المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٨ ١ ٠ ٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفـرع : العلمـي

مدة الامتحان : ٠٠ : ٢ (د : س)
اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٢/٦/٢٧

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

السـؤال الأول : (١٧ علامة)

جـد التكاملات الآتية :

أ) $\int \frac{س}{جتا ٢س + ١}$ دس (٥ علامات)

ب) $\int_{١-}^{٤} \frac{س}{\sqrt{س + ٥}}$ دس (٥ علامات)

ج) $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} - ٤}$ دس (٧ علامات)

السـؤال الثاني : (١٩ علامة)

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة (س ، ص) يساوي ٢ س ص ، فجـد قيمة (قيم) ص عندما س = ٣ ، علماً بأن منحنى العلاقة يمرّ بالنقطة (٢ ، ١) . (٥ علامات)

ب) جـد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة :
ق (س) = $س^{٣}$ ، هـ (س) = $س^{٢}$ + ٤ ، ل (س) = -٤ س . (٨ علامات)

ج) قطع ناقص معادلته $\frac{(س - ٢)^{٢}}{٢٥} + \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$ ، جـد معادلة الدائرة التي مركزها مركز هذا القطع وتمر ببؤرتيه. (٦ علامات)

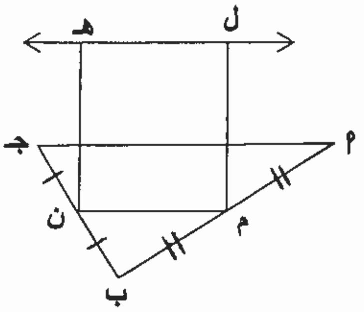
يتبع الصفحة الثانية ...

الســــــــــــؤال الثالث : (٢٣ علامة)

أ) قطع مكافئ معادلته ص^{٢} – ٦ ص – ٨ س – ٣١ = ٠ ، جـد كلاً ممّا يأتي لهذا القطع :

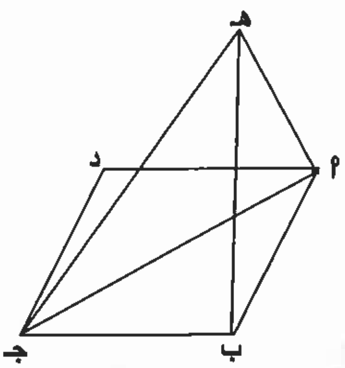
١) إحداثيي الرأس. ٢) إحداثيي البؤرة. ٣) معادلة الدليل. (٨ علامات)

ب) جد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه (٢ ، ١) ، (٢ ، –٧) واختلافه المركزي $\frac{٣}{٢}$. (٨ علامات)



ج) في الشكل المجاور أ ب جـ مثلث، المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ل هـ}}$ // المستوى أ ب جـ .
رُسم المستوى ل م ن هـ فقطع المستوى أ ب جـ في المستقيم $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$
حيث م ، ن منتصفي $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ على الترتيب.
أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{ل هـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$. (٧ علامات)

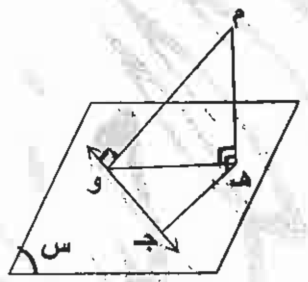
الســــــــــــؤال الرابع : (١٧ علامة)



أ) في الشكل المجاور أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم.
رُسمت $\overline{\text{أ هـ}}$ عمودية على مستوى المربع، ثم رُسمت
$\overline{\text{هـ ب}}$ ، $\overline{\text{هـ جـ}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$. أجب عمّا يأتي :

١) بيّن أنّ قياس الزاوية الزوجية (ب ، $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ ، جـ) = ٤٥° .

٢) إذا كان قياس الزاوية أ هـ ب يساوي ٣٠° ، فجـد أ هـ . (٨ علامات)



ب) اعتمد على الرسم المجاور في إثبات صحة النظرية الآتية :
إذا مدّ مستقيم مائل من نقطة خارج مستوى، وكان المستقيم
المائل عمودياً على مستقيم في المستوى، فإن مسقط المستقيم
المائل يكون عمودياً على هذا المستقيم.
(٩ علامات)

الســــــــــــؤال الخامس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة، لكلّ فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتــك رقــم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها :

١) إذا كان ق (س) اقتراناً متصلاً، م (س) اقتراناً بدائياً للاقتران ق (س) ، وكان أ ، جـ ثابتين ، أ ≠ ٠ ،
فإن ∫ ق (أ س) د س =

أ) م (أ س) + جـ ب) $\frac{١}{أ}$ م (أ س) + جـ ج) م (س) + جـ د) $\frac{١}{أ}$ م (س) + جـ

يتبع الصفحة الثالثة ...

٢) إذا كان ق (س) $\geqslant$ ٦ لجميع قيم س في الفترة [١ ، ٣] ، فإن أكبر قيمة ممكنة للمقدار

$$\int_{١}^{٣} (٢\,\text{ق}(\text{س}) + ١)\ \text{دس} =$$

أ) ١٢ ب) ١٣ ج) ٢٤ د) ٢٦

٣) إذا كان $\int_{-١}^{٢} ٣\,\text{ق}(\text{س})\ \text{دس} = ٦$ ، $\int_{٥}^{٢} \text{ق}(\text{س})\ \text{دس} = ٨$ ، فإن $\int_{-١}^{٥} |\,\text{ق}(\text{س})\,|\ \text{دس} =$

أ) −٦ ب) ٦ ج) ١٠ د) ١٤

٤) قيمة $\int_{٢}^{\text{هـ}^٢} \frac{١}{\text{س}}\ \text{دس}$ تساوي :

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ

٥) إذا كان ق (س) = $\text{هـ}^{٢\text{س}} + \text{لـو}_{\text{هـ}}(٣\text{س} + ١)$ ، س > $-\frac{١}{٣}$ ، فإن $\text{ق}'(٠) =$

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

٦) $\int_{٤}^{٦} [\frac{١}{٢}\text{س} + ١]\ \text{دس} =$

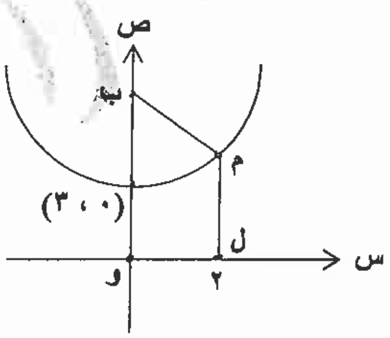
أ) ٦ ب) ٤ ج) ٢ د) ١

٧) قطع ناقص طول محوره الأكبر ٢ أ ، واختلافه المركزي هـ ، إذا كانت ل المسافة بين إحدى بؤرتي القطع والرأس البعيد عنها ، فإن ل =

أ) أ(١ − هـ) ب) هـ (أ + ١) ج) أ(هـ + ١) د) أ + هـ

٨) في الشكل المجاور قطع مكافئ رأسه (٠ ، ٣) وبؤرته ب ودليله محور السينات، والنقطة م (٢ ، $\frac{١٠}{٣}$) تقع على منحناه.

جـد محيط الشكل الرباعي ل م ب و :



أ) $\frac{٤٠}{٣}$ ب) $\frac{٣٨}{٣}$

ج) $\frac{٣٤}{٣}$ د) $\frac{٤٤}{٣}$

يتبع الصفحة الرابعة ...

٩) تتحرك نقطة ن (س ، ص) في الربعين الأول والثالث من المستوى البياني، بحيث تبقى على بعدين متساويين من المحورين الإحداثيين. إن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) هي :

أ) ص = $س^{٣}$ ب) س = $ص^{٣}$ ج) ص = − س د) ص = س

١٠) تتحرك نقطة ن (س ، ص) في المستوى، بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلتين س = جا هـ − جتا هـ ، ص = $\sqrt{\text{جا هـ جتا هـ}}$ ، حيث هـ زاوية متغيّرة، معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) هي :

أ) قطع ناقص ب) قطع زائد ج) قطع مكافئ د) دائرة

١١) إذا كان ل ، م مستقيمين متخالفين فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة :

أ) ل ، م يجمعهما مستوى واحد. ب) يمكن أن يعامد أحد المستقيمات كلاً من ل ، م .

ج) لا يمكن أن يتقاطع مسقطي ل ، م . د) لا يمكن أن يتعامد ل ، م .

١٢) رقم العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية :

(١) إذا وازى مستقيمان مستوى فإنهما يكونان متوازيين دائماً.

(٢) المستويان العموديان على مستوى واحد يكونان متوازيين دائماً.

(٣) المستقيمان العموديان على مستوى واحد متوازيان.

(٤) المستقيم العمودي على مستقيمين متوازيين واقعين في مستوى س يكون عمودياً على المستوى س .

أ) (١) ب) (٢) ج) (٣) د) (٤)

(انتهت الأسئلة)

وزارة التربيـــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات
الفرع : العلمي /م٤

مدة الامتحان : — د — س
التاريخ : ٢٧ / ٦ / ٢٠١٢

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
	## السؤال الأول : (١٧ علامة)
٢٦٧	أ) $\int \frac{\text{س}}{\text{جتا}\,٢\text{س}+١}\,\text{دس} = \int \frac{\text{س}}{٢\,\text{جتا}^٢\text{س}-١+١}\,\text{دس} = \frac{١}{٢}\int \text{س قا}^٢\text{س دس}$ (١) — ٥
	نفرض أن $\text{س} = \text{ﻫ} \Leftarrow \text{دس} = \text{دﻫ}$ ، $\text{قا}^٢\text{س دس} = \text{دﻫ} \Leftarrow \text{ظاس} = \text{ﻫ}$ (١)
	$\frac{١}{٢}\int \text{س قا}^٢\text{س دس} = \frac{١}{٢}\text{س ظاس} - \frac{١}{٢}\int \text{ظاس دس}$ (٢) علامه لكل جزء
	$= \frac{١}{٢}\text{س ظاس} - \frac{١}{٢}\int \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}\,\text{دس} = \frac{١}{٢}\text{س ظاس} + \frac{١}{٢}\text{لو}_{\text{ﻫ}}\lvert\text{جتاس}\rvert + \text{جـ}$ (١)
٢٦٣	ب) نفرض أن $\sqrt{\text{س}+٥} = \text{ص} \Leftarrow \text{س} = \text{ص}^٢ - ٥ \Leftarrow \text{دس} = ٢\text{ص دص}$ (١) — ٥
	عندما $\text{س} = -١ \Leftarrow \text{ص} = ٢$ ، $\text{س} = ٤ \Leftarrow \text{ص} = ٣$ (١)
العلامه للتعويض	$\int_{-١}^{٤} \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}+٥}}\,\text{دس} = \int_{٢}^{٣} \frac{(\text{ص}^٢-٥)\,٢\text{ص}}{\text{ص}}\,\text{دص} = ٢\int_{٢}^{٣}(\text{ص}^٢-٥)\,\text{دص}$ (١)
	$= ٢\left[\frac{١}{٣}\text{ص}^٣ - ٥\text{ص}\right]_{٢}^{٣} = ٢\left[(٩-١٥) - (\frac{٨}{٣} - ١٠)\right] = \frac{٨}{٣}$ (١) (١)
٣٠٢	جـ) نفرض أن $\text{ﻫ}^{\text{س}} = \text{ص} \Leftarrow \text{ﻫ}^{\text{س}}\,\text{دس} = \text{دص}$ (١) — ٧
	$\int \frac{\text{ﻫ}^{\text{س}}}{\text{ﻫ}^{٢\text{س}}-٤}\,\text{دس} = \int \frac{\text{دص}}{\text{ص}^٢-٤}$ (١) $= \int \frac{\text{دص}}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)}$
	$\frac{١}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)} = \frac{\text{أ}}{\text{ص}-٢} + \frac{\text{ب}}{\text{ص}+٢} = \frac{\text{أ}(\text{ص}+٢)+\text{ب}(\text{ص}-٢)}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)}$
	$\text{أ}(\text{ص}+٢) + \text{ب}(\text{ص}-٢) = ١ \Leftarrow \text{ص}(\text{أ}+\text{ب}) + ٢\text{أ} - ٢\text{ب} = ١$ (١)
	$\text{أ} + \text{ب} = ٠ \Leftarrow \text{ب} = -\text{أ}$
	$٢\text{أ} - ٢\text{ب} = ١ \Leftarrow ٢\text{أ} + ٢\text{أ} = ١ \Leftarrow \text{أ} = \frac{١}{٤}$ (١)
	$\text{ب} = -\text{أ} = -\frac{١}{٤}$ (١)
	$\int \frac{\text{دص}}{(\text{ص}-٢)(\text{ص}+٢)} = \int \frac{\frac{١}{٤}}{\text{ص}-٢}\,\text{دص} + \int \frac{-\frac{١}{٤}}{\text{ص}+٢}\,\text{دص}$
	$= \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{ﻫ}}\lvert\text{ص}-٢\rvert - \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{ﻫ}}\lvert\text{ص}+٢\rvert + \text{جـ}$ (١)
	$= \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{ﻫ}}\lvert\text{ﻫ}^{\text{س}}-٢\rvert - \frac{١}{٤}\text{لو}_{\text{ﻫ}}\lvert\text{ﻫ}^{\text{س}}+٢\rvert + \text{جـ}$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال ـــــ : (ـــــ)

٢٥١ — ٥ أ) $\frac{دص}{دس} = ٢س ص \Leftarrow \frac{دص}{ص} = ٢س\ دس$ ①

بتكامل الطرفين لوا|ص| = $س^٢ + هـ$ ①

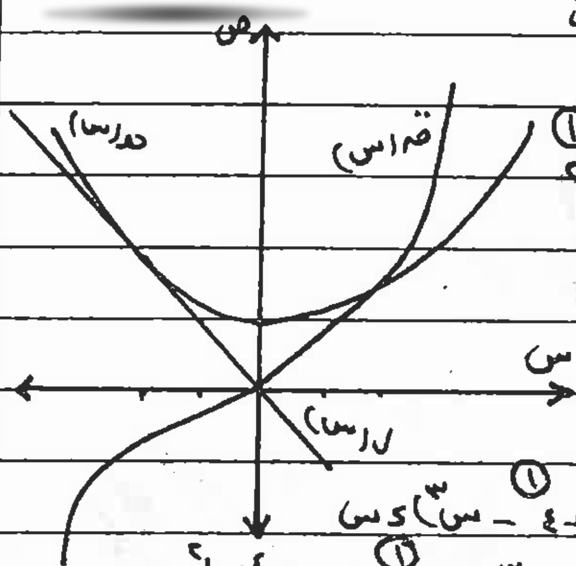
المنحنى يمر بالنقطة (٢،١) ⇐ لوا١ = ٤ + جـ ⇐ جـ = −٤ ①

اذن لوا|ص| = $س^٢ - ٤$

عندما س = ٣ ⇐ لوا|ص| = ٩ − ٤ = ٥ ⇐ |ص| = $هـ^٥$ ①

|ص| = $هـ^٥$ ومنه ص = $هـ^٥$ ①

٢٧٦ — ٨ ب) نجد نقط التقاطع بين المنحنيات



$س^٣ = س^٢ + ٤ \Leftarrow س^٣ - س^٢ - ٤ = ٠$

$(س - ٢)(س^٢ + س + ٢) = ٠ \Leftarrow س = ٢$ ①

$س^٣ = -٤س \Leftarrow س^٣ + ٤س = ٠$

$س(س^٢ + ٤) = ٠ \Leftarrow س = ٠$ ①

$س^٢ + ٤ = -٤س \Leftarrow س^٢ + ٤س + ٤ = ٠$

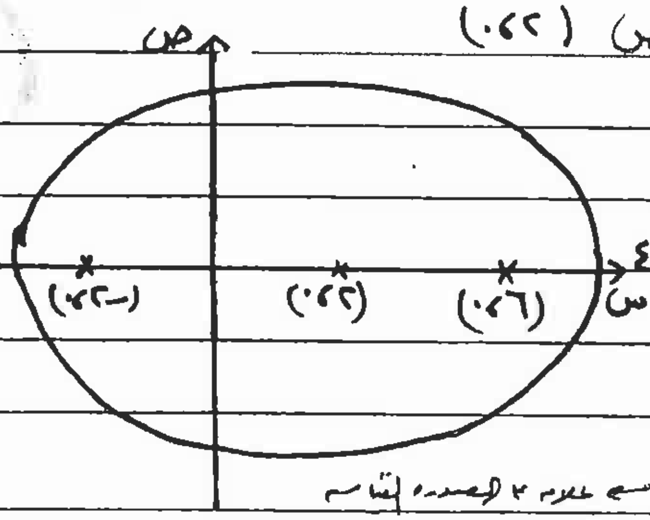
$(س + ٢)^٢ = ٠ \Leftarrow س = -٢$ ①

$م = \int_{-٢}^{٠} (س^٢ + ٤ + ٤س)\ دس + \int_{٠}^{٢} (س^٢ + ٤ - س^٣)\ دس$ ① ①

$= (\frac{١}{٣}س^٣ + ٤س + ٢س^٢)\Big|_{-٢}^{٠} + (\frac{١}{٣}س^٣ + ٤س - \frac{س^٤}{٤})\Big|_{٠}^{٢}$ ① ①

$= ٠ - (-\frac{٨}{٣} - ٨ + ٨) + (\frac{٨}{٣} + ٨ - ٤) - ٠ = \frac{٢٨}{٣}$ وحدة مربعة ①

٣١٨، ٢٥٢ — ٦ جـ) مركز القطع الناقص (٢،٠) ①



$أ^٢ = ٢٥$ ①

$ب^٢ = ٩$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow جـ^٢ = ١٦ \Leftarrow جـ = ٤$ ①

نق = جـ = ٤ ①

معادلة الدائرة

$(س - ٢)^٢ + ص^٢ = ١٦$ ② ـــ علامة ٢ للصحة ٢ للتناسب

علامة ٢ للتوفيق

رقم الصفحه في الكتاب

السؤال ...

٨) ٣٣٣

أ) ص^{٢} − ٦ص + ٩ = ٨س + ٣١ + ٩ (١) (١)

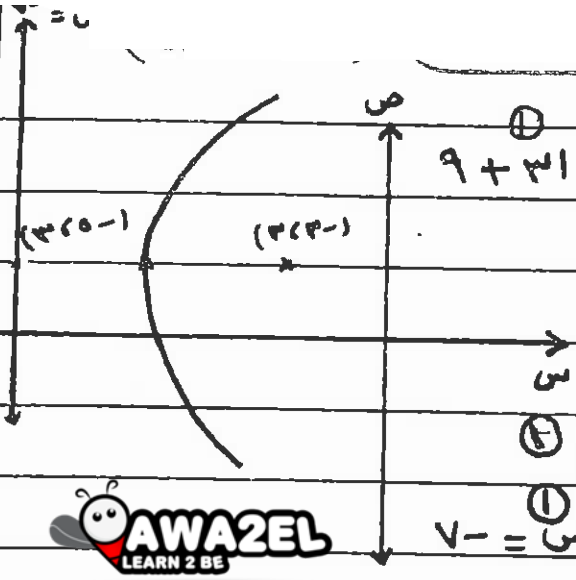
(ص − ٣)^{٢} = ٨(س + ٥) (٢)

الرأس (د، هـ) = (−٥، ٣) (١)

٤جـ = ٨ ⟸ جـ = ٢ (١)

البؤرة (د + جـ، هـ) = (−٣، ٣) (١)

معادلة الدليل س = د − جـ ⟸ س = −٧ (١)



٨) ٣٦٧

ب) القطع زائد والصورة العامة لمعادلته (١)

$\frac{(ص - هـ)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(س - د)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ (١)

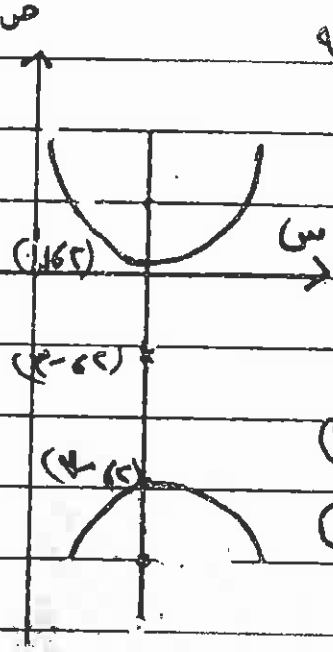
مركز القطع (د، هـ) = $\left(\frac{٢+٢}{٢}، \frac{١ + -٧}{٢}\right)$ = (٢، −٣) (١)

٢أ = ١ − (−٧) = ٨ ⟸ أ = ٤ (١)

$\frac{جـ}{أ} = \frac{٣}{٢}$ ⟸ جـ = $\frac{٣أ}{٢}$ = ٦ (١)

ب^{٢} = جـ^{٢} − أ^{٢} ⟸ ب^{٢} = ٣٦ − ١٦ = ٢٠ (١) (١)

معادلة القطع: $\frac{(ص + ٣)^{٢}}{١٦} - \frac{(س - ٢)^{٢}}{٢٠} = ١$ (١)



٧) ٣٩٥

جـ) المعطيات: $\overleftrightarrow{لهـ}$ ∥ مستوى المثلث أ ب جـ

المستوى ل م ن هـ يقطع المستوى أ ب جـ في $\overleftrightarrow{م ن}$ ، م، ن

منتصف $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ على الترتيب (١)

المطلوب: اثبات أن $\overleftrightarrow{لهـ}$ ∥ $\overleftrightarrow{أ جـ}$

البرهان: المستوى ل م ن هـ يقطع المستوى أ ب جـ في المستقيم $\overleftrightarrow{م ن}$ (١)

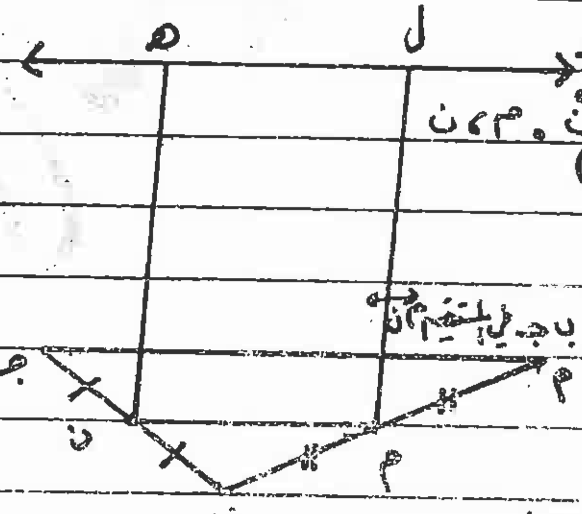
المستقيم $\overleftrightarrow{لهـ}$ محتوى في المستوى ل م ن هـ ، (١)

$\overleftrightarrow{لهـ}$ ∥ المستوى أ ب جـ . (١)

إذن $\overleftrightarrow{لهـ}$ ∥ $\overleftrightarrow{م ن}$ (١) (نظرية) --- (١)

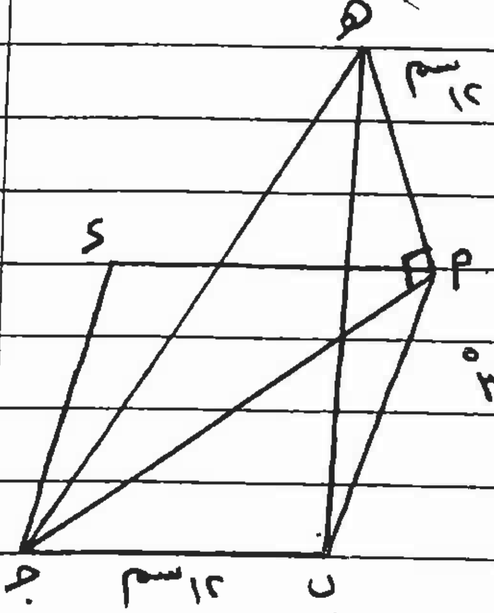
$\overline{م ن}$ ∥ $\overline{أ جـ}$ (واصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث) --- (٢)

من (١)، (٢) $\overleftrightarrow{لهـ}$ ∥ $\overleftrightarrow{أ جـ}$ (المستقيمان الموازيان لثالث في الفراغ متوازيان) (١)



رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع: (١٧ علامة)



٨

أ) المعطيات: أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢ سم (١)

أهـ ⊥ أ ب جـ د

٤١٢ المطلوب: (١) اثبات أن قياس الزاوية الزوجية (ب، أهـ، جـ) = ٤٥°

٤١١ (٢) إيجاد أهـ اذا كان ق∠ أهـ ب = ٣٠°

البرهان:

٤١٢ ١) أهـ ⊥ أب ، أهـ ⊥ أجـ لأن أهـ ⊥ المستوى أ ب جـ د (٢)

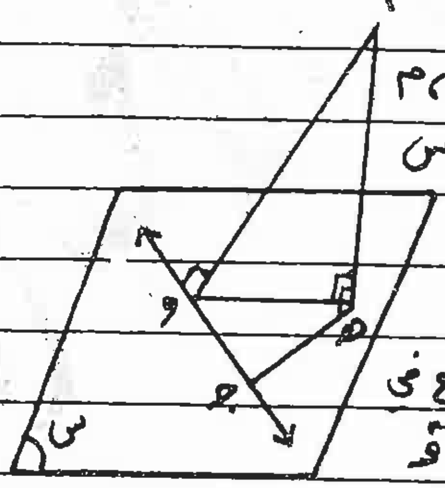
أي أن الحرف أهـ يعامد كلاً من أب ، أجـ الواقعتين في المستويين ب أ هـ ، جـ أ هـ على الترتيب

اذن قياس الزاوية ب أ جـ هو قياس الزاوية الزوجية (ب، أهـ، جـ) (١)

لكن أجـ قطر في المربع أ ب جـ د ومنه ق∠ ب أ جـ = ٤٥° (١)

٤١١ ٢) المثلث هـ أ ب قائم الزاوية في أ من فرع (أ) (١)

ظا٣٠ = أب / أهـ ⟸ أهـ = أب / ظا٣٠ (١) = ١٢ / (١/√٣) (١) اذن أهـ = ١٢√٣ سم.



٩

٤٠٨ ب) المعطيات: جـو مستقيم في المستوى س، م (١) نقطة خارج المستوى س، مهـ ⊥ المستوى س

مو ⊥ جـو

المطلوب: اثبات أن هـو ⊥ جـهـ (١)

البرهان: مهـ ⊥ المستوى س (١)، جـو يقع في المستوى س، اذن مهـ ⊥ جـو (١)

لكن مو ⊥ جـو بالفرض (١)

اذن جـو ⊥ كل من المستقيمين المتقاطعين مو ، مهـ (١)

اذن جـو ⊥ المستوى (١) م هـ و ⟸ جـو ⊥ كل مستقيم في المستوى م هـ و . لكن هـو يقع في المستوى م و هـ

اذن جـو ⊥ هـو (١)

الفقرة	رقم الصلحة في الكتاب

السؤال الخامس :/ (٢ [illegible]

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
رمز الاجابة الصحيحة	ب	د	ج	ب	أ	أ	ج	د	د	أ	ب	ج

الفقرة	رقم الصلحة في الكتاب
	٢٢٩
	٢٤٧
	٢٤٣
	٢٨٥
	٢٩٥
	٢٣٤
	٢٤١
	٢٢٥
	٢١٦ ، ٣٦٨
	٣٦٨
	٣٨٤
	٣٩٩

السؤال الـ
حل آخر

٥) ب)

$$\int \frac{س}{1+\text{جتا}\,٢س}\,ءس = \int \frac{س}{1+\text{جتا}\,٢س} \times \frac{1-\text{جتا}\,٢س}{1-\text{جتا}\,٢س}\,ءس \quad (1)$$

$$= \int \frac{(1-\text{جتا}\,٢س)\,س}{1-\text{جتا}^2\,٢س}\,ءس = \int \frac{(1-\text{جتا}\,٢س)\,س}{\text{جا}^2\,٢س}\,ءس$$

$$= \int \frac{س\,\text{جتا}\,٢س}{-\text{جا}^2\,٢س}\,ءس + \int \frac{س}{\text{جا}^2\,٢س}\,ءس$$

$$= \int -س\,\text{قتا}\,٢س\,\text{ظتا}\,٢س\,ءس + \int س\,\text{قتا}^2\,٢س\,ءس \quad (1)$$

$ع = س \Leftarrow ءع = ءس$

$ءص = \text{قتا}^2\,٢س\,ءس \Leftarrow ص = -\frac{1}{2}\,\text{ظتا}\,٢س$

$ع = -س \Leftarrow ءع = -ءس$

$ءص = \text{ظتا}\,٢س\,\text{قتا}\,٢س\,ءس \Leftarrow ص = -\frac{1}{2}\,\text{قتا}\,٢س$

$$= \frac{1}{2}\,س\,\text{قتا}\,٢س - \frac{1}{2}\int \text{قتا}\,٢س\,ءس + -\frac{1}{2}\,س\,\text{ظتا}\,٢س + \frac{1}{2}\int \text{ظتا}\,٢س\,ءس \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2}\,س\,\text{قتا}\,٢س - \frac{1}{2}\int \frac{\text{ظتا}\,٢س - \text{قتا}\,٢س}{\text{ظتا}\,٢س - \text{قتا}\,٢س} \times \text{قتا}\,٢س\,ءس - \frac{1}{2}\,س\,\text{ظتا}\,٢س + \frac{1}{2}\int \frac{\text{جتا}\,٢س}{\text{جا}\,٢س}\,ءس$$

$$= \frac{1}{2}\,س\,\text{قتا}\,٢س - \frac{1}{4}\int \frac{-٢(\text{قتا}^2\,٢س - \text{ظتا}\,٢س\,\text{قتا}\,٢س)}{\text{ظتا}\,٢س - \text{قتا}\,٢س}\,ءس - \frac{1}{2}\,س\,\text{ظتا}\,٢س + \frac{1}{4}\int \frac{٢\,\text{جتا}\,٢س}{\text{جا}\,٢س}\,ءس$$

$$= \frac{1}{2}\,س\,\text{قتا}\,٢س - \frac{1}{4}\,\text{لو}_{هـ}\left|\text{ظتا}\,٢س - \text{قتا}\,٢س\right| - \frac{1}{2}\,س\,\text{ظتا}\,٢س + \frac{1}{4}\,\text{لو}_{هـ}\left|\text{جا}\,٢س\right| + ث$$

(1) (1)

اسئلة الدور

أ) حل أخر

5)

$$\int \frac{\text{س}}{1+\text{جتا}2\text{س}}\,\text{دس} = \int \frac{\text{س}}{1-2\,\text{جا}^2\text{س}+1}\,\text{دس} \quad (1)$$

$$= \int \frac{\text{س}}{2-2\,\text{جا}^2\text{س}}\,\text{دس} = \frac{1}{2}\int \frac{\text{س}}{1-\text{جا}^2\text{س}}\,\text{دس}$$

$$= \frac{1}{2}\int \text{س قا}^2\text{س دس}$$

نفرض

$$\left.\begin{array}{l} \text{ص} = \text{س} \Leftarrow \text{دص} = \text{دس} \\ \text{دهـ} = \text{قا}^2\text{س دس} \Leftarrow \text{هـ} = \text{ظاس} \end{array}\right\} (1)$$

$$\therefore \frac{1}{2}\int \text{س قا}^2\text{س دس} = \frac{1}{2}\left[\text{س ظاس} - \int \text{ظاس دس}\right] \quad (1)\ (1)$$

$$= \frac{1}{2}\,\text{س ظاس} - \frac{1}{2}\,\text{لو}\,|\text{جتاس}| + \text{ث} \quad (1)$$

السؤال الأول

ب) حل آخر .

$\triangle 5$

$$\int_{-1}^{4} \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}+5}}\,\text{دس} = \int_{-1}^{4} \text{س}\,(\text{س}+5)^{-\frac{1}{2}}\,\text{دس}$$

① ق = س ⟸ دق = دس

دهـ = $(\text{س}+5)^{-\frac{1}{2}}$ دس ⟸ هـ = $2(\text{س}+5)^{\frac{1}{2}}$

$$\int_{-1}^{4} \text{س}(\text{س}+5)^{-\frac{1}{2}}\,\text{دس} = \Big[2\text{س}(\text{س}+5)^{\frac{1}{2}}\Big]_{-1}^{4} \;①\; - \int_{-1}^{4} 2(\text{س}+5)^{\frac{1}{2}}\,\text{دس} \;①$$

$$= \Big[2\text{س}\sqrt{\text{س}+5}\Big]_{-1}^{4} - \Big[\tfrac{4}{3}\sqrt{(\text{س}+5)^3}\Big]_{-1}^{4} \;①$$

$$= (٨\times٣ + ٢\times٢) - (\tfrac{٤}{٣}\times٢٧ - \tfrac{٤}{٣}\times٨) \;①$$

$$= ٢٤+٤ - ٣٦ + \frac{٣٢}{٣}$$

$$= \frac{-٨}{١} + \frac{٣٢}{٣} = \frac{-٢٤+٣٢}{٣}$$

$$= \frac{٨}{٣}$$

ب) حل آخر

$\triangle 5$ $\int_{-1}^{4} \frac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}+5}}\,\text{دس}$

نفرض ص = س + ٥ ⟸ دص = دس ①

س = -١ ⟸ ص = ٤ ①

س = ٤ ⟸ ص = ٩

$$\therefore \int_{4}^{9} \frac{\text{ص}-5}{\sqrt{\text{ص}}}\,\text{دص} \;①\; = \int_{4}^{9} (\text{ص}-5)\,\text{ص}^{-\frac{1}{2}}\,\text{دص} = \int_{4}^{9} \text{ص}^{\frac{1}{2}}\,\text{دص} - \int_{4}^{9} 5\,\text{ص}^{-\frac{1}{2}}\,\text{دص}$$

$$= \Big[\tfrac{2}{3}\sqrt{\text{ص}^3}\Big]_{4}^{9} - \Big[10\sqrt{\text{ص}}\Big]_{4}^{9} \;① = (\tfrac{٢}{٣}\times٢٧ - \tfrac{٢}{٣}\times٨) - (١٠\times٣ - ١٠\times٢) \;①$$

$$= ١٨ - \frac{١٦}{٣} - ٣٠ + ٢٠ = ٨ - \frac{١٦}{٣} = \frac{٨}{٣}$$

السؤال الأول

(ب) حل آخر

$\triangle 7$

$$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{2س} - 4} \, دس = \int \frac{هـ^{س}}{(هـ^{س} - 2)(هـ^{س} + 2)} \, دس \quad (1)$$

نفرض $ص = هـ^{س} - 2 \Leftarrow دس = \frac{دص}{هـ^{س}} \quad (1)$

$$= \int \frac{\cancel{هـ^{س}}}{ص(ص+4)} \times \frac{دص}{\cancel{هـ^{س}}} = \int \frac{1}{ص^{2} + 4ص} \, دص \quad (1)$$

$$= \int \frac{ص^{-2}}{1 + 4ص^{-1}} \, دص \quad (1) = -\frac{1}{4} \int \frac{-4 \times ص^{-2}}{1 + 4ص^{-1}} \, دص \quad (1)$$

$$= -\frac{1}{4} لو_{هـ} \left| 1 + \frac{4}{ص} \right| + جـ \quad (1) = -\frac{1}{4} لو_{هـ} \left| 1 + \frac{4}{هـ^{س} - 2} \right| + جـ \quad (1)$$

السؤال الثاني

أ) حل آخر

٥

$\frac{dص}{dس} = ٢س\,ص \Leftarrow \frac{dص}{ص} = ٢س\,dس$ (1)

$\int \frac{dص}{ص} = \int ٢س\,dس \Leftarrow لو_{هـ}|ص| = س^{٢} + جـ$ (1)

$\therefore |ص| = هـ^{س^{٢}+جـ} \Leftarrow |ص| = هـ^{س^{٢}} \times هـ^{جـ} \quad (هـ^{س^{٢}} > ٠ ، هـ^{جـ} > ٠)$

$هـ^{جـ}$ ثابت $= م$.

$\therefore ص = م \, . \, هـ^{س^{٢}}$

النقطة (١،٢) تحقق المعادلة $\Leftarrow ١ = م\,هـ^{٤}$

$\therefore م = \frac{١}{هـ^{٤}}$ (1)

$\Leftarrow ص = \frac{١}{هـ^{٤}} هـ^{س^{٢}}$

$ص|_{س=٣} = \frac{١}{هـ^{٤}} هـ^{٩} = هـ^{٥}$ (1) (1)

السؤال الثاني

ج) حل آخر.

٦

معادلة الدائرة هي

$س^{2} + ص^{2} + ٢ل س + ٢ك ص + ج = صفر$ (1)

$م(-ل ، -ك) = (٢ ، ٠)$ (1)

إذن معادلة الدائرة هي

$س^{2} + ص^{2} - ٤س + ج = ٠$ (1)

لكن بؤرة القطع الناقص (٦ ، ٠) تحقق معادلة الدائرة. (1)

(عكس تعويض النقطة الأخرى (البؤرة) يؤدي لنفس الجواب).

$٣٦ + ٠ - ٢٤ + ج = ٠$

$ج = -١٢$ (1)

∴ معادلة الدائرة هي $س^{2} + ص^{2} - ٤س - ١٢ = ٠$ (1)

ج) حل آخر

٦

$م(٢ ، ٠)$ (1)

$(س - د)^{2} + (ص - هـ)^{2} = ر^{2}$ (1)

$(س - ٢)^{2} + ص^{2} = ر^{2}$ (1)

لكن بؤرة القطع الناقص (٦ ، ٠) تحقق المعادلة (معادلة الدائرة) (1)

$١٦ + ٠ = ر^{2} \Leftarrow ر = ٤$ (1)

$(س - ٢)^{2} + ص^{2} = ١٦$ (1)

السؤال الثالث

ج) حل آخر .

(7)

المعطيات (1)

الحل :

بما أن ل هـ // △ أ ب ج

∴ ل هـ ، △ أ ب ج لا يوجد بينهما نقط مشتركة . (1)

لكن م ن ⊂ △ أ ب ج

∴ ل هـ ، م ن لا يوجد بينهما نقط مشتركة (1)

لكن ل هـ ، م ن ⊂ المستوى ل م ن هـ (1)

∴ ل هـ // م ن --- (1) (1)

م ن // ب ج --- (2) (واصلة بين منتصفي ضلعين في △ أ ب ج) (1)

من (1) ، (2)

ل هـ // ب ج (المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث في الفراغ متوازيان) (1)

السؤال ٤

أ) (١) حل آخر   المعطيات ①

△

الحل : بما أن $\overline{أهـ} \perp$ المستوى أ ب جـ د ②

∴ $\overline{أهـ} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{أهـ} \perp \overline{أجـ}$

أي ان الحرف $\overline{أهـ}$ يعامد كلاً من $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ الواقعين في

المستويين ب أ هـ ، جـ أ هـ على الترتيب .

∴ ق(ب ، $\overline{أهـ}$ ، جـ) = ق(ب $\hat{أ}$ جـ) ①

لكن △ أ ب جـ قائم في ب (مربع) .

ظا(ب $\hat{أ}$ جـ) = $\frac{ب جـ}{أ ب}$ = $\frac{١٢}{١٢}$ = ١ ①

∴ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ٤٥°

∴ ق(ب ، $\overline{أهـ}$ ، جـ) = ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ٤٥°

(٢) جا(أ $\hat{هـ}$ ب) = جا ٣٠° = $\frac{أ ب}{هـ ب}$ ①

$\frac{١}{٢}$ = $\frac{أ ب}{هـ ب}$ ⟸ هـ ب = ٢ أ ب

هـ ب = ٢ × ١٢ ①

هـ ب = ٢٤ سم

(أ هـ)^2 = (هـ ب)^2 − (أ ب)^2

= (٢٤)^2 − (١٢)^2

= ٥٧٦ − ١٤٤

= ٤٣٢

∴ أ هـ = $\sqrt{٤٣٢}$ = $\sqrt{١٤٤ \times ٣}$ = ١٢$\sqrt{٣}$ سم ①

السؤال الرابع

أ) (1) حل آخر

المعطيات 1

الحل بما أن $\overline{بجـ} \perp \overline{أب}$ ، $\overline{بجـ} \perp \overline{أهـ}$

∴ $\overline{بجـ} \perp \triangle$ أبهـ 1

∵ $\overline{جـأ}$ مائل على $\triangle$ أبهـ

ومسقطه $\overline{بأ} \perp \overline{أهـ}$

∴ $\overline{جـأ} \perp \overline{أهـ}$ } 1 (حسب نظرية الأعمدة الثلاثة)

∴ ق(ب ، $\overline{أهـ}$ ، جـ) = ق(ب $\hat{أ}$ جـ) 1

لكن $\triangle$ أبجـ قائم في ب .

$$\text{ظا}(ب\hat{أ}جـ) = \frac{بجـ}{أب} = \frac{12}{12} = 1$$

∴ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = 45° 1

∴ ق(ب ، $\overline{أهـ}$ ، جـ) = ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = 45° .

السؤال ١٢

ب) حل آخر

△٩

المعطيات ①

المطلوب: إثبات أن $\overline{هـو} // \overline{جـو}$ ①

البرهان

نصل $\overline{مجـ}$ نحصل على المثلثات التالية

△ م هـ و ، △ م هـ جـ ، △ م و جـ بحسب قائمة الزاوية .

في △ م هـ و القائم في هـ .

(هـ و)^2 = (م و)^2 − (م هـ)^2 --- (١) ①

في △ م و جـ القائم في و

(م جـ)^2 = (م و)^2 + (و جـ)^2 --- (٢) ①

في △ م هـ جـ القائم في هـ

(م جـ)^2 = (م هـ)^2 + (هـ جـ)^2 --- (٣) ①

من (١) ، (٢) ⇐ (هـ و)^2 = (م جـ)^2 − (و جـ)^2 − (م هـ)^2 ①

⇐ (هـ و)^2 + (و جـ)^2 = (م جـ)^2 − (م هـ)^2

لكن من (٣) ⇐ (هـ جـ)^2 = (م جـ)^2 − (م هـ)^2

∴ (هـ و)^2 + (و جـ)^2 = (هـ جـ)^2 ②

∴ △ هـ و جـ قائم في و . ①

∴ $\overline{هـو}$ ⊥ و جـ ①