بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / م٣ — مدة الامتحان : ساعتان
الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٤/١/١٥

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول : (١٦ علامة)

أ) جد كلاً من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٢} - ٤}$ (٣ علامات)

٢) $\lim_{س \to -٢} \frac{٥ - |٣س + ١|}{س^{٣} + ٨}$ (٤ علامات)

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا(\pi س)}$ (٤ علامات)

ب) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س^{٢} + \frac{١}{س} + [\frac{س}{٣}] & ، ١ \leq س \leq ٣ \\ \frac{|س - ٣|}{س^{٢} - ٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

فجد $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) (٥ علامات)

السؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢ + ٢س & ، س < ١ \\ ٣س^{٢} & ، س \geq ١ \end{cases}$

هـ(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، س < ١ \\ |٢س| & ، س \geq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران (ق + هـ) (س) عندما س = ١ (٨ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{\text{س}^{٢}}{١ - \text{س}}$ ، س ≠ ١ ، فجد قَ (-٢) باستخدام تعريف المشتقة (٨ علامات)

ج) إذا كان القاطع المار بالنقطتين (١ ، ق(١))، (٢ ، ٤) يصنع زاوية قياسها ($\frac{\pi ٣}{٤}$) راديان مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فجد ق(١) (٣ علامات)

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\frac{\text{م}(\text{س})}{\text{ل}(\text{س})(\text{س}^{٢} + ١)}$ ، وكان م(١) = -٢ ، مَ(١) = ل(١) = -١ ، قَ(١) = ٣

فجد لَ(١) (٦ علامات)

ب) إذا كان ق(٢س-١) = جـا^{٢} ($\frac{\pi}{١٨}$ (٤س - ٢)) ، فأثبت أن قَ(٣) = $\frac{\pi}{٦\sqrt{٣}}$ (٦ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} ٢\text{س}^{٢} + \text{ب س} & ، \text{س} > ٢ \\ ٢\text{س}^{٢} + ٩\text{ب س} - ١٢ & ، \text{س} \leq ٢ \end{cases}$

وكانت قَ (٢) موجودة، فجد قيمة كلا من ٢ ، ب (٦ علامات)

السـؤال الرابع : (٢٢ علامة)

أ) ١) إذا كان $\frac{١}{\sqrt{\text{س}}} + \frac{١}{\sqrt{\text{ص}}} = \sqrt{\text{س ص}}$ ، س > ٠ ، ص > ٠ ، فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ (٧ علامات)

٢) إذا كان المستقيم ٢س - ص + جـ = صفر، يمسّ منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{-٢}{\text{س}}$ (٥ علامات)

س ≠ صفر عند النقطة (س١ ، ص١) الواقعة على منحناه ، فجد قيم الثابت جـ

ب) إذا كانت ص = ٢جـا س - ب جتـا س ، فأثبت أن : (صَ)^{٢} = ٢^{٢} + ب^{٢} - ص^{٢} (٦ علامات)

ج) يتحرك جُسيم على خط مستقيم بحيث أن المسافة ف بالأمتار تعطى بالعلاقة ف(ن) = $\frac{\text{ن}}{\text{ع}(\text{ن})}$

حيث ع السرعة، ن الزمن بالثواني، فجد تسارع الجسيم عندما ن = (٢) ثانية، علماً بأن

السرعة عندئذٍ تساوي (٣) م / ث (٤ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

السـؤال الخامس : (٢٥ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\sqrt[3]{س^2 + 2س}$ ، حيث س ∈ ح ، فجد القيم القصوى المحلية (إن وجدت) للاقتران ق وبين نوعها (٧ علامات)

ب) يقف رجل طوله (١,٨) متراً أمام مصباح كهربائي مثبت على عمود ارتفاعه عن سطح الأرض (٥,٤) متراً، إذا أخذ الرجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدل (٢) م / ث، فجد معدل التغير في الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل عندما يكون الرجل على بعد (١,٨) متراً من قاعدة العمود. (٩ علامات)

ج) حافظة للماء الساخن تتكون من جزأين، الجزء الأول: وعاء اسطواني الشكل نصف قطر قاعدته (نق) وارتفاعه (ع) والجزء الثاني: غطاء على شكل نصف كرة نصف قطرها يساوي نصف قطر الاسطوانة (كما في الشكل المجاور) إذا كان حجم الحافظة (٣٦٠ π) دسم^3، جد كلاً من نصف القطر والارتفاع اللذان يجعلان المساحة الكلية لسطح الحافظة أقل ما يمكن (٩ علامات)

AWA2EL LEARN 2 BE

إدارة المناهج والتعليم والاختبارات العامة
قسم الدورة الثانوية / ٢٠١٤ م

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٤ (الدورة الشتوية)

صفحة رقم (١)

د س

مدة الامتحان : ٢

التاريخ : ٢٠١٤/١/٨٥

المبحث : رياضيات م/٣

الفرع : العلمي

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

* يؤخذ بعين الاعتبار جميع الحلول البديلة

السؤال الأول :

٣٦

أ) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{٣س} - ٤}{س - ٤} = \lim_{س \to ٤} \frac{\frac{١}{٢}(٣س - ٨)}{(س - ٤)(\sqrt{٣س} + ٤)} = \lim_{س \to ٤} \frac{٣}{\sqrt{٣س} + ٤} = \frac{٣}{٨}$ ①

ب) $= \lim_{س \to ٢} \frac{(س^{\frac{١}{٣}} - ٢)(س^{\frac{٢}{٣}} + ٢س^{\frac{١}{٣}} + ٤)}{(س - ٢)(س^{\frac{٢}{٣}} + ٢س^{\frac{١}{٣}} + ٤)}$ ①

$= \lim_{س \to ٨} \frac{س^{\frac{١}{٣}} - ٢}{س - ٨} = \frac{٢ - ٢}{٦٤ + ٨ + ٤} = \frac{١}{١٢}$ ①

٢) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٣} - ١٢٥}{س^{٢} - ٢س - ١٥} = \lim_{س \to ٥} \frac{(س - ٥)(س^{٢} + ٥س + ٢٥)}{(س - ٥)(س + ٣)}$ ①

$= \lim_{س \to ٥} \frac{س^{٢} + ٥س + ٢٥}{س + ٣} = \frac{٢٥ + ٢٥ + ٢٥}{٨} = \frac{٧٥}{٨}$ ①

٢٧

$\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} - ٢٧}{س^{٢} - ٩} = \lim_{س \to ٣} \frac{(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩)}{(س - ٣)(س + ٣)}$ ①

$= \lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} + ٣س + ٩}{س + ٣} = \frac{٩ + ٩ + ٩}{٦} = \frac{٢٧}{٦} = \frac{٩}{٢}$ ①

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا(س - ٢)} = \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا(س - ٢)}$ ①

٤٦

٤) $\lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{ظا(س - ٤)} = \lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{ظا(س - ٤)}$ ①

نفرض أن ص = س - ٤ عندما س ← ٤ فإن ص ← ٠

$= \lim_{ص \to ٠} \frac{ص}{ظا ص} = \frac{١}{١}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب ٢١

ب) $ق(س) = \begin{cases} [\frac{س}{٣}] + \frac{١}{س} + ٣س^{٢} & ، ١ \leq س \leq ٣ \\ \frac{س-٣}{س^{٢}-٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$ (٥)

$= \begin{cases} ① \quad ٣ > س \geq ١ & ، \frac{١}{س} + ٤س^{٢} \\ ① \quad س = ٣ & \frac{٥٨}{٣} \\ ٣ < س < ٤ & ، \frac{س-٣}{س^{٢}-٩} \end{cases}$

$ق(٣) = ٣(٣)^{٢} + \frac{١}{٣} = ١٨ + \frac{١}{٣} = \frac{٥٥}{٣}$ ①

$\lim_{س \to ٣^{+}} ق(س) = \lim_{س \to ٣^{+}} \frac{س-٣}{(س-٣)(س+٣)} = \lim_{س \to ٣^{+}} \frac{١}{س+٣} = \frac{١}{٣+٣} = \frac{١}{٦}$ ①

$\lim_{س \to ٣^{-}} ق(س) \neq \lim_{س \to ٣^{+}} ق(س)$ لأن

$\lim_{س \to ٣} ق(س)$ غير موجودة ①

AWA2EL LEARN 2 BE
إدارة المناهج والتعليم
الاختبارات الإلكترونية
٢٠١٤/ م

رقم الصفحة في الكتاب

٧٥

السؤال الثاني :

أ) إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} ٢س + ٢ & ، س < ١ \\ ٣س + ٤ & ، س \geq ١ \end{cases}$

$ق(س) = \begin{cases} ٢س + ٢ & ، س < ١ \\ ٣س + ٤ & ، س \geq ١ \end{cases}$ ①

نبحث اتصال $ق(س)$ عند $س = ١$

$ق(١) = ٣(١) + ٤ = ٧$ ①

$\lim_{س \to ١^-} ق(س) = \lim_{س \to ١^-} (٢س + ٢) = ٢(١) + ٢ = ٤$ ①

$\lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^+} (٣س + ٤) = ٣(١) + ٤ = ٧$ ①

$\because \lim_{س \to ١^-} ق(س) \neq \lim_{س \to ١^+} ق(س)$

$\therefore$ غير متصل عند $س = ١$ ①

ب) $ق(س) = \begin{cases} ٣س + ٤ & ، س \geq ١ \\ ٢س + ٢ & ، س < ١ \end{cases}$

$ق(س) = \begin{cases} ٣س + ٤ & ، س \geq ١ \\ ٢س + ٢ & ، س < ١ \end{cases}$ ①

نبحث اتصال $ق(س)$ عند $س = ١$

$ق(١) = ٣(١) + ٤ = ٧$ ①

$\lim_{س \to ١^-} ق(س) = \lim_{س \to ١^-} (٢س + ٢) = ٢(١) + ٢ = ٤$ ①

$\lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^+} (٣س + ٤) = ٣(١) + ٤ = ٧$ ①

$\because \lim_{س \to ١^-} ق(س) \neq \lim_{س \to ١^+} ق(س)$

$\therefore$ غير متصل عند $س = ١$ ①

ج) $ق(س) = \begin{cases} ٣س + ٤ & ، س \geq ١ \\ ٢س + ٢ & ، س < ١ \end{cases}$

$ق(س) = \begin{cases} ٣س + ٤ & ، س \geq ١ \\ ٢س + ٢ & ، س < ١ \end{cases}$ ①

نبحث اتصال $ق(س)$ عند $س = ١$

$ق(١) = ٣(١) + ٤ = ٧$ ①

$\lim_{س \to ١^-} ق(س) = \lim_{س \to ١^-} (٢س + ٢) = ٢(١) + ٢ = ٤$ ①

$\lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^+} (٣س + ٤) = ٣(١) + ٤ = ٧$ ①

$\because \lim_{س \to ١^-} ق(س) \neq \lim_{س \to ١^+} ق(س)$

$\therefore$ غير متصل عند $س = ١$ ①

AWA2EL LEARN 2 BE

رقم الصفحة في الكتاب

٩٧

ب) $\text{ق}'(\text{س}) = \lim_{\text{ه} \to 0} \frac{\text{ق}(-٢+\text{ه}) - \text{ق}(-٢)}{\text{ه}}$ ①

$\text{ه} \to 0$

$= \lim_{\text{ه} \to 0} \frac{1}{\text{ه}} \times \left(\frac{(-٢+\text{ه})^{٢}}{1-(-٢+\text{ه})} - \frac{(-٢)^{٢}}{1-(-٢)} \right)$ ①

$= \lim_{\text{ه} \to 0} \frac{1}{\text{ه}} \times \frac{٤}{٣} - \frac{٤\text{ه}+\text{ه}^{٢}}{٣-\text{ه}}$ ①

$= \lim_{\text{ه} \to 0} \frac{1}{\text{ه}} \times \frac{١٢-١٢\text{ه}+٣\text{ه}^{٢}-٤\text{ه}^{٢}-١٢+٤\text{ه}}{(٣)(٣-\text{ه})}$ ①

$= \lim_{\text{ه} \to 0} \frac{1}{\text{ه}} \times \frac{-٨\text{ه}}{(٣)(٣-\text{ه})}$ ①

$= \lim_{\text{ه} \to 0} \frac{-٨}{(٣)(٣-\text{ه})} = \frac{-٨}{٣\times٣} = \frac{-٨}{٩}$ ①

ج) ميل القاطع $= \frac{\text{ق}(٣)-\text{ق}(١)}{٣-١}$ ①

$= \frac{٤-\text{ق}(١)}{٢} = -١$ ①

$\text{ق}(١) = ٤+١ = ٥$ ①

١٧

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث:

١٢٠

أ) ① $\frac{\text{ق}'(س)(ع+1)(ل(س))-(ع\,ل'(س))\text{ق}(س)(ع+1)}{((ع+1)(ل(س)))^{2}}$ = ق'(س)

$\frac{(-1)(5)(-1)-(2(-1)+ل'(\frac{1}{2})(12)(-2)}{(2)^{2}(-1)^{2}}$ = س ①

$12 = 2+(-4+4ل'(1))$ ①

$ل'(1) = -4+4ل'(1)$ ①

$ع\,ل'(1) = |4|$

$ل'(1) = \frac{|4|}{4} = 3,05$ ①

ب) $2\,\text{ق}'(2س-1) = 2جا\frac{\pi}{18}(4س-2)$ جتا$(2ط-2)\times\frac{4\pi}{18}$ ① ① ①

أ) $2س-1=3 \Leftarrow س=2$ ①

$\text{ق}'(3) = 2جا\frac{\pi}{3}$ جتا$\frac{2\pi}{3}\times\frac{2\pi}{9}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{9}$ ①

$= \frac{3\sqrt{3}\times\pi\sqrt{3}}{18} = \frac{\pi}{6}$ ①

AWA2EL LEARN 2 BE

رقم الصفحة في الكتاب

١٥٠

ج) بما أن $د(س)$ موجودة عند $س = ٤$

∴ $د(س)$ متصلة عندما $س = ٤$

$\lim_{س \to ٤^+} د(س) = \lim_{س \to ٤^-} د(س)$

$٨ب + ٤ب + ٤ = ١٨ب + ٤ب - ١٢$ ①

$٤ب - ١٦ب = -١٢$

$-١٢ب = -١٢$

$ب = ١$ ① ... * $\boxed{ب = ١ \Leftarrow ٤ب = ٤}$

$د(س)$ قابلة للاشتقاق عند $س = ٤$ $\Leftarrow$ $د(س)$ متصلة عند $س = ٤$

$\begin{cases} ٣س^٢ + ب & س \geq ٤ \\ ٦س + ٩ & س < ٤ \end{cases}$

$\lim_{س \to ٤^+} (٣س^٢ + ب) = \lim_{س \to ٤^-} (٦س + ٩)$ ①

$٤٨ + ب = ٢٤ + ٩$

$ب = ٣٣ - ٤٨$

$ب = -١٥$ ① $\Leftarrow$ $\boxed{ب = -١٥}$

بالتعويض $ب = ١$ $\Leftarrow$ $٤ب = ٤$

$٤ب = -٣$

$\boxed{ب = -\frac{٣}{٤}}$ ①

$\boxed{ب = ١}$ ①

AWA2EL LEARN 2 BE

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع :

١٥١

(P)

(١) $\frac{1}{\text{ا س}} + \frac{1}{\text{ا ص}} = \frac{1}{\text{ا ع}}$ بالضرب بـ (ا س ا ص)

(M) $\text{ا ص} + \text{ا س} = \text{س ع}$ ①

$\frac{1}{\text{ا ص}^2}$ ① $\text{ص ع} + \frac{1}{\text{ا ص}^2} = \text{ص س} + \text{ص ع}$ ①

$\frac{\text{ص ع}}{\text{ا ص}^2} - \text{ص س} = \text{ص س} - \frac{1}{\text{ا ص}^2}$ ①

$\text{ص ع}\left(\frac{1}{\text{ا ص}^2} - \text{س}\right) = \text{ص س} - \frac{1}{\text{ا ص}^2}$ ①

$\text{ص ع} = \frac{\text{ص س} - \frac{1}{\text{ا ص}^2}}{\frac{1}{\text{ا ص}^2} - \text{س}}$ ①

١٥٩

(٢) ميل المستقيم = ميل المماس ①

$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{س}^2} \Leftarrow \text{ع} = \text{س}^2 \text{ ص}$ ①

$\text{س}^2 = 1 \Leftarrow \text{س} = \pm 1$ ①

اذا كانت $\text{س} = -1$ ، $\text{ص} = 2$

$2 = (-1)^2 + \text{ب}(-1) + \text{ج}$ ①

$\text{ع} = \text{ب} + \text{ج} + 1 \Leftarrow \text{ب} = \text{ج} = 4$ الحالة الأولى

اذا كانت $\text{س} = 1$ ، $\text{ص} = -2$

$-2 = 1 + \text{ب} + \text{ج} \Leftarrow \text{ب} + \text{ج} = -3$

$\text{ب} = -4$ ① الحالة الثانية

رقم الصفحة في الكتاب

١٤٦

ب) $ص = ق جا س - ب جتا س$ ←

$ص' = ق جتا س + ب جا س$ ①

$(ص')^2 = ق^2 جتا^2 س + 2 ق ب جا س جتا س + ب^2 جا^2 س$ ①

$ص^2 + (ص')^2 = ق^2 جتا^2 س + ب^2 جا^2 س + ق^2 جا^2 س + ب^2 جتا^2 س$ ①

$= ق^2 (جتا^2 س + جا^2 س) + ب^2 (جا^2 س + جتا^2 س)$

$= ق^2 (١) + ب^2 (١)$ ①

$ق^2 + ب^2$

$\therefore (ص)^2 = ق^2 + ب^2 - ص^2$ ①

جـ) $ع'(ن) = \frac{٤ \times (ن)^{\frac{١}{٤}} - ٤ \times ١ \times ن}{(ن)^{\frac{٤}{٤}}}$ ①

٤/

$ع(ن) = \frac{ع(ن) - ت(ن) \times ن}{(ع(ن))^2}$ ①

$ع^3(ن) = ع(ن) - ن ت(ن) ع(ن)$

$ع^3(٢) = ع(٢) - ٢ ت(٢) ع(٢)$

$(٣)^3 = ٣ - ٢ ت(٢)$ ①

$٢ ت(٢) = ٣ - ٢٧$

$ت(٢) = \frac{-٢٤}{٣}$

$ت(٢) = -١٢ م/ث$ ①

AWA2EL LEARN 2 BE

رقم الصفحة في الكتاب

١٨٩

السؤال الخامس :

(أ) $ق(س) = \sqrt[3]{س^٢ + ٤س}$ ، $ق'(س) = \frac{١}{٣}(س^٢ + ٤س)^{-\frac{٢}{٣}}(٢س + ٤)$ (١)

(ب) $ق'(س) = \frac{٢س + ٤}{٣\sqrt[3]{(س^٢ + ٤س)^٢}}$ (١)

$ق'(س) = ٠ \Leftarrow ٢س + ٤ = ٠$ ، $س = -٢$ (١) مقبول

$ق'(س) = ٠ \Leftarrow س^٢ + ٤س = ٠$ ، $س = ٠$ ، $س = -٤$ (١) مقبول

(١)

ق تزيد على $]-\infty, -٤[\cup]٠, \infty[$ ، ق تناقص على $]-٤, ٠[$

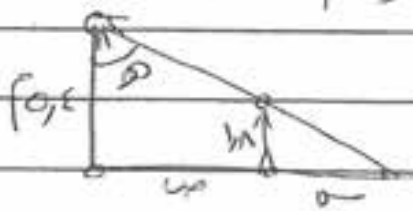
ق لها قيمة صغرى عند $س = -٢$

$ق(-٢) = \sqrt[3]{(-٢)^٢ + ٤(-٢)} = \sqrt[3]{-٤} = -٢$ (١)

AWA2EL LEARN 2 BE

رقم الصفحة في الكتاب ١٧٥

(ب) ① ترجمة إلى لغة



(٩) ص : بعد أول عنزة أسفل العمود

س : طول ظل أول عنزة

$\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} = -٢$ م/ث

من التشابه $\frac{١,٨}{\text{س}} = \frac{٠,٤}{\text{س} + \text{ص}}$ ①

$١,٨\,\text{س} + ١,٨\,\text{ص} = ٠,٤\,\text{س}$

$٣,٦\,\text{س} = ١,٨\,\text{ص}$

$\boxed{\text{س} = \frac{\text{ص}}{٢}}$ ①

$\text{ظا هـ} = \frac{\text{س} + \text{ص}}{٠,٤} = \frac{\frac{\text{ص}}{٢} + \text{ص}}{٠,٤} = \frac{\frac{٣\,\text{ص}}{٢}}{١,٨}$ ①

① $\text{ق}(\text{هـ}) = \frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}} = \frac{\frac{٣}{٢}\,\text{د ص}}{١,٨\,\text{د ن}}$ ①

$\text{ص} = ١,٨ \Leftarrow \text{س} = ٠,٩$

$\text{ظا هـ} = \frac{١,٨ + ٠,٩}{٠,٤} = \frac{١}{٢}$ ①

$\text{ق}(\text{هـ}) = ١ + \text{ظا}^٢\text{هـ} = ١ + (\frac{١}{٢})^٢ = \frac{٥}{٤}$ ①

$\frac{٥}{٤} \frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}} = \frac{-٢}{٣,٨}$ ①

$\frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}} = \frac{-٨}{١٨} = -\frac{٤}{٩}$ راد/ث

رقم الصفحة في الكتاب

(ج)

C.9 (١) حجم الخامة = حجم الاسطوانة + حجم نصف الكرة

(٩) $\pi 36 = \pi \frac{4}{3} نق^3 + 4 نق^2 \pi$

$\pi 36 = \pi 12 نق^3 + 4 نق^2 \pi$

$\pi 36 = \pi نق^2 (4 + \frac{4}{3} نق)$

$ع = \frac{36}{نق^2} - \frac{4}{3} نق$ (١)

مساحة سطح الخامة = مساحة القاعدة + مساحة سطح الاسطوانة + مساحة سطح نصف الكرة (١)

$م = \pi نق^2 + 2 \pi نق ع + 2 \pi نق^2$

$م = \pi نق^2 + 2 \pi نق (\frac{36}{نق^2} - \frac{4}{3} نق) + 2 \pi نق^2$

$م = \pi نق^2 + \frac{72 \pi}{نق} - \frac{8}{3} \pi نق^3 + 2 \pi نق^2$

$م = 3 \pi نق^2 + \frac{72 \pi}{نق} - \frac{8}{3} \pi نق^3$

$م = 3 \pi نق^2 + 72 \pi نق^{-1} - \frac{8}{3} \pi نق^3$ (١)

$م' (نق) = 6 \pi نق - 72 \pi نق^{-2} - 8 \pi نق^2$ (١)

$6 \pi نق - \frac{72 \pi}{نق^2} - 8 \pi نق^2 = صفر$ (١)

$\frac{10}{3} \pi نق = \frac{72 \pi}{نق^2}$ ← $نق^3 = 216$

$نق = 6$ سم (١)

$م'$	+	صفر	−
$م$	↗		↘

(١) عند $نق = 6$ سم

∴ م أقل ما يمكن

عندما $نق = 6$ سم

$ع = \frac{360}{(6)^2} - \frac{4}{3} (6)$ ← $\frac{360}{36}$

$ع = 10 - 8 = 2$ سم (١)