Esam Shikh Master Math

0796300625

رياضيات الأدبي المستوى (٣) الوحدة (النهايات والاتصال)

الدرس (نظريات الاتصال)

نظرية

إذا كان الاقترانان ق، هـ متصلين عند س = أ فإن

١) ق + هـ متصل عند س = أ

٢) ق − هـ متصل عند س = أ

٣) ق × هـ متصل عند س = أ

٤) ق/هـ متصل عند أ بشرط هـ(أ) ≠ ٠

مثال

إذا كان ق(س) = س³ + ٥س

هـ(س) = { ٥س ، س ≤ ٠
         { س² ، س > ٠

وكان ل(س) = (ق × هـ)(س) فابحث في اتصال ل عند س = ٠

الحل:

ل(س) = { (س³ + ٥س) × (٥س) ، س ≤ ٠
         { (س³ + ٥س) × (س²) ، س > ٠

ل(٠) = (٠ + ٠)(٠) = صفر

نها ل(س) (س ← ٠⁺) = (٠ + ٠)(٠) = صفر

نها ل(س) (س ← ٠⁻) = صفر

⟸ نها ل(س) (س ← ٠) = صفر

نها ل(س) (س ← ٠) = ل(٠)

⟸ ل متصل عند س = صفر

مثال

إذا كان ق(س) = س² + ٢

هـ(س) = { س − ١ ، س ≤ ٣
         { ٥ − س ، س > ٣

فابحث اتصال ل(س) = (ق + هـ)(س) عند س = ٣

الحل:

ل(س) = { (س² + ٢) + (س − ١) ، س ≤ ٣
         { (س² + ٢) + (٥ − س) ، س > ٣

ل(٣) = (٩ + ٢) + (٣ − ١)

= ١١ + ٢ = ١٣

نها ل(س) (س ← ٣⁻) = ١٣

نها ل(س) (س ← ٣⁺) = (٩ + ٢) + (٥ − ٣)

= ١١ + ٢ = ١٣

⟸ نها ل(س) (س ← ٣) = ١٣

نها ل(س) (س ← ٣) = ل(٣)

⟸ ل متصل عند س = ٣

مثال

إذا كان ق(س) = س² + ١٥

هـ(س) = { س² ، س ≤ ٥
         { ٣س ، س > ٥

م(س) = (ق − هـ)(س)

ابحث اتصال م عند س = ٥

الحل:

$$\text{م}(\text{س}) = \begin{cases} (\text{س}^2+15) - (\text{س}^2) & \text{س} \le 5 \\ (\text{س}^2+15) - (3\text{س}) & \text{س} > 5 \end{cases}$$

$\text{م}(5) = (25+15) - (25)$

$= 40 - 25 = 15$

$\underset{\text{س} \to 5^-}{\text{نها}}\ \text{م}(\text{س}) = 15$

$\underset{\text{س} \to 5^+}{\text{نها}}\ \text{م}(\text{س}) = (25+15) - (15)$

$= 40 - 15 = 25$

$\Leftarrow \underset{\text{س} \to 5}{\text{نها}}\ \text{م}(\text{س})$ غير موجودة

$\Leftarrow$ م غير متصل عند س = ٥

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 + 5$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^2 + 6 & \text{س} \le -1 \\ 35 - \text{س} & \text{س} > -1 \end{cases}$$

وكان $\text{م}(\text{س}) = \text{ق}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س})$

ابحث اتصال م عند س = -١

الحل:

$$\text{م}(\text{س}) = \begin{cases} (\text{س}^2+5)(\text{س}^2+6) & \text{س} \le -1 \\ (\text{س}^2+5)(35-\text{س}) & \text{س} > -1 \end{cases}$$

$\text{م}(-1) = (1+5)(1+6)$

$= 6 \times 7 = 42$

$\underset{\text{س} \to -1^-}{\text{نها}}\ \text{م}(\text{س}) = 42$

$\underset{\text{س} \to -1^+}{\text{نها}}\ \text{م}(\text{س}) = (1+5)(35 - -1)$

$= (6)(36) = 216$

$\Leftarrow \underset{\text{س} \to -1}{\text{نها}}\ \text{م}(\text{س})$ غير موجودة

$\Leftarrow$ م غير متصل عند س = -١

مثال

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = 5\text{س}^2 + 5\text{س} - 1$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س} + 9 & \text{س} \le 2 \\ 5\text{س} + 1 & \text{س} > 2 \end{cases}$$

$\text{ل}(\text{س}) = 2\text{ق}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س})$ ابحث اتصال ل عند س = ٢.

الحل:

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} 2(5\text{س}^2+5\text{س}-1) + (\text{س}+9) & \text{س} \le 2 \\ 2(5\text{س}^2+5\text{س}-1) + (5\text{س}+1) & \text{س} > 2 \end{cases}$$

$\text{ل}(2) = 2(20 + 10 - 1) + (2+9)$

$= 2(29) + 11$

$= 58 + 11 = 69$

$\underset{\text{س} \to 2^-}{\text{نها}}\ \text{ل}(\text{س}) = 69$

$\underset{\text{س} \to 2^+}{\text{نها}}\ \text{ل}(\text{س}) = 2(29) + (10+1)$

$= 58 + 11 = 69$

$\Leftarrow \underset{\text{س} \to 2}{\text{نها}}\ \text{ل}(\text{س}) = 69$

$\underset{\text{س} \to 2}{\text{نها}}\ \text{ل}(\text{س}) = 69 = \text{ل}(2)$

$\Leftarrow$ ل متصل عند س = ٢

مثال

اذا كان $ق(س) = ٥س^{٢} + ٤$

$$هـ(س) = \begin{cases} س + ٤ & س < ٠ \\ ٤ - س^{٣} & س \geq ٠ \end{cases}$$

$ل(س) = (ق \times هـ)(س)$ ابحث اتصال ل عند $س = $ صفر

الحل:

$$ل(س) = \begin{cases} (٥س^{٢}+٤)(س+٤) & س < ٠ \\ (٥س^{٢}+٤)(٤-س^{٣}) & س \geq ٠ \end{cases}$$

$ل(٠) = (٠+٤)(٤-٠) = ٤ \times ٤ = ١٦$

$\underset{س \to ٠^{+}}{\text{نها}} ل(س) = ١٦$

$\underset{س \to ٠^{-}}{\text{نها}} ل(س) = (٠+٤)(٠+٤) = ٤ \times ٤ = ١٦$

$\Leftarrow \underset{س \to ٠}{\text{نها}} ل(س) = ١٦$

$\underset{س \to ٠}{\text{نها}} ل(س) = ١٦ = ل(٠)$

$\Leftarrow$ ل متصل عند $س = $ صفر.

مثال

اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٥ - س & س < ٥ \\ س - ٥ & س \geq ٥ \end{cases}$

$$هـ(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٢٥}$$

$م(س) = (ق \times هـ)(س)$

ابحث اتصال م عند $س = ٥$

الحل:

$$م(س) = \begin{cases} (٥-س)\dfrac{س-٣}{س^{٢}-٢٥} & س < ٥ \\ (س-٥)\dfrac{س-٣}{س^{٢}-٢٥} & س \geq ٥ \end{cases}$$

م(٥) غير معرفة $\Leftarrow$ م غير متصل عند $س = ٥$.

مثال

إذا كان $ق(س) = س + ٣$

$$هـ(س) = \frac{س - ٣}{س^{٢} - ٩}$$

$ل(س) = ق(س) \times هـ(س)$ ابحث اتصال ل عندما $س = ٣$

الحل:

$$ل(س) = (س+٣)\frac{س-٣}{س^{٢}-٩}$$

ل(٣) غير معرف $\Leftarrow$ ل غير متصل عند $س = ٣$

مثال

إذا كان $ق(س) = س^{٢} - ٤س + ٤$

$$هـ(س) = \begin{cases} -٣ & س \leq ٢ \\ ٣ & س > ٢ \end{cases}$$

$م(س) = ق(س) \times هـ(س)$

ابحث اتصال م عند $س = ٢$

الحل:

$$م(س) = \begin{cases} (س^{٢}-٤س+٤)(-٣) & س \leq ٢ \\ (س^{٢}-٤س+٤)(٣) & س > ٢ \end{cases}$$

م(٢) = (٤ − ٨ + ٤)(٢−٢) = صفر

نها م(س) = (٤ − ٨ + ٤)(−٣) = صفر
س ← ٢−

نها م(س) = (٤ − ٨ + ٤)(٣) = صفر
س ← ٢+

نها م(س) = صفر
س ← ٢

نها م(س) = صفر = م(٢)
س ← ٢

⇐ م متصل عند س = ٢

مثال

إذا كان ق(س) = س² + ٥س + ٣

هـ(س) = { ٨ ، س ≤ ٣
 { س ، س > ٣

ل(س) = ق(س) + هـ(س)

ابحث اتصال ل عند س = ٣

الحل:

ل(س) = { (س² + ٥س + ٣) + (٨) ، س ≤ ٣
 { (س² + ٥س + ٣) + (س) ، س > ٣

ل(٣) = (٩ + ١٥ + ٣) + ٨
= ٣٥

نها ل(س) = ٣٥
س ← ٣−

نها ل(س) = (٩ + ١٥ + ٣) + ٣
س ← ٣+
= ٢٧ + ٣ = ٣٠

⇐ نها ل(س) غير موجودة
س ← ٣

⇐ ل غير متصل عند س = ٣

ملاحظة:

الاقتران النسبي اقتران متصل لجميع قيم س باستثناء أصفار المقام وهي الاعداد التي تجعل المقام = صفر

مثال

جد قيم س التي يكون عندها م غير متصل حيث م(س) = س² + ٥س + ١

الحل:

لا يوجد لأنه كثير حدود ومتصل لجميع قيم س الحقيقية.

مثال

هـ(س) = (س² − ١) / (س − ٣)

جد قيم س التي يكون عندها هـ غير متصل

الحل:

س ∈ {٣}

مثال

ل(س) = ٥س / (س² − ١) جد نقط عدم الاتصال

الحل:

س² − ١ = ٠

س² = ١

س = ±١

س ∈ {−١ ، ١}

مثال:
ق(س) = س^{٣} - ٣س + ٨
جد نقط عدم الاتصال
الحل:
لا يوجد لأن ق كثير حدود وهو متصل لجميع قيم س الحقيقية.

مثال:
ق(س) = س^{٣} + ١
جد نقط عدم الاتصال
الحل:
لا يوجد لأن ق كثير حدود وهو متصل لجميع قيم س الحقيقية.

مثال:
$\text{هـ}(\text{س}) = \dfrac{\text{س} - ١}{\text{س}^{٢} + ٥\text{س} + ٦}$
جد نقط عدم الاتصال
الحل:
س^{٢} + ٥س + ٦ = صفر
(س + ٢)(س + ٣) = صفر
س = -٢ ، -٣
س ∈ {-٢ ، -٣}

مثال:
$\text{هـ}(\text{س}) = \dfrac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$
جد نقط عدم الاتصال
الحل:
س^{٢} - ٥س + ٦
(س - ٢)(س - ٣) = ٠
س = ٢ ، س = ٣
س ∈ {٢ ، ٣}

مثال:
$\text{ل}(\text{س}) = \dfrac{٥ - \text{س}}{\text{س}^{٣} - ١}$
جد نقط عدم الاتصال
الحل:
س^{٣} - ١ = صفر
س^{٣} = ١
⟸ س = ١
س ∈ {١}

مثال:
$\text{ل}(\text{س}) = \dfrac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - ١} + \dfrac{٥}{\text{س}}$
جد نقط عدم الاتصال
الحل:
س^{٢} - ١ = صفر
س^{٢} = ١
س = ±١
س ∈ {-١ ، ١ ، ٠}

مثال

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٣} + ٣ & \text{س} < ٢ \\ ٦ - \text{س} & \text{س} \geq ٢ \end{cases}$$

جد نقط عدم الاتصال

الحل:

ق غير متصل عند ٢ لأن

$$\lim_{\text{س} \to ٢^{-}} (\text{س}^{٣} + ٣) \neq \lim_{\text{س} \to ٢^{+}} ٦ - \text{س}$$

$$٨ + ٣ \neq ٦ - ٢$$

$$١١ \neq ٤$$

الاسئلة الوزارية :

٢٠٠٨ صيفي   ٧ علامات

إذا كان ق(س) = ل(س) + د(س) حيث

ل(س) = ٢س + ٥

$$د(س) = \begin{cases} س^٢ - ٥ & س \leq ٣ \\ س + ١ & س > ٣ \end{cases}$$

ابحث في اتصال ق(س) عند س = ٣

الحل :

$$ق(س) = \begin{cases} (٢س + ٥) + (س^٢ - ٥) & س \leq ٣ \\ (٢س + ٥) + (س + ١) & س > ٣ \end{cases}$$

ق(٣) = (٢ × ٣ + ٥) + (٩ - ٥)

= (٦ + ٥) + ٤ = ١٥

$نها_{س \to ٣^-}$ ق(س) = ١٥

$نها_{س \to ٣^+}$ ق(س) = (٢ × ٣ + ٥) + (٣ + ١)

= (٦ + ٥) + ٤ = ١٥

⟸ $نها_{س \to ٣}$ ق(س) = ١٥ = ق(٣)

⟸ ق(س) متصل عند س = ٣ .

٢٠٠٩ صيفي   ٧ علامات

ليكن ق(س) = س^٢

$$هـ(س) = \begin{cases} س + ٥ & س \leq ٢ \\ ٣ - س^٢ - ٥ & س > ٢ \end{cases}$$

وكان ل(س) = ق(س) × هـ(س) فابحث في اتصال ل(س) عند س = ٢

الحل :

٢٠٠٩ شتوي

اذا كان الاقتران ق(س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س + ٥}$ فإن مجموعة نقط عدم الاتصال هي

أ) {-٣، ٣}   ب) {٥}   جـ) {-٥}   د) {-٥، -٣، ٣}

المستوى (٣) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام الشيخ

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) الدرس (الاتصال) ماجستير رياضيات

٢٠١٠ شتوي

ليكن $ق(س) = \frac{س - ٢}{(س - ١)(س + ٣)}$ فإن قيم س

التي عندها نقط عدم اتصال للاقتران ق هي

أ) ٢ ب) -٣ ، ١ ، ٢ ج) -١ ، ٣ د) -٣ ، ١

٢٠١٠ صيفي

ليكن $ق(س) = \frac{س}{(س + ١)(س - ٢)}$ فإن قيم س

التي عندها نقط عدم اتصال للاقتران ق هي

أ) -١ ، ٢ ب) ٠ ، -١ ، ٢ ج) ١ ، -٢ د) صفر

٢٠١١ شتوي

اذا كان $ق(س) = \frac{س - ١}{س - ٣}$ فإن مجموعة

نقط عدم الاتصال للاقتران ق(س) هي

أ) $\{١ ، ٣\}$ ب) $\{٣\}$

ج) $\{-١ ، -٣\}$ د) $\{-٣\}$.

٢٠١١ شتوي ٦ علامات

اذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ١ & س \geq ٢ \\ ٥ & س < ٢ \end{cases}$

$ل(س) = س$

وكان $هـ(س) = ق(س) + ل(س)$ فبين أن هـ(س)

متصل عند $س = ٢$

الحل:

٢٠١٢ شتوي

اذا كان $ق(س) = \frac{س - ٧}{س^٢ - ٢س + ١}$ فإن

قيمة س التي تجعل ق غير متصل هي

أ) ٧ ب) -٧ ج) ١ د) -١

٢٠١٢ شتوي ٦ علامات

اذا كان $ق(س) = س^٢$

$هـ(س) = \begin{cases} ٢س + ١ & س \geq ٢ \\ س^٢ - ٣ & س < ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال $ق(س) \times هـ(س)$ عند $س = ٢$

الحل:

المستوى (٣) **الوحدة** (النهايات والاتصال) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (الاتصال) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٣ شتوي

اذا كان ق(س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^{٢} - ٤\text{س} + ٤}$

فإن قيمة س التي تجعل ق غير متصل هي

أ) -٤ ب) ٣ ج) -٢ د) ٢

٢٠١٣ صيفي

اذا كان ق(س) = $\frac{\text{س}^{٢}}{(\text{س} - ١)(\text{س} + ٥)}$ فإن جميع

قيم س التي تجعل ق(س) غير متصل هي

- -١، ٥
- -٥، ١
- ٠، -١، ٥
- ٠، -٥، ١

٢٠١٣ صيفي

اذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{٢} - ١ & \text{س} < ٢ \\ \text{س} + ١ & \text{س} \geq ٢ \end{cases}$

وكان ل(س) = ٣س + ٥ ،

ه(س) = ق(س) + ل(س)

فابحث في اتصال الاقتران ه(س) عند س = ٢

الحل:

٢٠١٤ شتوي

إذا كان ق(س) = ٤ - س٢

ه(س) = $\begin{cases} \text{س} + ٧ & \text{س} \geq ١ \\ ٣\text{س}^{٢} + ٥ & \text{س} < ١ \end{cases}$

وكان ل(س) = ق(س) × ه(س)

فابحث في اتصال ل(س) عند س = ١

الحل:

٢٠١٤ صيفي

اذا كان $\text{م(س)} = \dfrac{٦ - ٣\text{س}}{\text{س}^٢ + ٣\text{س} - ١٠}$

جد قيمة (قيم س) التي تجعل م(س) غير متصل

الحل:

٢٠١٥ صيفي (٦ علامات)

إذا كان $\text{هـ(س)} = ٤ - \text{س}^٢$

$$\text{ل(س)} = \begin{cases} ٤\text{س} - ٢ & \text{س} < ٣ \\ \text{س}^٢ + ١ & \text{س} \geq ٣ \end{cases}$$

وكان

$\text{م(س)} = \text{هـ(س)} \times \text{ل(س)}$ فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٣

الحل:

$$\text{م(س)} = \begin{cases} (٤ - \text{س}^٢)(٤\text{س} - ٢) & \text{س} < ٣ \\ (٤ - \text{س}^٢)(\text{س}^٢ + ١) & \text{س} \geq ٣ \end{cases}$$

$\text{م(٣)} = (٤ - ٩)(٩ + ١)$

$= -٥ \times ١٠ = -٥٠$

$\lim\limits_{\text{س} \to ٣^+} \text{م(س)} = -٥٠$

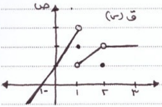
$\lim\limits_{\text{س} \to ٣^-} \text{م(س)} = (٤ - ٩)(١٢ - ٢)$

$= -٥ \times ١٠ = -٥٠$

$\Leftarrow \lim\limits_{\text{س} \to ٣} \text{م(س)} = -٥٠ = \text{م(٣)}$

$\Leftarrow$ م متصل عند س = ٣ .

٢٠١٥ صيفي



أكتب قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل .

الحل :

س = {١ ، ٢}

٢٠١٦ شتوي (٣علامات)

ما نقط عدم الاتصال للاقتران

$\text{م(س)} = \dfrac{١}{\text{س} + ٢} + \dfrac{\text{س} - ٣}{\text{س}^٢ - ٣\text{س}}$ ؟

الحل:

التخصص (الأدبي)	الوحدة (١) (النهايات والاتصال)	عصام الشيخ
المستوى (٣)	الدرس (٤) (الاتصال)	ماجستير رياضيات

٢٠١٦ صيفي

إذا كان $\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^2 + 6$

$$\text{ل}(\text{س}) = \begin{cases} 3\text{س}^2 - \text{س} & \text{س} \leq 2 \\ \text{س} + 8 & \text{س} > 2 \end{cases}$$

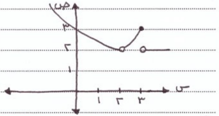
وكان $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}(\text{س}) - \text{ل}(\text{س})$

فابحث في اتصال $\text{ق}(\text{س})$ عند $\text{س} = 2$

الحل:

٢٠١٦ صيفي

اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية



أكتب قيم س التي يكون عندها الاقتران ق(س) غير متصل.

الحل:

٢٠١٧ شتوي (٥ علامات)

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 - 9$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س} & \text{س} < 3 \\ \text{صفر} & \text{س} = 3 \\ -\text{س} & \text{س} > 3 \end{cases}$$

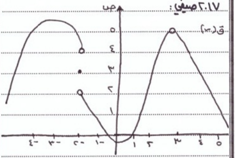
وكان $\text{ل}(\text{س}) = \text{ق}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س})$

فبين أن $\text{ل}(\text{س})$ متصل عند $\text{س} = 3$

الحل:

التخصص(الأدبي) الوحدة(١)(النهايات والاتصال)	عصام الشيخ
المستوى(٣) الدرس(٤)(الاتصال)	ماجستير رياضيات

٢٠١٧ صيفي:



معتمداً الشكل جد قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل

الحل:

التخصص (الأدبي)	الوحدة (النهايات والاتصال)	(عصام الشيخ)
المستوى (٣)	الدرس (نظريات الاتصال)	(ماجستير رياضيات)

٢٠١٨ شتوي جديد

اذا كان ق(س) = $\frac{س(س-٤)}{(س+٢)(س-١)}$ فإن

مجموعة قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل هي

أ) {٠، ٤}   ب) {-٢، -١}   ج) {-٢، ١}

د) {-١، ٢}

٢٠١٨ شتوي جديد (٦ علامات)

اذا كان ق(س) = ٣س

هـ(س) = { س^٢ + ١ ، س < ٢
{ ٥س - ٣ ، س ≥ ٢

وكان

ل(س) = (ق + هـ)(س) فابحث في

اتصال الاقتران ل عندما س = ٣

الحل :