السؤال الأول :

جد $\frac{دص}{دس}$ في كل مما يأتي .

أ) $ص = \int \frac{٤س - ١}{س^{٢} + ٥}$ دس

الحل :

$\frac{دص}{دس} = \frac{٤س - ١}{س^{٢} + ٥}$

ب) $ص = \int_{-١}^{٣} (٣س)(٤س - ٢)$ دس

الحل :

$\frac{دص}{دس}$ = صفر لأنه تكامل محدود

ج) $ص = \int ظا(٤ + س)$ دس

الحل :

$\frac{دص}{دس} = ظا(٤ + س)$

د) $ص = \int_{ج}^{ج} (لو_{هـ} س - هـ^{س})$ دس

الحل :

$\frac{دص}{دس}$ = صفر

هـ) $ص = لو_{هـ}(س^{٢} + ٦) - هـ^{س^{٣}+١} + س - ١$

الحل :

$\frac{دص}{دس} = \frac{٢س}{س^{٢}+٦} - ٢هـ^{س^{٣}+١} + ٣س^{٢} - ١$

و) $ص = جا س \ لو_{هـ} س$

الحل :

$\frac{دص}{دس} = جا س \times \frac{١}{س} + لو_{هـ} س \times جتا س$

السؤال الثاني :

إذا كان $ق(س) = هـ^{٢س^{٢}-١}$ فجد $ق'(س)$

الحل :

$ق'(س) = ٤س هـ^{٢س^{٢}-١}$

$ق''(س) = ٤س(٤س هـ^{٢س^{٢}-١}) + هـ^{٢س^{٢}-١} \times (٤)$

السؤال الثالث

إذا كان $ق(س) = \int_{ج}^{س} (ج - ج^{٢})$ فجد $ق'(٣)$

الحل :

$ق'(س) = س(ج - ج^{٢})$

ESAM SHIKH
0796300625

ق(س) = ٤س - س^{٣}

ق(٢) = ٤ - ٨ = - ٤

السؤال الرابع:

جد كلا من التكاملات الآتية:

ب) $\int \frac{س^{٤} - ٧س}{س^{٣}}$ دس

الحل:

$\int س - ٧س^{-٢}$ دس

$\frac{س^{٢}}{٢} + ٧س^{-١} + ج$

$\frac{س^{٢}}{٢} + \frac{٧}{س} + ج$

ب) $\int \frac{٦}{س^{٥}}$ دس

الحل:

$\int ٦س^{-٥}$ دس

$\frac{٦س^{-٤}}{-٤} + ج$

$-\frac{٣}{٢س^{٤}} + ج$

جـ) $\int (س-٥)(س+٢)$ دس

الحل:

$\int س^{٢} + ٢س - ٥س - ١٠$ دس

$\int س^{٢} - ٣س - ١٠$ دس

$\frac{س^{٣}}{٣} - \frac{٣س^{٢}}{٢} - ١٠س + ج$

د) $\int (٣س+٢)^{٣}$ دس

الحل:

$\frac{(٣س+٢)^{٤}}{٤ \times ٣} + ج$

$\frac{(٣س+٢)^{٤}}{١٢} + ج$

هـ) $\int (٣س-١)(س^{٢}-س)^{٥}$ دس

الحل:

ص = $س^{٢} - س$

دص = $(٢س - ١)$ دس

$\int (٢س-١)(ص)^{٥} \frac{دص}{٢س-١} = \frac{ص^{٦}}{٦} + ج$

$\frac{(س^{٢}-س)^{٦}}{٦} + ج$

ESAM SHIKH
0796300625

و) $\int \frac{س^{٣}}{\sqrt{س^{٤}+١}}$ دس ، س > -١

الحل:

$\int س^{٣} (س^{٤}+١)^{-\frac{١}{٢}}$ دس

ص = $س^{٤}+١$

دص = $٤ س^{٣}$ دس

دس = $\frac{دص}{٤ س^{٣}}$

$\int س^{٣} (ص)^{-\frac{١}{٢}} \frac{دص}{٤ س^{٣}}$

$\frac{١}{٤} \int (ص)^{-\frac{١}{٢}}$ دص

$\frac{١}{٤} \times ٢ (ص)^{\frac{١}{٢}} + ج$

$\frac{١}{٢} (س^{٤}+١)^{\frac{١}{٢}} + ج$

ز) $\int (\frac{٢}{س} - هـ^{س} + ٣)$ دس

$= ٢ لو|س| - هـ^{س} + ٣س + ج$

ح) $\int \frac{١٢ س^{٣}}{س^{٤}+٣}$ دس

الحل:

ص = $س^{٤}+٣$

دس = $\frac{دص}{٤ س^{٣}}$

$\int \frac{١٢ س^{٣}}{ص} \frac{دص}{٤ س^{٣}}$

$٣ \int \frac{١}{ص}$ دص

$٣ لو|ص| + ج$

$٣ لو|س^{٤}+٣| + ج$

ط) $\int ٦ س هـ^{س^{٢}+٥}$ دس

الحل:

ص = $س^{٢}+٥$

دس = $\frac{دص}{٢ س}$

$\int ٦ س هـ^{ص} \frac{دص}{٢ س}$

$٣ هـ^{ص} + ج$

$٣ هـ^{س^{٢}+٥} + ج$

ESAM SHIKH
0796300625

ي) $\int_{-1}^{-8} \frac{3س^2+1}{جتا^2(س^3+س)}\,دس$

الحل:

$ص = س^3 + س$

$دص = (3س^2+1)\,دس$

$\int_{-1}^{-8} \frac{(3س^2+1)\,دس}{جتا^2 ص} = \int_{-1}^{-8} \frac{دص}{جتا^2 ص}$

$= \int_{-1}^{-8} قا^2 ص\,دص$

$= ظا ص + ج$

$= ظا(س^3+س) + ج$.

$= \left[ظا(س^3+س)\right]_{-1}^{-8}$

$= ظا(-512-8) - ظا(-1-1)$

$= ظا(-520) - ظا(-2)$

$= ظا 200° - ظا 340°$

$= ظا 20° - (-ظا 20°)$

$= 2ظا 20°$

السؤال الخامس:

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية:

م) $\int_{-1}^{-8} \frac{1}{\sqrt[3]{س}}\,دس$

الحل:

$= \int_{-1}^{-8} س^{-\frac{1}{3}}\,دس$

$= \left[\frac{س^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}}\right]_{-1}^{-8}$

$= \frac{3}{2}\left[س^{\frac{2}{3}}\right]_{-1}^{-8}$

$= \frac{3}{2}\left[(-8)^{\frac{2}{3}} - (-1)^{\frac{2}{3}}\right]$

$= \frac{3}{2} \times 4 - \frac{3}{2} \times 1$

$= \frac{12}{2} - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

ب) $\int_{1}^{4} هـ\,دس$

الحل

$= هـ(4-1) = 3هـ$

ج) $\int_{1}^{4} \left(\frac{1}{س^2} - \frac{1}{\sqrt{س}}\right) دس$

الحل

$= \int_{1}^{4} (س^{-2} - س^{-\frac{1}{2}})\,دس$

$= \left[-س^{-1} - \frac{س^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right]_{1}^{4}$

$= \left[-\frac{1}{س} - 2\sqrt{س}\right]_{1}^{4}$

$$\int_{\frac{1}{4}}^{1} \left(2\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) dx$$

$$= \left(2 + 1\right) - \left(2 \times 2 + \frac{1}{4}\right)$$

$$= 3 - \left(4 + \frac{1}{4}\right)$$

$$= 3 - \frac{16+1}{4}$$

$$= 3 - \frac{17}{4}$$

$$= \frac{12-17}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$= 7 - \frac{12}{2} = 7 - 6$$

هـ)

$$\int_{3}^{0} \frac{2}{1+2x^2} \, dx$$

الحل:

$$\int_{3}^{0} \frac{\ln|1+2x^2|}{e} \, dx$$

$$= \frac{1}{e} \ln e^{7} - \frac{1}{e} \ln e^{0} = 7 - \frac{1}{e} \ln e^{0}$$

و)

$$\int_{1}^{e} 4x \ln x \, dx$$

الحل:

$$u = \ln x \quad , \quad dv = 4x \, dx$$

$$du = \frac{1}{x} dx \quad , \quad v = 2x^2$$

$$= 2x^2 \ln x \Big|_{1}^{e} - \int_{1}^{e} 2x^2 \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

$$= 2e^2 - 2x^2 \Big|_{1}^{e}$$

$$= 2e^2 - 2e^2 + 2$$

ز)

$$\int_{-1}^{1} \frac{x^3 + 7x + 12}{x + 4} \, dx$$

الحل:

$$\int_{-1}^{1} \frac{(x+4)(x^2+3)}{(x+4)} \, dx$$

$$\int_{-1}^{1} x^2 + 3 \, dx$$

$$\left(\frac{1}{3} + 3\right) - \left(\frac{1}{3} - 3\right)$$

$$\frac{1+6}{3} - \frac{1-6}{3}$$

$x = -1 \Rightarrow u = 1$

$x = 1 \Rightarrow u = 0$

ن) $\int_{ج}^{٦} \frac{١٠}{٥س+٦}\,دس$

الحل:

$\int_{ج}^{٦} ١٠(٥س+٦)^{-\frac{١}{٢}}\,دس$

$\left[\frac{١}{\frac{١}{٢}}\times ٢(٥س+٦)^{\frac{١}{٢}}\right]_{ج}^{٦}$

$\left[٤\sqrt{٥س+٦}\right]_{ج}^{٦}$

$٤\sqrt{٣٦} - ٤\sqrt{١٦}$

$٤\times ٦ - ٤\times ٤$

$٢٤ - ١٦ = ٨$

السؤال السادس:

اذا كان $\int_{-٢}^{٣} (ب س^{٢} + ب س)\,دس = صفر$

فجد قيمة الثابت ب ؟

الحل:

$ب^{٢} + ب = -ب + ٣$

$ب^{٢} + ٢ب - ٣ = صفر$

$(ب + ٣)(ب - ١) = ٠$

$ب = -٣ \quad ، \quad ب = ١$

السؤال السابع:

إذا كان

$\int_{١}^{٥} م(س)\,دس = ٤ \quad ، \quad \int_{١}^{٥} (م(س)+٣)\,دس = ٢٠$

فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\int_{٥}^{١} م(س)\,دس$

ب) $\int_{١}^{٥} ٢م(س)\,دس$

جـ) $\int_{١}^{٥} (٣م(س) - ٤س)\,دس$

الحل:

أ) $\int_{١}^{٥} م(س)\,دس + ٣(٥-١) = ٢٠$

$\int_{١}^{٥} م(س)\,دس + ١٢ = ٢٠$

$\int_{١}^{٥} م(س)\,دس = ٨$

$\Leftarrow \int_{٥}^{١} م(س)\,دس = -٨$

ب) $\int_{1}^{-1} f(س)\,دس$

$= \int_{1}^{0} f(س)\,دس + \int_{0}^{-1} f(س)\,دس$

$٤ + ٢- = ٢$

ج) $\int_{0}^{1} (٣ f(س) - ٤س)\,دس$

$= ٣ \int_{0}^{1} f(س)\,دس - ٤س^{٢}\Big|_{0}^{1}$

$٣ \times (٤-) - (٢ - ٢ \times ٢٥)$

$١٢- - (٢ - ٥٠)$

$١٢- - (٤٨-)$

$١٢- + ٤٨ = ٣٦$

ب) $\int_{٤}^{ب} (٢س - ١)\,دس = صفر$

الحل:

$س^{٢} - س\Big|_{٤}^{ب} = صفر$

$ب^{٢} - ب - (١٦ - ٤) = ٠$

$ب^{٢} - ب - ١٢ = صفر$

$(ب - ٤)(ب + ٣) = ٠$

$ب = ٤ ، ب = -٣$

ب = $\frac{١٢}{٤} = \frac{٣}{١}$

السؤال الثامن :

جد قيمة الثابت ب في كل مما يأتي :

أ) $\int_{1-}^{٣} ٢ب\,دس = ١٢$

الحل:

$٢ب(٣ - -١) = ١٢$

$٢ب(٤) = ١٢$

$٨ب = ١٢$

ج) $\int_{٠}^{٣} (ب س^{٢} + ٢س)\,دس = -٢١$

الحل:

$\frac{ب س^{٣}}{٣} + س^{٢}\Big|_{٠}^{٣} = -٢١$

$\frac{(٢٧ ب}{٣} - ٦) - ٠ = -٢١$

$\frac{٢٧ ب}{٣} - ٦ = -٢١$

$\frac{٢٧ ب}{٣} = -١٥$

$٢٧ ب = -٤٥$

ESAM SHIKH
0796300625

$$ب = \frac{-٤٥}{٢٧}$$

ج) $\int_{ب}^{ج} (١ - ٤س^{٢}) \, دس = ٥ب$

الحل:

$$س - ٢س^{٣} \Big|_{ب}^{ج} = ٥ب$$

$$ب - ٢ب^{٣} - (٢ - ٨) = ٥ب$$

$$ب - ٢ب^{٣} - ٦ = ٥ب$$

$$-٢ب^{٣} - ٤ب + ٦ = صفر$$

$$ب^{٣} + ٢ب - ٣ = صفر$$

$$(ب + ٣)(ب - ١) = صفر$$

$$ب = -٣ \ ، \ ب = ١$$

السؤال التاسع:

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ص = ه(س)$ عند النقطة $(س ، ص)$ يعطى بالقاعدة $(١ + س)(٣س^{٢} + ٢)$ فجد قاعدة الاقتران $ه$ علما بأن منحناه يمر بالنقطة $(٢ ، -١)$

الحل:

$$ه(س) = \int (١ + س)(٣س^{٢} + ٢) \, دس$$

$$= \int ٣س^{٣} + ٣س^{٢} + ٢س + ٢ \, دس$$

$$\frac{٣}{٤}س^{٤} + س^{٣} + س^{٢} + ٢س + جـ$$

$$-١ = \frac{٣}{٤} \times ٢^{٤} + ٢^{٣} + ٢^{٢} + ٢ \times ٢ + جـ$$

$$-١ = ١٢ + ٨ + ٤ + ٤ + جـ$$

$$-١ = ٢٨ + جـ$$

$$جـ = -٢٩$$

$$ه(س) = \frac{٣}{٤}س^{٤} + س^{٣} + س^{٢} + ٢س - ٢٩$$

السؤال العاشر:

جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ص = ه(س) = ٣س^{٢} - ٢٧$ ومحور السينات في الفترة $[-٤ ، ٠]$

الحل:

$$٣س^{٢} - ٢٧ = ٠$$

$$٣س^{٢} = ٢٧$$

$$س^{٢} = ٩$$

$$س = \pm ٣$$

$$م = \int_{-٤}^{-٣} (٣س^{٢} - ٢٧) \, دس + \left| \int_{-٣}^{٠} (٣س^{٢} - ٢٧) \, دس \right|$$

$$= \left| س^{٣} - ٢٧س \right|_{-٤}^{-٣} + \left| س^{٣} - ٢٧س \right|_{-٣}^{٠}$$

$(-٤٧ - ٤٧) - (-٦٤ - ٤٧)$

$+ |(٠) - (-٤٧ - ٤٧ \times -٣)|$

$= (-٥٤ - -٩١) + |٠ - (-٧٢ + ٨١)|$

$= ٣٧ + |٠ - (٤٤)|$

$= ٣٧ + |-٤٤|$

$= ٣٧ + ٤٤$

$= ٨١$

ESAM SHIKH
0796300625

السؤال الحادي عشر

تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بتأثير مقداره
ت(ن) = ١٢ ن (١ - ن) م/ث²
حيث ن الزمن بالثواني فإذا كانت سرعتها الابتدائية ع(٠) = ٣ م/ث ومعادلتها الابتدائي ف(٠) = ٢
جد:

أ) سرعة النقطة المادية بعد مرور أربع ثوان من بدء الحركة.

ب) موقع النقطة المادية بعد مرور ثمانيتين من بدء الحركة.

الحل:

أ) ع(ن) = ∫ ١٢ ن - ١٢ ن² دن

= ١٢ن²/٢ - ١٢ن³/٣ + جـ

= ٦ن² - ٤ن³ + جـ

٣ = ٠ - ٠ + جـ

جـ = ٣

ع(ن) = ٦ن² - ٤ن³ + ٣

ع(٤) = ٦×١٦ - ٤×٦٤ + ٣

ب) ف(ن) = ∫ ٦ن² - ٤ن³ + ٣ دن

= ٢ن³ - ن⁴ + ٣ن + جـ

٢ = ٠ - ٠ + ٠ + جـ

جـ = ٢

ف(ن) = ٢ن³ - ن⁴ + ٣ن + ٢

ف(٢) = ٢×٨ - ١٦ + ٢×٣ + ٢

= ١٦ - ١٦ + ٦ + ٢

= ٨

السؤال الثاني عشر

يتزايد ثمن تحفه فنية بمرور الزمن وبصورة مستمرة منتظمة وفق قانون النمو بنسبة ٢٥٪ سنويا، فإذا كان ثمنها الأصلي ٣٠٠٠ دينار فكم يصبح ثمنها بعد مرور ٨٠ عاما؟

الحل:

ع_ن = ع_٠ × هـ^(ك ن)

= ٣٠٠٠ × هـ^(٠,٢٥ × ٨٠)

= ٣٠٠٠ × (هـ)^٢٠

= ٣٠٠٠ × (٢,٧)^٢٠

= ٣٠٠٠ × (٢,٧)^٢

= ٣٠٠ × ٢٧

= ٨١٠٠