من رموز المشتقة الأولى

$هـ'(س)$ ، $\frac{دص}{دس}$ ، صـ'

$$هـ'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ(س+هـ) - هـ(س)}{هـ}$$

$$هـ'(س_1) = \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ(س_1+هـ) - هـ(س_1)}{هـ}$$

$$هـ'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$هـ'(س_1) = \lim_{ع \to س_1} \frac{هـ(ع) - هـ(س_1)}{ع - س_1}$$

مثال

ليكن $هـ(س) = ٦$ جد المشتقة الأولى باستخدام التعريف

الحل:

$$هـ'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٦ - ٦}{ع - س} = صفر$$

مثال

ليكن $هـ(س) = ٢س + ١$ جد المشتقة الأولى باستخدام التعريف.

الحل:

$$هـ'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(٢ع + ١) - (٢س + ١)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع + ١ - ٢س - ١}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢س}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - س)}{(ع - س)} = ٢$$

مثال

ليكن $هـ(س) = ع - ٥س$ جد المشتقة الأولى باستخدام التعريف.

الحل:

$$هـ'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{هـ(ع) - هـ(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(ع - ٥ع) - (ع - ٥س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - ٥ع - ع + ٥س}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-٥ع + ٥س}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-٥(ع - س)}{(ع - س)} = -٥$$

مثال

ليكن $هـ(س) = ٣ + ٤س$ جد $هـ'(٢)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$هـ'(٢) = \lim_{ع \to ٢} \frac{هـ(ع) - هـ(٢)}{ع - ٢}$$

$$= \lim_{ع \to ٢} \frac{(٣ + ٤ع) - (٣ + ٨)}{ع - ٢}$$

$$= \lim_{ع \to ٢} \frac{٣ + ٤ع - ١١}{ع - ٢}$$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{ع^٤ - ٨}{ع - ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{٤(ع - ٢)}{(ع - ٢)} = ٤$

مثال

إذا كان $ق(س) = ٦ - ٥س$ جد $ق'(٢)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل:

$ق'(٢) = \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{(٦ - ٥ع) - (٦ - ٥ \times ٢)}{ع - ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{٦ - ٥ع - ٦ + ١٠}{ع - ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{-٥ع + ١٠}{ع - ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{-٥(ع - ٢)}{ع - ٢} = -٥$

مثال

إذا كان $ق(س) = ٣س^٢ + ٦$ جد $ق'(-٢)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل:

$ق'(-٢) = \text{نهـا}_{ع \to -٢} \frac{ق(ع) - ق(-٢)}{ع + ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to -٢} \frac{(٣ع^٢ + ٦) - (٣ \times -٢^٢ + ٦)}{ع + ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to -٢} \frac{٣ع^٢ + ٦}{ع + ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{٣ع^٢ + ٦}{ع + ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٢} \frac{٣(ع^٢ + ٢)}{ع + ٢} = ٣$

مثال

إذا كان $ق(س) = س^٢$ جد $ق'(س)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$ق'(س) = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع^٢ - س^٢}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{(ع - س)}$

$= س + س = ٢س$

مثال

إذا كان $ق(س) = ٤س^٢ - ٣$ جد $ق'(٣)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$ق'(٣) = \text{نهـا}_{ع \to ٣} \frac{ق(ع) - ق(٣)}{ع - ٣}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٣} \frac{(٤ع^٢ - ٣) - (٤ \times ٩ - ٣)}{ع - ٣}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٣} \frac{٤ع^٢ - ٣ - ٣٦ + ٣}{ع - ٣}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٣} \frac{٤ع^٢ - ٣٦}{ع - ٣}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٣} \frac{٤(ع^٢ - ٩)}{ع - ٣}$

$= \text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{٤ (س-٣)(س+٣)}{(س-٣)}$

$= ٤ (٣+٣) = ٤ \times ٦ = ٢٤$

مثال

إذا كان $ق(س) = ١ - س^٢$ فجد $ق'(٤)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$ق'(٤) = \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{ق(ع) - ق(٤)}{ع - ٤}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{(١ - ع^٢) - (١ - ١٦)}{ع - ٤}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{١ - ع^٢ - ١ + ١٦}{ع - ٤}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{- ع^٢ + ١٦}{ع - ٤}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{- (ع^٢ - ١٦)}{ع - ٤}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{- (ع-٤)(ع+٤)}{(ع-٤)}$

$= - (٤+٤) = - ٨$

مثال

إذا كان $ق(س) = س^٢ - ٢س$ فجد $ق'(س)$ باستخدام التعريف

الحل:

$ق'(س) = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(ع^٢ - ٢ع) - (س^٢ - ٢س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع^٢ - س^٢ - ٢ع + ٢س}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع^٢ - س^٢}{ع - س} + \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{-٢ع + ٢س}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(ع-س)(ع+س)}{ع - س} + \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{-٢(ع-س)}{(ع-س)}$

$= س + س + ٠ - ٢$

$= ٢س - ٢$

مثال

إذا كان $ق(س) = س^٣$ فجد $ق'(س)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$ق'(س) = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع^٣ - س^٣}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(ع-س)(ع^٢ + سع + س^٢)}{(ع-س)}$

$= س^٢ + س^٢ + س^٢$

$= ٣ س^٢$

مثال

إذا كان $ق(س) = ٢س^٣ - ٥س + ٤$ فجد $ق'(٠)$ باستخدام التعريف

الحل:

$$ق'(٠) = \lim_{ع \to ٠} \frac{ق(ع) - ق(٠)}{ع - ٠}$$

$$= \lim_{ع \to ٠} \frac{(٢ع^{٣} - ٥ع + ٤) - (٤)}{ع}$$

$$= \lim_{ع \to ٠} \frac{٢ع^{٣} - ٥ع}{ع}$$

$$= \lim_{ع \to ٠} \frac{ع(٢ع^{٢} - ٥)}{ع}$$

$$= ٠ - ٥ = -٥$$

مثال

إذا كان $ق(س) = \sqrt{س}$ فجد $ق'(س)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{ع} + \sqrt{س})}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{س} + \sqrt{س}} = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

مثال

إذا كان $ق(س) = \sqrt{٤س + ٣}$ فجد $ق'(س)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\sqrt{٤ع + ٣} - \sqrt{٤س + ٣}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣}}{\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣}}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(٤ع + ٣) - (٤س + ٣)}{(ع - س)(\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤ع - ٤س}{(ع - س)(\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣})}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٤(ع - س)}{(ع - س)(\sqrt{٤ع + ٣} + \sqrt{٤س + ٣})}$$

$$= \frac{٤}{\sqrt{٤س + ٣} + \sqrt{٤س + ٣}} = \frac{٤}{٢\sqrt{٤س + ٣}}$$

مثال

إذا كان $ق(س) = \sqrt{٢س - ٣}$ فجد $ق'(٤)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$ق'(٤) = \lim_{ع \to ٤} \frac{ق(ع) - ق(٤)}{ع - ٤}$$

$$= \lim_{ع \to ٤} \frac{\sqrt{٢ع - ٣} - \sqrt{٥}}{ع - ٤}$$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \dfrac{\sqrt{ع^٢ - ٣} - \sqrt{٥}}{ع - ٤} \times \dfrac{\sqrt{ع^٢ - ٣} + \sqrt{٥}}{\sqrt{ع^٢ - ٣} + \sqrt{٥}}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \dfrac{ع^٢ - ٣ - ٥}{(ع - ٤)(\sqrt{ع^٢ - ٣} + \sqrt{٥})}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \dfrac{ع^٢ - ٨}{(ع - ٤)(\sqrt{ع^٢ - ٣} + \sqrt{٥})}$

$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \dfrac{٢(ع - ٤)}{(ع - ٤)(\sqrt{ع^٢ - ٣} + \sqrt{٥})}$

$= \dfrac{٢}{\sqrt{٥} + \sqrt{٥}} = \dfrac{٢}{٢\sqrt{٥}} = \dfrac{١}{\sqrt{٥}}$

مثال

إذا كان ق(س) = $\sqrt{٢ - ٣س}$ فجد قـَ(-٢) باستخدام تعريف المشتقة.

الحل:

قـَ(-٢) = $\text{نهـا}_{ع \to -٢} \dfrac{ق(ع) - ق(-٢)}{ع + ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to -٢} \dfrac{\sqrt{٢ - ٣ع} - \sqrt{٨}}{ع + ٢}$

$= \text{نهـا}_{ع \to -٢} \dfrac{\sqrt{٢ - ٣ع} - \sqrt{٨}}{ع + ٢} \times \dfrac{\sqrt{٢ - ٣ع} + \sqrt{٨}}{\sqrt{٢ - ٣ع} + \sqrt{٨}}$

$= \text{نهـا}_{ع \to -٢} \dfrac{٢ - ٣ع - ٨}{(ع + ٢)(\sqrt{٢ - ٣ع} + ٤)}$

$= \text{نهـا}_{ع \to -٢} \dfrac{-٦ - ٣ع}{(ع + ٢)(\sqrt{٢ - ٣ع} + ٤)}$

$= \text{نهـا}_{ع \to -٢} \dfrac{-٣(ع + ٢)}{(ع + ٢)(\sqrt{٢ - ٣ع} + ٤)}$

$= \dfrac{-٣}{٤ + ٤} = \dfrac{-٣}{٨}$

مثال

إذا كان قـَ(س) = $\sqrt{س^٢}$ ، س < ٠

فجد قـَ(س) باستخدام تعريف المشتقة

ثم جد قـَ(٨)

الحل:

قـَ(س) = $\text{نهـا}_{ع \to س} \dfrac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \dfrac{\sqrt{ع^٢} - \sqrt{س^٢}}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \dfrac{\sqrt{ع^٢} - \sqrt{س^٢}}{ع - س} \times \dfrac{\sqrt{ع^٢} + \sqrt{س^٢}}{\sqrt{ع^٢} + \sqrt{س^٢}}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \dfrac{ع^٢ - س^٢}{(ع - س)(\sqrt{ع^٢} + \sqrt{س^٢})}$

$= \dfrac{٢س}{\sqrt{س^٢} + \sqrt{س^٢}} = \dfrac{٢س}{٢\sqrt{س^٢}} = \dfrac{١}{\sqrt{س^٢}}$

قـَ(٨) = $\dfrac{١}{\sqrt{٨ \times ٨}} = \dfrac{١}{\sqrt{١٦}} = \dfrac{١}{٤}$

مثال

إذا كان $f(x) = \frac{3}{x}$ فجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل:

$$f'(x) = \lim_{h \to x} \frac{f(h) - f(x)}{h - x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{\frac{3}{h} - \frac{3}{x}}{h - x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{3x - 3h}{hx} \times \frac{1}{h - x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{3(x-h)}{hx} \times \frac{1}{(h-x)}$$

$$= \frac{-3}{x \times x} = \frac{-3}{x^2}$$

مثال

إذا كان $f(x) = \frac{1}{1-3x}$ $x \neq \frac{1}{3}$

فجد $f'(x)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$f'(x) = \lim_{h \to x} \frac{f(h) - f(x)}{h - x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{\frac{1}{1-3h} - \frac{1}{1-3x}}{h - x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{(1-3x) - (1-3h)}{(1-3h)(1-3x)} \times \frac{1}{h-x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{3h - 3x}{(1-3h)(1-3x)} \times \frac{1}{h-x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{3}{(1-3h)(1-3x)}$$

$$= \frac{3}{(1-3x)^2}$$

مثال

اذا كان $f(x) = \frac{-1}{3x}$ فجد $f'(x)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$f'(x) = \lim_{h \to x} \frac{f(h) - f(x)}{h - x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{\frac{-1}{3h} - \frac{-1}{3x}}{h - x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{-3x + 3h}{3h \times 3x} \times \frac{1}{h-x}$$

$$= \lim_{h \to x} \frac{-3(x-h)}{3h \times 3x} \times \frac{1}{h-x}$$

$$= \frac{3}{9x^2} = \frac{1}{3x^2}$$

مثال

إذا كان $g(x) = \frac{2}{x-1}$ فجد $g'(4)$ باستخدام التعريف.

الحل:

$$g'(4) = \lim_{x \to 4} \frac{g(x) - g(4)}{x - 4}$$

Esam Shikh Master Math 0796300625	رياضيات الأدبي المستوى (٣) الوحدة (التفاضل) الدرس (المشتقة الأولى)

$$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{\frac{٢}{ع-١} - \frac{٢}{٣}}{ع-٤}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{٦ - ٢(ع-١)}{٣(ع-١)} \times \frac{١}{ع-٤}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{٦ - ٢ع + ٢}{٣(ع-١)} \times \frac{١}{ع-٤}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{٨ - ٢ع}{٣(ع-١)} \times \frac{١}{ع-٤}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{٢(٤-ع)}{٣(ع-١)} \times \frac{١}{ع-٤}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ٤} \frac{-٢}{٣(ع-١)}$$

$$= \frac{-٢}{٣ \times ٣} = \frac{-٢}{٩}$$

مثال

إذا كان ق(س) = $\frac{٥}{٤+٣س}$ فجد ق'(١) باستخدام تعريف المشتقة.

الحل:

$$ق'(١) = \text{نهـا}_{ع \to ١} \frac{ق(ع) - ق(١)}{ع-١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ١} \frac{\frac{٥}{٤+٣ع} - \frac{٥}{٧}}{ع-١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ١} \frac{٣٥ - ٢٠ - ١٥ع}{(٤+٣ع)(٧)} \times \frac{١}{ع-١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ١} \frac{١٥ - ١٥ع}{(٤+٣ع)(٧)} \times \frac{١}{ع-١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ١} \frac{١٥(١-ع)}{(٤+٣ع)(٧)} \times \frac{١}{ع-١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to ١} \frac{-١٥}{(٤+٣ع)(٧)}$$

$$= \frac{-١٥}{٧ \times ٧} = \frac{-١٥}{٤٩}$$

مثال

إذا كان ق(س) = $\frac{٢}{٣+٣س}$

فجد ق'(س) باستخدام التعريف.

الحل:

$$ق'(س) = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع-س}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\frac{٢}{٣+٣ع} - \frac{٢}{٣+٣س}}{ع-س}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٢(٣+٣س) - ٢(٣+٣ع)}{(٣+٣ع)(٣+٣س)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٦ + ٦س - ٦ - ٦ع}{(٣+٣ع)(٣+٣س)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٦(س-ع)}{(٣+٣ع)(٣+٣س)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{-٦(ع-س)}{(٣+٣ع)(٣+٣س)} \times \frac{١}{ع-س}$$

$$= \frac{-٦}{(٣+٣س)(٣+٣س)}$$

$$= \frac{-٤}{(٣+\sqrt{ج})(٣+\sqrt{ج})}$$

$$= \frac{-٤}{(٣+\sqrt{ج})^{٢}}$$

مثال

اذا كان $ق(س) = \frac{٣}{\sqrt{س}}$ جد $ق'(٣)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$$ق'(٣) = \text{نها}_{ج \to ٣} \frac{ق(ج) - ق(٣)}{ج - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٣} \frac{\frac{٣}{\sqrt{ج}} - \frac{٣}{\sqrt{٣}}}{ج - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٣} \frac{٣\sqrt{٣} - ٣\sqrt{ج}}{\sqrt{٣}\sqrt{ج}(ج - ٣)}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٣} \frac{٣(\sqrt{٣} - \sqrt{ج})}{\sqrt{٣}\sqrt{ج}(ج - ٣)}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٣} \frac{٣(\sqrt{٣} - \sqrt{ج})(\sqrt{٣} + \sqrt{ج})}{\sqrt{٣}\sqrt{ج}(ج - ٣)(\sqrt{٣} + \sqrt{ج})}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٣} \frac{٣(٣ - ج)}{\sqrt{٣}\sqrt{ج}(ج - ٣)(\sqrt{٣} + \sqrt{ج})}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٣} \frac{-٣}{\sqrt{٣}\sqrt{ج}(\sqrt{٣} + \sqrt{ج})}$$

$$= \frac{-٣}{\sqrt{٣}\sqrt{٣}(\sqrt{٣} + \sqrt{٣})}$$

$$= \frac{-٣}{٣ \times ٢\sqrt{٣}}$$

$$= \frac{-١}{٢\sqrt{٣}}$$

مثال

اذا كان $ق(س) = \frac{١}{\sqrt{س}-١}$ جد $ق'(٤)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل:

$$ق'(٤) = \text{نها}_{ج \to ٤} \frac{ق(ج) - ق(٤)}{ج - ٤}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٤} \frac{\frac{١}{\sqrt{ج}-١} - \frac{١}{\sqrt{٤}-١}}{ج - ٤}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٤} \frac{١ - (\sqrt{ج}-١)}{(\sqrt{ج}-١)(٢-١)} \times \frac{١}{ج-٤}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٤} \frac{-\sqrt{ج}+٢}{(\sqrt{ج}-١)} \times \frac{١}{ج-٤}$$

$$= \text{نها}_{ج \to ٤} \frac{-(\sqrt{ج}-٢)}{(\sqrt{ج}-١)(\sqrt{ج}-٢)(\sqrt{ج}+٢)} \times \frac{١}{ج-٤}$$

$$= \frac{-١}{(١)(٤)} = -\frac{١}{٤}$$

المستوى (٣) **الوحدة** (التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (المشتقة الأولى) **ماجستير رياضيات**

الأسئلة الوزارية :

٢٠٠٨ صيفي ٤علامات

جد المشتقة الأولى للاقتران ق حيث ق(س) = ٣س - ١ باستخدام التعريف العام للمشتقة.

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$\text{نها}_{ع \to س} \frac{(٣ع - ١) - (٣س - ١)}{ع - س}$$

$$\text{نها}_{ع \to س} \frac{٣(ع - س)}{ع - س}$$

$$= ٣$$

٢٠٠٩ شتوي

اذا علمت أن ق(س) اقتران كثير حدود فإن نها $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ تساوي

$هـ \to ٠$

أ) ق(٠) ب) ق'(٠) ج) ق(١) د) ق'(١)

٢٠٠٩ شتوي ٥علامات

جد المشتقة الاولى للاقتران ق حيث ق(س) = $س^٢$ باستخدام التعريف العام للمشتقة.

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

نها $\frac{ع^٢ - س^٢}{ع - س}$

$ع \to س$

نها $\frac{(ع - س)(ع + س)}{(ع - س)}$

$ع \to س$

$س + س$

$= ٢س$

٢٠٠٩ صيفي ٣علامات

جد المشتقة الأولى للاقتران ق(س) = ٦ مستخدماً التعريف العام للمشتقة.

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

نها $\frac{٦ - ٦}{ع - س}$

$ع \to س$

$= صفر$

المستوى (٣) **الوحدة** (التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (المشتقة الأولى) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٠ شتوي

اذا كان $f(x)$ اقترانا قابلا للاشتقاق، فأي مما يلي يمثل $f'(2)$ ؟

(أ) $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$

ب) $\lim_{h \to 0} \frac{f'(2+h) - f'(2)}{h}$

ج) $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

د) $\lim_{h \to 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$

٢٠١٠ صيفي ٥ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الأولى للاقتران $f(x) = 6 + 2x$

الحل:

$f'(x) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

$= \lim_{x \to a} \frac{(6 + 2x) - (6 + 2a)}{x - a}$

$= \lim_{x \to a} \frac{2(x - a)}{x - a}$

$= 2$

٢٠١١ شتوي ٥ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الأولى للاقتران $f(x) = x^2$

الحل:

$f'(x) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

$= \lim_{x \to a} \frac{x^2 - a^2}{x - a}$

$= \lim_{x \to a} \frac{(x - a)(x + a)}{(x - a)}$

$x + x = 2x$

٢٠١١ صيفي ٤ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الاولى للاقتران $f(x) = 3x + 2$

الحل:

$f'(x) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

$= \lim_{x \to a} \frac{(3x + 2) - (3a + 2)}{x - a}$

$= \lim_{x \to a} \frac{3(x - a)}{(x - a)}$

$= 3$

المستوى (٣) الوحدة (التفاضل) عصام الشيخ

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) الدرس (المشتقة الأولى) ماجستير رياضيات

٢٠١٢ شتوي ٥ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = $س^2 + 5$

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(ع^2 + 5) - (س^2 + 5)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{(ع - س)}$$

$$= س + س = 2س$$

٢٠١٢ صيفي ٥ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = $\frac{2}{س}$ ، $س \neq 0$

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\frac{2}{ع} - \frac{2}{س}}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{س - ع}{ع س} \times \frac{1}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-(ع - س)}{ع س} \times \frac{1}{ع - س}$$

$$= \frac{-2}{س \times س}$$

$$= \frac{-2}{س^2}$$

٢٠١٣ شتوي ٥ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الأولى للاقتران ق(س) = $1 - 3س$

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(1 - 3ع) - (1 - 3س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-3(ع - س)}{(ع - س)}$$

$$= -3$$

المستوى (٣) **الوحدة** (التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (المشتقة الأولى) **ماجستير رياضيات**

٣.١٣ صيفي ٥ علامات

اذا كان $ق(س) = س^٢ + ١$ ، فجد $ق'(٣)$ باستخدام تعريف المشتقة الاولى عند نقطة.

الحل:

$$ق'(٣) = \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{ق(ع) - ق(٣)}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{(ع^٢ + ١) - (٩ + ١)}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{ع^٢ - ٩}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{(ع - ٣)(ع + ٣)}{(ع - ٣)}$$

$$= ٣ + ٣ = ٦$$

٣.١٤ شتوي ٦ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الاولى للاقتران $ق(س) = \sqrt{س}$ ، $س > ٠$

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س}$$

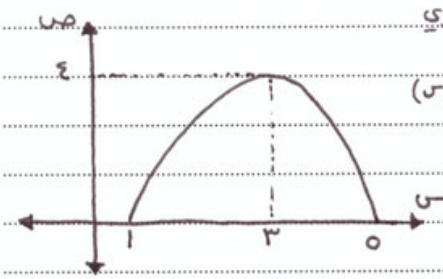
$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع} - \sqrt{س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}$$

$$= \frac{ع - س}{(ع - س)(\sqrt{ع} + \sqrt{س})}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{ع} + \sqrt{س}}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{س} + \sqrt{س}} = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

٣.١٤ شتوي



جد $\text{نها}_{هـ \to ٠} \frac{ق(٣ + هـ) - ق(٣)}{هـ}$

الحل:

$$ق'(٣) = ٤$$

المستوى (٣) الوحدة (التفاضل) عصام الشيخ

التخصص (الادبي والمعلوماتية) الدرس (المشتقة الأولى) ماجستير رياضيات

٢٠١٤ صيفي ٥ علامات

باستخدام التعريف العام للمشتقة ، جد المشتقة الأولى للاقتران $ق(س) = \frac{٣}{س}$ ، $س \neq ٠$.

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\frac{٣}{ع} - \frac{٣}{س}}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{س٣ - ع٣}{ع س} \times \frac{١}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(-١)٣(ع - س)}{ع س} \times \frac{١}{ع - س}$$

$$= \frac{-٣}{س \times س}$$

$$= \frac{-٣}{س^٢}$$

٢٠١٥ شتوي (٥ علامات)

باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة جد $ق'(٣)$ حيث $ق(س) = س^٢ - ١$.

الحل:

$$ق'(٣) = \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{ق(ع) - ق(٣)}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{(ع^٢ - ١) - (٩ - ١)}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{ع^٢ - ٩}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{(ع + ٣)(ع - ٣)}{ع - ٣}$$

$$= ٣ + ٣$$

$$= ٦$$

المستوى (٣) الوحدة (التفاضل) عصام الشيخ

التخصص (الادبي والمعلوماتية) الدرس (المشتقة الأولى) ماجستير رياضيات

٣.١٥ صيفي (٥ علامات)

إذا كان

$هـ(س) = \sqrt{س - ٣}$

فجد $هـ'(٤)$ باستخدام تعريف المشتقه الأولى عند نقطة.

الحل:

$$هـ'(٤) = \text{نها}_{ع \to ٤} \frac{هـ(ع) - هـ(٤)}{ع - ٤}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٤} \frac{\sqrt{ع - ٣} - \sqrt{٤ - ٣}}{ع - ٤}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٤} \frac{\sqrt{ع - ٣} - ١}{ع - ٤} \times \frac{\sqrt{ع - ٣} + ١}{\sqrt{ع - ٣} + ١}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٤} \frac{ع - ٣ - ١}{(ع - ٤)(\sqrt{ع - ٣} + ١)}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٤} \frac{ع - ٤}{(ع - ٤)(\sqrt{ع - ٣} + ١)}$$

$$= \frac{١}{١ + ١}$$

$$= \frac{١}{٢}$$

٣.١٦ شتوي (٥ علامات)

إذا كان $هـ(س) = \frac{١}{س + ١}$ فجد $هـ'(٣)$ باستخدام تعريف المشتقة الأولى عند نقطة.

الحل:

$$هـ'(٣) = \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{هـ(ع) - هـ(٣)}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{\frac{١}{ع + ١} - \frac{١}{٣}}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{٣ - (ع + ١)}{(ع + ١)(٣)} \times \frac{١}{ع - ٣}$$

$$= \text{نها}_{ع \to ٣} \frac{-١}{(ع + ١)(٣)} \times \frac{١}{ع - ٣}$$

$$= \frac{-١}{٣ \times ٣}$$

$$= \frac{-١}{٩}$$

التخصص(الأدبي) الوحدة(٣) (التفاضل) عصام الشيخ

المستوى(٣) الدرس(٣) (المشتقة الأولى) ماجستير رياضيات

٣.١٦ صيفي

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران $ق(س) = ٣ - س^{٤}$

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{(٣ - ع^{٤}) - (٣ - س^{٤})}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{-١ (ع^{٤} - س^{٤})}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} -١ (ع^{٢} + س^{٢})(ع + س)$$

$$= -(س^{٢} + س^{٢})$$

$$= -٢ س^{٣}$$

٣.١٧ شتوي (٥ علامات)

باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الأولى للاقتران $ق(س) = \sqrt{س + ١}$ ، $س \geq -١$

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع + ١} - \sqrt{س + ١}}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\sqrt{ع + ١} - \sqrt{س + ١}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع + ١} + \sqrt{س + ١}}{\sqrt{ع + ١} + \sqrt{س + ١}}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{ع + ١ - (س + ١)}{(ع - س)(\sqrt{ع + ١} + \sqrt{س + ١})}$$

$$= \text{نها}_{ع \to س} \frac{\cancel{ع - س}}{(\cancel{ع - س})(\sqrt{ع + ١} + \sqrt{س + ١})}$$

$$= \frac{١}{\sqrt{س + ١} + \sqrt{س + ١}}$$

$$= \frac{١}{٢\sqrt{س + ١}}$$

٢٠١٧ شتوي (٣ علامات)

إذا كان صـ = ق(س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق(س) عندما تتغير س من س إلى (س + هـ) هو Δصـ = ٣هـ٢ - ٦سهـ فجد ق'(س)

الحل:

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{\Delta صـ}{\Delta س}$$

$$\Delta صـ = ٣هـ^٢ - ٦سهـ$$

$$\Delta س = س + هـ - س = هـ$$

$$ق'(س) = \text{نها}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{٣هـ^٢ - ٦سهـ}{هـ}$$

$$= \text{نها}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{هـ(٣هـ - ٦س)}{هـ}$$

$$= ٠ - ٦س$$

$$= -٦س$$

٢٠١٧ صيفي (٥ علامات)

إذا كان ق(س) = ٥س^٢ - ١ فجد ق'(٣) باستخدام تعريف المشتقة عند نقطة.

الحل:

$$ق'(٣) = \text{نها}_{س \leftarrow ٤} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س - ٣}$$

$$= \text{نها}_{س \leftarrow ٤} \frac{(٥س^٢ - ١) - (٥(٤)^٢ - ١)}{س - ٤}$$

$$= \text{نها}_{س \leftarrow ٤} \frac{٥(س^٢ - ٤^٢)}{س - ٤}$$

$$= \text{نها}_{س \leftarrow ٤} \frac{٥(س - ٤)(س + ٤)}{(س - ٤)}$$

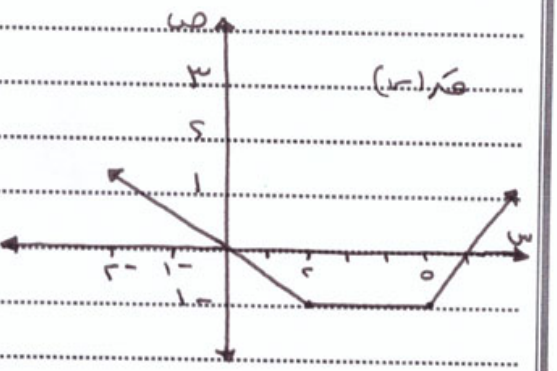
$$= ٥(٤ + ٤)$$

$$= ٥ \times ٦$$

$$= ٣٠$$

٢.١٧ صيغي

$هـ(س)$



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى $هـ(س)$ جد نهـا $\frac{هـ(٢+هـ)-هـ(٢)}{هـ}$ هـ→٠

الحل:

$هـ'(٢) = -١$

٢.١٨ شتوي قديم

إذا كان $د(س) = \frac{٣}{١-٢س}$ $س \neq \frac{١}{٢}$

جد $د'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة

الحل:

$د'(س) =$ نهـا $\frac{د(ع)-د(س)}{ع-س}$ ع→س

$= $ نهـا $\frac{\frac{٣}{١-٢ع} - \frac{٣}{١-٢س}}{ع-س}$ ع→س

$= $ نهـا $\frac{٣(١-٢س)-٣(١-٢ع)}{(١-٢ع)(١-٢س)} \times \frac{١}{ع-س}$ ع→س

نهـا $\frac{٣-٦س+٣-٦ع}{(١-٢ع)(١-٢س)} \times \frac{١}{ع-س}$ ع→س

نهـا $\frac{٦ع-٦س}{(١-٢ع)(١-٢س)} \times \frac{١}{ع-س}$ ع→س

نهـا $\frac{٦(ع-س)}{(١-٢ع)(١-٢س)} \times \frac{١}{ع-س}$ ع→س

$= \frac{٦}{(١-٢س)(١-٢س)}$

$= \frac{٦}{(١-٢س)^{٢}}$

٢.١٨ شتوي صيفي

إذا كان $د(س) = \frac{٢}{س-١}$ $س \neq ١$

جد $د'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل:

$د'(س) =$ نهـا $\frac{د(ع)-د(س)}{ع-س}$ ع→س

$= $ نهـا $\frac{\frac{٢}{ع-١} - \frac{٢}{س-١}}{ع-س}$ ع→س

$= $ نهـا $\frac{٢(س-١)-٢(ع-١)}{(ع-١)(س-١)} \times \frac{١}{ع-س}$ ع→س

$$= \text{نها}_{س \to ع} \frac{٢س - ٢ع}{(س-١)(ع-١)} \times \frac{١}{س-ع}$$

$$= \text{نها}_{س \to ع} \frac{٢س - ٢ع}{(س-١)(ع-١)} \times \frac{١}{س-ع}$$

$$\frac{١}{س-ع} \times \frac{٢(س-ع)}{(س-١)(ع-١)}$$

$$\frac{-٢}{(س-١)(ع-١)}$$

$$= \frac{-٢}{(س-١)^{٢}}$$