

مضاه (مضاه) $= 0$
 $s \leftarrow -$

مضاه (مضاه) غير موجودة
 $s \leftarrow 1$

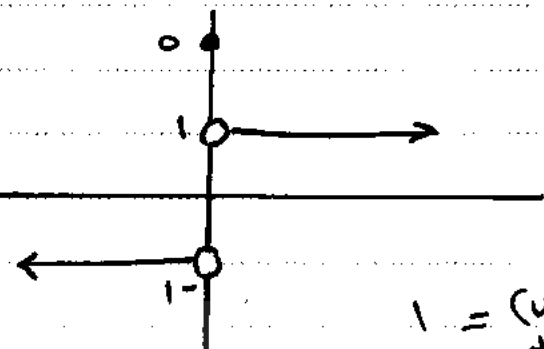
٧) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
 $s \leftarrow 0$

اكل: تعيد تعريف الفعه بالحلقة

$f(x) = 1$
 $s \leftarrow 0$

$f(x) = 0$
 $s \leftarrow 0$

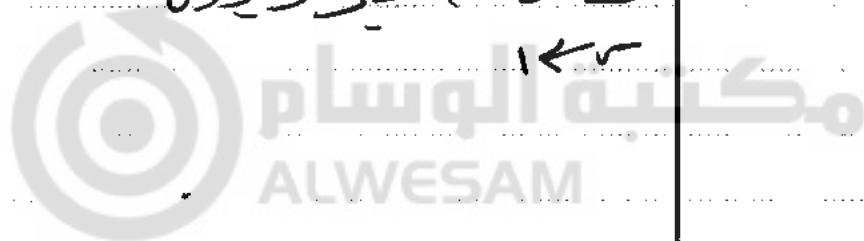
$f(x) = 1$
 $s \leftarrow 0$



مضاه (مضاه) $= 1$
 $s \leftarrow +$

مضاه (مضاه) $= 1$
 $s \leftarrow -$

مضاه (مضاه) غير موجودة
 $s \leftarrow 1$

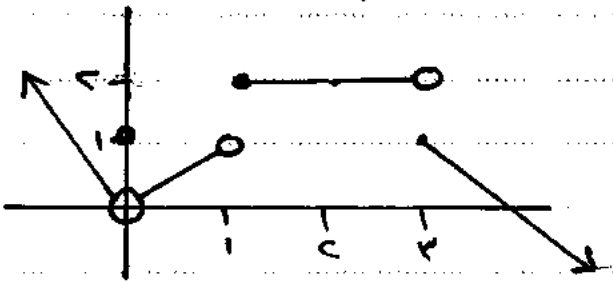


المعلم: ناجح الجمزاوي

اسئلة لوزارة

سؤال (٢٨) وزاره (٢٠١٩) شتويه

اذا كان الشكل المجاور مثل متخني
 هـ (س) المعرف على ع فموجب قيم
 (٢) صبت ضافه (س) غير موجوده
 س ← ٢



الحل

تكون النهايه غير موجوده عند
 القفزات

عند س = ١
 ضافه (س) = ٢
 س ← ١
 ضافه (س) = ١
 س ← ١

ضافه (س) غير موجوده
 س ← ١

عند س = ٣

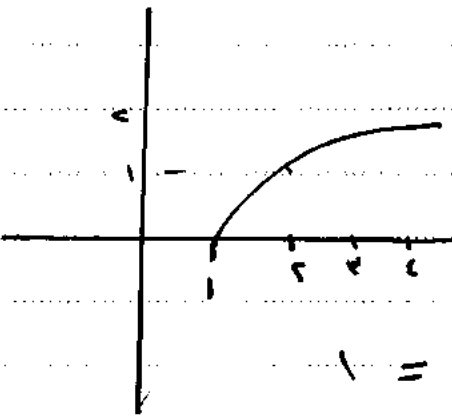
ضافه (س) = ١
 س ← ٣
 ضافه (س) = ٢
 س ← ٣

ضافه (س) غير موجوده
 س ← ٣

$f = \{ 1, 2, 3 \}$

سؤال (٧) من ص١٤

اذا كان هـ (س) = $\sqrt{1-s}$ فارسم
 المتخني الذي مثل متخني المتفرات
 هـ ثم جد



هـ (س) ضافه (س) = ١
 س ← ٢

هـ (س) ضافه (س) = ١
 س ← ٢

هـ (س) ضافه (س) = ١
 س ← ٢

هـ (س) ضافه (س) = ١
 س ← ١

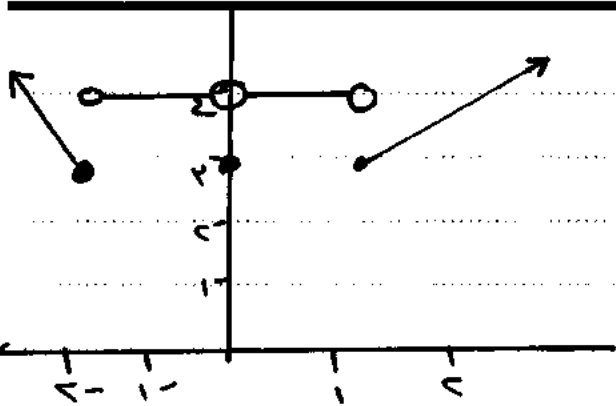
الحل

ضافه (س) = ٠
 س ← ٢

ضافه (س) غير موجوده

س ← ٢ (خارج المجال)

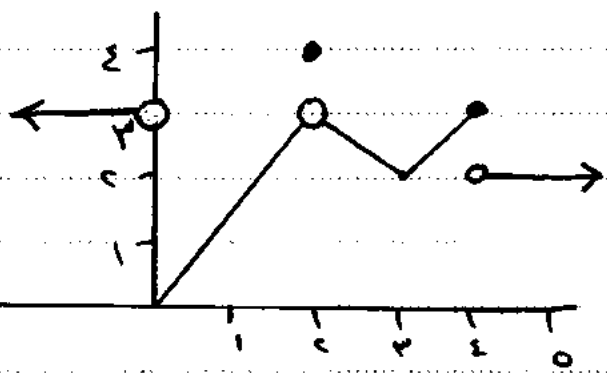
ضافه (س) غير موجوده
 س ← ١



اكل $P = \{1\}$ فقط

سؤال (٢٩) وزارة (٢٠٠٩) صيفيه

اذا كان لكل الجوار غير مفتوح الاقتران من المعروف على ح فاوجد مجموعة قيم P حيث f لها حد $P = \{s\}$

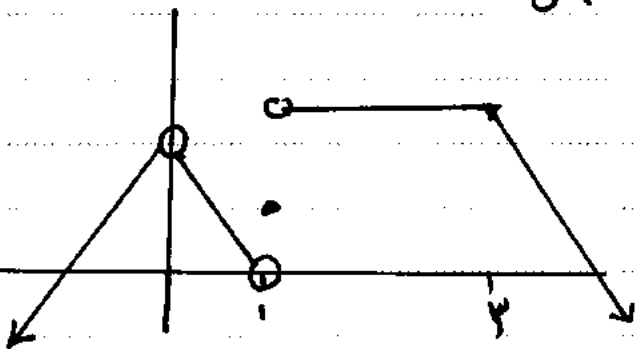


$P = \{2\}$ ل $(0, 5)$

ملاحظة عند $x=2$ الالايه غير موجوده وليست (3) لكن f لها حد $P = \{s\}$

سؤال (٣١) وزارة (٢٠١١) شتوية

اذا كان لكل الجوار غير مفتوح الاقتران من المعروف على ح فاوجد مجموعة قيم P حيث f لها حد $P = \{s\}$ غير موجوده



اكل $P = \{1\}$

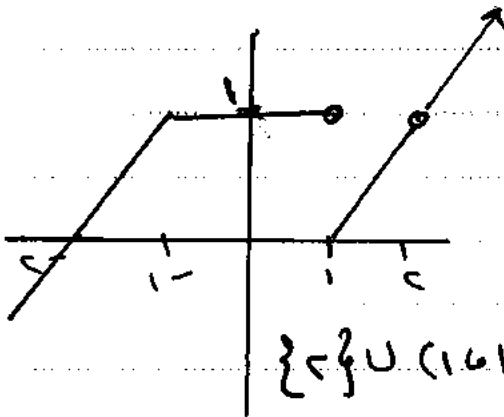
سؤال (٣٢) وزارة (٢٠١٠) شتوية

اذا كان لكل الجوار غير مفتوح الاقتران من المعروف على ح فاوجد مجموعة قيم P حيث تكون

كفا حد $P = \{s\}$

سؤال (٣٤) وزارة (٢٠١٣) صيغة

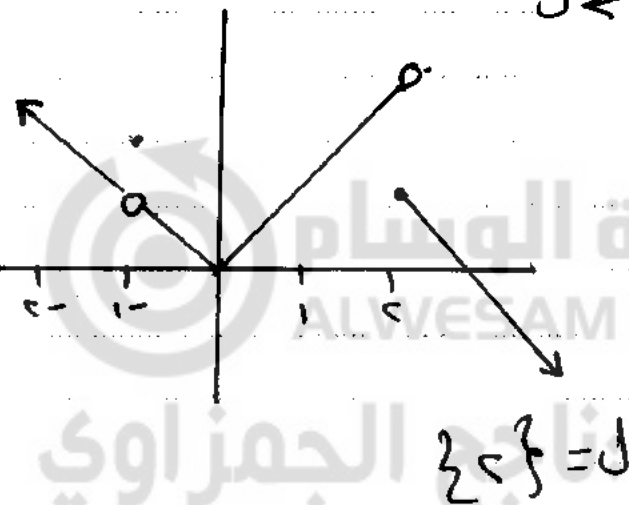
إذا كان لكل الجوار يمثل منحنى
 له المعرفة على \mathbb{R} فاوجد مجموعة
 قيم s التي تجعل ضارداً $s = 1$
 $s \leftarrow P$



$s = 1 \Rightarrow P = \{1, 2\} \cup \{2\}$

سؤال (٣٥) وزارة (٢٠١٤) صيغة

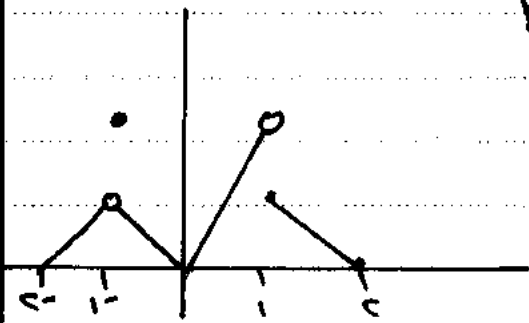
إذا كان لكل الجوار يمثل منحنى
 الأفتان ضارداً المعرفة على \mathbb{R}
 فاوجد مجموعة كل قيم s حيث
 ضارداً غير موجوده
 $s \leftarrow L$



$L = \{2\}$

سؤال (٣٦) وزارة (٢٠١١) صيغة

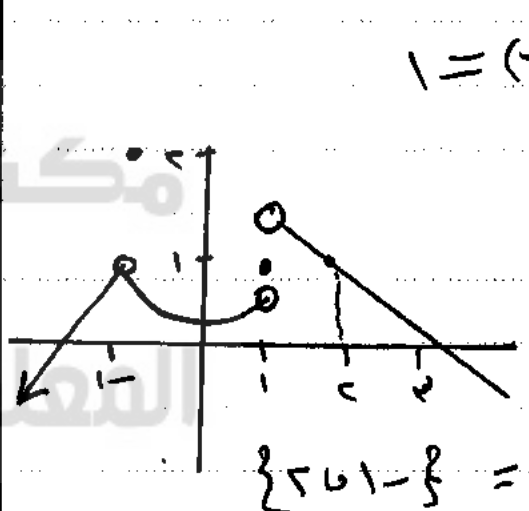
إذا كان لكل الجوار يمثل منحنى
 الأفتان ضارداً المعرفة على $[2, 3]$
 فاوجد مجموعة قيم s حيث
 ضارداً $s = 1$
 $s \leftarrow P$



اكل $P = \{2, 3\}$

سؤال (٣٣) وزارة (٢٠١٢) شتوية

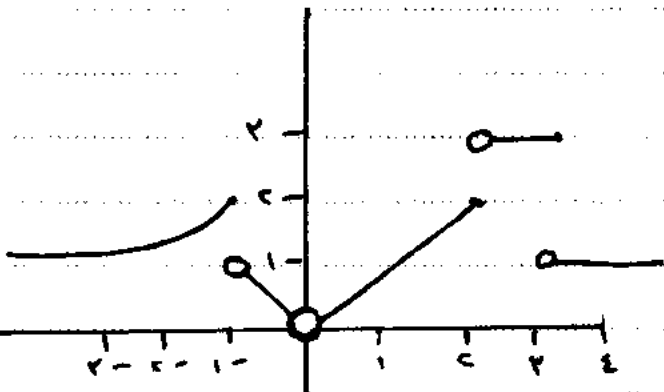
إذا كان لكل الجوار يمثل منحنى
 الأفتان ضارداً المعرفة على \mathbb{R} فاوجد
 مجموعة قيم s حيث تكون
 ضارداً $s = 1$
 $s \leftarrow P$



اكل $P = \{1, 2, 3\}$

سؤال (36) من ص ٧٢ من كتابه مراجعته

اعتماداً على الشكل التالي اندي عتيل
صفحة ٧٢ اوجد ما يلي



① $f^{-1}(0) = \text{صفر}$
 \leftarrow

② $f^{-1}(2) = 1$
 \leftarrow

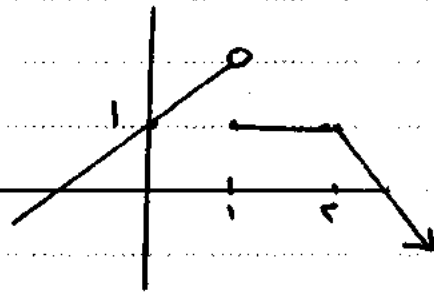
③ ما مجموعة قيم x حيث $f(x) = 2$
 \leftarrow

④ ما مجموعة قيم x حيث $f(x) = 0$
 \leftarrow

غير موجودة

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

سؤال (37) وزارة (٢٠١٣) شتوية
اذا كانت الشكل المجاور يمثل مخرج
الأقتران f المعرفة على \mathbb{R} فأوجد
مجموعة قيم x التي تجعل $f(x) = 1$
 \leftarrow

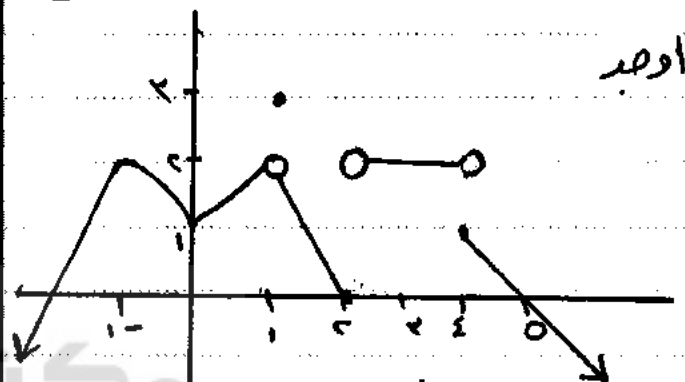


الكل
 $P = [0, 1] \cup \{2\}$

سؤال (37) شتوية (٢٠١٦)

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل
مخرج الأقتران f معرفة على \mathbb{R} مع

اوجد



① اذا كانت $f(x) = 2$ فأوجد
 \leftarrow

صحيح إن كان P

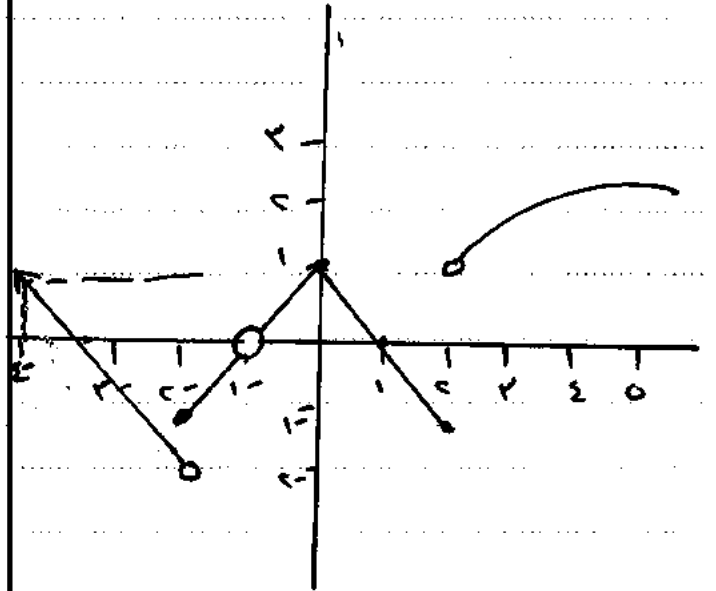
② $P = \{1, 2\} \cup [3, 4]$

③ اذا كانت $f(x) = 2$ غير موجودة
 \leftarrow

حيث قيم x التي $f(x) = 2$

سؤال ٣٩ مدرس اختيار ذاتي

اعتماداً على الشكل التالي الذي عيّن
مخارج الأعداد من 0 اوجد ما يلي



① $5 \rightarrow 5$

$5 \rightarrow 5$

② $5 \rightarrow 0$

$5 \rightarrow 1$

③ مجموعة قيم p حيث $5 \rightarrow 1 = p$

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

نظريات على النهايات

الجزء الأول

نظريات في النهايات

نظرية ①

إذا كان $(n, s) = \text{ج}$ ، حيث ج ثابت
فإن

$$\text{ج} = \text{ج} \leftarrow s$$

نهاية الأعداد الثابت = نفسه

مثال

$$\text{نهاية } 0 = 0 \leftarrow s \quad \text{ج} = \text{ج} \leftarrow s$$

$$\text{نهاية } (u \leftarrow s) = (u \leftarrow s) \leftarrow s$$

نظرية ②

إذا كان الأعداد (n, s) كثير حدود
فإن

$$\text{نهاية } (n, s) = (n, s) \leftarrow s$$

في كثيرات حدود نعوض في النهاية
نعوض مباشر

مثال ①

$$\text{نهاية } 5 + 3x - 2x^2 = 5 - 2 = 3 \leftarrow s$$

$$\text{نهاية } 2 + (-3) = 2 + 3 = 5 \leftarrow s$$

مثال ②

$$\text{إذا كانت } \text{نهاية } (2 + 5s - 3s^2) = 2 - 3 = -1 \leftarrow s$$

فاوجد الثابت ج ؟

اقل نعوض مباشر

$$-1 = 2 + \text{ج} \times 0 - 3 \times 0^2$$

$$-1 = 2 + \text{ج} \times 0 - 3 \times 0^2$$

$$-1 = (1 - \text{ج})(2 - 3)$$

$$1 = \text{ج} \quad \text{ج} = 3$$

مثال ③

اوجد قاعدة كثير الحدود من الدرجة
الأولى حيث $(n, s) = 4$ ، $(n, s) = 4$
 $\leftarrow s$

اقل

نفرض ان $(n, s) = 4 + \text{ج} \times s$
 $\leftarrow s$ يتبع اقل

$$\textcircled{2} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\text{نها (ل)} = \text{نها (ل)}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

في حالة ان ن صودي أو
ن زوجي ، ٢٢٠

$$\text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\textcircled{4} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

ملاحظة هامة

كوزع النهاية على الجمع والطرح والضرب
والقسمة في حالة ان نهايتك كل
اقتران موجودة ولكن اذا كان
احدها أو كلاهما غير موجودة
فهنالك طريقة ستشرح لاحقاً

نظرية ٣

$$\text{اذا كانت نها (هـ اس) = ل صيدوع} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\text{نها (هـ اس) = ل صيدوع} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

وكانت ج صيدوع فان

مثال 1

$$\text{اذا كانت نها (هـ اس) = ٤ ، نها (هـ اس) = -٥} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

او صيدع

$$\textcircled{1} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\text{نها (هـ اس) = ل صيدوع}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\text{نها (هـ اس) = ل صيدوع}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\textcircled{1} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\text{نها (هـ اس) = ٤ \times ٣ = ١٢}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{نها (هـ اس)} = \text{نها (هـ اس)} \quad \begin{matrix} \text{ن} \\ \text{س} \leftarrow \text{هـ} \end{matrix}$$

$$\text{نها (هـ اس) = ٤ \times ٣ = ١٢}$$

مسألة 5

إذا كانت $f(x) = (x^2 - 2x + 1)$ \leftarrow
 $f(2) = 1$

وكانت $f(3) = 2$ \leftarrow
 $f(3) = 2$

فاوجد $f(1)$ \leftarrow
 $f(1) = 1$

الحل

نجزر المعطيات وذلك بجعل $f(x) = x^2 - 2x + 1$
 $f(2) = 1$
 $f(3) = 2$

$f(2) = 1 \Rightarrow 2^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 1$ \leftarrow

$f(3) = 2 \Rightarrow 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 = 2$ \leftarrow

$f(1) = 1 - 2 + 1 = 0$ \leftarrow

$f(1) = 0$ \leftarrow

لكن $f(x) = (x^2 - 2x + 1)$ \leftarrow

$f(x) = (x^2 - 2x + 1)$ \leftarrow

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ \leftarrow

$0 = 1 - 2 + 1$ \leftarrow

نجد المطلوب

$f(1) = 1 - 2 + 1 = 0$ \leftarrow

$f(1) = 1 - 2 + 1 = 0$ \leftarrow

سابع

3) $f(x) = (x^2 - 5x + 1)$ \leftarrow

اكمل

$f(x) = x^2 - 5x + 1$ \leftarrow

$f(1) = 1 - 5 + 1 = -3$ \leftarrow

4) $f(x) = (x^2 + 3x)$ \leftarrow

اكمل

$f(x) = x^2 + 3x$ \leftarrow

$f(1) = 1 + 3 = 4$ \leftarrow

$f(1) = 4$ \leftarrow

5) $f(x) = (x^2 + 5x)$ \leftarrow

اكمل

$f(x) = x^2 + 5x$ \leftarrow

$f(1) = 1 + 5 = 6$ \leftarrow

$f(1) = 6$ \leftarrow

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1-x}{x}$ \leftarrow

اكمل

$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{1-x}{x}$ \leftarrow

$f(1) = \sqrt{1^2 + 1} + \frac{1-1}{1} = \sqrt{2}$ \leftarrow

سؤال 3

إذا كانت نها $(c + (c)^3)$ = 10

فاوجد نها $\frac{1}{c}$ و $(c)^2$

الحل

$$10 = c + (c)^3$$

← (نهاية $(c)^2$) = 8 إذا أخذنا لتكبير

$$c = \sqrt[3]{8} = 2$$

تعويضها في المطلوب

$$\frac{1}{c} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 = 2 \times \frac{1}{2}$$

سؤال 4

إذا كانت نها $(c + c^2 + c^3)$ = 3
 اوجد نها (c)

الحل

$$3 = c + c^2 + c^3$$

ترتيب الطرفين

$$9 = (c + c^2 + c^3)^2$$

$$9 = c^2 + c^4 + c^6 + 2c^3 + 2c^5 + 2c^7$$

تعويضها في المطلوب

$$13 = (c + c^2 + c^3)^2 = 9$$

سؤال 5

إذا كانت نها $(c + c^2)$ = 16

فاوجد ما بين

$$1) \text{ نها } (c + c^2)$$

$$2) \text{ نها } (c + \frac{1}{c})$$

اكمل

$$16 = \text{نها } (c + c^2)$$

$$\frac{16}{c} = \text{نها } (c + c^2)$$

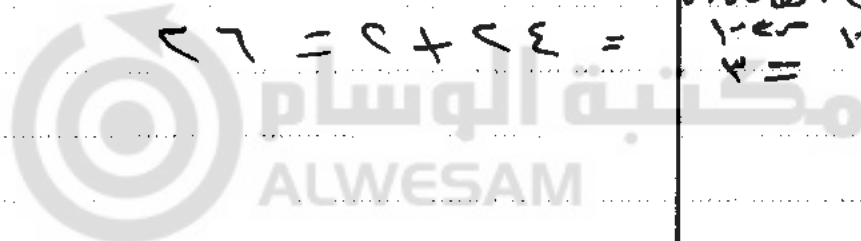
$$1) \text{ نها } (c + c^2) = 16$$

$$16 = c + c^2 = 16 + c^3 = 19$$

$$2) \text{ نها } (c + \frac{1}{c}) = 16$$

$$[c + \frac{1}{c}]^2 = c^2 + \frac{1}{c^2} + 2$$

$$16^2 = c^2 + \frac{1}{c^2} + 2$$



مثال 6

إذا كانت ضاوه (س) = 2
 س ← 4
 وكانت ص (ع) = 0 فاوجد

① ضاوه (س) = (1 + 3س) + 3س
 س ← 1

② ضاوه (س) = 3
 س ← 3

الحل

ضاوه (س) × ضاوه (س) + ضاوه (س) = 2
 س ← 1 س ← 1 س ← 1

1 × 4 + 1 × ضاوه (س) + 1 × 3 = 2
 س ← 1 س ← 1

① 4 = ضاوه (س) + 3س
 س ← 1

بند ضاوه (س) = (1 + 3س) وذلك بطريقة
 الفرض س ← 1

نفر من ص = 1 + 3س

عندما س ← 1 فان ص ← 1 + 3 × 1 = 4

= ضاوه (ص) = ص × بعضيات = 2
 ص ← 4

الاجاب: تعويضها في ①

11 = 3 + 8 = 3 + 2 × 4

② ضاوه (س) = 3
 س ← 3

نفر من ان ص = 3 - س

عندما س ← 3 فان ص ← 3 - 3 = 0

= ضاوه (ص) = ضاوه (ص) = (3 - س)
 ص ← 4 ص ← 4

6 = 4 = 4

مثال 7

س ← 3 س ← 3
 س ← 3 س ← 3

اووجد

① ضاوه (س) = 1
 س ← 3

② ضاوه (ع) = 3
 س ← 1

الحل

① نفر من ص = 3 + س

عندما س ← 3 فان ص ← 3 + 3 = 6

نقاعة
 ② ضاوه (ص) = 11 = 6 × س = 6 × س
 ص ← 0

③ ضاوه (س) = 3
 س ← 4

انتهى

نفر من ان ص = 3 - س

④ س ← 4 س ← 4
 فان ص ← 3 - 4 = -1

تابع اكل

ضاه (ص) = (ص-٧) = ضاه (ص)
 $\begin{matrix} \leftarrow 3 \\ \leftarrow 2 \end{matrix}$

= القاعدة الأولى = ٦ + ٣ = ١٥

٨ = ٤ × ٢ = (٤) ضاه (ص)

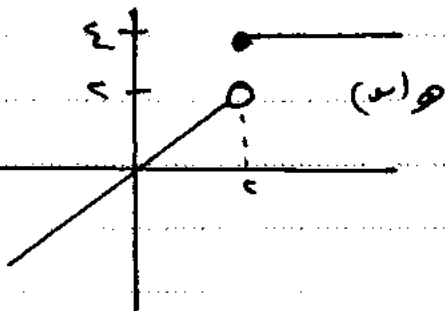
٨ = ٨ ضاه (٤) = ٨
 $\begin{matrix} \leftarrow 1 \\ \leftarrow 1 \end{matrix}$

سؤال ٩

إذا كان اكدول لتاي عتلي ف (س)

١٩	١٥٩	١١٩٩	٢	٢٠١	٢٠١	٢٠١	س
٥٩	٥٩٩	٥٩٩٩		٤٠١	٤٠١	٤٠١	ف (س)

مكان ف (س) ممتلا بالشكل التالي



اوجد
 ضاه (س) + ف (س) + س
 $\leftarrow 2$

اكل

= ضاه (س) + ف (س) + س
 $\leftarrow 2$

بضاه (س) + ف (س) = ٤ + ٤ = ٨
 $\leftarrow 2$

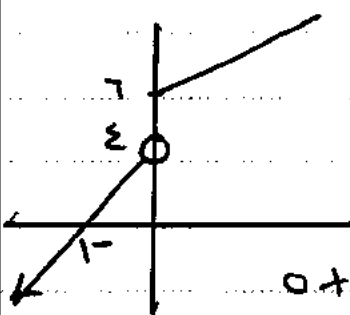
ضاه (٢) + ف (٢) = ٢ + ٦ = ٨
 $\leftarrow 2$

اكواب

= ضاه (٢) + ف (٢) + س = ٨ + ٨ = ١٦

سؤال ٨

إذا كان ف (س) ممتلا في الشكل بجانب



فاوجد

١) ضاه (س) + ف (س) + س = ٥ + ٣ + ٢ = ١٠

اكل
 = ضاه (٢) + ف (٢) + س = ٥ + ٣ + ٢ = ١٠

٢) ضاه (٢) + ف (٢) + س = ٥ + ٣ + ٢ = ١٠

نقرضه ص = س + ١

س - س = ١ + ٢ - ١ = ٢
 ضاه (٢) = ٣
 ف (٢) = ٣
 ص = ٣

ملاحظة

في الأقدان النسبية نعوض نعويض مباشر حيث البسط والمقام كثيران حدود بشرط المقام \neq صفر

مثال ١١

$$c \leftarrow s \quad \text{إذا كانت هنا } (s) \leftarrow c \\ \text{فاوجد هنا } (s) \leftarrow c$$

ملاحظة هامة

في هذه النوعية من الأسئلة يتم تحويل شكل المطلوب الى شكل المعطيات أو جزء منها

مثال

$$c \leftarrow s \quad \text{هنا} \quad \frac{14}{11} = \frac{1 - 3 \times 0}{0 + 3 \times c} = \frac{1 - 5c}{0 + 3c}$$

مثال

$$c \leftarrow s \quad \text{هنا} \quad \frac{c + s}{1 - c} = \frac{1 + (1 - c)}{1 - 2(1 - c)} = \frac{2 - c}{1 - 2 + 2c} = \frac{2 - c}{2c - 1}$$

الحل

$$c \leftarrow s \quad \text{هنا } (s) \leftarrow c = \frac{\text{هنا } (s) \leftarrow c}{s} \times \frac{s}{s}$$

$$= \frac{\text{هنا } (s) \leftarrow c}{s} \times \text{هنا } s \leftarrow c$$

$$= \frac{c - 1}{c} \times c = c - 1$$

مثال ١٢

$$c \leftarrow s \quad \text{إذا كانت هنا } \frac{3 - 2s}{0 + 5c} = \frac{3 - 2s}{5c}$$

او بعد قيمة s

الحل

نعويض مباشر

$$c \leftarrow s \quad \frac{3 - 2c}{1} \leftarrow \frac{3 - 2(0)}{0 + c \times c} = \frac{3 - 2c}{c^2}$$

$$\frac{3 - 2c}{c^2} \leftarrow \frac{3 - 2c}{c^2} \leftarrow \frac{3 - 2c}{c^2}$$

$$\frac{3 - 2c}{c^2} = \frac{3 - 2c}{c^2} \leftarrow \frac{3 - 2c}{c^2} = \frac{3 - 2c}{c^2}$$

$$\frac{3 - 2c}{c^2} = \frac{3 - 2c}{c^2}$$

مثال ١٣

$$c \leftarrow s \quad \text{إذا كانت هنا } \frac{c + s}{c - s} = \frac{c + s}{c - s}$$

$$\text{فاوجد هنا } \frac{c + s}{c - s} = \frac{c + s}{c - s}$$

الحل

$$c \leftarrow s \quad \frac{c + s}{c + s} \times \frac{c - s}{c - s} = \frac{c + s}{c - s}$$

$$c \leftarrow s \quad \frac{c + s}{c - s} \times \frac{c - s}{c - s} = \frac{c + s}{c - s} \times \frac{c - s}{c - s}$$

تدريبات وتمارين الكتاب

سؤال 13

سؤال 14) تدريب 1) ص 25

$$E = \frac{7 - (س)}{0 - س} \leftarrow \begin{matrix} 7 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\text{فاوجد هنا } \frac{10 - س}{س - (س)}$$

اذا كانت هنا $E = 2$ فاوجد

$$1) \text{ هنا } \sqrt[3]{2} \text{ (هنا)}$$

$$2) \text{ هنا } (س^2 \text{ هنا}) - (س + س^2)$$

الحل

اكل

$$\text{هنا } \frac{10 - س}{س - (س)}$$

$$\text{هنا } \frac{(س + 3)(س - 5)}{س - (س)}$$

$$= \frac{س - 5}{س - (س)} \times (س + 3)$$

$$= 8 \times \frac{1}{س - 5}$$

$$2 = 8 \times \frac{1}{س - 5}$$

$$1) \text{ هنا } \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2} \text{ (هنا)}$$

$$2 = \sqrt[3]{2} = 2 \times \sqrt[3]{2}$$

$$2) \text{ هنا } (س^2 \text{ هنا}) - (س + س^2)$$

$$= (س^2 \text{ هنا}) - (س + س^2)$$

$$2 = 2 \times 2 - (2 + 2) = 4 - 4 = 0$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٧) من ص ٢٩

جدد كذا $\frac{1-s^3}{1-s} + 1 + s$

الحل
 $1 + (-s) + \frac{1-s^3}{1-s}$

$$1 + 9 + \frac{1-27}{1-3} =$$

$$10 + \frac{9}{2} = 10 + \frac{9}{2} =$$

$$\frac{20}{2} + \frac{9}{2} = \frac{29}{2}$$

مثال (١٥) من ص ٢٩ نماذج ومائل

إذا كانت ضار (س) = $\frac{1}{1-s}$

ضار (س) = $\frac{1}{1-s}$ جدد لهما أي

① جفا (س) - ضار (س) = $\frac{1}{1-s} - \frac{1}{1-s}$

الحل
 جفا (س) - ضار (س) = $\frac{1}{1-s} - \frac{1}{1-s}$

$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} =$

② جفا (س) - ضار (س) = $\frac{1}{1-s} - \frac{1}{1-s}$

$\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} =$

مثال (١٨) من ص ٢٩ من اقتبار ذاتي

إذا كانت ضار (س) = $1 - s$ وكانت

جفا (س) = $9 - s$ فاجد

جفا $\left(\frac{1-s}{3-s} - \sqrt{9-s} \right)$

الحل
 جفا (س) = $\frac{1-s}{3-s}$

$\sqrt{9-s} - \frac{1-s}{3-s} =$

$3 - \frac{1}{2} = \sqrt{9-s} - \frac{1-s}{3-s} =$

مثال (١٦) من ص ٢٩

إذا كانت ضار (س) = $5 + 3s - s^2$ جدد

جدد قيمة P

① $5 - s = 0 + 3 \times P - s^2$

$5 - s = 0 + P - 9$

$5 - s = P - 18$

$3 = \frac{18-s}{7} = P \quad 18 = P - 7$

أسئلة الوزارة

سؤال (٩) وزارة (٩،٩) شقويه

إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x-2}$ ← x

وكانت $f(x) = \frac{1}{x-2} + u = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$ ← x
 اوجد قيمته ؟

اكل

$\frac{1}{x} = u + \frac{(x+2)(1-x)}{x-2}$ ← x

$\frac{1}{x} = u + \frac{1}{x-2} \times (x+2)$ ← x

$\frac{1}{x} = u + \frac{1}{x-2} \times 4$

$\frac{1}{x} = u + \frac{1}{x-2}$

$1 = \frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} = u$

سؤال (١٠) وزارة (١٠،١٠) شقويه

إذا كان $f(x) = \frac{1}{x-2}$ كثير حدود وكانت $f(x) = \frac{1}{x-2} + u = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$ ← x

اكل $f(x) = \frac{1}{x-2}$ ← x

$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} + u = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$ ← x
 $1 = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = u$

سؤال (١٩) سأل من مراجعته

إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x-2}$ ← x

فما قيمته $f(x) = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$ ← x

اكل

$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} \times (x+2)$ ← x

$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} \times 4$ ← x

$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$ ← x

$1 = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = u$

سؤال (٢٤) وزارة (٢٠١١) شتوية

إذا كان \vec{u} وحدة \vec{v} كثير حدود وكانت
 $\vec{u} = \frac{\vec{v}}{3}$ أو $\vec{v} = 3\vec{u}$

اكتب

$$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{3} \Rightarrow \vec{v} = 3\vec{u}$$

$$= \left(\frac{\vec{v}}{3} \right) \times 3 = \vec{v}$$

$$= 3 \times 9 = 27 = 3^3$$

الجزء الثاني

النهاية عند الجذور

ثانياً :- الجذور الزوجية

وهناك ثلاث حالات

الحالة الأولى

إذا كان ناتج التعويض تحت الجذر الزوجي موجب يكون هو الجواب

مثال ①

أوجد النهايات التالية

$$\textcircled{1} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x} = \sqrt{5} = 1 + 5$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{5} = \frac{11 + 5}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

الحالة الثانية

إذا كان ناتج التعويض تحت الجذر الزوجي سالب تكون النهايات غير موجودة

مثال

$$\textcircled{1} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{1-x} \text{ غير موجودة}$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt[4]{1-x} \text{ غير موجودة}$$

أولاً :- الجذور الفردية

يتم إيجاد النهاية وذلك بالتعويض المباشر لأن الجذور الفردية دائماً معرفة .

مثال ①

أوجد قيمة النهايات التالية

$$\textcircled{1} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{5} = 1 + 5 - 1 = 5$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 31 - 4\sqrt{x}}{x + 4} = \frac{5^2 + 31 - 4\sqrt{5}}{5 + 4} = \frac{56 - 4\sqrt{5}}{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{7}{x} = \frac{7}{5} = \frac{14 + 5 - 5}{5} = \frac{14 - 5\sqrt{1}}{5}$$

$$\textcircled{3} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(5x - 3 + \sqrt{x})^0}{x - 5} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4 + 1 - \sqrt{x}}{x} = \frac{5 - \sqrt{5}}{5} = 1 - \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x} = \frac{1}{5}$$

$$\textcircled{4} \quad \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{5} = 1 + 5 - 1 = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt[3]{x} = 5$$

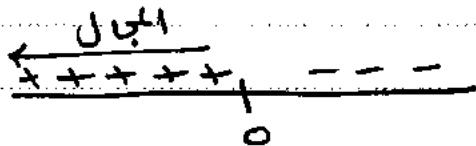
الحالة الثالثة: - همة جدا

إذا كان نأخ التعويض تحت الجذر التربوي ياوي صفر فهناك مشكلة وكل المشكله تقوم بتحديد المجال وإذا كانت النقطة داخل المجال تعويض مباشر، وإذا كانت النقطة خارج المجال يمنع التعويض كحائياً وتكون النهاية غير موجودة .

⑤ $\sqrt{x-1}$ نأخ التعويض = 0 ← x

حدد المجال

0 ← x = 1 ← x = 1 ← x = 0 ← x = 0



كما $\sqrt{x-1}$ غير موجودة خارج المجال 0 ← x

كما $\sqrt{x-1} = 0$ داخل المجال 0 ← x

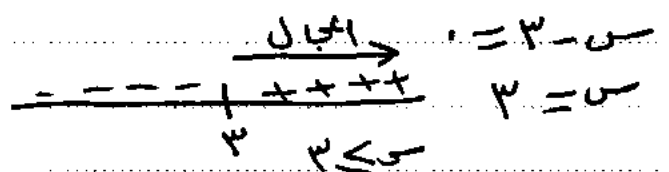
كما $\sqrt{x-1}$ غير موجودة 0 ← x

مثال ①

أوجد قيمة النهايات التالية :-

① كما $\sqrt{3-x}$ نأخ التعويض 3 ← x تحت الجذر = صفر

لا بد من تحديد المجال :



كما $\sqrt{3-x} = 0$ داخل المجال 3 ← x

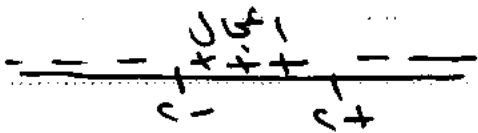
كما $\sqrt{3-x}$ غير موجودة (خارج المجال) 3 ← x

كما $\sqrt{3-x}$ غير موجودة 3 ← x

③ كما $\sqrt{4-x}$ نأخ التعويض صفر 4 ← x

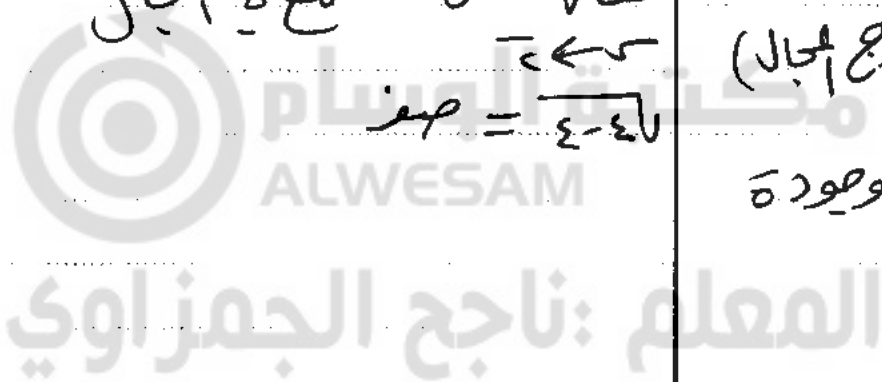
حدد المجال 4 ← x = 0 ← x = 0 ← x = 0 ← x = 0

0 ← x = 4 ← x = 0 ← x = 0 ← x = 0



كما $\sqrt{4-x}$ تقع في المجال 4 ← x

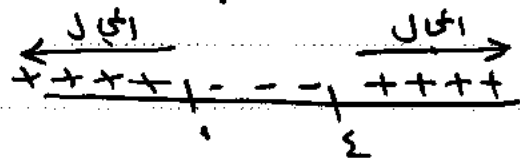
كما $\sqrt{4-x} = 0$ 4 ← x



④ كذا $\sqrt{s-4s} + \sqrt{s}$

$$s \leftarrow 4 \quad s \leftarrow 4s \quad s \leftarrow 4$$

اكمل
ناتج لغويين =
تحدد المجال $s-4s = s$
 $s(s-4) = s \Rightarrow s=4, s=0$
المجال $s \in [4, \infty)$



$$\frac{s \sqrt{s-4s} + \sqrt{s}}{s-4s} = \frac{s \sqrt{s-4s} + \sqrt{s}}{s-4s} \quad s \leftarrow 4$$

$$c = \frac{1}{4} =$$

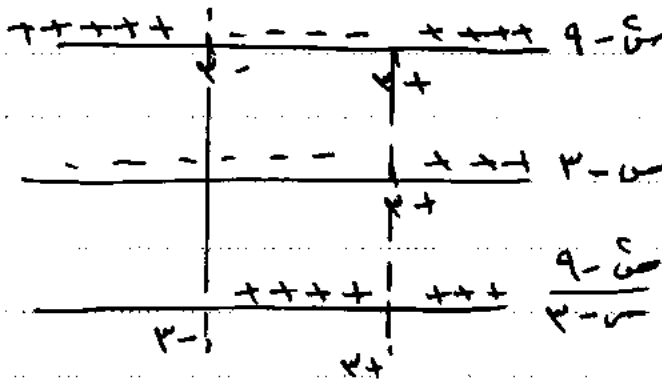
كذا $\sqrt{s-4s} + \sqrt{s} =$ غير موجودة
خارج المجال

⑤ مثال

$$\sqrt{s-9} + \sqrt{s} \quad s \leftarrow 3$$

اكمل

صنا ناتج لغويين في داخل الجذر
وإذا وجدنا المجال سيكون



نلاحظ انه على عيين وليا - لعدد 3
تنتمي الى المجال -
لذلك نتبع العليل داخل الجذر -

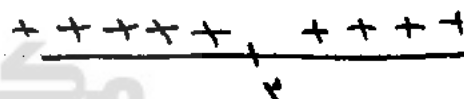
$$\sqrt{s-9} + \sqrt{s} = \frac{s-9}{s-3} \quad s \leftarrow 3$$

$$\sqrt{s-9} + \sqrt{s} = \frac{s-9}{s-3} = \frac{(s-3)(s+3)}{s-3} = s+3 \quad s \leftarrow 3$$

⑥ كذا $\sqrt{s-9} + \sqrt{s} =$ ناتج لغويين

$$s \leftarrow 3 \quad s \leftarrow 9$$

$$s-9 = s \Rightarrow s=9, s=0$$



$$\sqrt{s-9} + \sqrt{s} = \sqrt{s-9} + \sqrt{s} \quad s \leftarrow 3$$

$$= \sqrt{s-9} + \sqrt{s} = \sqrt{s-9} + \sqrt{s} \quad s \leftarrow 3$$

$$\sqrt{s-9} + \sqrt{s} = \sqrt{s-9} + \sqrt{s} \quad s \leftarrow 3$$

الجزء الثالث

نهاية الاقترانات المتشعبة

اذا كان P و Q اقتران متشعب

$$\left. \begin{array}{l} \text{قاعدة (1)} \quad P \geq Q \\ \text{قاعدة (2)} \quad P < Q \end{array} \right\} \text{هـ (اس)} = \text{قاعدة (3)}$$

أ و

$$\left. \begin{array}{l} \text{قاعدة (1)} \quad P \neq Q \\ \text{قاعدة (2)} \quad P = Q \end{array} \right\} \text{هـ (اس)}$$

للابعاد النهايات للأقتران P و Q فاننا نعوض P في القاعدة التي تنتمي اليها Q أما اذا كانت Q نقطة تشعب مثل P فاننا ندرس النهايات من اليمين و اليسار حول P و حسب قواعد الاقتران

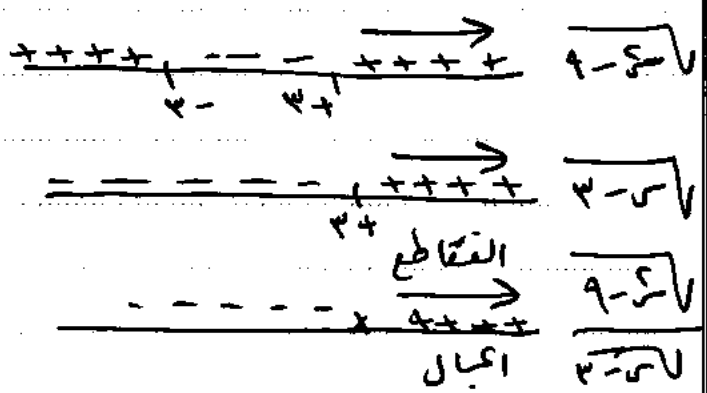
كما هـ (اس) : نعوض في القاعدة التي $P < Q$ كوي $P < Q$ ، $P \neq Q$

كما هـ (اس) : نعوض في القاعدة التي $P < Q$ كوي $P > Q$ أو $P \neq Q$ و اذا كانت النهايات من اليمين $P < Q$ و اليسار $P > Q$ فان النهايات موجودة $P < Q$

سؤال ٧

$$\begin{array}{l} \text{كما} \\ \frac{9 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \\ \text{النعوض} \\ \frac{7}{7} \end{array}$$

حدد مجال البسط و حدد مجال المقام و يكون المجال هو التقاطع بينهما



$$\frac{9 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}{3 - \sqrt{3}}$$

$$= 3 - \sqrt{3}$$

كما هـ (اس) : غير موجودة لانها لا تنتمي للمجال

$$\frac{9 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$$

غير موجودة

كفاءة (س) = (1) = 1

س ← 1

كفاءة (س) = 1 - 1 × 0 = 1

س ← 1

كفاءة (س) = 1

س ← 1

④ كفاءة (س) = (1 - 0 - 1 × 0) = 0

س ← 0

⑤ كفاءة (س) = (3) = 9

س ← 3

ملاحظة هامة

النهاية عند الأطراف بشكل عام دائماً غير موجودة

مثال 5

كفاءة (س) = $\begin{cases} 1 + \sqrt{s} & s \neq 0 \\ 0 & s = 0 \end{cases}$

كفاءة (س) = كفاءة (0)

س ← 0

الكل

① كفاءة (0) = 0

② كفاءة (س) = 1 + √7 = 2 + √7

س ← 2 + √7

← تابع

س < س يعني عيين لعدد P

س > س يعني يار لعدد P

يعين يار
س < س P P > س

كذلك س ≠ P
يعني س < P أو س > P

مثال 6

كفاءة (س) = $\begin{cases} 1 - s & 0 \leq s \leq 1 \\ s & s > 1 \end{cases}$

او جد ما يلي

① كفاءة (س) = كفاءة (1 - س)

القاعدة الأولى

1 - 1 = 1 - 0 × 0 = 1

② كفاءة (س) = كفاءة (س) القاعدة الثانية

س ← 1 س ← 1

س ← 1

③ كفاءة (س) = كفاءة (س) = 1

نقطة تشعب

لذلك لا بد ايجاد النهايات من عيين واليار

ملاحظة

مضاه (س) تعوض عند $P \neq S$
 $P \leftarrow S$
 لأن $S \leftarrow P$ تعني $P \neq S$

مثال ٤

إذا كانت $\left. \begin{matrix} P \leftarrow S \\ S \leftarrow P \end{matrix} \right\} = (س) = 0$
 $P \leftarrow S$
 $S \leftarrow P$
 مبرهن P ، S علماً بأن
 $0 = (س) = 0$
 $S \leftarrow 1$

مثال ٣

$\left. \begin{matrix} P \leftarrow S - 1 \\ S \leftarrow 1 \end{matrix} \right\} = (س) = 0$
 $S \leftarrow 1$
 وكانت مضاه (س) موجودة أو
 $S \leftarrow 1$
 صحة (P) ؟

الحل

بما أن مضاه (س) = 0 فذلك
 $S \leftarrow 1$
 يعني أن
 $0 = (س) = 0$
 $S \leftarrow 1$

الحل

بما أن مضاه (س) موجوده
 $S \leftarrow 1$
 فذلك يعني أن
 مضاه (س) = مضاه (س)
 $S \leftarrow 1$

$0 = 0 + 1 \times 0 + P$
 $0 = 0 + 0 + P$

① $0 = 0 + P$

② مضاه (س) = 0
 $S \leftarrow 1$

$0 = P - 1 \times 1$

$0 = P - 1$

$1 = P \leftarrow S = P - 1$

تعويضاً في ①

$1 = 0 + 1$

$1 = 0$

$\frac{1}{1} = 0 \leftarrow S$

$1 \times 1 = 1 - P$

$1 = \frac{1}{1} - P$

$1 = 1 - P$

$\frac{1}{1} = P$

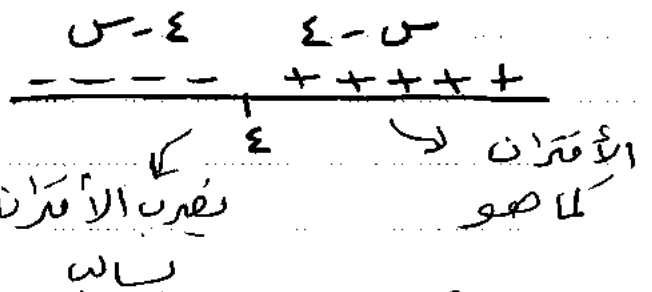
ضايعة القيمة المطلقة واكبر عدد صحيح

تذكير

مثال ① عرف الأعداد
 (س) = 14 - س

اكمل

① تجد صفر الأعداد س - 4 = 0
 ← س = 4
 ② رقع س = 4 على خط الأعداد
 وحدد إشارة



مثال (س) = 14 - س
 س < 4
 س > 4

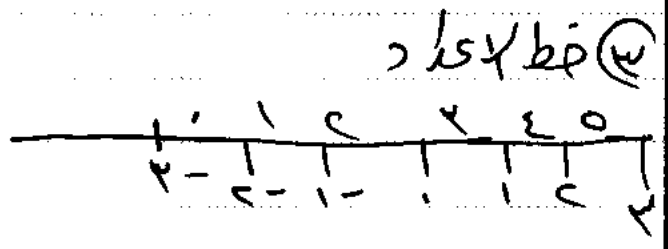
مثال ②

اعد تعريف الأعداد
 (س) = [س + 3]

في الفترة 1 ≤ س < 3
اكمل

① تجد طول الدرجة = $\frac{1}{\text{اعمالها}}$
 $1 = \frac{1}{1} =$

② تجد صفر الأعداد
 س + 3 = 0 ← س = -3



مثال (س) = 14 - س
 س < 4
 س > 4

تدريب
 اعد تعريف الأعداد التالية

④ (س) = |س - 9|

⑤ (س) = |س - 9|

⑥ (س) = |س - 4|

ملاحظات هامة على القيمة المطلقة

① $|a| \times |b| = |a \times b|$

$\frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right|$

$|a - b| = |b - a|$

$|a| \pm |b| \neq |a \pm b|$

② صادلة القيمة المطلقة

$a = |a|$

اكثر $a - b \geq |a - b|$

③ مبرهنات القيمة المطلقة

① $a \geq |a|$

$\leftarrow a - b \geq |a - b|$

② $a \leq |a|$

$\leftarrow a \leq |a|$ أو $a - b \leq |a - b|$

ملاحظة هامة

لأيجاد نهاية القيمة المطلقة نعيد تعريف الأمتار

وإذا كانت النقطة نقطة تشعب نأخذ النهاية من اليمين واليسار

مثال ①

او بعد خط $a = 2$

$\leftarrow x < 2$

اكثر

تعريف

$\leftarrow x < 2 \Rightarrow 2 - x = \frac{2-x}{1}$

$\frac{2-x}{1} = \frac{2-x}{1}$

خطه $(a) = \frac{2-x}{1}$

خطه $(a) = \frac{2-x}{1}$

\leftarrow هنا $a = 2 - x$

مثال ②

خط $a = 3 - x$

$\leftarrow x < 3$

اكثر

$\leftarrow x < 3 \Rightarrow 3 - x = (3-x)$

$\leftarrow x < 3 \Rightarrow 3 - x = (3-x)$

$\leftarrow x < 3 \Rightarrow 3 - x = (3-x)$

\leftarrow نبع اكل

① كفاءة (س) = 2
 $\leftarrow 2$

كفاءة (س) = 3
 $\leftarrow 3$

كفاءة (س) على موجوده
 $\leftarrow 3$

② كفاءة (س) = 6
 $\leftarrow 6$

كفاءة (س) =
 \leftarrow

$$\frac{0}{1} = \frac{0 + 1 + 2 + \dots + n}{n}$$

كفاءة (س) = $\frac{0 + 1 + 2 + \dots + n}{n}$
 $\leftarrow n$

كفاءة (س) = $\frac{0 + 1 + 2 + \dots + n}{n}$
 $\leftarrow n$

كفاءة (س) = $\frac{0 + 1 + 2 + \dots + n}{n}$
 $\leftarrow n$

مثال 4

كفاءة (س) = $\left. \begin{array}{l} 1 \leq n-1 \leq 3 \\ \text{صفر } n-1 \leq 2 \end{array} \right\}$

اوجد كفاءة (س) كفاءة (س)
 $\leftarrow 4$ $\leftarrow 2$

اكمل

كفاءة (س) = $\leftarrow 3$ $\leftarrow 2$ $\leftarrow 1$

كفاءة (س) = $\leftarrow 2$ $\leftarrow 1$ $\leftarrow 0$

كفاءة (س) = $\leftarrow 1$ $\leftarrow 0$ $\leftarrow -1$

كفاءة (س) = $\leftarrow 0$ $\leftarrow -1$ $\leftarrow -2$

يتبع اكمل

مثال 3

اذا كان كفاءة (س) = $\left. \begin{array}{l} 1 \leq n-1 \leq 3 \\ 2 \leq n \leq 5 \end{array} \right\}$

اوجد كفاءة (س) كفاءة (س)
 $\leftarrow 3$ $\leftarrow 2$

اكمل

كفاءة (س) = $\leftarrow 2$ $\leftarrow 1$ $\leftarrow 0$

كفاءة (س) = $\leftarrow 1$ $\leftarrow 0$ $\leftarrow -1$

كفاءة (س) = $\leftarrow 0$ $\leftarrow -1$ $\leftarrow -2$

تابع

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 2 \leq s \leq 3 \\ 4 \leq s \leq 5 \\ 6 \leq s \leq 7 \end{array} \right\} = (s) = \text{صفر}$$

① كفاءة (س) = صفر
 $s \leftarrow 4$

كفاءة (س) = 1
 $s \leftarrow 4$

كفاءة (س) غير موجودة
 $s \leftarrow 4$

② كفاءة (س) = 1
 $s \leftarrow 2$

سؤال ⑤

اوجد كفاءة $\sqrt{13}$
 $s \leftarrow$

الحل
 $\sqrt{13}$
 $\frac{13}{1}$
 $\frac{13}{1}$

كفاءة $\sqrt{13}$ = نايج ليعرفين = صفر
 $s \leftarrow$

كفاءة $\sqrt{13}$ = صفر

كفاءة $\sqrt{13}$ = نايج ليعرفين = صفر
 $s \leftarrow$

الحال
 (ب) دافل الحال
 $\frac{13}{1}$
 $\frac{13}{1}$
 كفاءة $\sqrt{13}$ = صفر
 \leftarrow كفاءة $\sqrt{13}$ = صفر

سؤال ⑥

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 2 \leq s \leq 3 \\ 4 \leq s \leq 5 \\ 6 \leq s \leq 7 \end{array} \right\} = (s) = \text{صفر}$$

اوجد
 ① كفاءة (س) = صفر
 $s \leftarrow 2$

اكمل
 تعريف اس-1
 $\frac{13}{1}$
 $\frac{13}{1}$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \\ 2 \leq s \leq 3 \\ 4 \leq s \leq 5 \\ 6 \leq s \leq 7 \end{array} \right\} = (s) = \text{صفر}$$

① كفاءة (س) = 6
 $s \leftarrow 2$

كفاءة (س) = 2
 $s \leftarrow 2$

كفاءة (س) غير موجودة
 $s \leftarrow 2$

② كفاءة (س) = 1
 $s \leftarrow 1$

$$12 = |P+1| \leftarrow \varepsilon = \frac{|P+1|}{3} \leftarrow$$

$$12 = P+1 \quad \text{أو} \quad 12 = -P+1$$

$$11 = P \quad \text{أو} \quad 13 = -P$$

مسألة ٩

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كانت } (n) = \frac{\varepsilon - s}{14 - s} \\ \text{أو } 9 - s > \varepsilon \end{array} \right\}$$

وكانت صالحة (n) موجودة
 $s < 9$

أو صالحة P ؟

اكمل

$$\frac{\varepsilon - s}{14 - s} = \frac{\varepsilon - s}{14 - s}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 = \frac{\varepsilon - s}{\varepsilon - s} \\ \text{أو } 9 - s > \varepsilon \end{array} \right\}$$

صالحة (n) = صالحة (n)

$$9 - s > \varepsilon$$

$$9 - (4)P = 1$$

$$9 - 4P = 1$$

$$8 = 4P \leftarrow$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = P$$

ملاحظة هامة

لأيجاد قيمة الجاهيل في النهايات التي تحتوي على القيمة المطلقة يتم التعويض المباشر مع بقاء رمز القيمة المطلقة.

مسألة ١٠

$$1 = \frac{s - 3}{s + P - 3}$$

أو صالحة P ؟

اكمل

$$1 = \frac{s - 3}{s + P - 3}$$

$$s + P - 3 = s - 3 \leftarrow 1 = \frac{7}{s + P}$$

$$s + P = 7 \leftarrow 1 = \frac{7}{s + P}$$

$$s = P$$

مسألة ١١

$$\varepsilon = \frac{|P+1|}{1+s} \leftarrow s < 1$$

صالحة P

اكمل

$$\varepsilon = \frac{|P+1|}{1+s}$$

ملاحظات هامة
على أبجد صحيح

① $P \ni S$ عدد صحيح

$$P + [S] = [P + S]$$

$$P - [S] = [P - S]$$

② $P \ni S$

$$1 - P = [P] \quad P = [P]^+$$

③ $P \not\ni S$

$$[P] = [P]^- = [P]^+$$

④ معادلة أبجد صحيح

$$P = [S]$$

$$1 + P \supset S \geq P \leftarrow$$

سؤال 10

$$\left. \begin{array}{l} 1 < S \quad |P| + S < 1 \\ S > 1 \quad |S| + 1 \end{array} \right\} = \text{عدد (س)}$$

وكانت مضاد (س) موجودة أو $P \ni S$

الحل

$$\text{مضاد (س)} = \text{مضاد (س)}$$

$$1 + |X| = |P| + |X| \quad \Sigma = |P| + |C|$$

$$\Sigma - = P + C \quad \text{أو} \quad \Sigma = P + C$$

$$1 - = P \quad C = P$$

$$1 - = P \quad 1 = P$$

مثال 11

اوجد

4) $\text{Kha} [c-s - 0.4] = 0$

$s \leftarrow 0$

5) $\text{Kha} [c-s - 0.4] = 1$

$s \leftarrow 0$

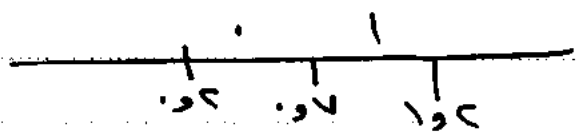
اكل

6) تعريف تعريف $[c-s - 0.4] = 0$

طول الدرجم = $\frac{1}{c} = 0.25$

$c-s - 0.4 = 0 \Rightarrow c-s = 0.4$

$s = 0.2$



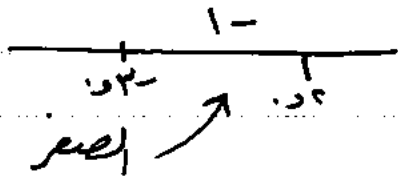
نلاحظ ان $0.4 > 0.2$ هي نقطة تعيب لذلك يجب ايجاد النهايات من اليمين واليسار

$\text{Kha} [c-s - 0.4] = 0 \Rightarrow \text{Kha} \frac{1}{c} = 0 \Rightarrow c = 0.4$

$\text{Kha} [c-s - 0.4] = 1 \Rightarrow \text{Kha} \text{ صفر} = 1 \Rightarrow c-s = 0.4$

$\leftarrow \text{Kha} [c-s - 0.4] = 0$ غير موجودة
 $s \leftarrow 0$

7)



صفا عند $s = 0$ نأخذ فترة واحدة لأن $s = 0$ ليست نقطة تعيب

$\text{Kha} [c-s - 0.4] = 1 \Rightarrow \text{Kha} 1 = 1 \Rightarrow s = 1$

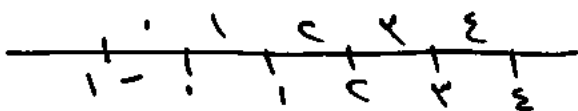
مثال 12

اوجد $\text{Kha} [s+1] = 0$

$s \leftarrow 3$

الحل

$s+1 = 0 \Rightarrow s = -1$ الخبز
طول الدرجم = $\frac{1}{1} = 1$



وهنا $s = -1 > 3$ $\left. \begin{matrix} 3 \times 0.5 = 1.5 > 3 \\ 4 \times 0.5 = 2 > 3 \end{matrix} \right\}$

$\text{Kha} [s+1] = 0 \Rightarrow \text{Kha} s = -1 \Rightarrow s = -1$

$\text{Kha} [s+1] = 1 \Rightarrow \text{Kha} s = 0 \Rightarrow s = 0$

$\leftarrow \text{Kha} [s+1] = 0$ غير موجودة
 $s \leftarrow 3$

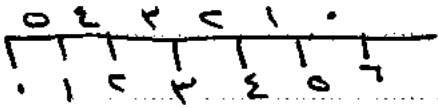
سؤال ١٥

$$\text{فما } |s-1| + |s-2|$$

$$s \leftarrow 2$$

الحل

$$[s-2] \quad s=2 \text{ طول البرم } = 1$$



$$\begin{array}{r} |s-1| + |s-2| \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} s=2 \\ \leftarrow \\ s=1 \\ \leftarrow \\ s=0 \\ \leftarrow \end{array}$$

$$\text{فما } |s-1| + |s-2|$$

$$s \leftarrow 2$$

$$3 = 3 + 0 = \text{فما } = s-2 + 1 = 3$$

$$\text{فما } |s-1| + |s-2|$$

$$s \leftarrow 2$$

$$4 = 4 + 0 = \text{فما } = s-2 + 1 = 4$$

$$\text{فما } |s-1| + |s-2|$$

$$s \leftarrow 2$$

غير موجودة

سؤال ١٣

$$\text{او بعد فما } [s+2] - [s-1]$$

$$s \leftarrow 1$$

اكل
صبي، خواص

$$\text{فما } [s+2] - [s-1] = 2 - [s]$$

$$s \leftarrow 1$$

$$= \text{فما } = 2 - 1 = 1 = s \leftarrow 1$$

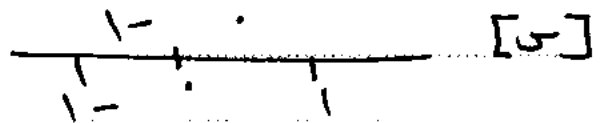
سؤال ١٤

$$[s]$$

$$\text{فما } (s+1)$$

$$s \leftarrow 1$$

اكل



$$\text{فما } (s+1) = 1 = \text{فما } = 1 + s \leftarrow 1$$

$$\text{فما } (s+1) = 1 = \text{فما } = 1 + s \leftarrow 1$$

$$[s]$$

$$\leftarrow \text{فما } (s+1) = 1 = s \leftarrow 1$$

سؤال ١٨

اذا كانت $P \Rightarrow \infty$ وكانت

$$P \leftarrow \infty \quad \text{كفا} \quad [P + s] = 0 \quad \text{اوجد } P$$

الحل

ع ان $P \Rightarrow \infty$ يمكن استخدام

الخاصية

$$0 = P + [s] \quad \text{كفا} \quad P \leftarrow \infty$$

$$0 = P + [s]$$

$$P = -[s] \quad \text{اذا } s \rightarrow \infty \quad P \rightarrow -\infty$$

سؤال ١٦

$$\frac{3 + 1}{1 - [s + 1]} \quad \text{اوجد كفا } s \leftarrow 0$$

الحل

$$\frac{3 + 1}{1 - [s + 1]} = \frac{3 + 1}{1 - 1 - s} = \frac{4}{-s} \quad \text{كفا } s \leftarrow 0$$

$$\frac{4}{-s} = \frac{4 + 0}{-s + 0} = \frac{4}{-0} = -\infty$$

$$\frac{4}{-s} = \frac{4 + 0}{-s + 0} = \frac{4}{-0} = -\infty$$

سؤال ١٩

$$\left. \begin{array}{l} s \rightarrow \infty \\ s \rightarrow \infty \end{array} \right\} = (s) \quad \text{اوجد كفا } [P + s]$$

اوجد قيمة الثابت $P \Rightarrow \infty$ حيث

ان (s) موجودة

الحل

$$P + [s] = [P + s]$$

$$\frac{P + s}{s} = \frac{P + s}{s} \quad \text{كفا } s \rightarrow \infty$$

← نعو اكل

سؤال ١٧

$$\frac{1}{[s] - 1} \quad \text{كفا } s \leftarrow \infty$$

$$\frac{1}{[s] - 1} = \frac{1}{s - 1} \quad \text{كفا } s \leftarrow \infty$$

$$\frac{1}{[s] - 1} = \frac{1}{s - 1} \quad \text{كفا } s \leftarrow \infty$$

$$\frac{1}{[s] - 1} = \frac{1}{s - 1} \quad \text{كفا } s \leftarrow \infty$$

$$\frac{1}{[s] - 1} = \frac{1}{s - 1} \quad \text{كفا } s \leftarrow \infty$$

حالتان

$$\textcircled{1} \quad \varepsilon = P \iff \forall \delta > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\textcircled{2} \quad \varepsilon = [P] \quad \forall \delta > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

ومنه $0 > P \geq \varepsilon$

$$P = [0.6 \varepsilon]$$

$$\textcircled{3} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\delta < \varepsilon$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\varepsilon = [P]$$

حالتان

$$\textcircled{1} \quad \forall \delta > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$0 = P \iff \varepsilon = 1 - P = [P]$$

$$\textcircled{2} \quad \forall \delta > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\varepsilon = [P] = [P]$$

$$0 > P \geq \varepsilon \iff$$

$$\forall \delta > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$0 > P \geq \varepsilon$$

$$[0.6 \varepsilon]$$

تابع اكل

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon < \delta \\ \varepsilon < \delta \end{array} \right\} \text{وهذا هو المطلوب}$$

$$P + \delta = (1 - \delta) \iff \delta < \varepsilon$$

$$P + \delta = 19$$

$$17 = P \iff$$

سؤال ٢٠

اوجد قيم δ لتثبت P في حالات التالى

$$\textcircled{1} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\delta < \varepsilon$$

$$\textcircled{2} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\delta < \varepsilon$$

$$\textcircled{3} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\delta < \varepsilon$$

الحل

$$\textcircled{1} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\delta < \varepsilon$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in]\delta, \delta[\quad |f(x) - P| < \varepsilon$$

$$\varepsilon = [P]$$

تدريبات وتمرين الكتاب

سابع الحل

مثال (٤١) تدريب (٥) ص ٢٧

اذا كان x (س) = $6 - 3x$ | نجد

(١) ضا (س) $3 \leftarrow x$

(٥) ضا (س) $3 \leftarrow x$

الحل

$3 = x \leftarrow 6 = 3x \leftarrow 0 = 3x - 6$

$$\begin{array}{r} 3x - 6 \\ + + + + \\ \hline 3 \end{array}$$

(١) ضا (س) $3x - 6 = 0$ $3x = 6$ $x = 2$ $3 \leftarrow x$

(٥) ضا (س) $3x - 6 = 0$ $3x = 6$ $x = 2$ $3 \leftarrow x$

$3 \leftarrow x$ ضا (س) $3 \leftarrow x$

(٦) ضا (س) $3 - x = 6$ $3 = 6 + x$ $3 \leftarrow x$

(٣) ضا $[3 + 5] = 8$ $3 \leftarrow 5$

لاحظ ان النهاية المطلوبة بكل عام والتالي $3 + 3$ $\neq 3$ $\neq 3$ لو كانت $3 + 3 \geq 3$ كما كانت النهاية غير موجودة ولكن النهاية موجودة هنا

$3 = [3] + 3 \leftarrow 3 = [3 + 3] \leftarrow 4 = [3] \leftarrow$

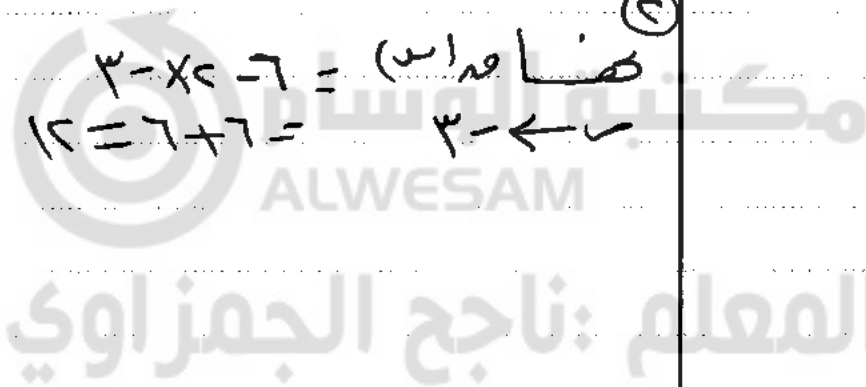
(١) $3 \geq 3$ مفروضه

(٥) $3 \neq 3 \leftarrow 4 = [3]$

$4 \geq 3 > 0$ $3 \neq 4$

$4 \geq 3 > 0 \ni 3 (0, 4)$

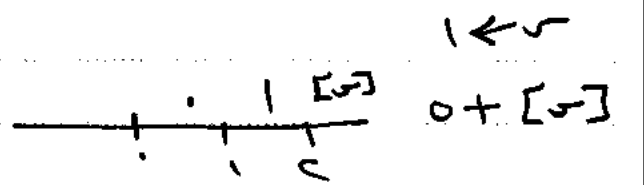
عليه حل هذه لتوضيح من الاستاذ
السابقه بطريقة
تعريف التعداد صحيح



مثال ٢٤ تدريب ٥ ص ٢٨

إذا كان $[s] = 0 + s$
 هو $[s] = s - 4$ فجددًا من
 النهايات الآتية

① $\lim_{s \rightarrow 1} s + [s]$



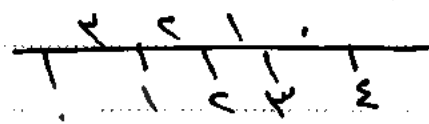
كما $1 = 0 + 1 = 0 + [s]$
 $\lim_{s \rightarrow 1} s + [s] = 1$

كما $0 = 0 + 0 = 0 + [s]$
 $\lim_{s \rightarrow 0} s + [s] = 0$

كما $[s + 0]$ غير موجودة
 $\lim_{s \rightarrow 0} [s + 0]$

② $\lim_{s \rightarrow 1} s + [s]$

$[s - 4] = s - 4$
 طول البرم = 1 $s = 4$ اكتبه



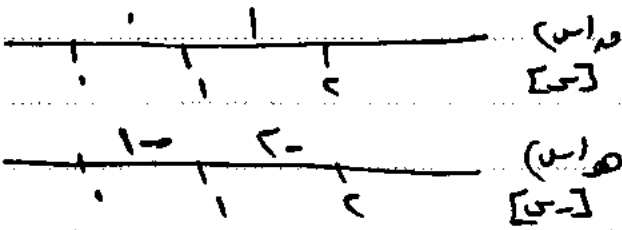
كما $2 = [s - 4]$
 $\lim_{s \rightarrow 2} [s - 4] = -2$

كما $3 = [s - 4]$
 $\lim_{s \rightarrow 3} [s - 4] = -1$

كما $[s - 4]$ غير موجودة
 $\lim_{s \rightarrow 4} [s - 4]$

③

هو $[s] + [s + 0] = [s] + [s]$
 $[s] + [s] + 4 + 0 = [s] + [s] + 4$
 $[s] + [s] + 9 = [s] + [s]$



كما هو $9 = 0 + 9 = 0 + [s]$
 $\lim_{s \rightarrow 1} [s] + [s] = 8$

كما هو $9 = 1 + 9 = 1 + [s]$
 $\lim_{s \rightarrow 2} [s] + [s] = 8$

كما هو $9 = 2 + 9 = 2 + [s]$
 $\lim_{s \rightarrow 3} [s] + [s] = 8$

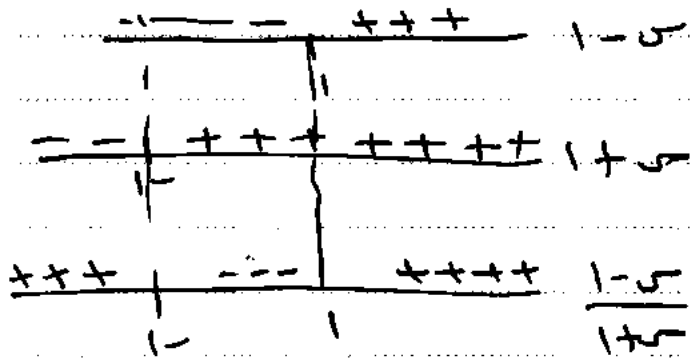
ملاحظة

لما هذه العملية دمج لإقران
 ومن يمكن كتابه $[s] + [s]$
 كما يبين بعد إعادة تعريف كل متغير

$\left. \begin{matrix} 9 = s \\ 8 = [s] \\ 9 = s \\ 8 = [s] \\ 9 = s \\ 8 = [s] \end{matrix} \right\} = [s] + [s]$
 (الدمج)

٢٣) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} = 0$ (داس) \leftarrow

نأخذ $v = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ نجد مجال



فما $v = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ تقع في مجال

فما $v = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ غير موجودة لا تقع في مجال

\leftarrow فما (د) غير موجودة

٢٤) $\lim_{x \rightarrow 1} [x+1] = 2$ (داس)

طول البرص $= \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} = x + 1$ أكنز



فما $[x+1] = 2$ فما $[x+1] = 2$ غير موجودة

٢٤) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} = 1$ (داس)

إذا كان داس) $\left. \begin{matrix} 1 < x < 2 \\ 0 < x < 1 \end{matrix} \right\}$

احص

٢٥) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

٢٦) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس)

٢٧) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس)

اكل

٢٨) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

٢٩) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

\leftarrow فما (داس) غير موجودة

٣٠) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

٣١) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

٣٢) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

٣٣) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

٣٤) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = 0$ (داس) \leftarrow

اصب نهاية كل من الاقترانات التالية عند تقارب من من العدد (الاعداد) المذكورة ان شاء الله

$$\frac{3}{27} = \frac{3 + \sqrt{0}}{2 + 20} = \frac{3}{22}$$

كفاءة (س) ← 5
سر ← 5

كفاءة (س) ← 5
سر ← 5

كفاءة (س) ← 5
سر ← 5

سؤال (٦) وزارة (٢٠١٣) شتوية

إذا كان $\frac{3-s}{13-s}$ $\left. \begin{matrix} s < 3 \\ s > 3 \end{matrix} \right\} =$ كفاءة (س)
وكانت كفاءة (س) موجودة فأوجد $\frac{3-s}{2}$

$$\frac{3-s}{2} = \frac{3-s}{13-s}$$

إذا كان $\frac{3-s}{2} = \frac{3-s}{13-s}$ $\left. \begin{matrix} s < 3 \\ s > 3 \end{matrix} \right\} =$ كفاءة (س)

كفاءة (س) ← 5
سر ← 5

$$1 - \frac{3-s}{2} = 1 - \frac{3-s}{9} = \frac{3-s}{9}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3-s}{9}$$

س (س) = 1 - 1 - 1 - 1 - 1 ← 5

اكل
1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 1 - 1 - 1 - 1 - 1

$$\begin{array}{r} 1-1-1-1-1 \\ + + + + + \\ \hline 1-1 \end{array}$$

س (س) = 1 - 1 - 1 - 1 - 1

س (س) = 1 - 1 - 1 - 1 - 1

كفاءة (س) = 1 - 1 - 1 - 1 - 1
سر ← 5

كفاءة (س) = 1 - 1 - 1 - 1 - 1
سر ← 5

كفاءة (س) = 1 - 1 - 1 - 1 - 1
سر ← 5

اسئلة الوزارة

سؤال (٥) وزارة (٢٠١٨) صيفية

إذا كان $\frac{3 + \sqrt{0-5}}{2+5}$ فأوجد كفاءة (س)

كفاءة (س) ← 5

اكل

ناجح الغورين = 1 - 1 - 1 - 1 - 1

$$\begin{array}{r} 1-1-1-1-1 \\ + + + + + \\ \hline 0 \end{array}$$

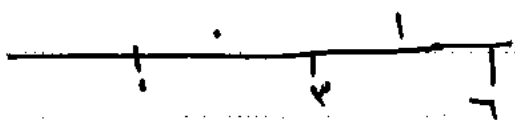
مسألة ٢٨ وزارة (٢٠١٤) شتوية

إذا كان $\frac{1}{s} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s} = \left[\frac{s}{3} \right]$ ايس $s \geq 3$
 حل $s = 3$

اوجد حضا s
 $s \leftarrow 3$

الحل

$\left[\frac{s}{3} \right]$ طول ابرص = 3
 اكبر $s = 3$



$\frac{13-s}{3-s} = \frac{3-s}{3-s}$

حضا $s = 3$ $\frac{1}{7} = \frac{3-s}{(3+s)(3-s)}$

حضا $s = 3$ $\frac{1}{7} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s}$

$\frac{1}{7} + 11 = \frac{1}{3} + (3)c =$

$\frac{00}{3} = \frac{1+08}{3} =$

حضا $s = 3$ غير موجود

مسألة ٢٩ وزارة (٢٠١٣) صيفية

اوجد حضا $\frac{9-s}{3-s}$

اكل

ناقص ليعوض $\frac{7}{3} =$ كدير حضا

$\frac{9-s}{3-s} = \frac{7}{3}$

$\frac{9-s}{3-s} = \frac{7}{3}$

ناقص ليعوض $\frac{7}{3}$

$\frac{9-s}{3-s} = \frac{7}{3}$

حضا $\frac{9-s}{3-s} = \frac{7}{3}$

$\frac{7}{3} =$

حضا $\frac{9-s}{3-s} = 0$ غير موجود

لا تقع من اكل

حضا $\frac{9-s}{3-s}$ غير موجود

ورقة عمل

خاتمة اقران عند نقطة
نظريات النهايات

(١) حد قيم P حيث x يقترب من a غير موجودة
 $\leftarrow P$

(٢) $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 3x + 2) = 5$
 $\leftarrow 5$

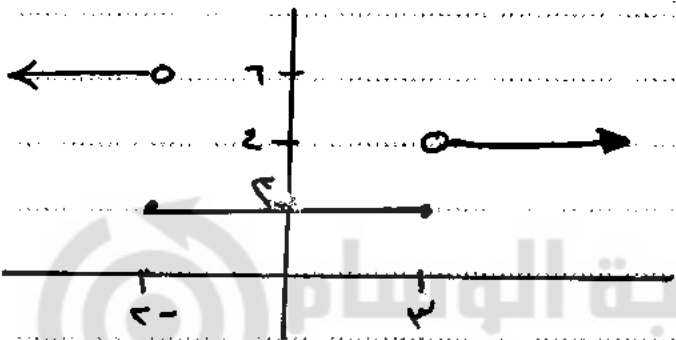
(٣) $\lim_{x \rightarrow a} P = 2$ حيث x يقترب من a غير موجودة
 $\leftarrow 2$

(٤) $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 4x + 3) = 7$
 $\leftarrow 7$

(٥) $\lim_{x \rightarrow a} (x - 5) = 0$
 $\leftarrow 0$

السؤال الثاني

المقادير على الشكل المجاور لذي عيلى متخفى
من (س) اوجد ما يلي



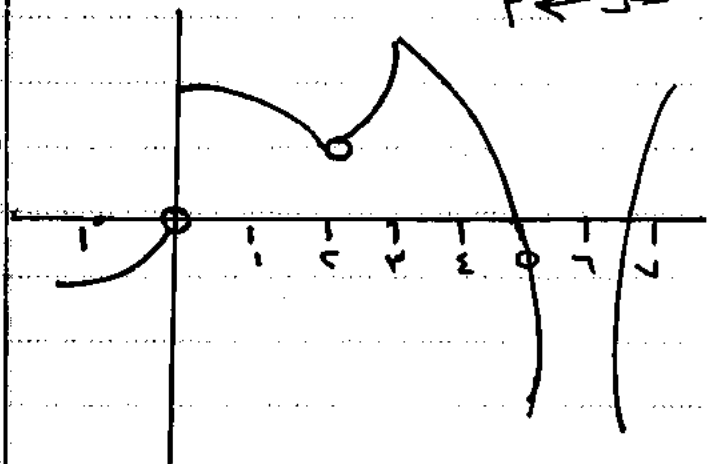
(١) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + 2) = 6$
 $\leftarrow 6$

(٢) $\lim_{x \rightarrow 2} P = 5$ حيث x يقترب من 2 غير موجودة
 $\leftarrow 5$

(٣) $\lim_{x \rightarrow 3} P = 2$ حيث x يقترب من 3 غير موجودة
 $\leftarrow 2$

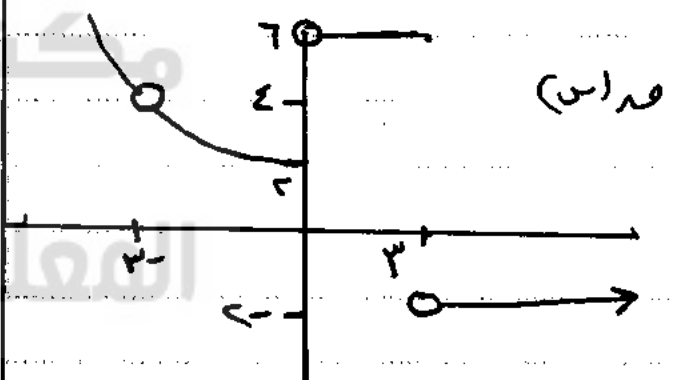
السؤال الأول

الشكل المجاور عيلى متخفى من (س)
اوجد قيم P التي يكون عندها
حد x يقترب من a غير موجودة
 $\leftarrow P$



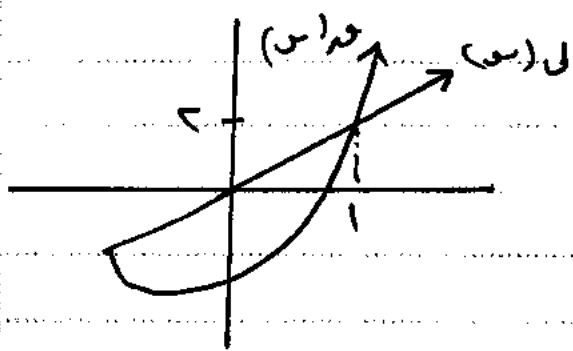
السؤال الثاني

المقادير على الشكل المجاور اوجد ما يلي



السؤال الرابع

الشكل يرافقه جدول معن الأفقيان
 عداس) وصحن لاس) حيث عداس
 كثير حدود اوجه
 صفا 3 عد (0-3) + صفا 2 عد (0-2)
 ← 2 ← 3



④
$$\left. \begin{aligned} \text{عداس)} &= [2 + \frac{1}{3}x] \\ \text{صفا 2 عد (0-2)} & \\ \text{صفا 3 عد (0-3)} & \end{aligned} \right\}$$

 صفا 2 عد (0-2)
 ← 2

⑤
$$\left. \begin{aligned} \text{عداس)} &= [1 + \frac{1}{2}x] \\ \text{صفا 1 عد (0-1)} & \\ \text{صفا 2 عد (0-2)} & \end{aligned} \right\}$$

 صفا 1 عد (0-1)
 ← 1

السؤال السادس

السؤال الخامس
 ارسم معن كل من الأفقيات
 التاليه ثم اوجه النهايه المطلوبه

⑥ اذا كان

$$\text{صفا (4 عداس) + } \frac{1}{x} = 0$$

 ← 3
 صفا 3 عد (0-3)

$$\frac{4}{\sqrt{\text{عداس)}} + \frac{1}{\text{عداس)}^3$$

 ← 3

④
$$[2 + \frac{1}{3}x] = \text{عداس)}$$

 ← 2
 صفا 2 عد (0-2)
 صفا 3 عد (0-3)
 ← 3

⑦ اذا كانت صفا 1 عد (0-1) = 10
 ← 0

اوجه صفا (4 عداس) + $[\frac{1}{x} + 7]$
 ← 0

⑧ اذا كانت صفا 0 عد (0-7) = 3
 ← 7
 صفا 2 عد (0-2) + صفا 1 عد (0-1) + صفا 0 عد (0-0)
 ← 3

⑨
$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{x} & \\ \text{عداس)} & \\ \text{صفا 1 عد (0-1)} & \\ \text{صفا 2 عد (0-2)} & \\ \text{صفا 3 عد (0-3)} & \end{aligned} \right\} = \text{عداس)}$$

 ← 3
 صفا 3 عد (0-3)
 ← 3

السؤال السابع

٥) اذا كانت $f(x) = (x+1)^n$
 $x \leftarrow c$

اوجد
 $f(x) = (x+1)^n + c$
 $x \leftarrow c$

٦) اذا كان $f(x) = [x+4]$
 $f(x) = [x-5]$ اوجد
 $f(x) = (x+1) + (x+1)$
 $x \leftarrow c$

السؤال الثامن

٧) اذا كان $f(x)$ كثير حدود وكانت

$f(x) = (x-1) = 1$ وكانت
 $x \leftarrow 1$

$f(x) = (x-2) = 3$
 $x \leftarrow 2$

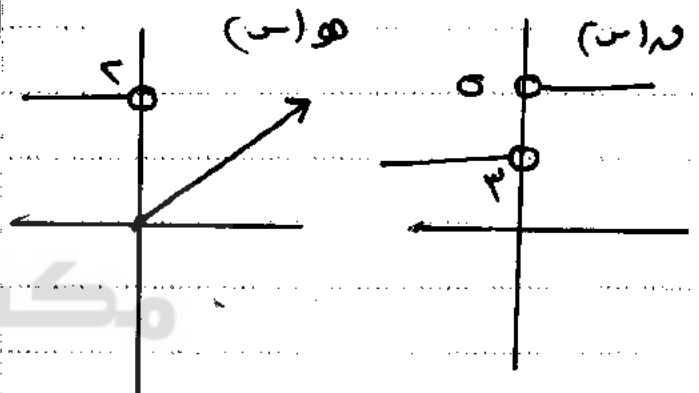
اوجد $f(x) = (x+3) + (x+1)$
 $x \leftarrow 1$

٨) اذا كان $f(x) = \frac{2x-1}{x}$
 $f(x) = \frac{[x]}{x-1}$
 $x \leftarrow 1$

وكانت $f(x)$ موجودة اوجد $f(x)$
 $x \leftarrow 1$

٩) بالاعتماد على الشكل اعلاه

اوجد $f(x) = (x+1) + (x+1)$
 $x \leftarrow 1$



١٠) اذا كان $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$
 $f(x) = \frac{2x+4}{x}$
 وكانت $f(x)$ موجودة اوجد $f(x)$
 $x \leftarrow 3$

١١) اوجد $f(x) = \frac{2}{x}$

١٢) $f(x) = \frac{3x-1}{x}$ موجودة
 $x \leftarrow 1$

السؤال الثاني

⑤ اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$

⑥ اذا كان $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3) = \infty$
 وكانت $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3 + n^4) = \infty$
 اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ ؟

⑤ اوجد النهايات التالية

① $\lim_{n \rightarrow \infty} (n + \sqrt{\frac{1}{n}})$

② $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 1} - n}{n^2}$

③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \sqrt{n}}{n + \sqrt{n}}$

④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 1} + \sqrt[3]{n^3 + 1} - 2n}{n}$

⑤ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n}}$

⑤ اذا كانت $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3 + n^4) = \infty$
 اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ حيث انه
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3 + n^4) = \infty$
 $1 \leftarrow n$

⑥ اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ حيث انه

$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3) = \infty$
 $2 \leftarrow n$

⑦ اذا كانت $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3) = \infty$
 $3 \leftarrow n$
 اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ ؟

⑧ اذا كان

$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3) = \infty$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3 + n^4) = \infty$

اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ عما بان $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 = \infty$
 كما ان $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3) = \infty$ موجودة
 $4 \leftarrow n$

⑨ اذا كانت

$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3) = \infty$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3 + n^4) = \infty$

وكانت $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n^3) = \infty$ موجودة
 $5 \leftarrow n$ اوجد $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$

نهاية الاقترانات الكسرية

١) اذا كان ناتج الكوثرين = $\frac{\text{مقدار}}{\text{مقدار}}$
 الجواب = صفر

٢) اذا كان ناتج الكوثرين = $\frac{\text{مقدار}}{\text{مقدار}}$
 فان النهاية غير موجودة

٣) اذا كان ناتج الكوثرين = $\frac{\text{مقدار}}{\text{مقدار}}$
 تكون مشكلة ولها حل
 وتتبع خطوات التاليه !

- ١- التحليل الى عوامل
- ٢- الاختصار بين البسط والمقام
- ٣- الكوثرين المباشر

ملاحظة!

التحليل الى العوامل يعمل
 اخراج العامل مشترك
 ضرب بين مربعين ، فرق مجموع
 مكعبين ، تحليل عبارة كترينجيه
 القسمة التركيبية ، كوحيد مقام

تقسم بدرج الى الاجزاء التاليه :

١. صاب النهاية عند ما يكون ناتج الكوثرين = $\frac{\text{مقدار}}{\text{مقدار}}$
 ٢. صاب النهاية عند ما يكون احد الاقترانين
 او كلاهما صافيه غير موجودة

٣. صاب النهاية باستخدام مرافقه عند
 التربيين والتلعيين ،

٤. صاب النهاية باستخدام لطرح و الاضافه

٥. صاب النهايه باستخدام الفرض

ملاحظة

عند ما يكون ناتج الكوثرين = $\frac{\text{مقدار}}{\text{مقدار}}$
 فان النهاية غير موجودة

لايجاد نهاية الاقترانات الكسرية
 يتم الكوثرين مباشر

١) اذا كان ناتج الكوثرين = $\frac{\text{مقدار}}{\text{مقدار}}$
 فان النهاية موجودة وسأورد
 ذلك بعد

القسم الأول

تأخر التعويض = صفر

مثال ①

أوجد نهاية النهايات التالية "ان وجدت"

١. هنا $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ التعويض =

الحل
 هنا $\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}$
 $\lim_{x \rightarrow 3} x+3 = 6 = 3+3 =$

٢. هنا $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4}{x - 4}$ التعويض =

هنا $\frac{(x-2)(x+2)}{(x-4)}$

هنا $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-2}{x+2} = \frac{4-2}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

٣. هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ التعويض =

الحل
 هنا $\frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} x-3 = 2-3 = -1$

٤. هنا $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4}{x - 4}$ التعويض =

الحل
 هنا $\frac{(x-2)(x+2)}{x-4}$
 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-2)(x+2)}{x-4}$

هنا $\frac{(x+2)(x-2)}{(x-4)}$

$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+2)(x-2)}{x-4} = \frac{(4+2)(4-2)}{4-4}$

٥. هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ التعويض =

الحل
 هنا $\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} x+2 = 4 = 2+2 =$

هنا $\frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{2+2}{2-2} = \frac{4}{0}$

$\frac{16}{0} =$

ملاحظة

① فرود بين مربعين

$$P^2 - S^2 = (P+S)(P-S)$$

② فرود بين مكعبين

$$P^3 - S^3 = (P+S)(P^2 - PS + S^2)$$

③ مجموع مكعبين

$$P^3 + S^3 = (P+S)(P^2 - PS + S^2)$$

$$④ (P-S)(P-S) = (P-S)^2$$

$$P^2 + SP - S^2 =$$

سؤال ⑤

أوجد هذا $\frac{4}{(5-S)}$

$$S \leftarrow 5 \quad \frac{4}{(5-S)}$$

اكمل الخوض = $\frac{4}{5-S}$

$$= \frac{4}{(5-S)}$$

$$S \leftarrow 5 \quad \frac{4}{(5-S)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{(5+5)}} =$$

$$\frac{1}{1} =$$

سؤال ③

هذا $\frac{1 - (1+S)^3}{S - 1 - S^2}$ الخوض =

اكمل هذا $\frac{(1+S)(1+S)^2 - 1}{(S-1)(S+1)}$

① هذا $\frac{(1+S)(1+S)^2 - 1}{(S-1)(S+1)}$

$$= \frac{1 - (1+S)^3}{S - 1 - S^2} = \frac{1 - (1+3S+3S^2+S^3)}{S - 1 - S^2} = \frac{-3S - 3S^2 - S^3}{S - 1 - S^2}$$

سؤال ④

هذا $\frac{120 - (1+S)^3}{S^2 + 2S - (S-2)}$ الخوض =

اكمل هذا $\frac{(1+S)(1+S)^2 - 120}{(S^2 + 2S - (S-2))}$

هذا $\frac{(1+S)(1+S)^2 - 120}{(S^2 + 2S - (S-2))}$

هذا $\frac{(1+S)(1+S)^2 - 120}{(S^2 + 2S - (S-2))}$

$$\frac{10}{\sqrt{1}} = \frac{(20+20+20) \times 2}{1-1}$$

حد ثابت	س ^٣	س ^٢	س
٤	١	٥-	٠
٤-	١	٤-	٤-
٠	١	٤-	٤-
	س ^٣	س ^٢	س
	٤-	٤-	٤-

كنا = $\frac{(س-١)(س-٤)(س-٤)}{(س+١)(س)}$

١ ← س

$\frac{٧+}{٢} = \frac{(٤-١)(٤-٤)}{٢} =$

مثال ٥

كنا = $\frac{١٦ - (س-١)^٤}{٣-س}$

٣ ← س

اكل

كنا = $\frac{(س-٤)(س-٤)(س-٤)(س-٤)}{٣-س}$

٣ ← س

كنا = $\frac{(س-١)(س-١)(س-١)(س-١)}{٣-س}$

٣ ← س

كنا = $\frac{(س-١)(س-١)(س-١)(س-١)}{٣-س}$

٣ ← س

$٣< = ٨ \times ٤ = \frac{(٤+٤)}{١} =$

مثال ٧

كنا = $\frac{٦ + س - ٣}{س + ١}$

١ ← س

اكل التعويض =

القسمه التركيبه

حد ثابت	س ^٣	س ^٢	س
٦	١	٠	٠
٦-	١	١	٠
٠	١	١	٠
	س ^٣	س ^٢	س
	٦-	١	٠
	٦-	١	٠

كنا = $\frac{(س-١)(س-٦)}{(س+١)(س)}$

١ ← س

كنا = $\frac{(س-١)(س-٦)}{(س+١)(س)}$

١ ← س

$\frac{٤-}{٣} = \frac{٦-١+١}{(٢+١) \times ١} =$

مثال ٦

كنا = $\frac{٤ + س - ٣}{س - ١}$

١ ← س

الحل

السطر درجة ثالثة لذلك نستخدم القسمه التركيبه

العدد ١ جذر للسطر ← اسطر يقبل القسمه على (س-١)

طريقة التحليل

$$(1+s)^2 = (1+s)(1+s)$$

$$1 + 2s + s^2 =$$

$$(1+s)^2 = 1 + 2s + s^2$$

$$\frac{1 + 2s + s^2 - (1 + 2s + s^2)}{1-s} = \frac{0}{1-s}$$

$$\frac{1 + 2s + s^2 - 1 - 2s - s^2}{1-s} = \frac{0}{1-s}$$

$$\frac{1 + 2s + s^2 - 1 - 2s - s^2}{1-s} = \frac{0}{1-s}$$

قسيمة تركيب

صدايب	س	س ²	س ³	
ع -	1	2	1	□
ع	2	1		
	ع	3	1	
	ع + 3س + 3س ² + ع			

$$\frac{(1+s)(1+s)}{1-s} = \frac{1+s^2+2s}{1-s}$$

$$\frac{1+s^2+2s}{1-s} = 1 + \frac{2s+s^2}{1-s}$$

سؤال 8

$$\frac{1 - (1+s)^2 - (1+s)^3}{1-s}$$

اكمل التعويض =

من الجملة صل هذا الى ال

ا- التحليل ← قسيمة تركيب

تقرض ان ص = 1+s
 س ← 1 ← ص
 س ← 1 ← ص

$$\frac{1 - (1+s)^2 - (1+s)^3}{1-s}$$

$$\frac{1 - (1+s)^2 - (1+s)^3}{1-s}$$

قسيمة تركيب

صدايب	ص	ص ²	ص ³	
ع -	1	1	1	□
ع	2	2		
	ع	1	1	
	ع + ص + ص ² + ع			

$$\frac{(1+s)(1+s)}{1-s} = \frac{1+s^2+2s}{1-s}$$

سؤال ٩

كفا $\frac{10-س}{س-٢}$ القويض = $\frac{٢}{١}$
 اكل

اس ١٢ - س ١٢ - س ١٢ - س

وهذا = $\frac{س-١٢}{س-١٢} = ١$
 $\frac{س-١٢}{س-١٢} = ١$

س ٢٢ - س ٢٢ - س ٢٢ - س

كفا هذا = ١ كفا هذا = ١
 كفا هذا غير موجوده

سؤال ١١

كفا $\frac{س-٤+س+٤}{س-٢}$ القويض = $\frac{٢}{١}$

كفا $\frac{(س-٤)(س+٤)}{س-٢}$ كفا $\frac{(س-٤)(س+٤)}{س-٢}$

كفا = $\frac{س-٤}{س-٢}$

اكل: سؤال ٩ السابقه

سؤال ١٠

كفا $\frac{س-٣-س}{س-٩}$

اكل

س ٣ - س = س (س - ٣)

س = س = س = س
 $\frac{س-٣-س}{س-٩}$

وهذا = $\frac{س-٣-س}{س-٩}$
 $\frac{س-٣-س}{س-٩}$

كفا $\frac{س-٣-س}{س-٩}$

$\frac{١}{١} = \frac{٤}{٤} = \frac{س(س-٣)}{(س+٣)(س-٣)}$

كفا $\frac{س-٣-س}{س-٩}$

كفا $\frac{س-٣-س}{س-٩}$

$\frac{١}{١} = \frac{٤}{٤} = \frac{س(س-٣)}{(س+٣)(س-٣)}$

كفا هذا غير موجوده

ملاحظة مهمة

$$\sqrt{(x+3)^2} = |x+3|$$

مثال 13

$$\frac{[x-3]}{x^2-1} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

اكمل

$$\frac{[x-3]}{x^2-1} = \frac{x-3}{x^2-1} \leftarrow \begin{matrix} x & & - & 1 \\ x & & & \end{matrix}$$

$$\frac{x-3}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{x-4}{x^2-1} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

غير موجودة

$$\frac{[x-3]}{x^2-1} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix} \text{ غير موجودة}$$

مثال 14

$$\frac{[x^2]}{x^2-9} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

الحل

$$\frac{[x^2]}{x^2-9} \leftarrow \begin{matrix} x & & & & & & \\ x & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{matrix}$$

$$\frac{x^2}{x^2-9} = \frac{x^2}{x^2-9} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

$$\frac{x^2}{x^2-9} = \frac{x^2-9+9}{x^2-9} = \frac{9}{x^2-9} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

مثال 15

$$\frac{1}{x-1} \neq \frac{1}{x-1} \leftarrow \begin{matrix} x-1 \\ x-1 \end{matrix}$$

بدون (x-1) ؟ $\frac{1}{x-1}$

اكمل التحويلات =

$$\frac{(1+\sqrt{x}+x)(1-\sqrt{x})}{x-1} = \frac{1-x^2}{x-1} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

$$\frac{(1+\sqrt{x}+x)(1-\sqrt{x})}{x-1} = \frac{1-x^2}{x-1} \leftarrow \begin{matrix} x \\ x \end{matrix}$$

$$-x = (1+1+1) = 3$$

ملاحظة

اختصار $1 - = \frac{p-s}{s-p}$

توحيد المقام

$$\frac{u \times p + s \times p}{s \times u} = \frac{p}{s} + \frac{p}{u}$$

$$\frac{s}{p} \times \frac{p}{u} = \frac{sp}{u}$$

مثال ١٥

كفا $\frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ بقوفين = $\frac{u-v}{uv}$

توحيد المقامات

كفا $\frac{u \times v - 1 \times v}{u \times v} = \frac{u-v}{u}$

كفا $\frac{1}{u} \times \frac{u-v}{u} = \frac{u-v}{u^2}$

$\frac{1}{u^2} = \frac{1}{u \times u}$

مثال ١٦

كفا $\frac{1}{c} - \frac{1}{s+c}$

اكل

البقوفين = $\frac{1}{c} - \frac{1}{s+c}$

كفا $\frac{s-c-s}{(s+c)^2}$

كفا $\frac{s-c-s}{(s+c)^2} \times \frac{c-s}{c-s}$

كفا $\frac{s-c-s}{(s+c)^2} \times \frac{c-s}{c-s}$

$\frac{c-s}{9} = \frac{1 \times c - (1+c)^2}{(1+c)^2}$

مثال ١٧

كفا $\frac{1}{e} - \frac{1}{s}$

اكل

البقوفين = $\frac{1}{e} - \frac{1}{s}$

كفا $\frac{1}{e} - \frac{1}{s}$

تبع اكل $\frac{1}{e} - \frac{1}{s}$

$$\frac{(3+s) - 4}{4(3+s)} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$

$$\frac{1}{s-1} \times \frac{3-s-4}{4(3+s)} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$

$$\frac{1}{s-1} \times \frac{s-1}{4(3+s)} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{4 \times 4} =$$

$$\frac{4-s}{4s^2} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$

$$\frac{1}{s-3} \times \frac{(s+3)(s-3)}{4s^2} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$

$$\frac{1}{(s+3)(s-3)} \times \frac{(s+3)(s-3)}{4s^2} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$

$$\frac{1}{48} = \frac{(s+3)}{(s+3)(s-3)4s^2} =$$

سؤال (18)

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3+s} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$

اكمل

$$\frac{1}{12+s} = \frac{1}{3+s}$$

$$\frac{3-s}{12+s} = \frac{3+s}{12+s}$$

$$\frac{s-1}{1} = \frac{s-1}{1}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{3+s} \quad \text{هذا} \quad \leftarrow s$$



ضايعة الأقرانات الأسية

يتم إيجاد ضايعة الأقرانات =
الأسرية بطريقة افرضه ولكن
قبل عملية افرضه يجب ان يتاوى
الاساس للجميع

سؤال 5

كها $\frac{3^x - 3^y - 3^z}{3^x - 3^y}$ افرضه \div

اكل
نفرضه $3^x = 3$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

= كها $\frac{3^x - 3^y - 3^z}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

= كها $\frac{(3^x + 3^y)(3^x - 3^y)}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$
 $0 = 3 + 3 =$

سؤال 6

كها $\frac{3^x - 3^y}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

الحل
 $3^x = 3^y = 3^z = 3^0 = 1$
كها $\frac{3^x - 3^y}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

نفرضه ان $3^x = 3^y = 3^z = 0$
عندئذ $3^x = 3^y = 3^z = 0$ فان $3^x = 3^y = 3^z = 0$

= كها $\frac{3^x - 3^y}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

= كها $\frac{3^x - 3^y}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$
 $1 =$

سؤال 7

كها $\frac{3^x + 3^y}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

اكل

كها $\frac{3^x + 3^y}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

$3^x = 3^y = 3^z = 3$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$

= كها $\frac{3^x + 3^y}{3^x - 3^y}$
 $3 \leftarrow 3 \leftarrow 3 \leftarrow 3$
 $1 = \frac{3^x}{3^x} =$

ايجاد المجاهيل في نهاية الأعداد الكسرية

صناك ثلاثة انواع

مثال ١

اذا كان $\frac{2+5n-3n^2}{1+5n-3n^2}$ كسرا
 صحاحا $\left. \begin{matrix} \text{وهو عدد} \\ \text{ن} \end{matrix} \right\} =$

عند قيمته n عدداً تاماً
 ضافه عدد موجوده
 $n \leftarrow$

الحل

كما $\frac{2+5n-3n^2}{1+5n-3n^2} =$ كما $n \leftarrow$

كما $n = \frac{(2-5n)(n-1)}{(1-5n)(n-1)}$ $n \leftarrow$

$|n| \leq 1$

مثال ٢

اذا كان $\frac{p+5q+u}{2+5n-3n^2}$ كسرا
 صحاحا $\left. \begin{matrix} \text{وهو عدد} \\ \text{ن} \end{matrix} \right\} =$

وكانت ضافه عدد $6 =$
 $n \leftarrow$ اوجد صيغة u
 $n \leftarrow$

النوع الأول للأعداد الكسرية

النهاية موجوده يطلب مجهول واحد
الحل

النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

النهاية = عدد مجهولين

الحل

النهاية من اليمين = العدد

النهاية من اليسار = العدد

النوع الثاني

كتابة المطلوب بشكل لحضيات

النوع الثالث

الأعداد الكسرية

النهاية موجوده

نهاية المقام = نهاية البسط

الحل

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$

(1) $3 + 5P - 3 = 1 - 5$
 $\boxed{3 = P} \leftarrow = 4 + P -$

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

عدد	س	س	س
2	4	1	1
2-	1	1	1
	2-	1	1
		3 - 5 + 3	

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

$1 - 5 = 2 - 1 + 1 =$

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

$\boxed{4 = P} \leftarrow = 5 - 1 =$

الحل

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

(1) $3 + 5P - 3 = 1 - 5$
 $6 = 5 + 1 \times 4 + 2 \times P$
 $6 = 5 + P$

(1) $3 + 5P - 3 = 1 - 5$
 $6 = 5 + P$

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

(2) $3 + 5P - 3 = 1 - 5$
 $6 = 5 + P$

$6 = 5 + P$
 $6 = 5 + P$

$6 = 5 + P$
 $6 = 5 + P$

$6 = 5 + P$
 $6 = 5 + P$

مثال

نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

وكانت نظام $\begin{cases} 3 + 5P - 3 \\ 1 - 5 \end{cases}$ موجود

مسألة 4

إذا كانت $f(x) = \frac{7-x}{5-x}$

جدد $f(x)$ عند $x=5$

اكتب

$f(x) = \frac{(x+2)(5-x)}{5-x}$

$f(x) = (x+2) \times \frac{5-x}{5-x}$

$f(x) = (x+2) \times \frac{1}{1}$

$1 = (x+2) \times \frac{1}{1}$

الحل

جدد قاعدة $f(x)$ ، اقتران $f(x)$ في $(5, 0)$ و $(6, 0)$

الميل $= \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}$

ص $= 0 = \frac{-4}{3}(x-5)$

ص $= \frac{-4}{3}x + 20/3 = 0$ (هو $x=5$)

$\frac{9-x}{x+2} = \frac{5-x}{5-x}$

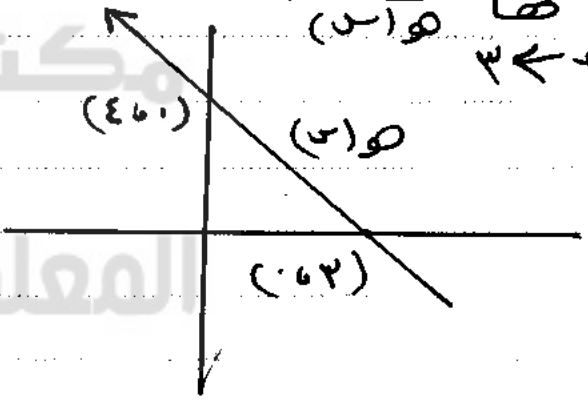
$(x+2)(5-x) = (x+2)$

$\frac{18-x}{2} = \frac{3}{2} \times 6 = \frac{3+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$

مسألة 5

إذا كان $f(x) = 4-x$ وكان الشكل المجاور مثلث هو $f(x)$ اوجد $f(x)$

$f(x) = \frac{4-x}{x}$



مسألة 6

إذا كانت $f(x) = \frac{4-x}{x}$ اوجد قيمة $f(2)$

بما ان النهاية موجودة
 $f(x) = \frac{4-x}{x}$ فان $f(2) = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

سؤال ٧

إذا كانت $u = \frac{7 + 5P - 3S}{3 - S}$ $3 < S$

موجودة فأوجد u, P, S

الحل

بما أن النهاية موجودة
 كما يتقارب = صفر \Leftarrow كما يربط = صفر
 \Leftarrow كما $7 + 5P - 3S = 0$ $3 < S$

$3P = 10 \Leftarrow 7 + 5P - 3S = 0$
 $0 = P \Leftarrow$

كما $u = \frac{7 + 5 \cdot 0 - 3S}{3 - S}$ $3 < S$

كما $u = \frac{(3 - S)(3 - S)}{3 - S}$ $3 < S$

$u = 3 - S$
 $u = 1$

سؤال ٨

كما $0 = \frac{(P^2 + 4) - 5P + 3S}{3 - S}$ $3 < S$

بصيغة P

الحل

بما أن النهاية موجودة
 كما يتقارب = صفر \Leftarrow كما يربط = صفر

كما $0 = (P^2 + 4) - 5P + 3S$ $3 < S$

$0 = P^2 - 4 - P^2 + 4$

لم نجد نجاءاً للقسمة بالتركيب

مدونات	S	S^2	3
$P^2 - 4 -$	P	1	
$P^2 + 4$	3		
	$3 + P$	1	
	$5 + (P + 3)$		

كما $0 = \frac{(3 + P + 5)(3 - S)}{3 - S}$ $3 < S$

$0 = P + 7 \Leftarrow 0 = 3 + P + 3$
 $1 = P$

ملاحظة

إذا لم نجد نجاءاً للقسمة
 \Leftarrow كما يربط = صفر نجف
 ان المحسوس بطيب
 نجاءاً اى لقسمة بالتركيب

سؤال 4

$$9 = \frac{0 + (س) + (س)}{2 + س}$$

وكانت هـ (س) كثير حدود فاوجد ما يلي
(أ) هـ (س) + (س) + (س)
(ب) هـ (س) + (س) + (س)

الحل

عما ان النهاية موجودة
هـ (س) = 0 ← هـ (س) = 0

$$0 = 0 + (س) + (س)$$

$$0 = (س) + (س) + (س)$$

$$(أ) هـ (س) + (س) + (س)$$

$$= هـ (س) + (س) + (س)$$

$$9 = 0 + 2س + س = 3س$$

$$(ب) هـ (س) + (س) + (س) = 3س - 2س = س$$

$$(س) = 9 \Rightarrow س = 3$$

$$3 = 3$$

سؤال 13

$$0 = \frac{2 - (س) + (س)}{2 - س}$$

فاوجد
هـ (س) + (س) + (س)
هـ (س) + (س) + (س)

الحل

$$هـ (س) = 0 \Rightarrow هـ (س) = 0$$

$$هـ (س) + (س) + (س) = 3$$

$$3 = 2 + (س) + (س) \Rightarrow (س) = 1$$

لكون الناتج ÷

$$لذلك لايجاد هـ (س) + (س) + (س)$$

نطرح ونضيف اعا (س) هـ (س) = 4 هـ (س)

او س هـ (س)

لنختار 4 هـ (س) الذي تم اصفافته وطرفه

$$هـ (س) + (س) + (س) = 4 + 4 هـ (س) + 4 هـ (س)$$

← يتبع الحل

القسم الثاني

حساب النهاية عندما يكون
أحد الأختارين أو كلاهما
ضائبة غير موجودة

عندما تكون ضائبة أحد الأختارين
أو كلاهما غير موجودة فإنه يمنع
توزيع النهايات على الجمع والطرح
والضرب والقسمة ولا نستطيع
الحكم على نتائج النهايات أيضا
موجودة أو غير موجودة، فجميع
هذه النهايات تحل بطريقة التحليل
والأختصار والتعويض مثل (صفر/صفر)

$$\frac{\text{نهاية } (س-٤) - \text{نهاية } (س-٤)}{س-٤} + \frac{\text{نهاية } (س-٤) - \text{نهاية } (س-٤)}{س-٤}$$

$$= \frac{\text{نهاية } (س-٤) - \text{نهاية } (س-٤)}{س-٤} + \frac{\text{نهاية } (س-٤) - \text{نهاية } (س-٤)}{س-٤}$$

$$= \frac{\text{نهاية } (س-٤) - \text{نهاية } (س-٤)}{س-٤} + \frac{\text{نهاية } (س-٤) - \text{نهاية } (س-٤)}{س-٤}$$

$$= ٥ \times ٤ + (٤+٤) \times ٣ = ٣٢ = ٤ + ١٢ =$$

مثال 10

$$\frac{\text{نهاية } (س-٩) - \text{نهاية } (س-٩)}{س-٩} = \frac{\text{نهاية } (س-٩) - \text{نهاية } (س-٩)}{س-٩}$$

اكل

طرح وإضافة ٩ = ٩

$$\frac{\text{نهاية } (س-٩) - \text{نهاية } (س-٩)}{س-٩} + \frac{\text{نهاية } (س-٩) - \text{نهاية } (س-٩)}{س-٩}$$

$$= \frac{\text{نهاية } (س-٩) - \text{نهاية } (س-٩)}{س-٩} + \frac{\text{نهاية } (س-٩) - \text{نهاية } (س-٩)}{س-٩}$$

$$٤ + (٣+٣) \times ١ =$$

$$٤ = ٦ = ٤$$

مثال 11

$$\frac{١}{س-٣} \times \left(\frac{١}{س} - \frac{١}{س} \right)$$

لاحظ ان نتاج التعويض هو صفر/صفر
أي ان الأختارين ضائبة غير موجودة
والنتيجة غير موجودة

نجا للتحليل (توحيد المقام)

$$\frac{١}{س-٣} \times \left(\frac{١}{س} - \frac{١}{س} \right) = \frac{١}{س-٣} \times \frac{١-١}{س}$$

سؤال ٥

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(1 - \frac{1}{e^{(1+x)}} \right)$$

الحل

توحيد المقامات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{e^{(1+x)} - 1}{e^{(1+x)}} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{e^{(1+x)} - 1}{e^{(1+x)}} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{e^{(1+x)} - 1}{e^{(1+x)}} \right) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{e^{(1+x)} - 1}{e^{(1+x)}} \right) =$$

$$1 = \frac{e}{1} = \frac{e^{(1+0)} - 1}{e^{(1+0)}} =$$

سؤال ٦

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{e^{(1+x)}} + \frac{1}{e^{(1-x)}} \right)$$

الحل

توحيد المقامات

سؤال ٤

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{3-x} - \frac{e^x}{3-x}$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 - e^x}{3-x} = \frac{0 - 1}{3-0} = -\frac{1}{3}$$

سؤال ٣

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9}{3-x} - \frac{e^x}{3-x}$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 - e^x}{3-x} = \frac{9 - 1}{3-0} = \frac{8}{3}$$

$$6 = 3 + 3 =$$

سؤال ٤

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{(9-e^x)} + \frac{e^x}{3-x}$$

توحيد المقامات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{(9-e^x)} + \frac{e^x}{(9-e^x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + e^x}{(9-e^x)} = \frac{3+1}{9-1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2+0} =$$

لذلك نلجأ للتكليس ونجد
النهاية فنأمن واليسار

$$= \frac{1}{\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1+x^2+0}{(0+x^2)(1+x)}} = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\frac{1+x^2}{(0+x^2)(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\frac{1+x^2}{x^2(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2(1+x)}{1+x^2} = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\frac{1+x^2}{(0+x^2)(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\frac{1+x^2}{x^2(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2(1+x)}{1+x^2} = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\frac{1+x^2}{(0+x^2)(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\frac{1+x^2}{x^2(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2(1+x)}{1+x^2} = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\frac{1+x^2}{(0+x^2)(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\frac{1+x^2}{x^2(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2(1+x)}{1+x^2} = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{1+x^2}{(0+x^2)(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{1+x^2}{x^2(1+x)}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1+x)}{1+x^2} = 0$$

$$= \frac{2}{(0+2 \times 0)(1+0)(1-0-2 \times 3)} = \frac{2}{0 \cdot 1 \cdot (-5)} = -\frac{2}{5}$$

$$= \frac{2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

سؤال ٨

إذا كانت نهاية $f(x)$ عند $x=0$ هي 0

فما هي نهاية $g(x)$ عند $x=0$ ؟

أوجد نهاية $h(x)$ عند $x=0$ ؟

الحل

نصف النهاية $f(x)$ عند $x=0$ هي 0

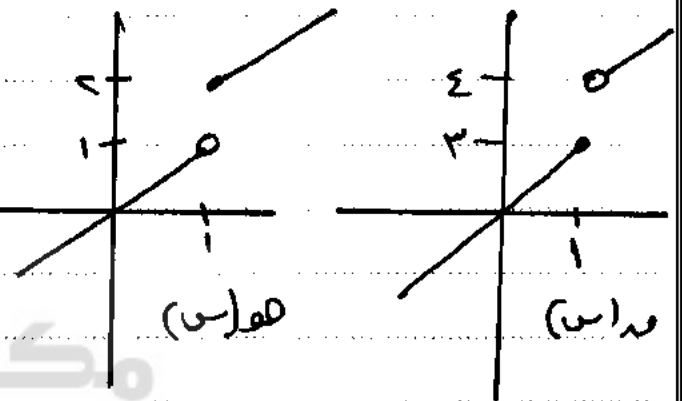
نصف النهاية $g(x)$ عند $x=0$ هي 0

نصف النهاية $h(x)$ عند $x=0$ هي 0

سؤال ٧

اعتقد على شكل الجوار لإيجاد

نهاية $f(x)$ عند $x=0$ ؟



الحل

نلاحظ ان نهاية $f(x)$ غير موجودة

نهاية $g(x)$ غير موجودة

القسم الثالث

النهاية باستخدام مرافق الجذر التربيعي والجذر التكعيبي

اولاً : مرافق الجذر التربيعي

ملاحظة هامة

$$(P+Q)(P-Q) = P^2 - Q^2$$

يعني $P-Q$ مرافق لـ $P+Q$

يعني $P+Q$ مرافق لـ $P-Q$

وعند ضربها ببعض

$$P^2 - Q^2 = (P+Q)(P-Q)$$

مرافق $\sqrt{2+5\sqrt{3}}$ هو $\sqrt{2-5\sqrt{3}}$

وحاصل ضربها $2-5+3 = 2-2 = 0$

$$2+3 = 5$$

ونستخدم مرافق الجذر التربيعي

عندما يكون ناتج الكوثرين

في النهاية = صفر

مثال ①

اوحد كما $\frac{3 - \sqrt{3+5\sqrt{3}}}{7-5}$ يعوض:

نضرب كل من البسط والمقام في مرافقه اكد

$$\frac{3 - \sqrt{3+5\sqrt{3}}}{7-5} \times \frac{3 + \sqrt{3+5\sqrt{3}}}{3 + \sqrt{3+5\sqrt{3}}} =$$

$$\frac{9 - 3 + 5}{(3 + \sqrt{3+5\sqrt{3}})(7-5)} =$$

$$\frac{6}{(3 + \sqrt{3+5\sqrt{3}})(7-5)} =$$

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{(3 + \sqrt{3+5\sqrt{3}})(7-5)}$$

مثال ②

جد كما $\frac{2-5}{21+5\sqrt{3}-5}$

الحل

$$\frac{21+5\sqrt{3}+5}{21+5\sqrt{3}+5} \times \frac{2-5}{21+5\sqrt{3}-5}$$

يتبع اكل ←

$$= \frac{(2 + \sqrt{1+s})(13+s) - (7+s^2)}{(1+s)(4-s)}$$

3 ← s

$$= \frac{(2 + \sqrt{1+s})(13-s-7+s^2)}{(13+s)(3-s)}$$

3 ← s

$$= \frac{4 \times (7-s-s^2)}{(4+s)(3-s)}$$

3 ← s

$$= \frac{4 \times (2-s)(2+s)}{2 \times (3-s)}$$

3 ← s

$$= \frac{2+s}{2} = \frac{5}{2}$$

3 ← s

$$= \frac{(2-s)(2+\sqrt{1+s}+0)}{(2+s)-20}$$

3 ← s

$$= \frac{(2-s)(2+\sqrt{1+s}+0)}{21-s-20}$$

3 ← s

$$= \frac{(2-s)(2+\sqrt{1+s}+0)}{1-s-4}$$

3 ← s

$$= \frac{(2-s)(2+\sqrt{1+s}+0)}{(2-s)(2+s)}$$

3 ← s

$$= \frac{1-(1+3\sqrt{1+s}+0)}{2+2}$$

3 ← s

$$= \frac{0-1}{2} = \frac{1-0}{2} = \frac{(0+0)-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

سؤال 4

$$= \frac{8 - \sqrt{1+s}}{4-s}$$

3 ← s

الحل

$$= \frac{8 + \sqrt{1+s}}{8 + \sqrt{1+s}} \times \frac{8 - \sqrt{1+s}}{4-s}$$

3 ← s

$$= \frac{64 - (1+s)}{(8+\sqrt{1+s})(4-s)}$$

3 ← s

$$= \frac{(8-s)(8+s+\sqrt{1+s})}{(16+s)(4-s)}$$

3 ← s

$$= \frac{4 \times 16}{16} = \frac{64}{16} = 4$$

سؤال 5

$$= \frac{13 + \sqrt{1+s} - 7 + s^2}{2 - \sqrt{1+s}}$$

3 ← s

نضرب بمرافق البسط والمقام

$$= \frac{(13 + \sqrt{1+s} - 7 + s^2)(2 + \sqrt{1+s})}{(2 - \sqrt{1+s})(2 + \sqrt{1+s})}$$

3 ← s

$$\times \frac{2 + \sqrt{1+s}}{2 + \sqrt{1+s}}$$

استخدام المرافق عند ما يكون
صناك ثلاثة حدود

$$\frac{9-s-10s}{s-1} = \frac{9-s-10s}{s-1}$$

$$\frac{(9-s)(1-s)}{s-1} = \frac{(9-s)(1-s)}{s-1}$$

$$\frac{1-}{3} = \frac{1-}{17} = \frac{9-1}{s-1}$$

طريقة اكل

نجزأ الثلاثة حدود الى حدين حيث
نحل الجزء الأول الذي يحتوي على
الجذر حد والباقي حداً آخر .

صناك طريقة اخرى وذلك عن طريق
الفرض حيث نرض $s=1$
ونحل عام عليه استخدام طريقة
الفرض عند ما يكون طاحت الجذر
اقتراح خطي

اكل (المثال السابق)

نرض $s=1$
عندما $s=1$ فان $s-1=0$
وبتربيع الطرفين $s=1$

$$\frac{3+s-10s}{s-1} = \frac{3+s-10s}{s-1}$$

$$\frac{3+s-10s}{s-1} = \frac{3+s-10s}{s-1}$$

$$\frac{(3-s)(1-s)}{(1-s)(1-s)} = \frac{(3-s)(1-s)}{(1-s)(1-s)}$$

$$\frac{3-1}{(1-s)(1-s)} = \frac{(3-s)(1-s)}{(1-s)(1-s)}$$

$$\frac{1-}{3} = \frac{2-}{4} =$$

مثال ٧

$$\frac{3+s-10s}{s-1} = \frac{3+s-10s}{s-1}$$

الحل

$$\frac{3+s-10s}{s-1} = \frac{3+s-10s}{s-1}$$

$$\frac{3+s-10s}{s-1} = \frac{3+s-10s}{s-1}$$

$$\frac{(3-s)(1-s)}{(1-s)(1-s)} = \frac{(3-s)(1-s)}{(1-s)(1-s)}$$

$$\frac{3-1}{(1-s)(1-s)} = \frac{(3-s)(1-s)}{(1-s)(1-s)}$$

$s-1$

سؤال ٨

اوجد هنا $\frac{0 + \sqrt{5} - \sqrt{0 + \sqrt{5}}}{\sqrt{5} - 4}$ \leftarrow س

الحل

هنا $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{0 + \sqrt{5}} - (0 + \sqrt{5})}{\sqrt{5} - 4} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{0 + \sqrt{5}} - (0 + \sqrt{5})}{\sqrt{5} + \sqrt{0 + \sqrt{5}} - (0 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - (0 + \sqrt{5})}{(\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} + \sqrt{5} - (0 + \sqrt{5}))}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5}}{(\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5}}{(\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5}}{7 \times (\sqrt{5} - 4)}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5})}{7 \times (\sqrt{5} - 4)}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5}) - (\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{5})}{7 \times (\sqrt{5} - 4)}$ \leftarrow س

= $\frac{11}{7 \times 4} = \frac{11}{28}$

سؤال ٩

اوجد هنا $\frac{\sqrt{5} - 4}{1 + \sqrt{5} - \sqrt{1 + \sqrt{5}}}$ \leftarrow س

الحل

هنا $\frac{\sqrt{5} - 4}{(1 - \sqrt{5}) - \sqrt{1 + \sqrt{5}}}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{\sqrt{5} - 4}{(1 - \sqrt{5}) - \sqrt{1 + \sqrt{5}}} \times \frac{(1 - \sqrt{5}) + \sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5}) + \sqrt{1 + \sqrt{5}}}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

= هنا $\frac{(\sqrt{5} - 4)(1 - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 4)\sqrt{1 + \sqrt{5}}}{(1 - \sqrt{5})^2 - (1 + \sqrt{5})}$ \leftarrow س

غير موزونة

ثانياً

مرافق الجذر التكعيبي

$$(P - S) = P^3 - (P^2 + SP + S^2) = P^3 - P^2 - SP - S^2$$

يسمى (P - S) مرافقه

التكعيبي للعدد (P - S)

وحاصل ضربهما = مكعب أول - مكعب ثاني

$$P^3 - S^3 =$$

$$(P + S) = P^3 + (P^2 + SP + S^2) = P^3 + P^2 + SP + S^2$$

يسمى (P + S) مرافقه

وحاصل ضربهما = مكعب أول + مكعب ثاني

$$P^3 + S^3 =$$

مثال

مرافقه $P^3 - 2$

$$(2 + \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2)$$

مرافقه $2 + \sqrt[3]{2} + 1$ هو

$$(2 + \sqrt[3]{2} + 1)$$

وحاصل ضربهما

$$(1 + 1 + 1) =$$

$$9 + 5 =$$

مثال ①

$$\frac{2 - \sqrt[3]{8}}{8 - 8} \quad \text{النعوض =}$$

الحل

الضرب بالمرافقه التكعيبي

$$\frac{(2 - \sqrt[3]{8}) \times (2 + \sqrt[3]{8} + (\sqrt[3]{8})^2)}{(8 - 8) \times (2 + \sqrt[3]{8} + (\sqrt[3]{8})^2)}$$

$$\frac{2 - \sqrt[3]{8}}{(2 + \sqrt[3]{8} + (\sqrt[3]{8})^2)}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{2+2+2} =$$

مثال ②

$$\frac{3 - \sqrt[3]{27}}{2 - \sqrt[3]{8}} \quad \text{أوجد هذا}$$

الحل

$$\frac{(3 - \sqrt[3]{27}) \times (3 + \sqrt[3]{27} + (\sqrt[3]{27})^2)}{(2 - \sqrt[3]{8}) \times (2 + \sqrt[3]{8} + (\sqrt[3]{8})^2)}$$

$$\frac{3 - \sqrt[3]{27}}{(2 + \sqrt[3]{8} + (\sqrt[3]{8})^2)}$$

$$\frac{(3 - \sqrt[3]{27}) \times (3 + \sqrt[3]{27} + (\sqrt[3]{27})^2)}{(2 + \sqrt[3]{8} + (\sqrt[3]{8})^2)}$$

← يتبع كل

$$\frac{(s+0+e)(\sqrt{s})}{(1+s)} = \text{كها}$$

$$\frac{(s+0+e)(1+s)}{(s+0+e)(1+s)} \leftarrow 1$$

$$\frac{(1+s)(\sqrt{s})}{(1+s)} = \text{كها}$$

$$\frac{(1+s)(\sqrt{s})}{(1+s)(\sqrt{s})} \leftarrow 1$$

$$\frac{s}{e} = \frac{s}{s+e} \text{ كما} \leftarrow 1$$

← تابع لكل

$$\frac{(s^3 - s^2 - s)(12)}{(s-2)}$$

قسمة تركيبيه

س ³	س ²	س	عدد ثابت
1	0	3-	2-
1	2	4	2
1	2	1	0
1	2	1	0

ص + 2س + 1

$$\frac{(s-2)(12)(1+s+\sqrt{s})}{(s-2)} \text{ كما} \leftarrow 1$$

$$12 \times 4 = 12 \times (1+2+2) = 108 =$$

مثال ②

$$\left(1 + \frac{1}{1+\sqrt{s}}\right) \times \frac{1}{1+s} \text{ كما} \leftarrow 1$$

توحيد مقام الكل

$$\frac{(1+\sqrt{s}+1)}{(1+\sqrt{s})} \times \frac{1}{1+s} \text{ كما} \leftarrow 1$$

الفرق المرافق التربيعي

$$\frac{(1+\sqrt{s}+1)(1+\sqrt{s})}{(1+\sqrt{s})^2} \times \frac{1}{1+s} = \text{كما} \leftarrow 1$$

$$\frac{(1+\sqrt{s})+1}{(1+1-1)(1+\sqrt{s})} \times \frac{1}{1+s} =$$

$$\frac{1+\sqrt{s}+1}{2(1+\sqrt{s})} \times \frac{1}{1+s} = \text{كما} \leftarrow 1$$

يتبع لكل

مثال ③

$$\frac{(2-\sqrt{s+5})}{1+\sqrt{s}} \text{ كما} \leftarrow 1$$

مرافق تربيعي ومرافق تكعيبي

$$\frac{(2-\sqrt{s+5})(1+\sqrt{s})}{(1+\sqrt{s})^2} \times \frac{1}{1+s} = \text{كما} \leftarrow 1$$

مثال ٦

نلاحظ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$ $\frac{0}{0}$

الاجابة $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{(1 - \sqrt{1 + x^2})(1 + \sqrt{1 + x^2})} \times \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{1 + \sqrt{1 + x^2}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{(1 - \sqrt{1 + x^2})(1 + \sqrt{1 + x^2})} \times \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{1 + \sqrt{1 + x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^3 - x)(1 + \sqrt{1 + x^2})}{(1 - (1 + x^2))(1 + \sqrt{1 + x^2})}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^3 - x)(1 + \sqrt{1 + x^2})}{(1 - (1 + x^2))(1 + \sqrt{1 + x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^3 - x)(1 + \sqrt{1 + x^2})}{-x^2(1 + \sqrt{1 + x^2})}$

صيغة لوبيت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^3 - x)(1 + \sqrt{1 + x^2})}{-x^2(1 + \sqrt{1 + x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 1}{-2x(1 + \sqrt{1 + x^2})}$

	x^3	$-x$	$1 + \sqrt{1 + x^2}$	
$\frac{0}{0}$	$3x^2$	-1	$1 + \sqrt{1 + x^2}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{0}{0}$	$6x$	0	$1 + \sqrt{1 + x^2}$	$\frac{0}{0}$
$\frac{0}{0}$	6	0	$1 + \sqrt{1 + x^2}$	$\frac{0}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{6(1 + \sqrt{1 + x^2})} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 + 0}} = \frac{1}{2}$

عليه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}} = \frac{1}{2}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}} = \frac{1}{2}$

كذا $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - \sqrt{1 + x^2}} \times \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{1 + \sqrt{1 + x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x}{1 - (1 + x^2)} \times \frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{1 + \sqrt{1 + x^2}}$

مثال ٥

او بعد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{16 - \sqrt{17 - x^2}}{1 - x}$ $\frac{16 - 4}{1 - 0} = \frac{12}{1} = 12$

اكل

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{16 - \sqrt{17 - x^2}}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{16 - \sqrt{17 - x^2}}{1 - x} \times \frac{16 + \sqrt{17 - x^2}}{16 + \sqrt{17 - x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(16 - \sqrt{17 - x^2})(16 + \sqrt{17 - x^2})}{(1 - x)(16 + \sqrt{17 - x^2})}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(16 - \sqrt{17 - x^2})(16 + \sqrt{17 - x^2})}{(1 - x)(16 + \sqrt{17 - x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{256 - (17 - x^2)}{(1 - x)(16 + \sqrt{17 - x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{239 + x^2}{(1 - x)(16 + \sqrt{17 - x^2})}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{239 + x^2}{(1 - x)(16 + \sqrt{17 - x^2})} = \frac{239 + 0}{(1 - 0)(16 + \sqrt{17 - 0})} = \frac{239}{16 + \sqrt{17}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{239 + x^2}{(1 - x)(16 + \sqrt{17 - x^2})} = \frac{239}{16 + \sqrt{17}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{239 + x^2}{(1 - x)(16 + \sqrt{17 - x^2})} = \frac{239}{16 + \sqrt{17}}$

الاضافه والطرح

وتستخدم هذه الطريقة لإيجاد النهايات التي يكون احد مقاديرها عبارة عنه حاصل ضرب اقسامي مثل

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$ و هكذا ... مع (س) ... ونقوم باضافه وطرح مقادير معينه ونتم العملية كالتالي

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$ هنا يتم اضافة وطرح (تعويض) $x=3$ في احد المقادير من اولى المقادير مع بقاى الاخر كما هو وبالتالي نضيف ونطرح

اما $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$ او $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

مثال ①

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

اكل

نضيف ونطرح

اما $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

أو $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$ يمكنه الذي يتم اضافة وطرح

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

نوزع في النهايه

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

افراج على مشترك

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$

مثال $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} = 7 = 4 + \frac{4}{2} = 2 + 1 + \frac{4}{2} =$

فلاضافة

ممكن حل المثال السابق

① الضرب بالمرامعه

② الضرب حد = لاسي

ملاحظة هامة

من الملمة استخدام طريقة الاضافة والطرح على ايجاد ضايحة المقدرات التي تحتوي على جذور مع اختلاف ما واخذها

سؤال 5

$$x = \frac{\sqrt{5+3} + \sqrt{5+7} - 2}{3-5}$$

اكمل

نضيف ونطرح

$$x = \frac{\sqrt{5+3} + \sqrt{5+7} - 2}{3-5}$$

$$x = \frac{\sqrt{5+3} + \sqrt{5+7} - 2}{3-5}$$

ضربنا نطرح ونضيف العدد 3 الاضافة والطرح

$$x = \frac{\sqrt{5+3} + \sqrt{5+7} - 2}{3-5}$$

$$x = \frac{\sqrt{5+3} + \sqrt{5+7} - 2}{3-5}$$

مراعاة تلخيص
مراعاة ترتيب

الكل اكمل
الجواب = $\frac{1}{2}$

سؤال 3

$$0 = \frac{3 - (x-3)}{2-5}$$

$$\frac{3 - (x-3)}{2-5}$$

اكمل

نضيف ونطرح
بما (3) (x-3) او (3) (x-3)
لكي (4) (x-3)

$$\frac{3 - (x-3)}{2-5}$$

$$\frac{3 - (x-3)}{2-5} + \frac{3 - (x-3)}{2-5}$$

$$\frac{3 - (x-3)}{2-5} + \frac{3 - (x-3)}{2-5}$$

$$\frac{3 - (x-3)}{2-5} + \frac{3 - (x-3)}{2-5}$$

$$0 \times 4 + 4 \times 3 =$$

لكي ضايحة (3) = صفر \leftarrow ضايحة (3) = صفر
 \leftarrow ضايحة (3) = 2
بالقصر
الجواب = $3 \times 3 + 0 \times 4 = 9$

سؤال ٤

$$0 = \frac{17 - (س) \leftarrow 17}{س - ٤ \leftarrow س}$$

فاوجه كذا هـ (س) - س

اكل

بطرح واصنافه (٤) = 17

$$س = \frac{س - 17 + 17}{س - ٤}$$

$$س = \frac{س - 17}{س - ٤} + \frac{17 - (س)}{س - ٤}$$

$$= 0 + \frac{(س) - (س + ٤)}{س - ٤}$$

$$= 0 - (٤ + ٤)$$

$$= 0 - 8 = -8$$

سؤال ٥

$$\frac{س^2 - 17}{س - ٨}$$

اكل

نطرح ونضيف س لـ ٨ = س

$$= \frac{س^2 - 17 + س - س}{س - ٨}$$

$$= \frac{س(س - ٨) + (س - 17)}{س - ٨}$$

= مراقبة تلخيص + ٢

اكل السؤال

$$= \frac{س}{٢} + ٢ = \frac{س + 4}{٢}$$

سؤال ٦

$$\frac{س^3 + ٣ - (س + ٣) \sqrt{س + ٣}}{س - ١}$$

اكل

نضيف ونطرح $٣ + ٣ = ٦ = ٣ - ٣$

$$\frac{س^3 + ٣ - ٣ + ٣ - (س + ٣) \sqrt{س + ٣}}{س - ١}$$

مراقبة كريس مراقبة تلخيص

اكيوان

$$= \frac{س}{١٣} + \frac{١}{١٣} = \frac{س + 1}{13}$$

اقئلة اضافية على ضاية الاقترانات

الأكسري

مسألة 1

$$\text{كفا} \frac{\sqrt{c+4s} - c}{1-s}$$

$$s \leftarrow 1$$

الحل

$$= \frac{\sqrt{c+4s} - c}{1-s} \times \frac{\sqrt{c+4s} + c}{\sqrt{c+4s} + c}$$

$$s \leftarrow 1$$

$$\text{كفا} = \frac{c + 4s - c^2}{(1-s)(\sqrt{c+4s} + c)}$$

$$s \leftarrow 1$$

$$= \frac{c - c^2}{(1-s)(\sqrt{c+4s} + c)}$$

$$s \leftarrow 1$$

$$= \frac{c(1-c)}{(1-s)(\sqrt{c+4s} + c)}$$

$$s \leftarrow 1$$

$$= \frac{1-c}{(1-s)(\sqrt{c+4s} + c)}$$

$$s \leftarrow 1$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2c}} = \frac{1}{(1+c) \times 2}$$

$$=$$

مسألة 2

$$\text{كفا} \frac{\sqrt{c+4s} - c}{1-s}$$

$$s \leftarrow 1$$

ملاحظة

اذا كان هناك جذرين لدرج الرابعة فما فوق وكان نابعي التعويض \div تقوم بالتعويض

اكمل

$$\text{نفرض} \sqrt{c+4s} = s$$

$$s^2 = c+4s$$

$$s = c+4s$$

$$s \leftarrow 1$$

$$= \frac{c - c^2}{(1-s)(\sqrt{c+4s} + c)}$$

$$= \frac{c(1-c)}{(1-s)(\sqrt{c+4s} + c)}$$

$$= \frac{1-c}{(1-s)(\sqrt{c+4s} + c)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2c}} = \frac{1}{(1+c) \times 2}$$

ملاحظة هامة

عليه حفظ القاعدة

$$\sum_{k=0}^n (u - a) = u - a$$

ن ن
ن-1 ن-2 1-1
(u-a) = u-a

ن ص ا حدود

$$u - a = 2 - 0 = 2$$

$$(2-0)(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) =$$

$$= 2 + 0$$

$$(2+0)(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) =$$

لا حفظ + - + - + -

سؤال 13

$$\frac{1 - v^n}{1 - v}$$

اكل

$$\frac{(1 - v^n)(1 + v + v^2 + v^3 + v^4 + v^5 + v^6 + v^7 + v^8 + v^9 + v^{10})}{1 - v}$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 11$$

سؤال 14

$$\frac{u - a}{v - u} = \frac{2 - 0}{0 - 2} = -1$$

$$= -1(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10) =$$

$$= -1(55) = -55$$

$$= 10 \times 16 = 160$$

بشكل عام

$$u - a = \frac{u - a}{v - u} \times (u - a)$$

$$u - a = \frac{u - a}{v - u} \times (u - a)$$

سؤال

$$\frac{1 - v^9}{1 - v} = \frac{1 - v^9}{1 - v}$$

سؤال 15

$$\frac{1 - v^n}{1 - v} = \frac{1 - v^n}{1 - v}$$

اكل

$$= \frac{1 - v^n}{1 - v}$$

$$= \frac{1 - v^n}{1 - v}$$

نقري ان ص = ص

عند ص = 1 فان ص = 1

$$= \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{\frac{1}{2}} = 2(1 - \frac{1}{2^n}) = 2 - \frac{2}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{u - p + u + p}{x - x} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

حاجة المقام = صفر ← كما يلزم = صفر

$$= u - p + p \leftarrow$$

$$\textcircled{1} \dots \dots = u - p$$

باستخدام الصيغة التركيبية

$\begin{array}{r} u - p \\ p \\ \hline u - p \end{array}$	$\begin{matrix} u \\ p \\ p \\ \hline p \end{matrix}$	$\boxed{2}$
---	---	-------------

$$\frac{1}{x} = \frac{p(u - p)}{(x - p)(x + p)} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$1 = p \leftarrow \frac{1}{x} = \frac{p}{x}$$

تعويضها في ①

$$x = u \leftarrow \dots = u - 1 \times x$$

$$\frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{(1 + \dots + \frac{1}{x})}{(1 + \dots + \frac{1}{x})} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{p(1 + \dots + 1 + 1)}{(1 + 1 + 1 + 1)} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{p}{n} = \frac{1 \times p}{1 \times n} =$$

مثال ②

$$\frac{1}{x} = \frac{u - p}{(x - p)(x + p)} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

ما وجدته هو $u - p$

الحل توحيد المقامات

$$\frac{1}{x} = \frac{p(u - p) - (x - p)u}{(x - p)(x + p)} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{(u - (x + p))}{(x - p)(x + p)} \leftarrow \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

ملاحظة

← عليه توحيد المقام

$$\frac{1}{x} = \frac{u}{(x - p)(x + p)}$$

مسألة ٧

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}$$

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}$$

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}$$

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}$$

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1}{(1 + 1)(1 + 1)}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{1 + 1 + 1}$$

حل آخر بالتعويض

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}$$

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}$$

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x} = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}$$

مسألة ٨

$$1 = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x}$$

اذا كانت كذا

او بصيغة ن ؟

$$1 = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}$$

$$1 = \frac{1 - \sqrt{x}}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})}$$

$$1 = \frac{1}{(1 + 1)(1 + 1)}$$

سؤال ٩

اَبْتِ ان

$$\begin{aligned} & \text{كها} = \frac{1+n}{s-1} - s(1+n) = \text{صفر} \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} & \text{كها} = \frac{1+n}{s-1} - n s - s \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{كها} = \frac{1+n}{s-1} + \frac{1+n}{s-1} - n s \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{كها} = \frac{s(1-n)}{s-1} + \frac{n(1-s)}{s-1} \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$1 \times n + n \times 1 =$$

$$= n - n = \text{صفر}$$

سؤال ١٠

$$\begin{aligned} & \text{اذا كانت كها} = \frac{1-n}{s-1} = n \text{ ص} \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

فما قيمة الثابت ن اذا كانت

$$\begin{aligned} & \text{كها} = \frac{s+s-6}{1-n+s-0} \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

الحل

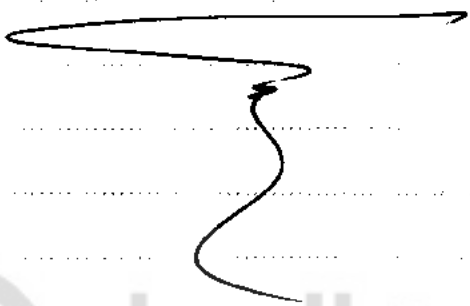
$$\begin{aligned} & \text{تفرض ص} = \sqrt{1+s+s-0} \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{كها} = \frac{1+n}{s-1} = \frac{1+6}{s-1} \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{كها} = \frac{1-n}{s-1} \\ & \text{ص} \leftarrow 1 \quad \text{س} \leftarrow 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{ومن احصيات} \\ & \text{ع} = \text{ن} \end{aligned}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات وتمارين الكتاب

① تدريب ① ص ٣١

جدد هنا $\frac{2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$ ← ٣ ← ٣

اكل

= $\frac{(2 - \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}$ ← ٣ ← ٣
 $= \frac{6 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 3}{9 - 3} = \frac{3 - 5\sqrt{3}}{6}$

٢. جدد هنا $\frac{(\frac{1}{20} - \frac{2}{5})}{(\frac{1}{20} - \frac{2}{5})}$ ← ٥ ← ٥
اكل

توحيد مقامات

= $\frac{1}{20 - 8} \times \frac{10 - 4\sqrt{5}}{5}$

= $\frac{1}{12} \times \frac{(10 - 4\sqrt{5})}{5}$ ← ٥ ← ٥

= $\frac{1}{12} \times \frac{2 - \sqrt{5}}{5}$

= $\frac{2 - \sqrt{5}}{60} = \frac{2 - \sqrt{5}}{10 \times 6} = \frac{1 - \sqrt{5}}{30}$

② تدريب ② ص ٣٤

جدد هنا $\frac{2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$ ← ٣ ← ٣

الحل

القسمية التكريرة
 جدد هنا $\frac{2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$ ← ٣ ← ٣
 $= \frac{6 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{9 - 3} = \frac{3 - 5\sqrt{3}}{6}$

= $\frac{(2 - \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})}{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}$

= $\frac{6 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 3}{9 - 3} = \frac{3 - 5\sqrt{3}}{6}$

③ تدريب ④ ص ٣٦

جدد هنا $\frac{2 - \sqrt{1 + \sqrt{3}}}{\sqrt{3} - \sqrt{1 + \sqrt{3}}}$ ← ٣ ← ٣

اكل
 $\frac{(2 - \sqrt{1 + \sqrt{3}})(\sqrt{3} + \sqrt{1 + \sqrt{3}})}{(\sqrt{3} - \sqrt{1 + \sqrt{3}})(\sqrt{3} + \sqrt{1 + \sqrt{3}})}$

= $\frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{1 + \sqrt{3}} - 3 - \sqrt{3}}{3 - 1 - 3 + 3} = \frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{1 + \sqrt{3}} - 3 - \sqrt{3}}{-1}$

= $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = 1$

④ س ا تمارين مسائل ص 37

بدلا من النهايات الآتية

أ) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{81 - (1+x)^2}{x - 8}$

الحل

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(9+1+x)(9-1+x)}{x-8}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(10+x)(8-x)}{x-8}$$

$$= \frac{18}{1} = 18$$

ب) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2}{\frac{1}{x} - 5}$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-3x^2)(1-x)}{1-x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-3x^2)(1-x)}{\frac{1}{x} - 5}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1-3x^2)(1-x)}{\frac{1}{x} - 5}$$

$$= (1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}) \times 2$$

$$= 2 \times (1+1+1) = 6$$

ج) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{4+5x}}{\sqrt{x} - 5}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{4+5x}}{x + \sqrt{4+5x}} \times \frac{x - \sqrt{4+5x}}{\sqrt{x} - 5}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16 - 4 + 5x}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+16}}$$

د) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt{20+5x}}{2 - 5}$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(9 + \sqrt{20+5x})^2 + (\sqrt{20+5x})^2}{(9 + \sqrt{20+5x})^2 + (\sqrt{20+5x})^2} \times \frac{2 - \sqrt{20+5x}}{2 - 5}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \sqrt{20+5x}}{2 - 5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{9+9+9} = \frac{1}{27}$$

$$e) \text{ كما } \frac{1}{s} \left(\frac{1}{s-6} - \frac{1}{s+5} \right)$$

اكل

نوصيه بقفحات

$$\text{كما } \frac{1}{s} \left(\frac{s-s+5-6}{(s-6)(s+5)} \right)$$

$$= \text{كما } \frac{1}{s} \left(\frac{s-1}{(s-6)(s+5)} \right)$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{(s-6)(s+5)}$$

$$z) \text{ كما } \frac{2}{s-5} + \frac{1}{s}$$

اكل

$$\text{كما } \frac{2}{s-5} + \frac{1}{s} = \frac{2s + (s-5)}{s(s-5)}$$

$$= \frac{3s-5}{s(s-5)}$$

$$\frac{3s-5}{s(s-5)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-5}$$

$$\frac{3s-5}{s(s-5)} = \frac{A(s-5) + Bs}{s(s-5)}$$

$$\frac{1}{4s} = \frac{1}{12(9+9+9)}$$

$$و) \text{ كما } \frac{3s^2 + 5s - 4}{s-1}$$

اكل

قسمة تركيب

	s^2	s	s	صدايت
3	0	1	1	4
2	1	1	1	2
0	4	1	1	0
	4	5	2	

$$\text{كما } = \frac{(s-1)(s+5+4)}{(s+1)(s+1)}$$

$$3 = \frac{7}{2} = \frac{4+1+1}{1+1}$$

$$e) \text{ من } 37 \text{ صر}$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{اذا كانت} \\ & \frac{3s^2 - 5s + 2}{s-1} = \frac{As + B}{s-1} \end{aligned} \right\} \text{ ل (س)}$$

حقيقة ن عمّا بان

كما ل (س) موجودة

يتبع اكل

الحل

$$\begin{matrix} \text{كها ل (س)} & = & \text{كها ل (س)} \\ \leftarrow 1 & & \leftarrow 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{كها} & = & \frac{3س - 5س + 2}{س - 2 + 1} \\ \leftarrow 1 & & \leftarrow 1 \end{matrix}$$

$$\frac{(3س - 5س + 2)}{(س - 1)}$$

$$U = \frac{2 - 1 \times 3}{1 - 1 \times 3}$$

$$1 = U \leftarrow U = \frac{1}{1}$$

⑥ سن حد 37

حد كذا من النهايات الآتية

$$\begin{matrix} \text{كها} & \text{ا س} & \text{ا س} & \text{ا س} \\ \leftarrow 1 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 \end{matrix}$$

اكل

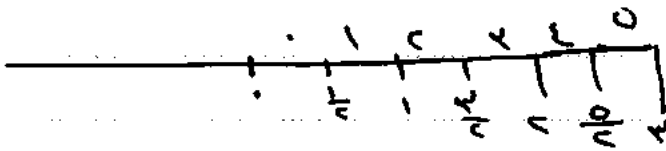
$$\begin{matrix} \text{ا س} & \text{ا س} & \text{ا س} \\ \leftarrow 3 & \leftarrow 3 & \leftarrow 3 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{كها} & = & \frac{1 - 3 - 3}{2 - 3} \\ \leftarrow 1 & & \leftarrow 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{كها} & = & \frac{1}{1} \\ \leftarrow 1 & & \leftarrow 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{كها} & \text{س} & \text{س} & \text{س} \\ \leftarrow 1 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{كها} & \text{س} & \text{س} & \text{س} \\ \leftarrow 1 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 \end{matrix}$$



$$\begin{matrix} \text{كها} & \text{س} & \text{س} & \text{س} \\ \leftarrow 1 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{كها} & \text{س} & \text{س} & \text{س} \\ \leftarrow 1 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{كها} & \text{س} & \text{س} & \text{س} \\ \leftarrow 1 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 & \leftarrow 2 \end{matrix}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

$$\frac{\sqrt{\frac{v}{v+3}}}{\sqrt{\frac{v-3}{49-v}}} = \frac{\sqrt{v-3}}{\sqrt{49-v}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{49-v}} =$$

كفا $\frac{\sqrt{v-3}}{\sqrt{49-v}}$ غير موجود 0

كفا $\frac{\sqrt{v-3}}{\sqrt{49-v}}$ غير موجود 0

$$\frac{\sqrt{49-4v+3v^2}}{v-2}$$

اكل

$$= \frac{\sqrt{v^2-9}}{v-2}$$

$$= \frac{v-3}{v-2}$$

اكل

$$\frac{v-3}{v-2} = \frac{v-3}{v-2}$$

$$\frac{v^2-4v+3}{v-1}$$

اكل

$$\frac{v-3}{v-2} = 1$$

اكل

$$\frac{(v+3)(v-4)}{(v+3)(v-1)} = \frac{v-4}{v-1}$$

اكل

$$\frac{\sqrt{49-4v+3v^2}}{v-2}$$

$$\frac{(v+3)(v-4)}{(v+3)(v-1)(v-1)}$$

$$\frac{\sqrt{v-3}}{\sqrt{49-v}}$$

$$\frac{v^2-4v+3}{(v-1)^2}$$

اكل

$$\frac{v-3}{v-2} = \frac{v-3}{v-2}$$

$$\frac{v^2-4v+3}{(v-1)^2} = \frac{v^2-4v+3}{(v-1)^2}$$

$$\frac{v^2-4v+3}{(v-1)^2} = \frac{v^2-4v+3}{(v-1)^2}$$

$$\frac{1-1}{1} = \frac{(v-3)(v-1)}{1 \times (v-1)(v-1)}$$

اكل

$$\frac{v-3}{v-2} = \frac{v-3}{v-2}$$

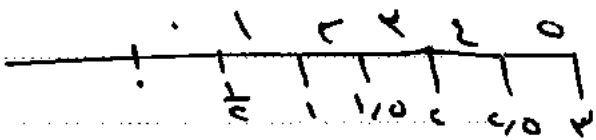
⑧ من 3^8

ما مجموعة M التي تجعل

$$K = [3] = ?$$

اقل

طول العدد $3 = \frac{1}{3}$ $[3]$



$$\left. \begin{array}{l} 1 \geq \frac{1}{3} \\ 2 \geq \frac{2}{3} \\ 3 \geq 1 \\ 4 \geq \frac{4}{3} \\ 5 \geq \frac{5}{3} \end{array} \right\} = [3]$$

$$P \ni \left(\frac{3}{6}, 2\right)$$

⑨ من 3^8

إذا كان $\frac{3-s}{s+3} = s$ $s < 3$
 s $s < 3$

مجموعة K التي تجعل

K $s < 3$ موجوده

$s < 3$

يتبع اقل

⑤ من 3^8 عناصر ومسائل

$$\frac{3^8 - 3^7}{3^8 - 3^6}$$

اقل

$$\frac{3^8 - 3^7}{3^8 - 3^6} = \frac{3^7(3-1)}{3^6(3^2-1)} = \frac{3^7 \cdot 2}{3^6 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3^8 - 3^7}{3^8 - 3^6} = \frac{3^7(3-1)}{3^6(3^2-1)}$$

$$= \frac{3^7 \cdot 2}{3^6 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3^8 - 3^7}{3^8 - 3^6} = \frac{3^7(3-1)}{3^6(3^2-1)}$$

$$= \frac{3^7 \cdot 2}{3^6 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{3^8 - 3^7}{3^8 - 3^6} = \frac{3^7(3-1)}{3^6(3^2-1)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 16}{2 \cdot 8 \cdot 16} = \frac{32}{256} = \frac{1}{8}$$

11) س٣ من س٣

$$\frac{\text{كفا } (49) - \text{س}}{\text{س} - 1} \leftarrow \text{س}$$

العلل

$$\frac{\text{كفا } ((\text{س})) - \text{س}}{\text{س} - 1} \leftarrow \text{س}$$

ص٣ = ٧ ← س٣ . فان ص ← ١

$$\frac{\text{كفا ص}^3 - \text{ص}}{\text{ص} - 1} = \frac{\text{كفا ص}^3 - \text{ص}}{\text{ص} - 1} = \frac{\text{كفا ص}^3 - \text{ص}}{\text{ص} - 1} \leftarrow \text{ص}$$

12) س٣ من س٣

اذا كان P ∈]0, 3[وكان

$$\left. \begin{aligned} \text{ص}^3 - \text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س} - 1 &= (\text{س} - 1) \\ \text{ص}^3 - \text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س} - 1 &= (\text{س} - 1) \end{aligned} \right\}$$

فخذ قيم P ∈]0, 3[التي تجعل

كفا ص (س) موجوده
س ← ١ يتبع اكل

$$\leftarrow \text{كفا } \frac{\text{س}^2 - \text{س}}{\text{س} + \text{س}} = \text{كفا } \frac{\text{س}^2 - \text{س}}{\text{س} + \text{س}}$$

$$\text{كفا } \frac{(\text{س} - 1)(\text{س} + 1)}{\text{س} + \text{س}}$$

$$\text{ل} - \text{ل} = \text{س} = \text{س} \leftarrow \text{ل} = \text{ل} - 1$$

13) س٣ من س٣

$$\frac{\text{كفا } \frac{\text{س}^3}{\text{س}^2 - 4} + \frac{\text{س}}{\text{س} - 4}}{\text{س} - 2} \leftarrow \text{س}$$

كيفية صفاقات

$$\left(\frac{\text{كفا } \frac{\text{س}^3}{\text{س}^2 - 4} + \frac{\text{س}}{\text{س} - 4}}{\text{س} - 2} \right)$$

$$\text{كفا } \frac{\text{س}^3 + \text{س}^2 - \text{س}}{\text{س}^2 - 4} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{كفا } \frac{\text{س}(\text{س} - 3)}{\text{س}(\text{س} - 4)} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{كفا } \frac{\text{كفا } \frac{\text{س}^3}{\text{س}^2 - 4} + \frac{\text{س}}{\text{س} - 4}}{\text{س} - 2} = \frac{1}{7}$$

(13) من ص 38

إذا كانت كما $0 = \frac{3s^2 - 5s - 6}{s - 2}$

أوجد قيم s, p ؟

الحل

كتابة المقام = كتابة البسط =

$3s^2 - 5s - 6 = (s - 2)(ps + q)$

① $3s^2 - 5s - 6 = ps^2 + qs - 2ps - 2q$

مقارنة التراكيب

مدتان	s	s^2	
$7 -$	$5 -$	3	□
$5s - 6$	ps		
$7 - 5s - 6$	$ps - 2q$	p	

$0 = (s - 2)(ps + q)$

$0 = s - 2ps + q - 2q$

② $0 = s - 2ps + q - 2q$

بالطرح $7 - 5s - 6 = 3s^2 - 5s - 6$

$1 - 2ps = 1 - 2ps$

نعوض في ① $7 - 5s - 6 = 3s^2 - 5s - 6$

$7 - 5s - 6 = 3s^2 - 5s - 6$

$1 = p$

الحل

كما $0 = \frac{3s^2 - 5s - 6}{s - 2}$

كما $0 = \frac{3s^2 - 5s - 6}{s - 2}$

كتابة المقام = كتابة البسط =

$3s^2 - 5s - 6 = (s - 2)(ps + q)$

□ $3s^2 - 5s - 6 = ps^2 + qs - 2ps - 2q$

كما $3s^2 - 5s - 6 = (s - 2)(ps + q)$

مدتان	s	s^2	
$3 -$	$5 -$	3	□
$5s - 6$	ps		
$3 - 5s - 6$	$ps - 2q$	p	

كما $0 = (s - 2)(ps + q)$

$0 - 2 = 3 - 1 + 1$

$0 - 2 = 1 -$

$4 = 2$

15) س من ٧٣ عابرين مراجعة

به كلاً من النهايات التالية

4) $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^3 - 4s}{s^2 - 4}$

اقل
 $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s^3 - 4s}{s^2 - 4}$
 $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{s(s^2 - 4)}{s^2 - 4}$
 $\lim_{s \rightarrow 2} s = 2$

$\frac{1}{3} = \frac{2^3}{27} = \frac{8 \times 3}{17+17+17} =$

5) $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1-s}$

نوجد مقام
 $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1-s}$

$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1-s} \times \frac{1-s}{1-s} =$

$\lim_{s \rightarrow 1} \frac{1-s}{1-s^2} =$
 $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{1-s}{(1+s)(1-s)} =$
 $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{1+s} = \frac{1}{2}$

12) س من ٣٨

اذا كانت $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2} = 9$

وكان $\lim_{s \rightarrow 2} f(s)$ كثر حدود أو حد

4) $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2}$

5) $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2}$

اقل
 كتابة مقام = $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2} =$

$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2} = 0 + 0 = 0$

$\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2} = 0 = 0 - 0 = 0$

6) $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2}$

$9 = 4 + 0 = 4$

7) $\lim_{s \rightarrow 2} \frac{5s + 0}{s^2 + 2s - 2}$

$9 = 4 + 5 = 9$

$9 = 4 - 5 = 9$

$$\frac{1 + \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} \cdot \frac{1 + \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}}$$

$$1 = \frac{1 + \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} = \frac{1 + \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} \cdot \frac{1 - \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}}$$

$$1 = \frac{1 - \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} = \frac{1 + \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} \cdot \frac{1 - \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}}$$

← كما $\sqrt{1 + c + c + c}$ في صورة

$$\frac{|3 - \sqrt{c}| - |2 - \sqrt{c}|}{\sqrt{c}}$$

اكمل

$$\frac{3 - \sqrt{c}}{\sqrt{c}} - \frac{2 - \sqrt{c}}{\sqrt{c}}$$

$$= \frac{3 - \sqrt{c} - 2 + \sqrt{c}}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} \cdot \frac{1 - \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}}$$

$$= \frac{1 - 2\sqrt{c} + c}{1 - c}$$

$$= \frac{1 - c}{c(1 - \sqrt{c})}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{c} + c + c + c + c)(1 - \sqrt{c})}{c(1 - \sqrt{c})}$$

$$\frac{\sqrt{1 + c + c + c}}{1 + \sqrt{c}}$$

اكمل

$$\frac{\sqrt{(1 + \sqrt{c})(1 + \sqrt{c})}}{1 + \sqrt{c}}$$

$$= \frac{\sqrt{(1 + \sqrt{c})^2}}{1 + \sqrt{c}} = \frac{1 + \sqrt{c}}{1 + \sqrt{c}} = 1$$

16) من اختبار ذاتي ص 74

فرع (3)

$$\frac{100 - (1 + \sqrt{5})^3}{c + s^2 - (c - s) - s}$$

$c \leftarrow s$

اكل

$$\frac{100 - (1 + \sqrt{5})^3}{s^2 - (c - s) + (c - s) - s}$$

افراج
 $c - s$
كامل

$c \leftarrow s$

$$\frac{(1 + \sqrt{5})(0 - 1 + 0) + (1 + \sqrt{5})^2 + (1 + \sqrt{5})^3}{(c - s)(1 - s)}$$

$c \leftarrow s$

$$= \frac{(c + c + c)(3 - \sqrt{5})}{(c - s)(1 - s)}$$

$c \leftarrow s$

$$= \frac{100}{3} = \frac{100 \times (c - s)}{(1 - \sqrt{5})(c - s)}$$

$$0 =$$

فرع (5)

$$\frac{1}{1 + \sqrt{5}} \left(1 + \frac{1}{1 + \sqrt{5}} \right)$$

$1 \leftarrow s$

يتبع اكل \leftarrow

$$\frac{0 - \sqrt{1 + s}}{s \leftarrow s \quad 100 - s}$$

اكل

$$\frac{0 - \sqrt{1 + s}}{s \leftarrow s \quad 100 - s} \times \frac{(1 + \sqrt{5})^2 + (1 + \sqrt{5}) + c + s}{(1 + \sqrt{5})^2 + (1 + \sqrt{5}) + c + s}$$

$$\frac{100 - s}{(c + c + c)(1 - \sqrt{5})}$$

$$\frac{1}{100} =$$

$$\frac{[s] - s}{s \leftarrow s \quad 2 - s}$$

$$[s] = \frac{1}{1} \quad \frac{1}{1} \quad \frac{1}{1}$$

$$= \frac{1}{2} = \frac{s}{(c + s)(c - s)}$$

$$= \text{كفا} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3+s}}$$

$$\leftarrow \begin{array}{l} 1 \\ 3-s \end{array}$$

$$= \frac{3-s-2}{2 \times (3+s)}$$

$$\leftarrow \begin{array}{l} 1 \\ 3-s \end{array}$$

$$= \text{كفا} \frac{1}{2 \times (3+s)}$$

$$\leftarrow \begin{array}{l} 1 \\ 3-s \end{array}$$

$$= \frac{1}{16}$$

الحل

توحيد مقامات

$$= \text{كفا} \frac{1}{1+s} \left(\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + 1 \right)$$

$$\times \left(\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + 1 \right) \frac{1}{1+s}$$

$$\leftarrow \begin{array}{l} 1 \\ (1+\sqrt{2}) + (1+\sqrt{2}) + 1 \end{array}$$

$$= \frac{1}{(1+\sqrt{2}) + (1+\sqrt{2}) + 1}$$

$$= \text{كفا} \frac{1}{(1+s)(1+1+1)}$$

$$= \text{كفا} \frac{1}{3} \times \frac{1}{1+s}$$

$$= \text{كفا} \frac{1}{3} \times \frac{1}{1+s} = \frac{1}{3}$$

١٧) من اختيار ذاتي ص ٧٨

$$\textcircled{5} \text{ كفا} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3+s}}$$

$$\leftarrow \begin{array}{l} 1 \\ 3-s \end{array}$$

الحل

$$\frac{3-s}{3-s} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3+s}}$$

$$\frac{3-s}{3-s} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3+s}}$$

$$\frac{3-s}{3-s} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3+s}}$$

$$\frac{1}{1-s}$$

أسئلة الوزارة

سؤال ① وزارة (٥، ٨) متوالية

① اوجد أيضا u_6 و u_8 و u_{10}
 س. $u_6 = 3 - 5 = -2$

اكل :
 هنا $u_6 = (3 + 5) = 8$
 س. $u_9 = (5 - 2) = 3$

② اذا كانت
 هنا $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$
 فجدية u_5 ؟

اكل
 تعويض مقام = \leftarrow تعويض بسط =

$u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$
 ① $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$

فئة تركيب

	u_5	u_6	u_7
	$5 + 5$	$5 + 5$	5
+	$5 + 5 + 5$	$5 + 5 + 5$	5

هذا $u_5 = (5 + 5 + 5) = 15$
 س $u_5 = 15$

$u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$
 ② $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$

الطرح $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$
 $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$

$u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$
 تعريفياً في ①

$u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$
 $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$

سؤال ③ وزارة (٥، ٨) متوالية

اذا كان u_5 اقدار كثير حدود
 وكانت هنا $u_5 = (5 + 5) = 10$
 س $u_5 = 10$

وكانت هنا $u_5 = (5 + 5) = 10$
 س $u_5 = 10$

جدية الثابت u_5 ؟

اكل
 هنا المقام = \leftarrow هنا بسط =

هذا $u_5 = (5 + 5) = 10$
 س $u_5 = 10$

هذا $u_5 = (5 + 5) = 10$
 ا جواب $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$
 $u_5 = 5 + 5 + 5 = 15$

سؤال ٣ وزارة (٥.١٠) متوية

اذا كان $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ فكم عدد

مكانة $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ؟

وكانت $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ؟

او عدد قيمته اثنان ٥

اكل

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ هو عدد ٥

زيادة مقام = $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

سؤال ٤ وزارة (٥.١١) متوية

او عدد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ؟

اكل

توصيد مقامات

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x} \right)$

اكل

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+x}}{1+x}$

سؤال ٥ وزارة (٥.١١) متوية

اذا كانت $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ فكم عدد

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ؟

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ؟

اكل

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = 0 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

تبع اكل

$$\frac{\sqrt{1+s} + (1-s)}{\sqrt{1+s} + (1-s)} \times \frac{s-3}{1+s-\sqrt{1+s}}$$

← 3

$$\frac{(s-3)(1-s) \times (1-s)}{(1+s) - (1-s)}$$

← 3

$$\frac{(s-3)(s+3)}{1-s-1+s-\sqrt{1+s}}$$

← 3

$$\frac{4 \times (s-3)}{s-3}$$

← 3

= 4

سؤال 7) وزارة (0.13) صيغة

$$\frac{\sqrt{1+s} - \sqrt{1+s}}{\sqrt{1+s} - \sqrt{1+s}}$$

← 3

$$\frac{\sqrt{1+s} + \sqrt{1+s}}{\sqrt{1+s} + \sqrt{1+s}} \times \frac{\sqrt{1+s} - \sqrt{1+s}}{\sqrt{1+s} - \sqrt{1+s}}$$

← 3

$$\frac{(1+s) - (1+s)}{(1+s) - (1+s)}$$

← 3

$$\frac{1-s-1+s}{(1+s) - (1+s)}$$

← 3

$$\frac{1-s}{1+s} = \frac{1-s}{1+s}$$

← 3

$$\begin{array}{c|c} 0 & s-p \\ \hline s+p & p-p \end{array}$$

1)

$$\frac{0-s+p}{s+p} \times \frac{s-p-p}{s-p-p}$$

$$V = \frac{(s-p-p)(1+s)}{s+p}$$

← 3

$$0 = s-p-p$$

$$\textcircled{C} \dots V = s-p$$

$$\begin{aligned} 0 &= s+p \\ V &= s-p \end{aligned}$$

← 3

$$s = p \quad V = 0 - p$$

$$s = p \quad \text{تعويض}$$

$$s = 0 - s + p$$

$$s = 0 - s + p$$

سؤال 6) وزارة (0.14) شتوية

$$\frac{s-3}{1+s-\sqrt{1+s}}$$

← 3

$$\frac{s-3}{1+s-\sqrt{1+s}}$$

← 3

$$\frac{s-3}{1+s-\sqrt{1+s}}$$

← 3

سؤال ٨ وزارة (٢٠١٤) شعبة

١) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$

اكثر
هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + 2) + (-4)}{x - 4}$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)(x - 4)}$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{-2} = -2$

$\frac{1}{-}$

٢) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 - 1}{0 + 1} = -1$

هنا $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

هنا $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} = 1$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + 2) + (-4)}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x - 4} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

٣) اذا كان $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$
اذا كان $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$

هنا $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4}$
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2}{x - 4} = 0$

سؤال 15 وزارة (٢٠١٥) شتوية

$$\frac{3+s}{9-\sqrt{9-s^2}}$$

اكل
 $\frac{3+s}{9-\sqrt{9-s^2}} \times \frac{3+s}{3+s}$

$$\frac{(3+s)(3+s)}{(9-\sqrt{9-s^2})(3+s)}$$

$$\frac{(3+s)(3+s)}{9+\sqrt{9-s^2}}$$

$$\frac{7-x(3+s)}{9+\sqrt{9-s^2}}$$

$$\frac{7-x(3+s)}{(3+s)(3+s)}$$

$$1 = \frac{7-x}{3+s} = \frac{7-x}{3+s}$$

سؤال 9 وزارة (٢٠١٤) صيفية

$$\frac{10-s-\sqrt{10-s^2}}{10-s-\sqrt{10-s^2}}$$

اكل
 $\frac{10-s-\sqrt{10-s^2}}{10-s-\sqrt{10-s^2}}$

$$\frac{10-s-\sqrt{10-s^2}}{10-s-\sqrt{10-s^2}}$$

$$\frac{10-s-\sqrt{10-s^2}}{(10-s-\sqrt{10-s^2})(10-s-\sqrt{10-s^2})}$$

$$\frac{10-s-\sqrt{10-s^2}}{16-x(3+s)(3+s)}$$

$$\frac{1}{11} = \frac{16}{16 \times 11}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

سؤال 16 وزارة (2016) مستوى

$$\frac{6 - s + 1}{s^2 - 9}$$

اكل

$$\frac{6 - s + 1}{s^2 - 9} \times \frac{s + 6 + s + 1}{s^2 - 9}$$

$$= \frac{6 - s + 1}{(s^2 - 9)}$$

$$= \frac{6 - s + 1}{(s^2 - 9)}$$

طريقة كرسية

	s	s	s	
26	0	1	1	3
26	10	2		
0	10	2	1	

$$= \frac{10 \times (s - 3) + 1}{(s^2 - 9)}$$

$$= \frac{11}{s^2 - 9} = \frac{11}{(s-3)(s+3)}$$

سؤال 17 وزارة (2015) صيغة

$$\left(\frac{s^2 + 5s + 3}{s - 3} - \frac{s^2 + 5s + 9}{s - 4} \right)$$

اكل

توحيد المقامات

$$\left(\frac{(s^2 + 5s + 3)(s - 4) - (s^2 + 5s + 9)(s - 3)}{(s - 3)(s - 4)} \right)$$

$$= \frac{(s^2 + 5s + 3)(s - 4) - (s^2 + 5s + 9)(s - 3)}{(s - 3)(s - 4)}$$

$$= \frac{(s^2 + 5s + 3)(s - 4) - (s^2 + 5s + 9)(s - 3)}{(s - 3)(s - 4)}$$

$$= \frac{(s^2 + 5s + 3)(s - 4) - (s^2 + 5s + 9)(s - 3)}{(s - 3)(s - 4)}$$

$$= \frac{18 + 5s - 9}{(s - 3)(s - 4)}$$

$$= \frac{9 + 5s}{(s - 3)(s - 4)}$$

$$= \frac{9 + 5s}{(s - 3)(s - 4)}$$

مثال (١٣) وزارة (٢٠١٦) صفيـه

$$\frac{7 - \sqrt{9s}}{3 + \sqrt{s}} \quad s < 9$$

اكمل

$$\frac{7 + \sqrt{9s}}{7 + \sqrt{9s}} \times \frac{7 - \sqrt{9s}}{3 + \sqrt{s}} \quad s < 9$$

$$\frac{(7 + 3\sqrt{s}) - (7 - 3\sqrt{s})}{(7 + 3\sqrt{s}) + (7 - 3\sqrt{s})} \times \frac{7 - \sqrt{9s}}{3 + \sqrt{s}}$$

$$= \frac{(9 + 9 + 9) \times (7 - \sqrt{9s})}{(7 + 3\sqrt{s}) \times (7 + 3\sqrt{s})}$$

$$= \frac{9 - \sqrt{9s}}{12 \times \sqrt{s} + 9s}$$

$$\frac{9 - \sqrt{9s}}{12}$$

ورقة عمل

ضايحة اقتريانات كسرية

المسؤال الأول

المسؤال الثاني

١) اذا كانت $h = \frac{3 - (s) + 5}{0 - s}$ $s < 5$

٢) اذا كانت $h = \frac{0 - p + 2s + 4}{2 - s}$ $s < 2$

جد h $(\frac{5 - (s) + 2}{0 - s} + |s - 1|)$ $s < 5$

موجوده او صفة p ؟

٣) اذا كانت $h = \frac{9 + (s)}{s + 2}$ $s < 3$

٤) اذا كانت $h = \frac{7 - (s) + 1}{1 - s}$ $s < 1$
جد صفة p ؟

اد h $(\frac{1 - s}{s - 1} - (1 + s))$ $s < 1$

٥) اذا كانت $h = \frac{p - s}{p - s + 1}$ $s < p$
او صفة p

٦) اذا كان $h = \frac{1 - (s)}{s}$ $s < 2$
او صفة $h = \frac{1 - (s)}{s}$ $s < 2$

٧) اذا كانت $h = \frac{5 + 3s + p}{1 - s}$ $s < 1$
او صفة p

٨) اذا كانت $h = \frac{(s)}{9 - s}$ $s < 3$

٩) اذا كانت $h = \frac{2 - s}{2 - s + p}$ $s < 2$
غير موجوده او صفة p ؟

فاوجد $h = \frac{(s)}{3 - s}$ $s < 3$

السؤال الرابع

أوجد قيمة النهايات التالية

① $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt{x} - 3}$

② $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - [x]}{1 - x}$

③ $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x}{x-1}}$

④ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[x] + 3}{x}$

⑤ $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 5x + 4}$

⑥ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x} - 1}{x - 1}$

⑦ $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{1 - \sqrt{x}}{9 - x}$

⑧ $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{3}{x-3} + \frac{x}{9-x} \right)$

السؤال الثالث

① إذا كانت

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (2x - 1)}{x - 1} = 7$

فما قيمة $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x}$ ؟

② إذا كانت

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (2x - 1)}{x - 2} = 7$

أوجد قيمة $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x}$ ؟

③ إذا كانت

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) = \frac{1}{2}$

أوجد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x}$

④ إذا كانت

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(1 + \sqrt{x})^n} = 1$

أوجد قيمة n

السؤال الخامس

اوجد النهايات التالية

① $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$

② $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}{x - 2}$

③ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+1} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)$

④ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{1-x}}$

⑤ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} \sqrt{x}$

⑥ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x+1}}$

⑦ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x-1} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right)$

⑧ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right)$

⑨ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - (x-1)^3}{x - 2}$

⑩ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 7x^2 + 9x + 1}{x^3 - 2x^2 - 5x}$

⑪ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - 1}{x - 1}$

⑫ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + (x-3)\sqrt{x} - 1}{x - 3}$

⑬ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\left(x + \frac{1}{x} \right) \left(x - \frac{1}{x} \right)}{x^2 - 4}$

⑭ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - (1+x)^3}{x^2 + \sqrt{x} - 1}$

⑮ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + 1}{x^3 - 7}$

⑯ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}$

⑰ $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$

السؤال السابع

Ⓐ اثبت ان

$$\sqrt[3]{\frac{3}{P}} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{P}}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{P^2}} \quad \text{كها} \quad \leftarrow P$$

ⓑ اثبت ان

$$\frac{9}{3c} = \frac{c - \sqrt{c^2 + 5c + 5}}{c - 5} \quad \text{كها} \quad \leftarrow c$$

Ⓒ اذا كانت

$$\frac{c-5}{3c-5} \quad \text{كها} \quad \leftarrow c$$

أوجد صيغة P

Ⓓ

اذا كانت

$$c - 1 = \frac{c}{1+c} \quad \text{كها} \quad \leftarrow c$$

خصائصه الابتدائية

صيغة ن عدد صحيح موجب

السؤال السادس

أوجد النهايات التالية

$$\text{Ⓐ} \quad \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{5} + 4 - \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{5}} \quad \leftarrow c$$

$$\text{Ⓑ} \quad \frac{c - \sqrt{c^2 + 5c + 5}}{c - 5} \quad \leftarrow c$$

$$\text{Ⓒ} \quad \frac{c^3 - (1+c)^3 - (1+c)^3}{c^3 - (1+c)^3} \quad \leftarrow c$$

$$\leftarrow c \quad c - 5$$

$$\text{Ⓓ} \quad \frac{c^2 - (c-5)(c-5) - 16}{c^2 - 5} \quad \leftarrow c$$

$$\text{Ⓔ} \quad \frac{c^3 - (1+c)^3 - 1c^3}{c^2 - 5} \quad \leftarrow c$$

$$\text{Ⓕ} \quad \frac{c^3 - (c-5)(c-5) - 1c^3}{c^2 - 5} \quad \leftarrow c$$

$$\text{Ⓖ} \quad \frac{c^3 - (1+c)^3 - (1+c)^3}{c^2 - 5} \quad \leftarrow c$$

نهاية الاقترانات المراتبية

الجزء الأول

نظرية

$$\text{كفا } \frac{P}{n} = 1 \text{ صيا } \leftarrow \text{س: رادوان}$$

نتيجة

$$\text{كفا } \frac{P}{n} = 1 \leftarrow \text{س}$$

برهان النتيجة

$$\frac{\text{كفا } \frac{P}{n}}{\text{س}} = \frac{\text{كفا } \frac{P}{n}}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$= \frac{\text{كفا } \frac{P}{n}}{\text{س}} \times 1$$

$$= \frac{\text{كفا } \frac{P}{n}}{\text{س}} \times 1 \leftarrow \text{س}$$

$$= 1 \times 1 = 1$$

ملاحظة

مقلوب كل من نظرية والنتيجة والحد

$$\text{كفا } \frac{P}{n} = 1 \leftarrow \text{س} \quad \text{كفا } \frac{P}{n} = 1 \leftarrow \text{س}$$

نتائج نظرية

$$\text{① كفا } \frac{P}{n} = \frac{P}{n} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{② كفا } \frac{P}{n} = \frac{P}{n} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{③ كفا } \frac{P}{n} = \frac{P}{n} \leftarrow \text{س}$$

$$\text{④ كفا } \frac{P}{n} = \frac{P}{n} \leftarrow \text{س}$$

ملاحظة

$$\frac{1}{\text{كفا}} = \frac{1}{\text{كفا}}, \quad \frac{1}{\text{كفا}} = \frac{1}{\text{كفا}}$$

$$\frac{\text{كفا}}{\text{كفا}} = \frac{1}{\text{كفا}} = \frac{1}{\text{كفا}}$$

سؤال ①
جد قيمة النهايات التالية

① $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

اكل

$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

$= \frac{0}{0} = 1 \times \frac{0}{0} =$

② $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

$= \frac{0}{0} \times \frac{0}{0} =$

③ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

اكل

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

$= 0 \times 0 = 1.0 =$

④ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

اكل
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$
 $= \frac{0}{0} = 1 - 1 = 1 =$

⑤ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

اكل

$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

$= 0 - 3 = 2 + 0 = 2 =$

⑥ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

$= \frac{0}{0} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} =$

⑦ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

نقطة كد من ليد والمقام على من

$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

$= \frac{0}{0} - \frac{0}{0} =$

ملاحظة هامة

$$\frac{u}{v} \times P \text{ أو } u \times \frac{P}{v} = \frac{u \times P}{v}$$

$$\frac{u}{v} + \frac{P}{v} = \frac{u+P}{v}$$

$$\frac{P}{u} + \frac{P}{v} \neq \frac{P}{u+v}$$

توزيع المقام على البسط

ملاحظة هامة جداً

في توزيع البسط على المقام أو قسمة البسط والمقام على مقدار معين يشترط هنا ان تكون نهاية كل مقدار موجودة وغير ذلك لا يجوز

مثال: $\frac{u}{v} - \frac{1}{v}$ ←

هنا لا نستطيع توزيع البسط على المقام لأن هنا غير موجودة

ولا يجوز قسمة البسط والمقام على س لأن هنا غير موجودة

$$\frac{2}{3} = \frac{0+2-1}{1-3} =$$

⑤ هنا ← هامس + ظاهس
بقسمة البسط والمقام على س

$$= \frac{\frac{2}{س} - \frac{1}{س}}{\frac{1}{س} - \frac{3}{س}}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{0+2} =$$

⑥ هنا ← ظاهس - هامس

بقسمة كل من البسط والمقام على س

$$= \frac{\frac{2}{س} - \frac{1}{س}}{\frac{1}{س}}$$

$$= \frac{\frac{2}{س} - \frac{1}{س}}{\frac{1}{س}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{1-3} =$$

$$\text{كفا} = \frac{\text{صبا} + \text{عباس} - 1 + \text{س} - \text{قباس}}{\text{س}}$$

$$\text{كفا} = \frac{\text{صبا} + \text{عباس} - 1 + \text{س}}{\text{س}}$$

لكل صبا + عباس = 1
 $\leftarrow \text{قباس} - 1 = - \text{عباس}$

$$\text{كفا} = \frac{\text{صبا} + \text{عباس}}{\text{س}}$$

$$= \frac{\text{عباس}}{\text{س}} + \frac{\text{صبا}}{\text{س}}$$

$$= \frac{1}{\text{س}} + \left(\frac{\text{صبا}}{\text{عباس}} \right)$$

$$= - \frac{1}{\text{س}} + 1 + \frac{1}{\text{س}} = \text{صفر}$$

$$\text{كفا} = \frac{0 - 0 - \text{عباس}}{\text{س}}$$

$$\text{كفا} = \frac{0 - \text{عباس}}{\text{س}}$$

$$= \frac{0 - \text{عباس}}{\text{س}}$$

$$= \frac{0 - \text{عباس}}{\text{س}} = \frac{0 - 3}{2} = \frac{-3}{2}$$

سؤال ٥

اوجد النهايات التالية
 $\text{كفا} = \frac{\text{صبا} + \text{عباس}}{\text{س}}$

الحل

$$\text{كفا} = \frac{\text{صبا}}{\text{س}} + \frac{\text{عباس}}{\text{س}}$$

$$= \frac{\text{صبا}}{\text{س}} + \frac{\text{عباس}}{\text{س}}$$

$$= \frac{1}{0} + \frac{1}{0} =$$

$$\text{كفا} = \frac{1 - \text{عباس}}{\text{قباس}}$$

الحل

$$\text{كفا} = \frac{1 - \frac{\text{عباس}}{\text{عباس}}}{\frac{\text{قباس}}{\text{عباس}}}$$

$$= \frac{1 - \frac{\text{عباس}}{\text{عباس}}}{\frac{\text{قباس}}{\text{عباس}}}$$

$$= 1 - 1 = 0$$

$$\text{كفا} = \frac{\text{عباس} + \text{س} - \text{قباس}}{\text{س}}$$

الحل

$$\text{كفا} = \frac{\text{عباس} + \text{س} - \text{قباس}}{\text{س}}$$

الجزء الثاني

$$\frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{هو(س)}} \times \frac{\text{حفا ل(هاو(س))}}{\text{هو(س)}}$$

طريقه اكل

① نقرض ص = هو(س)

② في حالة حفا حاهو(س)
ل(س)

نضرب لبط والتمام في الزاوية
هو(س) بشرط ان هو(س) ←

$$\frac{\text{حفا حاهو(س)} \times \text{هو(س)}}{\text{ل(س)} \times \text{هو(س)}}$$

$$= \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{هو(س)}} \times \frac{\text{ل(هاو(س))}}{\text{ل(س)}}$$

مثال ①

جد قيمة النهايات التاليه

① حفا حاهو(س)
س ← س - 2

$$= \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س-2}} \times \frac{\text{ل(هاو(س))}}{\text{ل(س+2)}}$$

$$= \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س-2}} \times \frac{\text{ل(هاو(س))}}{\text{ل(س)}}$$

نقرض ص = س - 2

$$\text{س ← س - 2}$$

$$= \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س-2}} \times \frac{\text{ل(هاو(س))}}{\text{ل(س)}} = \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س-2}} \times 1 = \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س-2}}$$

③ حفا حاهو(س-2)
س ← س - 2

اكل
حفا حاهو(س-2) × ل(س+2)
س ← س-2 (س+2)

$$= \frac{\text{حفا حاهو(س-2)}}{\text{س-2}} \times \text{ل(س+2)}$$

ص = س - 2
س ← س - 2 فان ص ←

$$= \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س}} \times \frac{\text{ل(هاو(س))}}{\text{ل(س)}} = \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س}} \times 1 = \frac{\text{حفا حاهو(س)}}{\text{س}}$$

④ حفا حاهو(س-1)
س ← س + 2

اكل
حفا حاهو(س-1) × ل(س+2)
س ← س-1 (س+2)

← يتبع اكل

$$\frac{(s+1)(s-1)}{(s+1)(s^2+1)} = \frac{1}{s^2+1}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{12} =$$

$$\frac{1}{(s+1)} \times \frac{(s-1)}{(s-1)} = \frac{s-1}{(s+1)(s-1)}$$

ص = 1 - س
س ← 1 فان ص ←

⑤ $\frac{(s+1)(s-1)}{s}$ ص ←

$$\frac{1}{s+1} \times \frac{s}{s} = \frac{s}{s(s+1)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 1 =$$

$$\frac{(s+1)(s-1)}{s} \times \frac{s}{s} = \frac{(s+1)(s-1)s}{s^2}$$

④ $\frac{(s-1)(s-2)}{(s-1)(s-2)}$ ص ←

$$\frac{(s-1)(s-2)}{(s-1)(s-2)} \times \frac{s-2}{s-2} = \frac{(s-1)(s-2)^2}{(s-1)(s-2)^2}$$

$$\frac{(s+1)(s-1)}{s} \times \frac{s}{s} = \frac{(s+1)(s-1)s}{s^2}$$

ص = 3
ص ← 3 فان ص ←

يفرض ص = 2 - س
ص ← 2 فان ص ←

يفرض ص = 1 - س
ص ← 1 فان ص ←

$$3 \times \frac{s}{s} = 3$$

$$3 = 2 \times 1 =$$

⑥ $\frac{(s+1)(s-1)}{1-\sqrt{1+s}}$ ص ←

$$\frac{s-1}{s-2} \times \frac{s}{s} = \frac{s(s-1)}{s(s-2)}$$

اكثر يفرض بالمرافعة

$$\frac{(s+1)(s-1)}{(1+\sqrt{1+s})(1-\sqrt{1+s})} \times \frac{(1+\sqrt{1+s})}{(1+\sqrt{1+s})}$$

ص ←

$$\frac{s-1}{s-2} \times \frac{1}{s} = \frac{s-1}{s(s-2)}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{1-s}{1-s^2} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

اكن

$$\frac{1-s}{1-s^2} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

$$\frac{1-s}{1-s^2} \times \frac{(1-s)}{(1-s)} = \frac{1-s}{(1-s)(1+s)} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

ص = $1-s$ ←
عندما $s \rightarrow 1$ ← ص ←

$$\frac{1-s}{(1-s)(1+s)} \times \frac{1+s}{1+s} = \frac{1-s}{(1+s)(1-s)} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{ص} \end{array}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 1 =$$

$$\textcircled{9} \quad \frac{1-s^2}{1-s} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

اكن

$$\frac{1-s^2}{1-s} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

$$\frac{1-s^2}{1-s} = \frac{(1-s)(1+s)}{1-s} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

$$= \frac{1}{1+s} \rightarrow 1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$= \frac{1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \times \frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

$$= \frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} \times \frac{1+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

$$\frac{1}{0} = \frac{1}{0} \times \frac{1}{0} =$$

$$\textcircled{10} \quad \frac{c-\sqrt{c^2-4}}{2} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

$$\frac{c-\sqrt{c^2-4}}{2} \times \frac{c+\sqrt{c^2-4}}{c+\sqrt{c^2-4}} =$$

$$\frac{c^2 - (c^2-4)}{2(c+\sqrt{c^2-4})} =$$

$$= \frac{c^2 - c^2 + 4}{2(c+\sqrt{c^2-4})} = \frac{4}{2(c+\sqrt{c^2-4})} =$$

$$= \frac{2}{c+\sqrt{c^2-4}} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{كفا} \\ \text{س} \end{array}$$

$$= \frac{1}{c+\sqrt{c^2-4}} \times 2 =$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\text{صا حا} (1 - \sqrt{3})}{\sqrt{3} - 1}$$

اكل

$$\frac{\text{صا حا} (1 - \sqrt{3})}{\sqrt{3} (1 - \sqrt{3}) (1 + \sqrt{3} + 3)}$$

$$= \frac{\text{صا حا} (1 - \sqrt{3})}{\sqrt{3} (1 - \sqrt{3}) (1 + \sqrt{3} + 3)}$$

$$\sqrt{3} = 1 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3} \leftarrow 1 \quad 1 \leftarrow \sqrt{3}$$

$$= \frac{\text{صا حا} \sqrt{3}}{\sqrt{3} (1 + \sqrt{3} + 3)}$$

$$= \frac{1}{(4) \sqrt{3}} \times 1$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{3}}$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

الجزء الثالث

متطابقات وقوانين فئلية

المتطابقات

١- $حأس + حباأس = ١$
ومنها $حأس = ١ - حباأس$

٢- $١ + قأأس = قأس$

ومنها $قأس - قأأس = ١$

٣- $١ + حباأس = قأأس$

٤- $حأأس = حباأس$

ضعفها

مثال $حأأس = حباأس$

٥- $حباأس = حباأس - حأس$

$حباأس = ١ - حأس$

$١ - حأس = حباأس$

قوانين فئلية

١- $حأأس - حباأس = حباأس$

٢- $حباأس - حباأس = حباأس$

٣- $حأأس - حباأس = حباأس$

$حباأس = حباأس$

٤- $حأأس + حباأس = حباأس$

٥- $حباأس + حباأس = حباأس$

سؤال ①

اوجد هنا $حباأس - حباأس$

س ← س

الحل

النزوايا مختلفة لذلك نتقدم

$حباأس - حباأس = حباأس - حباأس$

س ← س

$حباأس - حباأس = حباأس - حباأس$

$١ - ١ = ٠$

ملاحظة هامة

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

مثال ٤

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

مثال ٥

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

اكتب

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

مثال ٦

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$



مثال ٥

$$\frac{3x^2 - 5x + 5}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3}$$

اقل
 $\frac{3x^2 - 5x + 5}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3} = \frac{0(x^2 - 1) + (1 - 3x^2)}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3}$

$$= \frac{3x^2 - 5x + 5}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3} = \frac{1}{x-1} \times \frac{3x^2 - 5x + 5}{x^2 - 2x + 4} = 0$$

مثال ٧

$$\frac{3x^2 - 5x + 5}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3}$$

الحل
 $\frac{3x^2 - 5x + 5}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3} = \frac{0(x^2 - 1) + (1 - 3x^2)}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3}$

$$\frac{3x^2 - 5x + 5}{x^3 - 2x^2 + 3x - 3} = \frac{1}{x-1} \times \frac{3x^2 - 5x + 5}{x^2 - 2x + 4}$$

$$= \frac{1 - 3x^2}{(x-1)(x^2 - 2x + 4)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1}$$

مثال ٦

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

اقل

$$= \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{0(x^2 - 1) + (1 - x^2)}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{1 - x^2}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{1 - x^2}{x^2 + 1} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

مثال ٨

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

اقل
 $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{0(x^2 - 1) + (1 - x^2)}{x^2 + 1}$

يتبع اقل ←

مثال 10

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

اقل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

تعريف تعريف احاسا

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

مثال 9

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

اقل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

سؤال 15

سؤال 15
 حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$

الكل
 حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x} = \frac{0 - 4}{0 + 0}$

لكنه حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x} = \frac{0 - 4}{0 + 0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x} = \frac{0 - 4}{0 + 0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x} = \frac{0 - 4}{0 + 0}$

$2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 4$

سؤال 16

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2} = \frac{0 - 0 - 0}{0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2} = \frac{0 - 0 - 0}{0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2} = \frac{0 - 0 - 0}{0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2} = \frac{0 - 0 - 0}{0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2} = \frac{0 - 0 - 0}{0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2} = \frac{0 - 0 - 0}{0}$

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 - 2x}{x^2} = \frac{0 - 0 - 0}{0}$

سؤال 17

حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x}$

الكل
 حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x} = \frac{0 - 1}{0 - 0}$

$$\begin{aligned} & \text{حنا} = \text{حنا} - \text{حنا} + \text{حنا} \\ & \text{س} \leftarrow \text{حنا} - \text{حنا} \\ & = \text{حنا} + \text{حنا} = 1 \end{aligned}$$

مثال ١٤

$$\begin{aligned} & \text{فزيا} = \text{فزيا} - \text{فزيا} \\ & \text{س} \leftarrow \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{الحل} \\ & \text{فزيا} = 1 - \text{حنا} - (1 - \text{حنا}) \\ & \text{س} \leftarrow \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{فزيا} = 1 - \text{حنا} - 1 + \text{حنا} \\ & \text{س} \leftarrow \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{فزيا} = \frac{\text{حنا}}{\text{س}} + \frac{\text{حنا}}{\text{س}} \\ & \text{س} \leftarrow \text{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{\text{حنا}}{\text{س}} + \frac{\text{حنا}}{\text{س}} \\ & = \frac{\text{حنا}}{\text{س}} + \frac{\text{حنا}}{\text{س}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$



مكتبة الوسام
ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

إستخدام المرافق

نستخدم المرافق عندما يكون احد الاشكال التالية

$$a \pm b, a \pm \sqrt{b} \text{ (فردى)}$$

$$a \pm \sqrt{b}, a \pm \sqrt{c}$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b}, \sqrt{a} \pm b$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \pm \sqrt{c} \dots \dots \dots !?$$

مثال ⑤ فردية / مرافقة

او جد نزيبا $\frac{1}{1 - \sqrt{2}}$ - حباؤس

س ← $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ حباؤس - 1

زوجه صطابقه

الحل

نزيبا $\frac{1}{1 - \sqrt{2}}$ - حباؤس

س ← $\frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1}$

= نزيبا $\frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2}$ - حباؤس $\times \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ - حباؤس

س ← $\frac{1 + \sqrt{2}}{1}$ - حباؤس

= نزيبا $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$ - حباؤس $\times \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$ - حباؤس

= نزيبا $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{1}{1 + 1}$ - حباؤس

= $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ - حباؤس (حباؤس حباؤس)

= $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ - حباؤس

مثال ⑥

او جد نزيبا $\frac{1}{\sqrt{2}}$ - حباؤس

الحل

= نزيبا $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ - حباؤس $\times \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ - حباؤس

= نزيبا $\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times (1 + 1)}$ - حباؤس

= نزيبا $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ - حباؤس $\times \frac{1}{\sqrt{2}}$ - حباؤس

مثال 3

$$\frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}}$$

الحل

$$\frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} \times \frac{\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+2}}{\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+2}}$$

$$\frac{(\sqrt{3x-1})^2 - (\sqrt{x+2})^2}{\sqrt{x+2}(\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+2})} = \frac{3x-1 - x-2}{\sqrt{x+2}(\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+2})} = \frac{2x-3}{\sqrt{x+2}(\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+2})}$$

$$\frac{2x-3}{\sqrt{x+2}(\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+2})} \times \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2}} = \frac{(2x-3)(\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2})}{\sqrt{x+2}((3x-1) - (x+2))} = \frac{(2x-3)(\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2})}{\sqrt{x+2}(2x-3)}$$

$$\frac{(2x-3)(\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2})}{\sqrt{x+2}(2x-3)} = \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}}$$

$$\frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{x+2}} - \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{x+2}} - 1$$

$$\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{x+2}} - 1 = \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}}$$

$$\frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{x+2}}$$

مثال 4

$$\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

الحل

$$\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})} = \frac{x+1 - x}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})} = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})} \times \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}((x+1) - x)} = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1)}$$

$$\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} + 1$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} + 1 = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} + 1 = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} + 1 = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

مثال 5

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

س ←

الحل

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$$

س ←

$$(1 - \sqrt{2}) \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2}$$

س ←

$$= \frac{(1 - \sqrt{2})^2}{-1}$$

س ←

$$= 1 - 2\sqrt{2} + 2$$

$$= 3 - 2\sqrt{2}$$

مثال 6

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$$

س ←

الحل

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$$

س ←

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$$

س ←

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{(1 - \sqrt{2})^2}{1 - 2}$$

س ←

$$= \frac{1 - 2\sqrt{2} + 2}{-1}$$

س ←

$$= 1 - 2\sqrt{2} + 2$$

س ←

$$= 3 - 2\sqrt{2}$$

$$= 3 - 2\sqrt{2}$$

$$= 3 - 2\sqrt{2}$$

مثال ٧

اوحد كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 ١- حاس $\frac{1-x}{2}$

الحل

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1+x}{1+x}$ × كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

مثال ٨

اوحد كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 حاس $\frac{1-x}{2}$

الحل

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س
 كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س

كذا $\frac{1-x}{2}$ ← س



الزوايا الحتمه والزوايا المكمله

طريقه الفرض

① المئمة يكون مجموع الزاويتين = 90°

$$\text{المئمة} = \frac{\pi}{2} - \text{الزاوية}$$

مثال :-

$$\begin{array}{l} \text{مئمة} \text{ } \pi \\ \text{مئمة} \text{ } \pi \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{هي} \\ \text{هي} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} - \pi \\ \frac{\pi}{2} - \pi \end{array}$$

جا الزاوية = جتا المئمة

$$\begin{array}{l} \text{حاس} = \text{جتا} \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right) \\ \text{جتا} \pi = \text{حاس} \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right) \\ \text{ظا} \pi = \text{ظتا} \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right) \\ \text{ظتا} \pi = \text{ظا} \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right) \end{array}$$

② المكمله يكون مجموع الزاويتين = 180°

$$\begin{array}{l} \text{المكمله} = \pi - \pi \\ \text{مكمله} \text{ } \pi = \pi - \pi \\ \text{كلمة} \text{ } \pi = \pi - \pi \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{حاس} = \text{حا} \left(\pi - \pi \right) \\ \text{جتا} \pi = - \text{جتا} \left(\pi - \pi \right) \\ \text{ظا} \pi = - \text{ظا} \left(\pi - \pi \right) \\ \text{ظتا} \pi = - \text{ظتا} \left(\pi - \pi \right) \end{array}$$

وهي قواسم الربع الثاني

مثال ①

$$\frac{\text{جتا} \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right)}{\pi} \leftarrow \text{حاس}$$

اكل

$$\frac{\text{حاس} \pi}{\pi} = \text{حاس} \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right)$$

مثال ② جتا

$$\frac{\text{جتا} \left(\frac{\pi}{2} - \pi \right)}{\pi} \leftarrow \text{جتا} \pi$$

$$\frac{0}{\pi} = \frac{\text{حاس} \pi}{\pi}$$

طريقة الغرض

مثال ①

$$\frac{\text{اديد هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

اكل

الكوفيين = $\frac{\text{اديد هنا}}{\text{هنا}}$
 نفرض ان $\text{هنا} = \pi - 6$
 عندما $\text{هنا} \rightarrow \frac{\pi}{6}$

وهنا $\frac{\text{اديد هنا}}{\text{هنا}} = \pi - 6$

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

$\text{هنا} \rightarrow \text{هنا}$

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{\text{هنا}}} = \text{هنا}$$

مثال ③

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

مثال ④

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} = \frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$$

ملاحظة هامة جدا

عندما يكون $\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}}$ فإنا هنا
 حد وصيد نتقدم الغرض

نفرض ان هنا الاقتران الاخر
 وليس الاقتران الدائري
 شرط

- ① اقتران خطي
- ② الاقتران الاخر خطي

الحل

$$\begin{aligned} \cos = \cos + \epsilon &\iff \cos = \cos - \epsilon \\ \cos - \epsilon &\leftarrow \cos \leftarrow \cos + \epsilon \end{aligned}$$

$$\cos = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

$$\cos = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

$$\cos = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

$$\cos = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

$$\cos = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right)}{\cos} = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right)}{\cos}$$

مسألة ٤

$$\begin{aligned} \frac{\cos \pi \cos \epsilon}{1 + \cos} &\leftarrow \cos \\ \cos &\leftarrow 1 \end{aligned}$$

الحل

$$\begin{aligned} \cos = \cos + \epsilon &\iff \cos = \cos - \epsilon \\ \cos - \epsilon &\leftarrow \cos \leftarrow \cos + \epsilon \end{aligned}$$

$$\cos = \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

$$\begin{aligned} \cos &= \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right)}{\cos} \\ \cos &= \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right)}{\cos} \end{aligned}$$

مسألة ٥

$$\begin{aligned} \frac{\cos \pi \cos \epsilon}{\cos - \pi} &\leftarrow \cos \\ \cos &\leftarrow \pi \end{aligned}$$

الحل

$$\frac{1}{\cos + \pi} \times \frac{\cos \pi \cos \epsilon}{\cos - \pi} \leftarrow \cos$$

$$\begin{aligned} \cos + \pi = \cos - \epsilon &\iff \cos - \epsilon = \cos + \pi \\ \cos - \epsilon &\leftarrow \cos \leftarrow \cos + \pi \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\cos} \times \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

تقوم كما (٢+١)

$$\frac{1}{\cos} \times \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

$$\frac{1}{\cos} \times \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right) + \cos \left(\frac{\pi}{2} + \epsilon \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right)}{\cos} \leftarrow \cos$$

$$\frac{1}{\cos} = \frac{1}{\cos} \times 1 = \frac{1}{\cos}$$

مسألة ٣

$$\begin{aligned} \frac{\cos \left(\frac{\pi}{2} - \epsilon \right)}{\cos + \epsilon} &\leftarrow \cos \\ \cos &\leftarrow \cos + \epsilon \end{aligned}$$

سؤال ٥ من من الكتاب
 اوجد كفا
 $\frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

الحل

$$\sqrt{3} = \frac{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\pi - \sqrt{3}} \iff \pi - \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}(\pi - \sqrt{3})$$

$$\pi - \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}\pi - 3$$

$$\pi - \sqrt{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{3} - 3$$

$$\pi(1 - \sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3} - 9}{3}$$

$$\pi = \frac{\sqrt{3} - 9}{3(1 - \sqrt{3})}$$

$$\frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3} - 9}{3(1 - \sqrt{3})} - \sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3} - 9}{3(1 - \sqrt{3})} - \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3} - 9 - 3\sqrt{3}(1 - \sqrt{3})}{3(1 - \sqrt{3})}}{\frac{\sqrt{3} - 9 - \sqrt{3}(1 - \sqrt{3})}{3(1 - \sqrt{3})}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 9 - 3\sqrt{3} + 9}{\sqrt{3} - 9 - \sqrt{3} + 3}$$

$$= \frac{-6\sqrt{3}}{-6 - \sqrt{3} + 3} = \frac{-6\sqrt{3}}{-3 - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} = \frac{6\sqrt{3}(3 - \sqrt{3})}{6} = \sqrt{3}(3 - \sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 3$$

سؤال ٦

اوجد كفا
 $\frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

الحل

$$\frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}} \cdot \frac{\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}}{\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{(\pi - \sqrt{3})(\pi + \frac{\sqrt{3}}{3})}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$= \frac{\pi^2 + \frac{\pi\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3}\pi - 1}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

كفا - حبا س
 $\frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

$$\frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}} \cdot \frac{\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}}{\pi + \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{(\pi - \sqrt{3})(\pi + \frac{\sqrt{3}}{3})}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

كفا - حبا س
 $\frac{(\pi - \sqrt{3})(\pi + \frac{\sqrt{3}}{3})}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

كفا - حبا س
 $\frac{(\pi - \sqrt{3})(\pi + \frac{\sqrt{3}}{3})}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

كفا حبا س حبا س
 $\frac{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

كفا حبا س حبا س
 $\frac{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

كفا حبا س حبا س
 $\frac{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

كفا حبا س حبا س
 $\frac{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\pi^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

سؤال ٧

اذا كانت
 $\frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\pi - \sqrt{3}}{\pi - \frac{\sqrt{3}}{3}}$

بدقيمة الثابت P
 يتبع الحل ←

ملاحظة
عندما تكون الزاوية ليست اقران
خطي نستخدم الفرضين صريحا
حيث نفرض الزاوية اولاً

مثال ٨
اوجد كفا
 $\frac{\frac{\pi_3}{\sin}}{\frac{\pi_3}{\sin} - 1}$

الحل
 $\frac{\pi_3}{\sin} = \frac{\pi_3}{\sin} \leftarrow \frac{\pi_3}{\sin} = \frac{\pi_3}{\sin}$
 $\frac{\pi_3}{\sin} \leftarrow \frac{\pi_3}{\sin}$

كفا = $\frac{\text{جيبا}}{\frac{\pi_3}{\sin} - 1}$
كفا = $\frac{\text{جيبا}}{\frac{\pi_3}{\sin} - 1}$
كفا = $\frac{\text{جيبا}}{\frac{\pi_3}{\sin} - 1}$

$\frac{\pi_3}{\sin} - \frac{\pi_3}{\sin} = \frac{\pi_3}{\sin} \leftarrow \frac{\pi_3}{\sin} = \frac{\pi_3}{\sin}$
 $\frac{\pi_3}{\sin} \leftarrow \frac{\pi_3}{\sin}$

كفا = $\frac{\frac{\pi_3}{\sin} \text{ جيبا} (\frac{\pi_3}{\sin} - \frac{\pi_3}{\sin})}{\frac{\pi_3}{\sin} - \frac{\pi_3}{\sin}}$
 $\frac{\pi_3}{\sin} \leftarrow \frac{\pi_3}{\sin}$

$\frac{\pi_3}{\sin} = \frac{\frac{\pi_3}{\sin} \text{ جيبا} \frac{\pi_3}{\sin} + \frac{\pi_3}{\sin} \text{ جيبا} \frac{\pi_3}{\sin}}{\frac{\pi_3}{\sin} - \frac{\pi_3}{\sin}}$
 $\frac{\pi_3}{\sin} \leftarrow \frac{\pi_3}{\sin}$

$\frac{\pi_3}{\sin} = \frac{\frac{\pi_3}{\sin} \times 1 + \frac{\pi_3}{\sin} \times \text{جيبا}}{\frac{\pi_3}{\sin} - \frac{\pi_3}{\sin}}$
 $\frac{\pi_3}{\sin} \leftarrow \frac{\pi_3}{\sin}$

$\frac{\pi_3}{\sin} = \frac{1 - \text{جيبا}}{1 - \text{جيبا}} \times \frac{\pi_3}{\sin} = \frac{\pi_3}{\sin} - \frac{\pi_3}{\sin} \times \text{جيبا} = \frac{\pi_3}{\sin}$

الحل
١ كفا $\frac{\sin \pi_3}{\sin - 1}$

$\sin = \sin - 1 \leftarrow \sin = \sin - 1$
 $\sin \leftarrow \sin - 1$

كفا = $\frac{\sin \pi_3 (1 - \sin)}{\sin - 1}$
كفا = $\frac{\sin \pi_3 (1 - \sin)}{\sin - 1}$

كفا = $\frac{\sin \pi_3}{\sin - 1}$
كفا = $\frac{\sin \pi_3}{\sin - 1}$

٢ كفا $\frac{P - \sin}{\sin - P}$
 $\frac{P - \sin}{\sin - P} = \frac{P - \sin}{\sin - P}$

$\sin = \sin - P \leftarrow \sin = \sin - P$
 $\sin \leftarrow \sin - P$

$P = \frac{\sin}{\sin + P}$
 $P = \frac{\sin}{\sin + P}$

$P = \frac{\sin}{\sin + P}$
 $P = \frac{\sin}{\sin + P}$

$P = \frac{\sin}{\sin + P}$
 $P = \frac{\sin}{\sin + P}$

$P = \frac{\sin}{\sin + P}$
 $P = \frac{\sin}{\sin + P}$

٣ $\frac{P}{\pi} = \frac{1}{\pi} \times P = \frac{P}{\pi}$
 $\frac{P}{\pi} = \frac{P}{\pi}$

حل المثال السابق بطريقة
الفرض صريحا

مثال 11

$$\text{هنا } (x - \pi) < \pi \text{ طاس}$$

$$x < \frac{\pi}{2}$$

الحل

$$\frac{\text{هنا}}{\text{هنا}} \times (x - \pi) < \pi$$

$$x < \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\text{هنا } (x - \frac{\pi}{2})}{\text{هنا } (x - \frac{\pi}{2})} \times (x - \frac{\pi}{2}) < \pi$$

$$x < \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\text{هنا } (x - \frac{\pi}{2})}{\text{هنا } (x - \frac{\pi}{2})} \times \frac{\pi}{2} < \pi$$

$$x < \frac{\pi}{2}$$

$$2 = 1 \times 1 \times < =$$

ملاحظة

اذا كانت حيا منفردة
نضع حيا = حيا $(\frac{\pi}{2} + x)$

مثال 12

$$\text{اوجد هنا حيا}$$

$$x < \frac{\pi}{2} \quad \pi - x$$

الحل

$$1 \times \frac{1}{2} = \frac{\text{هنا } (x - \frac{\pi}{2})}{\text{هنا } (x - \frac{\pi}{2})} < \pi$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$$

أو طريقة لفرض

مثال 13

$$\text{اوجد هنا حيا حيا}$$

$$x < 1 \quad \pi - x$$

الحل

$$\frac{\text{هنا } (x - \pi)}{\text{هنا } (x - \pi)} < \pi$$

$$x < 1$$

$$\frac{\text{هنا } (x - \pi)}{\text{هنا } (x - \pi)} \times \pi < \pi$$

$$\pi = \frac{\pi}{(1 - \frac{1}{\pi})}$$

سؤال ٤

إذا كانت $f(x) = \frac{p - \text{متباين}}{س}$ $18 = \frac{س}{س}$

اوجد p, n, u

ا الحل

ضايح المقام = صفر \Rightarrow اوجد $=$

$$0 = p - \text{متباين} \times 1$$

$$0 = p - \text{متباين} \Rightarrow 1 - p = 0$$

$$1 = p \Leftarrow$$

كما $f(x) = \frac{1 - \text{متباين}}{س} \times \frac{1 + \text{متباين}}{1 + \text{متباين}}$

كما $= \frac{1 - \text{متباين}}{س} \times \frac{1 + \text{متباين}}{1 + \text{متباين}}$

$$18 = \frac{1}{1+1} \times \frac{\text{متباين}}{س}$$

$$18 = \frac{1}{2} \times \text{متباين}$$

$$18 = \frac{1}{2} \times س$$

$$36 = س$$

$$6 \pm = س \Leftarrow$$

سؤال ١٥

إذا كانت $f(x) = \frac{1 - \text{متباين}}{س}$ موجودة

متباين n عدد صحيح \leq اوجد n

الحل

كما $f(x) = \frac{1 - \text{متباين}}{س} \times \frac{1 + \text{متباين}}{1 + \text{متباين}}$

$$= \frac{1}{1+1} \times \frac{1 - \text{متباين}}{س}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\text{متباين}}{س}$$

$$\text{عندما } n = 1 \Leftarrow 1 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{عندما } n = 2 \Leftarrow 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{عندما } n = 3 \Leftarrow 1 \times \frac{1}{2} \text{ غير موجودة}$$

$$n = 6$$

تدريبات وتمارين الكتاب

① تدريب ⑤ ص ٤٢
اجب عن مما يأتي

١) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x}{x} = 9$

٢) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x} = 3$

② تدريب ⑥ ص ٤٣

اجب عن كذا $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x}$

الحل

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1+x}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{(1+x)x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1}{1+x}$

$\frac{1}{x} = \frac{1}{1+x} \times \frac{1}{x}$

③ تدريب ③ ص ٤٤

جد كذا $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x}$

الحل

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1+x}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{(1+x)x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1+x}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{(1+x)x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1}{1+x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x} \times \frac{1}{1+x}$

٣ اختار ذاتي ص ٧٨

$$\textcircled{P} \quad \frac{\text{حنا} - \text{ا} - \text{ظتاس}}{\text{قتاس}} \quad \leftarrow$$

الحل

$$= \frac{\text{حنا}}{\frac{\text{ا} - \text{جتاس}}{\text{حاس}}} \quad \leftarrow$$

$$= \frac{\text{حنا}}{\frac{\text{حاس} - \text{جتاس}}{\text{حاس}}} \quad \leftarrow$$

$$= \text{حنا حاس} - \text{جتاس}$$

$$= \text{حنا} - \text{جتاس} = \text{ا}$$

(13) $\frac{صا + ا + طاعس - صبا س}{س}$

= $\frac{صبا - ا - صبا س + طاعس + طاعس}{س}$

= $\frac{صبا طاعس + طاعس صبا س}{س}$

= $\frac{صبا طاعس (صبا س + طاعس س)}{س}$

= $\frac{صبا طاعس س (صبا س + طاعس س)}{س}$

= $صبا طاعس س$

اجاب
 $\frac{صا}{س} - \frac{صا}{س}$

صبا - ا - صبا س = $\frac{صبا س + طاعس س}{س}$

= $\frac{صبا س}{س} = \frac{1}{س} \times صبا س$

صبا - ا - صبا س = $\frac{صبا س + طاعس س}{س}$

= $\frac{صبا س}{س}$

صبا - ا - صبا س = $\frac{صبا س + طاعس س}{س}$

(14) $\frac{صا (صا - س - 74)}{صا - س}$

$\frac{صا صا - صا س - 74 صا}{صا - س}$

= $\frac{صا صا - صا س - 74 صا}{صا - س}$

= $\frac{صا (صا - س - 74)}{صا - س} = \frac{1}{صا - س} \times صا (صا - س - 74)$

= $\frac{صا (صا - س - 74)}{(صا - س) (صا - س)}$

= $\frac{صا (صا - س - 74)}{صا - س}$

= $\frac{صا (صا - س - 74)}{صا - س}$

= $\frac{صا (صا - س - 74)}{صا - س}$

= $\frac{صا (صا - س - 74)}{صا - س}$

تارين مراجعة ص ٧٤

س ٢ فرع (و)

$\frac{\text{حفا حفا س - حفا حفا س}}{\text{س حفا س}}$

$\frac{\text{حفا حفا س حفا حفا س حفا حفا س}}{\text{س حفا س}}$

$\frac{\text{حفا حفا س حفا حفا س - حفا حفا س حفا حفا س}}{\text{س حفا س}}$

$\frac{\text{حفا حفا س حفا حفا س} \times \frac{\text{حفا حفا س}}{\text{حفا حفا س}}}{\text{س حفا س}} = \frac{\text{حفا حفا س} \times \text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}} = 1 \times 2 \times 3 = 6$

فرع (ع)

$\frac{\text{حفا ١ - حفا س}}{\text{س حفا س}}$

$\frac{\text{حفا ١ - حفا س}}{\text{حفا حفا س - حفا حفا س}}$

$\frac{1}{1+1} = \frac{\text{حفا ١ - حفا س}}{\text{حفا حفا س (١+١)}}$

١٥

اذا كانت $\frac{\text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}} = \frac{\text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}}$

عامة ٢، ٥، ٦

اكن $\frac{\text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}} = 2$

$\frac{\text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}} = 2 \Rightarrow 12 = 2$

٥ $\frac{\text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}} = 5$

$\frac{\text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}} \times \frac{\text{حفا حفا س}}{\text{حفا حفا س}} = \frac{1}{1-5}$

$\frac{\text{حفا حفا س}}{\text{س حفا س}} = \frac{1}{1-5} \times 5$

$2-5=5 \Rightarrow$

$\frac{1}{2} = 5 \Rightarrow 2 = 5$

أسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠١٨) شتوية

$$\frac{\text{كها} + \text{حبا} - \text{حبا} - \text{حبا}}{\text{س}}$$

← س

الحل

$$= \frac{\text{كها} - \text{حبا} - \text{حبا}}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{\text{كها} - (\text{أه} - \text{أه}) - (\text{أه} - \text{أه})}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه} + \text{أه} + \text{أه}}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{\text{كها} - \text{أه} + \text{أه} + \text{أه}}{\text{س}}$$

← س ← س ← س

$$= -2x + 1x$$

$$= -1 + 2$$

$$= 1$$

② وزارة (٢٠١٨) صيفية

$$\frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه}}{\text{س}}$$

← س

الحل

$$\frac{\text{كها} - \text{أه} - (\text{أه} - \text{أه})}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه} + \text{أه}}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{1}{3} = 1x - \frac{2}{3}$$

③

$$\frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه} - \text{أه}}{\text{س}}$$

← س

الحل

$$= \frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه} - \text{أه}}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه} - \text{أه}}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه} - \text{أه}}{\text{س}}$$

← س

$$= \frac{1}{3} + \frac{\text{كها} - \text{أه} - \text{أه} - \text{أه}}{\text{س}}$$

$$= \frac{1}{3} = 1x - \frac{2}{3}$$

④ وزارة (٢٠٠٩) صبيحة

③ وزارة (٢٠٠٩) شتوية

① كفا $\frac{ص}{س} = \frac{٣}{٤}$ (س)

② كفا $\frac{ص}{س} + \frac{ص}{س} = \frac{٣}{٤}$

س ← س صحيحة

س ← س

اكل
= كفا $\frac{ص}{س} = \frac{٣}{٤}$ = ١

اكل
= كفا $\frac{ص}{س} + \frac{ص}{س} = \frac{٣}{٤} + \frac{٣}{٤}$

١ = $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}$

⑤ كفا (٧ ص^٣ ضا^٣ و^٣ ص^٣ ق^٣ و^٣ ص^٣)

⑥ كفا (س + ص - ٨ ص - ٤ ص)

س ← س

س ← س صحيحة

اكل
= كفا $\left(\frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٤} \right)$

= كفا $\frac{ص}{س} \times \frac{٧}{٤} \times \frac{٧}{٤} \times \frac{٧}{٤} \times \frac{٧}{٤}$

= كفا $\frac{ص}{س} (س + ص - ٨ ص - ٤ ص)$

= كفا $\frac{ص}{س} \left(\frac{٧}{٤} \times \frac{٧}{٤} \times \frac{٧}{٤} \times \frac{٧}{٤} \right)$

= كفا $\frac{ص}{س} (س + ص - ٨ ص - ٤ ص)$

= $\frac{٧}{٤} = \frac{١}{٥} \times \frac{١}{٤} \times ٧ =$

= كفا $\left(\frac{٤}{١} + \frac{١}{١} + ١ \right) \frac{ص}{س} =$

= $(٤ - ٨ + ١) \frac{ص}{س} =$

= $١٠ = (٥) \frac{ص}{س} =$



⑥ وزارة (٢٠١٠) صيف

$$\frac{\text{كها حها قها} - 1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

اكل

$$\frac{1}{\text{كها حها} - 1} = \frac{1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{1 - \text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} = \frac{1 - \text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{1 - (1 - \text{كها حها})}{\text{س}^3} = \frac{1 - (1 - \text{كها حها})}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{1 - 1 + \text{كها حها} + 1}{\text{س}^3} = \frac{\text{كها حها} + 1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{1}{\text{كها حها} - 1} \times \frac{\text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} = \frac{1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$1 \times 1 \times \text{كها حها} = \text{كها حها}$$

⑤ وزارة (٢٠١٠) شتوية

$$\frac{\text{كها حها} - \text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

اكل

$$\frac{\text{كها حها} - \text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} = \frac{\text{كها حها} - \text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{\text{كها حها} - \text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} = \frac{\text{كها حها} - \text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{\text{كها حها} (\text{كها حها} - 1) + 1}{\text{س}^3} \times \frac{\text{كها حها} + 1}{\text{كها حها} + 1} = \frac{\text{كها حها} (\text{كها حها} - 1) + 1}{\text{س}^3} \times \frac{\text{كها حها} + 1}{\text{كها حها} + 1} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{\text{كها حها} (\text{كها حها} - 1) + 1}{\text{س}^3} = \frac{\text{كها حها} (\text{كها حها} - 1) + 1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{1}{\text{كها حها} - 1} \times \frac{\text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} = \frac{1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{1}{\text{كها حها} - 1} \times \frac{\text{كها حها} - 1}{\text{س}^3} = \frac{1}{\text{س}^3} \leftarrow \text{س}^2$$

$$\frac{1}{\text{كها حها} - 1} = \frac{1}{\text{كها حها} - 1}$$



⑧ وزارة (2011) صيفيه

كها 3س (ضبابس + قبابس)
 س ←

الحل

$$= \text{كها } 3س \left(\frac{1}{\text{كها } 3س} + \frac{1}{\text{كها } 3س} \right)$$

$$= \frac{\text{كها } 3س}{\text{كها } 3س} + \frac{\text{كها } 3س}{\text{كها } 3س}$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{2}{1}$$

⑦ وزارة (2011) شتوية

كها كبابس - حبابس
 س ← $\frac{\pi}{2}$ س ← $\frac{\pi}{2}$

الحل

$$= \text{كها } \frac{\text{كبابس} - \text{كبابس}}{\left(\frac{\pi}{2} - \text{س}\right)}$$

$$\text{س ← } \frac{\pi}{2} - \text{س} \quad \text{س ← } \frac{\pi}{2}$$

تقوم كبابس - كبابس

$$\text{كها } \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \text{س} + \text{س}\right) \left(\frac{\pi}{2} - \text{س} + \text{س}\right)}{\left(\frac{\pi}{2} - \text{س}\right)}$$

$$\text{س ← } \frac{\pi}{2} - \text{س} \quad \text{س ← } \frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \text{س}\right) \left(\frac{\pi}{2} - \text{س}\right)}{\frac{\pi}{2} - \text{س}}$$

$$= \text{كها } \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \text{س}} \times \left(\frac{\pi}{2} - \text{س}\right)$$

$$\frac{\pi}{2} - \text{س}$$

$$= \frac{\pi}{2} - \text{س} \times 1 = \frac{\pi}{2} - \text{س}$$

حل السؤال اربعة بال ضرب
 بالمرافقه



المعلم: ناجح الجمزاوي

① وزارة (٢٠١٤) صيف

$$\frac{\text{كها} - \text{ا} - \text{جتاس}}{\text{س حاس}} \leftarrow$$

اكل

$$\frac{\text{كها} - \text{ا} - (\text{ا} - \text{ح} \frac{1}{\text{س}})}{\text{س حاس}} \leftarrow$$

$$\frac{\text{كها} - \text{ا} - \text{ا} + \text{ح} \frac{1}{\text{س}}}{\text{س حاس}} \leftarrow$$

$$\frac{\text{كها} - \text{ح} \frac{1}{\text{س}}}{\text{س حاس}} \leftarrow$$

$$\frac{\text{كها} - \text{ح} \frac{1}{\text{س}}}{\text{س حاس}} \times \frac{\text{كها} - \text{ح} \frac{1}{\text{س}}}{\text{س حاس}} \leftarrow$$

$$\frac{1}{\text{س}} = \frac{1}{\text{س}} \times \frac{1}{\text{س}} \times \text{ح} =$$

④ وزارة (٢٠١٤) شتوية

$$\frac{\text{كها} - \text{جتاس}}{\text{س} \leftarrow \frac{\pi}{\text{س}} - \text{س} - \pi}$$

اكل

$$\frac{\pi + \text{س}}{\text{س}} = \text{س} \leftarrow \pi - \text{س} = \text{س} \leftarrow \frac{\pi}{\text{س}} \leftarrow \text{س} \leftarrow \text{س}$$

$$\frac{\text{كها} - \text{جتاس} \left(\frac{\pi}{\text{س}} + \frac{\text{س}}{\text{س}} \right)}{\text{س}} \leftarrow$$

$$\frac{\text{كها} - \text{جتاس} \frac{\pi}{\text{س}} - \text{ح} \frac{\pi}{\text{س}}}{\text{س}} \leftarrow$$

$$\frac{\text{كها} - \text{صفر} - \text{ح} \frac{\pi}{\text{س}}}{\text{س}} =$$

$$\frac{\text{كها} - \text{ح} \frac{\pi}{\text{س}}}{\text{س}} =$$

$$\frac{1}{\text{س}} =$$



المعلم: ناجح الجمزاوي

١٤) وزارة (٢٠١٣) س٠١٠

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x}}{x-1}$$

الحل

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x}}{1-x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x}}{1-x} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x}}{1-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \left(\frac{\pi}{x} + \frac{\pi}{x} \right)}{1-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x} - \cos \frac{\pi}{x}}{1-x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x} - \cos \frac{\pi}{x}}{1-x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi}{x} - \cos \frac{\pi}{x}}{1-x} = \frac{0}{0}$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

١١) وزارة (٢٠١٣) ص٠١٠

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$$

$$= \frac{1}{\pi}$$

$$= \frac{1}{\pi}$$

13) وزارة (0.14) شتوية

$$\frac{c - \pi s}{\pi s} = c \leftarrow s$$

الحل

$$= \frac{c - \pi s}{\pi s} - \frac{c - \pi s}{\pi s} = 0$$

$$= \frac{c - \pi s}{\pi s} - \frac{c - \pi s}{\pi s} = 0$$

$$c - \pi s = c - \pi s$$

$$= \frac{c - \pi s}{\pi s} = \frac{1}{\pi}$$

14) وزارة (0.14) صيفية

1) $\frac{c - \pi s}{\pi s} = c \leftarrow s$

الحل

$$= \frac{c - \pi s}{\pi s} - \frac{c - \pi s}{\pi s} = 0$$

$$= \frac{c - \pi s}{\pi s} - \frac{c - \pi s}{\pi s} = 0$$

$$= \frac{c - \pi s}{\pi s} - \frac{c - \pi s}{\pi s} = 0$$

$$= 1 \times 1 = 1$$

اذا كانت

$$= \frac{c - \pi s}{\pi s} = \frac{c - \pi s}{\pi s} = c \leftarrow s$$

او صيغة 0.14

اكل

$$1 = \frac{c - \pi s}{\pi s} \leftarrow c = \frac{c - \pi s}{\pi s} \leftarrow 1 = \frac{c - \pi s}{\pi s}$$

$$c = \frac{c - \pi s}{\pi s} \leftarrow c = \frac{c - \pi s}{\pi s}$$

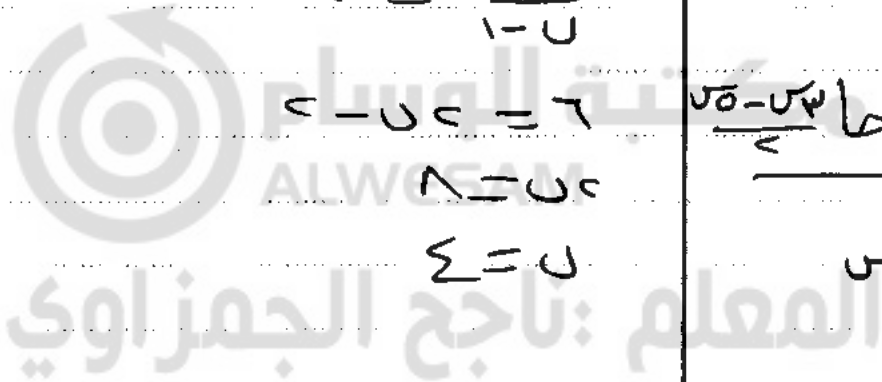
$$c = \frac{c - \pi s}{\pi s} \leftarrow c = \frac{c - \pi s}{\pi s}$$

$$c = \frac{c - \pi s}{\pi s}$$

$$c - \pi s = c - \pi s$$

$$c - \pi s = c - \pi s$$

$$c - \pi s = c - \pi s$$



١٥) وزارة (٢٠١٥) شتوية

$$\text{كفا} = \frac{1 + \text{جتاس}}{\pi - \text{س}}$$

الحل

$$\text{كفا} = \frac{1 + \text{جتاس}}{\pi - \text{س}} \times \frac{\pi - \text{س}}{\pi - \text{س}}$$

$$= \frac{1 - \text{جتاس}}{\pi - \text{س}} \times (\pi - \text{س})$$

$$= \frac{1}{\pi - \text{س}} \times \frac{\pi - \text{س}}{\pi - \text{س}}$$

$$= \frac{1}{\pi - \text{س}} \times \left(\frac{\pi - \text{س}}{\pi - \text{س}} \right)$$

$$\pi + \text{ص} = \text{س} \Leftrightarrow \pi - \text{س} = \text{ص} \rightarrow \text{س} \leftarrow \pi \text{ فان } \text{ص} \leftarrow$$

$$= \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\text{ص}} \right)$$

$$= \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\text{ص}} \right)$$

$$= \frac{1}{\pi} = \frac{1}{\pi} \times (1) =$$

١٦) وزارة (٢٠١٥) صيفية

$$\text{كفا} = \frac{\sqrt{3} - \text{جتاس}}{\pi - \text{س}}$$

الحل

$$\pi + \text{ص} = \text{س} \Leftrightarrow \pi - \text{س} = \text{ص} \rightarrow \text{س} \leftarrow \pi \text{ فان } \text{ص} \leftarrow$$

$$\text{كفا} = \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right)}{\pi - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right)}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right)}{\frac{\pi - \text{ص}}{\pi}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right)}{\frac{\pi - \text{ص}}{\pi}} \times \frac{\pi}{\pi} = \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}} = \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}} = \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}} = \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}} = \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}} = \frac{\sqrt{3} - \left(\frac{\pi + \text{ص}}{\pi} \right) \times \pi}{\pi - \text{ص}}$$

١٨) وزارة (٢٠١٦) صيف

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

الحل

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{(x+1) + (x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

١٧) وزارة (٢٠١٦) شتوية

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

الحل

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{(x+1) + (x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2x}{x^2-1}$$

ورقة عمل

ضايعة الأقران الدائرية

السؤال الأول

١) اوجد كذا $(\sqrt{4+s} - 2) \text{ حاس}$
 \leftarrow $\frac{3}{3}$

٢) اثبت ان

كذا $\frac{\text{حاس} - \text{حاس} - \text{حاس}}{\text{حاس} - \text{حاس} - \text{حاس}} = \text{حاس}$
 \leftarrow $\frac{\text{حاس} - \text{حاس} - \text{حاس}}{\text{حاس} - \text{حاس} - \text{حاس}}$

٣) كذا $\text{حاس} \times \sqrt{\frac{1}{\text{حاس}}} = 1$
 \leftarrow

٤) اذا كانت

كذا $\frac{2 \text{ حاس} - 5}{3} = 18$
 \leftarrow اوجد $2 \text{ حاس} - 5$

٥) اثبت ان

كذا $\frac{2 \text{ حاس} - 1}{3} = \frac{1}{6}$
 \leftarrow $\frac{2 \text{ حاس} - 1}{3} = \frac{1}{6}$

٦) اوجد كذا $\frac{3 \text{ حاس} + 2 \text{ حاس}}{\text{حاس}}$

\leftarrow $\frac{3 \text{ حاس} + 2 \text{ حاس}}{\text{حاس}}$

٧) اذا كانت

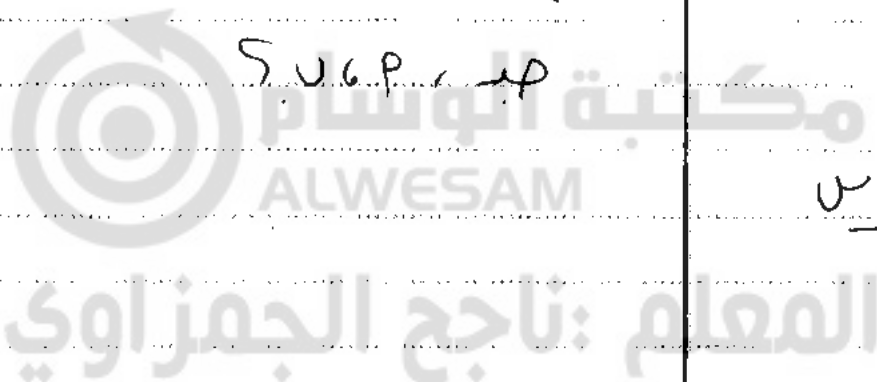
كذا $\frac{2 \text{ حاس} - 3}{3} = \frac{1}{6}$
 \leftarrow $\frac{2 \text{ حاس} - 3}{3} = \frac{1}{6}$

٨) كذا $\frac{\text{حاس} + \text{حاس} - \text{حاس}}{\text{حاس}}$
 \leftarrow $\frac{\text{حاس} + \text{حاس} - \text{حاس}}{\text{حاس}}$

اوجد $2 \text{ حاس} - 5$

٩) كذا $(\sqrt{1+s} - 1) \text{ حاس}$

\leftarrow $\frac{\text{حاس}}{\text{حاس}}$



السؤال الثاني

اوجد قيمته النهايات التالية

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^2} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 1}{x^2 - 1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x} - \pi}{x} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{5} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x}{x^2 - \pi} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{6} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x}{x^2 - \pi} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{7} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x} - \pi}{x} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{8} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{9} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x}{x^2} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{10} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{11} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 + 1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{12} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x - 1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{13} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x + 1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{14} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - \pi}{x} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

$$\textcircled{15} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - \pi}{x} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{\infty}{\infty} \end{array} \right.$$

مكتبة الوسام
المعلم: ناجح الجمزاوي

$$\textcircled{٢٤} \frac{\text{كفا حبا س} + \text{س} - ١}{٣ \text{ س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٥} \frac{\text{كفا حبا س}}{\text{س} - \text{س} + ١} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٦} \frac{\text{كفا} \left(\frac{٢}{\text{حبا س}} - \frac{١}{\text{حبا س}} \right)}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٧} \frac{\text{كفا حبا س حبا س} - ١}{٣ \text{ س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٨} \frac{\text{كفا} \left(٣ \text{ حبا س} - \text{حبا س} - \text{س} \right)}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٩} \frac{\text{كفا حبا} \left(\frac{٣}{\text{س}} - \frac{١}{\text{س}} \right)}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٣٠} \frac{\text{كفا حبا س}}{\frac{٣}{\text{س}} - \frac{١}{\text{س}}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{١٦} \frac{\text{كفا حبا س} - ١}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{١٧} \frac{\text{كفا حبا} (١ - \text{حبا س})}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{١٨} \frac{\text{كفا} \left(\frac{٣}{\text{س}} - \text{حبا س} - ١ \right)}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{١٩} \frac{\text{كفا حبا س} - \text{حبا س}}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٠} \frac{\text{كفا} (١ + \text{حبا س} - \text{حبا س})}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢١} \frac{\text{كفا} (٢ - ١ + \text{حبا س})}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٢} \frac{\text{كفا} (٢ - \text{حبا س} - \text{حبا س})}{\text{س}} \leftarrow \text{س}$$

$$\textcircled{٢٣} \frac{\text{كفا} (٣ + \text{حبا س})}{\text{س} - ١ - \text{حبا س}} \leftarrow \text{س}$$

الأتصال عند نقطة

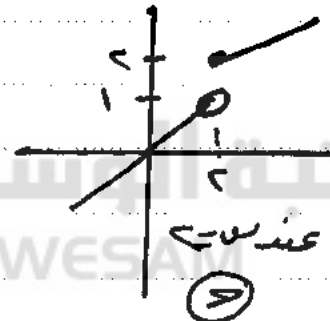
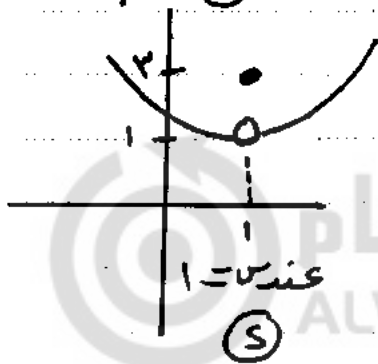
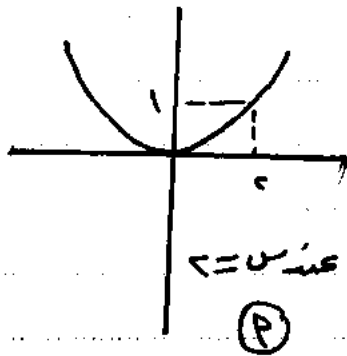
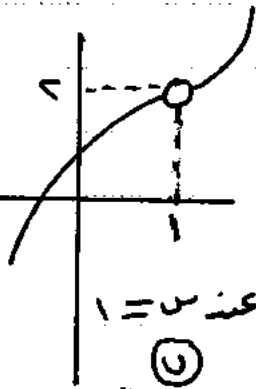
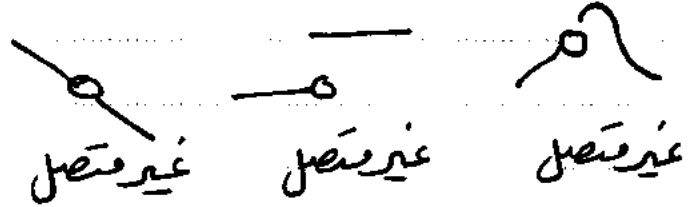
مقدرة

ملاحظة

إذا لم يتحققه أي شرط من هذه الشروط يكون الأتصال غير متصل أو منفصل عند $s = P$

يكون الأتصال متصل إذا لم يوجد فيه أي قطع (فجوة) عند الرسم حيث يمكن رسم الأتصال المتصل دون رفع رأس القلم عن الورقة

مثال ①
بالاعتماد على الأشكال التالية أدرين الأتصال عند النقطة المبيّنة إن شاء الله منها؟



تعريف

يكون الأتصال متصلاً عند $s = P$ إذا كان
① $\lim_{s \rightarrow P} f(s) = f(P)$ معرفة

② كما $\lim_{s \rightarrow P} f(s)$ موجودة
 $P \leftarrow s$

③ كما $\lim_{s \rightarrow P} f(s) = f(P)$
 $P \leftarrow s$

← يتبع اكل

سؤال 5

اكتب في ارفصال الأمتريانات
التاليه عند كل نقطه ازاكل منها

① $f(x) = x^2 - 3x + 7$ عند $x = 5$

الحل

$f(5) = 5^2 - 3 \times 5 + 7 = 0$
متصل عند $x = 5$

② $f(x) = \frac{1 + 3x}{x - 5}$ عند $x = 5$

الحل

$f(5) = \frac{1 + 0 \times 3}{5 - 5} = \frac{1}{0}$

كما $f(x) = \frac{1 + 3x}{x - 5}$
 $\frac{1}{0}$

$\frac{1}{0} = f(5) = \frac{1}{0}$
 $0 \leftarrow x$

← f متصل عند $x = 5$

الحل

السؤال 5

① $f(x) = x^2 - 3x + 7$ عند $x = 5$
 $5 \leftarrow x$

← $f(5) = 5^2 - 3 \times 5 + 7 = 0$
 $5 \leftarrow x$

← متصل عند $x = 5$

السؤال 5

② $f(x) = \frac{1 + 3x}{x - 5}$ غير متصل

السؤال 5

③ $f(x) = x^2 - 3x + 7$ عند $x = 5$
 $5 \leftarrow x$

← $f(5) = 5^2 - 3 \times 5 + 7 = 0$
 $5 \leftarrow x$

← f غير متصل عند $x = 5$

السؤال 5

④ $f(x) = \frac{1 + 3x}{x - 5}$ عند $x = 5$
 $5 \leftarrow x$

← $f(5) = \frac{1 + 0 \times 3}{5 - 5} = \frac{1}{0}$
 $5 \leftarrow x$

← $f(5) \neq \frac{1}{0}$
 $5 \leftarrow x$

← f غير متصل عند $x = 5$



المعلم: ناجح الجمزاوي

ملاحظة هامة

اقتراح كثير الحدود معرف على ح
دائماً ونهايته دائماً موجودة
كل $s \in \mathbb{C}$ والنهاية تساوي بصورة
وبذلك يحق اقتراح كثير الحدود
شروط الاتصال دائماً لكل
 $s \in \mathbb{C}$

كثيرات الحدود دائماً متصلة

أما الأقتراح النسبي بطه
وفاوة كثير حدود فهو يكون
متصل ما عدا اصفاء المقام

نظرية

إذا كان s اقتراح كثير حدود
فانه يكون متصل لكل $s \in \mathbb{C}$

نتيجة

إذا كان s اقتراح نسبي معرف
عند $s = p$ فان s متصل
عند $s = p$

سؤال ٣

اكتب في اتصال الأقتراحات التالية

① $s \in \mathbb{R}$ عند $s = 1$ $\frac{s-1}{s-2}$

الحل

$s \in \mathbb{R}$ عند $s = 1$ غير معرف

$s \in \mathbb{R}$ غير متصل عند $s = 1$

② $s \in \mathbb{R}$ عند $s = 2$ $\frac{s-1}{s-2}$

عند $s = 2$ عند $s = 2$ عند $s = 2$

الحل

① عند $s = 2$

$s \in \mathbb{R}$ متصل لأنه كثير حدود

② عند $s = 2$ عند $s = 2$ عند $s = 2$

$s \in \mathbb{R}$ متصل لأنه كثير حدود

③ عند $s = 2$ نقطة زنجيب

$s \in \mathbb{R}$ عند $s = 2$

عند $s = 2$ عند $s = 2$ عند $s = 2$

عند $s = 2$ عند $s = 2$ عند $s = 2$

متصل عند $s = 2$

سؤال 5

اجب في اتصال
 $\left. \begin{array}{l} \text{و (س)} = \frac{1}{1-س} \\ \text{عند س} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1-س \\ 2 \end{array}$
 $1 \neq س$
 $1 = س$

الحل

كفاه (س) = $\frac{1}{1-س}$
 $1 \leftarrow س$

$\frac{1}{س} =$

و (ا) = 1
 كفاه (س) \neq و (ا) غير متصل
 $1 \leftarrow س$
 عند س = 1

سؤال 6

اجب في اتصال

و (س) = $\left\{ \begin{array}{l} 4-س \\ 6-س \end{array} \right.$
 عند س = 1
 عند س = 1/5

الحل

عند س = 1

كفاه (س) = 1
 $1 \leftarrow س$
 $1 \neq س$ (لقد)

و (ا) = 4

كفاه (س) \neq و (ا)

غير متصل عند س = 1

عند س = 1/5

و (س) = 6

كفاه (س) = 6
 $1/5 \leftarrow س$

كفاه (س) = و (ا) = 6
 $1/5 \leftarrow س$

متصل عند س = 1/5

سؤال 7 من كتاب

اجب في اتصال
 $\left. \begin{array}{l} \text{و (س)} = \frac{1}{1-س} \\ \text{عند س} = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1-س \\ 1 \end{array}$
 $1 \neq س$
 $1 = س$

عند س = 1

الحل

و (ا) = 1

كفاه (س) = $\frac{1}{1-س}$
 $1 \leftarrow س$
 $1 \leftarrow س$

كفاه (س) = 1
 $1 \leftarrow س$
 $1 \neq س$

كفاه (س) غير موجودة
 $1 \leftarrow س$

و (س) غير متصل عند س = 1

سؤال ٧) سئل عما يريد مسائل الكتاب

احث في اتصال

$$\left. \begin{aligned} & \text{انظروا } \frac{1}{s} \text{ عند } s=1 \\ & \text{عند } s=1 \end{aligned} \right\} = \text{عند } s=1$$

عند $s=1$

الحل

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

ظاس - ظاس

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

سؤال ٨) سئل عما يريد مسائل الكتاب

احث في اتصال

$$\left. \begin{aligned} & \text{انظروا } \frac{1}{s} \text{ عند } s=1 \\ & \text{عند } s=1 \end{aligned} \right\} = \text{عند } s=1$$

عند $s=1$ ، عند $s=1$

الحل

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

سؤال ٩)

احث في اتصال

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

عند $s=1$: $1-1=0$ ، $1-1=0$ ، $1-1=0$

الحل

$$\frac{6-x}{x+1} = \frac{6-x}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 > x \\ 3 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

$$\frac{6-x}{x-3}$$

$$3 < x$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 > x \\ 3 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

$$\frac{(x-2)}{x-3}$$

$$3 = x$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 > x \\ 3 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

$$3 = x$$

$$x = 3 \text{ هنا (س)} = \text{هنا (س)} = x = 3$$

هنا (س) غير موجودة

← هنا (س) غير متصل عند $x = 3$

سؤال 10

اكتب في اتصال

$$[x-2] = \text{هنا (س)}$$

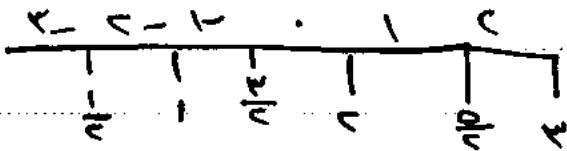
عند $x = 1$ عند $x = 7$

الحل

إعادة التعريف

طول البرج = $\frac{1}{3}$

$$x-2 = 3 \leftarrow x = 5$$



$$\left. \begin{array}{l} 2 < x \\ 3 < x \\ 4 < x \\ 5 < x \\ 6 < x \\ 7 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 < x \\ 3 < x \\ 4 < x \\ 5 < x \\ 6 < x \\ 7 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 < x \\ 3 < x \\ 4 < x \\ 5 < x \\ 6 < x \\ 7 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 < x \\ 3 < x \\ 4 < x \\ 5 < x \\ 6 < x \\ 7 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 < x \\ 3 < x \\ 4 < x \\ 5 < x \\ 6 < x \\ 7 < x \end{array} \right\} \text{هنا (س)} =$$

① عند $x = 1$

هنا (س) = 1 هنا (س) = 1

هنا (س) = 7 هنا (س) = 7 غير موجودة

غير متصل عند $x = 1$

② عند $x = 7$

متصل عند $x = 7$ لأنه

كثير مرود

ملاحظة

الأقتران (s) = $[s + s]$
 يكون متصل عند جميع النقاط ما عدا
 نقاط التجميع فيكون منفصل عندها

وهذا $(1) = 1 - 1 = 0$ صف

هنا (s) = $(1 - 1) = 0$ صف
 $s \leftarrow 1$

هنا (s) = $1 - 1 = 0$ صف
 $s \leftarrow 1$

وهذا (s) متصل عند $s = 1$

سؤال 10

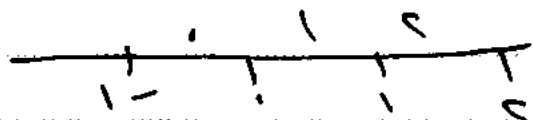
اكتب في اتصال

وهذا (s) = $(1 - s)$ $[1 + s]$
 عند $s = 1$

الحل

إعادة تعريف $[1 + s]$

طول البرم $1 = 1 + s$
 $s \leftarrow 1 - 1 = 0$



وهذا (s) = $(1 - s)$ $\left. \begin{matrix} 1 \geq s > 1 \\ 2 \geq s > 1 \end{matrix} \right\}$

وهذا (s) = $\left. \begin{matrix} 1 - s \\ (1 - s) \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 1 \geq s > 1 \\ 2 \geq s > 1 \end{matrix}$

سؤال 11

إذا كان $\left. \begin{matrix} s \geq 1 \\ 1 \geq s > 1 \\ 2 \geq s > 1 \end{matrix} \right\} = (s)$
 $\left. \begin{matrix} s - s - p \\ s - s - p \\ s - s - p \end{matrix} \right\}$

أقتران متصل عند $s = 0$ و $s = 1$ (صحيح)
 عند قيم $s = 0$ و $s = 1$ ؟

الحل

متصل على $s = 0$ متصل عند $s = 1$

هنا $s = 1 - (s - p)$
 $s \leftarrow 1$ $s \leftarrow 1$

① $1 - (s - p) = 1 - p = 1 - 1 = 0$

هنا $s = 1 - (s - p)$
 $s \leftarrow 1$ $s \leftarrow 1$

② $1 - (s - p) = 1 - p = 1 - 1 = 0$

معادلة ① + معادلة ②

$3 = 1 \leftarrow 9 = 1$

وبالتعويض في ① $3 = 1 - p \leftarrow 3 = 1 - p$
 $2 = p$

سؤال ١٤

إذا كان $\left. \begin{array}{l} 2 > s \\ 2 = s \\ 2 < s \end{array} \right\} = (s) \text{ مبراز}$

$$11 = \frac{27 - s(2-3) - 6}{3-s}$$

متصلاً عند $s=3$ فما قيمته؟

الحل

مبراز (3) = $1 - 3 \times 4 = 11$

فما سبباً $\frac{27 - s(2-3) - 6}{3-s}$

فسيتم كالتالي

عدد ثابت	s	s	
27 -	2s + 3 -	1	12
27	2		
.	20	1	

فما $\frac{(2s+3)(3-s) - 6}{3-s}$

$11 = 2s + 3$
 $8 = 3 - 11 = 2s$
 $4 = s$

سؤال ١٣

$\left. \begin{array}{l} 2 > s \\ 2 = s \\ 2 < s \end{array} \right\} = (s) \text{ مبراز}$

متصل عند $s=3$ فما قيمته؟

الحل

مبراز (3) = $u + 2s$
 كما $u = 1 + u + 5s$

$u + 2s = 1 + u + 5s$
 (1) $0 = 1 + 5s - 2s$
 (2) $0 = 1 + s - 2s$

فما $u + 2s = 1 + u + 5s$
 $0 = u + 2s - 1 - u - 5s$
 (3) $0 = -3s - 1$

(3) - معادله (1)
 $6 = 3s \rightarrow s = 2$
 $2 = s$ تعويضاً في (2)

$0 = u - 2 \times 4$
 $8 = u$

سؤال 15

ل (د) = $\left. \begin{array}{l} c \leq P + [c] \\ c > P - s \end{array} \right\}$

متصل عند $s = c$ حيث $P = c$ ؟

الحل

$$[c] = \frac{c}{1}$$

$$c > P + [c] = P + c$$

$$c < P - c$$

$$P = c$$

سؤال 16 $\left(\frac{c}{s} \right)$ متعلق اختيار ذاتي

ل (د) = $\left. \begin{array}{l} \frac{c}{s} \geq \frac{c}{s} \\ \frac{c}{s} < \frac{c}{s} \end{array} \right\}$

متصل عند $s = c$ ، أو $P = c$ ؟

الحل

$$c = c$$

$$c = \frac{c + (P-1)s}{P}$$

$$c = \frac{c + (P-1)s}{P}$$

$$c = \frac{P-1}{P}$$

$$Pc = P - 1$$

$$\frac{1}{P} = P \quad 1 = Pc$$

$$c = \frac{c + (P-1)s}{P}$$

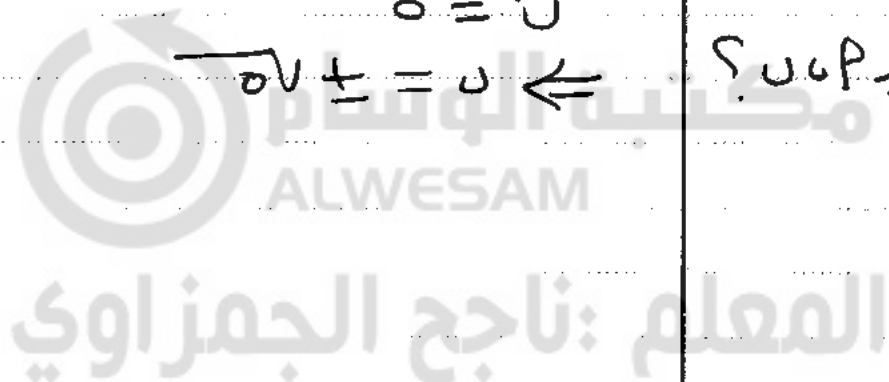
يقسم على طرفي والمقام على s

$$c = \frac{\frac{c}{s} + (P-1)}{P}$$

$$c = \frac{1 - c}{P} \Rightarrow c = 1 - c$$

$$c = 0$$

$$c = 0$$



سؤال ١٨

سؤال ١٧

اذا كانت $\frac{1}{x} = \left(\frac{u}{x-c} - \frac{p}{x-s} \right)$ فابعد فية u, p, c, s ؟

الحل

نوحيد مقام

$$\frac{1}{x} = \left(\frac{u}{x-c} - \frac{(c+s)p}{(x+s)(x-c)} \right)$$

$$\frac{1}{x} = \left(\frac{u - (c+s)p}{x-c} \right)$$

نضرب المقام = \cdot فبايد

$$\cdot = u - (c+s)p$$

$$\textcircled{1} \quad \cdot = u - pc$$

الصفة التركيب

$$u - pc + sp = u - pc + sp$$

$u - pc$	p	\square
pc	p	
$\cdot = u - pc$		

$$\frac{1}{x} = \frac{(u-sp)p}{(x+s)(x-c)}$$

$$1 = p \iff \frac{1}{x} = \frac{p}{x}$$

$$\cdot = u - pc$$

$$\cdot = u - 1 \times c$$

نظريات في الأتصال

نظرية

إذا كان h ه أفتراسين متصلين
عند $s = P$ فان

$$① \text{ ه (س) } + \text{ ه (س) متصل عند } s = P$$

$$② \text{ ه (س) } \times \text{ ه (س) متصل عند } s = P$$

$$③ \frac{\text{ه (س)}}{\text{ه (س)}} \text{ متصل عند } s = P$$

بشرط $\text{ه (س)} \neq 0$

أي أن

$$\text{متصل} + \text{متصل} = \text{متصل}$$

$$\text{متصل} \times \text{متصل} = \text{متصل}$$

$$\text{متصل} = \frac{\text{متصل}}{\text{متصل} \neq 0}$$

إذا كان h ه أفتراسين متصلين
عند $s = P$ فانبت أن
 $\text{ه (س) } + \text{ ه (س) متصل عند } s = P$

البرهان

ه (س) معرفة ، ه (س) معرفة
فها ه (س) موجودة ، فها ه (س) موجودة
 $\leftarrow P$ $\leftarrow P$

فها ه (س) = ه (س) لأن ه متصل
 $\leftarrow P$

فها ه (س) = ه (س) ه (س) متصل
 $\leftarrow P$

بفرض ان ل (س) = ه (س) + ه (س)

ل (س) = ه (س) + ه (س) معرفة

فها ل (س) = ه (س) + ه (س)
 $\leftarrow P$ $\leftarrow P$

فها ل (س) = ه (س) + ه (س)
 $\leftarrow P$ $\leftarrow P$

\leftarrow فها ل (س) = ل (س)
 $\leftarrow P$

\leftarrow ل (س) متصل

وبنفس الطريقة نثبت

الطرح والضرب والقسمه

سؤال 1

إذا كان $f(x) = x^2 + 5x$
 هو $f(x) = 3x - 1$ حيث في اتصال
 هو $f(x) = 4x$ عند $x = 2$

الحل

هو $f(x) = 3x - 1$ متصل عند $x = 2$ كثير حدود
 هو $f(x) = 4x$ متصل عند $x = 2$ كثير حدود

هو $f(x) = 4x$ هو $f(x) = 3x - 1$ متصل عند $x = 2$
 حسب نظريات في الاتصال

ملاحظة

إذا تحققت شروط النظرية طبق
 نظريات في الاتصال ، وإذا
 لم تتحقق الشروط ندمج
 الأفتى استناداً وفقاً

يعني انه

إذا كان احد الأفتى استناداً
 أو كلاهما غير متصل يجب
 دمج الأفتى استناداً

سؤال 2

هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$
 هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

بين ان $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ متصل عند $x = 2$

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1 = 2(2)^2 - 3(2) + 1 = 2$

هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 = 2(2)^2 - 3(2) + 1 = 2$
 هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 = 2(2)^2 - 3(2) + 1 = 2$
 هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 = 2(2)^2 - 3(2) + 1 = 2$ هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ متصل عند $x = 2$

هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ متصل عند $x = 2$ كثير حدود

هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ هو $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ متصل عند $x = 2$



سؤال ٣) من ضمن تمارينه الكتاب

$$\left. \begin{array}{l} \text{م (س)} = \frac{1}{\lambda} \text{ س} + 1 \\ \text{س} - 2 = \frac{2}{\lambda} \end{array} \right\}$$

هو (س) = $\frac{2\pi \times \text{س}}{\lambda}$

ايبت في اتصال م + ه عند س = ٢

الحل

م (س) = $\frac{2}{\lambda}$

$$\frac{1}{\lambda} \text{ س} + 1 = \frac{1}{\lambda} (2) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} \text{ س} = 1 - 1 = 0$$

$$\frac{1}{\lambda} (2) = \frac{1}{\lambda} (2) \Rightarrow 2 = 2$$

$$\frac{2}{\lambda} = \frac{2}{\lambda} = (2 + 2 + 2) \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{6}{\lambda}$$

نفا $\frac{2}{\lambda} = \frac{6}{\lambda}$ م (س) متصل عند س = ٢

هو (س) = $\frac{2\pi \times \text{س}}{\lambda} = \frac{2\pi \times 2}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda}$ صيف

كما $\frac{2\pi \times \text{س}}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda}$ صيف

هو (س) متصل

م + ه متصل عند س = ٢

سؤال ٤)

$$\left. \begin{array}{l} \text{و (س)} = 1 - 2 \text{ ه (س)} \\ \text{س} - 1 = 2 - \text{س} \end{array} \right\}$$

هو (س) = ١ - ٢ ه (س) ايبت في اتصال هو (س) عند س = ١

الحل

١. متصل لأنه ثابت
نبحث في اتصال ه

ه (س) = ١ - ٢ ه (س) = ١ - ٢ ه (س)

كما ه (س) = ١ - ٢ ه (س) = ١ - ٢ ه (س)

كما ه (س) = ١ - ٢ ه (س) = ١ - ٢ ه (س)

ه متصل عند س = ١

ه متصل

١ - ٢ ه (س) متصل

عند س = ١

ALWESAM

المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ٦

و د ا س = ٣ س + ا - ١ + [س]
 احيث في اتصال و د ا س عند س = $\frac{1}{2}$

الحل

١) ٣ س متصل عند س = $\frac{1}{2}$ كثير حدود

٢) ا - ١ + [س]

$$\frac{1 - 1 + 1 + 2x}{2}$$



(١ - ١ + [س]) (١ - ١) متصل كثير حدود

٣) [س]

$$\frac{1}{2}$$

١) ٣ س متصل كثير حدود
 = نصف
 متصل كثير حدود

٢) و د ا س متصل عند س = $\frac{1}{2}$

٣) حسب نظريات في الاتصال

مثال ٥

و د ا س = ٣ س + ٤ }
 احيث في اتصال و د ا س عند س = ٢

و د ا س = ٣ س }
 احيث في اتصال و د ا س عند س = ٢

وكان ل ا س = و د ا س + و د ا س
 احيث في اتصال ل ا س عند س = ٢

الحل

بما ان و د ا س ا و د ا س غير متصلين
 عند س = ٢ لذلك نقوم بجمع
 الاقترانين

ل ا س = ٣ س + ٤ + ٣ س }
 احيث في اتصال ل ا س عند س = ٢

ل (٢) = ٢ + ٢ + ٢ x ٥ = ١٦

مثال ا س = ٤ + ٤ + ٨ = ١٦
 س ← ٢

مثال ا س = ٢ + ٤ + ٢ x ٥ = ١٦
 س ← ٢

ل ا س = ١٦ = ل (٢)

ل ا س متصل عند س = ٢



مسألة ٧

إذا كان

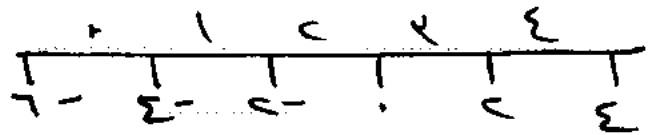
$$f(x) = (x-1)^3 \left[\frac{1}{x} + 3 \right]$$

احب في اتصال $f(x)$ عند $x=1$

الحل

اعادة تعريف $f(x) = \left[\frac{1}{x} + 3 \right]$
 طول لدرج $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} = 2$

$\frac{1}{x} + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$



دراسة $f(x) = (x-1)^3 \left[\frac{1}{x} + 3 \right]$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$
 $2 < x < 3$ $3 < x < 4$

دراسة $f(x) = (x-1)^3 \left[\frac{1}{x} + 3 \right]$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$
 $2 < x < 3$ $3 < x < 4$

دراسة $f(x) = (x-1)^3 \left[\frac{1}{x} + 3 \right]$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$
 $2 < x < 3$ $3 < x < 4$

دراسة $f(x) = (x-1)^3 \left[\frac{1}{x} + 3 \right]$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$
 $2 < x < 3$ $3 < x < 4$

مسألة ٨

دراسة $f(x) = x^2$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$

دراسة $f(x) = x^2$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$

احب في اتصال $f(x)$ عند $x=1$

نلاحظ ان كل $f(x) = x^2$ متصلين لذلك نجد قاعدة

للكيف ل $f(x) = x^2$ عند $x=1$

دراسة $f(x) = x^2$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$

$f(x) = x^2 = 1 + (x-1)$

دراسة $f(x) = x^2 = 1 + (x-1)$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$

دراسة $f(x) = x^2 = 1 + (x-1)$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$

دراسة $f(x) = x^2 = 1 + (x-1)$
 $0 \leq x < 1$ $1 < x < 2$

دراسة $f(x) = x^2$ عند $x=1$

نظير شروط الاتصال
عند $x=1$

$$f(1) = [1 - 1 \times c] - [c + 1] = 1 - c - c - 1 = -2c = 0$$

$$-2c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$f(1) = [1 - 1 \times c] - [c + 1] = 1 - c - c - 1 = -2c = 0$$

$$c = 0$$

$$f(1) = [1 - 1 \times c] - [c + 1] = 1 - c - c - 1 = -2c = 0$$

مثال ٩

$$f(1) = [1 - 1] - [c + 1] = -c - 1 = 0$$

$$-c - 1 = 0 \Rightarrow c = -1$$

$c = -1$ متصل كمتعدد

مثال ١٠

$$f(1) = [1 - 1] - [c + 1] = -c - 1 = 0$$

اجب في اتصال عند $x=1$

الحل

$$f(x) = [c + 1] - [1 - x] = c + 1 - 1 + x = c + x$$

$$f(x) = [1 - x] - [c + 1] = 1 - x - c - 1 = -x - c$$

$$f(1) = [1 - 1] - [c + 1] = -c - 1 = 0$$

$$-c - 1 = 0 \Rightarrow c = -1$$

التدريبات (الكتاب)

① تدريب ① ص ٥٩

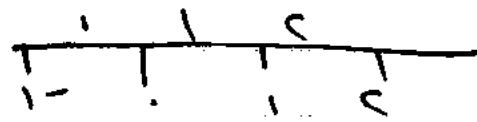
اجب في اتصال هـ حسب

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

اكل

[س+١] س = ١ - ١ عند

طوال ادرج = ١



هـ (د) = س } ١
 هـ (د) = س } ٢
 هـ (د) = س } ٣

هـ (د) = س } ١
 هـ (د) = س } ٢
 هـ (د) = س } ٣

هـ (د) = ٢

هـ (د) = ١ × ٢ = ٢
 ← س

هـ (د) = ١
 ← س

غير متصل عند س = ١

⑤

س د ١
 س = ١
 ١٢٥
 س د ١
 س = ١
 ١٢٥

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

عند س = ١

اكل

هـ (د) = س [س+١] عند س=١
 ← س

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

هـ (د) = س [س+١] عند س=١
 ← س

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

⑤ + ⑤

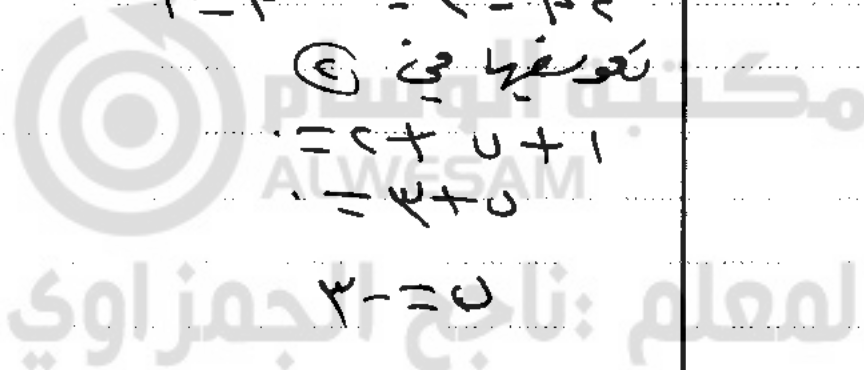
هـ (د) = س [س+١] عند س=١

تعويضاً في ⑤

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

هـ (د) = س [س+١] عند س=١

هـ (د) = س [س+١] عند س=١



تمارين ومسائل الكتاب

3) تدریب 3) ص 72

إذا كان $f(x) = (x-2)^2$

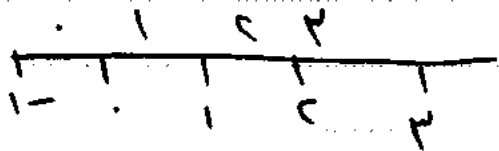
$f(1) = [1+2] = 3$

أجب في اتصال $f(x)$ و x عند $x=2$

عند $x=2$

اكتب

$f(1) = [1+2] = 3$
طول البرج = 1



هو غير متصل

لذلك نجد قاعده $x \neq 2$

$f(x) = (x-2)^2$
عند $x=2$ $f(2) = 0$
عند $x=3$ $f(3) = 1$

عند $x=2$ $f(2) = 0$
عند $x=3$ $f(3) = 1$

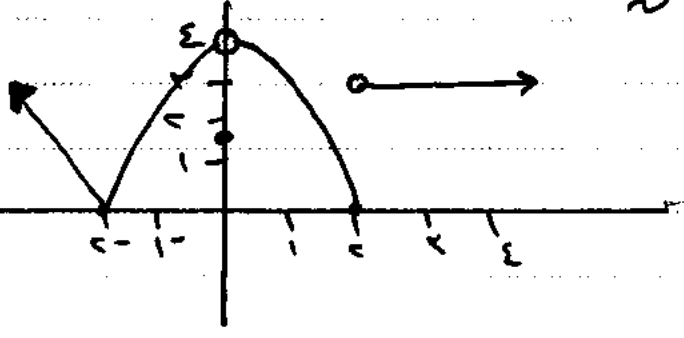
ل (2) $f(2) = (2-2)^2 = 0$ صف

فأل (3) $f(3) = (3-2)^2 = 1$ صف
 $x \leftarrow 2$

فأل (3) $f(3) = 1$ صف
 $x \leftarrow 2$

فأل (3) $f(3) = 1$ صف
 $x \leftarrow 2$

من ص 72
لكيه $f(x)$ و x اتصالاً
عند $x=2$ الذي يمثل مفتوحاً



حدد متى $f(x)$ و x اتصالاً
عند $x=2$

اكتب $f(x) = (x-2)^2$

من ص 72

عند $x=2$ $f(2) = 0$
عند $x=3$ $f(3) = 1$

أجب في اتصال $f(x)$ و x عند $x=2$

اكتب

عند $x=2$ $f(2) = 0$ صف

عند $x=3$ $f(3) = 1$

عند $x=2$ $f(2) = 0$

← نتيج اكل

$$u = \frac{1 - s^3}{(1 + \sqrt{s})(1 - s)} = \frac{1 - s^3}{(1 + \sqrt{s})(1 - s)}$$

← 1 +

$$u = \frac{(1 + \sqrt{s})(1 - s)}{(1 + \sqrt{s})(1 + s)}$$

← 1 +

$$u = \frac{1}{1 + s}$$

$$\frac{1}{1 + s} = \frac{1}{1 + s} = \frac{1}{1 + s}$$

← 1 +

$$\frac{1}{1 + s} = \frac{1}{1 + s} = \frac{1}{1 + s}$$

$$9 = 1 - 2s - 1 = 0 - 2s = -2s$$

← 2 -

مضاد (س) غير موجود

← 2 -

داس (س) غير متصل

لا صا عمارة مسائل الكتاب

إذا كان

$$\frac{1 - s^2}{1 - s} = \frac{1 + s}{1 - s}$$

← 1 -

متصلاً عند $s = 1$ أو $s = -1$

$$u = \frac{1 - s^2}{1 - s} = \frac{1 + s}{1 - s}$$

← 1 -

$$\frac{1 - s^2}{1 - s} = \frac{1 + s}{1 - s}$$

← 1 -

$$u = \frac{1 - s^2}{(1 + \sqrt{s})(1 - s)}$$

← 1 +

أسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠١٨) صيف

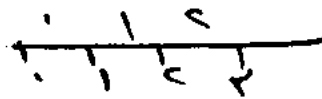
إذا كان $\left. \begin{array}{l} \text{مما كان } [س] + ن \text{ ايسر } \\ \text{مما كان } \frac{1}{س} \end{array} \right\} = \text{مما كان}$

معدومة لثابت $ن$ التي تحصل من
متصلاً عند $س = ٢$

الحل

مما $[س] + ن = \frac{1}{س}$
 $س < ٢$

$$١ + ن = \frac{1}{س} = ٠$$



$$س = ٠$$

② وزارة (٢٠١٩) شتوي

إذا كان $ن$ اقران متصلاً عند
 $س = ٤$ ، وكان ٣ $ن$ $(٤) = ٦$
وكانت $ن$ $س = ٤$
 $س < ٤$

اوهر قيمة $ن$

الحل

مما ان $ن$ $(٤) = ٦$ متصل عند $س = ٤$
مما $ن$ $(٤) = ٦$ $س < ٤$

$$٢ = \frac{٦}{٤} = ١.٥$$

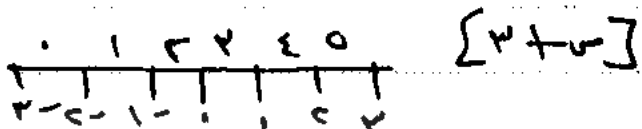
مما $ن$ $(٤) = ٦$ $س < ٤$
 $١ = ٠$

③ وزارة (٢٠١٣) صيف

إذا كان $\left. \begin{array}{l} \text{مما كان } ١ + س \\ \text{مما كان } [٣ + س] \end{array} \right\} = \text{مما كان}$

اكتب في ارفال $ن$ عند $س = ٢$

الحل



$$٠ = ١ + س = \frac{١}{س} \text{ مما } س < ٢$$

$$٠ = \frac{١}{س} \text{ مما } س < ٢$$

$$٠ = (٢) \text{ مما}$$

$$٠ = (٤) \text{ مما } س < ٢$$

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = \pm i$$

$$0 = (x^2 + 1) = (x + i)(x - i)$$

$$x = i \text{ or } x = -i$$

⊙ وزارة (٢٠١٤) صيف

إذا كان $x = i$ | $x = -i$ | $x = 1 - i$ | $x = 3$

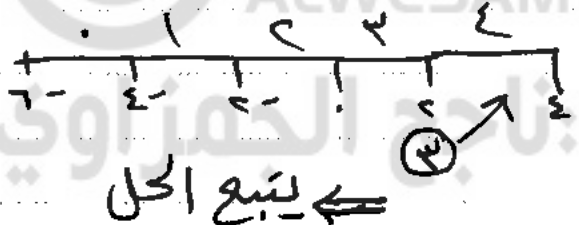
اكتب في اتصال $x = i$ عند $x = 3$

اكمل

$$\frac{x^2 + 1}{x - 3} = \frac{x^2 - 9 + 10}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 3) + 10}{x - 3} = x + 3 + \frac{10}{x - 3}$$

$[x + 3 + \frac{10}{x - 3}]$ طول البرم $= 3$

$$x = 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x = 3$$



يتبع اكمل

⊙ وزارة (٢٠١٤) شتوي

إذا كان $x = i$ | $x = -i$ | $x = 3$ | $x = 1$

$x = i$ | $x = -i$ | $x = 3$ | $x = 1$

اكتب في اتصال $x = i$ عند $x = 1$

$$\frac{x^2 + 1}{x - 1} = \frac{x^2 - 1 + 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 1) + 2}{x - 1} = x + 1 + \frac{2}{x - 1}$$

$x = i$ | $x = -i$ | $x = 3$ | $x = 1$

تدفظ ان $x = i$ غير متصلين

عند $x = 1$ بجد قاعدة $(x + 1)$ (دو ج لاد)

$$x^2 + 1 = (x + 1)(x - 1) + 2$$

$x = i$ | $x = -i$ | $x = 3$ | $x = 1$

$$0 = x^2 + 1 = (x + i)(x - i)$$

$$x = i \text{ or } x = -i$$

$$\text{هنا} = \frac{(1+\sqrt{c})(4-\sqrt{c})}{2-\sqrt{c}}$$

$$\text{هنا} = \frac{(1+\sqrt{c})(c-\sqrt{c})}{c} = \frac{(1+\sqrt{c})\sqrt{c}}{c}$$

$$1 = c + c \times 4 = c + 4c$$

هنا (بداية) غير موجود

هنا (بداية) غير متصل عند $c=2$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - \frac{c}{2} \\ 1 - \frac{c}{4} \end{array} \right\} = \text{هنا (بداية)}$$

$$4 = \text{هنا (بداية)}$$

$$\frac{1}{c} = 1 - \frac{c}{2} = \text{هنا (بداية)}$$

هنا (بداية) غير موجود

هنا (بداية) غير متصل عند $c=2$

٧) وزارة (2010) صيف

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان} \\ \frac{c^2 - (c-1)}{c} \\ \text{إذا كان} \\ \frac{c^2 + c - 1}{c} \end{array} \right\} = \text{هنا (بداية)}$$

اقترب من متصل عند $c=1$

اريد قيمة c

اكل

$$\text{هنا (بداية)} = 11$$

تبع اكل

٦) وزارة (2010) شتوية

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان} \\ c + 1 \\ \frac{c^2 - (1+c)}{c-1} \end{array} \right\} = \text{هنا (بداية)}$$

اعتباري اتصال هنا عند $c=2$

اكل

$$\text{هنا (بداية)} = 1$$

$$\text{هنا} = \frac{c^2 - (1+c)}{c-1}$$

$$\text{هنا} = \frac{(c+1)(c-1)(c-1)}{c-1}$$

⑤ زاوية (0.16) متوجية

إذا كان

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3} \\ & \frac{1}{4} = s \\ & \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \text{هنا } s = \frac{1}{4}$$

هنا $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ \leftarrow
 بالصفة كل من $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ على $\frac{1}{12}$

هنا $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ \leftarrow
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

هنا $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ \leftarrow
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

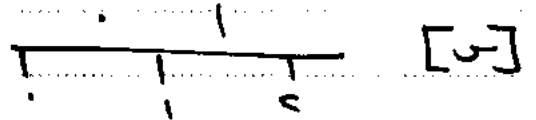
$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ \leftarrow
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

أحياناً في اتصال ههنا عند $s = \frac{1}{3}$ أكل

هنا $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ \leftarrow
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

هنا $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ \leftarrow
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$
 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

← تابع اكل



$$\text{كفا - حد } c = [a, c] = \text{كفا - حد } a$$

$$c - a = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

$$\leftarrow \text{كفا حد } (a) = c - a = 2 = \text{حد } \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{حد } (a) \text{ متصل عند } c = \frac{1}{3}$$

زاوية (١١٦) صيفيه

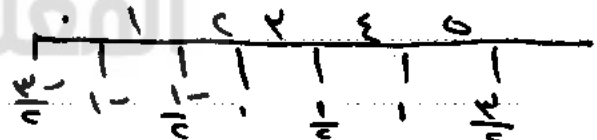
اذا كان

$$\left. \begin{aligned} \left. \begin{aligned} \frac{c - a}{a - b} = \text{حد } (a) \\ \frac{c - a}{c - b} = \text{حد } (a) \end{aligned} \right\} \text{ احدى } \\ \left. \begin{aligned} \frac{c - a}{a - b} = \text{حد } (a) \\ \frac{c - a}{c - b} = \text{حد } (a) \end{aligned} \right\} \text{ احدى } \end{aligned} \right\} \text{ احدى } (a)$$

اكتب في اتصال الاقتران حد (a) عند $c = a$

اكل

$$[a, c] \text{ طول } \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$



$$a - \text{حد } a \leftarrow c = a - \text{حد } a \leftarrow c = a - \text{حد } a \leftarrow c$$

$$\text{كفا حد } (a) = \text{كفا حد } (a) - \text{حد } (a) = c - a = 2$$

$$\text{كفا حد } (a) = \text{كفا حد } (a) - \text{حد } (a) = c - a = 2$$

$$\text{كفا حد } (a) = \frac{c - a}{a - b}$$

$$\text{كفا حد } (a) = \frac{c - a}{c - b} = \text{حد } (a)$$

$$c - a = 2 = \text{حد } (a)$$

$$\text{كفا حد } (a) = c - a = 2 = \text{حد } (a)$$

$$\leftarrow \text{حد } (a) \text{ متصل عند } c = a$$

الاتصال على فترة

تعريف:

يكون الأفتان (a, b) متصل على $[a, b]$ اذا كان

① a متصل عند كل من a و (a, b)

② a متصل عند $a = P$ من اليمين اي ان $\forall \epsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ $\forall x \in]a, a + \delta[$ $|f(x) - P| < \epsilon$

③ a متصل عند $a = S$ من اليسار اي ان $\forall \epsilon > 0$ $\exists \delta > 0$ $\forall x \in]a - \delta, a[$ $|f(x) - S| < \epsilon$

لحين اتصال (a, b) على فترة

① نبيث الاتصال عند كل فترة جزئية

② نبيث الاتصال عند نقط الشعب

③ نبيث الاتصال على عين بداية الفترة ، وعلى a نهاية الفترة

مثال ①

$$\left. \begin{array}{l} 1 = 5 \\ 2 = 5 \\ 3 = 5 \end{array} \right\} \text{وهذا} = \left. \begin{array}{l} 1 - 5 \\ 2 + 5 \\ 3 \end{array} \right\}$$

اين في اتصال هو في الفترة $[a, b]$

الحل

① a متصل عند a على (a, b) لأنه كثير حدود

② نبيث الاتصال عند بداية الفترة $a = 1$ من اليمين

$$\text{وهذا} = 1 - 1 \times 5 = 3$$

$$\text{مضافا هذا} = 1 + 2 = 3 \leftarrow$$

$$\text{مضافا هذا} = 1 = 3 \leftarrow \text{متصل عند } a = 1$$

③ نبيث الاتصال عند نهاية الفترة $a = 3$ من اليسار

$$\text{وهذا} = 3 \times 3 = 6$$

$$\text{مضافا هذا} = 3 + 3 = 6 \leftarrow$$

$$\text{مضافا هذا} = 3 = 6 \leftarrow \text{متصل عند } a = 3$$

← وهذا متصل على $[a, b]$

سؤال 5

اذا كان $f(x) = |x-5|$ اوجد في اتصال الاقتران $f(x)$ على الفترة

[3, 5]

الحل

$$\begin{array}{r} x-5 \\ \hline x-5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} x-5 \\ \hline x-5 \\ \hline 0 \end{array}$$

$f(x) = |x-5|$
 $f(3) = |3-5| = 2$
 $f(5) = |5-5| = 0$

① $f(x)$ متصل على $(\frac{3}{2}, 5)$ كثير حدود
 $f(x)$ متصل على $(\frac{3}{2}, 5)$ كثير حدود

كما نرى $f(x) = |x-5|$
 $f(3) = 2$

كما نرى $f(x) = |x-5|$
 $f(5) = 0$

عند $x = 3$

$f(3) = |3-5| = 2$

كما نرى $f(x) = |x-5|$
 $f(3) = 2$

كما نرى $f(x) = |x-5|$
 $f(3) = 2$

متصل عند $x = 3$

الجواب

وهو متصل على [3, 5]

سؤال 6

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + \sqrt{x} - 1 \geq 0 \\ [x] + 5 - x \geq 0 \end{array} \right\} = \text{مطلوب}$$

اجب اتصال $f(x)$ على الفترة [1, 2]

تعريف $f(x)$

$$\begin{array}{r} x^2 + \sqrt{x} - 1 \\ \hline x^2 + \sqrt{x} - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + \sqrt{x} - 1 \geq 0 \\ [x] + 5 - x \geq 0 \\ x = 1 \end{array} \right\} = \text{مطلوب}$$

② نقطة تبعد $x = 5$

$f(x) = |x-5|$
 $f(5) = 0$

كما نرى $f(x) = |x-5|$
 $f(5) = 0$

كما نرى $f(x) = |x-5|$
 $f(5) = 0$

كما نرى $f(x) = |x-5|$
 $f(5) = 0$

متصل عند $x = 5$

③ الأضراس

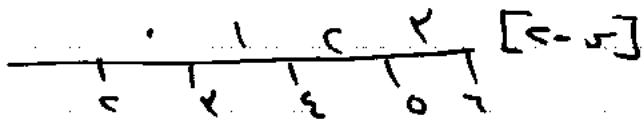
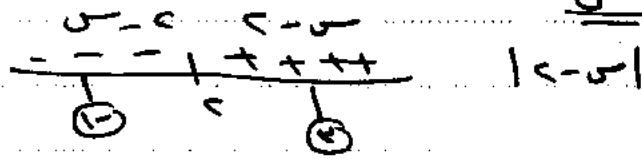
$f(x) = |x-5|$

$f(x) = |x-5|$
 $f(5) = 0$

سؤال ٤

$\left. \begin{array}{l} 1 - s \geq 2 \\ 2 \geq s \geq 0 \end{array} \right\} \text{هنا } (s) = [2 - s]$
 حيث الاتصال به على الفترة $[0, 1]$

اكمل



$\left. \begin{array}{l} 1 - s \geq 2 \\ 2 \geq s \geq 0 \\ 4 \geq s \geq 2 \\ 5 \geq s \geq 4 \\ 5 = s \end{array} \right\} \text{هنا } (s) = \dots$

③ هنا (s) متصل على الفترة $[0, 1]$

$(-1, 2) \cup (3, 6) \cup (4, 5) \cup (0, 4)$
 كثيرات الحدود

نقطه التبعية

① عند $s = 2$

هنا $(s) = 2 - 2 = 0$

هنا $(s) = 2 - 2 = 0$ كما $(s) = 2 - 2 = 0$ كما $(s) = 2 - 2 = 0$

وهي متصل عند $s = 2$

② عند $s = 2$

هنا $(s) = 1 = 2 - 1$

← يتبع اكمل

① $s + \sqrt{s}$ متصل على $(-1, 6)$

اخذ بعين الاعتبار ≥ 0 مجال $s - 2$ متصل على $(1, 6)$ كثير الحدود

② عند $s = 0$ نقطة تبعية

هنا $(s) = 2 - 1 \times 0 = 1$

كما $(s) = 2 - 1 \times 0 = 1$ كما $(s) = 2 - 1 \times 0 = 1$

كما $(s) = 2 - 1 \times 0 = 1$ كما $(s) = 2 - 1 \times 0 = 1$

كما $(s) = 2 - 1 \times 0 = 1$ غير موجود

هنا (s) غير متصل عند $s = 0$

الطرائف

عند $s = 1$

هنا $(s) = (1 - 1) = 0 = \sqrt{1 - 1} + 1 = 1 + 1 = 2$

كما $(s) = (1 - 1) = 0 = \sqrt{1 - 1} + 1 = 1 + 1 = 2$

كما $(s) = (1 - 1) = 0$ متصل عند $s = 1$

عند $s = 1$

هنا $(s) = 2 - 1 \times 0 + 1 = 1$

كما $(s) = 2 - 1 \times 0 = 2$

هنا (s) غير متصل عند $s = 1$

اخواني
 هنا (s) متصل $[0, 1]$ - $[0, 2]$

سؤال ٥

$$\left. \begin{array}{l} 1 = 5 \quad 2 + 5 = 7 \\ 3 = 5 \quad 4 - 5 = -1 \end{array} \right\} = \text{نقطة (5)}$$
 هذه قيمتان ثابتتين له مال حتى يكون
 الأفتان متصلان على [3, 5]

الكل

بما ان النقطة (5) متصل على [3, 5]
 في النقطة (5) متصل على يمينه بداية الفترة

$$\left. \begin{array}{l} \text{نقطة (5)} \\ \leftarrow \end{array} \right\} = 11$$

$$1 \times 5 = 5 \times 1$$

$$\leftarrow 1 - 5 = 5 - 1 \Rightarrow 4 = 4$$

نقطة (5) متصل على يساره نهاية الفترة

$$\leftarrow \left. \begin{array}{l} \text{نقطة (5)} \\ \leftarrow \end{array} \right\} = 3$$

$$\leftarrow 3 \times 5 = 5 \times 3$$

$$3 - 5 = 5 - 3 = 2 = 2$$

$$3 - 5 = 2 = 2$$

$$\leftarrow 2 = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نقطة (5)} \\ \leftarrow \end{array} \right\} = 1$$

$$\text{نقطة (5) متصل عند 3} = 3$$

$$\text{نقطة (5)} = 5$$

$$\text{نقطة (5)} = 5$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نقطة (5)} \\ \leftarrow \end{array} \right\} = 1$$

$$\text{غير متصل عند 5} = 5$$

٥ الأضراسف

$$\leftarrow 1 = 1$$

$$3 = 1 - 1 = 0$$

$$2 = 1 - 1 = 0$$

$$\leftarrow 1 = 1$$

$$\text{نقطة (5)} = 0$$

$$3 = 0$$

$$\leftarrow 0 = 0$$

$$\text{غير متصل عند 5} = 0$$

اجواب

نقطة (5) متصل على

$$\{ 5 \} - [5, 1]$$



سؤال ٦

$$\left. \begin{aligned} & 2 - \frac{2}{3} \leq x < 3 \\ & x = 2 \\ & x = 3 \end{aligned} \right\} = (2, 3)$$

وكان ه افتران متصل على لفته $[2, 3]$ فجد قيمة الثابتين a, b ؟

الحل

عما ان ه افتران متصل على $[2, 3]$ هذا يعني ان ه متصلاً عند اي عدد يقع داخل لفته .

← هو (س) متصل عند $x = 2$
 فها هو (س) = ه(٢)
 $2 = a + b$

← $2 = 0 + b$

فها هو (س) = ه(٢)
 $2 = a + b$

$2 = \frac{2}{3} + b$

$2 = \frac{2}{3} + b$

$2 = \frac{2}{3} + b$

سؤال ٧

$$\left. \begin{aligned} & 2 - \frac{2}{3} \leq x < 3 \\ & x = 2 \\ & x = 3 \end{aligned} \right\} = (2, 3)$$

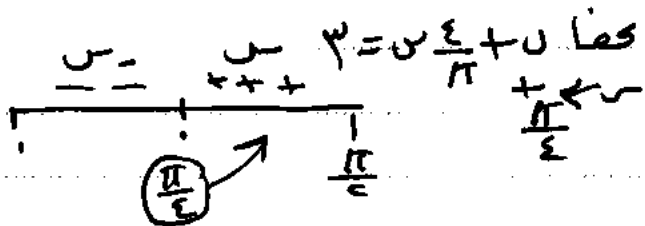
وكان ه افتران متصل على $[2, 3]$ اوجد قيمة a, b ؟

اكمل

ه متصل على $[2, 3]$ ه متصل عند $x = 2$

فها $2 - \frac{2}{3} \leq x < 3$ ه (س) = ه(٢)
 $2 = a + b$

① $2 = 0 + b$



$2 = 0 + b$

$2 = 1 + b$

نعوض $2 = 1 + b$ في معادله ①

$2 = 1 + b$

$1 = b$

سؤال 8

$$\left. \begin{array}{l} \frac{s-1}{1+s} \\ s-1 \geq s-1 \\ s-1 \geq s-1 \end{array} \right\} = \text{وه (س)} =$$

احب في اتصال وه (س) على $[-1, 1]$

اكمل

$$\left. \begin{array}{l} \frac{s-1}{1+s} \\ s-1 \geq s-1 \\ s-1 \geq s-1 \\ s-1 \geq s-1 \end{array} \right\} = \text{وه (س)} =$$

1 وه (س) متصل عم $[-1, 1]$ لأنه معرف على مجاله

$1+s$ متصل عم $(-1, 1)$ كغير محدود
 1 متصل على $(1, 1)$ كغير محدود

2 عند نقط التجميع

$s = 1$

وه $(1-1) = 1+1-1 = 1$
 كما وه (س) $1+1-1 = 1$
 $s-1$

كما وه (س) $\frac{(1+s)(1-s)}{1+s} = 1-s$

وه (س) غير متصل عند $s = 1$

عند $s = 1$
 وه $(1-1) = 1$
 كما وه (س) 1
 $s-1$
 وه متصل عند $s = 1$

3 الأضراف

عند $s = 2$ وه $(2-1) = 1$
 كما وه (س) 2
 $s-2$
 وه متصل عند $s = 2$

عند $s = 3$ لا يوجد لأنه نتره وقوته

وه (س) متصل على $[-1, 1]$

سؤال 9

$$\left. \begin{array}{l} 1+s \geq 1+s \\ 1+s < 1+s \end{array} \right\} = \text{وه (س)} =$$

احب في اتصال وه (س) على مجاله

اكمل

$1+s \geq 1+s$

$1+s < 1+s$

تتبع اكل

$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq x \leq 3 \\ 3 < x < 3 \\ 3 - x < 3 \end{array} \right\} \text{وهذا هو } = \emptyset$$

وهذا متصل على $(-2, 3)$ $3 < x < 3$
 في كثير من الحدود

٥ نقطة إنتصاف

① $3 = x$

$$1 = 1 + 0 = (x-1)$$

$$1 = 1 + 0 = (x-1) \leftarrow +$$

$$9 = 9 = (x-1) \leftarrow -$$

كذلك هذا غير موجود 0

وهذا غير متصل عند $x = 3$

② $3 = x$

$$1 = 1 + 0 = (x-1)$$

$$9 = 9 = (x-1) \leftarrow +$$

$$1 = 1 + 0 = (x-1) \leftarrow -$$

كذلك هذا غير موجود 0

وهذا غير متصل عند $x = 3$

الاجواب وهذا متصل على $[-2, 3]$



تدريبات الكتاب

① تدريب (١١) ص ٦٨

إذا كان $\left. \begin{matrix} 2 + s > 2 \\ 2 + s < 2 \end{matrix} \right\}$ $s = 0$
 إما $s \geq 2$ إما $s < 2$

اجب في اتصال s على 2

الحل

$s \geq 2 \iff s \geq 2 \iff s < 2$

إما $s < 2 \iff s < 2 \iff s < 2$

$\left. \begin{matrix} 2 + s = 2 \\ 2 + s > 2 \\ 2 + s < 2 \end{matrix} \right\}$ $s = 0$
 إما $s \geq 2$ إما $s < 2$

② $s = 0$ متصل على $(-2, 2)$ إما $s < 2$

$s < 2$

لأنه كثير حدود

نقط التعيين

$s = 2$

$s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$

كفا $s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$
 $s < 2$

كفا $s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$

$s < 2$
 $s = 2$ متصل عند $s = 2$

$s = 2$

$s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$

كفا $s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$
 $s < 2$

كفا $s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$

$s < 2$

كفا $s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$
 $s < 2$

$s = 2$ متصل عند $s = 2$

$s = 2$ متصل على

$s = 2 \implies 2 = 2 + 0 = 2$

③ تدريب (٢) ص ٧١

لكية ل $s = 0 \implies \frac{s - 2}{s - 0} = 0 \implies s = 2$

اجب في اتصال ل على ح

الحل

ل $s = 0$ غير متصل عند $s = 0$

لأنه غير معرف عندها

إذا كانت $s \neq 0 \implies s < 0$

ل $s = 0 \implies \frac{s - 2}{s - 0} = 0 \implies s = 2$

متصل كثير حدود

ل $s = 0$ متصل على ح - $\{0\}$

السؤال الثالث

لـ (س) = $\sqrt{6+s}$ احب في اتصال
لـ على $[-3, 000)$

الحل

١) في الفترة $(-3, 000)$ يكون

$$6+s > 0 \Rightarrow s > -6$$

منه متصل

عند $s = -3$

لـ (س) = $\sqrt{3}$ صفر

كذلك (س) = صفر

ر ← -3

متصل عند $s = -3$

لـ متصل $[-3, 000)$

السؤال الرابع

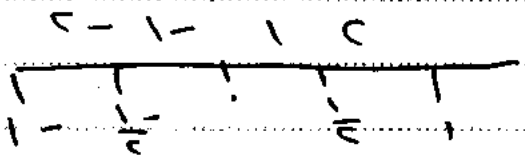
لـ (س) = $\sqrt{1-s}$ احب في اتصال
لـ على $[-1, 000)$

احب في اتصال لـ (س) على

$[-1, 000)$

الحل

[س] طول لـ (س) = $\frac{1}{2}$
 $s = 0$ احب



لـ (س) = $\sqrt{1-s}$
لـ (س) = $\sqrt{1-s}$
لـ (س) = $\sqrt{1-s}$
لـ (س) = $\sqrt{1-s}$

١) متصل على الفترة

$(-1, 000)$ ، $(-\frac{1}{2}, 000)$ ، $(0, 000)$

كثير حدود

٢) عند نقط التفتيح

٣) $s = \frac{1}{2}$

لـ (س) = $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

لـ (س) = $\sqrt{1-s}$ ، لـ (س) = $\sqrt{1-s}$ ، لـ (س) = $\sqrt{1-s}$

عند متصل

٤) $s = 0$

لـ (س) = $1 - 0 = 1$

لـ (س) = $\sqrt{1-s}$ ، لـ (س) = $\sqrt{1-s}$ ، لـ (س) = $\sqrt{1-s}$

لـ (س) = $\sqrt{1-s}$ ، لـ (س) = $\sqrt{1-s}$ ، لـ (س) = $\sqrt{1-s}$

متبع اكل

④ (س) متصل مع (100) كغيره
 س < 1 ، س > 100 كغيره

⑤ عند س = 1
 غير معرف عند س = 1
 غير متصل عند س = 1

س = 1
 حد (1) = $\frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} = 1$

كما حد (س) = 1
 ← آ

كما حد (س) = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
 ← آ متصل

← حد متصل على ح - 0 } .

السؤال السادس

س < 1 ، س > 100
 $\frac{س^2 - 3}{س^2 - 5س + 6} = \text{حد (س)}$
 س = 1
 س > 1

اقتران متصل على ح
 اكل
 متصل على ح ← متصل عند س = 1
 ← لتبع اكل

الاطراف

عند س = 1 - آ

حد (1-1) = 2 -
 كما حد (س) = 2 - متصل

← آ

عند س = 2 -

حد (2) = 1 - 2 × 2 = 3

كما حد (س) = 1 - 2 × 2 = 3

← آ متصل عند س = 2

اجواب

حد متصل [100] - {0} .

السؤال الخامس

س < 1 ، س > 100
 $\frac{س}{س} = \text{حد (س)}$
 $\frac{1}{2} + 5 \times \frac{1}{2} = 1$
 س < 1

اجب اتصال حد على ح

اسا
 $\frac{س}{س} = 1$

حد (س) =
 $\frac{س}{س} = 1 = 1$
 $\frac{س}{س} = 1 = 1$
 $\frac{1}{2} + 5 \times \frac{1}{2} = 1$
 س < 1

$$\begin{array}{r|l} 26 & 2c+2 \\ \hline 26 & 3 \\ \hline & 2c \end{array} \quad \boxed{3}$$

هنا $11 = \frac{(2c+2)(3)}{3}$

$8 = 2c \iff 11 = 2c + 3$
 $4 = c$

السؤال الثاني

$0 - 3 - 2$

إذا كان $(n) = 3 - 2 - 3 + 3$

فصلاً على c نجد مجموعة 3

اكل

عما ان c متصل مع c
في طرف مع جميع c

في المقام لا يحل (لأنه فيدور)

المخرج 3

$2 \times 1 \times 4 - 3 = 2 \times 4 - 3$

$8 - 3 = 2 \times 4 - 3$

$$\begin{array}{r} 2 \times 4 - 3 \\ \hline 8 - 3 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \times 4 - 3 \\ \hline 8 - 3 \\ \hline 5 \end{array}$$

هنا $1 = \frac{3 - 2}{26 - 5} = \frac{1}{21}$

هنا $1 = \frac{(2+3)(2-3)}{21}$

$11 = 2 \iff 2 = 0 + 2$

هنا $1 = 2 - 1$

$\frac{1}{2} = 0 \iff 1 = 2 \times 0$

السؤال السابع

إذا علمت ان

$\frac{3 - 2 - 3 + 3}{2 - 3} = \frac{1 - 3 - 2}{2 - 3}$

فصل على c نجد

في فصل عند $3 = 3$ في c
فصل على c

هنا $1 - 3 \times 4 = \frac{26 - 5(2 - 3)}{2 - 3}$

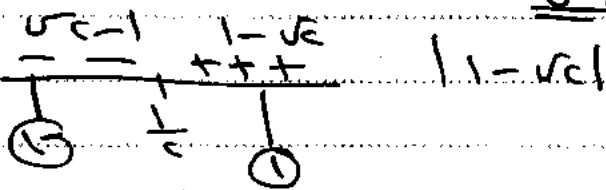
فئة تركيبة

السؤال الثاني

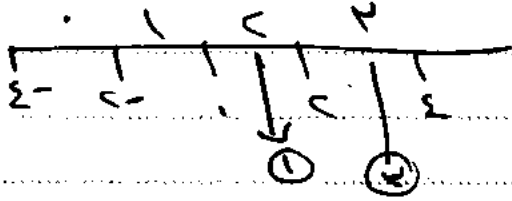
$$\left. \begin{array}{l} 1 \leq s \leq 1 \\ 1 \leq s \leq 2 \end{array} \right\} E(s) = [1, 2]$$

اجب في اتصال ع على $[1, 2]$

اكل



$[1, 2]$ طول الفترة = 1
 $s = 1$



$$\left. \begin{array}{l} 1 \leq s \leq 1 \\ 1 \leq s \leq 2 \\ 1 \leq s \leq 2 \\ 2 \leq s \leq 3 \end{array} \right\} E(s) = [1, 3]$$

① ع (اس) متصل مع الفترة

(-1, 1) و (1, 2) و (2, 3)

(3, 4) كثيرات حدود

← يجمع اكل

تارين مراجعة من الكتاب

السؤال الرابع

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq s \\ 0 \leq s \end{array} \right\} E(s) = [0, 1]$$

اجب في اتصال بقران على ع

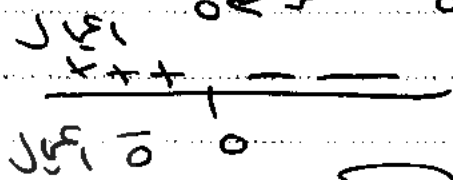
نقطة الاتصال عند $s = 0$

كفاه (اس) = $\frac{1}{0} + \frac{(3+s)(0-s)}{(0-s)}$ ← 0

= $\frac{1}{0} + \frac{(3+0)-}{0}$

= $\frac{1}{0} + \frac{1}{0}$ صفر

كفاه (اس) = $\sqrt{s-0}$ ← 0



= $\sqrt{0-0}$ = صفر

متصل عند $s = 0$

ل (اس) متصل على ع

٣) الأ طرف

$s = 1$

$f(1) = 1 + 1 - x = 1$

$f(2) = 1 + 2 - x = 1$
 $s \leftarrow 1$ متصل

$s = 3$

$f(3) = 3$

كضاع (س) = 3
 $s \leftarrow 3$ متصل

اجواب ع (س) متصل [261] - [262]

س اختيار ذاتي

$\left. \begin{array}{l} \frac{1-s}{s} = 1 \\ \frac{1-s}{s} = 2 \end{array} \right\} \text{وه (س)}$

الكل

وه (س) متصل مع $s \leftarrow 1$ و $s \leftarrow 2$ و $s \leftarrow 3$
 ورف مع المجال

عند $s = 2$ \Rightarrow $\frac{1-x}{2} = 2$

$\frac{1-x}{2} = 2 \Rightarrow 1-x = 4 \Rightarrow x = -3$
 $\frac{1-x}{s} = 1 \Rightarrow 1-x = s \Rightarrow x = 1-s$

$\frac{1-x}{s} = 2 \Rightarrow 1-x = 2s \Rightarrow x = 1-2s$
 متصل عند $s = 2$

\leftarrow متصل على \mathbb{R}

٤) نقط التجميع

٤) $s = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{2}x = 1$

كضاع (س) = $1 - \frac{1}{2}x$
 $s \leftarrow \frac{1}{2}$ متصل

كضاع (س) = $1 + \frac{1}{2}x$
 $s \leftarrow \frac{1}{2}$ متصل

صصل عند $s = \frac{1}{2}$

٥) عند $s = 1$

$f(1) = 1 - 1x = 1$

كضاع (س) = 2
 $s \leftarrow 1$

كضاع (س) = $1 - 1x = 1$

كضاع (س) غير موجوده
 $s \leftarrow 1$

\leftarrow غير متصل عند $s = 1$

٥) عند $s = 2$

$f(2) = 3$

كضاع (س) = 3
 $s \leftarrow 2$

كضاع (س) غير موجوده
 $s \leftarrow 2$

غير متصل عند $s = 2$

أسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠٠٨) صيف

إذا كان $f(x) = \frac{1}{x^2}$

$$= \left\{ \begin{array}{l} [x] + 1 - \frac{1}{x^2} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \end{array} \right.$$

فابحث في اتصاله على $[2, 6]$

الكل

$[x]$

$$= \left\{ \begin{array}{l} x - 1 - \frac{1}{x^2} \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \end{array} \right.$$

وهذا متصل على $(-6, 6)$ كذا

وهذا متصل على $(6, 6)$

فمن على أعمال

لأنه على أعمال

نبحث عند $x = 0$ نقطة تعيب

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + \sqrt{x} = 0$$

$$\frac{1}{x^2} + \sqrt{x} = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - 1 = 0$$

هذا ليس غير موجود

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - 1 = 0$$

الأطراف

$$x = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - 1 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - 1 = 0$$

متصل عند $x = 1$

$$x = 2$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + \sqrt{x} = 0$$

$$\frac{1}{x^2} = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} = 0$$

هذا ليس

الجواب

متصل $[2, 6] - \{0\}$

الأطراف

$$\begin{aligned}
 s &= 1 \\
 \sqrt{1-v} + (1-v) &= (1-v) \\
 c &= 1 + 1 = 2 \\
 \sqrt{1-v} + (1-v) &= \text{مضاهة (s)} \\
 s &= 1 \\
 \text{متصل عند } s &= 1
 \end{aligned}$$

عند $s = 1$

هـ (1) = 1

مضاهة (s) = 1 - 1 = 0

s ← 1 = 2

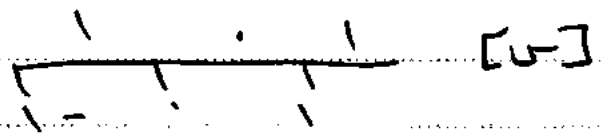
عند متصل

الجواب

هـ متصل [1, 1] - {0}

⑤ فزارة (٥, ٩) شتوية

$$\begin{aligned}
 \text{هـ (s)} &= \left. \begin{aligned}
 s + \sqrt{1-s} - 1 \\
 [s] + \sqrt{1-s} - 1 \\
 \text{حيث في اتصال الأقران هـ} \\
 \text{على لفته [1, 1]}
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{هـ (s)} &= \left. \begin{aligned}
 s + \sqrt{1-s} - 1 \\
 + \sqrt{1-s} - 1 \\
 \text{حيث هـ} \\
 s = 1
 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

هـ (s) متصل على (1, 1)

صرف على المجال

هـ (s) متصل على (1, 1)

كثير حدود

عند $s = 1$

هـ (1) = 1

مضاهة (s) = 1 - 1 = 0

s ← 1

مضاهة (s) = (1) + 1 = 2

s ← 1 عند متصل = 2



المعلم: ناجح الجمزاوي

③ وزارة (٢٠٠٩) صيف

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرد (س)} = \frac{2s^2 + 3s - 2}{s+1} \\ \text{فرد (س)} = \frac{2}{s+1} \\ \text{فرد (س)} = \frac{2}{s+1} \end{array} \right\}$$

اكتب في اتصال فرد على [٢٠٠٠]

الكل

$$s+1 \leftarrow s = s - 1 \quad \frac{2}{s+1} = \frac{2}{s-1} - \frac{2}{s+1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرد (س)} = \frac{2s^2 + 3s - 2}{s+1} \\ \text{فرد (س)} = \frac{2}{s+1} \\ \text{فرد (س)} = \frac{2}{s+1} \end{array} \right\}$$

① فرد (س) متصل (٢٠٠٠) لأن $\text{فرد} - \text{فرد} = \text{فرد}$

فرد (س) متصل على (٣٠٠) متصل مع مجال

③ عند $s = 0$ لقطعة $\frac{2}{s+1}$

$$\begin{aligned} \text{فرد (س)} &= \frac{2}{s+1} = 2 \\ \text{فرد (س)} &= \frac{2}{s+1} = 2 \\ \text{فرد (س)} &= \frac{2}{s+1} = 2 \end{aligned}$$

فرد (س) = $\frac{2}{s+1}$ = ٠ = فرد

فرد (س) = $\frac{2}{s+1}$ عند $s = 0$

③ الأضراف

فرد (س) = $\frac{2}{s+1}$ = ٢ = فرد

فرد (س) = $\frac{2}{s+1}$ = ٢ = فرد

فرد (س) = $\frac{2}{s+1}$ = ٢ = فرد

فرد (س) = ٢

فرد (س) = ٦

فرد (س) = $\frac{2}{s+1} = \frac{2}{1+2} = 1$

فرد (س) = $\frac{2}{s+1} = 2$ عند $s = 0$

الكواب

فرد (س) على [٣٠٠] - {٠}



④ وزارة (٢٠١٠) شتوية

إذا كان

$$\left. \begin{aligned} \frac{p}{s} + \frac{c}{s} &= \frac{3}{s} \\ \frac{p}{s} + \frac{c}{s} &= \frac{3}{s} \end{aligned} \right\} \text{عند } s=3$$

وكان s متصل عند $s=3$

① حد متباعد ∞

② احب في اتصال s على

(٣٦٠)

الكل

① $\frac{p}{s} = [s]$

وه متصل عند $s=3$

كما $s=3$ ← $\frac{p}{s}$

كما $\frac{p}{s} + \frac{c}{s} = \frac{3}{s}$ ← $\frac{p}{s}$

$\frac{c}{s} + \frac{p}{s} = 0$

$\frac{p}{s} = 1$ ← $\frac{p}{s} = 3$

⑤

عند $s=3$

$v = (3)$

كما $s=3$ ← $\frac{p}{s}$

وه غير متصل عند $s=3$

③ $s=3$ متصل (٢٤٠)

مجموع اقلية s منها

متصل $s=3$ ← $\frac{p}{s}$ كذا

← $s=3$ متصل (٣٦٠)



$$\frac{1-s}{1+s} = \text{كفاءة (س)} \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \text{س} \\ \leftarrow \text{س} \end{array} \right\}$$

$$\text{كفاءة} = \frac{(1-s)(1+s)}{1+s} = \frac{1-s}{1+s}$$

عزق متصل

عند س = ٠

$$\text{كفاءة} = 1$$

$$\text{كفاءة (س)} = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \text{س} \\ \leftarrow \text{س} \end{array} \right\}$$

$$\text{كفاءة (س)} = 1 + 0 = 1$$

$$\text{عزق متصل عند س} = 1$$

٣) الأطراف

$$\text{س} = 1 - \frac{1-2}{1+2} = \text{كفاءة (س)}$$

$$\text{كفاءة (س)} = \frac{1-2}{1+2} = \frac{1-2}{1+2} = \text{عزق متصل}$$

$$\text{عزق متصل على [1.62] - 1 - 1$$

٥) وزارة (٢٠١٠) صيف

$$\left. \begin{array}{l} \text{كفاءة (س)} = \frac{1-s}{1+s} \\ \text{س} \geq 1 \end{array} \right\}$$

اكتب اتصال مرعى [١.٦٢]

اكل

$$[س] = \frac{1-s}{1+s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{كفاءة (س)} = \frac{1-s}{1+s} \\ \text{س} \geq 1 \end{array} \right\}$$

١) كفاءة متصل عم (١.٦٢) معرف على مجال

كفاءة متصل (١.٦٢) كثير حدود

كفاءة متصل (١.٦٢) كثير حدود

٥) عند س = ١

$$\text{كفاءة} = 1 + 1 - 1 = 1$$

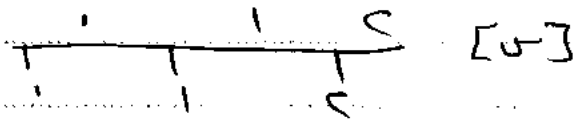
$$\text{كفاءة (س)} = 1 + 1 - 1 = 1$$

⑥ وزارة (٢٠١١) شتوية

اكتب في اتصال

هـ (س) = $\sqrt{s+1}$ في الفترة [٢٠١]

اكمل



هـ (س) = $\sqrt{s+1}$ } $\begin{matrix} 1 \leq s < 2 \\ s = 2 \end{matrix}$

$\sqrt{s+1} = s+1$ $\sqrt{s+1} = s-1$

(٢٠١) فصل س و ١

نجد عند $s=3$

هـ (٣) = $\sqrt{3+1} = 2$

هـ (٣) = $\sqrt{3+1} = 2$ $\leftarrow s=2$

غير متصل

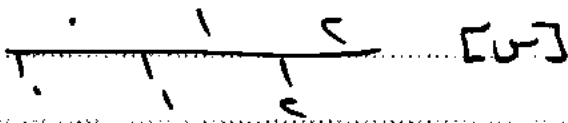
وه فصل على (٢٠١)

⑦ وزارة (٢٠١١) صيفية

ل (س) = $\frac{1-s}{s+2}$ ، هـ (س) = [٢٠]

اكتب في اتصال الأعداد

هـ (س) = ل (س) x هـ (س) على [٢٠]



هـ (س) = $\frac{1-s}{s+2}$ } $\begin{matrix} 1 \leq s < 2 \\ s = 2 \end{matrix}$

هـ (س) = $\frac{1-s}{s+2}$ } $\begin{matrix} 1 \leq s < 2 \\ s = 2 \end{matrix}$

هـ متصل على (١٠٠) كثير حدود
هـ متصل على (٢٠١) عرف بـ

عند $s=1 \leftarrow$ هـ (١) = $\frac{1-1}{1+2} = 0$ صف

هـ (١) = $\frac{1-1}{1+2} = 0$ صف

هـ (١) = $\frac{1-1}{1+2} = 0$ صف

عند $s=2$ هـ (٢) = $\frac{1-2}{2+2} = -\frac{1}{4}$ صف

عند $s=2$ هـ (٢) = $\frac{1-2}{2+2} = -\frac{1}{4}$ صف

⑧ وزارة (٢٠١٢) شتوية

وه (اس) متصل على (٤٦٢)
كثير حدود

وه (اس) متصل على س > ٢
كثير حدود
وه (اس) متصل على س < ٤
كثير حدود

⑨ عند س = ٢

وه (٢٤) = ٩ - ١٠ = ١

كفا (٢٤) = صفر
س ← ٣

كفا (٢٤) = ١ غير متصل
س ← ٢

س = ٤

وه (٤٤) = صفر

كفا (٤٤) = ٤ - ٤ = صفر
س ← ٤

كفا (٤٤) = صفر متصل
س ← ٤

وه (اس) متصل على

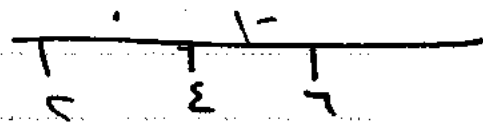
ع - ٣

$$\left. \begin{array}{l} ٥-٥-٩ \text{ س} \geq ٢ \\ [٤-١-٣] \text{ س} \geq ٤ \\ [٤-١-٣] \text{ س} < ٤ \end{array} \right\} = \text{وه (اس)}$$

اكتب في اتصال وه على مجموعة
الاعداد الكهيفة

اكل

[٤-١-٣] طول البرم = ٣
٤-١-٣ = س = ٤



$$\begin{array}{r} ٤-٥-٩ \text{ س} = ٤ \\ ٤-٥-٩ \text{ س} = ٤ \\ \hline ٤-٥-٩ \text{ س} = ٤ \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٥-٥-٩ \text{ س} \geq ٢ \\ \text{صفر} \text{ س} \geq ٤ \\ ٤-٥-٩ \text{ س} < ٤ \end{array} \right\} = \text{وه (اس)}$$

④ وزارة (٢٠١٢) صيف

عند $s = 2$
 $1 = 2x - 9 = (2x - 9)$

كفاه $s = 1 = 1 - 9 = -8$
 $s \leftarrow 2$

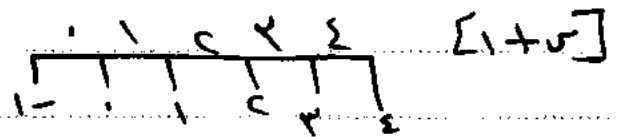
كفاه $s = 2$
 $s \leftarrow 2$

غير متصل

$$\left. \begin{array}{l} s > 3 \\ 1 + s - 9 = 2 \\ 2 \leq s < 4 \\ s \leq 2 \end{array} \right\} = (s)$$

اكتب في اتصال s على مجموعة الاعداد كصيف

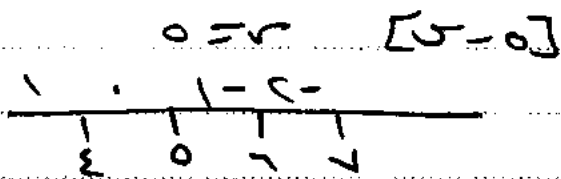
هنا متصل على $[-2, 2]$



⑤ وزارة (٢٠١٥) صيف

هنا $s = 0 = 0 + 3 = 3$ هو $s = 0$
 اكتب في اتصال s هنا $s = 0$ في $(4, 7)$

اكتب



$$\left. \begin{array}{l} s > 3 \\ 1 + s - 9 = 4 \\ 2 \leq s < 4 \\ s \leq 2 \end{array} \right\} = (s)$$

① هنا متصل على $(3, 4)$ و $(4, 7)$
 كئيدات حدود

$$\left. \begin{array}{l} s \geq 0 \\ 1 + s - 9 = 5 \\ 2 \leq s < 4 \\ s \leq 2 \end{array} \right\} = (s)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{عند } s = 3 \\ \text{كفاه } s = 4 \\ s \leftarrow 3 \end{array} \right\}$$

$$1 + 3x - 9 = 2 \Rightarrow 3x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$2 = 1 + 7 - 9 = -1$$

 متصل عند $s = 2$

يتبع اكل

← تابع اكل

ل (س) غير معرف على الفترة $[0, 4]$

س = ٦ غير متصل

تصال (س) = - ع ، اتصال (س) = -٨
← ←

ف (س) متصل (٧٦٥) - {٦}



المعلم: ناجح الجمزاوي

ورقة عمل

الاتصال

السؤال الأول

٥) اكتب في اتصال

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = \text{مردس}$$

٦) اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \text{مردس}$$

$\left. \begin{array}{l} x < 1 \\ x = 1 \\ x > 1 \end{array} \right\}$

٥) اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = \text{مردس}$$

اكتب في اتصال مردس عند $x = 1$

٥) اذا كان مردس = $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)$

مردس = $\lim_{x \rightarrow 1} [x^2 - 1]$ اكتب في

اتصال $\left(\frac{0}{0}\right)$ عند $x = 1$

٥) اذا كان مردس متصلاً عند $x = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 1} x = 1$

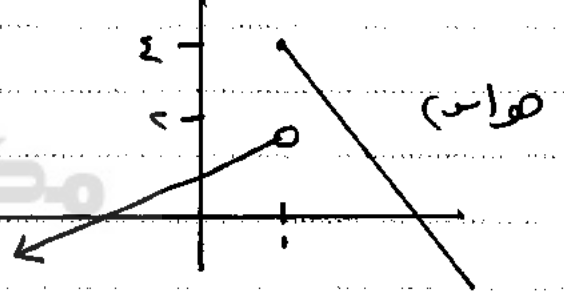
$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 1}{x - 1} + 1 \right) = \text{مردس}$$

وكان مردس متصلاً عند $x = 1$
اوجد قيمته P, Q, R ؟

٥) اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3}{x - 1} = \text{مردس}$$

وكان مردس متصلاً بكل جانبي



اكتب في اتصال

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) = \text{مردس}$$

السؤال الثاني

٤) اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} c + s \geq 1 \\ c + s < 1 \end{array} \right\} \text{فـ (س) = م}$$

اكتب في اتصال فـ (س) على مجال

٥) اكتب في اتصال المقترن

$$\text{فـ (س) = } \sqrt{[س] + س} \text{ على } (١, ٢)$$

٦) اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} c + s \geq 1 \\ c + s < 1 \end{array} \right\} \text{فـ (س) = م}$$

اكتب في اتصال فـ (س) على مجال

$$\left. \begin{array}{l} \frac{c}{s} - (2c + 4) \geq 1 \\ \frac{c}{s} - 1 \leq 3 \end{array} \right\} \text{اذا كان فـ (س) = م}$$

مصل على ح
جد قيمة م

٥) اذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3c + s}{s} \geq \frac{\pi}{2} \\ \frac{3c + s}{s} < \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \text{فـ (س) = م}$$

اكتب في اتصال فـ (س) على $(\frac{\pi}{2}, \pi)$

٦)

$$\left. \begin{array}{l} [c + s] = 1 \\ 3c + s \geq \frac{\pi}{2} \\ 1 - 3s = c \\ s - 2 = c \end{array} \right\} \text{فـ (س) = م}$$

اكتب في اتصال فـ (س) على
المقترن $([١, ٢])$

٧)

$$\left. \begin{array}{l} c + s \geq 1 \\ [c + s] = 1 \\ \frac{c}{s} + \frac{1}{s} \geq 1 \end{array} \right\} \text{فـ (س) = م}$$

اكتب في اتصال فـ (س) على
صاعد حصفي

المسؤول الثالث

$$\left. \begin{aligned} 5) \quad & \begin{cases} p \leq s & 1 + \sqrt{s} - 3 \\ & 1 = s \\ & 1 < s \end{cases} \\ & \left. \begin{aligned} & 0 \\ & s - (s + \sqrt{s}) + 2 \end{aligned} \right\} = \text{فداس} \end{aligned}$$

$$6) \quad \left. \begin{aligned} & \begin{cases} 1 < s & \frac{1 + (s-1)}{1-s} \\ & 1 < s \end{cases} \\ & \left. \begin{aligned} & 1 < s \end{aligned} \right\} = \text{فداس} \end{aligned}$$

فداس p, n التي تجعل فدا (مفصل عند $s=1$)

فداس (مفصل عند $s=1$) أو حد قمتة n

7) إذا كان n, d اقليتين متصلتين عند $s=p$

أثبت ان $\frac{p}{d}$ اقتران مفصل عند $s=p$

$$8) \quad \left. \begin{aligned} & \begin{cases} 2 \leq s & p + [s] < \\ & 2 < s \end{cases} \\ & \left. \begin{aligned} & 2 < s \\ & p + s + 2 \end{aligned} \right\} = \text{فداس} \end{aligned}$$

$$9) \quad \text{فداس} = (s-1), (s), (s+1) = [s+1]$$

اقتران مفصل عند $s=2$ أو حد قمتة p ؟

أثبت في اتصال فدا x فدا s عند $s=2$

المسؤول الرابع

أوجد نقطة عدم الاتصال (الانفصال) للأقترانات التالية

$$10) \quad \left. \begin{aligned} & \begin{cases} 2 < s & \frac{p + \sqrt{s}}{[s]} \\ & 2 = s \\ & 2 < s \end{cases} \\ & \left. \begin{aligned} & \frac{\sqrt{s-2}}{1-s} \end{aligned} \right\} = \text{فداس} \end{aligned}$$

$$11) \quad \text{فداس} = \frac{s-1}{[s]-1}$$

فداس (مفصل على s) وكانت

$$12) \quad \text{فداس} = \frac{s-1}{s-1}$$

$$13) \quad \begin{aligned} & \text{فدا فدا} = (s+1) \\ & \leftarrow s \end{aligned}$$

$$14) \quad \text{فداس} = \left[1 + \frac{s}{3} \right]$$

$$15) \quad \text{فداس} = \sqrt{\frac{s+2}{1-s}}$$

أوجد p, n و s

$$16) \quad \left. \begin{aligned} & \begin{cases} s < s \\ & s < s \end{cases} \\ & \left. \begin{aligned} & s < s \end{aligned} \right\} = \text{فداس} \end{aligned}$$

السؤال الخامس

٥

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 = s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{نقطة} = \text{نقطة}$$

$$\text{نقطة} = \text{نقطة}$$

لا يمكن = نقطة (نقطة) \times نقطة (نقطة) \times نقطة (نقطة)
اتصال (نقطة) \times مجموع من s كصفتين

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 = s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{نقطة} = \text{نقطة}$$

$$\text{نقطة} = 10 - 3 \text{ نقطة}$$

نقطة في اتصال (نقطة) عند $s = 1$

٥

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{نقطة} = \text{نقطة}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{نقطة} = \text{نقطة}$$

نقطة في اتصال (نقطة) \times $s = 1$ عند

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{نقطة} = \text{نقطة}$$

نقطة في اتصال (نقطة) عند
 $s = 1$ $s = 1$ $s = 1$

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{نقطة} = \text{نقطة}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 < s \\ 1 < s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{نقطة} = \text{نقطة}$$

مكان (نقطة) = (نقطة) + (نقطة) \times (نقطة) \times (نقطة)
في اتصال (نقطة) عند $s = 1$

تمت بحمد الله

مع تحيات

ناجح الجمزراوي



المعلم : ناجح الجمزراوي