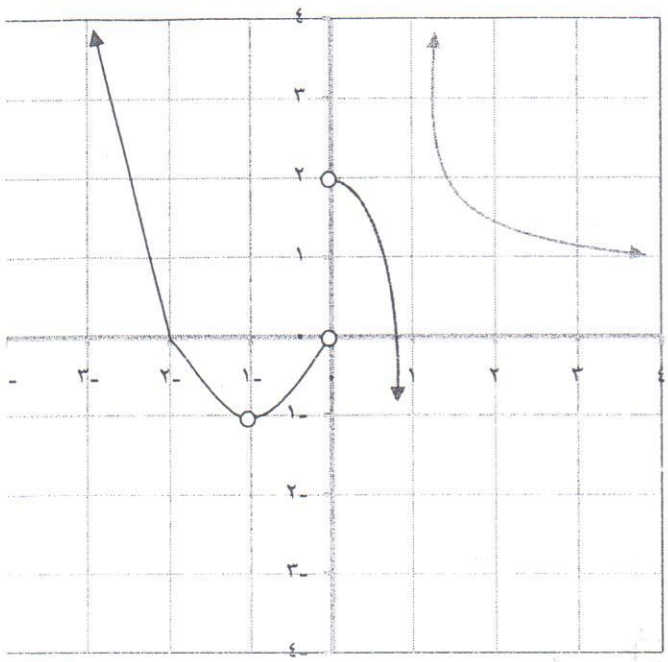
النهاية بالرسم

بالاعتماد على الشكل المجاور فإن



١) نها ق(س) = ∞
س ← ١+

٢) نها ق(س) = صفر
س ← -٢+

٣) نها ق(س) =
س ← ١
يمين = ∞
يسار = ـ ∞
اذا نها غير موجودة

٤) نها ق(س) =
س ← ٠
يمين = ٢
يسار = صفر
اذا نها = غير موجودة

٥) نها ق(س) =
س ← ـ١
يمين = ـ ١
يسار = ـ ١
اذا نها = ـ ١

٦) نها ق(س) غير موجودة
س ← أ
{ ١ ، ٠ }

٧) ق(س) غير متصل حدد سينات عدم الاتصال
{ -١ ، ٠ ، ١ }

بالرسم اذا لم يحدد من أ+ اليمين او أ- نحن نبحث من اليمين و اليسار

نهايات الجدول

بالاعتماد على الجدول المجاور فإن

س	٠.٩	٠.٩٩	١	١.٠١	١.١
ق(س)	٧.١	٧.٠١		٨.٩٩	٨.٩

١) نها ق(س) = ٩
س ← ١+

٢) نها ق(س) = غير موجودة
س ← ١
نها ق(س) = ٩
س ← ١+
نها ق(س) = ٧
س ← ١-

بالاعتماد على الجدول المجاور فإن

س	٢.١	٢.٠١	٢	١.٩٩	١.٩
ق(س)	٦.١	٦.٠١		٥.٩٩	٥.٩

٣) نها ق(س) = ٦
س ← ٢
نها ق(س) = ٦
س ← ٢+
نها ق(س) = ٦
س ← ٢-

التعويض

عادي

١) نها (س٣ - ٢)٢ = (-١فردي - ٢)٢
س ← -١ = (-٣)٢ = ٩

٢) نها (س٢ - ٢)٣ = (-١زوجي - ٢)٣
س ← -١ =(١ - ٢)٣ = (-١)فردي = -١

٣) نها (س٢ - ٢س + ٢) =(٢)٢ - ٢(٢) + ٢) = ٢
س ← ٢

٤) نها √(س+ ٤) = √٩ = ٣
س ← ٥

٥) نها √(س+ ٤) =√٥ + ٤ =√١ - =غير موجودة
س ← -٥

٦) نها ∛(٢س + ٢) =∛(٣)٢ + ٢ =∛٨ = ٢
س ← ٣

٧) نها ∛(٢س + ٢) =∛-٨ = -٢
س ← -٥

نها س - ٥ = صفر ÷ عدد = صفر
س ← ٥ ٢س

مجاهيل

١ نها (س + ل) = ٦
س ← ٢
٢ + ل = ٦
ل = ٦ − ٢ = ٤

٢ نها س + ل^{٢} = ١٢
س ← ٨
٨ + ل^{٢} = ١٢
ل^{٢} = ٤
ل = ± ٢

٣ نها س + ل^{٣} = ١٢
س ← ٤
٤ + ل^{٣} = ١٢
ل^{٣} = ٨
ل = ٢

٤ نها √(س + جـ) = ٢
س ← ٣
٣ + جـ = ٢^{٢}
جـ = ٤ − ٣ = ١

نها + صورة + متصل

١ اذا علمت أن
نها ق(س) = ٥ ، ق(٢) = ٤
س ← ٢
نها هـ(س) = ٣ ، هـ(٢) = −٣
س ← ٢
ل(٢) = −٢ و ل متصل عند س = ٢
جد:
نها ق(س) + هـ(س) + ٢ل(س)
س ← ٢
= ٥ + ٣ + ٢ (−٢) = ٤

نها س^{٢} + ٢ هـ(س)
س ← ٢
= (٢)^{٢} + ٢ (٣) = ١٠

اذا علمت أن نها ٢ق(س) + س = ٥
س ← ٣
جد نها ق(س)
س ← ٣
٢ أ + ٣ = ٥ ← ٢أ = ٢ ← أ = ١

صفر / صفر

كل وحدة كامل

١ جد نها $\frac{(٢س-٤)(س^{٣}-٨)}{(٤-س^{٢})(س^{٢}-س-٢)}$.
س ← ٢

نها $\frac{٢(س-٢)(س-٢)(س^{٢}+٢س+٤)(س)(س-٢)}{(٢-س)(٢+س)(س-٢)(س+١)(س-٢)}$
س ← ٢

نها $\frac{(٢)(-١)(١)(س^{٢}+٢س+٤)(س)}{(٢+س)(س+١)} = \frac{(٢)(-١)(١)(١٢)(٢)}{(٤)(٣)} = -٤$
س ← ٢

٢ جد نها $(\frac{س-٣}{\sqrt{٣س}-٣})^{٢}$ = نها $\frac{(س-٣)(س-٣)(\sqrt{٣س}+٣)}{(\sqrt{٣س}-٣)(\sqrt{٣س}+٣)}$
س ← ٣ س ← ٣

= نها $\frac{(س-٣)(س-٣)(\sqrt{٣س}+٣)}{(٣س-٩)}$ = نها $\frac{(س-٣)(س-٣)(\sqrt{٣س}+٣)}{٣(س-٣)}$
س ← ٣ س ← ٣

= $\frac{(١)(صفر)(٦)}{٣}$ = صفر

٣ نها $\frac{س^{٢}-٤}{س-٢}$ = نها $\frac{(س-٢)(س+٢)}{(س-٢)}$
س ← ٢ س ← ٢

نها $\frac{(س+٢)}{١}$ = $\frac{٤}{١}$ = ٤

٤ نها $\frac{س-٢}{س^{٣}-٨}$ = نها $\frac{س-٢}{(س-٢)(س^{٢}+٢س+٤)}$ = نها $\frac{١}{س^{٢}+٢س+٤}$ = $\frac{١}{١٢}$
س ← ٢ س ← ٢

متشعب

اذا علمت أن د(س) = $\begin{cases} س^{٢}-١ & ، س<٢ \\ ٥ & ، س=٢ \\ \sqrt{س+٧} & ، س>٢ \end{cases}$

نها $\frac{\sqrt{س+٧}-٥}{س^{٢}-١}$
س ← ٢

- نها د(س) = نها س^{٢} − ١ = صفر
  س ← ١ س ← ١
- نها د(س) = نها √(س + ٧) ≠ ١٢
  س ← ٥ س ← ٥

- نها د(س) = ٣
  س ← ٢
- نها √(س + ٧) ≠ ٩ = ٣
  س ← ٢$^{+}$
- نها س^{٢} − ١ = ٤ − ١ = ٣
  س ← ٢$^{-}$

جذر زوجي للصفر (نقف)

١ نهـا $\sqrt{\text{س} - ٥} = \sqrt{\text{صفر}}$
س ← ٥

نهـا ق(س) = صفر
س ← ٥⁺

نهـا ق(س) غير موجودة
س ← ٥⁻

نهـا ق(س) غير موجودة

٢ نهـا $\sqrt{(\text{س} - ٢)^{٢}} = \sqrt{\text{صفر}}$
س ← ٢

نهـا ق(س) = صفر
س ← ٢⁺

نهـا ق(س) = صفر
س ← ٢⁻

نهـا ق(س) = صفر
س ← ٢

٣ نهـا $\sqrt{\text{س}^{٢} - ٩} = \sqrt{\text{صفر}}$
س ← ٣

نهـا ق(س) = صفر
س ← ٣⁺

نهـا ق(س) غير موجودة
س ← ٣⁻

نهـا ق(س) غير موجودة
س ← ٣

الاتصال عند نقطة

١ ابحث اتصال ق(س) $= \begin{cases} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣} & ، \text{س} \neq ٣ \\ ٥ & ، \text{س} = ٣ \end{cases}$ عند س = ٣

$$\begin{array}{r|l} \text{س}^{٢} - ٩ & \text{س}^{٢} - ٩ \\ \hline \text{س} - ٣ & ٥ \quad \text{س} - ٣ \\ \hline ٣ & \end{array}$$

- ق(٣) = ٥
- نهـا ق(س) = نهـا $\dfrac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣}$
  س ← ٣ س ← ٣
- = نهـا $\dfrac{(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)}{(\text{س} - ٣)}$ = ٦
  س ← ٣
- ق(٣) ≠ نهـا ق(س)
  س ← ٣

اذا ق(س) غير متصل عند س = ٣

٢ اذا كان ق(س) $= \begin{cases} \dfrac{٣\text{س} - ١٢}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ٤} & ، \text{س} \neq ٤ ، -١ \\ \text{م} & ، \text{س} = ٤ \end{cases}$

فما قيمة م التي تجعل ق(س) متصل عند س = ٤ ؟

نهـا ق(س) = ق(٤)
س ← ٤

نهـا $\dfrac{٣\text{س} - ١٢}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ٤}$ = م
س ← ٤

نهـا $\dfrac{٣(\text{س} - ٤)}{(\text{س} - ٤)(\text{س} + ١)}$ = م
س ← ٤

نهـا $\dfrac{٣}{(\text{س} + ١)}$ = م = $\dfrac{٣}{٥}$
س ← ٤

٣ ق(س) $= \begin{cases} ٢ & ، \text{س} = ٣ \\ \dfrac{٣\text{س} + ١}{\text{س} - ١} & ، ٣ < \text{س} < ٥ \\ ٤ & ، \text{س} = ٥ \end{cases}$

فابحث اتصال على [٣ ، ٥]

$$\begin{array}{r|l} ٣\text{س} + ١ & ٢ \\ \hline \text{س} - ١ & ٤ \\ \hline ٣ & ٥ \end{array}$$

(٣ ، ٥) نسبي متصل على ح ما عدا س = ١

عند س = ٥	عند س = ٣
ق(٥) = ٤	ق(٣) = ٢
نهـا ق(س) = ٤	نهـا ق(س) = ٥
س ← ٥⁻	س ← ٣⁺
ق(٥) = نهـا	ق(٥) ≠ نهـا
متصل عند س = ٥	غير متصل عند س = ٣

ق(س) متصل على [٣ ، ٥] با ستثناء { ٣ }

٤ د(س) $= \begin{cases} \text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢ & ، \text{س} \geq -١ \\ \text{س} + ١ & ، \text{س} < -١ \end{cases}$

فا بحث اتصال ق لجميع قيم س الحقيقية ؟؟

٥ ق(س) $= \begin{cases} ٣\text{س} + ٢ & ، \text{س} \geq ٢ \\ \text{س}^{٢} & ، \text{س} < ٢ \end{cases}$

هـ(س) $= \begin{cases} ٣ - \text{س} & ، \text{س} \geq ٢ \\ & ، \text{س} < ٢ \end{cases}$

ابحث اتصال ق(س) + هـ(س) عند س = ٢؟

ل(س) = (ق + هـ)(س)

$$\frac{(\text{س}^{٢}) + (٥) \qquad ((٣\text{س} + ٢) + (٣ - \text{س})}{٢}$$

- ل(٢) = (٦ + ٢) + (٣ − ٢) = ٩
- نهـا ل(س) = ٩
  س ← ٢

نهـا $(\text{س}^{٢})$ + (٥) = ٩
س ← ٢⁺

نهـا (٣س + ٢) + (٣ − س) = ٩
س ← ٢⁻

- ل(٢) = نهـا ل(س)
  س ← ٢

اذا ل(س) متصل عند س = ٢

اذا (ق + هـ)(س) متصل عند س = ٢

عدم الاتصال

حدد نقاط عدم اتصال الاقترانات التالية ، افحص اتصال

1- ق(س) = (٢س + ٣)

متصل على ح ما عدا { } ، Ø ، لا يوجد نقاط عدم اتصال

2- ق(س) = $\frac{(٢س + ٣)}{س - ١}$

س – ١ = صفر ، س = ١ نقطة عدم اتصال

ق(س) متصل على ح ما عدا { ١ }

3- ل(س) = $\frac{٥}{س^{٢} - ١}$

$س^{٢} - ١ = ٠$

س = ± ١ نقاط عدم الاتصال

ل(س) متصل على ح ماعدا { -١ ، ١ }

4- هـ(س) = $\frac{٢}{٩ - س^{٢}}$

$٩ - س^{٢} = ٠$

س = ± ٣ نقاط عدم الاتصال

هـ(س) متصل على ح باستثناء { -٣ ، ٣ }

5- جد نقاط عدم اتصال ق(س) = $\frac{٢}{(س-٣)(س+٢)}$

(س- ٣) (س +٢) = ٠

س-٣ = ٠ س+٢ = ٠

س = ٣ س = - ٢

متوسط التغير

المشتقة باستخدام التعريف

١ إذا كان ق(س) = ٤ − س^{٢} ،
وتغيرت س من (−١) الى (٢)فإن
1- مقدار التغير في الاقتران يساوي
2- متوسط تغير الاقتران يساوي

ق(٢)	ق(−١)
٠	٣
س$_{٢}$	س$_{١}$
٢	−١

1- $\Delta ص = ٠ - ٣ = -٣$

2- $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٠ - ٣}{٢ - -١} = \frac{-٣}{٣} = -١$

٢ اذا كان متوسط تغير الاقتران ص = ق(س) في الفترة [−١ ، ٣] يساوي (٢) فإن مقدار التغير في ص يساوي

$$\frac{\Delta ص}{٣ - -١} = \frac{\Delta ص}{٤} = ٢$$

$\Delta ص = ٢ \times ٤ = ٨$

٣ اذا كان متوسط تغير الاقتران
ق(س) = ٧ − م س = −٦ عندما تتغير س من (١) الى (٤) فجد قيمة المجهول م ؟

- ضع دائرة الجواب معامل س −م

= −٦

م = ٦

ق(٤)	ق(١)
٧−٤م	٧ −م
س$_{٢}$	س$_{١}$
٤	١

$$-٦ = \frac{٧ - ٤م - ٧ + م}{٤ - ١}$$

$-١٨ = -٣م$

م = ٦

١ جد باستخدام التعريف مشتقة
ق(س) = ٢س^{٣} + ٥س^{٢} − ٥س + ٦

٢ جد ق`(س) باستخدام التعريف للاقتران ق(س) = $\frac{٢}{\sqrt{٥س}}$ ، س ≠ ١

قواعد الاشتقاق

جد مشتقة الاقترانات التالية :

ق(س) = ٣ + ٤س + ٢س^{٢} − ٣س$^{-٢}$ + ٤س$^{\frac{٣}{٤}}$

ق`(س) = ٠ + ٤ + ٤س + ٦س$^{-٣}$ + $\frac{٣}{٤} \times ٤$ س$^{-\frac{١}{٤}}$

ق`(س) = ٤ + ٤س + $\frac{٦}{س^{٣}}$ + $\frac{٣}{\sqrt[٤]{س}}$

جد مشتقة الاقترانات التالية :

ق(س) = $\frac{٢}{س^{٣}}$ + ٤ $\sqrt[٣]{س^{٢}}$ = $\frac{-٢(٣س^{٢})}{(س^{٣})^{٢}}$ + ٤ س$^{\frac{٢}{٣}}$

ق`(س) = $\frac{-٢(٣س^{٢})}{(س^{٣})^{٢}}$ + $\frac{٢}{٣} \times ٤$ س$^{-\frac{١}{٣}}$ = $\frac{-٦}{س^{٤}}$ + $\frac{٨}{٣\sqrt[٣]{س}}$

قواعد الاشتقاق جد مشتقة الاقترانات التالية

١ ق(س) = جا س + جتا س + ظا س
ق`(س) = جتاس − جا س + قا^{٢} س

٢ ق(س) = ٣جا^{٢}س − ٣جتا ٢س + ظا ٢س
ق`(س) = ٦ جتا٢س + ٦جا ٢س + ٢قا^{٢} ٢س

٣ ق(س) = جتا٤س^{٣} + ٢جا س^{٣}
ق`(س) = −٨س جا ٤س^{٢} + ٦س^{٢} جتا س^{٣}

٤ ق(س) = $\frac{\text{جتا ٤س}}{\text{٢ جا٤س}}$
ق`(س) = $\frac{\text{−٤ جا٤س}}{\text{٢ جتا٤س}}$

٥ ق(س) = لو$_{هـ}$(س^{٢} + ٦س + ٨) + هـ$_{س^{٢}-٤س}$ + هـ$_{(٤-س)}$
ق`(س) = $\frac{\text{٢س + ٦}}{\text{س}^{٢}\text{ + ٦س +٨}}$ + (٢س− ٤) هـ$_{س^{٢}-٤س}$ − هـ$_{(٤-س)}$

٦ ق(س) = لو$_{هـ}$(٢س + ٤) ، ق`(٣)
ق`(س) = $\frac{2}{4+\text{٢س}}$ ، ق`(٢) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

٧ ق(س) = (س+٤)(٥− س)
ق`(س) = (س+٤)(−١) + (٥− س)(١)

٨ ق(س) = س^{٢} جا ٣س
ق`(س) = (س^{٢}) (٣جتا٣س)+ (جا٣س)(٢س)

٩ ق(س) = هـ^{٣س} لو$_{هـ}$(٥س+٣)
ق`(س) = (هـ^{٣س})($\frac{5}{3+\text{٥س}}$) + (لو$_{هـ}$٥س+ ٣))(٣هـ^{٣س})

١ ق(س) = $\frac{٥}{\text{س2-4}}$ ، ق`(١)
ق`(س) = $\frac{\text{−٥ (٢س)}}{(\text{س}^{٢}-٤)^{٢}}$ . ق`(١) = $\frac{-١٠}{٩}$

٢ ق(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٣س}{\text{س + ٤}}$ ، ق`(٢)
ق`(س) = $\frac{(س+٤)(٢س-٣)-(س^{٢}-٣س)(١)}{(س+٤)^{٢}}$
ق`(س) = $\frac{(٦)(١) - (-٢)(١)}{(٦)^{٢}} = \frac{٨}{٣٦} = \frac{٢}{٩}$

٣ ق(س) = $\frac{\text{حاس}}{\text{جتا٢س}}$
ق`(س) = $\frac{(جتا٢س)(جتاس)-(جاس)(-٢جا٢س)}{(\text{جتا ٢س})^{٢}}$

٤ ق(س) = (٥س^{٢} + ٣س)^{٣}
ق`(س) = (١٠س+٣)(٣)(٥س^{٢}+٣س)^{٢}

٥ ق(س) = (٣س − ٤)$^{-٢}$
ق`(س) = (٣)(−٢)(٣س−٤)$^{-٣}$ = $\frac{-٦}{(٣س-٤)^{٣}}$

٦ ق(س) = جا^{٣} ٢س
ق`(س) = (٢جتا٢س)(٣)(جا^{٢} ٢س)=٦جتا٢س جا^{٢}٢س

قاعدة السلسلة

١ ص= ع^{٢} + ٣ع ، ع = ٣ − ٢س^{٢} جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عند س=−١
$\frac{\text{دص}}{\text{دع}}$= ٢ع + ٣ ، $\frac{\text{دع}}{\text{دس}}$ = −٤س
$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$ = (٢ع+٣)(−٤س)
= (٢(٣−٢س^{٢})+٣)(−٤س) = ٢٠

٢ ص = ل^{٢} + ١ ، ل = (س^{٢} − ٣)^{٤} جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$
$\frac{\text{دص}}{\text{دل}}$ = ٢ل ، $\frac{\text{دل}}{\text{دس}}$ (٢س)(٤)(س^{٢}−٣)^{٣}
$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دل}} \times \frac{\text{دل}}{\text{دس}}$ = (٢ل)(٨س)(س^{٢}−٣)^{٣}
= (٢(س^{٢}−٣)^{٤})(٨س)(س^{٢}−٣)^{٣}

٣ ص = $\sqrt{\text{ع}^{٢} + ٢}$ ، ع = س + ٣
$\frac{\text{دص}}{\text{دع}}$= $\frac{\text{٢ع}}{\sqrt{\text{ع}^{٢} + ٢}}$ ، $\frac{\text{دع}}{\text{دس}}$ = ١
$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}} = \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ع}^{٢} + ٢}} = \frac{(\text{س+٣})}{\sqrt{(\text{س+٣})^{٢} + ٢}}$

المشتقات العليا

١ ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣ ، ق$\acute{}$(١)
ق$\acute{}$(س) = ٣س^{٢} + ٦س
ق$\acute{}\acute{}$(س) = ٦س + ٦
ق$\acute{}\acute{}$(١) = ٦(١) + ٦ = ١٢

المعنى الفيزيائي

١ يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة
ف(ن) = ٢ن^{٣} − ٦ن − ٧ ، حيث ف المسافة بالأمتار فما تسارع الجسيم عندما تكون سرعته ١٨ م/ث ؟
ف(ن) = ٢ن^{٣} − ٦ن − ٧
ع(ن) = ٦ن^{٢} − ٦ = ١٨ ٦ن^{٢} = ٢٤
ت(ن) = ١٢ن ن^{٢} = ٤
ن = ± ٢ ن = ٢
ت(٢) = ١٢(٢) = ٢٤ م/ث^{٢}

٢ يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة
ف(ن) = ن^{٣} − ٣ن^{٢} + ١٥
جد سرعة الجسيم
1- بعد مرور ٣ ثواني
2- عند انعدام التسارع
3- عندما يكون التسارع ١٢ م/ث^{٢} ؟

ف(ن) = ن^{٣} − ٣ن^{٢} + ١٥
ع(ن) = ٣ن^{٢} − ٦ن
ت(ن) = ٦ن − ٦

1- ع(٣) = ٣(٣)^{٢} − ٦(٣) = ٢٧ − ١٨ = ٩ م/ث

2- ت(ن) = ٦ن − ٦ = ٠
٦ن = ٦ ن = ١
ع(١) = ٣ − ٦ = − ٣ م/ث

3- ت(ن) = ٦ن − ٦ = ١٢
٦ن = ١٨ ن = ٣
ع(٣) = ٩ م/ث

المعنى الهندسي

١ جد معادلة المماس لمنحنى ق(س) = س^{٢} + ٣س + ١
عند(١، ٥)
ق(س) = ٢س + ٣
الميل = ق(١) = ٥

ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
ص − ٥ = ٥ (س − ١)
ص = ٥س + ٠

٢ جد معادلة المماس لمنحنى ق(س) = $\sqrt{س + ٣}$ عند س = ١
ق(١) = ٢
ق$\acute{}$(س) = $\frac{١}{٢\sqrt{س + ٣}}$
الميل = ق$\acute{}$(١) = $\frac{١}{٤}$
ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
ص − ٢ = $\frac{١}{٤}$ (س − ١)

٣ جد معادلة المماس لمنحنى ق(س) = $\frac{٤}{س}$ عند س = ٢
ق(٢) = ٢
ق(س) = $\frac{-٤}{س^{٢}}$ الميل = ق(٢) = $\frac{-٤}{٤}$ = − ١
ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)

اذا علمت أن ق(س) = (١ − س)^{٤} و كان ق$\acute{}$(س$_{١}$) = ٣٢ فجد قيم س$_{١}$ ؟؟

ضع دائرة بالأغلب

١ اذا علمت أن ق(٢) = ٣ ، ق(٢) = −٣ ، هـ(٢) = ٥ ، هـ(٢) = ٤

جد ١- (ق × هـ)(٢) = ق(٢)هـ(٢) + هـ(٢)ق(٢)

= (٣ × ٤)+(٥ × −٣) = ١٢ − ١٥

= −٣

٢- $\left(\frac{ق}{هـ}\right)(٢) = \frac{هـ(٢)\times(ق(٢)\times ق(٢)) - (ق(٢)\times هـ(٢))}{هـ(٢)^{٢}}$

$= \frac{(٥ \times ٣ \times -٣) - (٣ \times ٣ \times ٤)}{٢٥}$

$= \frac{-٤٥ - ٣٦}{٢٥} = \frac{-٨١}{٢٥}$

---

٢ اذا علمت أن ق(س) = أ س^{٢} − ٨س ، ق(٢) = ٤

جد قيمة الثابت أ ؟

ق(س) = ٢أ س − ٨ ، ق(٢) = ٤ أ − ٨ = ٤

٤ أ = ١٢

أ = ٣

---

٣ اذا علمت أن ق(س) = ٥س^{٢} + ٣س

جد

1- نها $\frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$ = ق(س) = ١٠س + ٣

هـ ← ٠

2- نها $\frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$ = ق(٢) = ٢٠ + ٣ = ٢٣

هـ ← ٠

---

٤ اذا علمت أن Δ ص = ٣ س^{٢} Δس − ٤س Δس^{٢}

جد صَ

صَ = نها $\frac{Δص}{Δس}$ = نها $\frac{Δس(٣س^{٢} - ٤س Δس)}{Δس}$

Δس ← ٠ Δس Δس ← ٠ ~~Δس~~

= ٣س^{٢}

اذا علمت أن Δ ص = ٣ س^{٢} هـ − ٤س هـ^{٢}

جد ص

ص = نها $\frac{Δص}{هـ}$ = نها $\frac{هـ(٣س^{٢} - ٤س هـ)}{هـ}$

هـ ← ٠ هـ هـ ← ٠ هـ

= ٣س^{٢}

التزايد و التناقص الحرجة القيم القصوى عظمى و صغرى

جد القيم الحرجة و فترات التزايد والتناقص و القيم القصوى و حدد نوعها (عظمى ، صغرى)

١) ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} − ٥

قَ(س) = ٣س^{٢} + ٦س = ٠

قَ(س) = ٣س (س + ٢) = ٠

+++ - - - +++

∞- ، -٢ ، ٠ ، ∞

الحرجة س = ٠ ، س = − ٢

متزايد (−∞ ، − ٢] ∪ [٠ ، ∞)

متناقص [- ٢ ، ٠]

عظمى (−٢ ، ق(−٢)) = (−٢ ، −١)

صغرى (٠ ، ق(٠)) = (٠ ، − ٥)

---

٢) ق(س) = س(٢٧ − س^{٢}) = ٢٧س − س^{٣}

قَ(س) = ٢٧ − ٣س^{٢} = ٠

٢٧ = ٣س^{٢}

٩ = س^{٢}

- - - - +++ - - -

∞- ، -٣ ، ٣ ، ∞

الحرجة س = ±٣ ∞

متزايد [- ٣ ، ٣]

متناقص (−∞ ، − ٣] ∪ [٣ ، ∞)

عظمى (٣ ، ق(٣)) = (٣ ، ٥٤)

صغرى (-٣ ، ق(-٣)) = (-٣ ، -٥٤)

---

٣) ل(س) = ٣س − س^{٣} + ٢

لَ(س) = ٣ − ٣س^{٢} = ٠

٣ = ٣س^{٢}

١ = س^{٢}

--- + ++ + ---

∞- ، -١ ، ١ ، ∞

الحرجة س = ± ١

متزايد [- ١ ، ١]

متناقص (−∞ ، − ١] ∪ [١ ، ∞)

عظمى (١ ، ق(١)) = (١ ، ٤)

صغرى (-١ ، ق(-١)) = (-١ ، ٠)

---

٤) ق(س) = س^{٢} − ٢س

قَ(س) = ٢س − ٢ = ٠

٢س = ٢

---- + + + +

∞- ، ١ ، ∞

الحرجة س = ١

متزايد [١ ، ∞)

متناقص (−∞ ، ١]

صغرى (١ ، ق(١)) = (١ ، − ١)

- - - - + + + + + - - - -

-٢ ، ٠

حرجة { −٢ ، ٠ }

تزايد [−٢ ، ٠]

متناقص (−∞ ، − ٢] ∪ [٠ ، ∞)

اختبار المشتقة الثانية

١) جد باستخدام اختبار المشتقة الثانية القيم العظمى و الصغرى إن وجدت

ق(س) = ٢س^{٣} − ٣س^{٢} − ١٢س + ٥

قَ(س) = ٦س^{٢} − ٦س − ١٢ = ٠

= س^{٢} − س − ٢ = ٠

(س − ٢)(س +١)

الحرجة س= ٢ ، س = − ١

قَ(س) = ١٢س − ٦

قَ(٢) = + > صفر

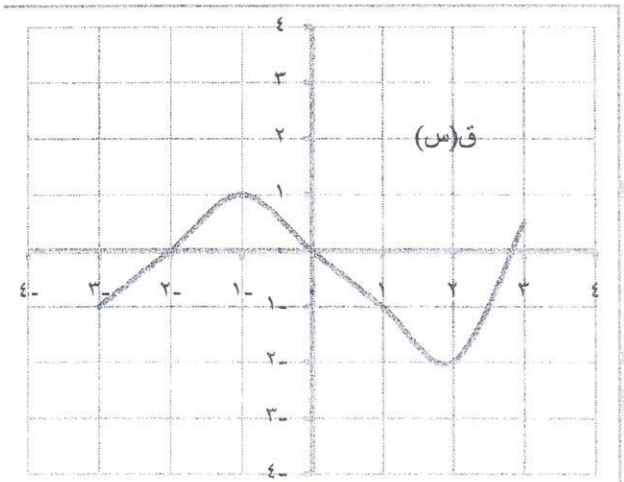
صغرى عند س= ٢

قَ(−١) = − < صفر

عظمى عند س = − ١

الرسم

١) من الشكال التالي حدد التزايد والتناقص العظمى والصغرى ان وجدت



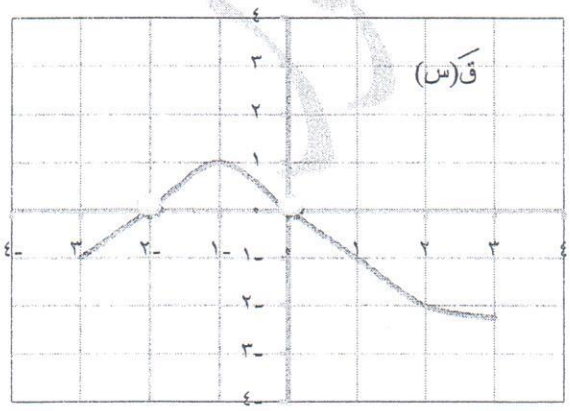
التزايد (−∞ ، −١] ∪ [٢ ، ∞) الحرجة س = -١ ، ٢

التناقص [−١ ، ٢] مشتقتها = صفر

العظمى (− ١ ، ١)

الصغرى (٢ ، - ٢)

٢) من الشكل المجاور حدد التزايد والتناقص العظمى والصغرى ان وجدت



القيم القصوى

١ ينتج مصنع للثلاجات س ثلاجة شهريا ، فإذا كانت تكلفة انتاجها يعطى بالعلاقة ك(س) = ٣٦٠٠٠ + ٤س + س^{٢}
وكان يبيع الثلاجة الواحدة بسعر ٥٠ دينار فجد
1- اقتران الايراد الكلي للمصنع من بيع الثلاجات
2- عدد الثلاجات التي يجب بيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن ؟

الربح الكلي = الايراد الكلي − التكلفة الكلية
ر(س) = ٥٠س − (٣٦٠٠٠ + ٤س + س^{٢})
= ٥٠س − س^{٢} − ٤س − ٣٦٠٠٠
= − س^{٢} + ٤٦س − ٣٦٠٠٠
ر'(س) = −٢س + ٤٦ = ٠
= −٢س = − ٤٦
س = ٢٣

٢ قطعة ورق مستطيلة الشكل مساحتها ٣٢ سم^{٢} ، يراد الطباعة عليها بحيث نترك ١ سم من راس الصفحة و اسفلها و ٠.٥ سم من الجانبين ، جد اكبر مساحة ممكنة للطباعة عليها ؟

٣ لدى مزارع (٥٠٠) متر من الاسلاك الشائكة ، اذا اراد المزارع تسييج قطعة الارض ما بعدا القطعة الذان يجعلان المساحة اكبر ما يمكن ؟؟

٤