مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^{٢} + (\text{أ}+١٣)\text{س} + \text{أ}}{\text{س}-٢}$

فجد قيمة الثابت أ التي تجعل

$\lim\limits_{\text{س}\to ٢} \text{ق}(\text{س})$ موجودة.

الحل:

بما أن التعويض في المقام = صفر

يجب أن يكون التعويض في البسط

يساوي صفر لتكون النهاية موجودة

$\Leftarrow ٤ + (\text{أ}+١٣)(٢) + \text{أ} = \text{صفر}$

$٢\text{أ} + ٢٦ + \text{أ} = -٤$

$٣\text{أ} = -٣٠$

$\Leftarrow \text{أ} = -١٠$

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{|\text{س}^{٢}-٤\text{س}-٥|}{|\text{س}-٥|} & \text{س} > ٥ \\ \text{أ}\,\text{جتا}\dfrac{\pi}{٥}\text{س} + ٥ & \text{س} < ٥ \end{cases}$

وكانت $\lim\limits_{\text{س}\to ٥} \text{ق}(\text{س})$ موجودة جد قيمة أ.

الحل:

$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{\text{س}^{٢}-٤\text{س}-٥}{\text{س}-٥} & \text{س} > ٥ \\ \text{أ}\,\text{جتا}\dfrac{\pi}{٥}\text{س} + ٥ & \text{س} < ٥ \end{cases}$

بما أن $\lim\limits_{\text{س}\to ٥} \text{ق}(\text{س})$ موجودة $\Leftarrow$

$\lim\limits_{\text{س}\to ٥^{+}} \text{ق}(\text{س}) = \lim\limits_{\text{س}\to ٥^{-}} \text{ق}(\text{س})$

$\lim\limits_{\text{س}\to ٥^{+}} \dfrac{\cancel{(\text{س}-٥)}(\text{س}+١)}{\cancel{(\text{س}-٥)}} = \lim\limits_{\text{س}\to ٥^{-}} (\text{أ}\,\text{جتا}\dfrac{\pi}{٥}\text{س} + ٥)$

$٦ = \text{أ}\,\text{جتا}\,\pi + ٥$

$١ = \text{أ} \times (-١)$

$\Leftarrow \text{أ} = -١$

مثال

إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to ٠} \dfrac{٤\text{س}^{٢} - \text{جا}\,\text{ب}\text{س}}{\text{ب}\text{س} - \text{ظا}\,٤\text{س}} = \dfrac{١}{٤}$

فجد قيمة الثابت ب

الحل:

بالقسمة على س

$\dfrac{\lim\limits_{\text{س}\to ٠} \dfrac{٤\text{س}^{٢}}{\text{س}} - \lim\limits_{\text{س}\to ٠} \dfrac{\text{جا}\,\text{ب}\text{س}}{\text{س}}}{\lim\limits_{\text{س}\to ٠} \dfrac{\text{ب}\text{س}}{\text{س}} - \lim\limits_{\text{س}\to ٠} \dfrac{\text{ظا}\,٤\text{س}}{\text{س}}} = \dfrac{١}{٤}$

$\dfrac{\text{صفر} - \text{ب}}{\text{ب} - ٤} = \dfrac{١}{٤}$

$-\text{ب} = \dfrac{\text{ب}}{٤} - ١$

$\dfrac{-٤\text{ب}}{٤} - \dfrac{\text{ب}}{٤} = -١$

$\dfrac{-٥\text{ب}}{٤} = -١$

$-٥\text{ب} = -٤$

$\Leftarrow \text{ب} = \dfrac{٤}{٥}$

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{|\text{س}^2 - 4|}{\text{س} - 2} & \text{س} \neq 2 \\ 2 + \text{س} & \text{س} = 2 \end{cases}$

فابحث في اتصال ق عند $\text{س} = 2$

الحل:

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{\text{س}^2 - 4}{\text{س} - 2} & \text{س} < -2 \\ \dfrac{4 - \text{س}^2}{\text{س} - 2} & -2 \leq \text{س} < 2 \\ \dfrac{\text{س}^2 - 4}{\text{س} - 2} & \text{س} > 2 \\ 2 + \text{س} & \text{س} = 2 \end{cases}$$

$\text{ق}(2) = 2 + 2 = 4$

$$\lim_{\text{س} \to 2^+} \text{ق}(\text{س}) = \lim_{\text{س} \to 2^+} \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س} - 2}$$

$$= \lim_{\text{س} \to 2^+} \frac{\cancel{(\text{س} - 2)}(\text{س} + 2)}{\cancel{(\text{س} - 2)}} = 2 + 2 = 4$$

$$\lim_{\text{س} \to 2^-} \text{ق}(\text{س}) = \lim_{\text{س} \to 2^-} \frac{4 - \text{س}^2}{\text{س} - 2}$$

$$= \lim_{\text{س} \to 2^-} \frac{4 - \text{س}^2}{\text{س} - 2} = \lim_{\text{س} \to 2^-} \frac{\overset{-1}{\cancel{(2 - \text{س})}}(2 + \text{س})}{\cancel{(\text{س} - 2)}}$$

$= -(2 + 2) = -4$

$\Leftarrow \lim_{\text{س} \to 2} \text{ق}(\text{س})$ غير موجودة

$\Leftarrow$ ق غير متصل عند $\text{س} = 2$

مثال

إذا كان $\text{ع}(\text{س}) = \begin{cases} \left|\dfrac{\text{س}}{2} - 1\right| & -1 \leq \text{س} < 3 \\ [0.5\text{س} + 3] & 3 \leq \text{س} < 4 \end{cases}$

فابحث في اتصال ع عند $\text{س} = 3$

الحل:

$$\text{ع}(\text{س}) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\text{س}}{2} & -1 \leq \text{س} \leq 2 \\ \dfrac{\text{س}}{2} - 1 & 2 < \text{س} < 3 \\ 4 & 3 \leq \text{س} < 4 \end{cases}$$

$\text{ع}(3) = 4$

$\lim_{\text{س} \to 3^+} \text{ع}(\text{س}) = 4$

$\lim_{\text{س} \to 3^-} \text{ع}(\text{س}) = \dfrac{3}{2} - 1 = \dfrac{1}{2}$

$\Leftarrow \lim_{\text{س} \to 3} \text{ع}(\text{س})$ غير موجودة

$\Leftarrow$ ع غير متصل عند $\text{س} = 3$

مثال

إذا كان $\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{9\text{س}^2 - 1}{\sqrt{1 - 6\text{س} + 9\text{س}^2}} & -\dfrac{1}{3} < \text{س} < \dfrac{1}{3} \\ 2 & \text{س} = \dfrac{1}{3} \\ 6\text{س} - [\text{س}] & \dfrac{1}{3} < \text{س} < \dfrac{4}{3} \end{cases}$

ابحث اتصال ل عند $\text{س} = \dfrac{1}{3}$

الحل:

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{9\text{س}^2 - 1}{\sqrt{(1-3\text{س})(1-3\text{س})}} & -\frac{1}{3} < \text{س} < \frac{1}{3} \\ -2 & \text{س} = \frac{1}{3} \\ -6\text{س} & \frac{1}{3} < \text{س} < 1 \\ -6\text{س} - 1 & 1 \leq \text{س} < \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{9\text{س}^2 - 1}{|1-3\text{س}|} & -\frac{1}{3} < \text{س} < \frac{1}{3} \\ -2 & \text{س} = \frac{1}{3} \\ -6\text{س} & \frac{1}{3} < \text{س} < 1 \\ -6\text{س} - 1 & 1 \leq \text{س} < \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} \dfrac{9\text{س}^2 - 1}{1-3\text{س}} & -\frac{1}{3} < \text{س} < \frac{1}{3} \\ -2 & \text{س} = \frac{1}{3} \\ -6\text{س} & \frac{1}{3} < \text{س} < 1 \\ -6\text{س} - 1 & 1 \leq \text{س} < \frac{4}{3} \end{cases}$$

$\text{ل}(\frac{1}{3}) = -2$

$\text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{1}{3}^+} \text{ل}(\text{س}) = \text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{1}{3}^+} -6\text{س} = -6 \times \frac{1}{3} = -2$

$\text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{1}{3}^-} \text{ل}(\text{س}) = \text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{1}{3}^-} \dfrac{9\text{س}^2 - 1}{1 - 3\text{س}}$

$= \text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{1}{3}} \dfrac{\overset{-1}{\cancel{(3\text{س}-1)}}(3\text{س}+1)}{\cancel{(1-3\text{س})}}$

$= -1\left(3 \times \frac{1}{3} + 1\right) = -1(1+1)$

$= -2$

$\Leftarrow \text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{1}{3}} \text{ل}(\text{س}) = -2$

$\text{نهـا}_{\text{س} \to \frac{1}{3}} \text{ل}(\text{س}) = -2 = \text{ل}(\frac{1}{3})$

$\Leftarrow$ ل متصل عند $\text{س} = \frac{1}{3}$

مثال

إذا كان $\text{ع}(\text{س}) = \sqrt{[\text{س}] + \text{س}}$

ابحث اتصال ع على الفترة $(1، 2]$

الحل:

$$\text{ع}(\text{س}) = \begin{cases} \sqrt{1 + \text{س}} & 1 < \text{س} < 2 \\ \sqrt{2 + \text{س}} & \text{س} = 2 \end{cases}$$

$(1، 2)$ ع متصل لأنه معرف على الفترة.

نبحث اتصال 2 من اليسار

$\text{ع}(2) = \sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$

$\text{نهـا}_{\text{س} \to 2^-} \text{ع}(\text{س}) = \sqrt{1+2} = \sqrt{3}$

$\Leftarrow$ ع غير متصل من يسار 2

$\Leftarrow$ ع متصل على $(1، 2)$

مثال

إذا كان $\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^3 & \text{س} < 1 \\ 2\text{س}\sqrt{\text{س}} - 1 & \text{س} \geq 1 \end{cases}$

ابحث اتصال هـ لجميع قيم س الحقيقية.

الحل:

$-\infty$ ١ ∞

($-\infty$ ، ١) هـ متصل لأنه على صورة كثير حدود

(١ ، ∞) هـ متصل لأنه حاصل طرح وضرب لاقترانات متصلة.

نبحث اتصال هـ عند س = ١

$هـ(1) = 2 \times 1 \times \sqrt{1} - 1$

$= 2 - 1 = 1$

$\lim_{س \to 1^+} هـ(س) = 1$

$\lim_{س \to 1^-} هـ(س) = (1)^3 = 1$

$\Leftarrow \lim_{س \to 1} هـ(س) = 1$

$\lim_{س \to 1} هـ(س) = 1 = هـ(1)$

⇐ هـ متصل عند س = ١

⇐ هـ متصل لجميع قيم س الحقيقية.

مثال

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{3 - س}{|س - 3|} & ، س > 3 \\ جـ س^2 - 4 & ، س < 3 \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to 3} ق(س)$ موجودة فما قيمة جـ ؟

الحل:

$ق(س) = \begin{cases} \frac{3 - س}{س - 3} & س > 3 \\ جـ س^2 - 4 & س < 3 \end{cases}$

$ق(س) = \begin{cases} -1 & س > 3 \\ جـ س^2 - 4 & س < 3 \end{cases}$

بما أن $\lim_{س \to 3} ق(س)$ موجودة ⇐

$\lim_{س \to 3^+} ق(س) = \lim_{س \to 3^-} ق(س)$

$-1 = 9جـ - 4$

$3 = 9جـ$

$جـ = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

مثال

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - 1}{س + 1} & -2 \le س < -1 \\ س[س] & -1 \le س < 1 \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [−٢ ، ١)

الحل:

$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - 1}{س + 1} & -2 \le س < -1 \\ -س & -1 \le س < 0 \\ صفر & 0 \le س < 1 \end{cases}$

−٢ −١ ٠ ١

(−٢ ، −١) ق متصل لأنه معرف على الفترة

(−١ ، ٠) ق متصل لأنه كثير حدود

(٠ ، ١) ق متصل لأنه على صورة كثير حدود

نبحث اتصال -٢ من اليمين

$ع(-٢) = \frac{٤-١}{-٢+١} = \frac{٣}{-١} = -٣$

$\lim_{س\to -٢^+} ع(س) = -٣$

⟸ ع متصل من يمين -٢

نبحث اتصال -١

$ع(-١) = - -١ = ١$

$\lim_{س\to -١^+} ع(س) = ١$

$\lim_{س\to -١^-} ع(س) = \lim_{س\to -١^-} \frac{(س-١)(س+١)}{(س+١)}$

$= -١ -١ = -٢$

⟸ $\lim_{س\to -١} ع(س)$ غير موجودة

⟸ ع غير متصل عند س = -١

نبحث اتصال ٠

ع(٠) = صفر

$\lim_{س\to ٠^+} ع(س) =$ صفر

$\lim_{س\to ٠^-} ع(س) =$ صفر

⟸ $\lim_{س\to ٠} ع(س) =$ صفر

$\lim_{س\to ٠} ع(س) =$ صفر = ع(٠)

⟸ ع متصل عند س = ٠

⟸ ع متصل على [-٢، ١) - {-١}

مثال

إذا كانت $ل(س) = \frac{س^٢ - ١}{س+٢}$

هـ(س) = [س] فابحث في اتصال الاقتران ل × هـ على الفترة [٠، ٢]

الحل:

ع(س) = ل(س) × هـ(س)

$$ع(س) = \begin{cases} \text{صفر} & ٠ \le س < ١ \\ \frac{س^٢ - ١}{س+٢} & ١ \le س < ٢ \\ \frac{٢(س^٢-١)}{س+٢} & س = ٢ \end{cases}$$

ع متصل (٠،١) لأنه على صورة كثير حدود

ع متصل (١،٢) لأنه معرف على الفترة.

نبحث اتصال ٠ من اليمين

ع(٠) = صفر $\lim_{س\to ٠^+} ع(س) =$ صفر

⟸ ع متصل من يمين صفر.

نبحث اتصال ٢ من اليسار

$ع(٢) = \frac{٢(٣)}{٤} = \frac{٦}{٤}$

$\lim_{س\to ٢^-} ع(س) = \frac{٣}{٤}$

⟸ ع غير متصل من يسار ٢

نبحث اتصال ١

$ق(١) = \frac{٠}{٣} = \text{صفر}$

$\underset{س \to ١^+}{\text{نها}}\ ق(س) = \frac{٠}{٣} = \text{صفر}$

$\underset{س \to ١^-}{\text{نها}}\ ق(س) = \frac{٢ \times ٠}{٣} = \text{صفر}$

$\Leftarrow \underset{س \to ١}{\text{نها}}\ ق(س) = \text{صفر}$

$\underset{س \to ١}{\text{نها}}\ ق(س) = \text{صفر} = ق(١)$

$\Leftarrow$ ق متصل عند س = ١

$\Leftarrow$ ق متصل على $[٠، ٢)$

مثال

إذا كان ق اقتراناً متصلاً عند س = ٤

وكان $٣ق(٤) = ٦$ وكانت $\underset{س \to ٤^+}{\text{نها}}\ ق(س) = ٤ب$

فجد قيمة ب

الحل:

$٣ق(٤) = ٦ \Leftarrow ق(٤) = ٢$

ق متصل عند ٤ $\Leftarrow$

$ق(٤) = \underset{س \to ٤^+}{\text{نها}}\ ق(س)$

$٢ = ٤ب \Leftarrow ب = \frac{١}{٢}$

مثال

إذا كان ق اقتران كثير حدود وكانت

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \frac{ق(س)}{س} = ٣$ فجد $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \frac{ق^٢(س)}{س}$

الحل:

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \frac{ق^٢(س)}{س} =$

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}\left(\frac{ق(س)}{س} \times ق(س)\right)$

$= \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ \frac{ق(س)}{س} \times \underset{س \to ٢}{\text{نها}}\ ق(س)$

$= ٣ \times ٦ = ١٨$

مثال

جد $\underset{س \to -٢}{\text{نها}}\ \frac{٤ - س^٢}{٢ - س}$

الحل:

$\frac{٤ - ٤}{٢ - -٢} = \frac{\text{صفر}}{٤} = \text{صفر}$

مثال

جد $\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ \frac{٦س^٣ + ١٨س^٢}{٢س^٢ - ٣س^٣}$

الحل:

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ \frac{س^٢(٦س + ١٨)}{س^٢(٢ - ٣س)}$

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}}\ \frac{٦س + ١٨}{٢ - ٣س} = \frac{١٨}{٢} = ٩$

مثال

إذا كان ق اقتران متصل عند س = ١

وكان $ق(١) = ٤$ فجد

$\underset{س \to ١^+}{\text{نها}}\left(\frac{|س - ١|}{س - ١} + ق(س)\right)$

الحل:

$\lim\limits_{س \to 1^+} \frac{س-1}{س-1} + \lim\limits_{س \to 1^+} ق(س)$

$1 + 4 = 5$

مثال

إذا كان $ل(س) = \begin{cases} 2 جتا^2 س & س < \frac{\pi}{2} \\ أس^2 + \pi^2 & س \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

جد قيمة أ التي تجعل ل متصل عند $س = \frac{\pi}{2}$.

الحل:

ليكون ل متصل عند $س = \frac{\pi}{2}$ فإن

$\lim\limits_{س \to \frac{\pi}{2}^+} ل(س) = \lim\limits_{س \to \frac{\pi}{2}^-} ل(س)$

$2 جتا^2 \frac{\pi}{2} = أ \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 + \pi^2$

$0 = أ \frac{\pi^2}{4} + \pi^2$

$-\pi^2 = أ \frac{\pi^2}{4}$

$-1 = \frac{أ}{4} \Leftarrow أ = -4$

مثال

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} 3 & س = 1 \\ [س] + 5 & 1 < س < 2 \\ 4 & س = 2 \end{cases}$

جد فترة الاتصال ؟

الحل:

$ق(س) = \begin{cases} 3 & س = 1 \\ 6 & 1 < س < 2 \\ 4 & س = 2 \end{cases}$

$1 \quad\quad 2$

ق متصل (١،٢) لأنه مجموعة كثير حدود

عند $س = 1^+$ غير متصل

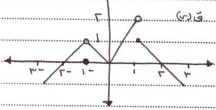
حيث $ق(1) \neq \lim\limits_{س \to 1^+} ق(س)$

عند $س = 2^-$ غير متصل

حيث $ق(2) \neq \lim\limits_{س \to 2^-} ق(س)$

$\Leftarrow$ ق متصل على (١،٢) .

مثال

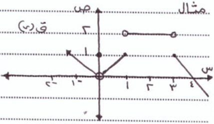


معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى ق(س) جد مجموعة قيم أ حيث $\lim\limits_{س \to أ} ق(س) = صفر$

الحل:

$أ = \{-2 ، 2 ، 0\}$

مثال



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى ق ما مجموعة قيم م التي تجعل نها ق(س) غير موجودة
س←م

الحل:

م = {١ ، ٣}

مثال

جد $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{قا^٢ ٢س - ١}{س^٢}$

الحل:

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{قا ٢س - ١}{س^٢} \times \frac{قا ٢س + ١}{قا ٢س + ١}$

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{قا^٢ ٢س - ١}{س^٢ (قا ٢س + ١)}$

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{ظا^٢ ٢س}{س^٢ (قا ٢س + ١)}$

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{ظا ٢س}{س} \times \frac{ظا ٢س}{س} \times \frac{١}{٢}$

$٢ \times ٢ \times \frac{١}{٢} = ٢$

مثال

جد $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{س + جا ٢س}{٣س}$

الحل:

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{س}{٣س} + \underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{جا ٢س}{٣س}$

$= \frac{١}{٣} + \frac{٢}{٣} = \frac{٣}{٣} = ١$

مثال

جد $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{س^٢ + جا ٢س}{٣س}$

الحل:

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \left(\frac{س^٢}{٣س} + \frac{جا ٢س}{٣س} \right)$

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{س}{٣} + \underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{جا ٢س}{٣س}$

$=$ صفر $+ \frac{٢}{٣} = \frac{٢}{٣}$

مثال

جد $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{جتا ٣س - جتا ٥س}{٢س^٢}$

الحل:

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{-٢}{٢} \frac{جا ٤س}{س} \frac{جا -س}{س}$

$= ٤ \times ١ = ٤$

مثال

جد $\underset{\text{س} \to \frac{\pi}{6}}{\text{نها}} \dfrac{\text{جتاس} - \sqrt{3}\,\text{جاس}}{6\text{س} - \pi}$

الحل:

$\text{ص} = \text{س} - \frac{\pi}{6}$ ، $\text{س} \to \frac{\pi}{6}$

$\text{س} = \text{ص} + \frac{\pi}{6}$ ، $\text{ص} \to 0$

$$\underset{\text{ص} \to 0}{\text{نها}} \frac{\text{جتا}(\text{ص}+\frac{\pi}{6}) - \sqrt{3}\,\text{جا}(\text{ص}+\frac{\pi}{6})}{6\text{ص}}$$

$$\underset{\text{ص} \to 0}{\text{نها}} \frac{\text{جتاص}\,\text{جتا}\frac{\pi}{6} - \text{جاص}\,\text{جا}\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}\left(\text{جاص}\,\text{جتا}\frac{\pi}{6} + \text{جا}\frac{\pi}{6}\,\text{جتاص}\right)}{6\text{ص}}$$

$$\underset{\text{ص} \to 0}{\text{نها}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{جتاص} - \frac{1}{2}\,\text{جاص} - \sqrt{3}\left(\text{جاص}\,\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\,\text{جتاص}\right)}{6\text{ص}}$$

$$\underset{\text{ص} \to 0}{\text{نها}} \frac{\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{جتاص}} - \frac{1}{2}\,\text{جاص} - \frac{3}{2}\,\text{جاص} - \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{جتاص}}}{6\text{ص}}$$

$$\underset{\text{ص} \to 0}{\text{نها}} \frac{-2\,\text{جاص}}{6\text{ص}} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

مثال

جد $\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2} - \text{جتا}\left(\frac{\pi}{3} + \text{هـ}\right)}{\text{هـ}}$

الحل:

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2} - \left(\text{جتا}\frac{\pi}{3}\,\text{جتاهـ} - \text{جا}\frac{\pi}{3}\,\text{جاهـ}\right)}{\text{هـ}}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\,\text{جتاهـ} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{جاهـ}\right)}{\text{هـ}}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,\text{جتاهـ}}{\text{هـ}} - \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}\,\text{جاهـ}}{\text{هـ}}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2}(1 - \text{جتاهـ})}{\text{هـ}} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2}(1 - \text{جتاهـ})(1 + \text{جتاهـ})}{\text{هـ}\,(1 + \text{جتاهـ})} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2}(1 - \text{جتا}^2\text{هـ})}{\text{هـ} \times 2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2}\,\text{جا}^2\text{هـ}}{2\,\text{هـ}} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\frac{1}{2}\,\text{جاهـ}\,\text{جاهـ}}{2\,\text{هـ}} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\text{جاهـ}}{\text{هـ}}\cdot\dfrac{\text{جاهـ}}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= \text{صفر} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

مثال

جد $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \dfrac{\text{س} - \text{جاس}}{\sqrt{1 - \text{جتا}2\text{س}}}$

الحل:

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \dfrac{\text{س} - \text{جاس}}{\sqrt{2\,\text{جا}^2\text{س}}}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0} \dfrac{\text{س} - \text{جاس}}{\sqrt{2}\,|\text{جاس}|}$

$\Leftarrow$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0^+} \dfrac{\text{س} - \text{جاس}}{\sqrt{2}\,\text{جاس}} = \lim\limits_{\text{س}\to 0^+}\left(\dfrac{\text{س}}{\sqrt{2}\,\text{جاس}} - \dfrac{\text{جاس}}{\sqrt{2}\,\text{جاس}}\right)$

$= \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \text{صفر}$

$\lim\limits_{\text{س}\to 0^-} \dfrac{\text{س} - \text{جاس}}{-\sqrt{2}\,\text{جاس}}$

$= \lim\limits_{\text{س}\to 0^-} \dfrac{\text{س}}{-\sqrt{2}\,\text{جاس}} + \lim\limits_{\text{س}\to 0^-} \dfrac{\text{جاس}}{\sqrt{2}\,\text{جاس}}$

$= \dfrac{-1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \text{صفر}$

$\Leftarrow \lim\limits_{\text{س}\to 0} \dfrac{\text{س} - \text{جاس}}{\sqrt{2}\,|\text{جاس}|} = \text{صفر}$

مثال

جد $\lim\limits_{\text{س}\to ١} \left(\frac{١}{\sqrt{\text{س}}} - ١\right)\left(\frac{١}{\text{س}-١}\right)$

الحل:

$$\lim_{\text{س}\to ١} \frac{\frac{١}{\sqrt{\text{س}}} - \frac{١}{١}}{\text{س}-١}$$

$$\lim_{\text{س}\to ١} \frac{١-\sqrt{\text{س}}}{\sqrt{\text{س}}} \times \frac{١}{\text{س}-١}$$

$$\lim_{\text{س}\to ١} \frac{\cancel{١-\sqrt{\text{س}}}\ (-١)}{\sqrt{\text{س}}} \times \frac{١}{(١+\sqrt{\text{س}})\cancel{(١-\sqrt{\text{س}})}}$$

$$= \frac{-١}{\sqrt{١}\,(٢)} = -\frac{١}{٢}$$

مثال

جد $\lim\limits_{\text{س}\to ٣} \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}{\text{س} - \sqrt{\text{س}+١} - ١}$

الحل:

$$\lim_{\text{س}\to ٣} \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}{(\text{س}-١) - \sqrt{\text{س}+١}}$$

$$\lim_{\text{س}\to ٣} \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}{(\text{س}-١) - \sqrt{\text{س}+١}} \cdot \frac{(\text{س}-١) + \sqrt{\text{س}+١}}{(\text{س}-١) + \sqrt{\text{س}+١}}$$

$$\lim_{\text{س}\to ٣} \frac{(\text{س}^٢ - ٣\text{س})\left((\text{س}-١) + \sqrt{\text{س}+١}\right)}{(\text{س}-١)^٢ - (\text{س}+١)}$$

$$\lim_{\text{س}\to ٣} \frac{(\text{س}^٢ - ٣\text{س})(٢+٢)}{\text{س}^٢ - ٢\text{س} + ١ - \text{س} - ١}$$

$$\lim_{\text{س}\to ٣} \frac{\cancel{(\text{س}^٢ - ٣\text{س})}\,(٤)}{\cancel{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}}$$

$$= ٤$$

مثال

جد $\lim\limits_{\text{س}\to -٣} \frac{\frac{١}{\text{س}} + \frac{١}{٣}}{\text{س}^٢ + ٢\text{س} - ٣}$

الحل:

$$\lim_{\text{س}\to -٣} \frac{\cancel{٣+\text{س}}}{٣\text{س}} \times \frac{١}{(\text{س}-١)\cancel{(\text{س}+٣)}}$$

$$= \frac{١}{-٩\,(-٤)}$$

$$= \frac{١}{٣٦}$$

مثال

جد $\lim\limits_{\text{س}\to ٤} \frac{\sqrt{\text{س}^٣} - ٢|\text{س}|}{٢\text{س}^٢ - ٥\text{س} - ١٢}$

الحل:

$$\lim_{\text{س}\to ٤} \frac{\sqrt{\text{س}^٣} - ٢\text{س}}{(٢\text{س}+٣)(\text{س}-٤)}$$

Esam Shikh Master Math	رياضيات العلمي المستوى (٣) الوحدة (النهايات والاتصال)
0796300625	الدرس (أسئلة الوحدة)

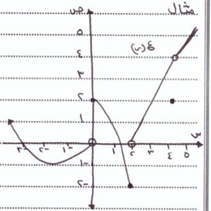
$$\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٣} - ٢س}{(\sqrt{س}٢ + ٣)(س - ٤)} \times \frac{\sqrt{س^٣} + ٢س}{\sqrt{س^٣} + ٢س}$$

$$\lim_{س \to ٤} \frac{س^٣ - ٤س^٢}{(\sqrt{س}٢ + ٣)(س - ٤)(٨ + ٨)}$$

$$\lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ \cancel{(س - ٤)}}{(\sqrt{س}٢ + ٣)\cancel{(س - ٤)}(١٦)}$$

$$= \frac{١٦}{١١ \times ١٦} = \frac{١}{١١}$$

مثال



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى ع(س) جد مجموعة قيم ب حيث ع غير متصل عند س = ب

الحل:

ب = {صفر ، ٢ ، ٤}