# الدائرة

**ملخص القوانين**

* الصورة القياسية للدائرة

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$

مثال

جد احداثيي مركز الدائرة وطول نصف قطرها حيث

$(س+١)^2 + (ص-٤)^2 = ٣$

الحل:

المركز $(-١، ٤)$

نق $= \sqrt{٣}$

مثال

جد احداثيي مركز الدائرة ونصف قطرها حيث

$س^2 + ص^2 = ١٤٤$

الحل:

المركز $(٠، ٠)$

نق $= \sqrt{١٤٤} = ١٢$

مثال

جد احداثيي المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها

$(س-١)^2 + (ص+٥)^2 = ٢٥$

المركز $(١، -٥)$

نق $= \sqrt{٢٥} = ٥$

مثال

جد احداثيي المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها

$س^2 + (ص-٧)^2 = ٨١$

الحل:

المركز $(٠، ٧)$

نق $= \sqrt{٨١} = ٩$

مثال

جد احداثيي مركز الدائرة ونصف قطرها حيث

$(س+٤)^2 + ص^2 - ١٦ = ٠$

الحل:

$(س+٤)^2 + ص^2 = ١٦$

المركز $(-٤، ٠)$

نق $= \sqrt{١٦} = ٤$

مثال

جد احداثيي المركز ونصف القطر للدائرة التي معادلتها

$(٢س-٢)^2 + (٢ص+١٠)^2 = ١٠٠$

الحل:

$(٢(س-١))^2 + (٢(ص+٥))^2 = ١٠٠$

$\frac{٤(س-١)^2}{٤} + \frac{٤(ص+٥)^2}{٤} = \frac{١٠٠}{٤}$

$(س-١)^2 + (ص+٥)^2 = ٢٥$

المركز $(١، -٥)$

نق $= \sqrt{٢٥} = ٥$

مثال

جد مركز وطول نصف قطر الدائرة المعطاة في المعادلة

$(٣س+٦)^2 + (٣ص-١٢)^2 = ٣٦$

الحل:

$(٣(س+٢))^{٢} + (٣(ص-٤))^{٢} = ٣٦$

$\frac{٩(س+٢)^{٢}}{٩} + \frac{٩(ص-٤)^{٢}}{٩} = \frac{٣٦}{٩}$

$(س+٢)^{٢} + (ص-٤)^{٢} = ٤$

المركز $(-٢، ٤)$

نق $= \sqrt{٤} = ٢$

المركز $(٠، \frac{-٨}{-٢}) = (٠، ٤)$

نق $= \sqrt{٠^{٢} + (-٤)^{٢} - ٩}$

$= \sqrt{١٦ + ٩}$

$= \sqrt{٢٥} = ٥$

* الصورة العامة للدائرة

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ء س + ٢ب ص + ج = ٠$

ملاحظة ① معامل $س^{٢}$ = معامل $ص^{٢}$

② $(د، هـ) = (\frac{-٢ء}{-٢}، \frac{-٢ب}{-٢})$

المركز

③ نق $= ر = \sqrt{د^{٢} + هـ^{٢} - ج}$

$= \sqrt{(\frac{-٢ء}{-٢})^{٢} + (\frac{-٢ب}{-٢})^{٢} - ج}$

مثال

جد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٦ص - ٦ = ٠$ صفر

الحل:

المركز $(\frac{-٢}{-٢}، \frac{٦}{-٢})$

$= (١، -٣)$

نق $= \sqrt{١^{٢} + (-٣)^{٢} - ٦}$

$= \sqrt{١ + ٩ + ٦} = \sqrt{١٦} = ٤$

مثال

جد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$٢س^{٢} + ٢ص^{٢} + ١٦ص = ١٨$

الحل:

$٢س^{٢} + ٢ص^{٢} + ١٦ص - ١٨ = ٠$

$س^{٢} + ص^{٢} + ٨ص - ٩ = ٠$

مثال

جد احداثيي المركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$س^{٢} + ص^{٢} - ٩ = ٨س + ٦ص$

الحل:

$س^{٢} - ٨س + ص^{٢} - ٦ص - ٩ = ٠$

المركز $(\frac{-٨}{-٢}، \frac{-٦}{-٢}) = (٤، ٣)$

نق $= \sqrt{٤^{٢} + ٣^{٢} - ٩} = \sqrt{٣٤}$

مثال

جد احداثيي المركز وطول نصف القطر للدائرة التي معادلتها

$٣س^٢ + ٣ص^٢ + ٦ص - ٢٧ = ٠$

الحل:

$س^٢ + ص^٢ + ٢ص - ٩ =$ صفر

المركز $(٠ ، -\frac{٢}{٢}) = (٠ ، -١)$

$نق = \sqrt{٠^٢ + (-١)^٢ - (-٩)}$

$= \sqrt{٠ + ١ + ٩} = \sqrt{١٠}$

مثال

جد احداثيي المركز وطول نصف القطر للدائرة التي معادلتها

$(س + ١١)^٢ = ١٣ - (ص + ٤)^٢$

الحل:

$(س + ١١)^٢ + (ص + ٤)^٢ = ١٣$

المركز $(-١١ ، -٤)$

$نق = \sqrt{١٣}$

* ايجاد المعادلة:

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة $(-٦ ، ١)$ وطول نصف قطرها ٤ وحدات

الحل:

الحل:

$(س + ٦)^٢ + (ص - ١)^٢ = ١٦$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول قطرها ٨ وحدات

الحل

المركز $(٠ ، ٠)$ $نق = ٤$

$س^٢ + ص^٢ = ١٦$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها $(٣ ، ٥)$ وتمر بالنقطة $(٠ ، ١)$

الحل

$(س - ٥)^٢ + (ص - ٣)^٢ = نق^٢$

الدائرة تحقق $(٠ ، ١)$

$-٤^٢ + (-٢)^٢ = نق^٢$

$١٦ + ٩ = نق^٢ \Leftarrow نق^٢ = ٢٥$

$\Leftarrow$

$(س - ٥)^٢ + (ص - ٣)^٢ = ٢٥$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها $(-٢ ، ١)$ وتمر بالنقطة $(٥ ، ١)$

الحل:

$(س + ٢)^٢ + (ص - ١)^٢ = نق^٢$

بفرض $(١ ، ٥)$

$٧^٢ + ٠^٢ = نق^٢ \Leftarrow نق^٢ = ٤٩$

$\Leftarrow$

$(س+٢)^{٢} + (ص-١)^{٢} = ٤٩$

$\Leftarrow$

$(س-٣)^{٢} + (ص+٧)^{٢} = ٤٩$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها $(-٣، ٢)$ وتمس محور الصادات

الحل:

$(س+٣)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = نق^{٢}$

الدائرة تمس الصادات $\Leftarrow$ نق $= |-٣| = ٣$

$\Leftarrow$

$(س+٣)^{٢} + (ص-٢)^{٢} = ٩$

مثال

جد معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها يساوي $(٥)$ وتمس المحورين الاحداثيين وتقع مركزها في الربع الرابع

الحل:

المركز $= (+٥، -٥)$

نق $= ٥$

$(س-٥)^{٢} + (ص+٥)^{٢} = ٢٥$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها $(٤، -١)$ وتمس محور السينات

الحل:

$(س-٤)^{٢} + (ص+١)^{٢} = نق^{٢}$

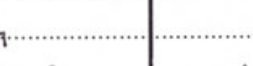
الدائرة تمس السينات $\Leftarrow$ نق $= |-١| = ١$

$(س-٤)^{٢} + (ص+١)^{٢} = ١$

مثال

جد معادلة الدائرة التي نهايتا قطر منها النقطتان $(٧، ٣)$ ، $(-٥، ١)$

الحل:




منتصف القطعة

$\left(\frac{٧+٥}{٢}، \frac{٣+١-}{٢}\right)$

المركز $= (١، ٦)$

ف١ $= \sqrt{(٧-٦)^{٢} + (٣-١)^{٢}}$

$= \sqrt{١+٤}$ ، $\sqrt{٥} =$ نق

$\Leftarrow$

$(س-٦)^{٢} + (ص-١)^{٢} = ٥$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها $(٦، -٣)$ وتمس محور السينات .

الحل:

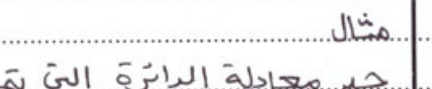
$(س-٣)^{٢} + (ص+٧)^{٢} = نق^{٢}$

نق $= |-٧| = ٧$

مثال

جد معادلة الدائرة التي نهايتا قطر فيها هما النقطتان (٦،-١)، (٣،٤)

الحل:




المركز $\left(\frac{٦+٤}{٢}, \frac{-١+٣}{٢}\right)$

$= (٥، ١)$

$ف_١ = \sqrt{(٦-٥)^٢ + (-١-١)^٢}$

$= \sqrt{١ + ٤} = \sqrt{٥} = نق$

$(س - ٥)^٢ + (ص - ١)^٢ = ٥$

المركز في الربع ④ ⇐ المركز $(+٣، -٣)$

$(س - ٣)^٢ + (ص + ٣)^٢ = ٩$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين الاحداثيين وطول نصف قطرها = ٣

الحل:

المركز في الربع ①

⇐ المركز $(٣، ٣)$

$(س - ٣)^٢ + (ص - ٣)^٢ = ٩$

المركز في الربع ②

⇐ المركز $(-٣، ٣)$

$(س + ٣)^٢ + (ص - ٣)^٢ = ٩$

المركز في الربع ③ ⇐ المركز $(-٣، -٣)$

$(س + ٣)^٢ + (ص + ٣)^٢ = ٩$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين $(٤، ٤)$ ، $(٠، -٢)$ ويقع مركزها على محور السينات.

الحل:

يقع المركز على السينات ⇐ ص = صفر

$(س - د)^٢ + ص^٢ = نق^٢$

$(٤، ٤)$

$(٤ - د)^٢ + ١٦ = نق^٢$ ... ①

$(٠، -٢)$

$(٠ - د)^٢ + ٤ = نق^٢$

$د^٢ + ٤ = نق^٢$ ... ②

من ①

$١٦ - ٨د + د^٢ + ١٦ = د^٢ + ٤$

$٣٢ - ٤ = ٨د$

$٢٨ = ٨د$

$د = \frac{٢٨}{٨} = \frac{٧}{٢}$

من ②

$نق^٢ = \frac{٤٩}{٤} + ٤$

$نق^٢ = \frac{٤٩ + ١٦}{٤}$

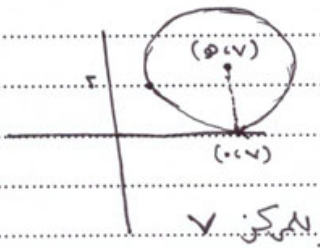
$نق^٢ = \frac{٦٥}{٤}$

$(س - \frac{7}{2})^2 + ص^2 = \frac{65}{4}$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمس بالنقطة (٤،٢) وتمس محور السينات عند النقطة (٧،٠)

الحل:




الاحداثي السيني للمركز ٧

$هـ = نق$

$(س - 7)^2 + (ص - نق)^2 = نق^2$

(٤،٢)

$(-6)^2 + (2 - نق)^2 = نق^2$

$36 + 4 - 4نق + نق^2 = نق^2$

$40 = 4نق$

$\Leftarrow نق = 10 \Leftarrow هـ = 10$

$\Leftarrow$

$(س - 7)^2 + (ص - 10)^2 = 100$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها (٤،-١) وتمس المستقيم الذي معادلته ص = -٣

الحل:

$(س - 4)^2 + (ص + 1)^2 = نق^2$

نق = البعد بين المركز (٤،-١) والمستقيم ص + ٣ = صفر

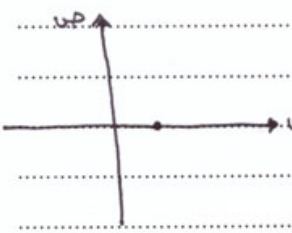
$نق = \frac{|-1+3|}{\sqrt{0^2+1^2}} = \frac{2}{1} = 2$

$\Leftarrow (س - 4)^2 + (ص + 1)^2 = 4$

مثال

جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم ص - ٣س = ٤ وتمس محور السينات عند النقطة (١،٠)

الحل:




$نق = |هـ|$

$د = 1$

بذن الدائرة تمس محور س عند (١،٠)

بما أن المركز يحقق المستقيم بفرض (١،هـ)

$هـ = 3 \times 1 - 4 = 6$

$هـ = 6 \Leftarrow نق = 6$

$\Leftarrow$ المركز (١،٦) و نق = ٦

$(س - 1)^2 + (ص - 6)^2 = 36$

مثال

جد معادلة الدائرة التي مركزها (-٣،-٢) وتمس المستقيم ص = ٣س + ١٠

الحل:

$(س + 3)^2 + (ص + 2)^2 = نق^2$

نق = المسافة بين المركز والمستقيم

ص - ٣س - ١٠ = صفر

$$\text{نق} = \frac{|-٢ + ٦ - ١٠|}{\sqrt{(-٣)^٢ + ١^٢}}$$

$$= \frac{٦}{\sqrt{١٠}} \Leftarrow \text{نق}^٢ = \frac{٣٦}{١٠}$$

$$(\text{س} + ٢)^٢ + (\text{ص} + ٣)^٢ = \frac{٣٦}{١٠}$$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقط

(٠،٠) ، (٣،-١) ، (-٢،٤)

الحل:

$$\text{س}^٢ + \text{ص}^٢ + \text{أ س} + \text{ب ص} + \text{جـ} = ٠$$

(٠،٠)

$$٠ + ٠ + ٠ + ٠ + \text{جـ} = ٠$$

$$\Leftarrow \boxed{\text{جـ} = ٠}$$

(٣،-١)

$$٩ + ١ + ٣\text{أ} - \text{ب} = ٠$$

$$٣\text{أ} - \text{ب} = -١٠ \quad \cdots (١)$$

(-٢،٤)

$$٤ + ١٦ - ٢\text{أ} + ٤\text{ب} = ٠$$

$$-٢\text{أ} + ٤\text{ب} = -٢٠$$

$$\text{أ} - ٢\text{ب} = ١٠ \quad \cdots (٢)$$

$$٣\text{أ} - \text{ب} = -١٠$$

$$\text{أ} - ٢\text{ب} = ١٠$$

$$\overline{\phantom{٣\text{أ} - \text{ب} = -١٠}}$$

$$٥\text{ب} = -٤٠$$

$$\text{ب} = -٨$$

$$\text{أ} - ٢ \times -٨ = ١٠$$

$$\text{أ} + ١٦ = ١٠$$

$$\Leftarrow \boxed{\text{أ} = -٦}$$

$$\text{س}^٢ + \text{ص}^٢ - ٦\text{س} - ٨\text{ص} = \text{صفر}$$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقط

(٠،٠) ، (٢،٠) ، (-١،٣) ثم جد

مركزها وطول نصف قطرها

الحل:

$$\text{س}^٢ + \text{ص}^٢ + \text{أ س} + \text{ب ص} + \text{جـ} = \text{صفر}$$

(٠،٠)

$$٠ + ٠ + ٠ + ٠ + \text{جـ} = ٠$$

$$\Leftarrow \boxed{\text{جـ} = \text{صفر}}$$

(٢،٠)

$$٠ + ٤ + ٠ + ٢\text{ب} = ٠$$

$$٢\text{ب} = -٤ \Leftarrow \boxed{\text{ب} = -٢}$$

(-٣،٦١)

١ + ٩ - م + ٣ب = ٠

١٠ - م + ٣×-٢ = ٠

١٠ - ٦ = م

م = ٤

س٢ + ص٢ + ٤س - ٢ص = صفر

المركز ( -٤/٢ ، -(-٢)/٢ )

= (-٢ ، ١)

نق = √(٤ + ١ - ٠) = √٥

المركز ( -م/٢ ، -ب/٢ ) تحقق

س - ٣ص - ١١ = ٠

-م/٢ = -ب/٢ × ٣ = ١١

-م + ٣ب = ٢٢ ... (٢)

٣م + ٢ب = -١١

-م + ٣ب = ٢٢ (+) ... (٣)×

٠ + ٥ب = ٥٥

ب = ٥ ⟸

٣م + ٢×٥ = -١١

٣م + ١٠ = -١١

٣م = -٢١

م = -٧ ⟸

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (٣،٣)، (-١،١) ويقع مركزها على المستقيم الذي معادلته س - ٣ص - ١١ = ٠

الحل:

س٢ + ص٢ + م س + ب ص + جـ = ٠

(٣،٣)

٩ + ٩ + ٣م + ٣ب + جـ = ٠

(-١،١)

١ + ١ - م + ب + جـ = صفر

٣م + ٣ب + جـ = -١٨

-م + ب + جـ = -٢ (-)

٤م + ٢ب = -١٦

٣م + ٢ب = -١١ ... (١)

م = -٥

-٥ + ب + جـ = -٢

٣ + جـ = -٢

جـ = -٥

س٢ + ص٢ - ٧س + ٥ص - ١٤ = صفر

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (-١،٣)، (٥،١) ويقع مركزها على محور الصادات.

الحل:

$س^2 + ص^2 + أ س + ب ص + جـ = صفر$

$(-١، ٣)$

$١ + ٩ - أ + ٣ب + جـ = صفر$

$-أ + ٣ب + جـ = -١٠$

$(٥، ١)$

$٢٥ + ١ + ٥أ + ب + جـ = صفر$

$٥أ + ب + جـ = -٢٦$

المركز يقع على محور الصادات

$\Leftarrow$ د = صفر $\Leftarrow$ **أ = صفر**

$\Leftarrow$ $٣ب + جـ = -١٠$

$-$ $ب + جـ = -٢٦$

$٢ب = ١٦$

**ب = ٨**

$\Leftarrow$ $ب + جـ = -٢٦$

$٨ + جـ = -٢٦$

**جـ = -٣٤**

$\Leftarrow$ المعادلة

$س^2 + ص^2 + ٨ص - ٣٤ = صفر$

---

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقط

$(-٥، ٠)$ ، $(-٣، ٤)$ ، $(١، ٢)$

الحل:

$س^2 + ص^2 + أ س + ب ص + جـ = ٠$

$(-٥، ٠)$

$٢٥ - ٥أ + جـ = صفر$

$-٥أ + جـ = -٢٥$ ... (١)

$(-٣، ٤)$

$٩ + ١٦ - ٣أ + ٤ب + جـ = صفر$

$-٣أ + ٤ب + جـ = -٢٥$ ... (٢)

$(١، ٢)$

$١ + ٤ + أ + ٢ب + جـ = ٠$

$أ + ٢ب + جـ = -٥$ ... (٣)

(٣) - (٢)

$-٣أ + ٤ب + جـ = ٠$

$-$ $أ + ٢ب + جـ = ٠$ ×٢

---

$-٥أ - جـ = ٠$ ... (٤)

(١) + (٤)

$-٥أ + جـ = -٢٥$

$+$ $-٥أ - جـ = ٠$

---

$-١٠أ = -٢٥$

$أ = \frac{-٢٥}{-١٠} = \frac{٥}{٢}$

$-\frac{5}{2}م - ب = صفر$

$-\frac{5}{2}م \times \frac{5}{2} - ب = صفر$

$-\frac{25}{4} = ب$

$م + 2ب + ج = -5$

$\frac{25}{4} + 2ب - \frac{25}{4} = -5$

$5 + 4ب - 25 = -10$

$4ب - 20 = -10$

$4ب = 10$

$ب = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

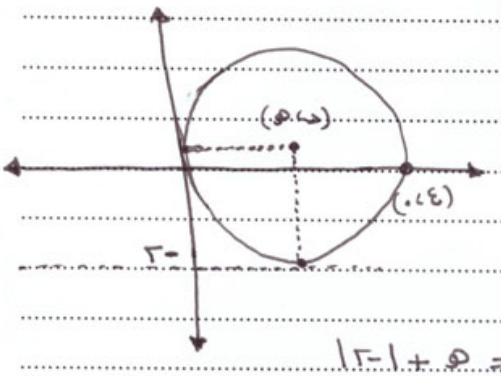
$س^2 + ص^2 + \frac{5}{2}س + \frac{5}{2}ص - \frac{25}{4} = 0$

$2س^2 + 2ص^2 + 5س + 5ص - 25 = 0$

مثال

جد معادلة الدائرة التي تمس كلاً من المستقيم $س = 0$ ، $ص = 2$ ويمر بالنقطة $(4، 0)$ ويقع مركزها في الربع الاول وطول نصف قطرها أكبر من وحدتين.

الحل:




$نق = هـ + |-2|$

$نق = هـ + 2$

$نق = د$

$\Leftarrow د = هـ + 2$

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

$(س - د)^2 + (ص - (د-2))^2 = د^2$

لكن $(4، 0)$ تحقق معادلة الدائرة

$(4 - د)^2 + (-د + 2)^2 = د^2$

$16 - 8د + د^2 + د^2 - 4د + 4 = د^2$

$د^2 - 12د + 20 = صفر$

$(د - 10)(د - 2) = صفر$

$د = 10$ ، $\boxed{د = 2}$

$هـ = 8$ ، $\boxed{هـ = 0}$ مرفوضة لان المركز في الربع ①

مثال

جد قيم الثابت ج التي تجعل المعادلة $س^2 + ص^2 + 8س - 4ص + ج = 0$ المعادلة معادلة دائرة.

الحل:

لتكون المعادلة دائرة يجب أن يكون

$م^2 + ب^2 - 4ج > 0$

$64 + 16 - 4ج > صفر$

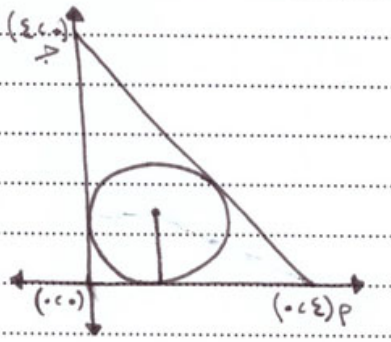
$-4ج > -80$

$ج < 20$

$\Leftarrow$ نق = ١٠

$\Leftarrow$ $(س - ١٠)^{٢} + (ص - ٨)^{٢} = ١٠٠$

مثال




معتمداً الشكل الذي يمثل دائرة مرسومة داخل المثلث أ ب جـ وتمس أضلاعه جد معادلة هذه الدائرة.

الحل:

د = هـ = نق

جد معادلة المستقيم أ جـ

م = $\frac{٤ - ٠}{٠ - ٤}$ = $\frac{٤}{-٤}$ = -١

(٠،٤) $\Leftarrow$ ص = -١(س - ٤)

ص = ٤ - س

نق = البعد بين المركز (نق، نق)

والمستقيم ص + س - ٤ = صفر

نق = $\frac{|\text{نق} + \text{نق} - ٤|}{\sqrt{١^{٢} + ١^{٢}}}$

$\sqrt{٢}$ نق = |٢ نق - ٤|

٢ نق - $\sqrt{٢}$ نق = ٤ ٢ نق + $\sqrt{٢}$ نق = ٤

٢ نق = $\sqrt{٢}$ نق + ٤ أو ٢ نق = ٤ - $\sqrt{٢}$ نق

نق = $\frac{٤}{٢ - \sqrt{٢}}$ أو نق = $\frac{٤}{٢ + \sqrt{٢}}$

$\Downarrow$

نق > ٤

مرفوض

$\Leftarrow$ نق = $\frac{٤}{٢ + \sqrt{٢}}$

$\Leftarrow$ $(س - \frac{٤}{٢ + \sqrt{٢}})^{٢} + (ص - \frac{٤}{٢ + \sqrt{٢}})^{٢} = (\frac{٤}{٢ + \sqrt{٢}})^{٢}$

مثال

تتحرك النقطة أ(س، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين

س = ٣ + ٢ جتاهـ

ص = ٤ + ٢ جاهـ

حيث هـ زاوية متغيرة جد معادلة المحل الهندسي للنقطة أ وبين نوعه

الحل:

جاهـ = $\frac{س - ٣}{٢}$

جتاهـ = $\frac{ص - ٤}{٢}$

جا$^{٢}$هـ + جتا$^{٢}$هـ = ١

$\frac{(س - ٣)^{٢}}{٤} + \frac{(ص - ٤)^{٢}}{٤} = ١$

$(س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٤$ معادلة دائرة

الأسئلة الوزارية :

٢٠٠٨ شتوي

جد طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$(٣س + ٤)^٢ + (٣ص - ١٠)^٢ = ٣٦$

أ) ٩ وحدات ب) ٦ وحدات

ج) $٣\sqrt{٣}$ وحدة د) ٣ وحدات

٢٠٠٨ شتوي ٨ علامات

جد معادلة الدائرة التي تمس بالنقطة $(٢،١)$ وتمس محور السينات عند $(٠،٧)$

الحل:

بما أن الدائرة تمس محور السينات عند $(٠،٧)$ فإن الاحداثي السيني لمركزها = ٧

ويكون الاحداثي الصادي للمركز يساوي طول نصف القطر = ر

$\Leftarrow$ معادلة الدائرة

$(س - ٧)^٢ + (ص - ر)^٢ = ر^٢$

$(٢،١)$ تحقق معادلة الدائرة .

$\Leftarrow (١ - ٧)^٢ + (٢ - ر)^٢ = ر^٢$

$٣٦ + ٤ - ٤ر + ر^٢ = ر^٢$

$٤٠ - ٤ر = صفر$

$٤٠ = ٤ر$

$\Leftarrow ر = ١٠$

$\Leftarrow$ المعادلة

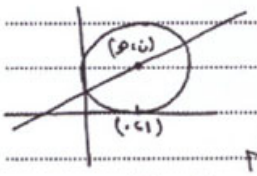
$(س - ٧)^٢ + (ص - ١٠)^٢ = ١٠٠$

٢٠٠٨ صيفي ٨ علامات

جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم الذي معادلته $ص - ٣س = ٤$ وتمس محور السينات عند النقطة $(١،٠)$

الحل:

ليكن مركز الدائرة هو $(ن، هـ)$




$ن = ١$

$\Leftarrow$ المركز $(١، هـ)$

$(١، هـ)$ يقع على المستقيم

$\Leftarrow هـ - ٣ = ٤ \Leftarrow هـ = ٦$

$\Leftarrow$ المركز $(١، ٦)$

$ر = \sqrt{(١-١)^٢ + (٦-٠)^٢}$

$= \sqrt{٠ + ٣٦} = \sqrt{٣٦} = ٦$

$\Leftarrow$ معادلة الدائرة هي

$(س - ١)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٣٦$

ESAM SHIKH
0796300625

٢٠٨ صفحة ٨ علامات

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة م (س، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٣ وحدات عن المستقيم الذي معادلته

٣س + ٤ص = ٥

وتمس أثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها

(س - ٤)² + (ص - ٣)² = ٩

الحل:

بما أن النقطة (س، ص) تتحرك بحيث تبعد بعداً ثابتاً عن المستقيم

← المحل الهندسي هو خط مستقيم يوازي المستقيم ٣س + ٤ص = ٥

ويبعد عن المستقيم ٣ وحدات

←

$$\frac{|٣س + ٤ص - ٥|}{\sqrt{١٦ + ٩}} = ٣$$

$$|٣س + ٤ص - ٥| = ١٥$$

٣س + ٤ص - ٥ = ١٥ أو ٣س + ٤ص - ٥ = -١٥

٣س + ٤ص = ٢٠ أو ٣س + ٤ص = -١٠

(٤، ٢) تحقق

٣س + ٤ص = ٢٠

وتحقق المعادلة

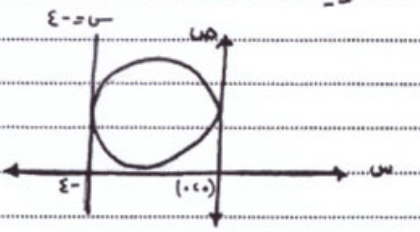
٣س + ٤ص = ١٠

← المعادلة ص

٣س + ٤ص - ٢٠ = صفر .

ESAM SHIKH
0796300625

٢.١٠ صفي




معادلة الدائرة الممثلة بالشكل وتمس محوري السينات والصادات والمستقيم س = -٤ هي

أ) $(س+٢)^٢ + (ص-٢)^٢ = ١٦$

ب) $(س-٢)^٢ + (ص+٢)^٢ = ١٦$

ج) $(س+٢)^٢ + (ص-٢)^٢ = ٤$

د) $(س-٢)^٢ + (ص+٢)^٢ = ٤$

٢.١٢ شتوي

معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم ص = ٧ - ٢س وتمس محور الصادات عند النقطة (٠،٣) هي

أ) $(س+٢)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٤$

ب) $(س-٣)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٩$

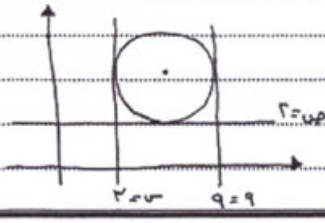
ج) $(س-٣)^٢ + (ص-٣)^٢ = ٤$

د) $(س-٢)^٢ + (ص-٣)^٢ = ١$

٢.١٣ شتوي ٥ علامات

جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في الربع الأول وتمس كل من المستقيمات الآتية س = ٣، ص = ٢، س = ٩

الحل:




نق = $\frac{٩-٣}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

المركز ( نق + ٣ ، نق + ٣ )

( ٦ ، ٥ )

المعادلة

$(س-٦)^٢ + (ص-٥)^٢ = ٩$

٢.١٣ شتوي

اذا كانت $\frac{(س-٣)^٢}{٢-ك^٢} + \frac{(ص-٥)^٢}{٦+ك^٢} = ١$

تمثل معادلة دائرة ، فإن مجموعة قيم ك هي

أ) $\{-٤، -٢\}$ ب) $\{٢، ٤\}$

ج) $\{-٤، ٢\}$ د) $\{-٢، ٤\}$

ESAM SHIKH
0796300625

٢٠١٣ صيفي ٦ علامات

جد معادلة الدائرة التي طول قطرها ١٤ وحدة ومركزها (م، ٣) حيث م > صفر وتمس المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص = صفر.

الحل:

نق = ٧

$$\text{نق} = \frac{|٣م + ٤ \times ٣|}{\sqrt{٩ + ١٦}}$$

$$٧ = \frac{|٣م + ١٢|}{٥}$$

٣٥ = ٣م + ١٢ ⇐ ٣م = ٢٣ ⇐ م = ٥

المركز (٥، ٥)

⇐ المعادلة هي

$$(س - ٥)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٤٩$$

٢٠١٤ شتوي ٧ علامات

دائرة معادلتها

$$س^٢ + ص^٢ - ١٢س + ٤ك ص - ٤٦ = ٠$$

نصف قطرها ٦ وحدات ويقع مركزها في الربع الأول جد احداثي مركز الدائرة

الحل:

نق = ٦

المركز $(\frac{-٦}{-٢}، ك)$ إذن

المعادلة تصبح

$$س^٢ + ص^٢ - ٦س + ٢ك ص - ٣٢ = ٠$$

$$\text{نق} = \sqrt{٩ + ك^٢ - ٣٢}$$

$$٦ = \sqrt{٣٢ + ك^٢}$$

$$٣٦ = ٣٢ + ك^٢$$

$$ك^٢ = ٤$$

$$ك = ٢ ، -٢$$

بما أن المركز في الربع الأول

ك = ٢

⇐ المركز (٣، -٢)

ESAM SHIKH
0796300625

المستوى ( ٤ ) الوحدة ( القطوع المخروطية ) عصام الشيخ

التخصص ( العلمي ) الدرس ( الدائرة ) ماجستير رياضيات

**٣٠١٥ شتوي** **٨ علامات**

جد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها

$-٤ - س^٢ - ٤ ص^٢ + ١٦ ص - ٢٤ س - ٤ = ٠$

الحل :

$س^٢ + ص^٢ - ٤ ص + ٦ س + ١ = ٠$ نغير

$س^٢ + ٦ س + ص^٢ - ٤ ص = -١$

$س^٢ + ٦ س + ٩ + ص^٢ - ٤ ص + ٤ = -١ + ٩ + ٤$

$(س + ٣)^٢ + (ص - ٢)^٢ = ١٢$

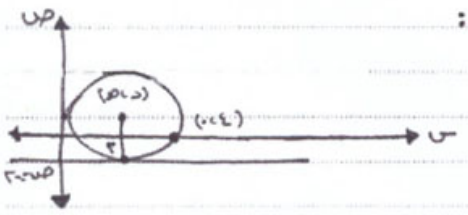
المركز $(-٣ ، ٢)$

نق $= \sqrt{١٢}$

**٣٠١٥ صيفي** **(٧ علامات)**

جد معادلة الدائرة التي تمس كل من المستقيمين $س = صفر$ ، $ص = ٢$ وتمر بالنقطة $(٤ ، ٠)$ ويقع مركزها في الربع الأول ، وطول نصف قطرها أكبر من وحدتين .

الحل :




$د = ر$ لذن الدائرة تمس $س = ٠$ (لماذا)

$هـ = ر - ٢$

$(س - د)^٢ + (ص - هـ)^٢ = ر^٢$

$(س - ر)^٢ + (ص - ر + ٢)^٢ = ر^٢$

$(٤ ، ٠)$

$(٤ - ر)^٢ + (صفر - ر + ٢)^٢ = ر^٢$

$١٦ - ٨ ر + ر^٢ + ر^٢ - ٤ ر + ٤ = ر^٢$

$ر^٢ - ١٢ ر + ٢٠ = صفر$

$(ر - ١٠)(ر - ٢) = صفر$

$ر = ١٠ ، ر = ٢$

مرفوضه

$\Leftarrow د = ١٠ ، هـ = ٨$

$(س - ١٠)^٢ + (ص - ٨)^٢ = ١٠٠$

ESAM SHIKH
0796300625

التخصص( العلمي ) الوحدة( ٣ ) ( القطوع المخروطية ) عصام الشيخ

المستوى( ٤ ) الدرس( ٣ ) ( الدائرة ) ماجستير رياضيات

٢٠١٦ شتوي (١٠ علامات)

معتمداً الشكل المجاور

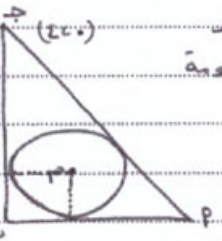
والذي يمثل دائرة مرسومة

داخل المثلث أ ب جـ

وتمس أضلاعه

جـ معادلة ضلعه

الدائرة.




الحل:

بما أن الدائرة تمس محور س، ص

فإن د = هـ

⇐ المركز (د، د)

المسافة بين المركز والمستقيم أ جـ = د

ميل أ جـ = $\frac{٤-٠}{٠-٤}$ = -١

معادلة المستقيم أ جـ: ص - ٠ = -١(س - ٤)

⇐ ص = -س + ٤

⇐ ص + س - ٤ = صفر

باستخدام قانون المسافة

$$د = \frac{|د + د - ٤|}{\sqrt{١+١}}$$

$$٢د - ٤ = \sqrt{٢}\, د$$

$$(٢د - ٤)^٢ = ٢د^٢$$

$$٤د^٢ - ١٦د + ١٦ = ٢د^٢$$

$$٢د^٢ - ١٦د + ١٦ = صفر$$

$$د^٢ - ٨د + ٨ = صفر$$

$$د = \frac{٨ + \sqrt{٣٢}}{٢} = ٤ + \frac{\sqrt{٣٢}}{٢}$$ مرفوضة

أو $د = ٤ - \frac{\sqrt{٣٢}}{٢}$

⇐ نق = $٤ - \frac{\sqrt{٣٢}}{٢}$

⇐ المعادلة

$$(س - (٤ - \frac{\sqrt{٣٢}}{٢}))^٢ + (ص - (٤ - \frac{\sqrt{٣٢}}{٢}))^٢ = (٤ - \frac{\sqrt{٣٢}}{٢})^٢$$

ESAM SHIKH
0796300625

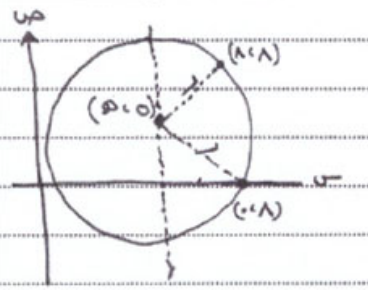
التخصص ( العلمي ) الوحدة ( ٢ ) ( القطوع المخروطية ) عصام الشيخ

المستوى ( ٤ ) الدرس ( ٣ ) ( الدائرة ) ماجستير رياضيات

٢٠١٦ صيفي (٨ علامات)

جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم س = ٥ ومرّ بالنقطتين (٨،٨) ، (٨،٠)

الحل:




مركز الدائرة (٥، هـ)

$(س-٥)^٢ + (ص-هـ)^٢ = ر^٢$

(٨،٨)

$(٨-٥)^٢ + (٨-هـ)^٢ = ر^٢$

(٨،٠)

$(٨-٥)^٢ + هـ^٢ = ر^٢$

$\Leftarrow (٨-٥)^٢ + (٨-هـ)^٢ = (٨-٥)^٢ + هـ^٢$

$(٨-هـ)^٢ = هـ^٢$

$٦٤ - ١٦هـ + \cancel{هـ^٢} = \cancel{هـ^٢}$

$١٦(٤-هـ) = صفر$

$هـ = ٤$

المركز (٥، ٤)

$\Leftarrow ر = \sqrt{(٨-٥)^٢ + (٠-٤)^٢}$

$= \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$

$\Leftarrow$ المعادلة: $(س-٥)^٢ + (ص-٤)^٢ = ٢٥$

٢٠١٧ شتوي ٧ علامات

جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (١،٠) ، (٧،٠) ، (٤،١)

الحل:

$س^٢ + ص^٢ + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = صفر$

(١،٠) $\Leftarrow$

$١ + ٢ل + جـ = ٠$

$٢ل + جـ = -١$ ← (١)

(٧،٠) $\Leftarrow$

$٤٩ + ١٤ل + جـ = ٠$

$١٤ل + جـ = -٤٩$ ← (٢)

$١٤ل + جـ = -٤٩$

$-\ ٢ل + جـ = -١$

$١٢ل = -٤٨$

$ل = -٤$

$٢ل + جـ = -١$

$-٨ + جـ = -١$ ← $جـ = ٧$

(٤،١) $\Leftarrow$

$١٦ + ١ + ٢ \times -٤ \times ٤ + ٢ك \times ١ + ٧ = ٠$

$١٧ - ٣٢ + ٢ك = -٧$

$-١٥ + ٢ك = -٧$

$٢ك = ٨$

$ك = ٤$

$س^٢ + ص^٢ - ٨س - ٨ص + ٧ = ٠$

ESAM SHIKH
0796300625

| Esam Shikh Master Math | رياضيات العلمي المستوى ( ٤ ) الوحدة ( القطوع المخروطية ) |
|---|---|
| 0796300625 | الدرس ( الدائرة ) |

٢٠١٧ صيفي (١٠ علامات)

جد معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها يساوي $2\sqrt{2}$ وتمس بالنقطة $(2,4)$ والمستقيم الذي معادلته $x-y-2=0$

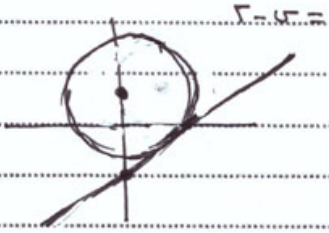
الحل:

$نق = 2\sqrt{2} \Leftarrow نق^2 = 4\times2 = 8$

$(س-د)^2 + (ص-هـ)^2 = 8$

المستقيم $ص = س - 2$

$\Leftarrow ص - س + 2 = 0$



$نق$ = بعد المركز عن المستقيم

$(د، هـ)$ $\quad ص - س + 2 = 0$

$$2\sqrt{2} = \frac{|هـ - د + 2|}{\sqrt{1+1}}$$

$2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = |هـ - د + 2|$ بتربيع الطرفين

$16 = (هـ - د + 2)^2$

$هـ - د + 2 = 4 \Leftarrow هـ - د = 2 \Leftarrow هـ = د + 2$

$هـ - د + 2 = -4 \Leftarrow هـ - د = -6 \Leftarrow هـ = د - 6$ مرفوضة

$هـ = د + 2$

$(2,4) \Leftarrow (2-د)^2 + (4-د-2)^2 = 8$

$(2-د)^2 + (2-د)^2 = 8$

$2(2-د)^2 = 8$

$(2-د)^2 = 4$

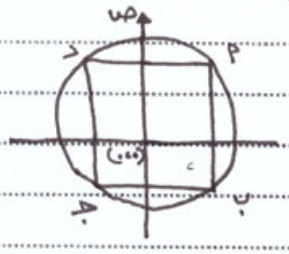
$2-د = 2$ أو $2-د = -2$

$د = 0$ $\quad د = 4$

$هـ = 2$ $\quad هـ = 6$

$س^2 + (ص-2)^2 = 8$ $\quad (س-4)^2 + (ص-6)^2 = 8$

٢٠١٨ شتوي قديم ٥ علامات

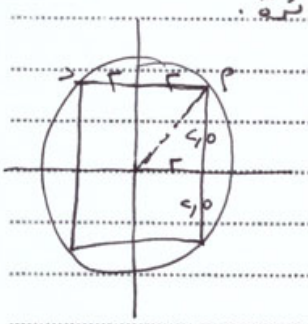



معتمداً الشكل الذي يظهر فيه دائرة مركزها نقطة الأصل والمستطيل $أ ب جـ د$

حيث $أ ب = 5$ سم $\quad أ د = 4$ سم

أجد معادلة الدائرة.

الحل:




$نق^2 = 2^2 + 2,5^2$

$= 4 + 6,25$

$نق^2 = 10,25$

المركز $(0,0)$

$س^2 + ص^2 = 10,25$

| Esam Shikh Master Math<br>0796300625 | رياضيات العلمي المستوى ( ٤ ) الوحدة ( القطوع المخروطية . )<br>الدرس ( الدائرة ) |
|---|---|

٢٠١٨ شتوي قديم

مركز الدائرة التي تقع في الربع الأول

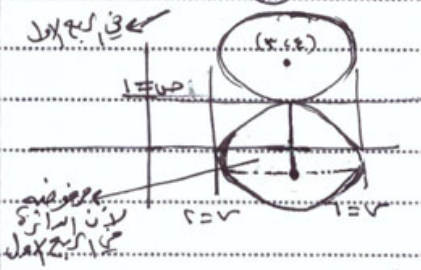
وتمس المستقيمات س = ٢ ، ص = ٦

ص = ١ هـ هـ

أ) (٢ ، ٢)  ب) (٤ ، ٢)

جـ) (٢ ، ٣)  د) (٤ ، ٣)

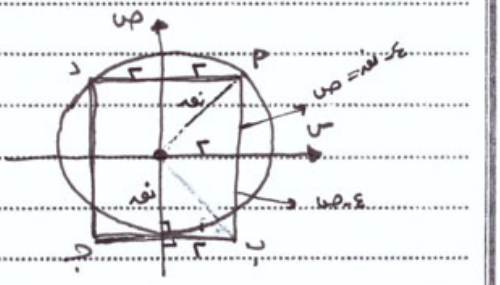
الحل:




ن = ٤ ، نق = ٢ ⇐ هـ = ١ + ٢ = ٣

٢٠١٨ جديد  ٨ علامات

معتمداً الشكل المرسوم يمثل دائرة مركزها نقطة الأصل والمربع أ ب جـ د طول ضلعه ٤ سم الضلع ب جـ مماس للدائرة فجد معادلة الدائرة.




س² + ص² = نق² ، ص = ٤ - نق

يكون أ = (٢ ، ٤ - نق)

⇐ ٤ + (٤ - نق)² = نق²

٤ + ١٦ - ٨ نق + نق² = نق²

٢٠ - ٨ نق = صفر

٨ نق = ٢٠

نق = ٢٠/٨ = ٥/٤

⇐ س² + ص² = ٢٥/٤

التخصص( العلمي ) الوحدة( ٣ ) ( القطوع المخروطية ) عصام الشيخ

المستوى( ٤ ) الدرس( ) ( الدائرة ) ماجستير رياضيات

٢٠١٨ مستوى جديد

معادلة الدائرة التي تقع في الربع الأول وتمس المستقيمات $س = ٣$ ، $ص = ٢$ ، $س = ٩$ ، $ص = ٥$

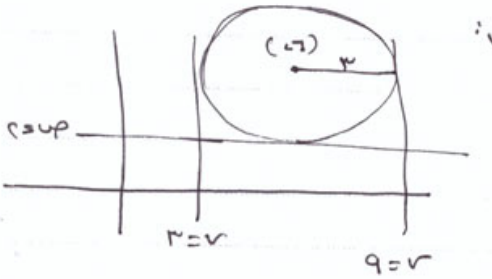
(أ) $(س - ٦)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٩$

ب) $(س - ٦)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٣٦$

ج) $(س - ٦)^٢ + (ص - ١)^٢ = ٩$

د) $(س - ٦)^٢ + (ص + ٨)^٢ = ٣٦$

الحل:




$د = ٦$ ونق $= ٣$ ⇐ هـ $= ٢ + ٣$

$= ٥$

⇐ المركز $(٦، ٥)$ ، نق $= ٣$

$(س - ٦)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٩$