القطع المكافىء

الصورة العامة أ س^{2} + ب ص^{2} + جـ س + د ص + هـ = ٠

بحيث أ × ب = صفر يعني إما أ = صفر .. أو ب = صفر ولكن ليس معا

وبالتالي المعادلة تحتويُ على **متغير تربيعي واحد فقط** إما س^{2} أو ص^{2}

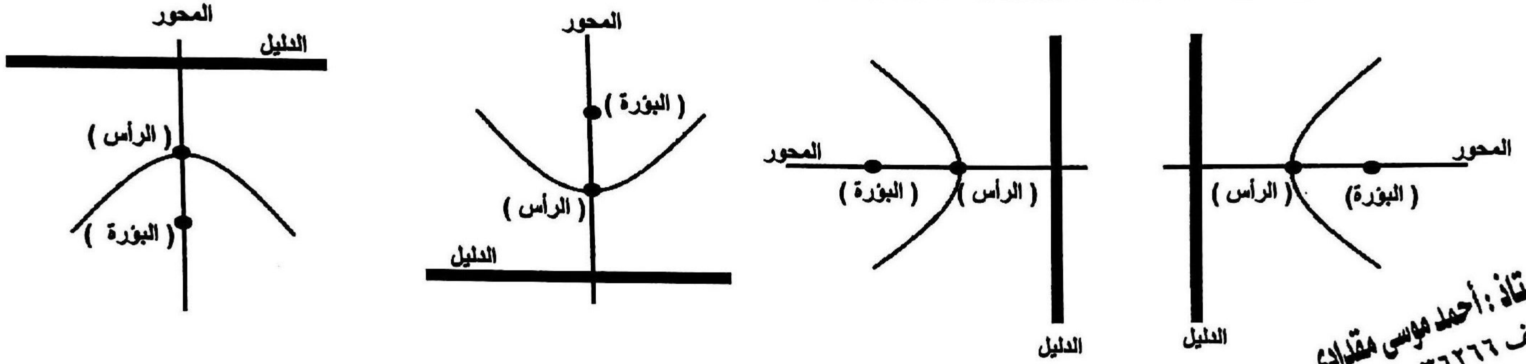
هو المحل الهندسي للنقطة (س ، ض) المتحركة في المستوى بحيث يكون **بعدها عن نقطة ثابتة** (البؤرة) **يساوي بعدها عن مستقيم** (الدليل)

للقطع المكافىء اربع حالات فقط (اتجاهات)

يحتوي القطع على اربع عناصر فقط

١- احداثيات الرأس ٢- احداثيات البؤرة

٣- معادلة المحور ٤- معادلة الدليل



الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

اتجاه القطع	لليمين	لليسار	للاعلى	للاسفل
	ص^{2}		س^{2}	
عناصر القطع المكافىء				
احداثيات الرأس	(د ، هـ)	(د ، هـ)	(د ، هـ)	(د ، هـ)
معادلة المحور	ص = هـ	ص = هـ	س = د	س = د
احداثيات البؤرة	(د + جـ ، هـ)	(د − جـ ، هـ)	(د ، هـ + جـ)	(د ، هـ - جـ)
معادلة الدليل	س = د - جـ	س = د + جـ	ص = هـ - جـ	ص = هـ + جـ
معادلة القطع	(ص − هـ)^{2} = ٤جـ (س − د) موجب	(ص − هـ)^{2} = −٤جـ (س − د) سالب	(س − د)^{2} = ٤جـ (ص − هـ) موجب	(س − د)^{2} = −٤جـ (ص − هـ) سالب

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

لاحظ أن :

١- المحور هو المستقيم الذي يقسم القطع الى نصفين ويتقاطع مع المنحنى في نقطة الرأس ويمر بالبؤرة

٢- الدليل هو المستقيم الذي يقابل المنحنى

٣- البؤرة هي نقطة تقع داخل المنحنى دائما وتقع على المحور

٤- المحور والدليل متعامدان

٥- المحور يتبع التربيع دائما

Scanned by CamScanner

معادلة القطع المكافىء على الصورة القياسية تحتوي مجرد النظر اليها على : ١- اتجاه القطع (من يحمل التربيع واشارته) ٢- احداثيات الرأس (د ، هـ) ٣- قيمة الثابت جـ

لإيجاد عناصر القطع المكافىء اذا علمت المعادلة

اولا : نعمل على ترتيب المعادلة على إحدى الصور القياسية السابقة (احيانا نحتاج عملية اكمال مربع للمتغير الذي يحمل التربيع)

ثانيا : احداثيات الرأس (د، هـ) معلومة من المعادلة وكذلك معادلة المحور التي تلازم المتغير التربيعي (إما ص = هـ أو س = د)

ثالثا : نحسب قيمة الثابت جـ ... ومن باب الاطمئنان وعدم الخطأ نرسم شكل تقريبي فقط لاتجاه المنحنى (حتى لا نخطأ بموقع البؤرة والدليل)

رابعا : نجد احداثيات البؤرة ومعادلة الدليل بعملية الانسحاب من موقع الرأس

لإيجاد معادلة القطع المكافئ يجب معرفة ١- اتجاه القطع ٢- احداثيات الرأس ٣- قيمة الثابت جـ

١- اذا علمت الرأس والبؤرة .... نرسم الشكل .. ونحسب البعد بين الرأس والبؤرة = جـ

٢- اذا علمت الرأس والدليل ... نرسم الشكل ... ونحسب البعد بين الرأس والدليل = جـ

٣- اذا علمت البؤرة والدليل ... نرسم الشكل ... ونحسب البعد بين البؤرة والدليل = ٢ جـ

ونحسب نقطة المنتصف بينهما (الرأس)

٤- اذا كان المنحنى يمر بنقطة ... نستخدمها للتعويض

٥- معادلة المحور تساعدنا في معرفة (من يحمل التربيع) وقيمة إما (د) أو (هـ)

٦- اذا علمت معادلة الدليل (نستطيع معرفة اتجاه المحور) وحساب (جـ)

٧- اذا كان القطع يمر بنقطتين وعلمت معادلة المحور فاتجاه القطع يمكن معرفته من موقع النقطتين وبعدهما عن المحور

٨- اذا علمت اتجاه المحور وكان القطع يمر بثلاث نقاط نستخدم الصورة العامة لمعادلة القطع

فاذا كان المحور يوازي محور الصادات .... الصورة العامة هي ص = أ $س^2$ + ب س + جـ

فاذا كان المحور يوازي محور السينات .... الصورة العامة هي س = أ $ص^2$ + ب ص + جـ

٩- اذا علمت نقطة على المنحنى واحداثيات البؤرة وطلب السؤال بعد النقطة عن الدليل

نحسب بعد النقطة عن البؤرة (لأنه من التعريف متساويان في المسافة)

١٠- اذا كان الرأس أو البؤرة يقع على مستقيم فإن احداثيات النقطة تحقق معادلة المستقيم

١١- اذا كان مستقيم يقطع المنحنى فإنه عند نقطة التقاطع يتساوى المستقيم بالمنحنى

تذكر

١- الانسحاب يكون دائما باتجاه واحد وكالآتي :

اليمين .... الإحداثي السيني + الطول اليسار .... الاحداثي السيني – الطول	الاحداثي الصادي يبقى ثابت
الاعلى .... الاحداثي الصادي + الطول الاسفل .... الاحداثي الصادي – الطول	الاحداثي السيني يبقى ثابت

ودائما وابدا (الاحداثي ± الطول)

٢- حساب المسافة الافقية (اليمين – اليسار)

حساب المسافة العمودية (الاعلى – الاسفل)

أو دائما وابدا (الاكبر – الاصغر)

٣- لإكمال المربع نعمل على جعل متغير التربيع (١) ثم نضيف لطرفي المعادلة $\left(\frac{\text{معامل س (أو ص)}}{2}\right)^2$

اعداد الاستاذ : أحمد موسى مقدادي

٠٧٨٥٥٣٦٢٢٦٦

القطع المكافئ

اولا	**في كل من المسائل الآتية جد ما يلي :** ١- احداثيات الرأس ٢ - احداثيات البؤرة ٣- معادلة المحور ٤- معادلة الدليل
١	(ص – ٤)^{٢} = ٢س - ١٠
٢	٢(٢س – ٤)^{٢} = ٢ – ص
٣	٣ س^{٢} – ٩س – ٥ ص – ٢ = ٠
٤	٢ ص^{٢} – ١٦ ص +١٦س +٦٤ = ٠
٥	ص^{٢} – ٢ص + ٣س + ٧ = ٠
٦	س^{٢} = ٨ص – ٤س – ٢٨
٧	٣س^{٢} – ٨ص + ٦س -٢١ = ٤ص
٨	$\frac{٣}{س} = \frac{س+٢}{ص+٥}$
ثانيا	**جد معادلة القطع المكافىء في كل الحالات الاتية :**
١	رأسه (-١ ، ٢) وبؤرته (٣، ٢)
٢	رأسه (٣ ، ١) ودليله ص = -١
٣	بؤرته (٤ ، ١) ودليله س = ٢
٤	بؤرته (-٢ ، ٣) ودليله محور الصادات
٥	بؤرته (٣ ، -٢) ودليله ص = ٤

Scanned by CamScanner

٦	بؤرته نقطة الاصل ورأسه مركز الدائرة $س^٢ + ص^٢ - ٦س + ٥ = ٠$
٧	محوره يوازي محور الصادات ورأسه (-٢ ، ٣) ويمر بالنقطة (٢ ، ١)
٨	محوره يوازي محور السينات وبؤرته (-٣ ، ٣) ويمر بالنقطة (٠ ، -١) ويقع رأسه على يمين بؤرته
٩	محوره يوازي محور الصادات وبؤرته (٣ ، ١) ويمر بالنقطة (٥ ، ١) ويقع رأسه اسفل بؤرته
١٠	محوره س = ٣ ، ودليله ص = -٤ وتقع بؤرته على المستقيم ص = ٢س
١١	تقع بؤرته على المستقيم ص = ١ ودليله س = ٥ ويمر بالنقطة (٣ ، -١)
١٢	محوره يوازي محور الصادات ويقع رأسه على المستقيم ص = س ويمر بالنقطتين (٤ ، ٣) ، (٠ ، ٣)
١٣	محوره يوازي محور السينات ويقع رأسه على المستقيم ص = - س ويمر بالنقطتين (-٣ ، ٠) ، (-٣ ، ٤)
١٤	رأسه على المستقيم ص = س + ٦ ويمر بالنقطتين (-١ ، ٤) ، (٣ ، ٤)
١٥	محوره يوزاي محور السينات ورأسه (-٢ ، ٣) ويمر بالنقطة (-٣ ، ٥)
١٦	محوره محور الصادات ويمر بالنقطتين (٣ ، ٢) ، (٢ ، -٣)
١٧	محوره المستقيم س = ٢ ، ويمر بالنقطتين (٨ ، ٦) ، (٤ ، -٢)
١٨	محوره يوازي محور السينات ويمر بالنقاط (-١ ، ٢)،(١ ،-١)،(٢ ، ١)
١٩	دليله يوازي محور السينات ويمر بالنقاط (٠ ، ٠) ،(٣ ، ٠) ، (١ ، -٢)
٢٠	محوره س = ٢ ، ودليله ص =١ ، ويمر بالنقطة (٦ ، ٥)
٢١	محوره ص = ٢ ، ودليله س = ٢ ، ويمر بالنقطة (٤،٤)
٢٢	محوره ص = -٣ ، ويتقاطع مع المستقيم ص = ٣س - ٤ في نقطتين عندما س = ٠ و س = ٤

Scanned by CamScanner

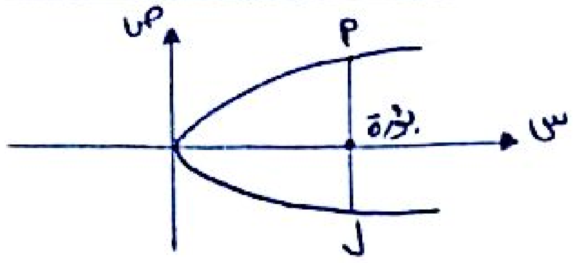
٢٣	رأسه هو مركز الدائرة (٢س − ٤)^{٢} + (٢ص + ٨)^{٢} = ٦٤ ومعادلة دليله هو ص = ر ، حيث ر : نصف قطر الدائرة
٢٤	رأسه (د ، هـ) وبؤرته (د + جـ ، هـ) حيث جـ > ٠
٢٥	دليله يعامد محور الصادات ومركزه يقع في مركز الدائرة التي معادلتها س^{٢} + ٦س + ٢ص = - ص^{٢} − ٦ ويمر بالنقطة (٩ ، ١١)
٢٦	بؤرته تقع على الدائرة س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ ومحور تماثله هو محور الصادات ورأسه اسفل بؤرته
ثالثا	جد معادلة الدائرة في كل مما يلي :
١	مركزها رأس القطع المكافئ ص^{٢} − ٤ص +٢س +٨ = ٠ وتمس المستقيم ٢ص + س − ٤ = ٠
٢	تمس المستقيم ص = ١٢ ، وتمس كل من المحور والدليل للقطع المكافئ الذي معادلته (ص − ٤)^{٢} = ٨س − ٢٤
٣	مركزها في بؤرة القطع المكافىء ص = $\frac{١}{٤}$ س^{٢} + س + ٣ وتمس دليله
رابعا	مجموعة اسئلة عامة على القطع المكافىء
١	اذا كان المستقيم ٣س − ص + جـ = ٠ يمس القطع المكافئ الذي معادلته س^{٢}- ٤س + ٤ص = -١٢ ، جد قيمة الثابت جـ
٢	اذا كان المستقيم ص = س +P مماسا للقطع المكافئ ص^{٢} = ٨س جد P
٣	اذا كان المستقيم ص = س مماسا لمنحنى القطع المكافئ س^{٢} + ٨ص = -٢س +P ، جد قيمة الثابتP
٤	في معادلة القطع المكافئ س^{٢} -٤س +٦ص − ل = ٠ ، اذا كان رأسه (٢ ، ٤) جد قيمة الثابت ل
٥	يتحرك مذنب في مسار على شكل قطع مكافئ بؤرته الشمس ، عندما يكون المذنب على بعد (م) تكون الزاوية بين محوره والخط الواصل بينه وبين الشمس (٦٠°) أثبت أن اقرب بعد للمذنب عن الشمس هو ($\frac{١}{٤}$ م)

Scanned by CamScanner

٦ من خلال الشكل المجاور :

اثبت أن $\overline{\text{أ ل}}$ = ٤ جـ

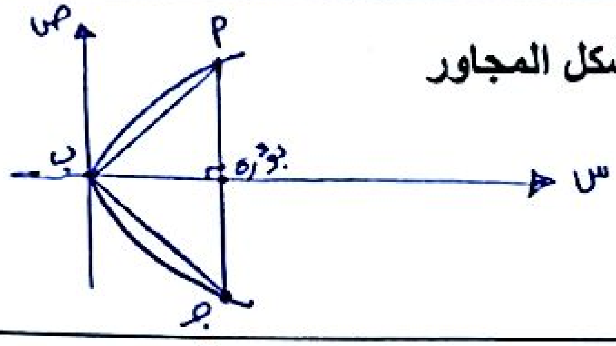
حيث جـ هو البعد البؤري



٧ جد معادلة القطع المكافئ المرسوم في الشكل المجاور

علما بأن مساحة المثلث أ ب جـ

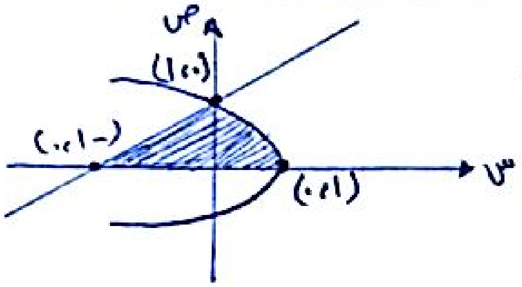
تساوي ١٨ وحدة مربعة



٨ جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور

علما بأنها محصورة بين مستقيم ومعادلة قطع

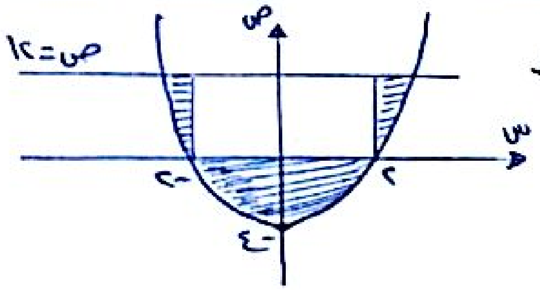
مكافئ محوره محور السينات



٩ جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور

علما بأنها تقع بين مستقيمات وقطع مكافىء

محوره محور الصادات



مع امنياتي لكم بالتوفيق

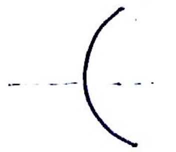
الاستاذ احمد موسى مقدادي

٠٧٨٥٥٣٦٢٢٦٦

Scanned by CamScanner

أولاً

[١] $(ص - ٤)^2 = ٢(س - ٥)$



لليمين

الرأس $(٥ ، ٤)$

المحور $ص = ٤$

$٤جـ = ٢ \qquad جـ = \frac{١}{٢}$

البؤرة $(٥ + \frac{١}{٢} ، ٤) \Leftarrow (\frac{١١}{٢} ، ٤)$

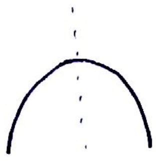
الدليل $س = ٥ - \frac{١}{٢} = \frac{٩}{٢}$

---

[٢] $٢ \times \left(٢(س - ٢)\right)^2 = ٢ - ص$

$٨(س - ٢)^2 = ٢ - ص$

$(س - ٢)^2 = \frac{-١}{٨}(ص - ٢)$



للأسفل

الرأس $(٢ ، ٢)$

المحور $س = ٢$

$-٤جـ = \frac{-١}{٨} \qquad جـ = \frac{١}{٣٢}$

البؤرة $(٢ ، ٢ - \frac{١}{٣٢}) \Leftarrow (٢ ، \frac{٦٣}{٣٢})$

الدليل $ص = ٢ + \frac{١}{٣٢} \Leftarrow ص = \frac{٦٥}{٣٢}$

---

[٣] $٣س^2 - ٩س - ٥ص - ٢ = ٠$

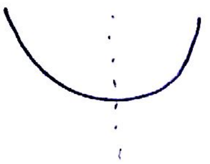
$٣س^2 - ٩س = ٥ص + ٢ \quad / \div ٣$

$س^2 - ٣س = \frac{٥}{٣}ص + \frac{٢}{٣}$

$س^2 - ٣س + \frac{٩}{٤} = \frac{٥}{٣}ص + \frac{٢}{٣} + \frac{٩}{٤}$

$(س - \frac{٣}{٢})^2 = \frac{٥}{٣}ص + \frac{٣٥}{١٢}$

$(س - \frac{٣}{٢})^2 = \frac{٥}{٣}(ص + \frac{٧}{٤})$



للأعلى

الرأس $(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٧}{٤})$

المحور $س = \frac{٣}{٢}$

$٤جـ = \frac{٥}{٣} \qquad جـ = \frac{٥}{١٢}$

البؤرة $(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٧}{٤} + \frac{٥}{١٢})$

$(\frac{٣}{٢} ، \frac{-١٦}{١٢})$

الدليل $ص = \frac{-٧}{٤} - \frac{٥}{١٢} \Leftarrow ص = \frac{-٢٦}{١٢}$

---

[٤] $٢ص^2 - ١٦ص + ١٦س + ٦٤ = ٠$

$ص^2 - ٨ص = -٨س - ٣٢$

$ص^2 - ٨ص + ١٦ = -٨س - ٣٢ + ١٦$

$(ص - ٤)^2 = -٨(س + ٢)$

لليسار

الرأس $(-٢ ، ٤)$

المحور $ص = ٤$

$٤جـ = ٨ \qquad \boxed{جـ = ٢}$

البؤرة $(-٢ - ٢ ، ٤) \Leftarrow (-٤ ، ٤)$

الدليل $س = -٢ + ٢ \Leftarrow س = ٠$

---

[٥] $ص^2 - ٢ص + ٣س + ٧ = ٠$

$ص^2 - ٢ص + ١ = -٣س - ٧ + ١$

$(ص - ١)^2 = -٣(س + ٢)$

لليسار

الرأس $(-٢ ، ١)$ المحور $ص = ١$

$٤جـ = ٣ \qquad \boxed{جـ = \frac{٣}{٤}}$

البؤرة $(\frac{-١١}{٤} ، ١)$ الدليل $س = \frac{-٥}{٤}$

Scanned by CamScanner

٦) $س^{٢} + ٤س = ٨ص - ٢٨$

$س^{٢} + ٤س + ٤ = ٨ص - ٢٨ + ٤$

$(س + ٢)^{٢} = ٨(ص - ٣)$

للأعلى

الرأس (−٢، ٣)   المحور س = −٢

$٤جـ = ٨$ $\boxed{جـ = ٢}$

البؤرة $(-٢، ٣ + ٢) \Leftarrow (-٢، ٥)$

الدليل $ص = ٣ - ٢ \Leftarrow ص = ١$

٧) $٣س^{٢} + ٦س = ٤ص + ٨ص + ٢١$

$س^{٢} + ٢س = ٤ص + ٧$

$س^{٢} + ٢س + ١ = ٤ص + ٧ + ١$

$(س + ١)^{٢} = ٤(ص + ٢)$

للأعلى

الرأس (−١، −٢)   المحور س = −١

$٤جـ = ٤$ $\boxed{جـ = ١}$

البؤرة (−١، −١)   الدليل ص = −٣

٨) $\frac{٣}{س} = \frac{س + ٢}{ص + ٥}$

$٣ص + ١٥ = س^{٢} + ٢س$

$٣ص + ١٦ = (س + ١)^{٢}$

$\Leftarrow (س + ١)^{٢} = ٣\left(ص + \frac{١٦}{٣}\right)$

للأعلى

الرأس $\left(-١، -\frac{١٦}{٣}\right)$

المحور س = −١

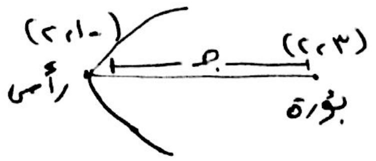
$٤جـ = ٣$ $\boxed{جـ = \frac{٣}{٤}}$

البؤرة $\left(-١، -\frac{١٦}{٣} + \frac{٣}{٤}\right) \Leftarrow \left(-١، -\frac{٥٥}{١٢}\right)$

الدليل $ص = -\frac{١٦}{٣} - \frac{٣}{٤} \Leftarrow ص = -\frac{٧٣}{١٢}$

ثانياً

١) رأسه (−١، ٢)   بؤرته (٣، ٢)



لليمين

$جـ = ٣ - -١ = ٤$

$(ص - ٢)^{٢} = ١٦(س + ١)$

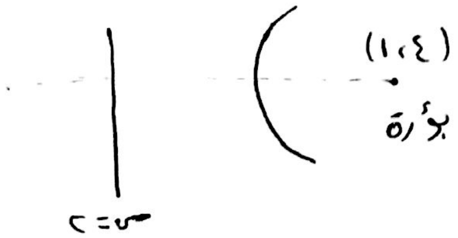
٢) رأسه (٣، ١)   دليله ص = −١

للأعلى

$جـ = ١ - -١ = ٢$

$(س - ٣)^{٢} = ٨(ص - ١)$

٣) بؤرته (٤، ١)   دليله س = ٢



لليمين

البؤرة (د + جـ، هـ) $\Leftarrow$ هـ = ١

د + جـ = ٤ —— (١)

الدليل د − جـ = ٢ —— (٢)

المعادلة (١) + المعادلة (٢) $\Leftarrow$ $\boxed{د = ٣}$ $\boxed{جـ = ١}$

أو حل آخر   البعد بين البؤرة والدليل = ٢جـ

$٢جـ = ٤ - ٢ = ٢$ $\boxed{جـ = ١}$

$\Leftarrow$ الرأس (٣، ١)

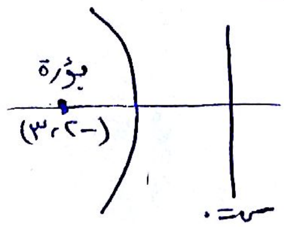
$(ص - ١)^{٢} = ٤(س - ٣)$

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

الأستاذ: أحمد موسى مقدادي
هاتف ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

Scanned by CamScanner

٤ البؤرة (−٢، ٣) الدليل س = ٠



لليسار

البؤرة (د − جـ، هـ) $\boxed{\text{هـ} = ٣}$

٢جـ = ٠ − −٢ = ٢

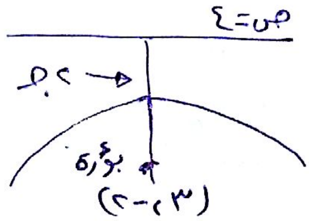
$\boxed{\text{جـ} = ١}$

د − جـ = −٢ $\boxed{\text{د} = −١}$

(ص − ٣)^{٢} = −٤ (س + ١)

---

٥ البؤرة (٣، −٢) الدليل ص = ٤



للأسفل

البؤرة (د، هـ − جـ)

$\boxed{\text{د} = ٣}$

هـ − جـ = −٢

٢جـ = ٤ − −٢ = ٦ $\boxed{\text{جـ} = ٣}$

$\boxed{\text{هـ} = +١}$

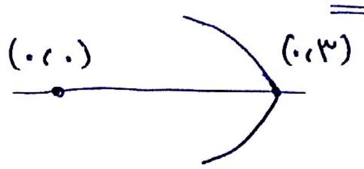
(س − ٣)^{٢} = −١٢ (ص − ١)

---

٦ البؤرة (٠، ٠)

الرأس مركز الدائرة س^{٢} + ص^{٢} − ٦س + ٥ = ٠

المركز (٣، ٠)



لليسار

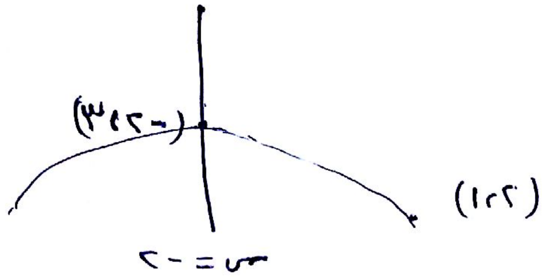
جـ = ٣ − ٠ = ٣

(ص − هـ)^{٢} = −٤جـ (س − د)

ص^{٢} = −١٢ (س − ٣)

---

٧ رأسه (−٢، ٣) المحور // الصادات
(س^{٢})



للأسفل

(س + ٢)^{٢} = −٤جـ (ص − ٣)

النقطة (٢، ١) تحقق المعادلة

(٢ + ٢)^{٢} = −٤جـ (١ − ٣)

١٦ = ٨جـ $\boxed{\text{جـ} = ٢}$

(س + ٢)^{٢} = −٨ (ص − ٣)

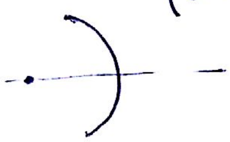
---

٨ محوره // السينات ⇐ ص^{٢}

البؤرة (−٣، ٣) ⇐ هـ = ٣

الرأس على يمين البؤرة ⇐ $\boxed{\text{اليسار}}$

(ص − هـ)^{٢} = −٤جـ (س − د)



البؤرة (د − جـ، هـ)

د − جـ = −٣

$\boxed{\text{د} = \text{جـ} − ٣}$

(ص − ٣)^{٢} = −٤جـ (س − جـ + ٣)

النقطة (٠، −١) تحقق المعادلة

(−١ − ٣)^{٢} = −٤جـ (٠ − جـ + ٣)

١٦ = ٤جـ^{٢} − ١٢جـ

جـ^{٢} − ٣جـ − ٤ = ٠

(جـ − ٤)(جـ + ١) = ٠   جـ = ٤   ~~جـ = −١~~ تهمل

جـ = ٤ ⇐ $\boxed{\text{د} = ١}$

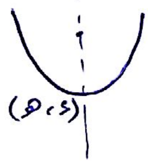
(ص − ٣)^{٢} = −١٦ (س − ١)

Scanned by CamScanner

٩ محوره // الصادات ← $\text{س}^{٢}$

الرأس أسفل البؤرة ← $\boxed{\text{للأعلى}}$

$(\text{س} - \text{د})^{٢} = ٤\text{ج}(\text{ص} - \text{هـ})$



البؤرة (د، هـ + ج) ← (٣، ١)

د = ٣

هـ + ج = ١

$\boxed{\text{هـ} = ١ - \text{ج}}$

$(\text{س} - ٣)^{٢} = ٤\text{ج}(\text{ص} - ١ + \text{ج})$

النقطة (٥، ١) تحقق المعادلة

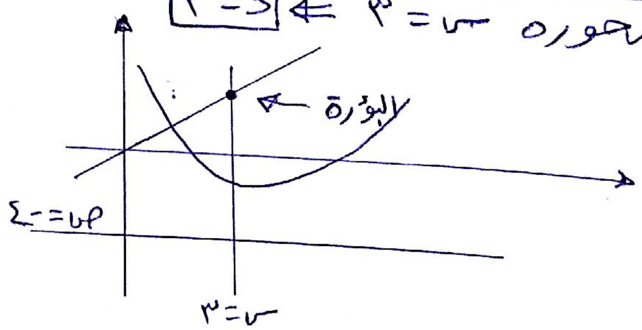
$٤ = ٤\text{ج}(\text{ج})$

$\text{ج}^{٢} = ١$ $\boxed{\text{ج} = ١}$ ← هـ = ٠

$(\text{س} - ٣)^{٢} = ٤\text{ص}$

---

١٠ محوره س = ٣ ← $\boxed{\text{د} = ٣}$



للأعلى

$(\text{س} - \text{د})^{٢} = ٤\text{ج}(\text{ص} - \text{هـ})$

د = ٣ البؤرة (د، هـ + ج) تقع على المستقيم

هـ + ج = ٢د

هـ + ج = ٦ —— (١)

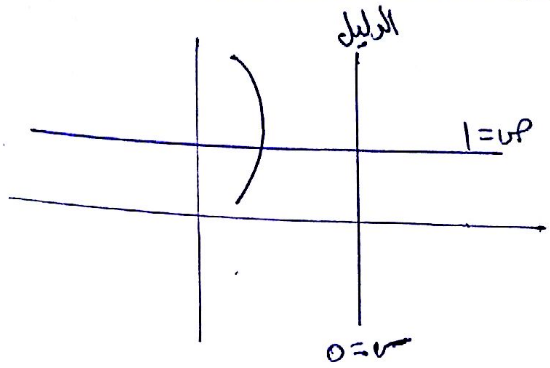
معادلة الدليل ص = هـ − ج = −٤

هـ − ج = −٤ —— (٢)

المعادلة (١) + المعادلة (٢) $\boxed{\text{هـ} = ١}$ $\boxed{\text{ج} = ٥}$

$(\text{س} - ٣)^{٢} = ٢٠(\text{ص} - ١)$

١١



$\boxed{\text{لليسار}}$

$(\text{ص} - \text{هـ})^{٢} = -٤\text{ج}(\text{س} - \text{د})$

البؤرة تقع على ص = ١ ← $\boxed{\text{هـ} = ١}$

معادلة الدليل س = د + ج

د + ج = ٥

$\boxed{\text{د} = ٥ - \text{ج}}$ ——

$(\text{ص} - ١)^{٢} = -٤\text{ج}(\text{س} - ٥ + \text{ج})$

النقطة (٣، −١) تحقق المعادلة

$(-١ - ١)^{٢} = -٤\text{ج}(٣ - ٥ + \text{ج})$

$٤ = -٤\text{ج}(-٢ + \text{ج})$

$-١ = -٢\text{ج} + \text{ج}^{٢}$

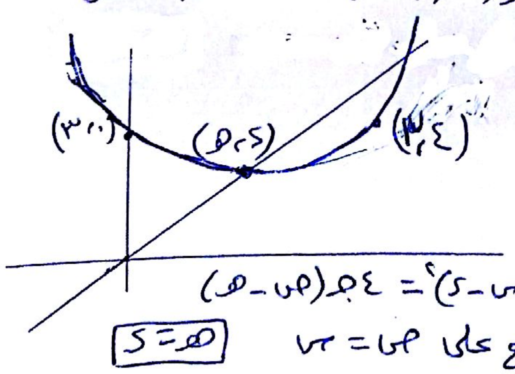
$\text{ج}^{٢} - ٢\text{ج} + ١ = ٠$

$(\text{ج} - ١)^{٢} = ٠$ $\boxed{\text{ج} = ١}$ $\boxed{\text{د} = ٤}$

$(\text{ص} - ١)^{٢} = -٤(\text{س} - ٤)$

---

١٢ محوره // الصادات ← $\text{س}^{٢}$



للأعلى $(\text{س} - \text{د})^{٢} = ٤\text{ج}(\text{ص} - \text{هـ})$

الرأس يقع على ص = س $\boxed{\text{هـ} = \text{د}}$

$(\text{س} - \text{د})^{٢} = ٤\text{ج}(\text{ص} - \text{د})$

النقطتان (٠، ٣) ، (٤، ٣) تحققان المعادلة

(٠، ٣) $\text{د}^{٢} = ٤\text{ج}(٣ - \text{د})$ —— (١)

(٤، ٣) $(٤ - \text{د})^{٢} = ٤\text{ج}(٣ - \text{د})$ —— (٢)

Scanned by CamScanner

١٣ ← بقسمة المعادلتين

$$\frac{د^2}{(٤-د)^2} = ١$$

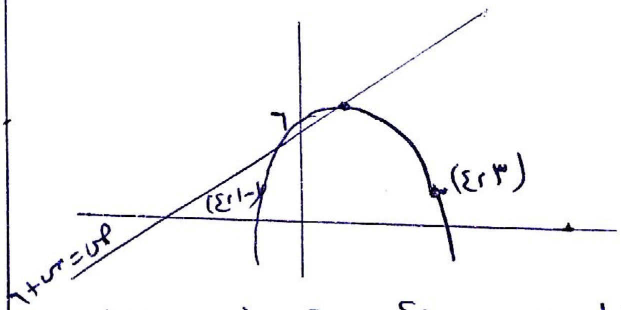
$$د^2 = (٤-د)^2$$

$$\cancel{د^2} = ١٦ - ٨د + \cancel{د^2} \quad \boxed{د = ٢} \quad \boxed{هـ = ٢}$$

← بالتعويض $\boxed{جـ = ١}$

المعادلة $(س-٢)^2 = ٤(ص-٢)$

١٤



للأسفل $(س-د)^2 = -٤جـ(ص-هـ)$

الرأس (د،هـ) يقع على ص = س + ٦

$$هـ = د + ٦$$

$$(س-د)^2 = -٤جـ(ص-د-٦)$$

(-١،٤) ← $(-١-د)^2 = -٤جـ(٤-د-٦)$

$(-١-د)^2 = -٤جـ(-د-٢)$ — (١)

(٣،٤) ← $(٣-د)^2 = -٤جـ(٤-د-٦)$

$(٣-د)^2 = -٤جـ(-د-٢)$ — (٢)

$\frac{\text{المعادلة (١)}}{\text{المعادلة (٢)}}$ ← $\frac{(-١-د)^2}{(٣-د)^2} = ١$

$$١ + ٢د + \cancel{د^2} = ٩ - ٦د + \cancel{د^2}$$

$٨د = ٨$ $\boxed{د = ١}$ $\boxed{هـ = ٧}$

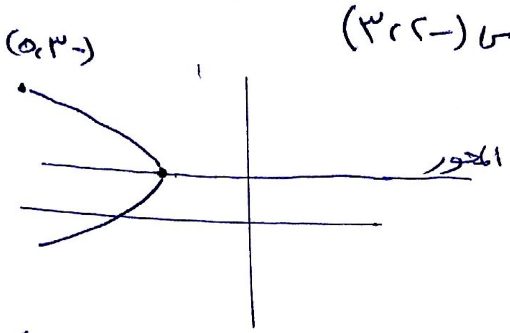
$$جـ = \frac{٤}{٣}$$

$$(س-١)^2 = -\frac{١٦}{٣}(ص-٧)$$

ص٤٢

١٥ المحور // السينات

الرأس (-٢،٣)



لليسار $(ص-هـ)^2 = -٤جـ(س-د)$

$$(ص-٣)^2 = -٤جـ(س+٢)$$

النقطة (-٣،٥) تحقق المعادلة

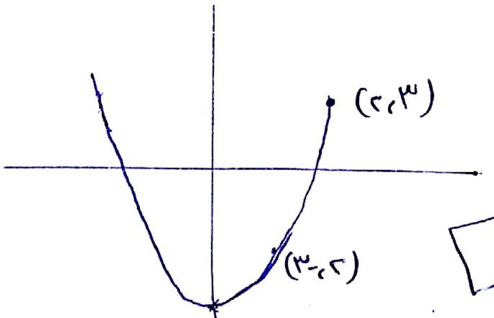
$(٥-٣)^2 = -٤جـ(-٣+٢)$ $\boxed{جـ = ١}$

$$(ص-٣)^2 = -٤(س+٢)$$

---

١٦ المحور هو محور الصادات س = ٠ ∴

← س٢ ، $\boxed{د = ٠}$



للأعلى

تذكر

* موقع النقطة الاقرب للمحور هي التي تساعدك في معرفة الاتجاه الصحيح

$$(س-د)^2 = ٤جـ(ص-هـ)$$

$$س^2 = ٤جـ(ص-هـ)$$

(٢،-٣) $٤ = ٤جـ(-٣-هـ)$ — (١)

(٣،٢) $٩ = ٤جـ(٢-هـ)$ — (٢)

بقسمة المعادلتين

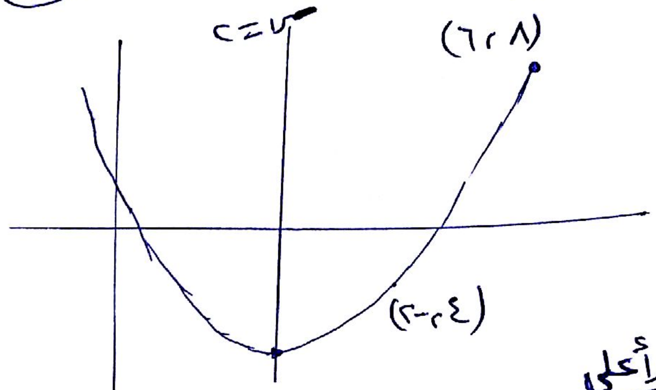
$$\frac{٤}{٩} = \frac{-٣-هـ}{٢-هـ}$$

$٨ - ٤هـ = -٢٧ - ٩هـ$ $\boxed{هـ = -٧}$

← $\boxed{جـ = \frac{١}{٤}}$ $\boxed{س^2 = ص + ٧}$

Scanned by CamScanner

١٧ المحور س = ٢ (س٣) ⇐ د = ٢



للأعلى

(س - ٢)^{2} = ٤ج (ص - هـ)

(٤، -٢) ← ٤ = ٤ج (-٢ - هـ) — (١)

(٨، ٦) ← ٦^{2} = ٤ج (٦ - هـ) — (٢)

المعادلة (١) / المعادلة (٢)

$\frac{١}{٩}$ = $\frac{-٢ - هـ}{٦ - هـ}$

٦ - هـ = -١٨ - ٩هـ $\boxed{هـ = -٣}$

⇐ $\boxed{ج = ١}$

(س - ٢)^{2} = ٤ (ص + ٣)

---

١٨ المحور // السينات (ص٥)

س = أ ص^{2} + ب ص + ج

(-١، ٢) ← -١ = ٤أ + ٢ب + ج — (١)

(١، -١) ← ١ = أ - ب + ج — (٢)

(٢، ١) ← ٢ = أ + ب + ج — (٣)

المعادلة (٢) - المعادلة (٣)

-١ = -٢ب $\boxed{ب = \frac{١}{٢}}$

المعادلة (١) - المعادلة (٢)

-٢ = ٣أ + ٣ب

-٢ = ٣أ + $\frac{٣}{٢}$ ⇐ $\boxed{أ = \frac{-٧}{٦}}$

وبالتعويض $\boxed{ج = \frac{٨}{٣}}$

س = $\frac{-٧}{٦}$ ص^{2} + $\frac{١}{٢}$ ص + $\frac{٨}{٣}$

---

١٩ الدليل // السينات (س٤)

⇐ المحور // الصادات ⇐

ص = أ س^{2} + ب س + ج

(٠، ٠) ٠ = ٠ + ٠ + ج $\boxed{ج = ٠}$

(٣، ٠) ٠ = ٩أ + ٣ب — (١)

(١، -٢) -٢ = أ + ب — (٢)

× ٣ ← -٦ = ٣أ + ٣ب

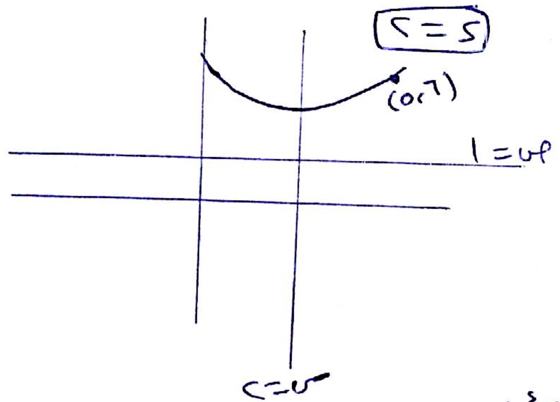
المعادلة (١) - المعادلة (٢)

٦ = ٦أ $\boxed{أ = ١}$ $\boxed{ب = -٣}$

ص = س^{2} - ٣س

---

٢٠ محوره س = ٢ (س٤)



للأعلى

(س - د)^{2} = ٤ج (ص - هـ)

(س - ٢)^{2} = ٤ج (ص - هـ)

معادلة الدليل ص = هـ - ج

هـ - ج = ١

هـ = ١ + ج

(س - ٢)^{2} = ٤ج (ص - ١ - ج)

يمر (٦، ٥)

١٦ = ٤ج (٤ - ج)

٤ = ٤ج - ج^{2}

ج^{2} - ٤ج + ٤ = ٠

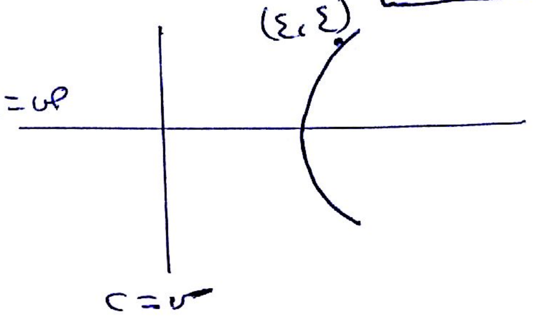
(ج - ٢)^{2} = ٠ $\boxed{ج = ٢}$ $\boxed{هـ = ٣}$

(س - ٢)^{2} = ٨ (ص - ٣)

Scanned by CamScanner

[٢١] المحور ص = ٢ (ص٤)

$\boxed{هـ = ٢}$



$\boxed{لليمين}$

(ص − هـ)^٢ = ٤ جـ (س − د)

معادلة الدليل س = د − جـ

د − جـ = ٢

د = ٢ + جـ

(ص − ٢)^٢ = ٤ جـ (س − ٢ − جـ)

النقطة (٤،٤)

٤ = ٤ جـ (٢ − جـ)

١ = ٢ جـ − جـ^٢

جـ^٢ − ٢ جـ + ١ = ٠

(جـ − ١)^٢ = ٠

$\boxed{جـ = ١}$ $\boxed{د = ٣}$

(ص − ٢)^٢ = ٤ (س − ٣)

---

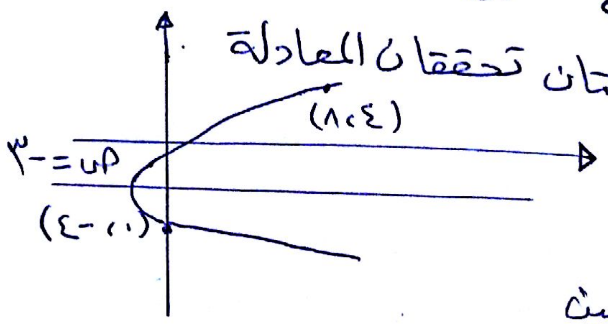
[٢٢] المحور ص = −٣ $\boxed{هـ = −٣}$ (ص٤)

نجد نقطتي التقاطع

س = ٠ ص = −٤ (٠، −٤)

س = ٤ ص = ٨ (٤، ٨)

النقطتان تحققان المعادلة



لليمين

تذكر: النقطة الأقرب هي التي تحدد الاتجاه

(ص + ٣)^٢ = ٤ جـ (س − د)

(٠، −٤) ١ = ٤ جـ (٠ − د) ← (١)

(٤، ٨) ١٢١ = ٤ جـ (٤ − د) ← (٢)

المعادلة (١) / المعادلة (٢)

١ / ١٢١ = −د / (٤ − د)

٤ − د = −١٢١ د

$\boxed{د = −١/٣٠}$ ⇐ $\boxed{جـ = ٣٠/٤}$

(ص + ٣)^٢ = ٣٠ (س + ١/٣٠)

---

[٢٣] الرأس مركز الدائرة

٤ (س − ٢)^٢ + ٤ (ص + ٤)^٢ = ٦٤

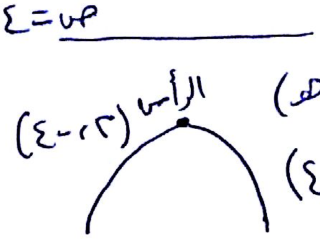
(س − ٢)^٢ + (ص + ٤)^٢ = ١٦

المركز (٢، −٤) ← رأس القطع

معادلة الدليل ص = ١

ص = ٤

للأسفل



(س − د)^٢ = −٤ جـ (ص − هـ)

(س − ٢)^٢ = −٤ جـ (ص + ٤)

جـ = ٤ − −٤ = ٨

أو معادلة الدليل ص = هـ + جـ = ٤

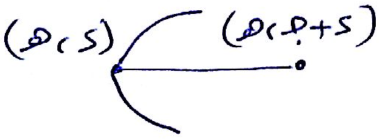
$\boxed{جـ = ٨}$

(س − ٢)^٢ = −٣٢ (ص + ٤)

Scanned by CamScanner

٢٤ الرأس (د، هـ)

البؤرة (د+جـ، هـ)



لليمين

(ص − هـ)^2 = ٤ جـ (س − د)

---

٢٥ الدليل ⊥ محور الصادات

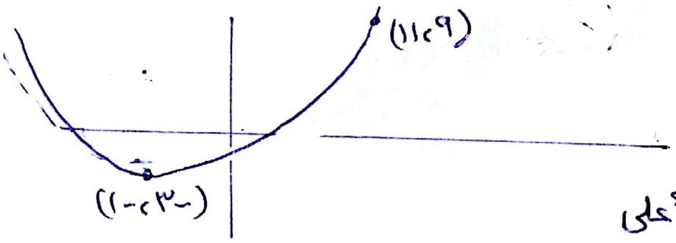
⇐ المحور ⊥ محور السينات (س)

المركز هو رأس القطع

س^2 + ٦س + ٢ص = − ص^2 − ٦

∴ س^2 + ص^2 + ٦س + ٢ص + ٦ = ٠

المركز ($-\frac{٦}{٢}$ ، $-\frac{٢}{٢}$) ⇐ (−٣، −١)



للأعلى

(س − د)^2 = ٤ جـ (ص − هـ)

(س + ٣)^2 = ٤ جـ (ص + ١)

النقطة (٩، ١١)

١٤٤ = ٤ جـ (١٢) $\boxed{\text{جـ} = ٣}$

(س + ٣)^2 = ١٢ (ص + ١)

---

٢٦ المحور هو محور الصادات س = ٠

$\boxed{∴ \text{د} = ٠}$

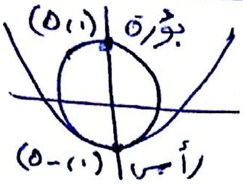
الرأس أسفل البؤرة ⇐ للأعلى

س^2 = ٤ جـ (ص − هـ)   الرأس (٠، −٥)

إحداثيات البؤرة

(د، هـ + جـ) ⇐ (٠، هـ + جـ)

(٠، ٥)



جـ = ٢ر = ١٠

المعادلة

س^2 = ٤٠ (ص + ٥)

ثالثاً

١ نجد رأس القطع المكافئ

ص^2 − ٤ص + ٢س + ٨ = ٠

ص^2 − ٤ص + ٤ = −٢س − ٨ + ٤

(ص − ٢)^2 = −٢ (س + ٢)

الرأس (−٢، ٢) ⟵ مركز الدائرة

(س + ٢)^2 + (ص − ٢)^2 = ر^2

تمس المستقيم ٢ص + س − ٤ = ٠

ر = $\frac{|٢ \times ٢ + −٢ − ٤|}{\sqrt{٤ + ١}}$

ر = $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

(س + ٢)^2 + (ص − ٢)^2 = $\frac{٤}{٥}$

---

٢ (ص − ٤)^2 = ٨ (س − ٣)

لليمين   المحور ص = ٤

$\boxed{\text{جـ} = ٢}$

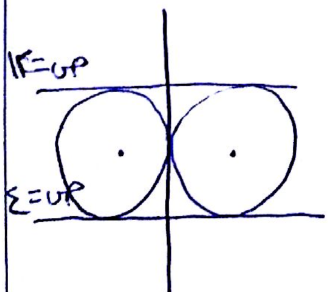
الدليل س = د − جـ

س = ٣ − ٢ ⇐ س = ١

الدائرة تمس ص = ١٢

ص = ٤

س = ١



٢ر = ١٢ − ٤ = ٨

$\boxed{\text{ر} = ٤}$

حالتان للمركز (١+ر، ٤+ر)

(١−ر، ٤+ر)   س = ١

حالة (١) ← المركز (٥، ٨) ⟵ (س − ٥)^2 + (ص − ٨)^2 = ١٦

حالة (٢) ← المركز (−٣، ٨) ⟵ (س + ٣)^2 + (ص − ٨)^2 = ١٦

Scanned by CamScanner

[٣] ص = ¼ س² + س + ٣

٤ص − ١٢ = س² + ٤س

٤ص − ١٢ + ٤ = س² + ٤س + ٤

(س + ٢)² = ٤(ص − ٢) للأعلى

الرأس (−٢، ٢) $\boxed{\text{أ = ١}}$

البؤرة (−٢، ٣) ⟵ مركز الدائرة

ص = هـ − أ ⟸ ص = ١ ⟸ ص − ١ = ٠

نق = |٣ − ١| / √١ $\boxed{\text{نق = ٢}}$

(س + ٢)² + (ص − ٣)² = ٤

رابعاً

[١] ٣س − ص + جـ = ٠ ∴ دص/دس = ٣

س² − ٤س + ٤ص = −١٢

دص/دس = (٤ − ٢س) / ٤

المستقيم يمس المنحنى

⟸ دص/دس | للمستقيم = دص/دس | منحنى

(٤ − ٢س) / ٤ = ٣ ⟸ $\boxed{\text{س = −٤}}$

نعوض في معادلة المنحنى

(−٤)² − ٤×−٤ + ٤ص = −١٢ ص = −١١

⟸ (−٤، −١١) هذه النقطة تقع على المستقيم

نقطة التماس

٣×−٤ − −١١ + جـ = ٠ ∴

$\boxed{\text{جـ = ١}}$

[٢] المستقيم ص = س + أ

دص/دس = ١

القطع المكافئ ص² = ٨س

٢ص دص/دس = ٨

دص/دس = ٤/ص

دص/دس | مستقيم = دص/دس | منحنى

٤/ص = ١ $\boxed{\text{ص = ٤}}$

بالتعويض في المنحنى ١٦ = ٨س

نقطة التماس $\boxed{\text{س = ٢}}$

∴ النقطة (٢، ٤) تقع على المستقيم

٤ = ٢ + أ $\boxed{\text{أ = ٢}}$

---

[٣] ص = س دص/دس = ١

القطع المكافئ س² + ٨ص = −٢س + أ

دص/دس = (−٢ − ٢س) / ٨

دص/دس | مستقيم = دص/دس | منحنى

(−٢ − ٢س) / ٨ = ١ $\boxed{\text{س = −٥}}$

بالتعويض في المستقيم ص = −٥

∴ نقطة التماس (−٥، −٥)

نعوض في معادلة المنحنى

٢٥ − ٤٠ = ١٠ + أ

$\boxed{\text{أ = −٢٥}}$

Scanned by CamScanner

٤

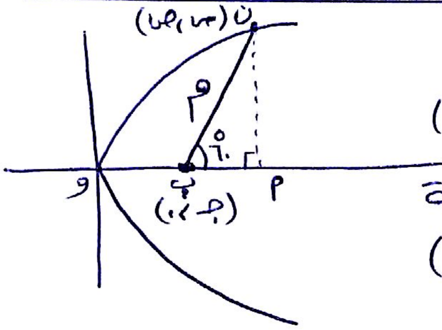
س² − ٤س + ٦ص − ل = ٠

الرأس (٢، ٤) ⟵ يحقق المعادلة

٤ − ٨ + ٢٤ − ل = ٠

$\boxed{ل = ٢٠}$

٥



رأس القطع (٠، ٠)

وهي أقرب نقطة للبؤرة (جـ ، ٠)

المعادلة ص² = ٤جـ س

لاحظ أن جتا٦٠ = أب / م = ١/٢

أب = م/٢

جا٦٠ = ن أ / م = √٣ / ٢

ن أ = √٣/٢ م

احداثيات النقطة (س، ص)

س = أو = أب + ب و = م/٢ + جـ

ص = ن أ = √٣/٢ م

∴ النقطة (م/٢ + جـ ، √٣/٢ م)

تحقق المعادلة

٣/٤ م² = ٤جـ (م/٢ + جـ)

٣م² = ١٦جـ² + ٨جـ م

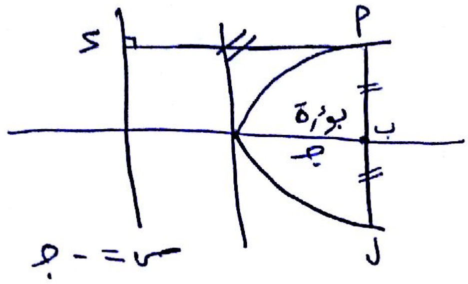
١٦جـ² + ٨جـ م − ٣م² = ٠

(٤جـ − م)(٤جـ + ٣م) = ٠

جـ = م/٤ ⟸ $\boxed{جـ = ١/٤ م}$

جـ = −٣/٤ م / تهمل لأن م، جـ > ٠

٦



لاحظ أن الدليل س = −جـ

أد = أب من تعريف القطع

أد = ٢جـ

أل = ٢ × أب = ٢ × ٢جـ = ٤جـ

٧

مساحة المثلث = ١/٢ (القاعدة) × الارتفاع

من خلال السؤال السابق

القاعدة = ٤جـ

المساحة = ١/٢ × ٤جـ × جـ

= ٢جـ²

١٨ = ٢جـ² $\boxed{جـ = ٣}$

الرأس (٠، ٠) لليمين

ص² = ٤جـ س

ص² = ١٢س

٨

نجد معادلة القطع المكافئ

الرأس (١، ٠) لليسار

(ص − ٠)² = −٤جـ (س − ١)

ص² = −٤جـ (س − ١)

النقطة (٠، ١) تحقق المعادلة

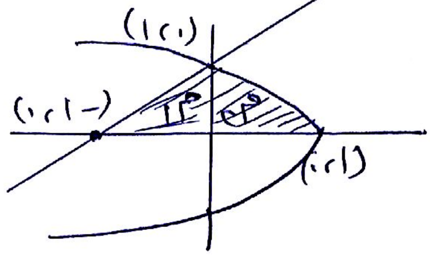
١ = −٤جـ (٠ − ١) $\boxed{جـ = ١/٤}$

ص² = ١ − س

ص = √(١ − س)

Scanned by CamScanner

٨ ←



نجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين

$\text{الميل} = \frac{١ - ٠}{٠ - -١} = ١$

$\text{ص} - ١ = ١ \times (\text{س} - ٠)$

$\boxed{\text{ص} = \text{س} + ١}$

$\text{م} = \text{م}_١ + \text{م}_٢$

$\text{م}_١ = \int_{-١}^{٠} (\text{س} + ١)\, \text{دس}$

$= \frac{\text{س}^٢}{٢} + \text{س} \Big|_{-١}^{٠}$

$= ٠ - \left(\frac{١}{٢} - ١\right) = \boxed{\frac{١}{٢}}$

$\text{م}_٢ = \int_{٠}^{١} \sqrt{١ - \text{س}}\, \text{دس}$

$= \frac{-٢}{٣} (١ - \text{س})^{٣/٢} \Big|_{٠}^{١}$

$= \frac{-٢}{٣} (٠ - ١) = \frac{٢}{٣}$

$\text{م} = \frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣} = \boxed{\frac{٧}{٦}}$

٩ معادلة القطع المكافئ للأعلى الرأس (٠، -٤)

$\text{س}^٢ = ٤\text{ج}(\text{ص} + ٤)$

النقطة (٢، ٠) تحقق المعادلة أو (-٢، ٠)

$٤ = ٤\text{ج}(٠ + ٤) \qquad \boxed{\text{ج} = \frac{١}{٤}}$

$\text{س}^٢ = \text{ص} + ٤$

$\boxed{\text{ص} = \text{س}^٢ - ٤}$

نجد نقاط التقاطع بين ص = س² - ٤ والمستقيم ص = ١٢

$\text{س}^٢ - ٤ = ١٢ \qquad \text{س}^٢ = ١٦$

$\text{س} = \pm ٤$

$\text{م} = \text{م}_١ + \text{م}_٢ + \text{م}_٣$

$\text{م}_١ = \int_{-٤}^{-٢} (١٢ - \text{س}^٢ + ٤)\, \text{دس}$

$= \frac{٤٠}{٣}$

$\text{م}_٢ = \int_{-٢}^{٢} (٠ - \text{س}^٢ + ٤)\, \text{دس}$

$= \frac{٣٢}{٣}$

$\text{م}_٣ = \int_{٢}^{٤} (١٢ - \text{س}^٢ + ٤)\, \text{دس}$

$= \frac{٤٠}{٣}$

$\boxed{\text{م} = \frac{١١٢}{٣}}$

إعداد
٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

Scanned by CamScanner